

Bài 1 : Ngày 8 tháng 3 năm 2004 là thứ ba. Hỏi sau 60 năm nữa thì ngày 8 tháng 3 là thứ mấy ?

Bài giải :

Năm thường có 365 ngày (tháng hai có 28 ngày) ; năm nhuận có 366 ngày (tháng hai có 29 ngày). Kể từ 8 tháng 3 năm 2004 thì sau 60 năm là 8 tháng 3 năm 2064. Cứ 4 năm thì có một năm nhuận. Năm 2004 là năm nhuận, năm 2064 cũng là năm nhuận. Trong 60 năm này có số năm nhuận là $60 : 4 + 1 = 16$ (năm). Nhưng vì đã qua tháng hai của năm 2004 nên từ 8 tháng 3 năm 2004 đến 8 tháng 3 năm 2064 có 15 năm có 366 ngày và 45 năm có 365 ngày. Vì thế 60 năm có số ngày là : $366 \times 15 + 365 \times 45 = 21915$ (ngày). Mỗi tuần lễ có 7 ngày nên ta có $21915 : 7 = 3130$ (tuần) và dư 5 ngày. Vì 8 tháng 3 năm 2004 là thứ ba nên 8 tháng 3 năm 2064 là chủ nhật.

Bài 2 : Tí có một số bi không quá 80 viên, trong đó số bi đỏ gấp 5 lần số bi xanh. Nếu Tí có thêm 3 viên bi xanh nữa thì số bi đỏ gấp 4 lần số bi xanh. Hỏi lúc đầu Tí có mấy viên bi đỏ, mấy viên bi xanh ?

Bài giải :

Bài này có nhiều cách giải khác nhau, xin nêu một cách giải như sau

Ta thấy : Số bi xanh lúc đầu bằng $\frac{1}{5}$ số bi đỏ.

Sau khi Tí có thêm 3 viên bi xanh nữa thì số bi xanh lúc đó bằng $\frac{1}{4}$ số bi đỏ.

Do đó 3 viên bi ứng với số phần của số bi đỏ là :

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20} \text{ (số bi đỏ)}$$

Vậy số bi đỏ của Tí lúc đầu là :

$$3 : \frac{1}{20} = 60 \text{ (viên)}$$

Số bi xanh của Tí lúc đầu là : $60 : 5 = 12$ (viên)

Vậy lúc đầu Tí có 60 viên bi đỏ và 12 viên bi xanh.

Vì $60 + 12 = 72$ nên kết quả này thỏa mãn giả thiết về số bi của Tí không có quá 80 viên.

Bài 3 : Cho tổng : $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 49 + 50$.

Liệu có thể liên tục thay hai số bất kì bằng hiệu của chúng cho tới khi được kết quả là 0 hay không ?

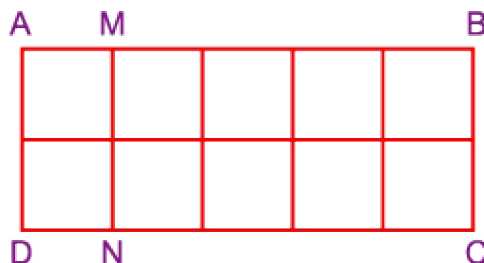
Bài giải : Ta đặt $A = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 49 + 50$.

Dãy số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 50 có 50 số, trong đó số các số lẻ bằng số các số chẵn nên có $50 : 2 = 25$ (số lẻ). Vậy A là một số lẻ. Gọi a và b là hai số bất kì của A, khi thay tổng $a + b$ bằng hiệu $a - b$ thì A giảm đi : $(a + b) - (a - b) = 2 \times b$ tức là giảm đi một số chẵn. Hiệu của một số lẻ và một số chẵn

luôn là một số lẻ nên sau mỗi lần thay, tổng mới vẫn là một số lẻ. Vì vậy không bao giờ nhận được kết quả là 0.

Bài 4 : Bác Hà có hai tấm kính hình chữ nhật. Chiều rộng của mỗi tấm kính bằng $\frac{1}{2}$ chiều dài của nó và chiều dài của tấm kính nhỏ đúng bằng chiều rộng của tấm kính to. Bác ghép hai tấm kính sát vào nhau và đặt lên bàn có diện tích 90 dm^2 thì vừa khít. Hãy tính kích thước của mỗi tấm kính đó.

Bài giải : Theo đầu bài, coi chiều rộng của tấm kính nhỏ là 1 đoạn thì chiều dài của nó là 2 đoạn như vậy và chiều rộng của tấm kính to cũng là 2 đoạn, khi đó chiều dài của tấm kính to là 4 đoạn như vậy. Nếu bác Hà ghép khít hai tấm kính lại với nhau sẽ được hình chữ nhật ABCD (hình vẽ), trong đó AMND là tấm kính nhỏ, MBCN là tấm kính to. Diện tích ABCD là 90 dm^2 . Chia hình chữ nhật ABCD thành 10 hình vuông nhỏ, mỗi cạnh là chiều rộng của tấm kính nhỏ thì diện tích của mỗi hình vuông nhỏ là $90 : 10 = 9 (\text{dm}^2)$.



Ta có $9 = 3 \times 3$, do đó cạnh hình vuông là 3 dm. Tấm kính nhỏ có chiều rộng 3 dm, chiều dài là $3 \times 2 = 6 (\text{dm})$. Tấm kính to có chiều rộng là 6 dm, chiều dài là $6 \times 2 = 12 (\text{dm})$.

Bài 5 : Cho 7 phân số :

$$\frac{7}{5}; \frac{4}{13}; \frac{2}{13}; \frac{1}{18}; \frac{7}{3}; \frac{4}{5}; \frac{7}{4}.$$

Thăng chọn được hai phân số mà tổng có giá trị lớn nhất. Long chọn hai phân số mà tổng có giá trị nhỏ nhất. Tính tổng 4 số mà Thăng và Long đã chọn.

Bài giải :

Ta có $\frac{1}{18} = \frac{2}{36} < \frac{2}{13}$, mặt khác :

$$\frac{2}{13} < \frac{4}{13} < \frac{4}{5} < \frac{7}{5} < \frac{7}{4} < \frac{7}{3}.$$

Vậy ta sắp xếp được các phân số như sau :

$$\frac{1}{18} < \frac{2}{13} < \frac{4}{13} < \frac{4}{5} < \frac{7}{5} < \frac{7}{4} < \frac{7}{3}.$$

Tổng hai phân số có giá trị lớn nhất là :

$$\frac{7}{4} + \frac{7}{3} = \frac{21+28}{12} = \frac{49}{12}.$$

Tổng hai phân số có giá trị nhỏ nhất là :

$$\frac{1}{18} + \frac{2}{13} = \frac{13+36}{234} = \frac{49}{234}.$$

Do đó tổng bốn phân số mà Thăng và Long đã chọn là :

$$\frac{49}{12} + \frac{49}{234} = \frac{2009}{468} = 4\frac{137}{468}.$$

Bài 6 : Tìm các chữ số a và b thỏa mãn :

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Bài giải :

Ta có $0 < a < 10$ và $\frac{1}{a} < \frac{1}{3}$; $\frac{1}{b} < \frac{1}{3}$.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b}{a \times b} + \frac{a}{a \times b} = \frac{a+b}{a \times b} = \frac{1}{3}.$$

Vì $1/3$ là phân số tối giản nên a chia hết cho 3 hoặc b chia hết cho 3.

Giả sử a chia hết cho 3, vì $1/a < 1/3$ nên $a > 3$ mà $a < 10$ do đó $a = 6 ; 9$.

Nếu $a = 6$ thì $\frac{1}{b} = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$, suy ra $b = 6$.

Nếu $a = 9$ thì $\frac{1}{b} = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$ (loại).

Vậy $a = b = 6$.

Bài 7 : Viết liên tiếp các số từ trái sang phải theo cách sau : Số đầu tiên là 1, số thứ hai là 2, số thứ ba là chữ số tận cùng của tổng số thứ nhất và số thứ hai, số thứ tư là chữ số tận cùng của tổng số thứ hai và số thứ ba. Cứ tiếp tục như thế ta được dãy các số như sau : 1235831459437.....

Trong dãy trên có xuất hiện số 2005 hay không ?

Bài giải : Giả sử trong số tạo bởi cách viết như trên có xuất hiện nhóm chữ 2005 thì ta có : $2 + 0$ là số có chữ số tận cùng là 0 (vô lí).

Vậy trong dãy trên không thể xuất hiện số 2005.

Bài 8 : Có 5 đội tham gia dự thi toán đồng đội. Tổng số điểm của cả 5 đội là 144 điểm và thật thú vị là cả 5 đội đều đạt một trong ba giải : nhất (30 điểm) ; nhì (29 điểm) ; ba (28 điểm).

Chứng minh số đội đạt giải ba hơn số đội đạt giải nhất đúng một đội.

Bài giải : Ta thấy trung bình cộng điểm của một đội giải nhất và một đội giải ba chính là số điểm của một đội giải nhì.

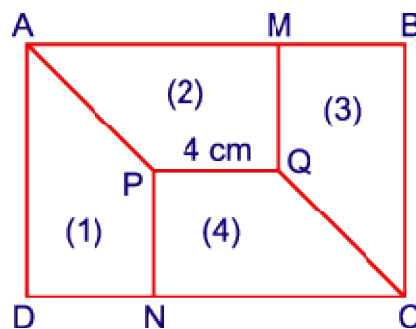
Nếu số đội đạt giải nhất bằng số đội đạt giải ba thì tổng số điểm của cả 5 đội là : $29 \times 5 = 145$ (điểm) > 144 điểm, không thỏa mãn.

Nếu số đội giải nhất nhiều hơn số đội giải ba thì tổng điểm 5 đội lớn hơn 145, cũng không thỏa mãn.

Do đó số đội giải nhất phải ít hơn số đội giải ba. Khi đó ta xếp một đội giải nhất và một đội giải ba làm thành một cặp thì cặp này sẽ có tổng số điểm bằng hai đội giải nhì. Số đội giải ba thừa ra (không được xếp cặp với một đội giải nhất) chính là số điểm mà tổng điểm của 5 đội nhỏ hơn 145. Vì vậy số đội giải ba nhiều hơn số đội giải nhất bao nhiêu thì tổng điểm của 5 đội sẽ nhỏ hơn 145 bấy nhiêu.

Vì tổng số điểm của cả 5 đội là 144 điểm nên số đội giải ba nhiều hơn số đội giải nhất là $145 - 144 = 1$.

Bài 9 : Cho (1), (2), (3), (4) là các hình thang vuông có kích thước bằng nhau. Biết rằng $PQ = 4$ cm. Tính diện tích hình chữ nhật ABCD.



Bài giải : Vì các hình thang vuông PQMA, QMBC, QPNC, PNDA bằng nhau nên : $MQ = NP = QP = 4$ cm và $CN = AD$.

Mặt khác $AD = NP + QM = 4 + 4 = 8$ (cm)

Do đó : $CN = AD = 8$ cm.

Diện tích hình thang vuông PQCN là : $(CN + PQ) \times NP : 2 = (8 + 4) \times 4 : 2 = 24$ (cm²)

Suy ra : Diện tích hình chữ nhật ABCD là : $24 \times 4 = 96$ (cm²)

Bài 10 : Tích sau đây có tận cùng bằng chữ số nào ?

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 \times 2 \times 2}_{2003 \text{ thừa số } 2}$$

Bài giải : Tích của bốn thừa số 2 là $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ và $2003 : 4 = 500$ (dư 3) nên ta có thể viết tích của 2003 thừa số 2 dưới dạng tích của 500 nhóm (mỗi nhóm là tích của bốn thừa số 2) và tích của ba thừa số 2 còn lại.

Vì tích của các thừa số có tận cùng là 6 cũng là số có tận cùng bằng 6 nên tích của 500 nhóm trên có tận cùng là 6.

Do $2 \times 2 \times 2 = 8$ nên khi nhân số có tận cùng bằng 6 với 8 thì ta được số có tận cùng bằng 8 (vì $6 \times 8 = 48$). Vậy tích của 2003 thừa số 2 sẽ là số có tận cùng bằng 8.

Bài 11 : Một người mang cam đi đổi lấy táo và lê. Cứ 9 quả cam thì đổi được 2 quả táo và 1 quả lê, 5 quả táo thì đổi được 2 quả lê. Nếu người đó đổi hết số cam mang đi thì được 17 quả táo và 13 quả lê. Hỏi người đó mang đi bao nhiêu quả cam ?

Bài giải : 9 quả cam đổi được 2 quả táo và 1 quả lê nên 18 quả cam đổi được 4 quả táo và 2 quả lê. Vì 5 quả táo đổi được 2 quả lê nên 18 quả cam đổi được : $4 + 5 = 9$ (quả táo). Do đó 2 quả cam đổi được 1 quả táo. Cứ 5 quả táo đổi

được 2 quả lê nên 10 quả cam đổi được 2 quả lê. Vậy 5 quả cam đổi được 1 quả lê. Số cam người đó mang đi để đổi được 17 quả táo và 13 quả lê là : $2 \times 17 + 5 \times 13 = 99$ (quả).

Bài 12 : Tìm một số tự nhiên sao cho khi lấy $1/3$ số đó chia cho $1/17$ số đó thì có dư là 100.

Bài giải : Vì $17 \times 3 = 51$ nên để dễ lí luận, ta giả sử số tự nhiên cần tìm được chia ra thành 51 phần bằng nhau. Khi ấy $1/3$ số đó là $51 : 3 = 17$ (phần) ; $1/17$ số đó là $51 : 17 = 3$ (phần).

Vì $17 : 3 = 5$ (dư 2) nên 2 phần của số đó có giá trị là 100 suy ra số đó là : $100 : 2 \times 51 = 2550$.

Bài 13 : Tuổi của con hiện nay bằng $1/2$ hiệu tuổi của bố và tuổi con. Bốn năm trước, tuổi con bằng $1/3$ hiệu tuổi của bố và tuổi con. Hỏi khi tuổi con bằng $1/4$ hiệu tuổi của bố và tuổi của con thì tuổi của mỗi người là bao nhiêu ?

Bài giải : Hiệu số tuổi của bố và con không đổi. Trước đây 4 năm tuổi con bằng $1/3$ hiệu này, do đó 4 năm chính là : $1/2 - 1/3 = 1/6$ (hiệu số tuổi của bố và con).

Số tuổi bố hơn con là : $4 : 1/6 = 24$ (tuổi).

Khi tuổi con bằng $1/4$ hiệu số tuổi của bố và con thì tuổi con là : $24 \times 1/4 = 6$ (tuổi).

Lúc đó tuổi bố là : $6 + 24 = 30$ (tuổi).

Bài 14 : Hoa có một sợi dây dài 16 mét. Bây giờ Hoa cần cắt đoạn dây đó để có đoạn dây dài 10 mét mà trong tay Hoa chỉ có một cái kéo. Các bạn có biết Hoa cắt thế nào không ?

Bài giải : Xin nêu 2 cách cắt như sau :

Cách 1 : Gập đôi sợi dây liên tiếp 3 lần, khi đó sợi dây sẽ được chia thành 8 phần bằng nhau.

Độ dài mỗi phần chia là : $16 : 8 = 2$ (m)

Cắt đi 3 phần bằng nhau thì còn lại 5 phần.

Khi đó độ dài đoạn dây còn lại là : $2 \times 5 = 10$ (m)

Cách 2 : Gập đôi sợi dây liên tiếp 2 lần, khi đó sợi dây sẽ được chia thành 4 phần bằng nhau.

Độ dài mỗi phần chia là : $16 : 4 = 4$ (m)

Đánh dấu một phần chia ở một đầu dây, phần đoạn dây còn lại được gập đôi lại, cắt đi một phần ở đầu bên kia thì độ dài đoạn dây cắt đi là : $(16 - 4) : 2 = 6$ (m)

Do đó độ dài đoạn dây còn lại là : $16 - 6 = 10$ (m)

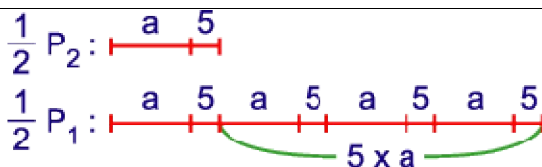
Bài 15 : Một thửa ruộng hình chữ nhật được chia thành 2 mảnh, một mảnh nhỏ trồng rau và mảnh còn lại trồng ngô (*hình vẽ*). Diện tích của mảnh trồng ngô gấp 6 lần diện tích của mảnh trồng rau. Chu vi mảnh trồng ngô gấp 4 lần chu vi mảnh trồng rau. Tính diện tích thửa ruộng ban đầu, biết chiều rộng của nó là 5 mét.



Bài giải : Diện tích mảnh trồng ngô gấp 6 lần diện tích mảnh trồng rau mà hai mảnh có chung một cạnh nên cạnh còn lại của mảnh trồng ngô gấp 6 lần cạnh còn lại của mảnh trồng rau. Gọi cạnh còn lại của mảnh trồng rau là a thì cạnh còn lại của mảnh trồng ngô là $a \times 6$. Vì chu vi mảnh trồng ngô (P_1) gấp 4 lần chu vi mảnh trồng rau (P_2) nên nửa chu vi mảnh trồng ngô gấp 4 lần nửa chu vi mảnh trồng rau.

Nửa chu vi mảnh trồng ngô hơn nửa chu vi mảnh trồng rau là : $a \times 6 + 5 - (a + 5) = 5 \times a$.

Ta có sơ đồ :



Độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng rau là : $5 \times 3 : (5 \times a - 3 \times a) = 7,5$ (m)

Độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng ngô là : $7,5 \times 6 = 45$ (m)

Diện tích thửa ruộng ban đầu là : $(7,5 + 4,5) \times 5 = 262,5$ (m²)

Bài 16 : Tôi đi bộ từ trường về nhà với vận tốc 5 km/giờ. Về đến nhà lập tức tôi đạp xe đến bưu điện với vận tốc 15 km/giờ. Biết rằng quãng đường từ nhà tới trường ngắn hơn quãng đường từ nhà đến bưu điện 3 km. Tổng thời gian tôi đi từ trường về nhà và từ nhà đến bưu điện là 1 giờ 32 phút. Bạn hãy tính quãng đường từ nhà tôi đến trường.

Bài giải : Thời gian đi bộ 3 km bằng xe đạp là : $3 : 15 = 0,2$ (giờ)

Đổi : 0,2 giờ = 12 phút.

Nếu bớt 3 km quãng đường từ nhà đến bưu điện thì thời gian đi cả hai quãng đường từ nhà đến trường và từ nhà đến bưu điện (đã bớt 3 km) là :

1 giờ 32 phút - 12 phút = 1 giờ 20 phút = 80 phút.

Vận tốc đi xe đạp gấp vận tốc đi bộ là : $15 : 5 = 3$ (lần)

Khi quãng đường không đổi, vận tốc tỉ lệ nghịch với thời gian nên thời gian đi từ nhà đến trường gấp 3 lần thời gian đi từ nhà đến thư viện (khi đã bớt đi 3 km). Vậy :

Thời gian đi từ nhà đến trường là : $80 : (1 + 3) \times 3 = 60$ (phút) ;

60 phút = 1 giờ

Quãng đường từ nhà đến trường là : $1 \times 5 = 5$ (km)

Bài 17 : Cho phân số :

$$M = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 8 + 9}{11 + 12 + 13 + \dots + 24 + 25}$$

a) Có thể xóa đi trong tử số và mẫu số những số nào mà giá trị của phân số vẫn không thay đổi không ?

b) Nếu ta thêm số 2004 vào mẫu số thì phải thêm số tự nhiên nào vào tử số để phân số không đổi ?

Bài giải :

$$M = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 8 + 9}{11 + 12 + 13 + \dots + 24 + 25}$$

$$= 45 / 270 = 1/6.$$

a) Để giá trị của phân số không đổi thì ta phải xóa những số ở mẫu mà tổng của nó gấp 6 lần tổng của những số xóa đi ở tử. Khi đó tổng các số còn lại ở mẫu cũng gấp 6 lần tổng các số còn lại ở tử. Vì vậy đổi vai trò các số bị xóa với các số còn lại ở tử và mẫu thì ta sẽ có thêm phương án xóa. Có nhiều cách xóa, xin giới thiệu một số cách (số các số bị xóa ở mẫu tăng dần và tổng chia hết cho 6) : mẫu xóa 12 thì tử xóa 2 ; mẫu xóa 18 thì tử xóa 3 hoặc xóa 1, 2 ; mẫu xóa 24 hoặc xóa 11, 13 thì tử xóa 4 hoặc xóa 1, 3 ; mẫu xóa 12, 18 hoặc 13, 17 hoặc 14, 16 thì tử xóa 5 hoặc 2, 3 hoặc 1, 4 ; mẫu xóa 12, 24 hoặc 11, 25 hoặc 13, 23 hoặc 14, 22 hoặc 15, 21 hoặc 16, 20 hoặc 17, 19 thì tử xóa 6 hoặc 1, 5 hoặc 2, 4 hoặc 1, 2, 3 ; mẫu xóa 18, 24 hoặc 17, 25 hoặc 19, 23 hoặc 20, 22 hoặc 11, 13, 18 hoặc 12, 13, 17 hoặc 11, 14, 17 hoặc 11, 15, 16 hoặc 12, 14, 16 hoặc 13, 14, 15 thì tử xóa 7 hoặc 1, 6 hoặc 2, 5 hoặc 3, 4 hoặc 1, 2, 4 ; ...

Các bạn hãy kể tiếp thử xem được bao nhiêu cách nữa ?

b) Để giá trị phân số không đổi, ta thêm một số nào đó vào tử bằng $1/6$ số thêm vào mẫu. Vậy nếu thêm 2004 vào mẫu thì số phải thêm vào tử là :
 $2004 : 6 = 334.$

Bài 18 : Người ta lấy tích các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 30 để chia cho 1000000. Bạn hãy cho biết :

1) Phép chia có dư không ?

2) Thương là một số tự nhiên có chữ số tận cùng là bao nhiêu ?

Bài giải :

Xét tích $A = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 29 \times 30$, trong đó các thừa số chia hết cho 5 là 5, 10, 15, 20, 25, 30 ; mà $25 = 5 \times 5$ do đó có thể coi là có 7 thừa số chia hết cho 5. Mỗi thừa số này nhân với một số chẵn cho ta một số có tận cùng là số 0. Trong tích A có các thừa số là số chẵn và không chia hết cho 5 là : 2, 4, 6, 8, 12, ..., 26, 28 (có 12 số). Như vậy trong tích A có ít nhất 7 cặp số có tích tận cùng là 0, do đó tích A có tận cùng là 7 chữ số 0.

Số 1 000 000 có tận cùng là 6 chữ số 0 nên A chia hết cho 1 000 000 và thương là số tự nhiên có tận cùng là chữ số 0.

Bài 19 : Ba bạn Toán, Tuổi và Thơ có một số vở. Nếu lấy 40% số vở của Toán chia đều cho Tuổi và Thơ thì số vở của ba bạn bằng nhau. Nhưng

nếu Toán bớt đi 5 quyền thì số vở của Toán bằng tổng số vở của Tuổi và Thơ. Hỏi mỗi bạn có bao nhiêu quyển vở ?

Bài giải : Đổi $40\% = \frac{2}{5}$.

Nếu lấy $\frac{2}{5}$ số vở của Toán chia đều cho Tuổi và Thơ thì mỗi bạn Tuổi hay Thơ đều được thêm $\frac{2}{5} : 2 = \frac{1}{5}$ (số vở của Toán)

Số vở còn lại của Toán sau khi cho là :

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \text{ (số vở của Toán)}$$

Do đó lúc đầu Tuổi hay Thơ có số vở là :

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5} \text{ (số vở của Toán)}$$

Tổng số vở của Tuổi và Thơ lúc đầu là :

$$\frac{2}{5} \times 2 = \frac{4}{5} \text{ (số vở của Toán)}$$

Mặt khác theo đề bài nếu Toán bớt đi 5 quyển thì số vở của Toán bằng tổng số vở của Tuổi và Thơ, do đó 5 quyển ứng với : $1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$ (số vở của Toán)

Số vở của Toán là : $5 : \frac{1}{5} = 25$ (quyển)

Số vở của Tuổi hay Thơ là : $25 \times \frac{2}{5} = 10$ (quyển)

Bài 20 : Hai số tự nhiên A và B, biết $A < B$ và hai số có chung những đặc điểm sau :

- Là số có 2 chữ số.

- Hai chữ số trong mỗi số giống nhau.

- Không chia hết cho 2 ; 3 và 5.

a) Tìm 2 số đó.

b) Tổng của 2 số đó chia hết cho số tự nhiên nào ?

Bài giải : Vì A và B đều không chia hết cho 2 và 5 nên A và B chỉ có thể có tận cùng là 1 ; 3 ; 7 ; 9. Vì $3 + 3 = 6$ và $9 + 9 = 18$ là 2 số chia hết cho 3 nên loại trừ số 33 và 99. $A < B$ nên $A = 11$ và $B = 77$.

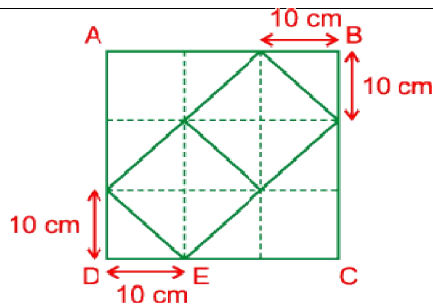
b) Tổng của hai số đó là : $11 + 77 = 88$.

Ta có :

$$88 = 1 \times 88 = 2 \times 44 = 4 \times 22 = 8 \times 11.$$

Vậy tổng 2 số chia hết cho các số : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 11 ; 22 ; 44 ; 88.

Bài 21 : Cho mảnh bìa hình vuông ABCD. Hãy cắt từ mảnh bìa đó một hình vuông sao cho diện tích còn lại bằng diện tích của mảnh bìa đã cho.



Bài giải : Theo đầu bài thì hình vuông ABCD được ghép bởi 2 hình vuông nhỏ và 4 tam giác (trong đó có 2 tam giác to, 2 tam giác con). Ta thấy có thể ghép 4 tam giác con để được tam giác to đồng thời cũng ghép 4 tam giác con để được 1 hình vuông nhỏ. Vậy diện tích của hình vuông ABCD chính là diện tích của $2 + 2 \times 4 + 2 \times 4 = 18$ (tam giác con). Do đó diện tích của hình vuông ABCD là :

$$18 \times (10 \times 10) / 2 = 900 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Bài 22 : Hai bạn Xuân và Hạ cùng một lúc rời nhà của mình đi đến nhà bạn. Họ gặp nhau tại một điểm cách nhà Xuân 50 m. Biết rằng Xuân đi từ nhà mình đến nhà Hạ mất 12 phút còn Hạ đi đến nhà Xuân chỉ mất 10 phút. Hãy tính quãng đường giữa nhà hai bạn.

Bài giải : Trên cùng một quãng đường thì tỉ số thời gian đi của Xuân và Hạ là : $12 : 10 = 6/5$.

Thời gian tỉ lệ nghịch với vận tốc nên tỉ số vận tốc của Xuân và Hạ là $5/6$. Như vậy Xuân và Hạ cùng xuất phát thì đến khi gặp nhau thì quãng đường Xuân đi được bằng $5/6$ quãng đường Hạ đi được.

Do đó quãng đường Hạ đi được là :

$$50 : 5/6 = 60 \text{ (m)}.$$

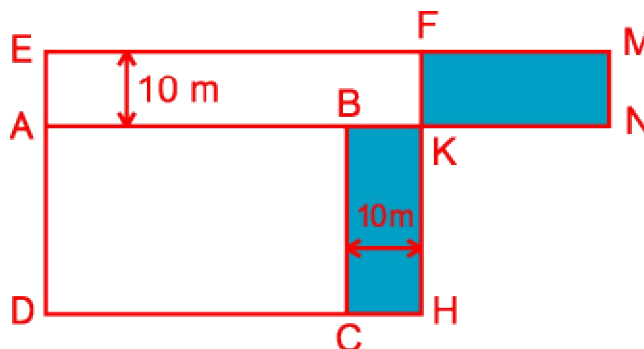
Quãng đường giữa nhà Xuân và Hạ là : $50 + 60 = 110 \text{ (m)}$.

Bài 23 : A là số tự nhiên có 2004 chữ số. A là số chia hết cho 9 ; B là tổng các chữ số của A ; C là tổng các chữ số của B ; D là tổng các chữ số của C. Tìm D.

Bài giải : Vì A là số chia hết cho 9 mà B là tổng các chữ số của A nên B chia hết cho 9. Tương tự ta có C, D cũng chia hết cho 9 và đương nhiên khác 0. Vì A gồm 2004 chữ số mà mỗi chữ số không vượt quá 9 nên B không vượt quá 9

$\times 2004 = 18036$. Do đó B có không quá 5 chữ số và $C < 9 \times 5 = 45$. Nhưng C là số chia hết cho 9 và khác 0 nên C chỉ có thể là 9 ; 18 ; 27 ; 36. Dù trường hợp nào xảy ra thì ta cũng có $D = 9$.

Bài 24 : Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi 120 m. Người ta mở rộng khu vườn như hình vẽ để được một vườn hình chữ nhật lớn hơn. Tính diện tích phần mới mở thêm.



Bài giải : Nếu ta “dịch chuyển” khu vườn cũ ABCD vào một góc của khu vườn mới EFHD ta được hình vẽ bên. Kéo dài EF về phía F lấy M sao cho $FM = BC$ thì diện tích hình chữ nhật BKHC đúng bằng diện tích hình chữ nhật FMNK. Do đó phần diện tích mới mở thêm chính là diện tích hình chữ nhật EMNA.

Ta có $AN = AB + KN + BK$ vì $AB + KN = 120 : 2 = 60$ (m) ; $BK = 10$ m nên $AN = 70$ m. Vậy diện tích phần mới mở thêm là : $70 \times 10 = 700$ (m²)

Bài 25 : Bao nhiêu giờ ?

*Khi đi gặp nước ngược dòng
Khó khăn đến bến mất tám giờ
Khi về từ lúc xuống đò
Đến khi cập bến bốn giờ nhẹ veo
Hỏi rằng riêng một khóm bèo
Bao nhiêu giờ để trôi theo ta về ?*

Bài giải :

Cách 1 : Vì đò đi ngược dòng đến bến mất 8 giờ nên trong 1 giờ đò đi được $1/8$ quãng sông đó. Đò đi xuôi dòng trở về mất 4 giờ nên trong 1 giờ đò đi được $1/4$ quãng sông đó. Vận tốc đò xuôi dòng hơn vận tốc đò ngược dòng là : $1/4 - 1/8 = 1/8$ (quãng sông đó).

Vì hiệu vận tốc đò xuôi dòng và vận tốc đò ngược dòng chính là 2 lần vận tốc dòng nước nên một giờ khóm bèo trôi được là : $1/8 : 2 = 1/16$ (quãng sông đó).

Thời gian để khóm bèo trôi theo đò về là : $1 : 1/16 = 16$ (giờ).

Cách 2 : Tỉ số giữa thời gian xuôi dòng và thời gian ngược dòng là $4 : 8 = 1/2$ Trên cùng một quãng đường thì vận tốc và thời gian của một chuyển

động tỉ lệ nghịch với nhau nên tỉ số vận tốc xuôi dòng và vận tốc ngược dòng là 2. Vận tốc xuôi dòng hơn vận tốc ngược dòng chính là 2 lần vận tốc dòng nước. Ta có sơ đồ :



Theo sơ đồ ta có vận tốc ngược dòng gấp 2 lần vận tốc dòng nước nên thời gian để cụm bè trôi theo dòng về gấp 2 lần thời gian ngược dòng. Vậy thời gian cụm bè trôi theo dòng về là : $8 \times 2 = 16$ (giờ).

Bài 26 : Một hình chữ nhật có chiều dài gấp 4 lần chiều rộng. Nếu tăng chiều rộng thêm 45 m thì được hình chữ nhật mới có chiều dài vẫn gấp 4 lần chiều rộng. Tính diện tích hình chữ nhật ban đầu.

Bài giải : Khi tăng chiều rộng thêm 45 m thì khi đó chiều rộng sẽ trở thành chiều dài của hình chữ nhật mới, còn chiều dài ban đầu sẽ trở thành chiều rộng của hình chữ nhật mới. Theo đề bài ta có sơ đồ :



Do đó 45 m ứng với số phần là :

$$16 - 1 = 15 \text{ (phần)}$$

Chiều rộng ban đầu là :

$$45 : 15 = 3 \text{ (m)}$$

$$\text{Chiều dài ban đầu là : } 3 \times 4 = 12 \text{ (m)}$$

Diện tích hình chữ nhật ban đầu là :

$$3 \times 12 = 36 \text{ (m}^2\text{)}$$

Bài 27: Bạn An đã có một số bài kiểm tra, bạn đó tính rằng : Nếu được thêm ba điểm 10 và ba điểm 9 nữa thì điểm trung bình của tất cả các bài sẽ là 8. Nếu được thêm một điểm 9 và hai điểm 10 nữa thì điểm trung bình của tất cả các bài là 7,5. Hỏi bạn An đã có tất cả mấy bài kiểm tra ?

Bài giải :

Nếu được thêm ba điểm 10 và ba điểm 9 nữa thì số điểm được thêm là :

$$10 \times 3 + 9 \times 3 = 57 \text{ (điểm)}$$

Để được điểm trung bình của tất cả các bài là 8 thì số điểm phải bù thêm vào cho các bài đã kiểm tra là :

$$57 - 8 \times (3 + 3) = 9 \text{ (điểm)}$$

Nếu được thêm một điểm 9 và hai điểm 10 nữa thì số điểm được thêm là :

$$9 \times 1 + 10 \times 2 = 28 \text{ (điểm)}$$

Để được điểm trung bình của tất cả các bài là 7,5 thì số điểm phải bù thêm vào cho các bài đã kiểm tra là :

$$29 - 7,5 \times (1 + 2) = 6,5 \text{ (điểm)}$$

Như vậy khi tăng điểm trung bình của tất cả các bài từ 7,5 lên 8 thì tổng số điểm của các bài đã kiểm tra sẽ tăng lên là :

$$9 - 6,5 = 2,5 \text{ (điểm)}$$

Hiệu hai điểm trung bình là :

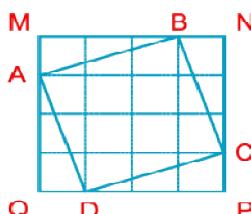
$$8 - 7,5 = 0,5 \text{ (điểm)}$$

Vậy số bài đã kiểm tra của bạn An là :

$$2,5 : 0,5 = 5 \text{ (bài)}$$

Bài 28 : Bạn hãy cắt một hình vuông có diện tích bằng $5/8$ diện tích của một tấm bìa hình vuông cho trước.

Bài giải :



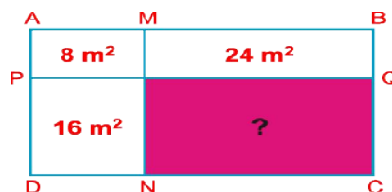
Chia cạnh tấm bìa hình vuông cho trước làm 4 phần bằng nhau (bằng cách gấp đôi liên tiếp). Sau đó cắt theo các đường AB, BC, CD, DA. Các miếng bìa AMB, BNC, CPD, DQA xếp trùng khít lên nhau nên $AB = BC = CD = DA$ (có thể kiểm tra bằng thước đo). Dùng êke kiểm tra các góc của tấm bìa ABCD ta thấy các góc là vuông.

Nếu kẻ bằng bút chì các đường chia tấm bìa ban đầu thành những ô vuông như hình vẽ thì ta có thể thấy :

+ Diện tích tấm bìa MNPQ là 16 ô vuông (ghép 2 hình tam giác với nhau thì được hình chữ nhật gồm 3 hình vuông).

Do đó diện tích hình vuông ABCD là $16 - 6 = 10$ (ô vuông) nên diện tích ô vuông ABCD bằng $10 / 16 = 5 / 8$ diện tích tấm bìa ban đầu.

Bài 29 : Một mảnh đất hình chữ nhật được chia thành 4 hình chữ nhật nhỏ hơn có diện tích được ghi như hình vẽ. Bạn có biết diện tích hình chữ nhật còn lại có diện tích là bao nhiêu hay không ?



Bài giải : Hai hình chữ nhật AMOP và MBQO có chiều rộng bằng nhau và có diện tích hình MBQO gấp 3 lần diện tích hình AMOP ($24 : 8 = 3$ (lần)), do đó chiều dài hình chữ nhật MBQO gấp 3 lần chiều dài hình chữ nhật AMOP

($OQ = PO \times 3$). (1)

Hai hình chữ nhật POND và OQCN có chiều rộng bằng nhau và có chiều dài hình OQCN gấp 3 lần chiều dài hình POND (1). Do đó diện tích hình OQCN gấp 3 lần diện tích hình POND.

Vậy diện tích hình chữ nhật OQCD là : $16 \times 3 = 48$ (cm²).

Bài 30 : Cho $A = 2004 \times 2004 \times \dots \times 2004$ (A gồm 2003 thừa số) và $B = 2003 \times 2003 \times \dots \times 2003$ (B gồm 2004 thừa số). Hãy cho biết $A + B$ có chia hết cho 5 hay không ? Vì sao ?

Bài giải :

$A = (2004 \times 2004 \times \dots \times 2004) \times 2004 = C \times 2004$ (C có 2002 thừa số 2004). C có tận cùng là 6 nhân với 2004 nên A có tận cùng là 4 (vì $6 \times 4 = 24$).

$B = 2003 \times 2003 \times \dots \times 2003$ (gồm 2004 thừa số) $= (2003 \times 2003 \times 2003 \times 2003) \times \dots \times (2003 \times 2003 \times 2003 \times 2003)$. Vì $2004 : 4 = 501$ (nhóm) nên B có 501 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 thừa số 2003. Tận cùng của mỗi nhóm là 1 (vì $3 \times 3 = 9$; $9 \times 3 = 27$; $27 \times 3 = 81$). Vậy tận cùng của $A + B$ là $4 + 1 = 5$. Do đó $A + B$ chia hết cho 5.

Bài 31 : Biết rằng số A chỉ viết bởi các chữ số 9. Hãy tìm số tự nhiên nhỏ nhất mà cộng số này với A ta được số chia hết cho 45.

Bài giải :

Cách 1 : A chỉ viết bởi các chữ số 9 nên:

$$A = \underbrace{999 \dots 999}_{\text{(số 222...222 ít hơn A một chữ số)}} = \underbrace{999 \dots 990}_{\text{(số 222...222 ít hơn A một chữ số)}} + 9 = \underbrace{222 \dots 222}_{\text{(số 222...222 ít hơn A một chữ số)}} \times 45 + 9$$

(số 222...222 ít hơn A một chữ số)

Vậy A chia cho 45 dư 9. Một số nhỏ nhất mà cộng với A để được số chia hết cho 45 thì số đó cộng với 9 phải bằng 45.

Vậy số đó là : $45 - 9 = 36$.

Cách 2 : Gọi số tự nhiên nhỏ nhất cộng vào A là m. Ta có $A + m$ là số chia hết cho 45 hay chia hết cho 5 và 9 (vì $5 \times 9 = 45$; 5 và 9 không cùng chia hết cho một số số nào đó khác 1). Vì A viết bởi các chữ số 9 nên A chia hết cho 9, do đó m chia hết cho 9. $A + m$ chia hết cho 5 khi $A + m$ có tận cùng là 0 hoặc 5 mà A có tận cùng là 9 nên m có tận cùng là 1 hoặc 6. Số nhỏ nhất có tận cùng là 1 hoặc 6 mà chia hết cho 9 là 36.

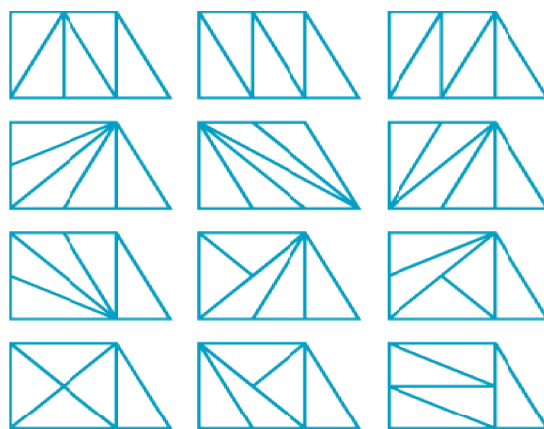
Vậy $m = 36$.

Bài 32 : Cho một hình thang vuông có đáy lớn bằng 3 m, đáy nhỏ và chiều cao bằng 2 m. Hãy chia hình thang đó thành 5 hình tam giác có diện tích bằng nhau. Hãy tìm các kiểu chia khác nhau sao cho số đo chiều cao cũng như số đo đáy của tam giác đều là những số tự nhiên.

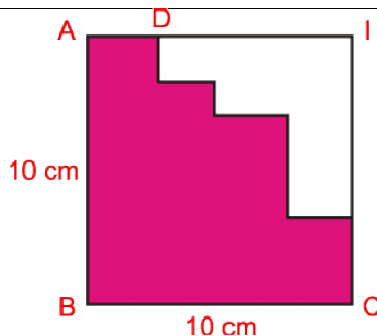
Bài giải : Diện tích hình thang là :

$$(3 + 2) \times 2 : 2 = 5 \text{ (m}^2\text{)}$$

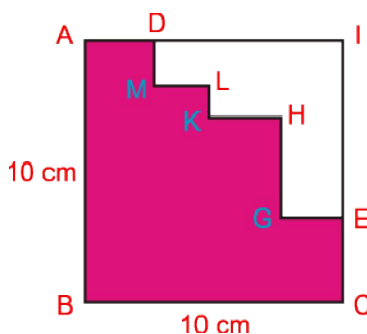
Chia hình thang đó thành 5 tam giác có diện tích bằng nhau thì diện tích một tam giác là : $5 : 5 = 1 \text{ (m}^2\text{)}$. Các tam giác này có chiều cao và số đo đáy là số tự nhiên nên nếu chiều cao là 1m thì đáy là 2 m. Nếu chiều cao là 2 m thì đáy là 1 m. Có nhiều cách chia, TTT chỉ nêu một số cách chia sau :



Bài 33 : Bạn hãy tính chu vi của hình có từ một hình vuông bị cắt mất đi một phần bởi một đường gấp khúc gồm các đoạn song song với cạnh hình vuông.



Bài giải : Ta kí hiệu các điểm như hình vẽ sau :



Nhìn hình vẽ ta thấy :

$$CE + GH + KL + MD = CE + EI = CI.$$

$$EG + HK + LM + DA = ID + DA = IA.$$

Từ đó chu vi của hình tô màu chính là :

$$AB + BC + CE + EG + GH + HK + KL + LM + MD + DA = AB + BC + (CE + GH + KL + MD) + (EG + HK + LM + DA) = AB + BC + CI + IA = AB \times 4.$$

Vậy chu vi của hình tô màu là :

$$10 \times 4 = 40 \text{ (cm)}.$$

Bài 34 : Cho băng giấy gồm 13 ô với số ở ô thứ hai là 112 và số ở ô thứ bảy là 215.

	112				215							
--	-----	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--

Biết rằng tổng của ba số ở ba ô liên tiếp luôn bằng 428. Tính tổng của các chữ số trên băng giấy đó.

Bài giải : Ta chia các ô thành các nhóm 3 ô, mỗi nhóm đánh số thứ tự như sau :

1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
	112					215						

Tổng các số của mỗi nhóm 3 ô liên tiếp là 428. Như vậy ta thấy các số viết ở ô số 1 là 215, ở ô số 2 là 112, ở ô số 3 là :

$$428 - (215 + 112) = 101.$$

Ta có băng giấy ghi số như sau :

1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
215	112	101	215	112	101	215	112	101	215	112	101	215

Tổng các chữ số của mỗi nhóm 3 ô là :

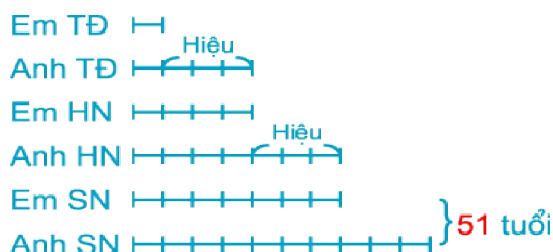
$$2 + 1 + 5 + 1 + 1 + 2 + 1 + 0 + 1 = 14.$$

Có tất cả 4 nhóm 3 ô và một số ở ô số 1 nên tổng các chữ số trên băng giấy là : $14 \times 4 + 2 + 1 + 5 = 64$.

Bài 35 : Tuổi của em tôi hiện nay bằng 4 lần tuổi của nó khi tuổi của anh tôi bằng tuổi của em tôi hiện nay. Đến khi tuổi của em tôi bằng tuổi của anh tôi hiện nay thì tổng số tuổi của hai anh em là 51. Hỏi hiện nay anh tôi, em tôi bao nhiêu tuổi ?

Bài giải : Hiệu số tuổi của hai anh em là một số không đổi.

Ta có sơ đồ biểu diễn số tuổi của hai anh em ở các thời điểm : Trước đây (TĐ), hiện nay (HN), sau này (SN) :



Giá trị một phần là :

$$51 : (7 + 10) = 3 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi em hiện nay là :

$$3 \times 4 = 12 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi anh hiện nay là :

$$3 \times 7 = 21 \text{ (tuổi)}$$

Bài 36 : Tham gia SEA Games 22 môn bóng đá nam vòng loại ở bảng B có bốn đội thi đấu theo thể thức đấu vòng tròn một lượt và tính điểm

theo quy định hiện hành. Kết thúc vòng loại, tổng số điểm các đội ở bảng B là 17 điểm. Hỏi ở bảng B môn bóng đá nam có mấy trận hòa ?

Bài giải :

Bảng B có 4 đội thi đấu vòng tròn nên số trận đấu là : $4 \times 3 : 2 = 6$ (trận)

Mỗi trận thắng thì đội thắng được 3 điểm đội thua thì được 0 điểm nên tổng số điểm là : $3 + 0 = 3$ (điểm). Mỗi trận hòa thì mỗi đội được 1 điểm nên tổng số điểm là : $1 + 1 = 2$ (điểm).

Cách 1 : Giả sử 6 trận đều thắng thì tổng số điểm là : $6 \times 3 = 18$ (điểm). Số điểm dôi ra là : $18 - 17 = 1$ (điểm). Sở dĩ dôi ra 1 điểm là vì một trận thắng hơn một trận hòa là : $3 - 2 = 1$ (điểm). Vậy số trận hòa là : $1 : 1 = 1$ (trận)

Cách 2 : Giả sử 6 trận đều hòa thì số điểm ở bảng B là : $6 \times 2 = 12$ (điểm). Số điểm ở bảng B bị hụt đi : $17 - 12 = 5$ (điểm). Sở dĩ bị hụt đi 5 điểm là vì mỗi trận hòa kém mỗi trận thắng là : $3 - 2 = 1$ (điểm). Vậy số trận thắng là : $5 : 1 = 5$ (trận). Số trận hòa là : $6 - 5 = 1$ (trận).

Bài 37 : Một cửa hàng có ba thùng A, B, C để đựng dầu. Trong đó thùng A đựng đầy dầu còn thùng B và C thì đang để không. Nếu đổ dầu ở thùng A vào đầy thùng B thì thùng A còn $\frac{2}{5}$ thùng. Nếu đổ dầu ở thùng A vào đầy thùng C thì thùng A còn $\frac{5}{9}$ thùng. Muốn đổ dầu ở thùng A vào đầy cả thùng B và thùng C thì phải thêm 4 lít nữa. Hỏi mỗi thùng chứa bao nhiêu lít dầu ?

Bài giải :

So với thùng A thì thùng B có thể chứa được số dầu là :

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \text{ (thùng A).}$$

Thùng C có thể chứa được số dầu là :

$$1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9} \text{ (thùng A).}$$

Cả 2 thùng có thể chứa được số dầu nhiều hơn thùng A là :

$$(\frac{3}{5} + \frac{4}{9}) - 1 = \frac{2}{45} \text{ (thùng A).}$$

$\frac{2}{45}$ số dầu thùng A chính là 4 lít dầu.

Do đó số dầu ở thùng A là :

$$4 : \frac{2}{45} = 90 \text{ (lít).}$$

Thùng B có thể chứa được là :

$$90 \times \frac{3}{5} = 54 \text{ (lít).}$$

Thùng C có thể chứa được là :

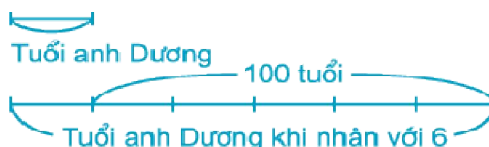
$$90 \times \frac{4}{9} = 40 \text{ (lít).}$$

Bài 38 : Hải hỏi Dương : “Anh phải hơn 30 tuổi phải không ?”. Anh Dương nói : “Sao già thế ! Nếu tuổi của anh nhân với 6 thì được số có

ba chữ số, hai chữ số cuối chính là tuổi anh”. Các bạn cùng Hải tính tuổi của anh Dương nhé.

Bài giải :

Cách 1 : Tuổi của anh Dương không quá 30, khi nhân với 6 sẽ là số có 3 chữ số. Vậy chữ số hàng trăm của tích là 1. Hai chữ số cuối của số có 3 chữ số chính là tuổi anh. Vậy tuổi anh Dương khi nhân với 6 hơn tuổi anh Dương là 100 tuổi. Ta có sơ đồ :



Tuổi của anh Dương là :

$$100 : (6 - 1) = 20 \text{ (tuổi)}$$

Cách 2 : Gọi tuổi của anh Dương là $\overline{ab}$ ($a > 0$, a, b là chữ số)

Vì $\overline{ab}$ không quá 30 nên khi nhân với 6 sẽ được số có ba chữ số mà chữ số hàng trăm là 1. Ta có phép tính :

$$\overline{ab} \times 6 = \overline{1ab}$$

$$\overline{ab} \times 6 = 100 + \overline{ab} \text{ (phân tích số)}$$

$$\overline{ab} \times 5 = 100 \text{ (bớt cả 2 vế đi 1 lần } \overline{ab})$$

$$\overline{ab} = 100 : 5 \text{ (tìm thừa số chưa biết)}$$

$$\overline{ab} = 20.$$

Vậy tuổi của anh Dương là 20.

Bài 39 : ở SEA Games 22 vừa qua, chị Nguyễn Thị Tĩnh giành Huy chương vàng ở cự li 200 m. Biết rằng chị chạy 200 m chỉ mất $23\frac{19}{60}$ giây. Bạn hãy cho biết chị chạy 400 m hết bao nhiêu giây ?

Bài giải :

Kết quả thi đấu ở SEA Games 22 đã cho biết : Chị Nguyễn Thị Tĩnh chạy cự li 400 m với thời gian là 51 giây 82.

Nhận xét : Dụng ý của người ra đề là muốn các bạn giải toán lưu ý đến tính thực tế của đề toán. Đề toán đọc lên cứ như là *loại toán về tương quan tỉ lệ thuận*. Đa số các bạn đều tưởng như vậy nên đã giải sai, ra đáp số là $46\frac{19}{60}$ giây (!).

Bài 40 : Hãy khám phá “bí mật” của hình vuông rồi điền nốt bốn số tự nhiên còn thiếu vào ô trống.

?	3	2	?
5	10	11	8
9	6	7	12
?	15	14	?

a	3	2	b
5	10	11	8
9	6	7	12
d	15	14	c

Bài giải : “Bí mật” của hình vuông là tổng các số hàng ngang, hàng dọc và đường chéo của hình vuông đều bằng 34 (các bạn tự kiểm tra lại).

Gọi các số cần tìm ở 4 góc của hình vuông là a, b, c, d. ở hàng ngang đầu tiên, ta có : $a + 3 + 2 + b = 34$, từ đó $a + b = 34 - 5 = 29$ (1).

ở cột dọc đầu tiên ta có : $a + 5 + 9 + d = 34$, từ đó $a + d = 34 - 14 = 20$ (2).

Từ (1) và (2) ta có : $a + b - (a + d) = 29 - 20 = 9$ hay $b - d = 9$ (3).

ở một đường chéo, ta lại có : $b + 6 + 11 + d = 34$, từ đó $b + d = 34 - 17 = 17$ (4).

Từ (3) và (4) ta có : $(b - d) + (b + d) = 9 + 17$ hay $b + b = 26$; $b = 13$.

Vì $b + d = 17$ nên $d = 17 - 13 = 4$.

Vì $a + b = 29$ nên $a = 29 - 13 = 16$.

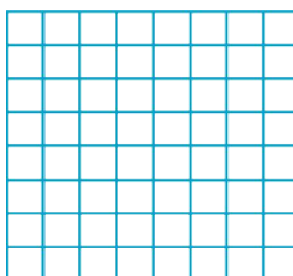
ở đường chéo thứ hai, ta có $a + 10 + 7 + c = 34$ hay $a + c = 34 - 17 = 17$.

Từ đó $c = 17 - 16 = 1$. Thay a, b, c, d bằng các số vừa tìm được ta có hình vuông sau :

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Nhận xét : Hình vuông trên gọi là hình vuông kì ảo (hoặc ma phương) cấp 4. Người ta đã nhìn thấy nó lần đầu tiên trong bản khắc của họa sĩ Duy-rơ năm 1514. Các bạn có thể thấy : Tổng bốn số trong bốn ô ở bốn góc cũng bằng 34.

Bài 41 : Bạn có thể cắt hình này :



thành 16 hình:



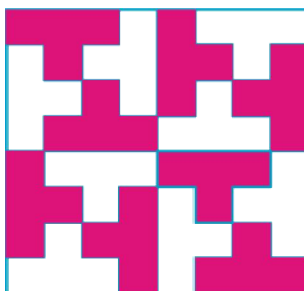
Bạn hãy nói rõ cách cắt nhé !

Bài giải : Tổng số ô vuông là :

$$8 \times 8 = 64 \text{ (ô)}$$

Khi ta cắt hình vuông ban đầu thành các phần nhỏ (hình chữ T), mỗi phần gồm 4 ô vuông thì sẽ được số hình là : $64 : 4 = 16$ (hình)

Ta có thể cắt theo nhiều cách khác nhau. Xin nêu một cách cắt như sau :



Bài 42 : Cho hình vuông như hình vẽ. Em hãy thay các chữ bởi các số thích hợp sao cho tổng các số ở các ô thuộc hàng ngang, cột dọc, đường chéo đều bằng nhau.

a	35	b
9	g	39
d	13	c

Bài giải : Vì tổng các số ở hàng ngang, cột dọc, đường chéo đều bằng nhau nên ta có :

$a + 35 + b = a + 9 + d$ hay $26 + b = d$ (cùng trừ 2 vế đi a và 9). Do đó $d - b = 26$.
 $b + g + d = 35 + g + 13$ hay $b + d = 48$. Vậy $b = (48 - 26) : 2 = 11$, $d = 48 - 11 = 37$.
 $d + 13 + c = d + 9 + a$ hay $4 + c = a$ (cùng trừ 2 vế đi d và 9). Do đó $a - c = 4$,
 $a + g + c = 9 + g + 39$ hay $a + c = 9 + 39$ (cùng trừ 2 vế đi g), do đó $a + c = 48$.
Vậy $c = (48 - 4) : 2 = 22$, $a = 22 + 4 = 26$.
 $35 + g + 13 = a + 35 + b = 26 + 35 + 11 = 72$.
Do đó $48 + g = 72$; $g = 72 - 48 = 24$.
Thay $a = 26$, $b = 11$, $c = 22$, $d = 37$, $g = 24$ vào hình vẽ ta có :

26	35	11
9	24	39
37	13	22

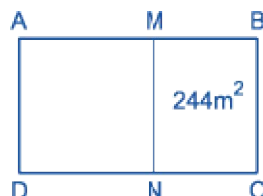
Bài 43 : Số chữ số dùng để đánh số trang của một quyển sách bằng đúng 2 lần số trang của cuốn sách đó. Hỏi cuốn sách đó có bao nhiêu trang ?

Bài giải : Để số chữ số bằng đúng 2 lần số trang quyển sách thì trung bình mỗi trang phải dùng hai chữ số. Từ trang 1 đến trang 9 có 9 trang gồm một chữ số, nên còn thiếu 9 chữ số. Từ trang 10 đến trang 99 có 90 trang, mỗi trang đủ hai chữ số. Từ trang 100 trở đi mỗi trang có 3 chữ số, mỗi trang thừa một chữ số, nên phải có 9 trang để “bù” đủ cho 9 trang gồm một chữ số.

Vậy quyển sách có số trang là :
 $9 + 90 + 9 = 108$ (trang).

Bài 44 : Người ta ngăn thửa đất hình chữ nhật thành 2 mảnh, một mảnh hình vuông, một mảnh hình chữ nhật. Biết chu vi ban đầu hơn chu vi mảnh đất hình vuông là 28 m. Diện tích của thửa đất ban đầu hơn diện tích hình vuông là 224 m². Tính diện tích thửa đất ban đầu.

Bài giải :



Nửa chu vi hình ABCD hơn nửa chu vi hình AMND là :

$$28 : 2 = 14 \text{ (m)}.$$

Nửa chu vi hình ABCD là $AD + AB$.

Nửa chu vi hình AMND là $AD + AM$.

$$\text{Do đó : } MB = AB - AM = 14 \text{ (m)}.$$

Chiều rộng BC của hình ABCD là :

$$224 : 14 = 16 \text{ (m)}$$

Chiều dài AB của hình ABCD là :

$$16 + 14 = 30 \text{ (m)}$$

Diện tích hình ABCD là :

$$30 \times 16 = 480 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Bài 45 : Trong một hội nghị có 100 người tham dự, trong đó có 10 người không

biết tiếng Nga và tiếng Anh, có 75 người biết tiếng Nga và 83 người biết Tiếng Anh. Hỏi trong hội nghị có bao nhiêu người biết cả 2 thứ tiếng Nga và Anh ?

Bài giải : Cách 1 : Số người biết ít nhất 1 trong 2 thứ tiếng Nga và Anh là :

$$100 - 10 = 90 \text{ (người).}$$

Số người chỉ biết tiếng Anh là :

$$90 - 75 = 15 \text{ (người)}$$

Số người biết cả tiếng Nga và tiếng Anh là :

$$83 - 15 = 68 \text{ (người)}$$

Cách 2 : Số người biết ít nhất một trong 2 thứ tiếng là :

$$100 - 10 = 90 \text{ (người).}$$

Số người chỉ biết tiếng Nga là :

$$90 - 83 = 7 \text{ (người).}$$

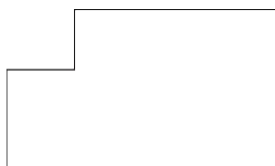
Số người chỉ biết tiếng Anh là :

$$90 - 75 = 15 \text{ (người).}$$

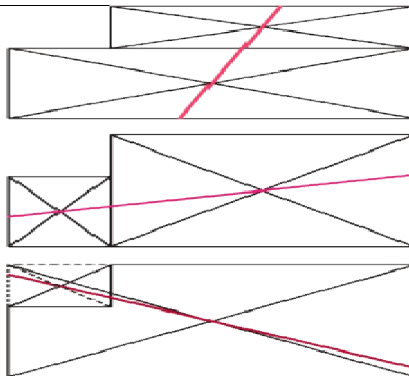
Số người biết cả 2 thứ tiếng Nga và Anh là :

$$90 - (7 + 15) = 68 \text{ (người)}$$

Bài 46 : Một hình chữ nhật đã bị cắt đi một hình vuông ở một góc. Chỉ cần một nhát cắt thẳng, bạn hãy chia phần còn lại thành 2 phần có diện tích bằng nhau.



Giải : Chỉ cần các bạn biết được tính chất: Mọi đường thẳng đi qua tâm của hình chữ nhật để chia hình chữ nhật thành hai hình có diện tích bằng nhau. Có thể chia được bằng nhiều cách:



Bài 47 : Cho biết : $4 \times 396 \times 0,25 : (x + 0,75) = 1,32$.

Hãy tìm cách đặt thêm một dấu phẩy vào chỗ nào đó trong đẳng thức trên để giá trị của x giảm 297 đơn vị.

Bài giải :

Theo đề bài : $4 \times 396 \times 0,25 : (x + 0,75) = 1,32$; vì $4 \times 0,25 = 1$ nên ta có :

$396 : (x + 0,75) = 1,32$ hay $x + 0,75 = 396 : 1,32 = 300$.

Khi x giảm đi 297 đơn vị thì tổng $x + 0,75$ cũng giảm đi 297 đơn vị, tức là $x + 0,75 = 300 - 297 = 3$ hay $x = 3 - 0,75 = 2,25$. Trong đẳng thức $x + 0,75 = 396 : 1,32$; để $x = 2,25$ thì phải thêm dấu phẩy vào số 396 để có số 3,96.

Như vậy cần đặt thêm dấu phẩy vào giữa chữ số 3 và 9 của số 396 để x giảm đi 297 đơn vị. Các bạn có thể thử lại.

Bài 48 : Điền đủ 9 chữ số : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 vào 9 ô trống sau để được phép tính đúng :

$$\square \times \square \square = \square \square \square - \square \square \times \square$$

Bài giải : Bài toán chỉ có bốn cách điền như sau :

$$2 \times 78 = 156 = 39 \times 4$$

$$4 \times 39 = 156 = 78 \times 2$$

$$3 \times 58 = 174 = 29 \times 6$$

$$6 \times 29 = 174 = 58 \times 3$$

Bài 49 : Tính tuổi của ông biết: Thời niên thiếu chiếm $\frac{1}{5}$ quãng đời của ông, $\frac{1}{8}$ quãng đời còn lại là tuổi sinh viên, $\frac{1}{7}$ số tuổi còn lại ông được học ở trường quân đội. Tiếp theo ông được rèn luyện 7 năm liền và sau đó được vinh dự trực tiếp đánh Mĩ. Như vậy thời gian đánh Mĩ vừa tròn $\frac{1}{2}$ quãng đời của ông.

Bài giải : Phần số chỉ số tuổi còn lại sau thời niên thiếu của ông là : $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

(số tuổi ông)

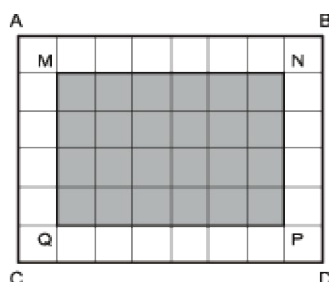
Thời sinh viên của ông có số năm là :

$$4/5 \times 1/8 = 1/10 \text{ (số tuổi ông)}$$

Số năm còn lại sau thời sinh viên của ông là : $4/5 - 1/10 = 7/10$ (số tuổi ông) Số năm học ở trường quân đội của ông là : $7/10 \times 1/7 = 1/10$ (số tuổi ông)

Do đó: 7 năm rèn luyện của ông là : $1 - (1/5 + 1/10 + 1/10 + 1/2) = 1/10$ (số tuổi ông) Suy ra số tuổi của ông là : $7 : 1/10 = 70$ (tuổi).

Bài 50 : Một miếng bìa hình chữ nhật, có chiều rộng 30 cm, chiều dài 40 cm. Người ta muốn cắt đi một hình chữ nhật nằm chính giữa miếng bìa trên sao cho cạnh của hai hình chữ nhật song song và cách đều nhau, đồng thời diện tích cắt đi bằng $1/2$ diện tích miếng bìa ban đầu. Hỏi hai cạnh tương ứng của hai hình chữ nhật ban đầu và cắt đi cách nhau bao nhiêu ?



Bài giải : Chia miếng bìa ABCD thành các ô vuông, mỗi ô vuông có cạnh là 5 cm. Số ô vuông của miếng bìa đó là : $8 \times 6 = 48$ (ô vuông).

Số ô vuông của hình chữ nhật MNPQ là : $6 \times 4 = 24$ (ô vuông)

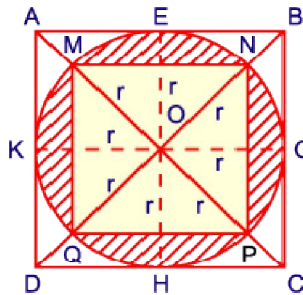
Vì $48 : 24 = 2$ (lần) nên hình chữ nhật MNPQ có diện tích đúng bằng diện tích hình cắt đi. Mặt khác các cạnh của hình chữ nhật MNPQ song song và cách đều các cạnh tương ứng của miếng bìa ABCD. Vì vậy hình MNPQ đúng là hình chữ nhật bị cắt đi. Mỗi cặp cạnh tương ứng của hình ABCD và MNPQ cách nhau 5 cm.

150 bài toán Bồi dưỡng Học sinh giỏi Lớp 5

(từ bài 51 đến bài 100)

Bài 51: Cho hai hình vuông ABCD và MNPQ như trong hình vẽ. Biết BD = 12 cm. Hãy tính diện tích phần gạch chéo.

Bài giải : Diện tích tam giác ABD là :
 $(12 \times (12 : 2)) / 2 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$
 Diện tích hình vuông ABCD là :
 $36 \times 2 = 72 \text{ (cm}^2\text{)}$
 Diện tích hình vuông AEOK là :



$72 : 4 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$
 Do đó : $OE \times OK = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $r \times r = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$
 Diện tích hình tròn tâm O là :
 $18 \times 3,14 = 56,92 \text{ (cm}^2\text{)}$
 Diện tích tam giác MON = $r \times r : 2 = 18 : 2 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$
 Diện tích hình vuông MNPQ là :
 $9 \times 4 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$
 Vậy diện tích phần gạch chéo là :
 $56,92 - 36 = 20,92 \text{ (cm}^2\text{)}$

Bài 52: Bạn Toàn nhân một số với 2002 nhưng “đăng trí” quên viết 2 chữ số 0 của số 2002 nên kết quả “bị” giảm đi 3965940 đơn vị. Toàn đã định nhân số nào với 2002 ?

Bài giải : Vì "đăng trí" nên bạn Toàn đã nhân nhầm số đó với 22.
 Thừa số thứ hai bị giảm đi số đơn vị là : $2002 - 22 = 1980 \text{ (đơn vị)}$.
 Do đó kết quả bị giảm đi 1980 lần thừa số thứ nhất, và bằng 3965940 đơn vị.
 Vậy thừa số thứ nhất là : $3965940 : 1980 = 2003$.

Bài 53 : Người ta cộng 5 số và chia cho 5 thì được 138. Nếu xếp các số theo thứ tự lớn dần thì cộng 3 số đầu tiên và chia cho 3 sẽ được 127, cộng 3 số cuối và chia cho 3 sẽ được 148. Bạn có biết số đứng giữa theo thứ tự trên là số nào không ?

Bài giải : 138 là trung bình cộng của 5 số, nên tổng 5 số là : $138 \times 5 = 690$.

Tổng của ba số đầu tiên là : $127 \times 3 = 381$.

Tổng của ba số cuối cùng là : $148 \times 3 = 444$.

Tổng của hai số đầu tiên là : $690 - 444 = 246$.

Số ở giữa là số đứng thứ ba, nên số ở giữa là : $381 - 246 = 135$.

Bài 54 : Cho bảng ô vuông gồm 10 dòng và 10 cột. Hai bạn Tín và Nhi tô màu các ô, mỗi ô một màu trong 3 màu : xanh, đỏ, tím. Bạn Tín bảo : "Lần nào tô xong hết các ô cũng có 2 dòng mà trên 2 dòng đó có một màu tô số ô dòng này bằng tô số ô dòng kia". Bạn Nhi bảo : "Tớ phát hiện ra bao giờ cũng có 2 cột được tô như thế".

Nào, bạn hãy cho biết ai đúng, ai sai ?

Bài giải : Giả sử số ô tô màu đỏ ở tất cả các dòng đều khác nhau mà mỗi dòng có 10 ô nên số ô được tô màu đỏ ít nhất là :
 $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$ (ô).
Lí luận tương tự với màu xanh, màu tím ta cũng có kết quả như vậy.
Do đó bảng sẽ có ít nhất $45 + 45 + 45 = 135$ (ô). Điều này mâu thuẫn với bảng chỉ có 100 ô.
Chúng tỏ ít nhất phải có 2 dòng mà số ô tô bởi cùng một màu là như nhau.
Đối với các cột, ta cũng lập luận tương tự như trên. Do đó cả hai bạn đều nói đúng.

Bài 55 : Tìm 4 số tự nhiên có tổng bằng 2003. Biết rằng nếu xóa bỏ chữ số hàng đơn vị của số thứ nhất ta được số thứ hai. Nếu xóa bỏ chữ số hàng đơn vị của số thứ hai ta được số thứ ba. Nếu xóa bỏ chữ số hàng đơn vị của số thứ ba ta được số thứ tư.

Bài giải : Số thứ nhất không thể nhiều hơn 4 chữ số vì tổng 4 số bằng 2003. Nếu số thứ nhất có ít hơn 4 chữ số thì sẽ không tồn tại số thứ tư. Vậy số thứ nhất phải có 4

chữ số.

Gọi số thứ nhất là $abcd$ ($a > 0, a, b, c, d < 10$). Số thứ hai, số thứ ba, số thứ tư lần lượt sẽ là : $abc ; ab ; a$. Theo bài ra ta có phép tính :

$$abcd + abc + ab + a = 2003.$$

Theo phân tích cấu tạo số ta có : $aaaa + bbb + cc + d = 2003$ (*)

Từ phép tính (*) ta có $a < 2$, nên $a = 1$. Thay $a = 1$ vào (*) ta được :

$$1111 + bbb + cc + d = 2003.$$

$$bbb + cc + d = 2003 - 1111$$

$$bbb + cc + d = 892 (**)$$

$b > 7$ vì nếu b nhỏ hơn hoặc bằng 7 thì $bbb + cc + d$ nhỏ hơn 892 ; $b < 9$ vì nếu $b = 9$ thì $bbb = 999 > 892$. Suy ra b chỉ có thể bằng 8.

Thay $b = 8$ vào (**) ta được :

$$888 + cc + d = 892$$

$$cc + d = 892 - 888$$

$$cc + d = 4$$

Từ đây suy ra c chỉ có thể bằng 0 và $d = 4$.

Vậy số thứ nhất là 1804, số thứ hai là 180, số thứ ba là 18 và số thứ tư là 1.

Thử lại : $1804 + 180 + 18 + 1 = 2003$ (đúng)

Bài 56 : Một người mang ra chợ 5 giỏ táo gồm hai loại. Số táo trong mỗi giỏ lần lượt là : 20 ; 25 ; 30 ; 35 và 40. Mỗi giỏ chỉ đựng một loại táo. Sau khi bán hết một giỏ táo nào đó, người ấy thấy rằng : Số táo loại 2 còn lại đúng bằng nửa số táo loại 1. Hỏi số táo loại 2 còn lại là bao nhiêu ?

Bài giải : Số táo người đó mang ra chợ là :

$$20 + 25 + 30 + 35 + 40 = 150 \text{ (quả)}$$

Vì số táo loại 2 còn lại đúng bằng nửa số táo loại 1 nên sau khi bán, số táo còn lại phải chia hết cho 3.

Vì tổng số táo mang ra chợ là 150 quả chia hết cho 3 nên số táo đã bán phải chia hết cho 3. Trong các số 20, 25, 30, 35, 40 chỉ có 30 chia hết cho 3. Do vậy người ấy đã bán giỏ táo đựng 30 quả.

Tổng số táo còn lại là :

$$150 - 30 = 120 \text{ (quả)}$$

Ta có sơ đồ biểu diễn số táo của loại 1 và loại 2 còn lại :

Số táo loại 2
 Số táo loại 1 } 120 quả

Số táo loại 2 còn lại là :

$$120 : (2 + 1) = 40 \text{ (quả)}$$

Vậy người ấy còn lại giỏ đựng 40 quả chính là số táo loại 2 còn lại.

Đáp số : 40 quả

Bài 57 : Không được thay đổi vị trí của các chữ số đã viết trên bảng : 8 7 6 5 4 3 2 1 mà chỉ được viết thêm các dấu cộng (+), bạn có thể cho được kết quả của dãy phép tính là 90 được không ?

Bài giải : Có hai cách điền :

$$8 + 7 + 65 + 4 + 3 + 2 + 1 = 90$$

$$8 + 7 + 6 + 5 + 43 + 21 = 90$$

Để tìm được hai cách điền này ta có thể có nhận xét sau :

$$\text{Tổng } 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36 ; 90 - 36 = 54.$$

Như vậy muốn có tổng 90 thì trong các số hạng phải có một hoặc hai số là số có hai chữ số. Nếu số có hai chữ số đó là 87 hoặc 76 mà $87 > 54$, $76 > 54$ nên không thể được. Nếu số có hai chữ số là 65 ; $65 + 36 - 6 - 5 = 90$, ta có thể điền :

$$8 + 7 + 65 + 4 + 3 + 2 + 1 = 90.$$

Nếu số có hai chữ số là 54 thì cũng không thể có tổng là 90 được vì $54 + 36 - 5 - 4 < 90$.

Nếu số có hai chữ số là 43 ; $43 < 54$ nên cũng không thể được. Nếu trong tổng có 2 số có hai chữ số là 43 và 21 thì ta có $43 + 21 - (4 + 3 + 2 + 1) = 54$. Như vậy ta có thể điền:

$$8 + 7 + 6 + 5 + 43 + 21 = 90.$$

Bài 58 : Cho phân số

$$M = (1 + 2 + \dots + 9) / (11 + 12 + \dots + 19).$$

Hãy bớt một số hạng ở tử số và một số hạng ở mẫu số sao cho giá trị phân số không thay đổi.

Tóm tắt bài giải :

$$M = (1 + 2 + \dots + 9) / (11 + 12 + \dots + 19) = 45 / 135 = 1/3.$$

Theo tính chất của hai tỉ số bằng nhau thì $45/135 = (45 - k)/(135 - k \times 3)$ (k là số tự nhiên nhỏ hơn 45). Do đó ở tử số của M bớt đi 4 ; 5 ; 6 thì tương ứng ở mẫu số phải bớt đi 12 ; 15 ; 18.

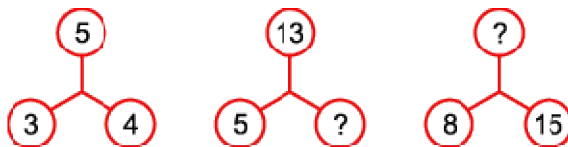
Bài 59 :

*Chỉ có một chiếc ca
Đựng đầy vừa một lít
Bạn hãy mau cho biết
Đong nửa lít thế nào ?*

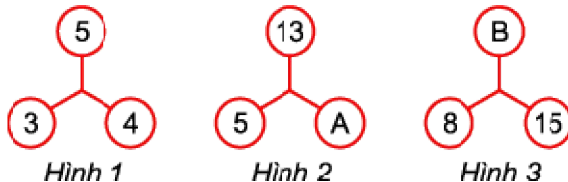
Bài giải :

Ai khéo tay tinh mắt
Nghiêng ca như hình trên
Sẽ đạt yêu cầu liền
Trong ca : đúng nửa lít !

Bài 60 : Điền số thích hợp theo mẫu :



Bài giải : Bài này có hai cách điền :



Cách 1 : Theo hình 1, ta có 4 là trung bình cộng của 3 và 5 (vì $(3 + 5) : 2 = 4$).
Khi đó ở hình 2, gọi A là số cần điền, ta có A là trung bình cộng của 5 và 13.
Do đó $A = (5 + 13) : 2 = 9$.
ở hình 3, gọi B là số cần điền, ta có 15 là trung bình cộng của 8 và B.
Do đó $8 + B = 15 \times 2$. Từ đó tìm được $B = 22$.

Cách 2 : Theo hình 1, ta có
 $3 \times 3 + 4 \times 4 = 5 \times 5$.

Khi đó ở hình 2 ta có :

$$5 \times 5 + A \times A = 13 \times 13.$$

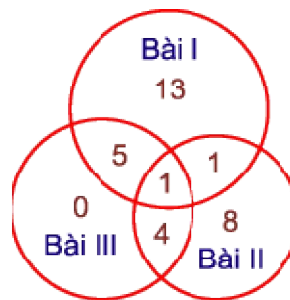
suy ra $A \times A = 144$. Vậy $A = 12$ (vì $12 \times 12 = 144$).

ở hình 3 ta có : $8 \times 8 + 15 \times 15 = B \times B$.

suy ra $B \times B = 289$. Vậy $B = 17$ (vì $17 \times 17 = 289$).

Bài 61 : Cả lớp 4A phải làm một bài kiểm tra toán gồm có 3 bài toán. Giáo viên chủ nhiệm lớp báo cáo với nhà trường rằng : cả lớp mỗi em đều làm được ít nhất một bài, trong lớp có 20 em giải được bài toán thứ nhất, 14 em giải được bài toán thứ hai, 10 em giải được bài toán thứ ba, 5 em giải được bài toán thứ hai và thứ ba, 2 em giải được bài toán thứ nhất và thứ hai, có mỗi một em được 10 điểm vì đã giải được cả ba bài. Hỏi rằng lớp học đó có bao nhiêu em tất cả ?

Bài giải :



Mỗi hình tròn để ghi số bạn giải đúng một bài nào đó. Vì chỉ có một bạn giải đúng 3 bài nên điền số 1 vào phần chung của 3 hình tròn. Số bạn giải đúng bài I và bài II là 2 nên phần chung của hai hình tròn này mà không chung với hình tròn còn lại sẽ được ghi số 1 (vì $2 - 1 = 1$). Tương tự, ta ghi được các số vào các phần còn lại. Số học sinh lớp 4A chính là tổng các số đã điền vào các phần :

$$13 + 5 + 1 + 1 + 4 + 8 + 0 = 32 \text{ (HS)}$$

Bài 62 : Bạn hãy điền các số từ 1 đến 9 vào các ô trống để các phép tính đều thực hiện đúng (cả hàng dọc và hàng ngang).

	+		-		= 2
+		x		+	
	+		-		= 4
:		-		:	
	+		:		= 2
= 6		= 4		= 5	

Bài giải : Ta đặt tên cho các số phải tìm như trong bảng. Các số điền vào ô trống là các số có 1 chữ số nên tổng các số lớn nhất chỉ có thể là 17.

A	+	B	-	C	= 2
+		x		+	
D	+	E	-	G	= 4
:		-		:	
H	+	K	:	M	= 2
= 6		= 4		= 5	

ở cột 1, có $A + D : H = 6$, nên H chỉ có thể lớn nhất là 2.

Cột 5 có $C + G : M = 5$ nên M chỉ có thể lớn nhất là 3.

* Nếu $H = 1$ thì $A + D = 6 = 2 + 4$, do đó $M = 3$ và $H + K = 2 \times 3 = 6 = 1 + 5$.

$K = 5$ thì $B \times E = 4 + 5 = 9$, như thế chỉ có thể B hoặc E bằng 1, điều đó chứng tỏ H không thể bằng 1.

* Nếu $H = 2$ thì M phải bằng 1 hoặc 3; nếu $M = 1$ thì $H + K = 2$, như vậy $K = 0$, điều này cũng không thể được.

Vậy $M = 3$; $H + K = 6$ thì $K = 4$.

$H = 2$ thì $A + D = 12 = 5 + 7$; như vậy $A = 5, D = 7$ hoặc $D = 5, A = 7$.

$K = 4$ thì $B \times E = 4 + 4 = 8 = 1 \times 8$; như vậy $B = 1, E = 8$ hoặc $E = 1, B = 8$.

$M = 3$ thì $C + G = 15 = 6 + 9$; như vậy $C = 6, G = 9$ hoặc $G = 6, C = 9$; G chỉ có thể bằng 9 vì nếu $G = 6$ thì $D + E = 10$, mà trong các số 1, 5, 7, 8 không có hai số nào có tổng bằng 10. Vậy $C = 6$ và $A + B = 8$, như vậy B chỉ có thể bằng 1, $A = 7$ thì $D = 5$ và $E = 8$.

Các số điền vào bảng như hình sau.

7	+	1	-	6	= 2
+		x		+	
5	+	8	-	9	= 4
:		-		:	
2	+	4	:	3	= 2
= 6		= 4		= 5	

Bài 63 : $S = 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 + 1/6 + 1/7 + 1/8$ có phải là số tự nhiên không ? Vì sao ?

Bài giải : Các bạn đã giải theo 3 hướng sau đây :

Hướng 1 : Tính $S = 1 \frac{201}{280}$

Hướng 2 : Khi qui đồng mẫu số để tính S thì mẫu số chung là số chẵn. Với mẫu số chung này thì $1/2$; $1/3$; $1/4$; $1/5$; $1/6$; $1/7$ sẽ trở thành các phân số mà tử số là số chẵn, chỉ có $1/8$ là trở thành phân số mà tử số là số lẻ. Vậy S là một phân số có tử số

là số lẻ và mẫu số là số chẵn nên S không phải là số tự nhiên.

Hướng 3 : Chứng minh $5/4 < S < 2$

Thật vậy $1/3 + 1/4 + 1/5 + 1/6 + 1/7 + 1/8 > 6 \times 1/8 = 3/4$

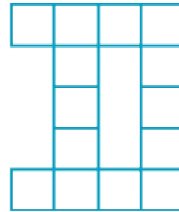
nên $S > 3/4 + 1/2 = 5/4$

Mặt khác : $1/4 + 1/5 + 1/6 + 1/7 < 4 \times 1/4 = 1$

nên $S < 1 + 1/2 + 1/3 + 1/8 = 1 + 1/2 + 11/24 < 2$

Vì $5/4 < S < 2$ nên S không phải là số tự nhiên.

Bài 64 : Bạn hãy điền đủ các số từ 1 đến 14 vào các ô vuông sao cho tổng 4 số ở mỗi hàng ngang hay tổng 5 số ở mỗi cột dọc đều là 30.

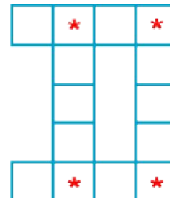


Bài giải : Tổng các số từ 1 đến 14 là : $(14 + 1) \times 14 : 2 = 105$.

Tổng các số của 4 hàng là : $30 \times 4 = 120$.

Tổng bốn số ở bốn ô có dấu * là : $120 - 105 = 15$.

Cặp bốn số ở bốn ô có dấu * là một trong các trường hợp sau :



$$15 = 1 + 2 + 3 + 9 \quad (1)$$

$$= 1 + 2 + 4 + 8 \quad (2)$$

$$= 1 + 2 + 5 + 7 \quad (3)$$

$$= 1 + 3 + 4 + 7 \quad (4)$$

$$= 1 + 3 + 5 + 6 \quad (5)$$

$$= 2 + 3 + 4 + 6 \quad (6)$$

Từ mỗi trường hợp này có thể tạo nên nhiều cách sắp xếp các số khác nhau.

13	1	14	2
	11		12
	4		6
	5		7
8	9	10	3

Bài 65: Căn phòng có 4 bức tường, trên mỗi bức tường treo 3 lá cờ mà khoảng cách giữa 3 lá cờ trên một bức tường là như nhau. Bạn có biết căn phòng treo mấy lá cờ không ?

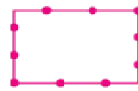
Bài giải: Để đơn giản, ta sẽ treo tất cả các lá cờ ở độ cao ngang nhau trên cả 4 bức tường. Khi đó cách treo cờ sẽ giống như bài toán trồng cây. Ta có 5 cách trồng ứng với số lá cờ là 8, 9, 10, 11, 12 lá cờ như sau (coi mỗi lá cờ là một điểm chấm tròn):



8 lá cờ



9 lá cờ



10 lá cờ

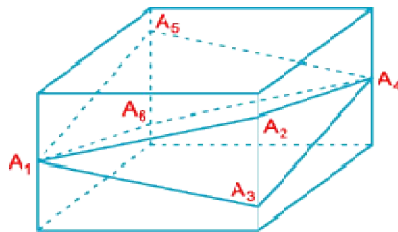


11 lá cờ

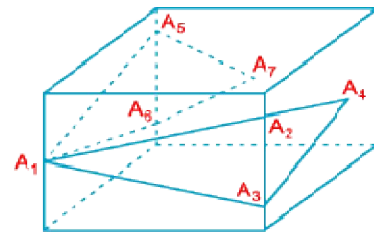


12 lá cờ

Nếu các lá cờ được treo ở độ cao khác nhau trên mỗi bức tường thì vị trí 3 lá cờ trên một bức tường sẽ tạo thành 3 đỉnh của một hình tam giác đều. Khi đó ta sẽ có các cách treo khác ứng với số lá cờ là 6,] 7, 8, 9, 10, 11, 12 lá cờ. Xin nêu ra 2 cách treo ứng với số lá cờ là 6 lá và 7 lá như sau:



6 lá cờ



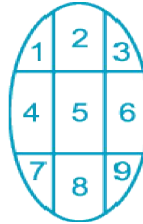
7 lá cờ

Vậy số lá cờ trong căn phòng có thể từ 6 đến 12 lá cờ.

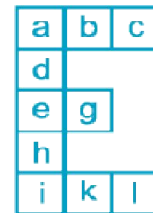
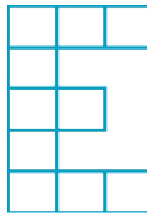
Bài 66: Lọ Lem chia một quả dưa (dưa đỏ) thành 9 phần cho 9 cụ già. Nhưng khi các cụ ăn xong, Lọ Lem thấy có 10 miếng vỏ dưa. Lọ Lem chia dưa kiểu gì ấy nhỉ ?

Bài giải: Có nhiều cách bỏ dưa, Lọ Lem đã bỏ dưa như sau:

Cắt ngang quả dưa làm 3 phần, sau đó lại bỏ dọc quả dưa làm 3 phần sẽ được 9 miếng dưa (như hình vẽ) chia cho 9 cụ, sau khi ăn xong sẽ có 10 miếng vỏ dưa. Vì riêng miếng số 5 có vỏ ở 2 đầu, nên khi ăn xong sẽ có 2 miếng vỏ.



Bài 67: Bạn hãy điền đủ các số từ 1 đến 10 vào các ô vuông sao cho tổng các số ở nét dọc (1 nét) cũng như ở nét ngang (3 nét) đều là 16.



Bài giải: Tất cả các bạn đều nhận ra một phương án điền số: $a = 1$; $b = 9$; $c = 5$; $d = 4$; $e = 6$; $g = 10$; $h = 3$; $i = 1$; $k = 8$; $l = 7$. Từ đó sẽ có các phương án khác bằng cách:

- 1) Đổi các ô b và c.
- 2) Đổi các ô k và l.
- 3) Đổi các ô d và h.
- 4) Đổi đồng thời cả 3 ô a, b, c cho 3 ô i, k, l.

Như vậy các bạn sẽ có 16 cách điền số khác nhau.

Bài 68: Trong một cuộc thi tài Toán Tuổi thơ có 51 bạn tham dự. Luật cho điểm như sau:

+ Mỗi bài làm đúng được 4 điểm.

+ Mỗi bài làm sai hoặc không làm sẽ bị trừ 1 điểm.

Bạn chứng tỏ rằng tìm được 11 bạn có số điểm bằng nhau.

Bài giải: Thi tài giải Toán Tuổi thơ có 5 bài. Số điểm của 51 bạn thi có thể xếp theo 5 loại điểm sau đây:

+ Làm đúng 5 bài được:

$$4 \times 5 = 20 \text{ (điểm)}.$$

+ Làm đúng 4 bài được:

$$4 \times 4 - 1 \times 1 = 15 \text{ (điểm)}.$$

+ Làm đúng 3 bài được:

$$4 \times 3 - 1 \times 2 = 10 \text{ (điểm)}.$$

+ Làm đúng 2 bài được:

$$4 \times 2 - 1 \times 3 = 5 \text{ (điểm)}.$$

+ Làm đúng 1 bài được:

$$4 \times 1 - 1 \times 4 = 0 \text{ (điểm)}.$$

Vì $51 : 5 = 10$ (dư 1) nên phải có ít nhất 11 bạn có số điểm bằng nhau.

Bài 69:

*Vũ Hữu cùng với Lương Thế Vinh
Hai nhà toán học, một năm sinh
Thực hành, tính toán đều thông thạo
Vẻ vang dân tộc nước non mình*

Năm sinh của hai ông là một số có bốn chữ số, tổng các chữ số bằng 10. Nếu viết năm sinh theo thứ tự ngược lại thì năm sinh không đổi. Bạn đã biết năm sinh của hai ông chưa?

Bài giải: Gọi năm sinh của hai ông là $abba$ ($a \neq 0$, $a < 3$, $b < 10$).

Ta có: $a + b + b + a = 10$ hay $(a + b) \times 2 = 10$. Do đó $a + b = 5$.

Vì $a \neq 0$ và $a < 3$ nên $a = 1$ hoặc 2.

* Nếu $a = 1$ thì $b = 5 - 1 = 4$. Khi đó năm sinh của hai ông là 1441 (đúng).

* Nếu $a = 2$ thì $b = 5 - 2 = 3$. Khi đó năm sinh của hai ông là 2332 (loại).

Vậy hai ông Vũ Hữu và Lương Thế Vinh sinh năm 1441.

Bài 70: Tâm giúp bán cam trong ba ngày, Ngày thứ hai: số cam bán được tăng 10% so với ngày thứ nhất. Ngày thứ ba: số cam bán được giảm 10% so với ngày thứ hai. Bạn có biết trong ngày thứ nhất và ngày thứ ba thì ngày nào Tâm bán được nhiều cam hơn không ?

Bài giải: Biểu thị số cam bán ngày thứ nhất là 100% thì số bán ngày thứ hai là: $100\% + 10\% = 110\%$ (số cam ngày thứ nhất)

Biểu thị số cam bán ngày thứ hai là 100% thì số bán ngày thứ hai là:

$100\% - 10\% = 90\%$ (số cam ngày thứ hai)

So với ngày thứ nhất thì số cam ngày thứ ba bán là:

$110\% \times 90\% = 99\%$ (số cam ngày thứ nhất)

Vì $100\% > 99\%$ nên ngày thứ nhất bán được nhiều cam hơn ngày thứ ba.

Bài 71: Cu Tí chọn 4 chữ số liên tiếp nhau và dùng 4 chữ số này để viết ra 3 số gồm 4 chữ số khác nhau. Biết rằng số thứ nhất viết các chữ số theo thứ tự tăng dần, số thứ hai viết các chữ số theo thứ tự giảm dần và số thứ ba viết các chữ số theo thứ tự nào đó. Khi cộng ba số vừa viết thì được tổng là 12300. Bạn hãy cho biết các số mà cu Tí đã viết.

Bài giải : Gọi 4 số tự nhiên liên tiếp từ nhỏ đến lớn là a, b, c, d .

Số thứ nhất cu Tí viết là $abcd$, số thứ hai cu Tí viết là $dcba$.

Ta xét các chữ số hàng nghìn của ba số có tổng là 12300:

a là số lớn hơn 1 vì nếu $a = 1$ thì $d = 4$, khi đó số thứ ba có chữ số hàng nghìn lớn nhất là 4 và tổng của ba chữ số này lớn nhất là:

$1 + 4 + 4 = 9 < 12$; như vậy tổng của ba số nhỏ hơn 12300.

a là số nhỏ hơn 5 vì nếu $a = 5$ thì $d = 8$ và $a + d = 13 > 12$; như vậy tổng của ba số lớn hơn 12300.

a chỉ có thể nhận 3 giá trị là 2, 3, 4.

- Nếu $a = 2$ thì số thứ nhất là 2345, số thứ hai là 5432. Số thứ ba là:
 $12300 - (2345 + 5432) = 4523$ (đúng, vì số này có các chữ số là 2, 3, 4, 5).

- Nếu $a = 3$ thì số thứ nhất là 3456, số thứ hai là 6543.

Số thứ ba là :

$12300 - (3456 + 6543) = 2301$ (loại, vì số này có các chữ số khác với 3, 4, 5, 6).

- Nếu $a = 4$ thì số thứ nhất là 4567, số thứ hai là 7654. Số thứ ba là:

$12300 - (4567 + 7654) = 79$ (loại).

Vậy các số mà cu Tí đã viết là : 2345, 5432, 4523.

Bài 72: Với 4 chữ số 2 và các dấu phép tính bạn có thể viết được một biểu thức để có kết quả là 9 được không? Tôi đã cố gắng viết một biểu thức để có kết quả là 7 nhưng chưa được. Còn bạn? Bạn thử sức xem nào!

Bài giải: Với bốn chữ số 2 ta viết được biểu thức có giá trị bằng 9 là:

$$22 : 2 - 2 = 9.$$

Không thể dùng bốn chữ số 2 để viết được biểu thức có kết quả là 7.

Bài 73: Với 36 que diêm đã được xếp như hình dưới.



1) Bạn đếm được bao nhiêu hình vuông?

2) Bạn hãy nhắc ra 4 que diêm để chỉ còn 4 hình vuông được không?

Bài giải :

1) Nhìn vào hình vẽ, ta thấy có 2 loại hình vuông, hình vuông có cạnh là 1 que diêm và hình vuông có cạnh là 2 que diêm.

Hình vuông có cạnh là 1 que diêm gồm có 13 hình, hình vuông có cạnh là 2 que diêm gồm có 4 hình. Vậy có tất cả là 17 hình vuông.

2) Mỗi que diêm có thể nằm trên cạnh của nhiều nhất là 3 hình vuông, nếu nhặt ra 4 que diêm thì ta bớt đi nhiều nhất là : $4 \times 3 = 12$ (hình vuông), còn lại

$17 - 12 = 5$ (hình vuông). Như vậy không thể nhặt ra 4 que diêm để còn lại 4 hình vuông được.

Bài 74: Có 7 thùng đựng đầy dầu, 7 thùng chỉ còn nửa thùng dầu và 7 vỏ thùng. Làm sao có thể chia cho 3 người để mọi người đều có lượng dầu như nhau và số thùng như nhau ?

Bài giải: Gọi thùng đầy dầu là A, thùng có nửa thùng dầu là B, thùng không có dầu là C.

Cách 1: Không phải đổ dầu từ thùng này sang thùng kia.

Người thứ nhất nhận: 3A, 1B, 3C.

Người thứ hai nhận: 2A, 3B, 2C.

Người thứ ba nhận: 2A, 3B, 2C.

Cách 2: Không phải đổ dầu từ thùng này sang thùng kia.

Người thứ nhất nhận: 3A, 1B, 3C.

Người thứ hai nhận: 3A, 1B, 3C.

Người thứ ba nhận: 1A, 5B, 1C.

Cách 3: Đổ dầu từ thùng này sang thùng kia.

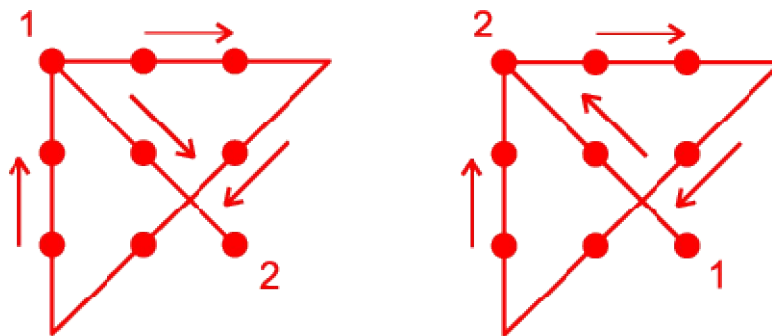
Lấy 4 thùng chứa nửa thùng dầu (4B) đổ đầy sang 2 thùng không (2C) để được 2 thùng đầy dầu (2A). Khi đó có 9A, 3B, 9C và mỗi người sẽ nhận được như nhau là 3A, 1B, 3C.

Bài 75: Hãy vẽ 4 đoạn thẳng đi qua 9 điểm ở hình bên mà không được nhắc bút hay tô lại.

Bài giải:

Cái khó ở bài toán này là chỉ được vẽ 4 đoạn thẳng và chỉ được vẽ bằng một nét nên cần phải “tạo thêm” hai điểm ở bên ngoài 9 điểm thì mới thực hiện được yêu cầu của đề bài.

Xin nêu ra một cách vẽ với hai “đường đi” khác nhau (bắt đầu từ điểm 1 và kết thúc ở điểm 2 với đường đi theo chiều mũi tên) như sau:



Khi xoay hoặc lật hai hình trên ta sẽ có các cách vẽ khác.

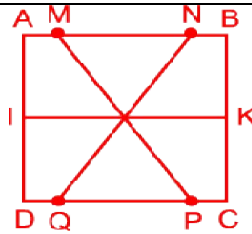
Bài 76:

*Chiếc bánh trung thu
Nhân tròn ở giữa*

*Hãy cắt 4 lần
Thành 12 miếng
Nhưng nhớ điều kiện
Các miếng bằng nhau
Và lần cắt nào
Cũng qua giữa bánh*

Bài giải: Có nhiều cách cắt được các bạn đề xuất. Xin giới thiệu 3 cách.

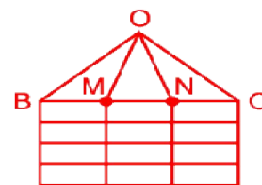
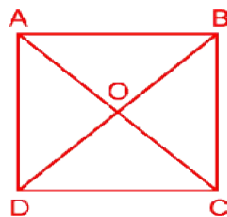
Cách 1: Nhất thứ nhất chia đôi theo bề dày của chiếc bánh và để nguyên vị trí này cắt thêm 3 nhát (như hình vẽ).



Lưu ý là $AM = BN = DQ = CP = \frac{1}{6} AB$ và $IA = ID = KB = KC = \frac{1}{2} AB$.

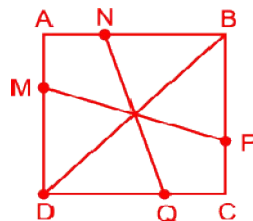
Các bạn có thể dễ dàng chứng minh được 12 miếng bánh là bằng nhau và cả 3 nhát cắt đều đi qua đúng ... tâm bánh.

Cách 2: Cắt 2 nhát theo 2 đường chéo để được 4 miếng rồi chồng 4 miếng này lên nhau cắt 2 nhát để chia mỗi miếng thành 3 phần bằng nhau (lưu ý: $BM = MN = NC$).



Cách 3: Nhát thứ nhất cắt như cách 1 và để nguyên vị trí này để cắt thêm 3 nhát như hình vẽ.

Lưu ý: $AN = AM = CQ = CP = \frac{1}{2} AB$.



Bài 77: Mỗi đỉnh của một tấm bìa hình tam giác được đánh số lần lượt là 1; 2; 3. Người ta chồng các tam giác này lên nhau sao cho không có chữ số nào bị che lấp. Một bạn cộng tất cả các chữ số nhìn thấy thì được kết quả là 2002. Liệu bạn đó có tính nhầm không?

Bài giải: Tổng các số trên ba đỉnh của mỗi hình tam giác là $1 + 2 + 3 = 6$. Tổng này là một số chia hết cho 6. Khi chồng các hình tam giác này lên nhau sao cho không có chữ số nào bị che lấp, rồi tính tổng tất cả các chữ số

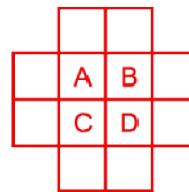
nhìn thấy được phải có kết quả là số chia hết cho 6. Vì số 2002 không chia hết cho 6 nên bạn đó đã tính sai.

Bài 78: Bạn hãy điền đủ 12 số từ 1 đến 12, mỗi số vào một ô vuông sao cho tổng 4 số cùng nằm trên một cột hay một hàng đều như nhau.

Bài giải:

Tổng các số từ 1 đến 12 là: $(12+1) \times 12 : 2 = 78$

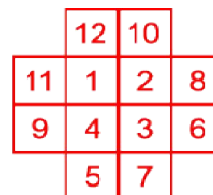
Vì tổng 4 số cùng nằm trên một cột hay một hàng đều như nhau nên tổng số của 4 hàng và cột phải là một số chia hết cho 4. Đặt các chữ cái A, B, C, D vào các ô vuông ở giữa (hình vẽ).



Khi tính tổng số của 4 hàng và cột thì các số ở các ô A, B, C, D được tính hai lần. Do đó để tổng 4 hàng, cột chia hết cho 4 thì tổng 4 số của 4 ô A, B, C, D phải chia cho 4 dư 2 (vì 78 chia cho 4 dư 2). Ta thấy tổng của 4 số có thể là: 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42.

Ta xét một vài trường hợp:

1) Tổng của 4 số bé nhất là 10. Khi đó 4 số sẽ là 1, 2, 3, 4. Do đó tổng của mỗi hàng (hay mỗi cột) là: $(78 + 10) : 4 = 22$. Xin nêu ra một cách điền như hình dưới:



2) Tổng của 4 số là 14. Ta có:

$$14 = 1 + 2 + 3 + 8 = 1 + 2 + 4 + 7 = 1 + 3 + 4 + 6 = 2 + 3 + 4 + 5.$$

Do đó tổng của mỗi hàng (hay mỗi cột) là: $(78 + 14) : 4 = 23$.

Xin nêu ra một cách điền như hình sau:

	10	9	
12	1	3	7
2	4	6	11
	8	4	

Các trường hợp còn lại sẽ cho ta kết quả ở mỗi hàng (hay mỗi cột) lần lượt là 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30. Có rất nhiều cách điền đấy! Các bạn thử tìm tiếp xem sao?

Bài 79:

Một đội tuyển tham dự kỳ thi học sinh giỏi 3 môn Văn, Toán, Ngoại ngữ do thành phố tổ chức đạt được 15 giải. Hỏi đội tuyển học sinh giỏi đó có bao nhiêu học sinh? Biết rằng:

Học sinh nào cũng có giải.

Bất kỳ môn nào cũng có ít nhất 1 học sinh chỉ đạt 1 giải.

Bất kỳ hai môn nào cũng có ít nhất 1 học sinh đạt giải cả hai môn.

Có ít nhất 1 học sinh đạt giải cả 3 môn.

Tổng số học sinh đạt 3 giải, 2 giải, 1 giải tăng dần.

Bài giải:

Gọi số học sinh đạt giải cả 3 môn là a (học sinh)

Gọi số học sinh đạt giải cả 2 môn là b (học sinh)

Gọi số học sinh chỉ đạt giải 1 môn là c (học sinh)

Tổng số giải đạt được là:

$$3 \times a + 2 \times b + c = 15 \text{ (giải).}$$

Vì tổng số học sinh đạt 3 giải, 2 giải, 1 giải tăng dần nên $a < b < c$.

Vì bất kỳ 2 môn nào cũng có ít nhất 1 học sinh đạt giải cả 2 môn nên:

- Có ít nhất 1 học sinh đạt giải cả 2 môn Văn và Toán.
- Có ít nhất 1 học sinh đạt giải cả 2 môn Toán và Ngoại Ngữ.
- Có ít nhất 1 học sinh đạt giải cả 2 môn Văn và Ngoại Ngữ.

Do vậy $b = 3$.

Giả sử $a = 2$ thì b bé nhất là 3, c bé nhất là 4; do đó tổng số giải bé nhất là:

$$3 \times 2 + 2 \times 3 + 4 = 16 > 15 \text{ (loại)}. \text{ Do đó } a < 2, \text{ nên } a = 1.$$

$$\text{Ta có: } 3 \times 1 + 2 \times b + c = 15 \text{ suy ra: } 2 \times b + c = 12.$$

$$\text{Nếu } b = 3 \text{ thì } c = 12 - 2 \times 3 = 6 \text{ (đúng)}.$$

$$\text{Nếu } b = 4 \text{ thì } c = 12 - 2 \times 4 = 4 \text{ (loại vì trái với điều kiện } b < c)$$

Vậy có 1 bạn đạt 3 giải, 3 bạn đạt 2 giải, 6 bạn đạt 1 giải.

Đội tuyển đó có số học sinh là:

$$1 + 3 + 6 = 10 \text{ (bạn)}.$$

Bài 80: Điền số

Sử dụng các số 3, 5, 8, 10 và các dấu +, -, x để điền vào mỗi ô còn trống ở bảng sau:

(Chỉ được điền một dấu hoặc một số vào mỗi hàng hoặc mỗi cột. Điền từ trái sang phải, từ trên xuống dưới)

3	x	5			+	8	=13
+		+					
10				5	+	3	=13
						+	
	+			3			=49
		3			+		=26
=25		=9		=64		=100	

Bài giải: Bạn đọc có thể xét các tổng theo từng hàng, từng cột và không khó khăn lắm sẽ có kết quả sau:

3	x	5	-	10	+	8	=13
+		+		-		-	
10	-	8	x	5	+	3	=13
-		-		+		+	
8	+	10	x	3	-	5	=49
x		x		x		x	
5	-	3	x	8	+	10	=26
=25		=9		=64		=100	

Bài 81: 20 Giỏ dưa hấu

Trí và Dũng giúp bố mẹ xếp 65 quả dưa hấu mỗi quả nặng 1kg, 35 quả dưa hấu mỗi quả nặng 2kg và 15 quả dưa hấu mỗi quả nặng 3kg vào trong 20 giỏ.

Mọi người cùng đang làm việc, Trí chạy đến bàn học lấy giấy bút ra ghi... ghi và Trí la lên: “Có xếp thế nào đi chẳng nữa, chúng ta luôn tìm được 2 giỏ trong 20 giỏ này có khối lượng bằng nhau”.

Các bạn hãy chứng tỏ là Trí đã nói đúng.

Bài giải:

Tổng khối lượng dưa là:

$$1 \times 65 + 2 \times 35 + 3 \times 15 = 180 \text{ (kg)}.$$

Giả sử khối lượng dưa ở mỗi giỏ khác nhau thì tổng khối lượng dưa ở 20 giỏ bé nhất là:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 19 + 20 = 210 \text{ (kg)}.$$

Vì $210 \text{ kg} > 180 \text{ kg}$ nên chắc chắn phải có ít nhất 2 giỏ trong 20 giỏ có khối lượng bằng nhau. Vậy Trí đã nói đúng.

Bài 82:

Hoàng mua 6 quyển vở, Hùng mua 3 quyển vở. Hai bạn góp số vở của mình với số vở của bạn Sơn, rồi chia đều cho nhau. Sơn tính rằng mình phải trả các bạn đúng 800 đồng.

Tính giá tiền 1 quyển vở, biết rằng cả ba bạn đều mua cùng một loại vở.

Bài giải:

Vì Hoàng và Hùng góp số vở của mình với số vở của Sơn, rồi chia đều cho nhau, nên tổng số vở của ba bạn là một số chia hết cho 3. Số vở của Hoàng và Hùng đều chia hết cho 3 nên số vở của Sơn cũng là số chia hết cho 3.

Số vở của Sơn phải ít hơn 6 vì nếu số vở của Sơn bằng hoặc nhiều hơn số vở của Hoàng (6 quyển) thì sau khi góp vở lại chia đều Sơn sẽ không phải trả thêm 800 đồng. Số vở của Sơn khác 0 (Sơn phải có vở của mình thì mới góp chung với các bạn được chứ!), nhỏ hơn 6 và chia hết cho 3 nên Sơn có 3 quyển vở.

Số vở của mỗi bạn sau khi chia đều là: $(6 + 3 + 3) : 3 = 4$ (quyển)

Như vậy Sơn được các bạn đưa thêm: $4 - 3 = 1$ (quyển)

Giá tiền một quyển vở là 800 đồng.

Bài 83: Hãy điền các số từ 1 đến 9 vào các ô trống để được các phép tính đúng

$$\begin{array}{c} \square \\ : \\ \square \\ = \\ \square - \square = \square \times \square = \square \\ = \\ \square \\ - \\ \square \end{array}$$

Bài giải: Đặt các chữ cái vào các ô trống:

$$\begin{array}{c} b \\ : \\ c \\ = \\ g - h = a \times d = e \\ = \\ i \\ - \\ k \end{array}$$

Theo đầu bài ta có các chữ cái khác nhau biểu thị các số khác nhau. Do đó: $a \neq 1$; $c \neq 1$; $d \neq 1$; $b > 1$; $e > 1$. Vì $9 = 1 \times 9 = 3 \times 3$ nên $b \neq 9$ và $e \neq 9$; và $7 = 1 \times 7$ nên $b \neq 7$ và $e \neq 7$.

Do đó: $b = 6$ và $e = 8$ hoặc $b = 8$ và $e = 6$.

Vì $6 = 2 \times 3$ và $8 = 2 \times 4$ nên $a = b : c = e : d = 2$.

Trong các ô trống a, b, c, d, e đã có các số 2, 3, 4, 6, 8; do đó chỉ còn các số 1, 5, 7, 9 điền vào các ô trống g, h, i, k .

* Nếu $e = 6$ thì $g = 7$ và $h = 1$. Do đó $a = i - k = 9 - 5 = 42$ (loại).

* Nếu $e = 8$ thì $g = 9$ và $h = 1$. Do đó $a = i - k = 7 - 5 = 2$ (đúng). Khi đó: $b = 6$ và $c = 3$.

Kết quả:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 6 & & \\
 & & & & : & & \\
 & & & & 3 & & \\
 & & & & = & & \\
 9 & - & 1 & = & 2 & \times & 4 = 8 \\
 & & & & = & & \\
 & & & & 7 & & \\
 & & & & - & & \\
 & & & & 5 & &
 \end{array}$$

Bài 84: Có 13 tấm bìa, mỗi tấm bìa được ghi một chữ số và xếp theo thứ tự sau:

$$\boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \boxed{5} \boxed{6} \boxed{7} \boxed{8} \boxed{9} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4}$$

Không thay đổi thứ tự các tấm bìa, hãy đặt giữa chúng dấu các phép tính $+$, $-$, $\times$ và dấu ngoặc nếu cần, sao cho kết quả là 2002.

Bài giải:

Bài toán có rất nhiều cách đặt dấu phép tính và dấu ngoặc. Xin nêu một số cách:

Cách 1: $(123 + 4 \times 5) \times (6 + 7 - 8 + 9 + 1 - 2 - 3 + 4) = 2002$

Cách 2: $(1 \times 2 + 3 \times 4) \times (5 + 6) \times [(7 + 8 + 9) - (1 + 2 \times 3 + 4)] = 2002$

Cách 3: $(1 + 2 + 3 + 4 \times 5) \times (6 \times 7 + 8 + 9 - 1 + 23 - 4) = 2002$

Bài 85: Hai bạn Huy và Nam đi mua 18 gói bánh và 12 gói kẹo để đến lớp liên hoan. Huy đưa cho cô bán hàng 2 tờ 100000 đồng và được trả lại 72000 đồng. Nam nói: “Cô tính sai rồi”. Bạn hãy cho biết Nam nói đúng hay sai? Giải thích tại sao?

Bài giải:

Vì số 18 và số 12 đều chia hết cho 3, nên tổng số tiền mua 18 gói bánh và 12 gói kẹo phải là số chia hết cho 3.

Vì Huy đưa cho cô bán hàng 2 tờ 100000 đồng và được trả lại 72000 đồng, nên số tiền mua 18 gói bánh và 12 gói kẹo là:

$$100000 \times 2 - 72000 = 128000 \text{ (đồng).}$$

Vì số 128000 không chia hết cho 3, nên bạn Nam nói “Cô tính sai rồi” là đúng.

Bài 86: Có hai cái đồng hồ cát 4 phút và 7 phút. Có thể dùng hai cái đồng hồ này để đo thời gian 9 phút được không?

Bài giải:

Có nhiều cách để đo được 9 phút: Bạn có thể cho cả 2 cái đồng hồ cát cùng chảy một lúc và chảy hết cát 3 lần. Khi đồng hồ 4 phút chảy hết cát 3 lần ($4 \times 3 = 12$ (phút)) thì bạn bắt đầu tính thời gian, từ lúc đó đến khi đồng hồ 7 phút chảy hết cát 3 lần thì vừa đúng được 9 phút ($7 \times 3 - 12 = 9$ (phút)); hoặc cho cả hai đồng hồ cùng chảy một lúc, đồng hồ 7 phút chảy hết cát một lần (7 phút), đồng hồ 4 phút chảy hết cát 4 lần (16 phút). Khi đồng hồ 7 phút chảy hết cát ta bắt đầu tính thời gian, từ lúc đó đến lúc đồng hồ 4 phút chảy hết cát 4 lần là vừa đúng 9 phút ($16 - 7 = 9$ (phút)); ...

Bài 87:

Vui xuân mới, các bạn cùng làm phép toán sau, nhớ rằng các chữ cái khác nhau cần thay bằng các chữ số khác nhau, các chữ cái giống nhau thay bằng các chữ số giống nhau.

$$\text{NHAM} + \text{NGO} = 2002$$

Bài giải:

- Vì $A \neq G$ mà chữ số hàng chục của tổng là 0 nên phép cộng có nhớ 1 sang hàng trăm nên ở hàng trăm: $H + N + 1$ (nhớ) $= 10$; nhớ 1 sang hàng nghìn. Do đó $H + N = 10 - 1 = 9$.

- Phép cộng ở hàng nghìn: $N + 1$ (nhớ) $= 2$ nên $N = 2 - 1 = 1$.

Thay $N = 1$ ta có: $H + 1 = 9$ nên $H = 9 - 1 = 8$

- Phép cộng ở hàng đơn vị: Có 2 trường hợp xảy ra:

* *Trường hợp 1:* Phép cộng ở hàng đơn vị không nhớ sang hàng chục.

Khi đó: $M + O = 0$ và $A + G = 10$.

Ta có bảng: (Lưu ý 4 chữ M, O, A, G phải khác nhau và khác 1; 8)

M	0	0	0	0	2	2	2	2
O	2	2	2	2	0	0	0	0
A	3	7	4	6	3	7	4	6
G	7	3	6	4	7	3	6	4

* *Trường hợp 2:* Phép cộng ở hàng đơn vị có nhớ 1 sang hàng chục.

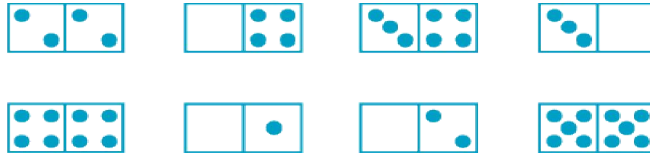
Khi đó: $M + O = 12$ và $A + G = 9$. Ta có bảng:

M	5	5	5	5	7	7	7	7
O	7	7	7	7	5	5	5	5
A	0	9	3	6	0	9	3	6
G	9	0	6	3	9	0	6	3

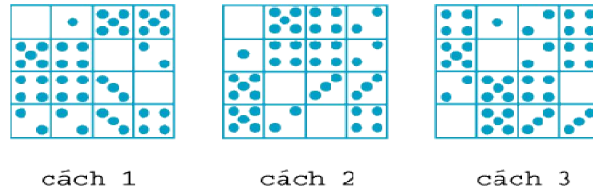
M	3	3	3	3	9	9	9	9
O	9	9	9	9	3	3	3	3
A	2	7	4	5	2	7	4	5
G	7	2	5	4	7	2	5	4

Vậy bài toán có 24 đáp số như trên.

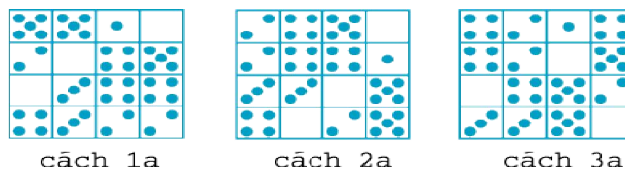
Bài 88: Hãy xếp 8 quân domino vào một hình vuông 4x4 sao cho tổng số chấm trên các hàng ngang, dọc, chéo của hình vuông đều bằng 11.



Lời giải: Có ba cách giải cơ bản sau:



Từ ba cách giải cơ bản này có thể tạo nên nhiều phương án khác, chẳng hạn:



Bài 89: Sử dụng các con số trong mỗi biển số xe ô tô 39A 0452, 38B 0088, 52N 8233 cùng các dấu +, -, x, : và dấu ngoặc (), [] để làm thành một phép tính đúng.

Lời giải:

* Biển số 39A 0452. Xin nêu ra một số cách:

$$(4 \times 2 - 5 + 0) \times 3 = 9$$

$$5 \times 2 - 4 + 3 + 0 = 9$$

$$45 : 9 - 3 - 2 = 0$$

$$(9 + 2 - 3) \times 5 = 40$$

$$(4 + 5) : 9 + 2 + 0 = 3$$

$$9 : 3 - (5 - 4 + 2) = 0$$

$$3 - 9 : (4 + 5) - 0 = 2$$

$$9 : (4 + 5) + 2 + 0 = 3$$

$$(9 + 5) : 2 - 4 + 0 = 3$$

$$9 + 3 : (5 - 2) + 0 = 4$$

$$5 + 2 - 9 : 3 - 0 = 4$$

$$(9 : 3 + 0) + 4 - 2 = 5$$

$$(9 + 3) : 4 + 0 + 2 = 5 \dots$$

* Biểu số 38B 0088. Có nhiều lời giải dựa vào tính chất “nhân một số với số 0”

$$38 \times 88 \times 0 = 0$$

hoặc tính chất “chia số 0 cho một số khác 0”

$$0 : (38 + 88) = 0$$

Một vài cách khác:

$$(9 - 8) + 0 - 8 : 8 = 0$$

$$8 : 8 + 8 + 0 + 0 = 9 \dots$$

* Biểu số 52N 8233. Xin nêu ra một số cách:

$$5 \times 2 - 8 + 3 - 3 = 2$$

$$8 : (5 \times 2 - 3 - 3) = 2$$

$$[(23 - 3) : 5] \times 2 = 8$$

$$(5 + 2 + 2) - (3 : 3) = 8$$

$$(8 : 2 - 3) \times (3 + 2) = 5$$

$$[(8 + 2) \times 3 : 3] : 2 = 5$$

$$(5 \times 2 + 3 + 3) : 2 = 8$$

$$3 \times 3 - 5 + 2 + 2 = 8 \dots$$

Bài 90: Một chiếc đồng hồ đang hoạt động bình thường, hiện tại kim giờ và kim phút đang không trùng nhau. Hỏi sau đúng 24 giờ (tức 1 ngày đêm), hai kim đó trùng nhau bao nhiêu lần? Hãy lập luận để làm đúng sáng tỏ kết quả đó.

Lời giải: Với một chiếc đồng hồ đang hoạt động bình thường, cứ mỗi giờ trôi qua thì kim phút quay được một vòng, còn kim giờ quay được $1/12$ vòng.

Hiệu vận tốc của kim phút và kim giờ là:

$$1 - 1/12 = 11/12 \text{ (vòng/giờ)}$$

Thời gian để hai kim trùng nhau một lần là:

$$1 : 11/12 = 12/11 \text{ (giờ)}$$

Vậy sau 24 giờ hai kim sẽ trùng nhau số lần là :

$$24 : 12/11 = 22 \text{ (lần)}.$$

Bài 91: Có ba người dùng chung một két tiền. Hỏi phải làm cho cái két ít nhất bao nhiêu ổ khoá và bao nhiêu chìa để két chỉ mở được nếu có mặt ít nhất hai người?

Lời giải:

Vì két chỉ mở được nếu có mặt ít nhất hai người, nên số ổ khoá phải lớn hơn hoặc bằng 2.

a) Làm 2 ổ khoá.

+ Nếu làm 3 chìa thì sẽ có hai người có cùng một loại chìa; hai người này không mở được két.

+ Nếu làm nhiều hơn 3 chìa thì ít nhất có một người cầm 2 chìa khác loại; chỉ cần một người này đã mở được két.

Vậy không thể làm 2 ổ khoá.

b) Làm 3 ổ khoá

+ Nếu làm 3 chìa thì cần phải có đủ ba người mới mở được két.

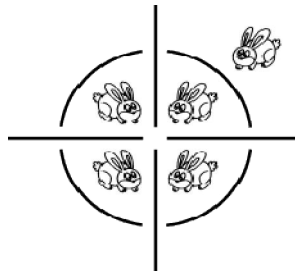
+ Nếu làm 4 chìa hoặc 5 chìa thì ít nhất có hai người không mở được két.

+ Nếu làm 6 chìa (mỗi khoá 2 chìa) thì mỗi người cầm hai chìa khác nhau thì chỉ cần hai người bất kỳ là mở được két.

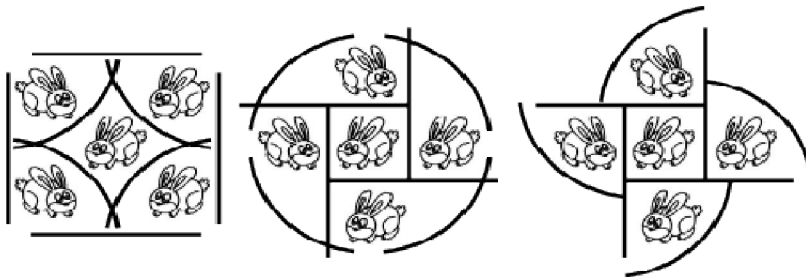
Vậy ít nhất phải làm 3 ổ khoá và mỗi ổ khoá làm 2 chìa.

Bài 92 : Có 4 tấm gỗ dài và 4 tấm gỗ hình cung tròn. Nếu sắp xếp như hình bên thì được 4 chuồng nhốt 4 chú thỏ, nhưng 1 chú lại chưa có

chuồng. Bạn hãy xếp lại các tấm gỗ để có đủ 5 chuồng cho mỗi chú thỏ có một chuồng riêng.



Bài giải : Bài toán có nhiều cách xếp. Xin nêu ra ba cách xếp như sau:



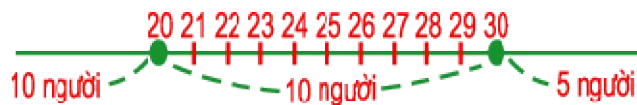
Bài 93: Một phân xưởng có 25 người. Hỏi rằng trong phân xưởng đó có thể có 20 người ít hơn 30 tuổi và 15 người nhiều hơn 20 tuổi được không?

Bài giải:

Vì chỉ có 25 người, mà trong đó có 20 ít hơn 30 tuổi và 15 người nhiều hơn 25 tuổi, nên số người được điểm 2 lần là:

$$(20 + 15) - 25 = 10 \text{ (người)}$$

Đây chính là số người có độ tuổi ít hơn 30 tuổi và nhiều hơn 20 tuổi (từ 21 tuổi đến 29 tuổi).



Số người từ 30 tuổi trở lên là:

$$25 - 20 = 5 \text{ (người)}$$

Số người từ 20 tuổi trở xuống là:

$$25 - 15 = 10 \text{ (người)}$$

Số người ít hơn 30 tuổi là:

$$10 + 10 = 20 \text{ (người)}$$

Số người nhiều hơn 20 tuổi là:

$$10 + 5 = 15 \text{ (người)}$$

Vậy có thể có 20 người dưới 30 tuổi và 15 người trên 20 tuổi; trong đó từ 21 đến 29 tuổi ít nhất có hai người cùng độ tuổi.

Bài 94: Tìm 4 số tự nhiên liên tiếp có tích là 3024

Bài giải: Giả sử cả 4 số đều là 10 thì tích là $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$ mà $10000 > 3024$ nên cả 4 số tự nhiên liên tiếp đó phải bé hơn 10.

Vì 3024 có tận cùng là 4 nên cả 4 số phải tìm không thể có tận cùng là 5. Do đó cả 4 số phải hoặc cùng bé hơn 5, hoặc cùng lớn hơn 5.

Nếu 4 số phải tìm là 1; 2; 3; 4 thì:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24 < 3024 \text{ (loại)}$$

Nếu 4 số phải tìm là 6; 7; 8; 9 thì:

$$6 \times 7 \times 8 \times 9 = 3024 \text{ (đúng)}$$

Vậy 4 số phải tìm là 6; 7; 8; 9.

Bài 95: Có 3 loại que với số lượng và các độ dài như sau:

- 16 que có độ dài 1 cm

- 20 que có độ dài 2 cm

- 25 que có độ dài 3 cm

Hỏi có thể xếp tất cả các que đó thành một hình chữ nhật được không?

Bài giải:

Một hình chữ nhật có chiều dài (a) và chiều rộng (b) đều là số tự nhiên (cùng một đơn vị đo) thì chu vi (P) của hình đó phải là số chẵn:

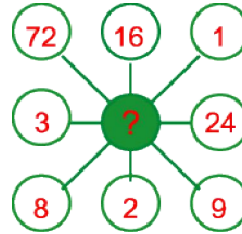
$$P = (a + b) \times 2$$

Tổng độ dài của tất cả các que là:

$$1 \times 16 + 2 \times 20 + 3 \times 25 = 131 \text{ (cm)}$$

Vì 131 là số lẻ nên không thể xếp tất cả các que đó thành một hình chữ nhật được.

Bài 96: Hãy phát hiện ra mối liên hệ giữa các số rồi sử dụng mối liên hệ đó để điền số hợp lý vào (?)



Bài giải:

Để cho gọn, ta ký hiệu các số trên những ô tròn theo bảng sau:

A	B	C
D	Đ	E
G	H	K

Lấy A chia cho K: $72 : 9 =$

Lấy G chia cho C: $8 : 1 =$

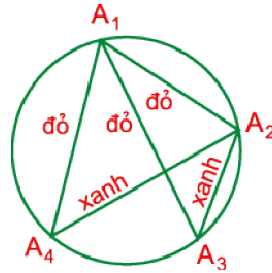
Lấy B chia cho H: $16 : 2 =$

Lấy E chia cho D: $24 : 3 =$ đều cho cùng một kết quả ở ô Đ. Vậy (?) là 8.

Bài 97: Cô giáo yêu cầu: “Các con lấy 6 điểm trên một đường tròn, nối các điểm đó bởi các đoạn thẳng tô bởi mực xanh hoặc mực đỏ”.

Bạn lớp trưởng tập hợp các hình vẽ lại và xem, bạn thốt lên: “Bạn nào cũng vẽ được 1 tam giác mà 3 cạnh cùng màu mực”! Bạn hãy thử làm lại xem. Ai có thể lập luận để làm rõ tính chất này?

Bài giải: Có nhiều cách giải, đây là một trong các cách giải bài này: Ta gọi 6 điểm nằm trên đường tròn là $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$. Bằng bút xanh và đỏ ta nối A_1 với 5 điểm còn lại ta được 5 đoạn thẳng có hai màu xanh hoặc đỏ.



Theo nguyên lý Dirichlê có ít nhất 3 đoạn thẳng cùng màu. Không làm mất tính tổng quát, ta nối 3 đoạn A_1A_2, A_1A_3, A_1A_4 bằng bút màu đỏ. Ta nối tiếp A_2A_4 và A_2A_3 . Để tam giác $A_1A_2A_3$ và tam giác $A_1A_2A_4$ có 3 cạnh không cùng màu thì A_2A_4 và A_2A_3 phải tô màu xanh. Bây giờ ta tiếp tục nối A_3A_4 , ta thấy A_3A_4 được tô bằng bất kỳ màu xanh hoặc đỏ thì ta cũng được ít nhất một tam giác có 3 cạnh cùng màu (hoặc $A_1A_3A_4$ có 3 cạnh đỏ hoặc $A_2A_3A_4$ có 3 cạnh màu xanh).

Bài 98: Thi bắn súng

Hôm nay Dũng đi thi bắn súng. Dũng bắn giỏi lắm, Dũng đã bắn hơn 11 viên, viên nào cũng trúng bia và đều trúng các vòng 8;9;10 điểm. Kết thúc cuộc thi, Dũng được 100 điểm. Dũng vui lắm. Còn các bạn có biết Dũng đã bắn bao nhiêu viên và kết quả bắn vào các vòng ra sao không?

Bài giải: Số viên đạn Dũng đã bắn phải ít hơn 13 viên (vì nếu Dũng bắn 13 viên thì Dũng được số điểm ít nhất là: $8 \times 11 + 9 \times 1 + 10 \times 1 = 107$ (điểm) > 100 điểm, điều này vô lý).

Theo đề bài Dũng đã bắn hơn 11 viên nên số viên đạn Dũng đã bắn là 12 viên.

Mặt khác 12 viên đều trúng vào các vòng 8, 9, 10 điểm nên ít nhất có 10 viên vào vòng 8 điểm, 1 viên vào vòng 9 điểm, 1 viên vào vòng 10 điểm.

Do đó số điểm Dũng bắn được ít nhất là:

$$8 \times 10 + 9 \times 1 + 10 \times 1 = 99 \text{ (điểm)}$$

Số điểm hụt đi so với thực tế là:

$$100 - 99 = 1 \text{ (điểm)}$$

Như vậy sẽ có 1 viên không bắn vào vòng 8 điểm mà bắn vào vòng 9 điểm; hoặc có 1 viên không bắn vào vòng 9 điểm mà bắn vào vòng 10 điểm.

Nếu có 1 viên Dững không bắn vào vòng 9 điểm mà bắn vào vòng 10 điểm thì tổng cộng sẽ có 10 viên vào vòng 8 điểm và 2 viên vào vòng 10 điểm (loại vì không có viên nào bắn vào vòng 9 điểm).

Vậy sẽ có 1 viên không bắn vào vòng 8 điểm mà bắn vào vòng 9 điểm, tức là có 9 viên vào vòng 8 điểm, 2 viên vào vòng 9 điểm và 1 viên vào vòng 10 điểm.

Bài 99: Ai xem ca nhạc?

Một gia đình có năm người: bà nội, bố, mẹ và hai bạn Chi, Bảo. Một hôm gia đình được tặng 2 vé mời xem ca nhạc. Năm ý kiến của năm người như sau:

- a) “Bà nội và mẹ đi”
- b) “Bố và mẹ đi”
- c) “Bố và bà nội đi”
- d) “Bà nội và Chi đi”
- e) “Bố và Bảo đi”

Sau cùng, mọi người theo ý kiến của bà nội và như vậy trong ý kiến của mọi người khác đều có một phần đúng.

Bà nội đã nói câu nào?

Bài giải: Một bài toán logic cơ bản và khó, sau đây là lời giải.

Ta ký hiệu theo thứ tự “đi xem” ca nhạc: n (Bà nội), m (mẹ), b (Bố), C (Chi) và B (Bảo) và năm người trên khi họ “không đi” là n, m, b, C và B.

Như vậy theo ý kiến của năm người là:

- a) n và m
- b) b và m
- c) b và n
- d) n và C

e) b và B.

Có lẽ cần phải nhấn mạnh rằng: Mỗi trong năm ý trên đều có một phần đúng và một phần sai (trừ ý của bà!).

Câu mà bà nội nói là đúng với cả năm ý trên.

- Nếu chọn câu a) thì không có e tức b và B.

- Nếu chọn câu b) thì không có d tức n và C.

- Nếu chọn câu c) thì các ý kiến khác có một phần đúng. Bà nội đã nói câu c)

Nếu học sinh thích thú lôgic Toán thì còn tìm thêm được nhiều cách giải khác.

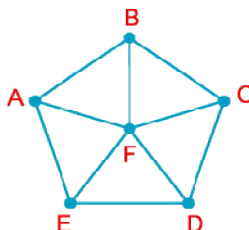
Bài 100: Chơi bốc diêm

Trên mặt bàn có 18 que diêm. Hai người tham gia cuộc chơi: Mỗi người lần lượt đến phiên mình lấy ra một số que diêm. Mỗi lần, mỗi người lấy ra không quá 4 que. Người nào lấy được số que cuối cùng thì người đó thắng. Nếu bạn được bốc trước, bạn có chắc chắn thắng được không?

Bài giải: Giả sử rằng A và B tham gia cuộc chơi mà A lấy diêm trước. Để chắc thắng thì trước lần cuối cùng A phải để lại 5 que diêm, trước đó A phải để lại 10 que diêm và lần bốc đầu tiên A để lại 15 que diêm, khi đó dù B có bốc bao nhiêu que thì vẫn còn lại số que để A chỉ cần bốc một lần là hết. Muốn vậy thì lần trước đó A phải để lại 10 que diêm, khi đó dù B bốc bao nhiêu que vẫn còn lại số que mà A có thể bốc để còn lại 5 que. Tương tự như thế thì lần bốc đầu tiên A phải để lại 15 que diêm. Với "chiến lược" này bao giờ A cũng là người thắng cuộc.

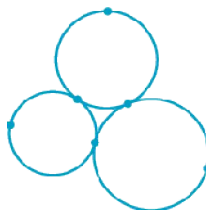
Bài 101: Tô màu Hình bên gồm 6 đỉnh A, B, C, D, E, F và các cạnh nối một số đỉnh với nhau. Ta tô màu các đỉnh sao cho hai đỉnh được nối bởi một cạnh phải được tô hai màu khác nhau. Hỏi phải cần ít nhất là bao nhiêu màu để làm việc đó?

Bài giải:



Tất cả các đỉnh A, B, C, D, E đều nối với đỉnh F nên đỉnh F phải tô màu khác với các đỉnh còn lại. Với 5 đỉnh còn lại thì A và C tô cùng một màu. B và D tô cùng một màu, E tô riêng một màu, như vậy cần ít nhất 3 màu để tô 5 đỉnh sao cho 2 đỉnh được nối bởi một cạnh được tô bởi 2 màu khác nhau. Vậy cần ít nhất 4 màu để tô 6 đỉnh của hình theo yêu cầu của đề bài.

Bài 102: Điền số trên đường tròn Điền 6 số chẵn từ 2 đến 12 vào các chấm trên 3 vòng tròn sao cho tổng 3 số nằm trên mỗi vòng tròn đều bằng 18.



Bài giải: Sáu số chẵn đó là:

2, 4, 6, 8, 10, 12.

Ta có:

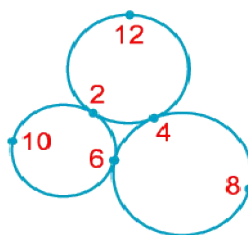
$$18 = 2 + 4 + 12$$

$$18 = 2 + 6 + 10$$

$$18 = 4 + 6 + 8$$

Trên hình vẽ ta thấy cứ hai đường tròn lại có một điểm chung. Như vậy số nào điền vào điểm chung đó sẽ thuộc hai tổng đã cho. Ta thấy số 2, số 4, số 6 đều

lặp lại hai lần nên ba số đó được điền vào ba điểm chung. Các số đã cho được điền vào hình vẽ như sau:



Bài 103 : Tìm hai số biết rằng tổng của chúng gấp 5 lần hiệu của chúng và tích của chúng gấp 4008 lần hiệu của chúng.

Bài giải : Coi hiệu của hai số là 1 phần thì tổng của chúng là 5 phần. Do đó số lớn là $(5 + 1) : 2 = 3$ (phần). Số bé là $3 - 1 = 2$ (phần). Tích của hai số là $2 \times 3 = 6$ (phần), mà tích hai số là 4008 nên giá trị một phần là $4008 : 6 = 668$. Số bé là $668 \times 2 = 1336$; số lớn là $668 \times 3 = 2004$.

Bài 104 : Trong kho của một đơn vị dân công còn lại đúng một bao gạo chứa 39 kg gạo. Bác cấp dưỡng cần lấy ra $11/13$ số gạo đó. Hỏi chỉ với một chiếc cân loại cân đĩa và một quả cân 1 kg, bác cấp dưỡng phải làm thế nào để chỉ sau 3 lần cân lấy ra đủ số gạo cần dùng.

Bài giải : Số gạo bác cấp dưỡng cần lấy ra là $39 \times 11/13 = 33$ (kg)

Số gạo còn lại sau khi bác cấp dưỡng lấy là $39 - 33 = 6$ (kg)

Cách thực hiện cân như sau :

Lần 1 : Đặt quả cân lên một đĩa cân, đổ gạo vào đĩa cân bên kia đến khi cân thăng bằng, được 1 kg gạo.

Lần 2 : Đặt quả cân sang đĩa có 1 kg gạo vừa cân được rồi đổ gạo vào đĩa cân trống đến khi cân thăng bằng, được 2 kg gạo.

Lần 3 : Đặt cả 3 kg gạo cân được ở hai lần trên vào một đĩa cân, đĩa cân kia đổ gạo vào cho đến khi cân thăng bằng, được mỗi bên 3 kg gạo.

Như vậy số gạo có được sau ba lần cân là 6 kg. Số gạo còn lại trong bao chính là số gạo mà bác cấp dưỡng cần dùng.

Bài 105 : Lan nói một số có 4 chữ số bất kì sẽ bằng $1/5$ số viết theo thứ tự ngược lại. Đố bạn biết Lan nói đúng hay sai ?

Bài giải : Gọi số đó là $\overline{abcd}$ ($a > 0$; $a, b, c, d < 10$). Số viết theo thứ tự ngược lại là $\overline{dcba}$. Theo đầu bài ta có :

$$\overline{abcd} = \frac{1}{5} \overline{dcba} \text{ hay } \overline{abcd} \times 5 = \overline{dcba} \quad (d > 0 \text{ vì } \overline{abcd} < \overline{dcba}).$$

Vì $\overline{dcba}$ có 4 chữ số nên $a < 2$ mà $a > 0$ nên $a = 1$.

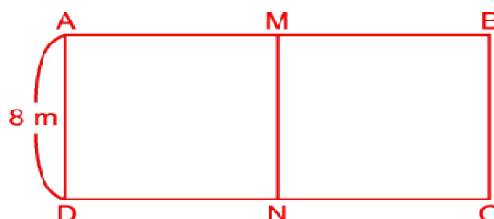
Nhưng $d \times 5$ có tận cùng là 0 hoặc 5 (khác 1) nên không tìm được giá trị của a hoặc d . Vậy bạn Lan nói sai.

Bài 106 : Bác Phong có một mảnh đất hình chữ nhật, chiều rộng mảnh đất dài 8 m. Bác ngăn mảnh đó thành hai phần, một phần để làm nhà, phần còn

lại để làm vườn. Diện tích phần đất làm nhà bằng $\frac{1}{2}$ diện tích mảnh đất còn chu vi phần đất làm nhà bằng $\frac{2}{3}$ chu vi mảnh đất. Tính diện tích mảnh đất của bác.

Bài giải : Có hai cách chia mảnh đất hình chữ nhật thành hai phần có diện tích bằng nhau.

Cách chia 1 : như hình 1.



Hình 1

Gọi mảnh đất hình chữ nhật là ABCD và phần đất làm nhà là AMND.

Vì diện tích phần đất làm nhà bằng nửa diện tích mảnh đất nên M, N lần lượt là điểm chính giữa của AB và CD. Do đó $AM = MB = CN = ND$.

Chu vi của phần đất làm nhà là : $(AM + AD) \times 2 = (AM + 8) \times 2 = AM \times 2 + 8 \times 2 = AB + 16$.

Chu vi của mảnh đất là : $(AB + AD) \times 2 = (AB + 8) \times 2 = AB \times 2 + 8 \times 2 = AB \times 2 + 16$.

Hiệu chu vi mảnh đất và chu vi phần đất làm nhà là : $(AB \times 2 + 16) - (AB + 16) = AB$.

Hiệu này so với chu vi mảnh đất thì chiếm : $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ (chu vi mảnh đất)

Do đó ta có : $AB \times 3 = AB \times 2 + 16$

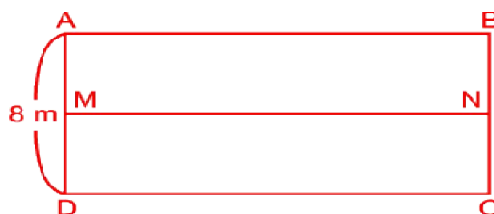
$AB \times 3 - AB \times 2 = 16$

$AB \times (3 - 2) = 16$

$AB = 16 \text{ (m)}$.

Vậy diện tích mảnh đất là : $16 \times 8 = 128 \text{ (m}^2\text{)}$

Cách chia 2 : như hình 2.

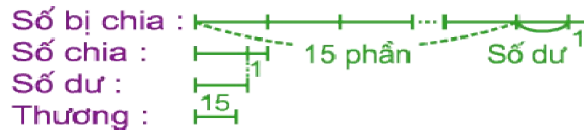


Hình 2

Lập luận tương tự trường hợp trên, ta tìm được $AB = 4 \text{ m}$. Điều này vô lí vì AB là chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật, đương nhiên phải lớn hơn 8 m. Do đó trường hợp này bị loại.

Bài 107 : Cho một phép chia hai số tự nhiên có dư. Tổng các số : số bị chia, số chia, số thương và số dư là 769. Số thương là 15 và số dư là số dư lớn nhất có thể có trong phép chia đó. Hãy tìm số bị chia và số chia trong phép chia.

Bài giải : Số dư trong phép chia là số dư lớn nhất nên kém số chia 1 đơn vị. Ta có sơ đồ sau :



Theo sơ đồ, nếu gọi số chia là 1 phần, thêm 1 đơn vị vào số dư và số bị chia thì tổng số phần của số chia, số bị chia và số dư (mới) gồm : $15 + 1 + 1 + 1 = 18$ (phần) như vậy. Khi đó tổng của số chia, số bị chia và số dư (mới) là : $769 - 15 + 1 + 1 = 756$.

Số chia là : $756 : 18 = 42$

Số dư là : $42 - 1 = 41$

Số bị chia là : $42 \times 15 + 41 = 671$

Bài 108 : Số táo của An, Bình và Chi là như nhau. An cho đi 17 quả, Bình cho đi 19 quả thì lúc này số táo của Chi gấp 5 lần tổng số táo còn lại của An và Bình. Hỏi lúc đầu mỗi bạn có bao nhiêu quả táo ?

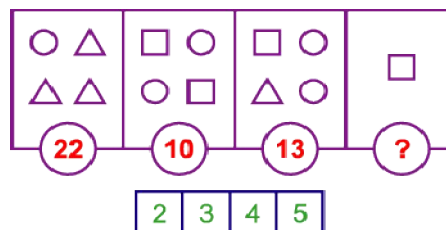
Bài giải : Nếu coi số táo của Chi gồm 5 phần thì tổng số táo của An và Bình là 10 phần. Số táo mà An và Bình đã cho đi là : $17 + 19 = 36$ (quả)

Vì số táo của Chi gấp 5 lần tổng số táo còn lại của An và Bình nên số táo còn lại của hai bạn gồm 1 phần. Như vậy An và Bình đã cho đi số phần là : $10 - 1 = 9$ (phần)

Vậy số táo của Chi là : $(36 : 9) \times 5 = 20$ (quả)

Vì ba bạn có số táo bằng nhau nên mỗi bạn lúc đầu có 20 quả.

Bài 109 : Con số nào trong các số 2, 3, 4, 5 cần thay vào dấu chấm hỏi (?) để hợp logic ?



Bài giải : Gọi số thay vào hình tròn là a, số thay vào tam giác là b và số thay vào hình vuông là c, ta có : $a + 3 \times b = 22$. Vì $3 \times b$ chia hết cho 3 ; 22 chia cho 3 dư 1 nên a chia cho 3 dư 1 (*). Ta lại có $2 \times a + 2 \times c = 10$, c nhỏ nhất là 2

nên a lớn nhất là $(10 - 2 \times 2) : 2 = 3$ (**). Từ (*) và (**) ta có $a = 1$. Do đó $1 + 3 \times b = 22$; $b = (22 - 1) : 3 = 7$; $c = (10 - 2 \times 1) : 2 = 4$.
Vậy số cần thay vào dấu chấm hỏi để hợp logic là số 4.

Bài 110 : Hãy dùng tất cả các chữ số, mỗi chữ số một lần để viết năm số tự nhiên, trong đó có một số lần lượt bằng $1/2$; $1/3$; $1/4$ và $1/5$ các số còn lại.

Bài giải : Gọi 5 số tự nhiên xếp theo thứ tự từ bé đến lớn là A ; B ; C ; D ; E.
Nếu A có 1 chữ số thì E không vượt quá $9 \times 5 = 45$. Như thế có 4 số có không quá 2 chữ số nên mới chỉ dùng không quá 9 chữ số ($2 \times 4 + 1 = 9$). Vậy A có nhiều hơn 1 chữ số. Nếu E có 3 chữ số thì A có ít nhất 2 chữ số (vì $100 : 5 = 20$). Như vậy có 4 số có 2 chữ số và 1 số có 3 chữ số nên phải dùng nhiều hơn 10 chữ số ($2 \times 4 + 3 = 11$). Vậy cả 5 số phải là các số có 2 chữ số và E lớn hơn 45 chia hết cho 5. Vậy E có thể là : 95 ; 90 ; 85 ; 80 ; 75 ; 70 ; 65 ; 60 ; 55 ; 50. Ta có bảng lựa chọn sau :

A	B	C	D	E	Kết luận
19	38	57	76	95	(Loại)
18	36	54	72	90	(Chọn)
17	34	51	68	85	(Loại)
16	32	48	64	80	(Loại)
15	30	45	60	75	(Loại)
14	28	42	56	70	(Loại)
13	26	39	52	65	(Loại)
12	24	36	48	60	(Loại)
11	22	33	44	55	(Loại)
10	20	30	40	50	(Loại)

Số thứ nhất là 18, số thứ hai là 36, số thứ ba là 54, số thứ tư là 72 và số thứ 5 là 90.

Bài 111 : Bạn hãy xóa những chữ số nào đó để được phép tính đúng : $151 \times 375 = 450$.

Bài giải : Hai thừa số ở vế trái đẳng thức chỉ có các chữ số lẻ nên dù xóa các chữ số như thế nào thì kết quả phép nhân cũng là một số lẻ. Vậy vế phải chỉ có thể là 45 hoặc 5.

Trường hợp 1 : Kết quả phép nhân là 45 ta có một cách xóa :

$$15\boxed{1} \times 3\boxed{75} = 45\boxed{0}.$$

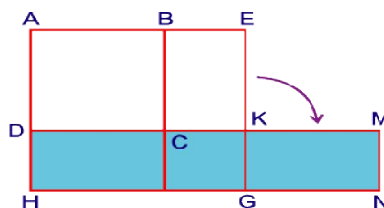
Trường hợp 2 : Kết quả phép nhân là 5 ta có hai cách xóa :

$$\boxed{15}1 \times \boxed{37}5 = \boxed{4}5\boxed{0}.$$

$$1\boxed{51} \times \boxed{37}5 = \boxed{4}5\boxed{0}.$$

Bài 112 : Có hai tấm bìa hình vuông mà số đo các cạnh là số tự nhiên chia hết cho 3. Đặt tấm bìa hình vuông nhỏ lên tấm bìa hình vuông lớn thì diện tích phần tấm bìa không bị chồng lên là 63 cm^2 . Tìm cạnh của mỗi tấm bìa đó.

Bài giải :



Ta đặt tấm bìa hình vuông nhỏ lên tấm bìa hình vuông lớn sao cho cạnh hình vuông nhỏ trùng khít với cạnh hình vuông lớn. Gọi hai hình vuông là ABCD và AEGH. Diện tích phần tấm bìa không bị chồng lên bao gồm hai hình chữ nhật BCKE và DKGH. Hai hình chữ nhật này có $BE = DH$ (chính là hiệu số đo các cạnh của hai hình vuông). Chuyển hình chữ nhật BCKE xuống bên cạnh hình chữ nhật DKGH ta được hình chữ nhật GKMN. Khi đó ta có diện tích hình chữ nhật HDMN là 63 cm^2 . Ta thấy hình chữ nhật HDMN có chiều dài và chiều rộng chính là tổng và hiệu số đo hai cạnh hình vuông. Vì hai hình vuông đều có số đo các cạnh là số tự nhiên chia hết cho 3, nên tổng và hiệu số đo hai cạnh hình vuông cũng phải là số chia hết cho 3. Do đó chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật HDMN đều là số chia hết cho 3.

Vì $63 = 1 \times 63 = 3 \times 21 = 7 \times 9$ nên chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật HDMN phải là 21 cm và 3 cm.

Vậy độ dài cạnh của tấm bìa hình vuông nhỏ là : $(21 - 3) : 2 = 9 \text{ (cm)}$

Độ dài cạnh của tấm bìa hình vuông lớn là : $9 + 3 = 12 \text{ (cm)}$

Bài 113 : So sánh M và N biết :

Bài giải :

$$\text{Ta có : } N = \frac{2003 + 2004}{2004 + 2005} = \frac{4007}{4009} < 1 ; \frac{2003}{2004} > \frac{1}{2} \text{ và } \frac{2004}{2005} > \frac{1}{2}$$

$$\text{nên : } \frac{2003}{2004} + \frac{2004}{2005} > \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$$

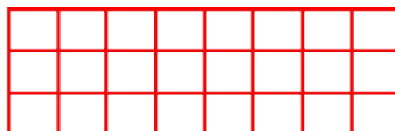
Do đó $M > 1$. Vậy $M > N$.

Nhận xét: Các bạn có thể nhận xét :

$$\frac{2003}{2004} > \frac{2003}{2004 + 2005} \text{ và } \frac{2004}{2005} > \frac{2004}{2004 + 2005} \text{ để suy ra } M > N.$$

Bài 114 : Một bảng ô vuông gồm 3 dòng và 8 cột như hình vẽ. Trên mỗi dòng ta điền các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 8 vào mỗi ô theo thứ tự tùy ý (mỗi ô một số và mỗi số chỉ điền một lần) sao cho tổng các số ở 8 cột đều

bằng nhau. Bạn Nhi cho rằng có thể làm được còn bạn Tín khẳng định không điền được. Hỏi ai đúng, ai sai ?



Bài giải : Giả sử có thể điền được theo yêu cầu bài toán (Bạn Nhi nói đúng). Tổng các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 8 là : $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$. Mỗi dòng điền các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 8 nên tổng các số trên 3 dòng trong bảng ô vuông đó là : $36 \times 3 = 108$. Vì tổng các số ở 8 cột đều bằng nhau nên tổng tất cả các số trong bảng ô vuông phải là một số chia hết cho 8. Nhưng 108 không chia hết cho 8 nên điều giả sử ở trên là sai tức là bạn Nhi nói sai và bạn Tín nói đúng.

Bài 115 : Nếu đếm các chữ số ghi tất cả các ngày trong năm 2004 trên tờ lịch treo tường thì sẽ được kết quả là bao nhiêu ?

Bài giải : Năm 2004 là năm nhuận có 366 ngày.
Một năm có 12 tháng, mỗi tháng có 9 ngày từ mùng 1 đến mùng 9 là những ngày được viết bằng các số có 1 chữ số. Như vậy số ngày được viết bằng số có 1 chữ số là : $9 \times 12 = 108$ (ngày).
Số ngày còn lại trong năm được viết bằng số có 2 chữ số là : $366 - 108 = 258$ (ngày).
Vậy đếm các chữ số ghi tất cả các ngày của năm 2004 trên tờ lịch thì ta được :
 $1 \times 108 + 2 \times 258 = 624$ (chữ số).

Bài 116 : Cho :

$$S = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18} + \frac{1}{19} + \frac{1}{20}.$$

Hãy so sánh S và $\frac{1}{2}$.

Bài giải :

S là tổng của 10 phân số mà $\frac{1}{11} > \frac{1}{20}$; $\frac{1}{12} > \frac{1}{20}$; $\frac{1}{13} > \frac{1}{20}$; $\frac{1}{14} > \frac{1}{20}$;

$\frac{1}{15} > \frac{1}{20}$; $\frac{1}{16} > \frac{1}{20}$; $\frac{1}{17} > \frac{1}{20}$; $\frac{1}{18} > \frac{1}{20}$; $\frac{1}{19} > \frac{1}{20}$, do đó :

$$\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18} + \frac{1}{19} > 9 \times \frac{1}{20}.$$

$$\text{Suy ra : } S > 9 \times \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$

Bài 117 : Cho một số tự nhiên, nếu viết thêm một chữ số vào bên phải số đó ta được số mới hơn số đã cho đúng 2004 đơn vị. Tìm số đã cho và chữ số viết thêm.

Bài giải :

Cách 1 : Khi viết thêm một chữ số nào đó vào bên phải một số tự nhiên đã cho ta được số mới bằng 10 lần số tự nhiên đó cộng thêm chính chữ số viết thêm. Gọi chữ số viết thêm là a, ta có sơ đồ :



9 lần số đã cho là : $2004 - a$.

Số đã cho là : $(2004 - a) : 9$.

Vì số đã cho là số tự nhiên nên $2004 - a$ phải chia hết cho 9, số 2004 chia 9 dư 6 nên a chia cho 9 phải dư 6, mà a là chữ số nên $a = 6$. Số tự nhiên đã cho là $(2004 - 6) : 9 = 222$.

Cách 2 : Gọi số tự nhiên đã cho là A chữ số viết thêm là x thì số mới là $\overline{Ax}$.

Ta có $\overline{Ax} - A = 2004$

$A \times 10 + x - A = 2004$ (phân tích số)

$A \times 10 - A + x = 2004$

$A \times (10 - 1) + x = 2004$ (một số nhân với một tổng)

$A \times 9 + x = 2004$

Vì $A \times 9$ chia hết cho 9 ; 2004 chia 9 dư 6 nên x chia cho 9 phải dư 6. Vì x là chữ số nên $x = 6$. Ta có :

$A \times 9 + 6 = 2004$

$A \times 9 = 2004 - 6$

$A \times 9 = 1998$

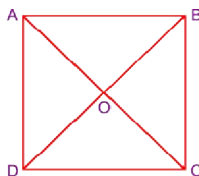
$A = 1998 : 9$

$A = 222$.

Vậy số tự nhiên đã cho là 222 ; chữ số viết thêm là 6.

Bài 118 : Một tờ giấy hình vuông có diện tích là 72 cm^2 thì đường chéo của tờ giấy đó dài bao nhiêu ?

Bài giải : Gọi tờ giấy hình vuông là ABCD. Nối hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O (hình vẽ).



Hình vuông được chia thành 4 tam giác vuông nhỏ có diện tích bằng nhau.
Diện tích tam giác AOB là : $72 : 4 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Vì diện tích tam giác AOB bằng $(OA \times OB) : 2$, do đó $(OA \times OB) : 2 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$.
Suy ra $OA \times OB = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Vì $OA = OB$ mà $36 = 6 \times 6$ nên $OA = 6 \text{ (cm)}$.

Vì $AC = 2 \times OA$ nên độ dài đường chéo của tờ giấy đó là : $6 \times 2 = 12 \text{ (cm)}$.

Bài 119 : Trong đợt trồng cây đầu năm, lớp 5A cử một số bạn đi trồng cây và trồng được 180 cây, mỗi học sinh trồng được 8 hoặc 9 cây. Tính số học sinh tham gia trồng cây, biết số học sinh tham gia là một số chia hết cho 3.

Bài giải : Nếu mỗi bạn trồng 9 cây thì số người tham gia sẽ ít nhất và chính là : $180 : 9 = 20 \text{ (người)}$.

Vì $180 : 8 = 22 \text{ (dư 4)}$ nên số người tham gia nhiều nhất là 22 người và khi đó có 4 người trồng 9 cây, còn lại mỗi người trồng 8 cây.

Theo đầu bài số người tham gia là một số chia hết cho 3 nên có 21 bạn tham gia.

Bài 120 : Chứng minh rằng không thể thay các chữ bằng các chữ số để có phép tính đúng :

$$\overline{HOCVUI} - \overline{HOCVUI} = 2004$$

Bài giải :

Cách 1 : Đặt tính :

Xét chữ số hàng đơn vị : Có 2 trường hợp xảy ra :

Trường hợp 1 : $I > C$.

Khi đó phép trừ ở hàng đơn vị không có nhớ sang hàng chục.

ở chữ số hàng chục : $U - O = 0$ hay $U = O$.

ở chữ số hàng trăm : $V - H = 0$ hay $V = H$.

Do đó $\overline{HOCVUI} < \overline{VUIHCC}$ (vì ở chữ số hàng nghìn $C < I$).

Trường hợp 2 : $I < C$.

Khi đó phép trừ ở hàng đơn vị có nhớ 1 sang hàng chục.

Do đó ở hàng chục : $U - O - 1 = 0$ hay $U - O = 1$ nên $O < U$. Phép trừ không có nhớ sang hàng trăm. ở hàng trăm : $V - H = 0$ hay $V = H$.

Vì thế $\overline{HOCVUI} < \overline{VUIHOC}$ (vì ở chữ số hàng chục nghìn $O < U$).

Vậy ta không thể thay thế các chữ bằng các chữ số để có phép tính như đã cho.

Cách 2 : Dùng tính chất chia hết của một hiệu :

Ta thấy 2 số $\overline{HOCVUI}$ và $\overline{VUIHOC}$ có tổng các chữ số bằng nhau nên cả 2 số sẽ có cùng số dư khi chia cho 9, do đó hiệu của hai số chắc chắn sẽ chia hết cho 9.

Mà 2004 không chia hết cho 9, do đó hiệu của hai số không thể bằng 2004.

Nói cách khác ta không thể thay các chữ bằng các chữ số để có phép tính đúng.

Bài 121 : Số chữ số dùng để đánh số trang của một quyển sách là một số chia hết cho số trang của cuốn sách đó. Biết rằng cuốn sách đó trên 100 trang và ít hơn 500 trang. Hỏi cuốn sách đó có bao nhiêu trang ?

Bài giải : Vì cuốn sách đó trên 100 trang và ít hơn 500 trang nên số trang của cuốn sách đó là một số có 3 chữ số.

Gọi số trang của cuốn sách đó là $\overline{abc}$ với a, b, c là các chữ số và a khác 0.

Các số trang của cuốn sách là các số tự nhiên từ 1 đến $\overline{abc}$.

Có 9 trang có 1 chữ số nên cần 9 chữ số để đánh số trang cho các trang này.

Có 90 trang có 2 chữ số nên cần $2 \times 90 = 180$ (chữ số) để đánh số trang cho các trang này. Số trang có 3 chữ số là $\overline{abc} - 99$ trang. Số chữ số dùng để đánh số trang có 3 chữ số là : $3 \times (\overline{abc} - 99)$

Số chữ số dùng để đánh số trang của cuốn sách đó là : $9 + 180 + 3 \times (\overline{abc} - 99) = 189 + 3 \times \overline{abc} - 297 = 3 \times \overline{abc} - 108$.

Vì số chữ số dùng để đánh số trang của cuốn sách là số chia hết cho số trang của cuốn sách đó nên

chia hết cho hay 108 chia hết cho . Suy ra chính bằng 108. Vậy cuốn sách đó có 108 trang.

Bài 122 : Cha hiện nay 43 tuổi. Nếu tính sang năm thì tuổi cha vừa gấp 4 tuổi con hiện nay. Hỏi lúc con mấy tuổi thì tuổi cha gấp 5 lần tuổi con ? Có bao giờ tuổi cha gấp 4 lần tuổi con không ? Vì sao ?

Bài giải : Tuổi của cha sang năm là :

$$43 + 1 = 44 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi của con hiện nay là :

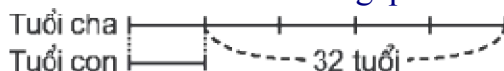
$$44 : 4 = 11 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi cha hơn tuổi con là :

$$43 - 11 = 32 \text{ (tuổi)}$$

Khi tuổi cha gấp 5 lần tuổi con thì cha vẫn hơn con 32 tuổi.

Ta có sơ đồ khi tuổi cha gấp 5 lần tuổi con như sau :



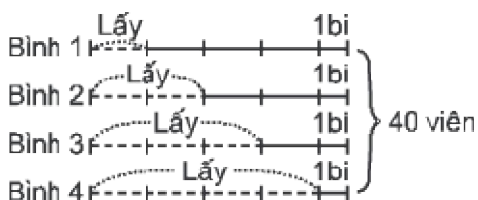
Nhìn vào sơ đồ ta thấy :

Tuổi con khi đó là : $32 : (5 - 1) = 8$ (tuổi)

Nếu tuổi cha gấp 4 lần tuổi con, khi đó tuổi con là 1 phần thì tuổi cha là 4 phần như thế. Tuổi cha hơn tuổi con số phần là : $4 - 1 = 3$ (phần), khi đó cha cũng vẫn hơn con 32 tuổi ; 32 không chia hết cho 3 nên không bao giờ tuổi cha gấp 4 lần tuổi con (vì ta coi tuổi con hàng năm là một số tự nhiên).

Bài 123 : Có 4 bình (đánh số là 1, 2, 3, 4) đựng số lượng các hòn bi bằng nhau. Lấy ra từ bình thứ nhất một số viên bi, lấy gấp đôi số đó từ bình thứ hai, lấy gấp ba số đó từ bình thứ ba và cuối cùng lấy gấp bốn số đó từ bình thứ tư. Khi đó tổng số bi còn lại trong cả bốn bình là 40 viên và bình thứ tư còn lại đúng 1 viên bi. Hỏi ban đầu số lượng bi trong bốn bình là bao nhiêu ?

Bài giải :



Số bi lấy ra từ bình 1 là :

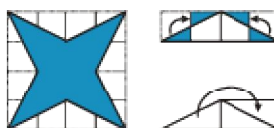
$$(40 - 1 \times 4) : (3 + 2 + 1) = 6 \text{ (viên).}$$

Lúc đầu số lượng bi trong bốn bình là : $(6 \times 4 + 1) \times 4 = 100$ (viên).

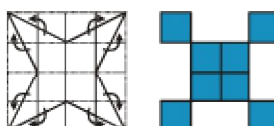
Bài 124 : Từ một tờ giấy kẻ ô vuông, bạn Khang cắt ra một hình sao bốn cánh như hình bên. Hình sao này có diện tích bằng mấy ô vuông ?

Bài giải : Có nhiều cách làm, xin giới thiệu 2 cách để các bạn tham khảo.

Cách 1 : Diện tích hình sao đúng bằng diện tích hình vuông gồm 16 ô vuông trừ đi diện tích bốn hình tam giác bằng nhau. Mỗi tam giác này có diện tích là 2 ô vuông. Do đó diện tích hình sao là : $16 - 2 \times 4 = 8$ (ô vuông).



Cách 2 : Cắt ghép để từ hình sao ta có hình mới mà hình này diện tích đúng bằng 8 ô vuông.



Bài 125 : Một đoàn tàu hỏa dài 200 m lướt qua một người đi xe đạp ngược chiều với tàu hết 12 giây. Tính vận tốc của tàu, biết vận tốc của người đi xe đạp là 18 km/giờ.

Bài giải : Đoàn tàu hỏa dài 200 m lướt qua người đi xe đạp hết 12 giây, có nghĩa là sau 12 giây tổng quãng đường tàu hỏa và xe đạp đi là 200 m. Như vậy tổng vận tốc của tàu hỏa và xe đạp là :

$$200 : 12 = 50/3(\text{m/giây}),$$

$$50/3 \text{ m/giây} = 60 \text{ km/giờ}.$$

Vận tốc của xe đạp là 18 km/giờ, thì vận tốc của tàu hỏa là :

$$60 - 18 = 42 \text{ (km/giờ)}.$$

Bài 126 : Cho số gồm bốn chữ số có chữ số hàng trăm là 9 và chữ số hàng chục là 7. Tìm số đã cho biết số đó chia hết cho 5 và 27.

Bài giải : Gọi số phải tìm là $\overline{a97b}$ (a khác 0 ; a ; b < 10)

Vì $\overline{a97b}$ chia hết cho 5 nên b = 0 hoặc b = 5.

Vì $\overline{a97b}$ chia hết cho 27 nên $\overline{a97b}$ chia hết cho 9.

Thay b = 0 ta có $\overline{a970}$ chia hết cho 9 nên a = 2. Thử 2970 : 27 = 110 (đúng).

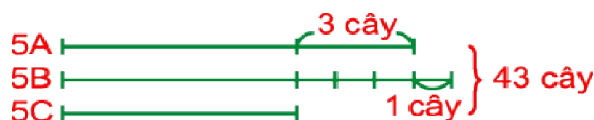
Thay b = 5 ta có $\overline{a975}$ chia hết cho 9 nên a = 6. Thử 6975 : 27 = 258 (dư 9) trái với điều kiện bài toán. Vậy số tìm được là 2970.

Bài 127 : Ba lớp 5A, 5B và 5C trồng cây nhân dịp đầu xuân. Trong đó số cây của lớp 5A và lớp 5B trồng được nhiều hơn số cây của 5B và 5C là 3 cây. Số cây của lớp 5B và 5C trồng được nhiều hơn số cây của 5A và 5C là 1 cây. Tính số cây trồng được của mỗi lớp. Biết rằng tổng số cây trồng được của ba lớp là 43 cây.

Bài giải :

Cách 1 : Vì số cây lớp 5A và lớp 5B trồng được nhiều hơn số cây của lớp 5B và 5C là 3 cây nên số cây của lớp 5A hơn số cây của lớp 5C là 3 cây. Số cây của lớp 5B và 5C trồng được nhiều hơn số cây của lớp 5A và 5C là 1 cây nên số cây của lớp 5B trồng được nhiều hơn số cây của lớp 5A là 1 cây.

Ta có sơ đồ :



Ba lần số cây của lớp 5C là :

$$43 - (3 + 3 + 1) = 36 \text{ (cây)}$$

Số cây của lớp 5C là :

$$36 : 3 = 12 \text{ (cây)}.$$

Số cây của lớp 5A là :

$$12 + 3 = 15 \text{ (cây).}$$

Số cây của lớp 5B là :

$$15 + 1 = 16 \text{ (cây).}$$

Cách 2 : Hai lần tổng số cây của 3 lớp là : $43 \times 2 = 86 \text{ (cây).}$

Ta có sơ đồ :



Số cây của lớp 5A và 5C trồng được là :

$$(86 - 3 - 1 - 1) : 3 = 27 \text{ (cây).}$$

Số cây của lớp 5B là :

$$43 - 27 = 16 \text{ (cây).}$$

Số cây của lớp 5B và 5C là :

$$27 + 1 = 28 \text{ (cây).}$$

Số cây của lớp 5C là :

$$28 - 16 = 12 \text{ (cây).}$$

Số cây của lớp 5A là :

$$43 - 28 = 15 \text{ (cây).}$$

Bài 128 : Một dãy có 7 ô vuông gồm 3 ô đen và 4 ô trắng được sắp xếp như hình vẽ.



Cho phép mỗi lần chọn hai ô tùy ý và đổi màu chúng (từ đen sang trắng và từ trắng sang đen). Hỏi rằng nếu làm như trên nhiều lần thì có thể nhận được dãy ô vuông có màu xen kẽ nhau như sau hay không ?



Bài giải : Nhìn vào hình vẽ ta thấy ở hình ban đầu có 3 ô đen và 4 ô trắng, còn hình lúc sau có 4 ô đen và 3 ô trắng.

Khi chọn hai ô tùy ý để đổi màu của chúng (từ đen sang trắng và từ trắng sang đen) thì có ba khả năng xảy ra :

- Chọn hai ô trắng : Khi đó hai ô trắng được chọn sẽ đổi thành hai ô đen, do đó số ô đen tăng lên 2 ô.

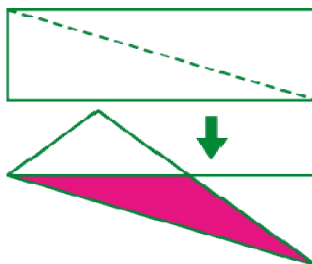
- Chọn hai ô đen : Khi đó hai ô đen được chọn sẽ đổi thành hai ô trắng, do đó số ô đen giảm đi 2 ô.

- Chọn một ô đen và một ô trắng : Khi đó ô trắng đổi thành ô đen và ô đen đổi thành ô trắng, do đó số ô đen giữ nguyên.

Do vậy khi thực hiện việc chọn hai ô để đổi màu của chúng thì số lượng ô đen hoặc tăng lên 2 ô, hoặc giảm đi 2 ô, hoặc giữ nguyên. Điều đó có nghĩa là nếu chọn hai ô tùy ý và đổi màu chúng nhiều lần thì số ô đen vẫn luôn luôn là một số lẻ.

Vì hình sau có 4 ô đen nên không thể thực hiện được.

Bài 129 : Một tờ giấy hình chữ nhật được gấp theo đường chéo như hình vẽ. Diện tích hình nhận được bằng $\frac{5}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu. Biết diện tích phần tô màu là 18 cm^2 . Tính diện tích tờ giấy ban đầu.



Bài giải : Khi gấp tờ giấy hình chữ nhật theo đường chéo (đường nét đứt) thì phần hình tam giác được tô màu bị xếp chồng lên nhau. Do đó diện tích hình chữ nhật ban đầu lớn hơn diện tích hình nhận được chính là diện tích tam giác được tô màu.

Diện tích hình chữ nhật ban đầu giảm đi bằng $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu.

Do vậy diện tích tam giác tô màu bằng $\frac{3}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu, hay $\frac{3}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu bằng 18 cm^2 .

Vậy diện tích hình chữ nhật ban đầu là :

$$18 : \frac{3}{8} = 48 (\text{cm}^2)$$

Bài 130. Chứng tỏ rằng kết quả của phép nhân sau

$$3 \times 3 \times 3 \times \dots \times 3$$

(2000 thừa số 3) là số có ít hơn 1001 chữ số.

Lời giải. Trong tích số $A = 3 \times 3 \times 3 \times \dots \times 3$ gồm 2000 thừa số 3, kết hợp từng cặp số 3 được $A = (3 \times 3) (3 \times 3) \dots (3 \times 3) = 9 \times 9 \times \dots \times 9$ gồm 1000 thừa số 9.

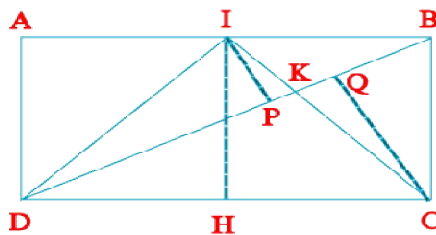
Xét số $B = 9 \times 10 \times \dots \times 10$ thừa số 10 nên số $B = 90 \dots 0$ có 999 chữ số 0 và 1 chữ số 9, nghĩa là có 1000 chữ số.

$$\text{Vì } 9 < 10 \text{ nên } A = 9 \times 9 \times \dots \times 9 < B = 9 \times 10 \times \dots \times 10$$

Vậy số A có ít hơn 1001 chữ số.

Bài 131. Tính diện tích hình chữ nhật ABCD. Biết rằng diện tích phần màu vàng là 20 cm^2 và I là điểm chia AB thành 2 phần bằng nhau.

Lời giải. Kí hiệu S là diện tích của một hình. Nối D với I. Qua I và C vẽ các đường thẳng IP và CQ vuông góc với BD, IH vuông góc với DC.



Ta có $S_{ADB} = S_{CDB} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$ $S_{DIB} = \frac{1}{2} S_{ADB}$ (vì có chung đường cao DA, IB = $\frac{1}{2}$ AB), $S_{DIB} = \frac{1}{2} S_{DBC}$.

Mà 2 tam giác này có chung đáy DB

Nên $IP = \frac{1}{2} CQ$. $S_{IDK} = \frac{1}{2} S_{CDK}$ (vì có chung đáy DK và $IP = \frac{1}{2} CQ$) $S_{CDI} = S_{IDK} + S_{DKC} = 3S_{DIK}$.

Ta có :

$S_{ADI} = \frac{1}{2} AD \times AI$, $S_{DIC} = \frac{1}{2} IH \times DC$

Mà $IH = AD$, $AI = \frac{1}{2} DC$, $S_{DIC} = 2S_{ADI}$ nên $S_{ADI} = \frac{3}{2} S_{DIK}$

Vì AIKD là phần được tô màu vàng nên $S_{AIKD} = 20(\text{cm}^2)$

$S_{DAI} + S_{IDK} = 20(\text{cm}^2)$

$S_{DAI} + \frac{2}{3} S_{ADI} = 20(\text{cm}^2)$

$S_{DAI} = (3 \times 20)/5 = 12 (\text{cm}^2)$

Mặt khác $S_{DAI} = \frac{1}{2} S_{DAB}$ (cùng chung chiều cao DA, $AI = \frac{1}{2} AB$)

$= \frac{1}{4} S_{ABCD}$ suy ra $S_{ABCD} = 4 \times S_{DAI} = 4 \times 12 = 48 (\text{cm}^2)$.

Bài 132. Nếu trong một tháng nào đó mà có 3 ngày thứ bảy đều là các ngày chẵn thì ngày 25 của tháng đó sẽ là ngày thứ mấy ?

Lời giải.

Cách 1. Trong một tháng nào đó có ba ngày thứ bảy là ngày chẵn thì chắc chắn còn có hai ngày thứ Bảy là ngày lẻ. Năm ngày thứ Bảy đó sắp xếp như sau :

Thứ Bảy (1) chẵn	Thứ Bảy (2) lẻ	
Thứ Bảy (3) chẵn	Thứ Bảy (4) lẻ	Thứ Bảy (5) chẵn

Số ngày nhiều nhất trong một tháng là 31 ngày. Tháng này có 4 tuần và 3 ngày. Nếu thứ bảy đầu tiên là ngày mùng 4 thì tháng đó sẽ có số ngày là: $4 + 7 \times 4 = 32$ (ngày) ; trái với lịch thông thường.

Vì thế thứ bảy đầu tiên (1) phải là ngày mùng 2 ; thứ 7 thứ tư sẽ là ngày: $2 + 7 \times 3 = 23$

Vậy ngày 25 của tháng đó là ngày thứ hai.

Cách 2. Lập bảng theo tuần lễ :

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

Trong 3 cột đầu tiên chỉ có cột 2 thích hợp với đầu bài toán. Cột này có 5 ngày thứ bảy. Vì ngày 23 là thứ bảy, nên ngày 25 là thứ hai.

Bài 133. Bốn bạn Xuân, Hạ, Thu, Đông có tất cả 61 viên bi. Xuân có số bi ít nhất, Đông có số bi nhiều nhất và là số lẻ, Thu có số bi gấp 9 lần số bi của Hạ. Hãy cho biết mỗi bạn có bao nhiêu viên bi ?

Lời giải.

+ Số bi của Thu gấp 9 lần số bi của Hạ nên tổng số bi của Thu và Hạ là một số chẵn. Tổng số bi của bốn bạn là số lẻ, số bi của Đông là số lẻ, tổng số bi của Hạ và Thu là số lẻ ; do đó số bi của Xuân phải là số chẵn.

+ Số bi của Hạ phải là số bé hơn 4 vì nếu số đó là 4 thì số bi của Thu là $4 \times 9 = 36$. Khi đó ít nhất Đông có số bi là 37 thì chỉ riêng tổng số bi của Thu và Đông đã vượt quá tổng số bi của bốn bạn ($36 + 37 = 73 > 61$).

+ Nếu số bi của Xuân là 2 thì số bi của Hạ là 3, số bi của Thu là 27

$$(3 \times 9 = 27)$$

Số bi của Đông là :

$$61 - (2 + 3 + 27) = 29 \text{ (viên).}$$

Bài 134. Thay các chữ cái dưới đây bởi các chữ số (chữ cái khác nhau thì thay bởi các chữ số khác nhau) sao cho kết quả các phép tính dưới đây đạt giá trị lớn nhất.

$$\text{CHUC} + \text{MUNG} + \text{THAY} + \text{CO} + \text{NHAN} + \text{NGAY} - 20 - 11$$

Lời giải. Vì N xuất hiện ở những hàng cao nhất và nhiều lần nhất nên N phải bằng 9 để kết quả lớn nhất. Tiếp đó C xuất hiện ở hàng cao nhất còn lại giống M và T nhưng C còn ở hai hàng khác nữa nên C bằng 8. Nếu M là 7 thì T là 6 và ngược lại, kết quả của phép toán không thay đổi. Với lập luận như trên thì H bằng 5, U bằng 4 và G bằng 3. Từ đó A bằng 2, Y bằng 1 và O là 0.

Vậy ta có 2 đáp số :

$$8548 + 6493 + 7521 + 80 + 9529 + 9321 - 20 - 11 = 41461$$

$$\text{và } 8548 + 7493 + 6521 + 80 + 9529 + 9321 - 20 - 11 = 41461$$

Bài 135 : Thăng đồ Long biết được số học sinh của trường Thăng cuối năm học vừa rồi có bao nhiêu học sinh được nhận thưởng ? Biết rằng số học sinh được nhận thưởng là số có ba chữ số và rất thú vị là chữ số hàng trăm, chữ số hàng đơn vị giống nhau. Nếu nhân số này với 6 thì được tích là số cũng có ba chữ số và trong tích đó có một chữ số 2.

Bài giải : Gọi số phi tìm là aba (a khác b ; a ; b nhỏ hơn hoặc bằng 9). Theo đầu bài ta có:
 $aba \times 6 = deg$ (d khác 0 ; d ; e ; g nhỏ hơn hoặc bằng 9).
Nếu a lớn hơn hoặc bằng 2 thì tích nhiều hơn 3 chữ số. Vậy $a = 1$. Ta có $1b1 \times 6 = deg$ (deg có một chữ số 2).
Do đó : $g = 1 \times 6 = 6$ và d lớn hơn hoặc bằng 6. Vì thế : $e = 2$
Vì $b \times 6 =$ nên $b = 2$ hoặc $b = 7$.
Nếu $b = 2$ thì $121 \times 6 = 726$ (Đúng)
Nếu $b = 7$ thì $171 \times 6 = 1026$ (Loại)
Vậy số học sinh nhận thưởng là 121 bạn.

Bài 136 : Em hãy di chuyển hai que diêm lại đúng vị trí để kết quả phép tính là đúng :

$$502 + 35 \times 48 = 2003$$

Bài giải :

Cách 1 : Ta chuyển que diêm ở giữa chữ số 8 để có chữ số 0. Lấy que diêm đó

ghép vào chữ số 5 của số 502 để được số 602. Lấy 1 que diêm ở chữ số 3 của số 2003 và đặt vào vị trí khác của chữ số 3 đó để chuyển số 2003 thành số 2002, ta có phép tính đúng :

Cách 2 : Ta chuyển que diêm ở giữa số 8 để có chữ số 0. lấy que diêm đó ghép vào chữ số 5 của số 502 để được số 602.

Lấy 1 que diêm ở chữ số 2 của số 602 và đặt vào vị trí khác của chữ số 2 đó để chuyển số 602 thành số 603, ta có phép tính đúng :

$$603 + 35 \times 40 = 2003$$

Bài 137 : Một bạn chọn hai số tự nhiên tùy ý, tính tổng của chúng rồi lấy tổng đó nhân với chính nó. Bạn ấy cũng làm tương tự đối với hiệu của hai số mà mình đã chọn đó. Cuối cùng cộng hai tích tìm được với nhau. Hỏi rằng tổng của hai tích đó là số chẵn hay số lẻ ? Vì sao ?

Bài giải : Sẽ xảy ra một trong hai trường hợp : C hai số đều chẵn (hoặc đều lẻ) ; một số chẵn và một số lẻ.

a) Hai số chẵn (hoặc hai số lẻ). Tổng, hiệu của hai số đó là số chẵn. Số chẵn nhân với chính nó được số chẵn. Do đó cộng hai tích (là hai số chẵn) phải được số

chấn.

b) Một số chẵn và một số lẻ. Tổng, hiệu của chúng đều là số lẻ. Số lẻ nhân với chính nó được số lẻ. Do đó cộng hai tích (là hai số lẻ) phải được số chẵn. Vậy theo điều kiện của bài toán thì kết quả của bài toán phải là số chẵn.

Bài 138 : a) Hãy phân tích 20 thành tổng các số tự nhiên sao cho tích các số tự nhiên ấy cũng bằng 20.

b) Bạn có thể làm như thế với bất kì số tự nhiên nào được không ?

Bài giải : Phân tích 20 thành tích các số tự nhiên khác 1.

$$20 = 2 \times 2 \times 5 = 4 \times 5 = 10 \times 2$$

Trường hợp : $2 \times 2 \times 5 = 20$ thì tổng của chúng là : $2 + 2 + 5 = 9$. Vậy để tổng bằng 20 thì phải thêm vào : $20 - 9 = 11$, ta thay 11 bằng tổng của 11 số 1 khi đó tích sẽ không thay đổi.

Lí luận tương tự với các trường hợp : $20 = 4 \times 5$ và $20 = 10 \times 2$. Ta có 3 cách phân tích như sau :

Cách 1 :

$$20 = 2 \times 2 \times 5 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1.$$

$$20 = 2 + 2 + 5 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1.$$

Cách 2 :

$$20 = 4 \times 5 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1.$$

$$20 = 4 + 5 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1.$$

Cách 3 :

$$20 = 10 \times 2 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1.$$

$$20 = 10 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1.$$

b) Một số chia hết cho 1 và chính nó sẽ không làm được như trên vì tích của 1 với chính nó luôn nhỏ hơn tổng của 1 với chính nó.

Bài 139 : Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất sao cho a chia cho 2 dư 1, chia cho 5 dư 1, chia cho 7 dư 3 và chia hết cho 9.

Bài giải : Vì a chia cho 2 dư 1 nên a là số lẻ.

Vì a chia cho 5 dư 1 nên a có tận cùng là 1 hoặc 6.

Do đó a phải có tần cùng là 1.

- Nếu a là số có hai chữ số thì do a chia hết cho 9 nên $a = 81$, loại vì $81 : 7 = 11$ dư 4 (trái với điều kiện của đề bài).

- Nếu a là số có ba chữ số thì để a nhỏ nhất thì chữ số hàng trăm phải là 1. Khi đó để a chia hết cho 9 thì theo dấu hiệu chia hết cho 9 ta có chữ số hàng chục phải là 7 (để $1 + 7 + 1 = 9$).

Vì $171 : 7 = 24$ dư 3 nên $a = 171$.

Vậy số phải tìm nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện của đề bài là 171.

Bài 140 : Số này nằm trong phạm vi các số tự nhiên từ 1 đến 58. Khi viết

"nó" không sử dụng các chữ số 1 ; 2 ; 3. Ngoài ra "nó" là số lẻ và không chia hết cho các số 3 ; 5 ; 7. Vậy "nó" là số nào ?

Bài giải : Nó là số lẻ nằm trong phạm vi các số tự nhiên từ 1 đến 58, khi viết nó không sử dụng các chữ số 1 ; 2 ; 3 nên nó có thể là : 5 ; 7 ; 9 ; 45 ; 47 ; 49 ; 55 ; 57 ; 59.

Nhưng nó không chia hết cho 3 ; 5 ; 7 nên trong các số trên chỉ có số 47 là thỏa mãn.

Vậy nó là số 47.

Bài 141 : Bạn Tân thực hiện phép chia một số cho 12 thì dư 1 và chia số đó cho 14 thì dư 2. Bạn hãy chứng tỏ Tân đã làm sai ít nhất một phép tính.

Bài giải : $A = 12 \times p + 1 = 14 \times q + 2$ (với $p ; q$ là số tự nhiên)

Ta thấy : $12 \times p$ là số chẵn nên $A = 12 \times p + 1$ là số lẻ.

$14 \times q$ là số chẵn nên $A = 14 \times q + 2$ là số chẵn.

A không thể vừa lẻ vừa chẵn nên chắc chắn có ít nhất một phép tính sai.

Bài 142 : Vườn cây bà Thược có số cây chưa đến 100 và có 4 loại cây : xoài, cam, mít, bưởi. Trong đó số cây xoài chiếm $\frac{1}{5}$ số cây, số cây cam chiếm $\frac{1}{6}$ số cây, số cây bưởi chiếm $\frac{1}{4}$ số cây và còn lại là mít. Hãy tính xem mỗi loại có bao nhiêu cây ?

Bài giải : Số cây xoài chiếm $\frac{1}{5}$ số cây, số cây cam chiếm $\frac{1}{6}$ số cây, số cây bưởi chiếm $\frac{1}{4}$ số cây nên số cây trong vườn phải chia hết cho 4, 5, 6. Mà $6 = 2 \times 3$ nên số cây trong vườn phải chia hết cho 3, 4, 5. Số nhỏ hơn 100 chia hết cho 3, 4, 5 là 60. Vậy số cây trong vườn là 60 cây.

Số cây xoài trong vườn là : $60 : 5 = 12$ (cây)

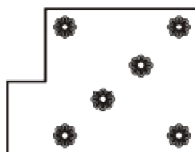
Số cây cam trong vườn là : $60 : 6 = 10$ (cây)

Số cây bưởi trong vườn là : $60 : 4 = 15$ (cây)

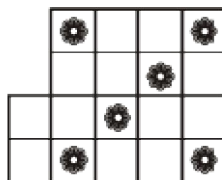
Số cây mít trong Vườn là : $60 - (12 + 10 + 15) = 23$ (cây)

Đáp số : xoài : 12 cây ; cam : 10 cây ; bưởi : 15 cây ; mít : 23 cây

Bài 143 : Bạn hãy chia tấm bìa bên dưới thành 6 phần giống hệt nhau về hình dạng và mỗi phần có một bông hoa.

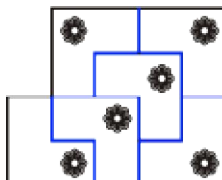


Bài giải : Ta chia tấm bìa thành các ô vuông nhỏ bằng nhau như trong hình vẽ sau :



Nhìn hình vẽ ta thấy tổng số ô vuông nhỏ là 18 ô. Do đó khi chia tấm bìa thành 6 phần giống hệt nhau về hình dạng thì mỗi phần sẽ có số ô là : $18 : 6 = 3$ (ô) và hình dạng mỗi phần phải có dạng hình chữ L.

Ta có cách chia như sau : (cắt theo đường màu)



Bài 144 : Cho dãy các số chẵn liên tiếp : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; ... ; 998 ; 1000. Sau khi điền thêm các dấu + hoặc dấu - vào giữa các số theo ý mình, bạn Bình thực hiện phép tính được kết quả là 2002 ; bạn Minh thực hiện phép tính được kết quả là 2006. Ai tính đúng ?

Bài giải : Từ 2 đến 1000 có : $(1000 - 2) : 2 + 1 = 500$ (số chẵn)
Tổng các số đó : $N = (1000 + 2) \times 500 : 2 = 250500$. Số này chia hết cho 4.
Khi thay + a thành - a thì N bị giảm đi $a \times 2$ cũng là số chia hết cho 4. Do đó

kết quả cuối cùng phải là số chia hết cho 4. Bình tính được 2002, Minh tính được 2006 đều là số không chia hết cho 4. Vậy cả hai bạn đều tính sai.

Bài 145 : Trường Tiểu học Xuân Đình tham gia hội khỏe Phù Đổng, có 11 học sinh đoạt giải, trong đó có 6 em giành ít nhất 2 giải, có 4 em giành ít nhất 3 giải và có 2 em giành mỗi người 4 giải. Hỏi trường đó đã giành được bao nhiêu giải ?

Bài giải : Có 11 em đoạt giải, trong đó có 6 em giành ít nhất 2 giải nên số học sinh giành mỗi em 1 giải là : $11 - 6 = 5$ (em). Có 6 em giành ít nhất 2 giải, trong đó có 4 em giành ít nhất 3 giải nên số em giành mỗi em 2 giải là : $6 - 4 = 2$ (em). Có 4 em giành ít nhất 3 giải trong đó có 2 em giành mỗi em 4 giải nên số em giành mỗi em 3 giải là : $4 - 2 = 2$ (em). Số em giành từ 1 đến 4 giải là : $5 + 2 + 2 + 2 = 11$ (em). Do đó không có em nào giành được nhiều hơn 4 giải. Vậy số giải mà trường đó giành được là : $1 \times 5 + 2 \times 2 + 3 \times 2 + 4 \times 2 = 23$ (giải).

Bài 146 : Tính nhanh tổng sau :

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{19}{20} + \frac{29}{30} + \frac{41}{42} + \frac{55}{56} + \frac{71}{72} + \frac{89}{90}.$$

Bài giải : Đặt tổng trên bằng A ta có :

$$\begin{aligned} A &= 1 - \frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{6} + 1 - \frac{1}{12} + 1 - \frac{1}{20} + 1 - \frac{1}{30} + 1 - \frac{1}{42} + 1 - \frac{1}{56} + 1 - \frac{1}{72} + 1 - \frac{1}{90} = \\ &= \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{9 \text{ số } 1} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} \right) = \\ &= 9 - \left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10} \right) = \\ &= 9 - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) = \\ &= 9 - \left(1 - \frac{1}{10} \right) = 9 - \frac{9}{10} = \frac{81}{10}. \text{ Vậy } A = \frac{81}{10}. \end{aligned}$$

Bài 147 : Tìm số tự nhiên a để biểu thức : $A = 4010 - 2005 : (2006 - a)$ có giá trị nhỏ nhất.

Bài giải : Để A có giá trị nhỏ nhất thì số trừ $2005 : (2006 - a)$ có giá trị lớn nhất không vượt quá 4010. Để $2005 : (2006 - a)$ có giá trị lớn nhất thì số chia $(2006 - a)$ có giá trị nhỏ nhất lớn hơn 0.

Vậy $2006 - a = 1$

$a = 2006 - 1$

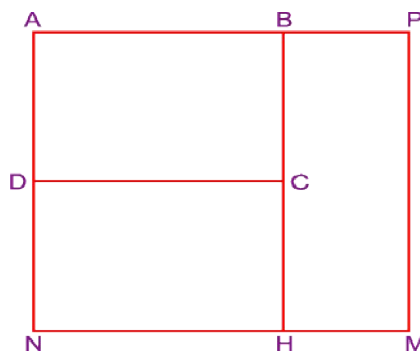
$a = 2005$.

Bài 148 : Một lớp có 29 học sinh. Trong một lần kiểm tra chính tả, bạn Xuân mắc 9 lỗi, còn các bạn trong lớp mắc ít lỗi hơn. Chứng minh rằng : Trong lớp có ít nhất 4 bạn có số lỗi bằng nhau (kể cả trường hợp số lỗi bằng 0).

Bài giải : Vì các bạn trong lớp đều có ít lỗi hơn Xuân, nên các bạn chỉ có số lỗi từ 0 đến 8. Trừ Xuân ra thì số bạn còn lại là : $29 - 1 = 28$ (bạn). Nếu chia các bạn

còn lại thành các nhóm theo số lỗi thì tối đa có 9 nhóm. Nếu mỗi nhóm có không quá 3 bạn thì 9 nhóm sẽ có không quá $3 \times 9 = 27$ (bạn). Điều này mâu thuẫn với số bạn còn lại là 28 bạn. Chứng tỏ ít nhất phải có một nhóm có quá 3 bạn tức là trong lớp có ít nhất có 4 bạn có số lỗi bằng nhau.

Bài 149 : Hợp tác xã Hòa Bình dự định xây dựng một khu vui chơi cho trẻ em trong xã. Vì thế họ đã mở rộng một mảnh đất hình chữ nhật để diện tích gấp ba lần diện tích ban đầu. Chiều rộng mảnh đất chỉ có thể tăng lên gấp đôi nên phải mở rộng thêm chiều dài. Khi đó mảnh đất trở thành hình vuông. Hãy tính diện tích khu vui chơi đó. Biết rằng chu vi mảnh đất ban đầu là 56 m.



Bài giải : Gọi mảnh đất hình chữ nhật lúc đầu là ABCD, khi mở rộng mảnh đất hình chữ nhật để được mảnh đất hình vuông APMN có cạnh hình vuông gấp 2 lần chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật ABCD và diện tích gấp 3 lần diện tích mảnh đất hình chữ nhật ấy. Khi đó diện tích của các mảnh đất hình chữ nhật ABCD, DCHN, BPMH bằng nhau.

Mảnh đất hình chữ nhật BPMH có độ dài cạnh BH gấp 2 lần độ dài cạnh AD nên

$$BP = \frac{1}{2}AB \text{ hay } AB = \frac{2}{3}AP.$$

$$\text{Ta lại có } AD = \frac{1}{2}AP \text{ nên } AD : AB = \frac{1}{2}AP : \frac{2}{3}AP = \frac{3}{4}.$$

Nửa chu vi mảnh đất ban đầu là 56 m nên $AD + AB = 56 : 2 = 28$ (m).

Ta có : Chiều rộng mảnh đất ban đầu (AD) là : $28 : (3 + 4) \times 3 = 12$ (m).

Cạnh hình vuông APMN là : $12 \times 2 = 24$ (m).

Diện tích khu vui chơi là : $24 \times 24 = 576$ (m²).