

HỌC TOÁN LỚP 5 CƠ BẢN VÀ NÂNG CAO
BỒI DƯỠNG HSG TOÁN LỚP 5 ÔN THI VÀO LỚP 6
TRƯỜNG CHUYÊN THEO 8 CHUYÊN ĐỀ



CHUYÊN ĐỀ 1: PHÂN SỐ

- Giáo viên biên soạn: Thầy Toàn
- Liên hệ đặt mua tài liệu: 0919.281.916 (Thầy Thích)
- Email: HoctoanIQ@gmail.com
- Website: www.ToanIQ.com

BÀI 1: PHÂN SỐ, HỖN SỐ VÀ TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN SỐ

I. PHÂN SỐ:

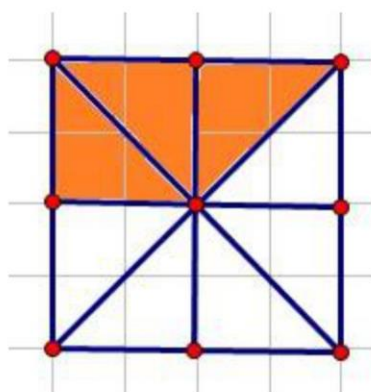
- Với a là một số tự nhiên và b là một số tự nhiên khác 0, thì số có dạng $\frac{a}{b}$ được gọi là phân số (Đọc là: a phần b)

+ a gọi tử số.

+ b là mẫu số.

VD: $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{5}$... là các phân số.

VD: Xét hình sau:



Phần tô màu chiếm 3 phần (tử số)

Hình vuông được chia thành 8 phần bằng nhau (mẫu số)

Vậy phần tô màu bằng $\frac{3}{8}$ hình vuông.

*** Mỗi liên hệ giữa phân số và phép chia của hai số tự nhiên:**

Một số tự nhiên a chia cho số tự nhiên b ($b \neq 0$) có kết quả là $\frac{a}{b}$.

Như vậy : $a : b = \frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)

VD: $4 : 6 = \frac{4}{6}$; $14 : 2 = \frac{14}{2} = 7$.

Như vậy:

- Ta có thể xem dấu gạch ngang của phân số như dấu chia.

- Mọi số tự nhiên đều có thể viết dưới dạng phân số có mẫu số là 1: $a = \frac{a}{1}$

- Ta có thể dùng phân số để biểu diễn kết quả của phép chia hai số tự nhiên dù phép chia đó là chia hết hay chia có dư.

II. HỖN SỐ:

- Với ba số tự nhiên a, b, c khác 0, số có dạng $a\frac{b}{c}$ được gọi là hỗn số (đọc là: a và b phần c)

+ a gọi là phần nguyên

+ $\frac{b}{c}$ gọi là phần phân số.

VD: $1\frac{1}{3}; 2\frac{2013}{2016}; \dots$ là các hỗn số.

- Ta có: $a\frac{b}{c} = a + \frac{b}{c}$

Chú ý:

- Hỗn số là một phân số lớn hơn 1.

- Phần phân số của hỗn số phải nhỏ hơn 1. ($\frac{b}{c} < 1$)

* *Cách đổi từ phân số sang hỗn số:* Muốn viết một phân số lớn hơn 1 dưới dạng hỗn số ta lấy tử số chia cho mẫu số, được thương là phần nguyên của hỗn số, số dư là tử số của phần phân số của hỗn số và mẫu số của phần phân số là mẫu số ban đầu.

VD: $\frac{12}{5} : 12 : 5 = 2 \text{ dư } 2 \Rightarrow \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$

$\frac{100}{3}$ có: $100 : 3 = 33 \text{ dư } 1 \Rightarrow \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$

* *Cách đổi từ hỗn số sang phân số:* Muốn viết một hỗn số dưới dạng phân số ta nhân phần nguyên với mẫu số được bao nhiêu thì cộng với tử số (của phần phân số) thì kết quả cuối cùng thu được là tử số và mẫu số là mẫu số ban đầu.

$$a\frac{b}{c} = \frac{a \times c + b}{c}$$

VD: $10\frac{2}{3} = \frac{10 \times 3 + 2}{3} = \frac{32}{3}; \dots$

III. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN SỐ:

- Khi nhân cả tử số và mẫu số của phân số với cùng một số tự nhiên (khác 0) thì giá trị của phân số không đổi:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times n}{b \times n} \quad (n, b \neq 0)$$

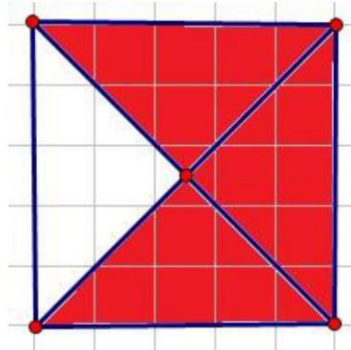
- Khi chia cả tử số và mẫu số của phân số với cùng một số tự nhiên (khác 0) thì giá trị của phân số không đổi:

$$\frac{a}{b} = \frac{a : m}{b : m} \quad (m, b \neq 0)$$

IV. Một Số Bài Tập:

Bài 1: Ghi phân số biểu thị phần tô màu trên các hình vẽ sau:

a)

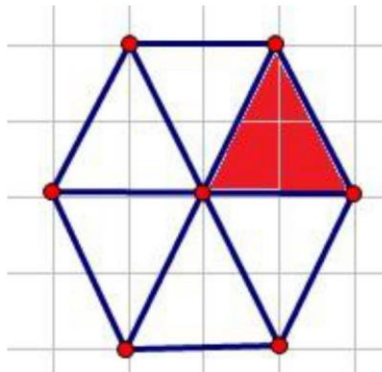


Hình vuông được chia thành 4 phần bằng nhau $\Rightarrow$ mẫu số = 4

Phần tô màu chiếm 3 phần $\Rightarrow$ Tử số = 3

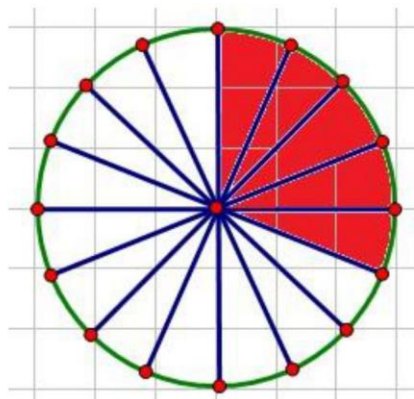
Phân số biểu thị phần tô màu là: $\frac{3}{4}$

b)



Phân số biểu thị phần tô màu là: $\frac{1}{6}$

c)



Phân số biểu thị phần tô màu là: $\frac{5}{16}$

Bài 2: Lớp 5A có 23 nam và 19 nữ. Hỏi:

- a) Số học sinh nam bằng mấy phần số học sinh nữ?
b) Số học sinh nữ bằng mấy phần số học sinh cả lớp?
c) Có bao nhiêu học sinh giỏi Toán biết rằng số học sinh giỏi Toán bằng $\frac{2}{7}$ số học sinh cả lớp?

Giải

a) Số học sinh nam bằng số phần số học sinh nữ là: $23 : 19 = \frac{23}{19}$

b) Số học sinh cả lớp là: $23 + 19 = 42$ (học sinh)

Số học sinh nữ bằng số phần số học sinh cả lớp là: $19 : 42 = \frac{19}{42}$

c) Nếu chia số học sinh cả lớp thành 7 phần bằng nhau thì số học sinh giỏi Toán chiếm 2 phần.

Giá trị của một phần là: $42 : 7 = 6$ (học sinh)

Số học sinh giỏi toán là: $6 \times 2 = 12$ (học sinh)

Đ/S: 12 học sinh.

Bài 3:

a) Hãy viết các phân số sau dưới dạng hỗn số: $\frac{123}{25}; \frac{55}{12}; \frac{73}{22}; \frac{1025}{36}$

b) Hãy viết các hỗn số dưới dạng phân số: $4\frac{8}{9}; 15\frac{6}{13}; 87\frac{48}{59}; 5\frac{1}{123}$

Giải

a) $\frac{123}{25}$ ta có: $123 : 25 = 4$ dư 23 $\Rightarrow \frac{123}{25} = 4\frac{23}{25}$

$\frac{55}{12}$ có: $55 : 12 = 4$ dư 7 $\Rightarrow \frac{55}{12} = 4\frac{7}{12}$

$\frac{73}{22}$ có: $73 : 22 = 3$ dư 7 $\Rightarrow \frac{73}{22} = 3\frac{7}{22}$

$\frac{1025}{36}$ có: $1025 : 36 = 28$ dư 17 $\Rightarrow \frac{1025}{36} = 28\frac{17}{36}$

b) $4\frac{8}{9} = \frac{4 \times 9 + 8}{9} = \frac{44}{9}$

$15\frac{6}{13} = \frac{15 \times 13 + 6}{13} = \frac{201}{13}$

$87\frac{48}{59} = \frac{87 \times 59 + 48}{59} = \frac{5181}{59}$

$5\frac{1}{123} = \frac{5 \times 123 + 1}{123} = \frac{616}{123}$

BÀI 1: BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Điền số thích hợp vào dấu “...”:

- a) Phân số $\frac{5}{7}$ có tử số là ..., mẫu số là ...
b) Phân số $\frac{19}{17}$ có tử số là ..., mẫu số là ...
c) Phân số $\frac{2016}{2016}$ có tử số là ..., mẫu số là ...
d) Phân số $\frac{0}{1975}$ có tử số là ..., mẫu số là

Bài 2: Viết vào ô trống theo mẫu:

Viết phân số	Đọc phân số
$\frac{5}{7}$	Năm phần bảy
$\frac{3}{8}$	
$\frac{13}{6}$	
	Không phần mười ba
	Một nghìn chín trăm bảy mươi năm phần Hai nghìn không trăm mười sáu

Bài 3: Viết các thương sau dưới dạng phân số:

5 : 9; 13 : 31; 23 : 17; 11 : 11; 0 : 7; 2020 : 2021;

Bài 4: Viết các phân số sau dưới dạng thương của hai số tự nhiên:

$\frac{2}{7}$; $\frac{7}{2}$; $\frac{21}{21}$; $\frac{231}{213}$; $\frac{1945}{1975}$; $\frac{0}{9999}$;

Bài 5: Viết các số tự nhiên 5; 10; 117; 2015; 2016 dưới dạng phân số có mẫu số bằng 1.

Bài 6: Viết số tự nhiên 13 thành các phân số có mẫu số lần lượt là: 3; 5; 10; 17.

Bài 7: Tìm ba phân số:

- a) Bằng phân số $\frac{7}{9}$; b) Bằng phân số $\frac{23}{37}$;

Bài 8: Điền số thích hợp vào dấu “...”:

- a) $\frac{3}{7} = \frac{\dots}{21}$; b) $\frac{\dots}{9} = \frac{32}{72}$; c) $\frac{44}{77} = \frac{4}{\dots}$; d) $\frac{9}{\dots} = \frac{81}{81}$;

Bài 9: Viết phân số: $\frac{5}{7}$ thành các phân số có mẫu số lần lượt là: 14; 28; 35; 105

Bài 10: Cho dãy: $\frac{1}{10}; \frac{2}{100}; \frac{3}{1000}; \dots$ Phân số tiếp theo của dãy trên là?

Bài 11: Viết vào ô trống (theo mẫu):

Viết hỗn số	Đọc hỗn số
$1\frac{2}{3}$	Một và hai phần ba
$2\frac{3}{7}$	
	Năm và bảy phần mười ba
	Mười tám và một phần chín
$7\frac{3}{2017}$	

Bài 12: Viết các hỗn số sau thành phân số:

- a) $2\frac{3}{7}$; b) $1\frac{8}{9}$; c) $5\frac{11}{13}$ d) $1\frac{1}{2017}$

Bài 13: Hãy chuyển các phân số sau thành hỗn số:

- a) $\frac{8}{3}$; b) $\frac{37}{5}$; c) $\frac{2017}{2010}$; d) $\frac{20}{11}$

Bài 14: Khoanh vào chữ đặt trước hỗn số:

- A. $\frac{11}{7}$ B. $1\frac{7}{4}$ C. $1\frac{4}{7}$ D. $\frac{7}{11}$

Bài 15: Cho các số: 7; 11; 13 và 23. Hãy viết tất cả các phân số có tử số và mẫu số là các số đã cho mà tử số khác mẫu số.

Bài 16: Cho 5 số bất kì khác nhau và khác 0. Hỏi có thể viết được bao nhiêu phân số có tử số và mẫu số là các số đó?

Bài 17: Có 5 số bất kì khác nhau, trong đó có một số 0. Hỏi có thể viết được bao nhiêu phân số có tử số và mẫu số là các số đã cho?

Bài 18: Viết tất cả các phân số có tổng tử số và mẫu số bằng 9.

Bài 19: Tìm tất cả các phân số có tích tử số và mẫu số bằng 60.

Bài 20: Có 7 cái bánh đem chia đều cho 12 người. Hỏi phải cắt bánh như thế nào để mỗi cái bánh không bị cắt quá 5 phần?

BÀI 2: RÚT GỌN – QUY ĐỒNG PHÂN SỐ

I. RÚT GỌN PHÂN SỐ:

- **Rút gọn phân số:** Làm cho phân số đơn giản đi (có tử số và mẫu số nhỏ hơn tử số và mẫu số của phân số ban đầu) và đảm bảo phân số mới có giá trị bằng phân số đã cho.

- **Phân số tối giản:** Phân số không thể rút gọn được nữa. (Hay: Phân số tối giản là phân số mà tử số và mẫu số của nó đều không cùng chia hết cho một số tự nhiên nào lớn hơn 1). VD: $\frac{1}{3}$; $\frac{9}{17}$...

- Các Bước Rút Gọn Phân Số:

+ B1: Tìm số tự nhiên lớn hơn 1 mà cả tử số và mẫu số của phân số đã cho đều chia hết. (Dấu hiệu chia hết)

+ B2: Tiến hành chia cả tử số và mẫu số của phân số cho số tự nhiên đã tìm được ở bước 1.

+ Lặp lại bước 1, 2 cho đến khi được phân số tối giản.

Ví Dụ 1: Rút gọn các phân số sau:

a) $\frac{9}{18}$ b) $\frac{75}{115}$ c) $\frac{1414}{2727}$ d) $\frac{201620162016}{201720172017}$

Giải

a) $\frac{9}{18} = \frac{9:9}{18:9} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{75}{115} = \frac{75:5}{115:5} = \frac{15}{23}$

c) $\frac{1414}{2727} = \frac{1414:101}{2727:101} = \frac{14}{27}$

Các phân số dạng $\frac{ababab}{cdcdcd}$thì tử số và mẫu số sẽ chia hết cho các số: 101;

10101; 1001....Khi rút gọn được: $\frac{ab}{cd}$

d) $\frac{201620162016}{201720172017} = \frac{201620162016:100010001}{201720172017:100010001} = \frac{2016}{2017}$

II. Quy Đồng Phân Số:

1. Quy Đồng Mẫu Số:

a) K/N: Quy đồng mẫu số là làm cho các phân số cần quy đồng có chung một mẫu số.

b) Phương pháp:

Phương pháp 1: Lấy tử số và mẫu số của phân số này nhân với mẫu số của phân số kia.

Ví Dụ 2: Quy đồng mẫu số hai phân số sau: $\frac{3}{4}$ và $\frac{4}{7}$

Giải

Ta có: $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{21}{28}$ và $\frac{4}{7} = \frac{4 \times 4}{7 \times 4} = \frac{16}{28}$

Vậy sau khi quy đồng mẫu số hai phân số $\frac{3}{4}$ và $\frac{4}{7}$ ta được hai phân số mới có cùng mẫu số tương ứng là: $\frac{21}{28}$ và $\frac{16}{28}$.

Phương pháp 2: Khi mà mẫu số của các phân số cùng chia hết cho một số tự nhiên lớn hơn 1.

B1: Tìm số tự nhiên lớn hơn 1 mà các mẫu số cùng chia hết.

B2: Tính tích các mẫu số.

B3: Chia tích vừa tìm được ở bước 2 cho số tự nhiên tìm được ở bước 1. Thì kết quả tìm được sẽ là mẫu số chung cần tìm.

B4: Chia mẫu số chung cho các mẫu số được một số. Tiến hành nhân cả tử số và mẫu số của phân số đó cho số vừa tìm được.

Ví Dụ 3: Quy đồng mẫu số các phân số: $\frac{1}{4}$ và $\frac{5}{6}$

Giải

B1: Cùng chia hết cho 2.

B2: Tích các mẫu số: $4 \times 6 = 24$

B3: Mẫu số chung là: $24 : 2 = 12$

B4: Ta có: $12 : 4 = 3$ cần nhân cả tử và mẫu của $\frac{1}{4}$ với 3. Cũng có: $12 : 6 = 2$ cần nhân cả tử và mẫu của $\frac{5}{6}$ với 2.

Trình bày:

Ta có: $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$ và $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$

Sau khi quy đồng mẫu số hai phân số $\frac{1}{4}$ và $\frac{5}{6}$ ta được hai phân số cùng mẫu số tương ứng là: $\frac{3}{12}$ và $\frac{10}{12}$.

Phương pháp 3: Khi mà mẫu số của các phân số cùng chia hết cho một số tự nhiên lớn hơn 1. Ta chọn ra mẫu số lớn nhất, nhân mẫu số đó lần lượt với 2, 3, 4...cho đến khi được một số mà chia hết cho tất cả các mẫu số của các phân số còn lại thì số đó ta lấy làm mẫu số chung.

Ví Dụ 4: Quy đồng mẫu số các phân số sau: $\frac{7}{15}$; $\frac{2}{3}$ và $\frac{5}{6}$

Giải

Phân tích: 15 là mẫu số lớn nhất. 15 chia hết cho 3. Thấy: $15 \times 2 = 30$ chia hết cho 6. Suy ra: mẫu số chung là 30.

Làm bài:

$$\text{Ta có: } \frac{7}{15} = \frac{7 \times 2}{15 \times 2} = \frac{14}{30}; \frac{2}{3} = \frac{2 \times 10}{3 \times 10} = \frac{20}{30} \text{ và } \frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{25}{30}$$

Vậy sau khi quy đồng mẫu số các phân số $\frac{7}{15}$; $\frac{2}{3}$ và $\frac{5}{6}$ ta được các phân số có cùng mẫu số tương ứng là: $\frac{14}{30}$; $\frac{20}{30}$ và $\frac{25}{30}$.

Ví Dụ 5: Viết 5 phân số đứng giữa hai phân số: $\frac{5}{7}$ và $\frac{5}{8}$

Giải

$$\text{Ta có: } \frac{5}{7} = \frac{5 \times 6}{7 \times 6} = \frac{30}{42} \text{ và } \frac{5}{8} = \frac{5 \times 6}{8 \times 6} = \frac{30}{48}$$

$$\text{Thấy: } \frac{30}{42} > \frac{30}{43} > \frac{30}{44} > \frac{30}{45} > \frac{30}{46} > \frac{30}{47} > \frac{30}{48}$$

Chọn được 5 phân số thỏa mãn đề bài là: $\frac{30}{43}$; $\frac{30}{44}$; $\frac{30}{45}$; $\frac{30}{46}$; $\frac{30}{47}$.

Ví Dụ 6: So sánh hai phân số: $\frac{7}{9}$ và $\frac{11}{12}$

Giải

Phân tích: 9 và 12 đều chia hết cho 3. Lấy $12 \times 2 = 24$ không chia hết cho 9.

Lấy $12 \times 3 = 36$ chia hết cho 9 $\Rightarrow$ Mẫu số chung là 36.

Trình bày:

$$\text{Ta có: } \frac{7}{9} = \frac{7 \times 4}{9 \times 4} = \frac{28}{36} \text{ và } \frac{11}{12} = \frac{11 \times 3}{12 \times 3} = \frac{33}{36}$$

$$\text{Thấy: } \frac{28}{36} < \frac{33}{36} \text{ do đó: } \frac{7}{9} < \frac{11}{12}.$$

2. Quy Đồng Tử Số:

- Quy đồng tử số: Làm cho tử số của các phân số cần quy đồng bằng nhau.

- Phương pháp: Tương tự như quy đồng mẫu số.

Ví Dụ: Làm lại ví dụ 6 bằng cách quy đồng tử số.

Giải

$$\text{Ta có: } \frac{7}{9} = \frac{7 \times 11}{9 \times 11} = \frac{77}{99} \text{ và } \frac{11}{12} = \frac{11 \times 7}{12 \times 7} = \frac{77}{84}$$

$$\text{Thấy: } \frac{77}{99} < \frac{77}{84} \text{ nên } \frac{7}{9} < \frac{11}{12}.$$

BÀI 2: BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Tìm cặp phân số bằng nhau:

$\frac{45}{27}$ (1)	$\frac{35}{45}$ (2)	$\frac{1}{2}$ (3)	$\frac{15}{20}$ (4)
$\frac{6}{8}$ (5)	$\frac{15}{9}$ (6)	$\frac{27}{63}$ (7)	$\frac{9}{15}$ (8)
$\frac{484848}{545454}$ (9)	$\frac{2}{3}$ (10)	$\frac{2}{4}$ (11)	$\frac{30}{32}$ (12)
$\frac{10}{15}$ (13)	$\frac{24}{27}$ (14)	$\frac{75}{80}$ (15)	$\frac{3}{5}$ (16)
$\frac{252525}{353535}$ (17)	$\frac{21}{49}$ (18)	$\frac{35}{49}$ (19)	$\frac{49}{63}$ (20)

Bài 2: Cho các phân số: $\frac{7}{4}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{5}{20}$; $\frac{49}{63}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{25}{20}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{63}{36}$. Tìm các phân số bằng nhau trong các phân số trên?

Bài 3: Tìm x biết: a) $\frac{x}{3} = \frac{14}{21}$; b) $\frac{x}{5} = \frac{20}{x}$

Bài 4: Rút gọn các phân số sau để được phân số tối giản: $\frac{18}{33}$; $\frac{20}{30}$; $\frac{25}{45}$; $\frac{28}{42}$; $\frac{100}{1000}$.

Bài 5: Cho các phân số: $\frac{3}{7}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{9}{12}$; $\frac{9}{16}$; $\frac{56}{77}$; $\frac{36}{63}$.

Bài 6: Quy đồng mẫu số các phân số:

a) $\frac{1}{3}$ và $\frac{4}{5}$; b) $\frac{2}{5}$ và $\frac{7}{8}$; c) $\frac{7}{9}$ và $\frac{14}{27}$; d) $\frac{13}{23}$ và $\frac{3}{7}$

Bài 7: Quy đồng mẫu số các phân số sau:

a) $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{5}$ và $\frac{5}{6}$; b) $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{8}$ và $\frac{7}{20}$;

Bài 8: Chỉ ra các phân số thập phân trong các phân số sau:

$\frac{4}{5}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{17}{40}$; $\frac{39}{100}$; $\frac{39}{200}$; $\frac{17}{1000}$; $\frac{213}{2000}$.

Bài 9: Cho các phân số: $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{11}{15}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{21}{50}$. Hỏi:

a) Có bao nhiêu phân số trong các phân số trên có thể chuyển thành phân số thập phân? Chỉ ra các phân số đó?

b) Hãy chuyển các phân số vừa nêu ra thành phân số thập phân?

Bài 10: Chuyển các phân số sau ra phân số thập phân có mẫu số là 10; 100; 1000.

a) $\frac{170}{300}$; b) $\frac{16}{20}$; c) $\frac{64}{80}$; d) $\frac{5}{25}$;

Bài 11: Rút gọn các phân số sau:

a) $\frac{1111}{1313}$; b) $\frac{107107}{117117}$; c) $\frac{212121}{323232}$; d) $\frac{105105105}{109109109}$

BÀI 3: SO SÁNH PHÂN SỐ

*** Quy Tắc 1:**

- Phân số có tử số nhỏ hơn mẫu số thì phân số đó nhỏ hơn 1.
- Phân số có tử số bằng mẫu số thì phân số đó bằng 1.
- Phân số có tử số lớn hơn mẫu số thì phân số đó lớn hơn 1.

*** Quy Tắc 2:**

- Hai phân số có cùng mẫu số: Phân số nào có tử số lớn hơn thì lớn hơn.
- Hai phân số có cùng tử số: Phân số nào có mẫu số lớn hơn thì nhỏ hơn.

1. Quy đồng tử số để so sánh hai phân số:

VD1: So sánh hai phân số: $\frac{3}{4}$ và $\frac{4}{5}$

Giải

Ta có: $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$ và $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$

Thấy: $\frac{12}{16} < \frac{12}{15} \Rightarrow \frac{3}{4} < \frac{4}{5}$.

2. Quy đồng mẫu số để so sánh hai phân số:

VD2: So sánh hai phân số: $\frac{7}{9}$ và $\frac{3}{5}$

Giải

Quy đồng mẫu số hai phân số được: $\frac{7}{9} = \frac{35}{45}$ và $\frac{3}{5} = \frac{27}{45}$

Ta có: $\frac{35}{45} > \frac{27}{45} \Rightarrow \frac{7}{9} > \frac{3}{5}$

3. So sánh bằng phân số trung gian:

- Chọn các phân số $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; ...; 1 làm trung gian.
- Chọn phân số có tử số là tử số của một trong hai phân số và mẫu số là mẫu số của phân số còn lại để làm phân số trung gian.

VD3: So sánh $\frac{3}{5}$ và $\frac{4}{9}$

Giải

Ta có: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} < \frac{3}{5}$ và $\frac{1}{2} = \frac{4}{8} > \frac{4}{9}$

Suy ra: $\frac{3}{5} > \frac{1}{2} > \frac{4}{9}$ hay $\frac{3}{5} > \frac{4}{9}$

VD4: So sánh $\frac{2017}{2016}$ và $\frac{2014}{2015}$

Giải

Ta có: $\frac{2017}{2016} > 1$ và $\frac{2014}{2015} < 1 \Rightarrow \frac{2017}{2016} > \frac{2014}{2015}$

VD5: So sánh $\frac{34}{75}$ và $\frac{35}{74}$

Giải

Chọn $\frac{34}{74}$ làm phân số trung gian.

Ta có: $\frac{34}{75} < \frac{34}{74}$ và $\frac{35}{74} > \frac{34}{74}$

Vậy $\frac{34}{75} < \frac{35}{74}$

4. So sánh hai phân số bằng phần bù của đơn vị:

- Phần bù là hiệu của 1 và phân số đó.

- Phân số nào có phần bù lớn hơn thì phân số đó nhỏ hơn và ngược lại.

VD6: So sánh hai phân số: $\frac{2015}{2016}$ và $\frac{2016}{2017}$

Giải

Ta có: $1 - \frac{2015}{2016} = \frac{1}{2016}$ và $1 - \frac{2016}{2017} = \frac{1}{2017}$

Suy ra: $\frac{1}{2016} > \frac{1}{2017} \rightarrow \frac{2015}{2016} < \frac{2016}{2017}$.

VD7: So sánh hai phân số: $\frac{7}{8}$ và $\frac{17}{19}$

Giải

Ta có: $\frac{7}{8} = \frac{14}{16}$

Suy ra: $1 - \frac{14}{16} = \frac{2}{16}$ và $1 - \frac{17}{19} = \frac{2}{19}$

Thấy: $\frac{2}{16} > \frac{2}{19} \rightarrow \frac{7}{8} < \frac{17}{19}$

Phương pháp:

- Đặt A= Mẫu số phân số 1 – tử số phân số 1

B = Mẫu số của phân số 2 – tử số phân số thứ hai.

- Nếu A = B thì tiến hành so sánh bình thường. Nếu A ≠ B ta sử dụng tính chất của phân số sao cho tìm được những phân số mới có giá trị bằng phân số đã cho mà hiệu mẫu số và tử số bằng nhau rồi tiến hành so sánh bằng phần bù với đơn vị.

5. So sánh bằng phần hơn với đơn vị:

- Phần hơn với đơn vị bằng hiệu của phân số đó với 1.

- Phân số nào có phần hơn lớn hơn thì lớn hơn.

VD8: So sánh hai phân số: $\frac{2017}{2016}$ và $\frac{2015}{2014}$

Giải

Ta có: $\frac{2017}{2016} - 1 = \frac{1}{2016}$ và $\frac{2015}{2014} - 1 = \frac{1}{2014}$

Thấy $\frac{1}{2016} < \frac{1}{2014} \rightarrow \frac{2017}{2016} < \frac{2015}{2014}$

VD9: So sánh hai phân số: $\frac{1975}{1974}$ và $\frac{1945}{1943}$

Giải

Ta có: $\frac{1975}{1974} = \frac{3950}{3948}$

Cũng có: $\frac{3950}{3948} - 1 = \frac{2}{3948}$ và $\frac{1945}{1943} - 1 = \frac{2}{1943}$

Thấy: $\frac{2}{3948} < \frac{2}{1943} \rightarrow \frac{1975}{1974} < \frac{1945}{1943}$

6. So sánh phân số bằng cách chuyển về hỗn số:

- Hỗn số nào có phần nguyên lớn hơn thì lớn hơn.
 - Nếu hai hỗn số có phần nguyên bằng nhau thì ta tiếp tục so sánh phần phân số.
- Phần số nào lớn hơn thì hỗn số đó lớn hơn.

VD10: So sánh $\frac{47}{15}$ và $\frac{65}{21}$

Giải

Ta có: $\frac{47}{15} = 3\frac{2}{15}$ và $\frac{65}{21} = 3\frac{2}{21}$.

Có: $\frac{2}{15} > \frac{2}{21} \rightarrow 3\frac{2}{15} > 3\frac{2}{21} \rightarrow \frac{47}{15} > \frac{65}{21}$

VD11: So sánh $\frac{41}{11}$ và $\frac{23}{10}$

Giải

Ta có: $\frac{41}{11} = 3\frac{8}{11}$ và $\frac{23}{10} = 2\frac{3}{10}$

Thấy: $3\frac{8}{11} > 2\frac{3}{10} \rightarrow \frac{41}{11} > \frac{23}{10}$.

BÀI 3: BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Điền dấu $>$; $<$; $=$; vào dấu "...":

a) $\frac{3}{8} \dots \frac{5}{8}$; b) $\frac{5}{9} \dots \frac{4}{9}$; c) $\frac{16}{19} \dots \frac{21}{19}$ d) $\frac{5}{13} \dots \frac{7}{13}$;

Bài 2: Điền dấu $>$; $<$; $=$; vào dấu "...":

a) $\frac{4}{15} \dots \frac{5}{16}$; b) $\frac{2}{113} \dots \frac{4}{115}$; c) $\frac{2}{7} \dots \frac{4}{9}$ d) $\frac{4}{7} \dots \frac{2}{5}$

Bài 3: Điền dấu $>$; $<$; $=$; vào dấu "...":

a) $\frac{2014}{2015} \dots \frac{2015}{2016}$; b) $\frac{201}{203} \dots \frac{203}{205}$;

Bài 4: Điền dấu $>$; $<$; $=$; vào dấu "...":

a) $\frac{2017}{2015} \dots \frac{2015}{2013}$ b) $\frac{100}{99} \dots \frac{200}{199}$

Bài 5: Điền dấu $>$; $<$; $=$; vào dấu "...":

a) $\frac{13}{15} \dots \frac{15}{13}$; b) $\frac{19}{18} \dots \frac{2015}{2016}$;

Bài 6: Điền dấu $>$; $<$; $=$; vào dấu "...":

a) $\frac{14}{47} \dots \frac{15}{43}$; b) $\frac{21}{52} \dots \frac{22}{53}$

Bài 7: Điền dấu $>$; $<$; $=$; vào dấu "...":

a) $\frac{9}{17} \dots \frac{1001}{2000}$; b) $\frac{2015}{4029} \dots \frac{200}{401}$;

Bài 8: Điền dấu $>$; $<$; $=$; vào dấu "...":

a) $3\frac{5}{7} \dots 3\frac{4}{7}$; b) $2\frac{2}{3} \dots \frac{8}{3}$; c) $1\frac{7}{9} \dots 2\frac{1}{9}$ d) $4\frac{1}{5} \dots 4\frac{2}{3}$

Bài 9: Trong các phân số sau phân số nào lớn nhất:

A. $\frac{5}{9}$ B. $\frac{5}{7}$ C. $\frac{5}{11}$ D. $\frac{5}{13}$

Bài 10: Phân số nào trong các phân số sau đây bằng 1:

A. $\frac{19}{19}$ B. $\frac{7}{8}$ C. $\frac{10}{9}$ D. $\frac{1}{11}$.

Bài 11: Trong các phân số sau đây, phân số nào lớn hơn 1:

A. $\frac{25}{25}$ B. $\frac{18}{19}$ C. $\frac{21}{20}$ D. $\frac{4}{5}$.

Bài 12: Phân số nào trong các phân số sau đây bằng $\frac{3}{7}$.

A. $\frac{15}{42}$ B. $\frac{6}{21}$ C. $\frac{39}{91}$ D. $\frac{9}{49}$

Bài 13: Chọn phân số thích hợp điền vào chỗ chấm: $\frac{1}{4} < \dots < \frac{5}{8}$?

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{1}{9}$

Bài 14: Chọn phân số thích hợp để điền vào chỗ chấm: $\frac{2}{5} < \frac{4}{9} < \dots$

A. $\frac{2}{6}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{10}$ D. $\frac{4}{11}$

Bài 15: Tìm số tự nhiên x biết: $\frac{55}{8} < x < 7\frac{1}{9}$.

Bài 16: Tìm số tự nhiên x biết:

a) $\frac{x}{5} < \frac{3}{7}$ b) $1 < \frac{11}{x} < 2$

Bài 17: So sánh các phân số sau với 1:

a) $\frac{1991 \times 1999}{1995 \times 1995}$ b) $\frac{201520152015 \times 201620162016}{201620162016 \times 201520152015}$

Bài 18: Điền dấu $>$; $<$; $=$; vào ô trống:

$\frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \dots + \frac{1}{89} + \frac{1}{90} \square \frac{5}{6}$.

Bài 19: Điền dấu $>$; $<$; $=$; vào ô trống:

$\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} \dots + \frac{1}{9801} + \frac{1}{10\,000} \square \frac{3}{4}$.

Bài 20: Điền dấu $>$; $<$; $=$; vào ô trống:

$100 - (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100}) \square (\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100})$.

BÀI 4: BỐN PHÉP TÍNH VỀ PHÂN SỐ

I. Phép Cộng Phân Số:

1. Phép cộng phân số:

- Muốn cộng hai phân số cùng mẫu số ta cộng tử số của phân số thứ nhất với tử số của phân số thứ hai và giữ nguyên mẫu số.

$$\text{VD: } \frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}.$$

- Muốn cộng hai phân số khác mẫu số: ta quy đồng mẫu số hai phân số đó, rồi tiến hành cộng hai phân số.

$$\text{VD: } \frac{3}{11} + \frac{2}{9} = \frac{27}{99} + \frac{22}{99} = \frac{27+22}{99} = \frac{49}{99}$$

2. Tính chất:

a) Tính chất giao hoán: Khi đổi chỗ các phân số trong tổng thì giá trị của tổng không đổi.

$$\text{VD: } \frac{1}{7} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{1}{7}$$

$$\text{Tổng quát: } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \quad (b, d > 0)$$

b) Tính chất kết hợp: Khi cộng một tổng với phân số thứ ba, ta có thể cộng phân số thứ nhất với tổng của phân số thứ hai và phân số thứ ba.

$$\text{VD: } \left(\frac{3}{11} + \frac{4}{9}\right) + \frac{2}{7} = \frac{3}{11} + \left(\frac{4}{9} + \frac{2}{7}\right) = \frac{4}{9} + \left(\frac{3}{11} + \frac{2}{7}\right)$$

$$\text{Tổng quát: } \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \frac{c}{d} + \left(\frac{a}{b} + \frac{e}{f}\right) \quad (b, d, f > 0)$$

II. Phép Trừ Phân Số:

- Muốn trừ phân số cùng mẫu số ta trừ tử số của phân số thứ nhất cho tử số của phân số thứ hai và giữ nguyên mẫu số.

$$\text{VD: } \frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5-2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

- Muốn trừ hai phân số khác mẫu số: ta quy đồng mẫu số của hai phân số đó, rồi trừ hai phân số.

$$\text{VD: } \frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{9}{12} - \frac{4}{12} = \frac{9-4}{12} = \frac{5}{12}$$

III. Phép Nhân Phân Số:

1. Phép nhân hai phân số: Nhân tử số của phân số thứ nhất với tử số của phân số thứ hai và mẫu số của phân số thứ nhất với mẫu số của phân số thứ hai.

$$\text{VD: } \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$$

$$\text{VD: } \frac{3}{4} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{7} = \frac{3 \times 2 \times 1}{4 \times 9 \times 7} = \frac{6}{252} = \frac{1}{42}$$

$$\text{Có thể làm như sau: } \frac{3}{4} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{7} = \frac{3 \times 2 \times 1}{4 \times 9 \times 7} = \frac{1 \times 1 \times 1}{2 \times 3 \times 7} = \frac{1}{42}$$

2. Tính chất:

a) Tính chất giao hoán: Khi đổi chỗ các phân số trong một tích thì giá trị của tích đó không đổi.

$$\text{VD: } \frac{1}{3} \times \frac{5}{9} = \frac{5}{9} \times \frac{1}{3}$$

$$\text{Tổng quát: } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b} \quad (b, d > 0)$$

b) Tính chất kết hợp: Khi nhân một tích với một phân số thứ ba, ta có thể nhân phân số thứ nhất với tích của phân số thứ hai và thứ ba.

$$\text{VD: } \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \right) \times \frac{7}{11} = \frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{7}{11} \right)$$

$$\text{Tổng quát: } \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \right) \times \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{e}{f} \right) \quad (b, d, f > 0)$$

c) Tính chất phân phối: Khi nhân một tổng của hai phân số với phân số thứ ba ta có thể làm như sau: nhân phân số thứ nhất với phân số thứ ba và nhân phân số thứ hai với phân số thứ ba rồi tính tổng các kết quả thu được.

$$\text{VD: } \left(\frac{3}{11} + \frac{4}{7} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{3}{11} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{7} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{Tổng quát: } \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) \times \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \times \frac{e}{f} + \frac{c}{d} \times \frac{e}{f} \quad (b, d, f > 0)$$

IV. Phép Chia Phân Số:

- Muốn chia hai phân số ta làm như sau: Lấy phân số thứ nhất nhân với phân số đảo ngược của phân số thứ hai.

$$\text{VD: } \frac{1}{2} : \frac{3}{7} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{3} = \frac{7}{6}$$

V. Các Phép Tính Với Hỗn Số:

- Đổi hỗn số ra phân số. Rồi tiến hành cộng, trừ, nhân, chia như phân số.

VI. Tìm Phân Số Của Một Số:

Tìm $\frac{m}{n}$ của A ($n > 0$): $\frac{m}{n} \times A$

VD: Tính $\frac{3}{5}$ của 10 m.

Giải

$$\frac{3}{5} \text{ của } 10\text{m là: } \frac{3}{5} \times 10 = 6 \text{ (m)}$$

Đ/S: 6m

VI. Tìm Một Số Khi Biết Giá Trị Phân Số Của Nó:

Tìm số A khi biết $\frac{m}{n}$ của A bằng k ($n > 0$): $A = k : \frac{m}{n}$

VD: Tính cân nặng một bao gạo. Biết $\frac{2}{7}$ bao gạo nặng 22 kg.

Giải

Bao gạo nặng là: $22 : \frac{2}{7} = 22 \times \frac{7}{2} = 77$ kg.

Đ/S: 77 kg.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 4: BỐN PHÉP TÍNH VỀ PHÂN SỐ

Bài 1: Có tất cả 720 viên bi trong đó có: $\frac{1}{6}$ số viên bi là màu xanh, $\frac{3}{8}$ số viên bi là màu vàng, còn lại là bi màu đỏ. Tính số viên bi mỗi loại.

Bài 2: Lớp 5A trồng rau trên một đám đất hình chữ nhật dài 9m và rộng 3m. Lớp 5B trồng rau trên một đám đất hình chữ nhật có diện tích bằng $\frac{2}{3}$ diện tích đám đất của lớp 5A. Hỏi đám đất của lớp 5B có chiều dài là bao nhiêu, biết rằng hai đám đất có chiều rộng bằng nhau.

Bài 3: Một đàn trâu, bò, ngựa có tất cả 120 con. Biết rằng số trâu bằng $\frac{2}{3}$ tổng số bò và ngựa. số ngựa bằng $\frac{1}{5}$ tổng số trâu và bò. Hãy tính số con mỗi loại.

Bài 4: Một người mang đi chợ một sọt trứng. Người đó bán $\frac{2}{5}$ số trứng rồi lại mua thêm 46 quả để mang về. Tất cả số trứng mang về bằng $\frac{10}{9}$ số trứng mang đi. Hỏi người ấy mang đi bao nhiêu quả trứng?

Bài 5: Một người bán trái cây, buổi sáng bán được $\frac{3}{5}$ số cam mang đi, buổi chiều bán thêm được 65 quả. Lúc về còn lại số cam bằng $\frac{1}{8}$ số cam đã bán. Hỏi người đó mang đi bao nhiêu quả cam?

Bài 6: Một người mua 2 tá khăn tay giá 1 200 đồng một cái và 15 cái khăn mặt. Vì không có đủ tiền nên người ấy chỉ trả số tiền bằng $\frac{3}{8}$ giá mua và đưa thêm cho người bán khăn 5 cái mũ, mỗi cái giá 5 100 đồng. Tính giá tiền một cái khăn mặt.

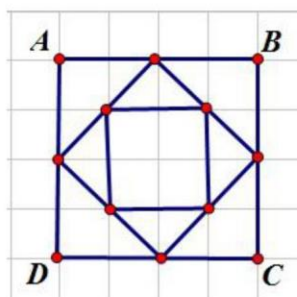
Bài 7: Ba lớp 5A; 5B; 5C góp chung một số tiền làm kế hoạch nhỏ. Biết rằng, số tiền lớp 5A góp là 950 000 đồng, số tiền lớp 5B góp bằng $\frac{1}{3}$ số tiền còn lại, số tiền lớp 5C góp bằng $\frac{2}{7}$ số tiền còn lại. Tính xem cả ba lớp góp được tất cả bao nhiêu tiền.

Bài 8: Một người chăn vịt nhằm tính số vịt của mình như sau: “Tất cả số vịt, cộng thêm tất cả số vịt một lần nữa, rồi thêm $\frac{1}{2}$ số vịt, rồi thêm $\frac{1}{4}$ số vịt nữa và cuối cùng cộng thêm 1 con vịt thì đủ 100 con”. Em hãy tính xem đàn vịt đó có bao nhiêu con?

Bài 9: Một đội thủy lợi định đào một con kênh gồm ba đoạn. Ngày đầu đào được $\frac{1}{4}$ con kênh thì thấy còn thiếu 10m nữa mới đào xong đoạn thứ nhất. Ngày sau đội đào tiếp 70m nữa thì thấy chẳng những đã đào xong hai đoạn đầu mà còn đào được 5m nữa ở đoạn kênh thứ ba. Hỏi đoạn kênh định đào đó dài bao nhiêu mét, biết rằng số mét kênh còn lại chưa đào bằng $\frac{2}{3}$ số mét kênh đã đào được trong hai ngày.

Bài 10: Cho hình vuông ABCD có cạnh dài 32cm. Lấy trung điểm của các cạnh rồi nối lại (như hình vẽ) ta được hình vuông thứ hai, rồi cứ làm như vậy...cho đến khi có hình vuông cạnh dài 8cm.

- a) Tính số hình vuông.
b) Tổng diện tích của chúng là bao nhiêu cm?



BÀI 5: PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN SỐ

Bài 1. Tính:

a) $\frac{4}{6} + \frac{6}{9} + \frac{8}{12} + \frac{10}{15} + \frac{12}{18} + \frac{14}{21}$

b) $\frac{5}{15} + \frac{3}{12} + \frac{2}{10} + \frac{18}{27} + \frac{12}{16} + \frac{20}{25}$

Giải

a) $\frac{4}{6} + \frac{6}{9} + \frac{8}{12} + \frac{10}{15} + \frac{12}{18} + \frac{14}{21}$

$$= \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$$

$$= 6 \times \frac{2}{3} = 4$$

b) $\frac{5}{15} + \frac{3}{12} + \frac{2}{10} + \frac{18}{27} + \frac{12}{16} + \frac{20}{25}$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}$$

$$= \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5}\right)$$

$$= 1 + 1 + 1 = 3$$

Bài 2. Viết phân số đã cho thành tổng hai phân số tối giản:

$$a) \frac{5}{6} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots}; \frac{5}{6} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots}$$

$$b) \frac{7}{8} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots}; \frac{7}{8} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots}; \frac{7}{8} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots}$$

Giải

$$a) 5 = 1 + 4 = 2 + 3 \text{ nên}$$

$$\text{TH1: } 5 = 1 + 4$$

$$\frac{5}{6} = \frac{1+4}{6} = \frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{1}{6} + \frac{2}{3}$$

$$\text{TH2: } 5 = 2 + 3 \text{ có}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{2+3}{6} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

$$b) 7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4$$

$$\frac{7}{8} = \frac{1}{8} + \frac{3}{4}; \frac{7}{8} = \frac{1}{4} + \frac{5}{8}; \frac{7}{8} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}$$

Bài 3. Tìm số tự nhiên x và y ($x < y$)

$$a) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{8}{15} \quad b) \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{11}{12}$$

Giải

$$a) \text{ Ta có: } 15 = 3 \times 5$$

$$\text{Thử lại: } \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}. \text{ Vậy } x = 3 \text{ và } y = 5.$$

$$b) \text{ Ta có: } 12 = 2 \times 6 = 3 \times 4$$

$$\text{Với } 12 = 2 \times 6 \text{ có: } \frac{2}{2} + \frac{1}{6} = \frac{7}{6} = \frac{14}{12} \text{ (loại)}$$

$$\text{Với } 12 = 3 \times 4 \text{ có: } \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\text{Vậy } x = 3 \text{ và } y = 4.$$

Bài 4. Bốn tổ nhận sửa quãng đường AB. Tổ I sửa $\frac{1}{6}$ quãng đường AB. Tổ II sửa nhiều hơn tổ I là $\frac{1}{8}$ quãng đường AB nhưng ít hơn tổ III là $\frac{1}{12}$ quãng đường AB.

Hỏi tổ IV nhận sửa mấy phần quãng đường AB?

Giải

$$\text{Số phần quãng đường AB tổ II sửa là: } \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{7}{24} \text{ (AB)}$$

$$\text{Số phần quãng đường AB tổ III sửa là: } \frac{7}{24} + \frac{1}{12} = \frac{9}{24} \text{ (AB)}$$

Tổ I, II và III sửa được: $\frac{1}{6} + \frac{7}{24} + \frac{9}{24} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$ (AB)

Coi quãng đường AB là 1 đơn vị thì tổ IV sửa được số phần là:

$$1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \text{ (AB)}$$

Đ/S 1/6

Bài 5. a) Tìm số tự nhiên x và y ($x < y$): $\frac{3}{x} + \frac{y}{3} = \frac{5}{6}$

b) Tìm hai số lẻ liên tiếp x và y ($x < y < 10$): $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{2}{15}$

Giải

a) Thấy $\frac{5}{6} < 1 \Rightarrow \frac{y}{3} < 1 \Rightarrow y < 3$ hay $y = 0$ hoặc $y = 1$; $y = 2$.

TH1: $y = 0$ có: $\frac{3}{x} + \frac{0}{3} = \frac{5}{6} \rightarrow \frac{3}{x} = \frac{5}{6} \rightarrow \frac{15}{5 \times x} = \frac{15}{18} \rightarrow 5 \times x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{5}$

(loại)

TH2: $y = 1$ có: $\frac{3}{x} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \rightarrow \frac{3}{x} = \frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} \Rightarrow x = 6$.

TH3: $y = 2$ có: $\frac{3}{x} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6} \rightarrow \frac{3}{x} = \frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6} = \frac{3}{18} \Rightarrow x = 18$

Vậy kết quả là: $x = 6$ và $y = 1$; $x = 18$ và $y = 2$

b) $x = 3$; $y = 5$

Bài 6. Cho hình chữ nhật. Nếu chiều dài bớt $\frac{1}{6}$ m và chiều rộng thêm $\frac{1}{4}$ m được hình vuông. Hỏi hình chữ nhật ban đầu có chiều dài hơn chiều rộng bao nhiêu mét?

Giải

Ta có sơ đồ:

Chiều dài: $|=====|1/4|1/6|$

Chiều rộng: $|=====|1/4|$

Ban đầu chiều dài hơn chiều rộng là: $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$ (m)

Đ/S: $\frac{5}{12}$ (m)

Bài 7. Tìm phân số tối giản $\frac{a}{b}$ biết:

a) $\frac{2}{3} - \frac{a}{b} + \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{a}{b} = \frac{1}{12}$

Giải

$$a) \frac{2}{3} - \frac{a}{b} + \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

$$\rightarrow \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) - \frac{a}{b} = \frac{1}{6}$$

$$\rightarrow \frac{11}{12} - \frac{a}{b} = \frac{1}{6}$$

$$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{11}{12} - \frac{1}{6}$$

$$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$b) \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{a}{b} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{6}$$

Bài 8. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước. Nếu vòi I chảy riêng thì sau 3 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi II chảy riêng sau 4 giờ sẽ đầy bể. Hỏi sau 1 giờ cả hai vòi cùng chảy thì còn mấy phần bể chưa có nước?

Giải

Coi bể nước đầy là 1 đơn vị.

Trong 1 giờ vòi I chảy được số phần bể nước là: $1 : 3 = \frac{1}{3}$ (bể)

Trong 1 giờ vòi II chảy được số phần bể nước là: $1 : 4 = \frac{1}{4}$ (bể)

Sau 1 giờ cả hai vòi cùng chảy được số phần bể nước là: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ (bể)

Đ/S: $\frac{7}{12}$ (bể)

Bài 9. Người ta cắt $\frac{3}{4}$ m vải thành 3 mảnh. Mảnh I và mảnh II dài $\frac{7}{12}$ m. Mảnh I và mảnh III dài $\frac{1}{2}$ m. Tìm chiều dài mỗi mảnh vải.

Giải

Mảnh III dài số m là: $\frac{3}{4} - \frac{7}{12} = \frac{1}{6}$ (m)

Mảnh I dài số m là: $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ (m)

Mảnh II dài số m là: $\frac{7}{12} - \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ (m)

Đ/S:

Bài 10. Có ba túi gạo. Túi I và túi II cân nặng $\frac{5}{6}$ kg; túi II và túi III cân nặng $\frac{1}{2}$ kg; túi III và túi I cân nặng $\frac{2}{3}$ kg. Hỏi mỗi túi cân nặng bao nhiêu kg?

Giải

Tổng 3 túi nặng số kg là: $\left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) : 2 = 1$ (kg)

Túi 1 nặng số kg là: $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (kg)

Túi 2 nặng số kg là: $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ (kg)

Túi 3 nặng số kg là: $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ (kg)

Bài 11. Tìm phân số tối giản $\frac{a}{b}$ biết:

a) $\frac{5}{6} - \frac{a}{b} + \frac{3}{4} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$

Giải

a) $\frac{a}{b} = \frac{11}{12}$

b) $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$

Bài 12. Chú Hai pha đầy một cốc cà phê. Lần đầu chú uống $\frac{1}{2}$ cốc cà phê rồi đổ thêm sữa cho đầy cốc. Lần thứ hai chú uống $\frac{1}{3}$ cốc cà phê sữa, rồi đổ thêm sữa cho đầy cốc. Lần thứ ba chú uống $\frac{1}{6}$ cốc cà phê sữa, rồi lại đổ thêm sữa cho đầy cốc. Lần thứ tư chú uống hết cốc cà phê sữa. Hỏi chú đã uống lượng cà phê nhiều hơn hay ít hơn lượng sữa?

Giải

Coi một cốc đầy sữa hoặc cà phê là 1 đơn vị.

Thì sau 4 lần uống chú Hai uống được là: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + 1 = 2$ (cốc)

Số cốc sữa chú Hai uống là: $2 - 1 = 1$ (cốc)

Như vậy chú Hai đã uống lượng sữa và cà phê bằng nhau.

BÀI 5: BÀI TẬP TỰ LUYỆN **PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN SỐ**

Bài 1: Tính:

a) $\frac{3}{7} + \frac{4}{7}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{5}{8}$

c) $\frac{5}{13} + \frac{7}{23}$

d) $\frac{1}{3} + \frac{5}{9} + \frac{6}{17}$

e) $\frac{7}{11} - \frac{2}{11}$

f) $\frac{6}{7} - \frac{3}{4}$

g) $\frac{20}{21} - \frac{4}{9}$

h) $\frac{2014}{2013} - \frac{2013}{2012}$

Bài 2: Tính bằng cách thuận tiện:

a) $\frac{1}{3} + \frac{8}{9} + \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$

b) $\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{4}\right) + \frac{1}{4}$

c) $\frac{3}{28} + \frac{3}{28} + \frac{3}{28} + \frac{3}{28}$

d) $\frac{5}{9} - \frac{3}{7} + \frac{4}{9} - \frac{2}{7}$

e) $\frac{15}{16} - \frac{3}{8} + \frac{9}{16} - \frac{7}{8}$

Bài 3: Tìm x biết:

a) $x + \frac{3}{8} = \frac{16}{15}$

b) $x - \frac{21}{32} = \frac{5}{8}$

Bài 4: Tìm x biết:

$$(x + \frac{1}{2}) + (x + \frac{1}{4}) + (x + \frac{1}{8}) + (x + \frac{1}{16}) = 1$$

Bài 5: Viết mỗi phân số sau thành tổng các phân số có tử số là 1 và mẫu số khác nhau:

a) $\frac{13}{27}$

b) $\frac{15}{16}$

c) $\frac{39}{54}$

d) $\frac{13}{42}$

Bài 6: Tính:

a) $3\frac{2}{5} + 2\frac{5}{7}$

b) $4\frac{1}{3} + \frac{5}{9}$

c) $5\frac{1}{4} - 2\frac{3}{5}$

d) $6\frac{5}{7} - 4\frac{5}{14}$

Bài 7: Tìm phân số tối giản $\frac{a}{b}$ biết:

a) $\frac{3}{7} - \frac{a}{b} + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{a}{b} - \frac{4}{9} + \frac{1}{10} = \frac{1}{7}$

Bài 8: Tìm x biết: $\frac{x}{6} + 2\frac{1}{2} = 4\frac{2}{3}$

Bài 9: Tìm x biết:

a) $2 + \frac{3}{4 - \frac{1}{1-x}} = 7$

b) $2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{x}}} = \frac{157}{68}$

Bài 10: Vòi thứ nhất mỗi giờ chảy được $\frac{5}{13}$ bể, vòi thứ hai mỗi giờ chảy được $\frac{2}{15}$ bể, vòi thứ ba mỗi giờ chảy được $\frac{1}{8}$ bể. Hỏi cả ba vòi mỗi giờ chảy được mấy phần bể?

Bài 11: Trong buổi đồng diễn thể dục của lớp 5A, có $\frac{2}{7}$ số học sinh mặc áo xanh, $\frac{3}{8}$ số học sinh mặc áo vàng, số học sinh còn lại mặc áo trắng. Hỏi số học sinh mặc áo trắng chiếm bao nhiêu phần của số học sinh của cả lớp 5A?

Bài 12: Một cửa hàng, buổi sáng bán được $\frac{3}{7}$ số cây vải, buổi chiều bán được $\frac{2}{5}$ số cây vải. Hỏi:

a) Cả hai buổi cửa hàng bán được mấy phần cây vải.

b) Cửa hàng còn lại mấy phần của cây vải đó.

Bài 13: Hai người thợ làm chung một công việc thì sau 6 giờ xong. Nếu một mình người thứ nhất làm công việc ấy thì mất 9 giờ mới xong. Hỏi nếu người thứ hai làm một mình công việc đó thì phải mất mấy giờ mới xong?

Bài 14: Từ sáu chữ số 1, 2, 3, 4, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu cặp phân số bằng nhau có tổng là 1? (Mỗi chữ số chỉ được dùng một lần trong từng cặp phân số)

Bài 15: Một con trâu ăn hết một bó cỏ trong 16 phút. Nhưng trâu mới ăn được 4 phút thì có thêm một con bê đến ăn cùng. Cả hai ăn trong 10 phút nữa thì hết cỏ. Nếu con bê ăn một mình thì sau bao nhiêu lâu sẽ hết cỏ?

BÀI 6: PHÉP NHÂN PHÂN SỐ

1. Tính:

a) $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{9}\right) = \dots$

b) $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \dots \times 1\frac{1}{9} = \dots$

Giải

a) $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{9}\right)$
 $= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) \times \left(1 - \frac{1}{7}\right) \times \left(1 - \frac{1}{8}\right) \times \left(1 - \frac{1}{9}\right)$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10}$
 $= \frac{1}{10}$

b) $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \dots \times 1\frac{1}{9}$
 $= 1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{5} \times 1\frac{1}{6} \times 1\frac{1}{7} \times 1\frac{1}{8} \times 1\frac{1}{9}$
 $= \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times \frac{7}{6} \times \frac{8}{7} \times \frac{9}{8} \times \frac{10}{9}$
 $= \frac{10}{2}$
 $= 5$

2. Một can chứa $22\frac{1}{2}l$ xăng, mỗi lít xăng cân nặng $\frac{4}{5}kg$. Hỏi can xăng đó cân nặng bao nhiêu kg, biết cái can không nặng 2kg?

Giải

Đôi $22\frac{1}{2} = \frac{45}{2}l$

$$\frac{45}{2} \text{ l xăng nặng số kg là: } \frac{45}{2} \times \frac{4}{5} = 18 \text{ (kg)}$$

$$\text{Can xăng nặng số kg là: } 18 + 2 = 20 \text{ (kg)}$$

Đ/S: 20 kg.

3. Một hình chữ nhật có chiều dài $\frac{2}{3}m$, chiều rộng bằng $\frac{9}{10}$ chiều dài. Tính diện tích hình đó.

Giải

$$\text{Chiều rộng hình chữ nhật là: } \frac{9}{10} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \text{ (m)}$$

$$\text{Diện tích hình chữ nhật là: } \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\text{Đ/S: } \frac{2}{5} \text{ (m}^2\text{)}$$

4. Một hình chữ nhật có nửa chu vi là $\frac{5}{6}m$. Nếu chiều dài thêm $\frac{1}{6}m$ và chiều rộng thêm $\frac{1}{3}m$ thì được hình vuông. Tính diện tích hình vuông?

Giải

Ta có sơ đồ:

$$\text{Chiều dài: } \text{=====}|--1/6--|$$

$$\text{Chiều rộng: } \text{=====}|---1/3----|$$

$$\text{Chiều dài hình chữ nhật hơn chiều rộng của nó là: } \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \text{ (m)}$$

$$\text{Chiều dài hình chữ nhật là: } \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right) : 2 = \frac{1}{2} \text{ (m)}$$

$$\text{Cạnh hình vuông dài là: } \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \text{ (m)}$$

$$\text{Diện tích hình vuông: } \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\text{Đ/S: } \frac{4}{9} \text{ (m}^2\text{)}$$

5. Tính

$$\text{a) } \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10}$$

$$\text{b) } \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$$

Giải

$$\begin{aligned} \text{a) } & \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10} \\ &= \frac{2-1}{1 \times 2} + \frac{3-2}{2 \times 3} + \frac{4-3}{3 \times 4} + \dots + \frac{9-8}{8 \times 9} + \frac{10-9}{9 \times 10} \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{1 \times 2} - \frac{1}{1 \times 2} + \frac{3}{2 \times 3} - \frac{2}{2 \times 3} + \frac{4}{3 \times 4} - \frac{3}{3 \times 4} + \dots + \frac{9}{8 \times 9} - \frac{8}{8 \times 9} + \frac{10}{9 \times 10} - \frac{9}{9 \times 10}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}$$

$$= 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

$$b) \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} = \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10}$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{10} = \frac{3}{20}$$

6. Tìm x:

$$a) \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \dots + \frac{1}{14 \times 15} = \frac{x}{30}$$

$$b) \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{90} = \frac{6}{x}$$

Giải

$$a) \text{ Ta có: } \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \dots + \frac{1}{14 \times 15} = \frac{1}{3} - \frac{1}{15} = \frac{4}{15}$$

$$\text{Vậy: } \frac{4}{15} = \frac{x}{30} \rightarrow \frac{8}{30} = \frac{x}{30} \rightarrow x = 8.$$

$$b) \text{ Ta có: } \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{90} = \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{9 \times 10} = \frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{2}{5} = \frac{6}{x} \rightarrow \frac{6}{15} = \frac{6}{x} \rightarrow x = 15$$

Vậy x = 15.

7. Một người bán hết 63kg gạo trong bốn lần. Lần đầu bán $\frac{1}{2}$ số gạo và $\frac{1}{2}kg$ gạo. Lần thứ hai bán $\frac{1}{2}$ số gạo còn lại và $\frac{1}{2}kg$ gạo. Lần thứ ba bán $\frac{1}{2}$ số gạo còn lại sau hai lần bán và $\frac{1}{2}kg$ gạo. Hỏi lần thứ tư người đó bán bao nhiêu kg gạo?

Giải

$$\text{Lần đầu người đó bán số kg gạo là: } \frac{1}{2} \times 63 + \frac{1}{2} = 32(kg)$$

$$\text{Sau lần bán đầu tiên số kg gạo còn lại là: } 63 - 32 = 31(kg)$$

$$\text{Lần thứ hai người đó bán số kg gạo là: } \frac{1}{2} \times 31 + \frac{1}{2} = 16(kg)$$

$$\text{Sau hai lần bán thì số kg gạo còn lại là: } 31 - 16 = 15(kg)$$

$$\text{Lần bán thứ ba người đó bán được số kg gạo là: } \frac{1}{2} \times 15 + \frac{1}{2} = 8(kg)$$

$$\text{Lần thứ tư người đó bán số kg gạo là: } 15 - 8 = 7(kg)$$

Đ/S: 7kg.

8. Một đội thợ trong ba ngày gặt xong lúa trên một cánh đồng. Ngày thứ nhất gặt được $\frac{3}{8}$ diện tích cánh đồng. Ngày thứ hai gặt được $\frac{2}{5}$ diện tích cánh đồng còn lại. Hỏi ngày thứ ba đội gặt được mấy phần diện tích cánh đồng?

Giải

Coi cả cánh đồng là 1 đơn vị.

Sau ngày gặt đầu tiên diện tích còn lại của cánh đồng chưa được gặt là:

$$1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8} \text{ (cánh đồng)}$$

Ngày thứ hai đội thợ gặt được số phần diện tích cánh đồng là:

$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{8} = \frac{1}{4} \text{ (cánh đồng)}$$

Ngày thứ ba đội thợ gặt được số phần diện tích cánh đồng là:

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{4} = \frac{3}{8} \text{ (cánh đồng)}$$

Đ/S: $\frac{3}{8}$

9. Người ta cho một vòi nước chảy vào bể không có nước trong 2 giờ, mỗi giờ chảy được $\frac{2}{5}$ bể. Hỏi sau khi dùng $\frac{5}{8}$ lượng nước trong bể thì lượng nước còn lại chiếm mấy phần bể?

Giải

Coi bể nước đầy là 1 đơn vị.

Lượng nước trong bể sau khi cho vòi chảy trong 2 giờ là: $2 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$ (bể)

Lượng nước đã dùng là: $\frac{5}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{2}$ (bể)

Lượng nước còn lại chiếm số phần là: $\frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$ (bể)

Đ/S: $\frac{3}{10}$ (bể)

10. Cho một phân số tối giản (khác 0), biết rằng nếu tử số cộng với mẫu số và giữ nguyên mẫu số thì được phân số mới gấp 5 lần phân số đã cho. Tìm phân số đã cho?

Giải

Gọi phân số cần tìm là: $\frac{a}{b}$ ($a, b \neq 0$).

Theo đề bài có:

$$\frac{a+b}{b} = 5 \times \frac{a}{b}$$

$$\begin{aligned}\rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{b} &= 5 \times \frac{a}{b} \\ \rightarrow \frac{a}{b} + 1 &= 5 \times \frac{a}{b} \\ \rightarrow \frac{a}{b} + 1 - \frac{a}{b} &= 5 \times \frac{a}{b} - \frac{a}{b} \\ \rightarrow 1 &= 4 \times \frac{a}{b} \\ \rightarrow \frac{1}{4} &= \frac{a}{b}\end{aligned}$$

Vậy phân số cần tìm là: $\frac{1}{4}$

BÀI 6: BÀI TẬP TỰ LUYỆN PHÉP NHÂN PHÂN SỐ

Bài 1: Tính:

a) $\frac{4}{5} \times \frac{3}{8}$ b) $\frac{12}{17} \times \frac{34}{53}$ c) $\frac{2016}{2017} \times \frac{2017}{2018}$ d) $\frac{4}{7} \times \frac{1}{2}$

Bài 2: Tính

a) $2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{2}$ b) $9\frac{7}{8} \times 5\frac{6}{7}$ c) $5\frac{5}{4} \times \frac{4}{5}$ d) $2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2} \times 3\frac{3}{4} \times 4\frac{1}{5}$

Bài 3: Tính:

a) $(\frac{161616}{212121} + \frac{2022}{3033}) \times 7$ b) $\frac{3}{4} \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3})$
c) $(\frac{1}{5} + \frac{3}{4}) \times \frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{5} \times (\frac{5}{7} - \frac{1}{14})$

Bài 4: Tìm x:

a) $x : \frac{3}{2} = 2\frac{2}{3}$ b) $\frac{45}{8} \times x = \frac{45}{4}$

Bài 5: Cho phân số tối giản $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$). Tìm phân số đó, nếu tử số cộng với mẫu số và giữ nguyên mẫu số thì giá trị của $\frac{a}{b}$ sẽ được gấp lên 9 lần.

Bài 6: Người ta mở vòi nước chảy vào bể không có nước trong hai giờ. Giờ đầu vòi chảy được $\frac{1}{2}$ bể, giờ sau vòi chảy được $\frac{1}{3}$ bể. Người ta dùng $\frac{3}{10}$ lượng nước trong bể. Hỏi lượng nước còn lại trong bể chiếm mấy phần bể?

Bài 7: Tìm số tự nhiên x biết:

$$1\frac{1}{5} \times 1\frac{1}{6} \times 1\frac{1}{7} \times \dots \times 1\frac{1}{2014} = x$$

Bài 8: Bình và Thắng chia nhau 42 viên bi. Nếu Thắng cho Bình 1 viên bi thì số bi của Bình bằng $\frac{3}{4}$ số bi của Thắng. Vậy ban đầu Thắng có ...viên bi?

Bài 9: Một hình thoi có độ dài hai đường chéo là 28cm. Đường chéo thứ hai có độ dài bằng $\frac{4}{3}$ độ dài đường chéo thứ nhất. Diện tích của hình thoi là...mm².

Bài 10: Một thửa ruộng hình chữ nhật có chu vi bằng 1400m. Biết chiều rộng bằng $\frac{2}{5}$ chiều dài và trung bình cứ 1 dam² diện tích thì thu hoạch được 60kg thóc. Vậy cả thửa ruộng thu hoạch được ... tạ thóc?

Câu 11: Một tấm bìa hình chữ nhật có chiều rộng là $\frac{5}{9}$ m, chiều dài gấp rưỡi chiều rộng. Tính chu vi và diện tích của tấm bìa này.

Câu 12: Một máy cày, buổi sáng cày được $\frac{2}{5}$ cánh đồng. Buổi chiều, máy cày cày được $\frac{1}{2}$ của buổi sáng. Hỏi còn lại bao nhiêu phần cánh đồng phải cày tiếp vào ngày hôm sau?

Bài 13: Một người bán $\frac{2}{3}$ tấm vải với giá 60 000 đồng một mét. Còn lại người đó bán được 65 000 đồng một mét. Tiền lãi được tất cả 287 000 đồng. Biết giá vốn một mét là 48 000 đồng. Tính chiều dài tấm vải?

Bài 14: Ba người chia nhau 720 000 đồng. Người thứ nhất được $\frac{1}{6}$ số tiền, người thứ hai được $\frac{3}{8}$ số tiền, còn bao nhiêu là của người thứ ba. Tính số tiền của người thứ ba.

BÀI 7: PHÉP CHIA PHÂN SỐ

1. Tính:

a) $\left(1 - \frac{1}{2}\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right) : \left(1 - \frac{1}{4}\right) : \dots : \left(1 - \frac{1}{8}\right)$

b) $1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{4} : \dots : 1\frac{1}{8}$

Giải:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \left(1 - \frac{1}{2}\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right) : \left(1 - \frac{1}{4}\right) : \dots : \left(1 - \frac{1}{8}\right) \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right) : \left(1 - \frac{1}{4}\right) : \left(1 - \frac{1}{5}\right) : \left(1 - \frac{1}{6}\right) : \left(1 - \frac{1}{7}\right) : \left(1 - \frac{1}{8}\right) \\ &= \frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{3}{4} : \frac{4}{5} : \frac{5}{6} : \frac{6}{7} : \frac{7}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times \frac{7}{6} \times \frac{8}{7} = \frac{8}{2 \times 2} = 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{4} : \dots : 1\frac{1}{8} = 1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{4} : 1\frac{1}{5} : 1\frac{1}{6} : 1\frac{1}{7} : 1\frac{1}{8} \\ &= \frac{3}{2} : \frac{4}{3} : \frac{5}{4} : \frac{6}{5} : \frac{7}{6} : \frac{8}{7} : \frac{9}{8} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

2. Có ba hộp kẹo. Biết rằng hộp I và II có $\frac{5}{6} kg$ kẹo; hộp II và hộp III có $\frac{7}{12} kg$ kẹo; hộp III và hộp I có $\frac{3}{4} kg$ kẹo. Hỏi mỗi hộp có bao nhiêu kg kẹo?

Giải:

$$\text{Số kg kẹo ở 3 hộp là: } \left(\frac{5}{6} + \frac{7}{12} + \frac{3}{4}\right) : 2 = \frac{13}{12} (kg)$$

$$\text{Số kg kẹo ở hộp 1 là: } \frac{13}{12} - \frac{7}{12} = \frac{1}{2} (kg)$$

$$\text{Số kg kẹo ở hộp 2 là: } \frac{13}{12} - \frac{3}{4} = \frac{1}{3} (kg)$$

$$\text{Số kg kẹo ở hộp 3 là: } \frac{13}{12} - \frac{5}{6} = \frac{1}{4} (kg)$$

$$\text{Đ/S: hộp I: } \frac{1}{2} kg; \text{hộp II: } \frac{1}{3} kg; \text{hộp III: } \frac{1}{4} kg$$

3. Một người đi xe máy trong $\frac{5}{6}$ giờ đi được 25km. Hỏi

a) Trong một giờ người đó đi được bao nhiêu km?

b) Trung bình đi 1 km hết bao nhiêu phút ?

Giải

$$\text{a) Trong 1 giờ người đó đi được số km là: } 25 : \frac{5}{6} = 30 (km)$$

$$\text{b) Trung bình đi 1km hết số phút là: } \frac{5}{6} : 25 = \frac{1}{30} (giờ) = 2 \text{ phút}$$

$$\text{Đ/S: a) 30km; b) 2 phút.}$$

4. Mỗi giờ vòi nước chảy vào bể được $\frac{2}{5}$ bể. Hỏi khi bể không có nước thì vòi đó phải chảy trong bao lâu để được $\frac{3}{10}$ bể nước?

Giải

$$\text{Số giờ vòi phải chảy là: } \frac{3}{10} : \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \text{ (giờ)}$$

Đ/S: $\frac{3}{4}$ giờ.

5. Một bể đang chứa lượng nước bằng $\frac{9}{10}$ bể. Người ta mở vòi nước chảy vào bể đó, mỗi giờ được $\frac{1}{5}$ bể. Hỏi vòi nước chảy sau bao nhiêu phút thì đầy bể?

Giải

$$\text{Số phần bể nước vòi cần chảy thêm là: } 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10} \text{ (bể)}$$

$$\text{Số phút vòi cần chảy là: } \frac{1}{10} : \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \text{ (giờ)} = 30 \text{ (phút)}$$

Đ/S: 30 phút.

6. Có hai vòi nước chảy vào bể không có nước. Nếu vòi I chảy riêng thì sau 2 giờ đầy bể. Nếu vòi II chảy riêng thì sau 3 giờ đầy bể. Hỏi cả hai vòi cùng chảy thì sau bao lâu sẽ đầy bể nước?

Giải

Coi bể nước là 1 đơn vị.

$$\text{Trong 1 giờ vòi 1 chảy riêng được: } 1 : 2 = \frac{1}{2} \text{ (bể)}$$

$$\text{Trong 1 giờ vòi 2 chảy riêng được: } 1 : 3 = \frac{1}{3} \text{ (bể)}$$

$$\text{Trong 1 giờ 2 vòi cùng chảy được: } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \text{ (bể)}$$

$$\text{Hai vòi cùng chảy sau số giờ sẽ đầy bể là: } 1 : \frac{5}{6} = \frac{6}{5} \text{ giờ} = 1 \text{ giờ } 12 \text{ phút}$$

Đ/S: 1 giờ 12 phút

7. Mẹ mua một hộp sữa, biết rằng $\frac{2}{3}$ lượng sữa cân nặng $\frac{3}{5} \text{ kg}$. Mẹ đã dùng $\frac{1}{6}$ lượng sữa đó. Lượng sữa còn lại trong hộp nặng bao nhiêu kg?

Giải

$$\text{Khối lượng sữa trong hộp lúc đầu: } \frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{9}{10} \text{ (kg)}$$

$$\text{Lượng sữa mẹ đã dùng là: } \frac{1}{6} \times \frac{9}{10} = \frac{3}{20} \text{ (kg)}$$

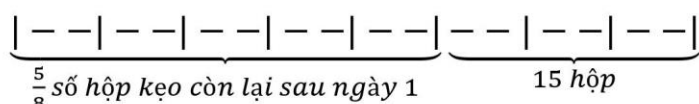
$$\text{Khối lượng sữa còn lại trong hộp là: } \frac{9}{10} - \frac{3}{20} = \frac{3}{4} \text{ (kg)}$$

Đ/S: $\frac{3}{4} kg$

8. Cửa hàng có một số hộp kẹo đã bán hết trong ba ngày. Ngày đầu bán $\frac{3}{5}$ số hộp kẹo. Ngày thứ hai bán $\frac{5}{8}$ số hộp kẹo còn lại. Ngày thứ ba bán 15 hộp kẹo thì hết. Hỏi cửa hàng bán được bao nhiêu hộp kẹo trong ba ngày?

Giải

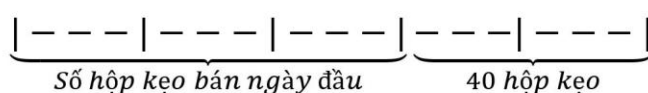
Sơ đồ số kẹo bán trong ngày thứ hai và thứ 3 là:



Phần số chỉ số hộp kẹo bán trong ngày thứ 3 là: $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ (số kẹo bán trong ngày 2 và 3)

Số kẹo bán trong ngày thứ hai và thứ ba là: $15 : \frac{3}{8} = 40$ (hộp kẹo)

Sơ đồ số hộp kẹo lúc đầu:



Phần số chỉ 40 hộp kẹo là: $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ (số kẹo ban đầu)

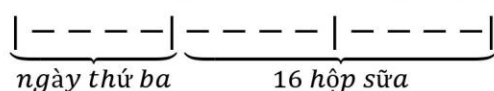
Số hộp kẹo cửa hàng bán được trong 3 ngày là: $40 : \frac{2}{5} = 100$ (hộp)

Đ/S: 100 hộp.

9. Cửa hàng có một số hộp sữa bán hết trong bốn ngày. Ngày đầu bán $\frac{1}{3}$ số hộp sữa. Ngày thứ hai bán $\frac{1}{3}$ số hộp sữa còn lại. Ngày thứ ba bán $\frac{1}{3}$ số hộp sữa còn lại sau hai ngày. Ngày thứ tư bán 16 hộp sữa thì hết. Hỏi cả bốn ngày cửa hàng bán bao nhiêu hộp sữa?

Giải

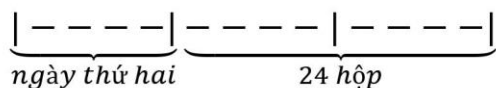
Sơ đồ số hộp sữa bán trong ngày thứ ba và thứ tư là:



Phần số chỉ 16 hộp sữa bán ở ngày thứ tư là: $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (số hộp sữa bán trong hai ngày thứ ba và thứ tư)

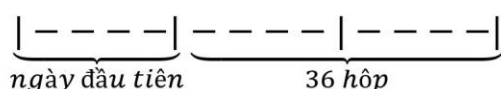
Số hộp sữa bán trong ngày thứ ba và thứ tư (hay số hộp sữa còn lại sau hai ngày bán đầu tiên và thứ hai) là: $16 : \frac{2}{3} = 24$ (hộp)

Sơ đồ số hộp sữa còn lại sau ngày bán đầu tiên:



Số hộp sữa còn lại sau ngày bán đầu tiên là: $24 : (1 - \frac{1}{3}) = 36$ (hộp)

Sơ đồ số hộp sữa lúc ban đầu:



Số hộp sữa bán trong 4 ngày là: $36 : (1 - \frac{1}{3}) = 54$ (hộp)

Đ/S: 54 hộp

10. Tìm phân số tối giản $\frac{a}{b}$ biết: $1 : \frac{a}{b} : \frac{a}{b} = 16$

Giải

Ta có: $1 : \frac{a}{b} : \frac{a}{b} = 1 \times \frac{b}{a} \times \frac{b}{a} = \frac{b \times b}{a \times a}$

Suy ra: $\frac{b \times b}{a \times a} = 16 \Rightarrow \frac{b \times b}{a \times a} = \frac{16}{1} \Rightarrow \frac{b \times b}{a \times a} = \frac{4 \times 4}{1 \times 1} \Rightarrow a = 1$ và $b = 4$

Phân số cần tìm là: $\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$

Đ/S: $\frac{1}{4}$

11. Một người có một số gạo đã bán hết trong bốn lần. Lần đầu bán $\frac{1}{2}$ số gạo và 1 kg gạo. Lần thứ hai bán $\frac{1}{2}$ số gạo còn lại và 1kg gạo. Lần thứ ba bán $\frac{1}{2}$ số gạo còn lại sau hai lần và 1 kg gạo. Lần thứ tư bán $\frac{1}{2}$ số gạo còn lại sau ba lần và 1 kg gạo thì vừa hết. Hỏi người đó đã bán tất cả bao nhiêu kg gạo?

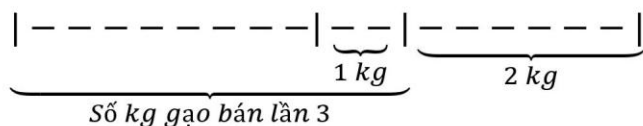
Giải

Sơ đồ số kg gạo bán ở lần thứ tư là:



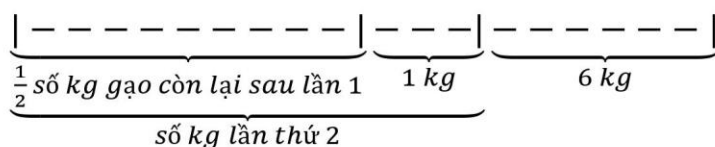
Số kg gạo bán trong lần thứ 4 là: $1 : (1 - \frac{1}{2}) = 2(kg)$

Sơ đồ số kg gạo còn lại sau lần bán thứ nhất và thứ hai là:



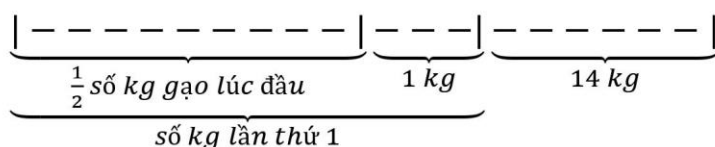
Số kg còn lại sau hai lần bán thứ nhất và thứ hai là: $(1 + 2) : (1 - \frac{1}{2}) = 6$ (kg)

Sơ đồ số kg gạo còn lại sau lần bán đầu tiên (bán trong 3 lần thứ 2; 3 và 4):



Số kg gạo bán trong lần 2; 3 và 4 là: $(1 + 6) : (1 - \frac{1}{2}) = 14$ (kg)

Sơ đồ số kg gạo lúc đầu (hay số kg gạo bán trong 4 lần) là:



Số kg gạo bán trong 4 lần là: $(1 + 14) : (1 - \frac{1}{2}) = 30$ (kg)

Đ/S: 30 kg.

BÀI 7: BT TỰ LUYỆN PHÉP CHIA PHÂN SỐ

Bài 1: Tính:

a) $\frac{5}{7} : \frac{3}{14}$

b) $\frac{12}{25} : \frac{4}{5}$

c) $\frac{13}{12} : \frac{7}{24} \times \frac{21}{26}$

d) $\frac{5}{12} : \frac{7}{4} - \frac{25}{18} : \frac{35}{6}$

e) $\frac{4}{15} : \frac{2}{5}$

f) $\frac{3}{5} : \frac{2}{3} \times \frac{4}{7}$

g) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} : \frac{3}{4}$

h) $(\frac{6}{11} + \frac{5}{11}) : \frac{1}{3}$

Bài 2: Tìm x biết:

a) $\frac{22}{5} : x = \frac{11}{15} \times \frac{5}{2}$

b) $x : \frac{3}{4} = \frac{5}{8} : \frac{3}{4}$

c) $1\frac{9}{11} : x = \frac{5}{4}$

d) $x \times 1\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Bài 3: Tính:

a) $7\frac{5}{12} : 3\frac{1}{4}$

b) $1\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{3} : 1\frac{5}{6}$

c) $1\frac{4}{5} - \frac{2}{3} : 2\frac{1}{3}$

d) $1\frac{4}{5} \times \frac{5}{6} - \frac{1}{3} : \frac{1}{2}$

Bài 4: Tính giá trị biểu thức:

a) $\left(6 : \frac{3}{5} - 1\frac{1}{6} \times \frac{6}{7}\right) : \left(4\frac{1}{5} \times \frac{10}{11} + 5\frac{2}{11}\right)$

b) $\left(\frac{3}{20} + \frac{1}{2} - \frac{1}{15}\right) \times \frac{12}{49} : \left(3\frac{1}{3} + \frac{2}{9}\right)$

c) $\left(\frac{3}{10} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{2}\right) : \left(1\frac{8}{9} - 1\frac{1}{3}\right)$

d) $5\frac{9}{10} : \frac{3}{2} - \left(2\frac{1}{3} \times 4\frac{1}{2} - 2 \times 2\frac{1}{2}\right) : \frac{7}{4}$

Bài 5: Tính giá trị biểu thức:

$$A = \frac{3}{4} \times a + \left(b - \frac{1}{2}\right) : 2 \text{ với } a = \frac{5}{9}; b = \frac{5}{2}$$

Bài 6: Tìm x :

$$16 : \left(\frac{\frac{3}{5} \times x + 8}{21} + 9\right) = \frac{7}{10}$$

Bài 7: Một công nhân mỗi tháng ăn hết $\frac{1}{2}$ tiền lương, trả tiền nhà hết $\frac{1}{6}$ tiền lương, tiêu tiêu vật hết $\frac{1}{5}$ tiền lương. Cuối tháng còn để dành được 480 000 đồng. Tính lương tháng của người công nhân đó?

Bài 8: Có $4\frac{3}{4}$ kg đường chia đều vào 3 lọ. Hỏi hai lọ như thế có mấy ki – lô – gam đường?

Bài 9: Độ dài của $\frac{1}{3}$ tấm vải trắng và $\frac{4}{5}$ tấm vải xanh là 75m. Tính độ dài của mỗi tấm vải. Biết độ dài $\frac{1}{3}$ tấm vải trắng bằng $\frac{1}{4}$ của $\frac{4}{5}$ độ dài tấm vải xanh?

Bài 10: Cửa hàng có một số đường. Ngày thứ nhất cửa hàng bán được $\frac{1}{6}$ số đường và 250kg đường, ngày thứ hai bán được $\frac{3}{5}$ số đường còn lại và 200kg đường thì vừa hết. Cửa hàng bán được tất cả ... kg đường?

Bài 11: Năm học trước số học sinh nữ của một lớp bằng $\frac{1}{6}$ số học sinh nam. Năm học này 8 bạn nam của lớp chuyển sang lớp khác nên số học sinh nữ bằng $\frac{1}{4}$ số học sinh nam. Số học sinh nam hiện nay của lớp là... bạn?

Bài 12: Một người đem trứng ra chợ bán. Lần thứ nhất bán được $\frac{1}{4}$ số trứng, lần thứ hai bán được $\frac{2}{5}$ số trứng. Người đó đem về 21 quả trứng. Hỏi mỗi lần người đó bán được bao nhiêu quả trứng?

Bài 13: Một người bán trứng, lần thứ nhất bán $\frac{1}{2}$ số trứng cộng với $\frac{1}{2}$ quả; lần thứ hai bán $\frac{1}{2}$ số trứng còn lại cộng thêm $\frac{1}{2}$ quả, lần thứ ba bán $\frac{1}{2}$ số trứng còn lại cộng $\frac{1}{2}$ quả. Cuối cùng trong rổ còn lại 1 quả. Hỏi lúc đầu trong rổ có bao nhiêu quả trứng?

BÀI 8: ĐẾM SỐ CÁC PHÂN SỐ

Dạng 1: Đề bài cho một số tìm số các phân số có tổng tử số và mẫu số bằng số đó:

Loại 1: Số đề bài cho là số lẻ:

Ví Dụ 1: Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số có tổng tử số và mẫu số bằng 2009.

Giải

Ta có: $2009 = 0 + 2009 = 1 + 2008 = 2 + 2007 = \dots = 1004 + 1005$.

Thấy các cặp (1; 2008), (2; 2007), .. (1004, 1005) mỗi cặp là tạo được 2 phân số khác nhau và ta có tất cả: $1004 - 1 + 1 = 1004$ cặp như vậy.

Riêng cặp (0; 2009) chỉ lập được một phân số là: $\frac{0}{2009}$

Do đó, số các phân số có tổng tử số và mẫu số bằng 2009 là:

$$1004 \times 2 + 1 = 2009 \text{ (phân số)}$$

Loại 2: Số đề bài cho là số chẵn

Ví Dụ 2: Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số có tổng tử số và mẫu số bằng 2008.

Giải

Ta có: $2008 = 0 + 2008 = 1 + 2007 = 2 + 2006 = \dots = 1003 + 1005 = 1004 + 1004$.

Thấy các cặp (1; 2007), (2; 2006)... (1003; 1005) mỗi cặp lập được 2 phân số khác nhau.

Riêng cặp (0; 2008) và (1004; 1004) mỗi cặp chỉ lập được 1 phân số là: $\frac{0}{2008}; \frac{1004}{1004}$

Số phân số có tổng tử số và mẫu số bằng 2008 là:

$$1003 \times 2 + 1 + 1 = 2008 \text{ (phân số)}$$

Tổng quát: Số phân số bằng số đã cho.

Dạng 2: Đề bài cho một số tìm số các phân số có tích tử số và mẫu số bằng phân số đó:

Ví Dụ 3: Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số có tích tử số và mẫu số bằng 100?

Giải

Ta có: $100 = 1 \times 100 = 2 \times 50 = 4 \times 25 = 5 \times 20 = 10 \times 10$

Các cặp (1; 100), (2; 50), (4; 25), (5; 20) mỗi cặp tạo được 2 phân số khác nhau và ta có tất cả 4 cặp.

Riêng cặp (10; 10) chỉ tạo được một phân số duy nhất.

Số phân số có tích tử số và mẫu số bằng 100 là:

$$4 \times 2 + 1 = 9 \text{ (phân số)}$$

Đ/S: 9 phân số.

Ví Dụ 4: Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số có tích tử số và mẫu số bằng 1000?

Giải

Ta có: $1000 = 1 \times 1000 = 2 \times 500 = 4 \times 250 = 5 \times 200 = 8 \times 125 = 10 \times 100 = 20 \times 50 = 25 \times 40$

Thấy có tất cả 8 cặp thừa số có tích là 1000 và mỗi thừa số trong các cặp đều khác nhau. Do đó, mỗi cặp như vậy tạo được 2 phân số khác nhau.

Số phân số có tích tử số và mẫu số bằng 1000 là: $8 \times 2 = 16$ (phân số)

Đ/S: 16 phân số.

Dạng 3: Đề bài cho một phân số bất tìm số các phân số có giá trị bằng phân số đã cho thỏa mãn một điều kiện nào đó:

Ví Dụ 5: Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số bằng phân số $\frac{2}{3}$ mà tử số và mẫu số đều là số có 2 chữ số ?

Giải

Ta có: $\frac{2}{3} = \frac{10}{15} = \frac{12}{18} = \frac{14}{21} = \frac{16}{24} = \dots = \frac{66}{99}$

Phân số đầu tiên thỏa mãn đề bài là: $\frac{10}{15}$; phân số cuối cùng thỏa mãn đề bài là: $\frac{66}{99}$

Do số phân số = số tử số = số mẫu số.

Thấy các tử số lập thành dãy các đều: 10; 12; 14; 16; ...; 66.

Số phân số thỏa mãn đề bài là: $(66 - 10) : 2 + 1 = 29$ (phân số)

Đ/S: 29 phân số.

Ví Dụ 6: Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số bằng phân số $\frac{8}{32}$ mà tử số và mẫu số đều là số có 2 chữ số ?

Giải

Thấy: $\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$.

Ta có: $\frac{1}{4} = \frac{10}{40} = \frac{11}{44} = \frac{12}{48} = \dots = \frac{24}{96}$

Các tử số của các phân số thỏa mãn đề bài lập thành dãy các đều: 10; 11; 12; ...; 24.

Số các phân số bằng $\frac{8}{32}$ mà tử số và mẫu số đều là số có 2 chữ số là:

$(24 - 10) : 1 + 1 = 15$ (phân số)

Đ/S: 15 phân số.

Các bước giải:

B1: Rút gọn phân số đã cho về phân số tối giản.

B2: Tìm phân số có tử số và mẫu số bé nhất bằng phân số đã cho ; phân số có tử số và mẫu số lớn nhất bằng phân số đã cho thỏa mãn điều kiện đề bài.

Khi đó: các tử số (mẫu số) lập thành một dãy cách đều có khoảng cách là tử số (mẫu số) của phân số tối giản tìm được ở bước 1.

B3: Đếm số các tử số (mẫu số) thỏa mãn đề bài và kết luận.

Dạng 4: Loại khác:

Ví Dụ 7: Cho các số từ 0 đến 9. Hỏi có bao nhiêu phân số nhận các số đã cho làm tử số và mẫu số ?

Giải

Có 10 cách chọn tử số từ các số 0; 1; 2; ...; 9

Có 9 cách chọn mẫu số từ các số: 1; 2; 3; ...; 9

Số các phân số nhận các số từ 0 đến 9 làm tử số và mẫu số là: $10 \times 9 = 90$ (phân số)

Đ/S: 90 phân số.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 8: ĐẾM SỐ CÁC PHÂN SỐ

Bài 1: Có bao nhiêu phân số bằng phân số $\frac{48}{60}$ và có tử số nhỏ hơn 100?

Bài 2: Có bao nhiêu phân số có tổng của tử số và mẫu số bằng 2015?

Bài 3: Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số bằng phân số $\frac{1}{6}$ mà mẫu số là số có 2 chữ số ?

Bài 4: Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số có giá trị bằng phân số $\frac{3}{5}$ mà tử số và mẫu số đều là số có 3 chữ số.

Bài 5. Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số có tích tử số và mẫu số bằng 60?

Bài 6. Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số có tích tử số và mẫu số bằng 90.

Bài 7. Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số có tích tử số và mẫu số bằng 400.

Bài 8. Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số bằng phân số $\frac{1}{3}$ mà tử số và mẫu số đều là số có 2 chữ số ?

Bài 9. Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số bằng phân số $\frac{3}{4}$ mà tử số và mẫu số đều là số có 2 chữ số ?

Bài 10. Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số bằng phân số $\frac{1}{5}$ mà tử số và mẫu số đều là số có 2 chữ số ?

Bài 11. Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số bằng phân số $\frac{1}{4}$ mà tử số và mẫu số đều là số có 2 chữ số ?

Bài 12. Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số bằng phân số $\frac{1}{2}$ mà tử số và mẫu số đều là số có 2 chữ số ?

Bài 13. Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu phân số bằng phân số $\frac{3}{5}$ mà tử số và mẫu số đều là số có 2 chữ số ?

Bài 14: Dùng 2 số trong bốn số: 2015; 0; 3; 70 để viết thành các phân số (trong mỗi phân số mỗi số chỉ viết một lần). Viết được số phân số như vậy là?

Bài 15: Có bao nhiêu phân số nhỏ hơn 1 có tổng tử số và mẫu số là 2000?

Bài 16: Tìm các phân số có tử số là 3, lớn hơn $\frac{1}{6}$ nhưng bé hơn $\frac{1}{5}$?

Bài 17: Tìm các phân số có mẫu số là 20, lớn hơn $\frac{7}{15}$ nhưng bé hơn $\frac{8}{15}$?

BÀI 9: THÊM BỚT MỘT SỐ Ở TỬ SỐ - MẪU SỐ CỦA PHÂN SỐ

Dạng 1: Chuyển một số từ tử số xuống mẫu số - từ mẫu số lên tử số:

* Lưu ý: Khi chuyển một số từ tử số xuống mẫu số hoặc từ mẫu số lên tử số => tổng tử số và mẫu số không đổi.

VD: $\frac{7}{11}$ tổng tử số và mẫu số là: $7 + 11 = 18$.

Bớt tử số 3 đơn vị và thêm mẫu số 3 đơn vị: $\frac{4}{14} \Rightarrow 4 + 14 = 18$.

Dạng toán này $\Leftrightarrow$ dạng tìm hai số khi biết tổng – tỉ:

- Tổng: tổng tử số và mẫu số. (phân số đầu – phân số mới).

- Tỉ số: phân số mới hoặc phân số ban đầu.

Loại 1: Cho phân số tìm số cần chuyển:

Ví Dụ 1: Cho phân số $\frac{51}{61}$. Hỏi phải chuyển từ tử số xuống mẫu số bao nhiêu đơn vị thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{3}{5}$?

Phân tích: Tổng: $51 + 61 = 112$; Tỉ số: $\frac{3}{5}$

Số cần chuyển = tử số ban đầu – tử số mới = mẫu số mới – mẫu số ban đầu.

Giải

Tử số của phân số mới là: $(51 + 61) : (3 + 5) \times 3 = 42$.

Cần chuyển từ tử số xuống mẫu số số đơn vị là: $51 - 42 = 9$.

Đ/S: 9.

Thử lại: $\frac{42}{70} = \frac{3}{5}$.

Ví Dụ 2: Cho phân số $\frac{67}{122}$. Hỏi phải chuyển từ mẫu số lên tử số bao nhiêu đơn vị thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{4}{5}$?

Phân tích: Tổng = $67 + 122$; tỉ = $\frac{4}{5}$

Giải

Khi chuyển từ mẫu số lên tử số thì ta sẽ được một phân số mới có tổng tử số và mẫu số bằng tổng tử số và mẫu số của phân số ban đầu. Tổng đó là: $67 + 122 = 189$.

Tử số của phân số mới là: $189 : (4 + 5) \times 4 = 84$.

Số cần chuyển là: $84 - 67 = 17$.

Đ/S: 17.

Loại 2: Cho số cần chuyển tìm phân số:

Ví Dụ 3: Tìm một phân số biết nếu chuyển 5 đơn vị từ mẫu số lên tử số thì ta được phân số mới có giá trị bằng 1. Còn nếu chuyển 9 đơn vị từ tử số xuống mẫu số thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{3}{5}$. Tìm phân số đó.

Phân tích:

Chuyển 5 đơn vị từ mẫu số lên tử số được phân số mới có giá trị bằng 1 (tử số = mẫu số) $\Rightarrow$ Phân số ban đầu: Mẫu số hơn tử số 10 đơn vị.

Tử số: $|=====|===|$

Mẫu số: $|=====|===|===|$

Chuyển 9 đơn vị từ tử số xuống mẫu số thì ta được phân số mới có mẫu số hơn tử số là: $10 + 9 \times 2 = 28$. (Hiệu)

Tỉ: $\frac{3}{5}$.

Giải

Khi chuyển 5 đơn vị từ mẫu số lên tử số được phân số mới có giá trị bằng 1 nghĩa là khi đó tử số của phân số mới bằng mẫu số của phân số mới. Suy ra:

Trong phân số ban đầu mẫu số hơn tử số là: $5 + 5 = 10$ đơn vị.

Chuyển 9 đơn vị từ tử số xuống mẫu số khi đó mẫu số mới sẽ hơn tử số mới là:

$$10 + 9 + 9 = 28 \text{ đơn vị.}$$

$$\text{Tử số của phân số mới: } 28 : (5 - 3) \times 3 = 42$$

$$\text{Mẫu số của phân số mới: } 42 + 28 = 70.$$

$$\text{Phân số mới là: } \frac{42}{70}$$

$$\text{Phân số ban đầu: } \frac{42+9}{70-9} = \frac{51}{61} \text{ Đ/S: } \frac{51}{61}$$

Dạng 2: Cùng thêm hoặc cùng bớt ở tử số và mẫu số của một phân số đi một vài đơn vị:

Loại 1: Cho phân số tìm số cần thêm hoặc bớt:

Lưu ý: Cùng thêm hoặc cùng bớt thì hiệu mẫu số và tử số không đổi.

Ví Dụ 4: Cho phân số $\frac{73}{97}$. Hỏi phải cùng phải bớt tử số và mẫu số bao nhiêu đơn vị

thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{2}{3}$?

Phân tích: Hiệu = $97 - 73$, tỉ số: $\frac{2}{3}$

Giải

$$\text{Tử số của phân số mới là: } (97 - 73) : (3 - 2) \times 2 = 48.$$

$$\text{Số cần bớt là: } 73 - 48 = 25$$

$$\text{Đ/S: } 25.$$

Ví Dụ 5: Cho phân số $\frac{27}{78}$. Hỏi phải cùng phải thêm tử số và mẫu số bao nhiêu đơn vị

thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{2}{5}$?

Giải

$$\text{Tử số của phân số mới là: } (78 - 27) : (5 - 2) \times 2 = 34.$$

$$\text{Số cần thêm: } 34 - 27 = 7.$$

$$\text{Đ/S: } 7$$

Ví Dụ 6. Cho phân số $\frac{23}{45}$. Hỏi phải cộng thêm vào tử số và bớt đi ở mẫu số cùng một

số tự nhiên nào để được phân số mới có giá trị bằng $\frac{19}{15}$?

$$\text{Phân tích: Tổng} = 23 + 45; \text{Ti} = \frac{19}{15}$$

Giải

$$\text{Tử số mới là: } (23 + 45) : (19 + 15) \times 19 = 38$$

$$\text{Số cần tìm là: } 38 - 23 = 15$$

$$\text{Đ/S: } 15$$

Loại 2: Cho số thêm vào hoặc bớt đi tìm phân số:

Ví Dụ 7. Tìm một phân số biết nếu thêm 32 đơn vị vào tử số được phân số mới có giá trị bằng 1 và phân số đó có giá trị bằng $\frac{3}{5}$.

Phân tích: Thêm 32 đơn vị vào tử số thì được phân số mới có giá trị bằng 1 có nghĩa là khi đó tử số = mẫu số. Suy ra: Ban đầu mẫu số hơn tử số 32 đơn vị.

$$Tỉ = \frac{3}{5}$$

Giải

Thêm 32 đơn vị vào tử số thì được phân số mới có giá trị bằng 1 có nghĩa là khi đó tử số = mẫu số. Suy ra: Ban đầu mẫu số hơn tử số 32 đơn vị.

Tử số của phân số đó là: $32 : (5 - 3) \times 3 = 48$

Mẫu số của phân số đó là: $48 + 32 = 80$.

Phân số cần tìm là: $\frac{48}{80}$

Đ/S: $\frac{48}{80}$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 9: THÊM BỚT MỘT SỐ Ở TỬ SỐ - MẪU SỐ CỦA PHÂN SỐ

Bài 1. Cho phân số $\frac{49}{67}$. Hỏi phải chuyển từ tử số xuống mẫu số bao nhiêu đơn vị thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{1}{3}$?

Bài 2. Cho phân số $\frac{59}{109}$. Hỏi phải chuyển từ mẫu số lên tử số bao nhiêu đơn vị thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{3}{4}$?

Bài 3. Cho phân số $\frac{56}{81}$. Hỏi phải cùng phải thêm tử số và mẫu số bao nhiêu đơn vị thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{3}{4}$?

Bài 4. Cho phân số $\frac{67}{91}$. Hỏi phải cùng phải thêm tử số và mẫu số bao nhiêu đơn vị thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{4}{5}$?

Bài 5. Cho phân số $\frac{55}{92}$. Hỏi phải cùng phải bớt tử số và mẫu số bao nhiêu đơn vị thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{1}{2}$?

Bài 6. Cho phân số $\frac{98}{115}$. Hỏi phải cùng phải bớt tử số và mẫu số bao nhiêu đơn vị thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{4}{5}$?

Bài 7. Tìm một phân số biết nếu thêm 2 đơn vị vào tử số thì ta được phân số mới có giá trị bằng 1. Còn nếu chuyển 5 đơn vị từ tử số xuống mẫu số thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{1}{2}$. Tìm phân số đó.

Bài 8. Tìm một phân số biết nếu chuyển 1 đơn vị từ mẫu số lên tử số thì ta được phân số mới có giá trị bằng 1. Còn nếu chuyển 7 đơn vị từ tử số xuống mẫu số thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{2}{3}$. Tìm phân số đó.

Bài 9. Cho phân số $\frac{27}{57}$. Hãy tìm một số sao cho khi lấy mẫu số của phân số đã cho cộng với số đó và giữ nguyên tử số thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{3}{7}$.

Bài 10. Tìm một phân số nếu thêm 6 đơn vị vào tử số ta được phân số mới có giá trị bằng 1 và biết trung bình cộng tử số và mẫu số của phân số đó bằng 28 ?

Bài 11. Tìm một phân số có giá trị bằng $\frac{4}{5}$ và biết nếu bớt ở tử số 6 đơn vị thì được phân số mới có giá trị bằng $\frac{3}{4}$?

Bài 12. Tìm một phân số biết rằng tổng giữa mẫu số và tử số của phân số đó bằng 360 và biết phân số đó bằng $\frac{51}{85}$?

Bài 13. Cho phân số $\frac{41}{78}$. Hỏi phải chuyển từ mẫu số lên tử số bao nhiêu đơn vị thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{3}{4}$?

Bài 14. Cho phân số $\frac{53}{111}$. Hỏi phải cùng phải bớt tử số và mẫu số bao nhiêu đơn vị thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{1}{3}$?

Bài 15. Cho phân số $\frac{25}{39}$. Hãy tìm một số sao cho khi lấy mẫu số của phân số đã cho trừ đi số đó và giữ nguyên tử số thì ta được phân số mới có giá trị bằng $\frac{5}{7}$.

Bài 16. Cho phân số $\frac{18}{27}$. Để được phân số có giá trị bằng $\frac{1}{2}$ thì phải trừ đi ở tử số và mẫu số của phân số đã cho cùng với một số tự nhiên nào ?

Bài 17. Tìm một phân số có giá trị bằng $\frac{3}{5}$ và biết nếu cộng thêm 4 đơn vị vào tử số thì được phân số mới có giá trị bằng $\frac{2}{3}$?

Bài 18. Tìm một phân số nếu thêm 12 đơn vị vào tử số ta được phân số mới có giá trị bằng 1 và biết trung bình cộng tử số và mẫu số của phân số đó bằng 45.

BÀI 10: TÍNH NHANH TÍNH THUẬN TIỆN VỚI PHÂN SỐ (P-I)

Dạng 1: *Tính tổng các phân số có cùng tử số và mẫu số của phân số liền sau gấp mẫu số của phân số liền trước n lần:*

VD1: Tính tổng: $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$.

Giải

$$\text{Tính } 2 \times A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= 2 \times A - A = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy: } A = \frac{63}{64}$$

Cách làm khác:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{16}\right) + \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{32}\right) + \left(\frac{1}{32} - \frac{1}{64}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64} \end{aligned}$$

VD2: Tính nhanh: $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \frac{1}{162} + \frac{1}{486}$.

Giải

$$\text{Tính } 3 \times A = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \frac{1}{162}$$

Ta có:

$$3 \times A - A = \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \frac{1}{162}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \frac{1}{162} + \frac{1}{486}\right)$$

$$\rightarrow 2 \times A = \frac{3}{2} - \frac{1}{486} = \frac{728}{486} = \frac{364}{243}$$

$$\rightarrow A = \frac{364}{243 \times 2} = \frac{182}{243}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{182}{243}$$

*** TỔNG QUÁT:** $A = \frac{m}{a} + \frac{m}{b} + \frac{m}{c} + \dots + \frac{m}{y} + \frac{m}{z}$

Trong đó: $b = n \times a; c = n \times b; \dots; z = n \times y$ ($n > 0$)

Cách giải:

$$\text{Bước 1: Tính } n \times A = \frac{n \times m}{a} + \frac{n \times m}{b} + \frac{n \times m}{c} + \dots + \frac{n \times m}{z}$$

$$= \frac{n \times m}{a} + \frac{n \times m}{n \times a} + \frac{n \times m}{n \times b} + \dots + \frac{n \times m}{n \times y}$$

$$= \frac{n \times m}{a} + \frac{m}{a} + \frac{m}{b} + \dots + \frac{m}{y}$$

Bước 2: Tính

$$n \times A - A = \left(\frac{n \times m}{a} + \frac{m}{a} + \frac{m}{b} + \dots + \frac{m}{y} \right) - \left(\frac{m}{a} + \frac{m}{b} + \frac{m}{c} + \dots + \frac{m}{y} + \frac{m}{z} \right)$$

$$\Rightarrow (n - 1) \times A = \frac{n \times m}{a} - \frac{m}{z} = m \times \left(\frac{n}{a} - \frac{1}{z} \right)$$

$$\Rightarrow A = \frac{m}{n-1} \times \left(\frac{n}{a} - \frac{1}{z} \right)$$

Thử lại:

VD1: $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$.

Có: $m = 1; n = 2; a = 2; z = 64$

ADCT: $A = \frac{1}{2-1} \times \left(\frac{2}{2} - \frac{1}{64} \right) = 1 \times \left(1 - \frac{1}{64} \right) = \frac{63}{64}$

VD2: $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \frac{1}{162} + \frac{1}{486}$

Có: $m = 1; n = 3; a = 2; z = 486$

ADCT: $A = \frac{1}{3-1} \times \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{486} \right) = \frac{182}{243}$

Dạng 2: *Tính tổng các phân số có cùng tử số và mẫu số là tích của hai thừa số trong đó thừa số thứ hai hơn thừa số thứ nhất n đơn vị và thừa số thứ hai của phân số liền trước là thừa số thứ hai của phân số liền sau:*

Tổng: $A = \frac{m}{a \times b} + \frac{m}{b \times c} + \frac{m}{c \times d} + \dots + \frac{m}{x \times y} + \frac{m}{y \times z}$

Trong đó: $b - a = c - b = d - c = \dots = y - x = z - y = n$.

VD1: Tính nhanh: $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$

Phân tích:

Có: $2 = 1 \times 2; 6 = 2 \times 3; 12 = 3 \times 4; 20 = 4 \times 5; 30 = 5 \times 6$ và $42 = 6 \times 7$

Như vậy $A = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7}$

Thấy: $\frac{1}{1 \times 2} = \frac{2-1}{1 \times 2} = \frac{2}{1 \times 2} - \frac{1}{1 \times 2} \dots$

Giải

Ta có:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$$

$$\rightarrow A = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow A &= \frac{2-1}{1 \times 2} + \frac{3-2}{2 \times 3} + \frac{4-3}{3 \times 4} + \frac{5-4}{4 \times 5} + \frac{6-5}{5 \times 6} + \frac{7-6}{6 \times 7} \\ \rightarrow A &= \left(\frac{2}{1 \times 2} - \frac{1}{1 \times 2} \right) + \left(\frac{3}{2 \times 3} - \frac{2}{2 \times 3} \right) + \left(\frac{4}{3 \times 4} - \frac{3}{3 \times 4} \right) + \left(\frac{5}{4 \times 5} - \frac{4}{4 \times 5} \right) + \\ &\quad \left(\frac{6}{5 \times 6} - \frac{5}{5 \times 6} \right) + \left(\frac{7}{6 \times 7} - \frac{6}{6 \times 7} \right) \\ \rightarrow A &= \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7} \right) \\ \rightarrow A &= 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7} \end{aligned}$$

VD2: Tính nhanh: $A = \frac{4}{3 \times 6} + \frac{4}{6 \times 9} + \dots + \frac{4}{18 \times 21}$

Giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{4}{3 \times 6} + \frac{4}{6 \times 9} + \dots + \frac{4}{18 \times 21} \\ \rightarrow A &= \frac{4}{3} \times \left(\frac{3}{3 \times 6} + \frac{3}{6 \times 9} + \dots + \frac{3}{18 \times 21} \right) \\ \rightarrow A &= \frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{18} - \frac{1}{21} \right) \\ \rightarrow A &= \frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{21} \right) = \frac{4}{3} \times \frac{6}{21} = \frac{8}{21} \end{aligned}$$

Vậy $A = \frac{8}{21}$

Tổng Quát : $A = \frac{m}{a \times b} + \frac{m}{b \times c} + \frac{m}{c \times d} + \dots + \frac{m}{x \times y} + \frac{m}{y \times z}$

Trong đó: $b - a = c - b = d - c = \dots = y - x = z - y = n$.

Cách giải:

$$\frac{m}{a \times b} = \frac{m}{n} \times \frac{n}{a \times b} = \frac{m}{n} \times \frac{b-a}{a \times b} = \frac{m}{n} \times \left(\frac{b}{a \times b} - \frac{a}{a \times b} \right) = \frac{m}{n} \times \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$\frac{m}{b \times c} = \frac{m}{n} \times \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right)$$

$$\frac{m}{c \times d} = \frac{m}{n} \times \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{d} \right)$$

....

$$\frac{m}{y \times z} = \frac{m}{n} \times \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{z} \right)$$

Cộng lại về với về:

$$A = \frac{m}{n} \times \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} + \frac{1}{c} - \frac{1}{d} + \dots + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} \right) = \frac{m}{n} \times \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{z} \right)$$

Vậy: $A = \frac{m}{n} \times \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{z} \right)$

Thử lại:

VD1: $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$

Xác định được: $m = 1$; $n = 1$; $a = 1$; $b = 7$

$$\text{Vậy } A = \frac{1}{1} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{7} \right) = \frac{6}{7}$$

$$\text{VD2: } A = \frac{4}{3 \times 6} + \frac{4}{6 \times 9} + \dots + \frac{4}{18 \times 21}$$

Có: $m = 4$; $n = 3$; $a = 3$; $z = 21$

$$\text{Vậy } A = \frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{21} \right) = \frac{8}{21}$$

BÀI 10: BÀI TỰ LUYỆN TÍNH NHANH VỚI PHÂN SỐ (P-I)

Phần 1: Học sinh chỉ ghi đáp số vào chỗ chấm: (Nếu kết quả là phân số hãy viết dưới dạng phân số tối giản)

1. Tính:

$$\text{a) } \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{19 \times 20} = \dots\dots$$

$$\text{b) } \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} = \dots\dots$$

2. Tìm x:

$$\text{a) } \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \dots + \frac{1}{20 \times 21} = \frac{x}{14}$$

Đáp số: $x = \dots\dots$

$$\text{b) } \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132} = \frac{21}{x}$$

Đáp số: $x = \dots\dots$

$$\text{3. Tìm x: } \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{90} \right) : x = \frac{9}{20}$$

Đáp số: $x = \dots\dots$

4. Tính tổng A biết:

$$A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{21} + \frac{1}{28} + \frac{1}{36} + \frac{1}{45} = \dots\dots$$

5. Tìm số tự nhiên x:

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{x \times (x+1)} = \frac{2017}{2018}$$

Đáp số: $x = \dots\dots$

$$\text{6. Tính: } \frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \dots + \frac{2}{97 \times 99} = \dots$$

$$\text{7. Tính: } \frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{48} + \frac{1}{80} + \frac{1}{120} = \dots$$

$$\text{8. Tìm x: } \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} \right) : x = 2\frac{2}{3}$$

Đáp số: $x = \dots\dots$

9. Cho dãy phân số sau: $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$. Tính tổng 10 phân số đầu tiên của dãy đó?

Đáp số: $\dots\dots$

10. Tính tổng A biết:

$$A = \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \frac{1}{143} + \frac{1}{195} + \frac{1}{255} + \frac{1}{323} = \dots\dots$$

Phần 2: Học sinh trình bày bài làm:

1. Tính bằng cách thuận tiện nhất:

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729}$$

2. Tìm x:

$$\frac{1}{11 \times 16} + \frac{1}{16 \times 21} + \frac{1}{21 \times 26} + \dots + \frac{1}{x \times (x+5)} = \frac{7}{506}$$

BÀI 10: TÍNH NHANH TÍNH THUẬN TIỆN VỚI PHÂN SỐ (P - II)

Dạng 3: Tính tổng nhiều phân số có cùng tử số và mẫu số là tích của ba thừa số trong đó thừa số thứ ba luôn lớn hơn thừa số thứ nhất n đơn vị không đổi; hai thừa số cuối của phân số liền trước là hai thừa số trước của phân số liền sau.

VD1: Tính $A = \frac{1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5 \times 7} + \dots + \frac{1}{17 \times 19 \times 21}$

Giải

Ta có:

$$\frac{1}{1 \times 3 \times 5} = \frac{1}{4} \times \frac{5-1}{1 \times 3 \times 5} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{5}{1 \times 3 \times 5} - \frac{1}{1 \times 3 \times 5} \right) = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{3 \times 5} \right)$$

$$\frac{1}{3 \times 5 \times 7} = \frac{1}{4} \times \frac{7-3}{3 \times 5 \times 7} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{7}{3 \times 5 \times 7} - \frac{3}{3 \times 5 \times 7} \right) = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{3 \times 5} - \frac{1}{5 \times 7} \right)$$

...

$$\frac{1}{17 \times 19 \times 21} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{17 \times 19} - \frac{1}{19 \times 21} \right)$$

Cộng vế với vế ta được:

$$A = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5} - \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{17 \times 19} - \frac{1}{19 \times 21} \right)$$

$$A = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{19 \times 21} \right) = \frac{80}{969}$$

VD2: Tính $A = \frac{5}{1 \times 5 \times 8} + \frac{5}{5 \times 8 \times 12} + \frac{5}{8 \times 12 \times 15} + \dots + \frac{5}{33 \times 36 \times 40}$

Giải

Ta có:

$$A = \frac{5}{1 \times 5 \times 8} + \frac{5}{5 \times 8 \times 12} + \frac{5}{8 \times 12 \times 15} + \dots + \frac{5}{33 \times 36 \times 40}$$

$$A = \frac{5}{7} \times \left(\frac{7}{1 \times 5 \times 8} + \frac{7}{5 \times 8 \times 12} + \frac{7}{8 \times 12 \times 15} + \dots + \frac{7}{33 \times 36 \times 40} \right)$$

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{5}{7} \times \left(\frac{8-1}{1 \times 5 \times 8} + \frac{12-5}{5 \times 8 \times 12} + \frac{15-8}{8 \times 12 \times 15} + \dots + \frac{40-33}{33 \times 36 \times 40} \right) \\
 A &= \frac{5}{7} \times \left(\frac{8}{1 \times 5 \times 8} - \frac{1}{1 \times 5 \times 8} + \frac{12}{5 \times 8 \times 12} - \frac{5}{5 \times 8 \times 12} + \frac{15}{8 \times 12 \times 15} - \frac{8}{8 \times 12 \times 15} + \dots + \right. \\
 &\quad \left. \frac{40}{33 \times 36 \times 40} - \frac{33}{33 \times 36 \times 40} \right) \\
 A &= \frac{5}{7} \times \left(\frac{1}{1 \times 5} - \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{5 \times 8} - \frac{1}{8 \times 12} + \frac{1}{8 \times 12} - \frac{1}{12 \times 15} + \dots + \frac{1}{33 \times 36} - \frac{1}{36 \times 40} \right) \\
 A &= \frac{5}{7} \times \left(\frac{1}{1 \times 5} - \frac{1}{36 \times 40} \right) = \frac{41}{288} \\
 \text{Vậy } A &= \frac{41}{288}
 \end{aligned}$$

Tổng Quát: $A = \frac{m}{a \times b \times c} + \frac{m}{b \times c \times d} + \frac{m}{c \times d \times e} + \dots + \frac{m}{x \times y \times z}$

Trong đó: $c - a = d - b = e - c = \dots = z - x = n \ (n > 0)$

Suy ra: $A = \frac{m}{n} \times \left(\frac{1}{a \times b} - \frac{1}{y \times z} \right)$

Thử lại:

VD1: Tính $A = \frac{1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5 \times 7} + \dots + \frac{1}{17 \times 19 \times 21}$

Có: $m = 1; n = 4; \Rightarrow A = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{19 \times 21} \right)$

VD2: Tính $A = \frac{5}{1 \times 5 \times 8} + \frac{5}{5 \times 8 \times 12} + \frac{5}{8 \times 12 \times 15} + \dots + \frac{5}{33 \times 36 \times 40}$

Có $m = 5; n = 7 \Rightarrow A = \frac{5}{7} \times \left(\frac{1}{1 \times 5} - \frac{1}{36 \times 40} \right)$

Dạng 4: Bài toán tách tử số, mẫu số để thực hiện rút gọn.

VD1: Tính nhanh: $A = \frac{2016 \times 2009 - 2016 \times 1009}{2017 \times 999 + 1017}$

Giải

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2016 \times 2009 - 2016 \times 1009}{2017 \times 999 + 1017} = \frac{2016 \times (2009 - 1009)}{(2016 + 1) \times 999 + 1017} \\
 &= \frac{2016 \times 1000}{2016 \times 999 + 999 + 1017} = \frac{2016 \times 1000}{2016 \times 999 + 2016} = \frac{2016 \times 1000}{2016 \times 1000} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

Vậy $A = 1$.

VD2: Tính: $\frac{2017 \times 2016 - 1017}{1000 + 2017 \times 2015}$

Giải

$$\begin{aligned}
 \frac{2017 \times 2016 - 1017}{1000 + 2017 \times 2015} &= \frac{2017 \times (2015 + 1) - 1017}{1000 + 2017 \times 2015} = \frac{2017 \times 2015 + 2017 - 1017}{1000 + 2017 \times 2015} \\
 &= \frac{2017 \times 2015 + 1000}{1000 + 2017 \times 2015} = 1
 \end{aligned}$$

VD3: Tính: $\frac{2015}{2016} \times \frac{20162016}{19451945} \times \frac{194519451945}{201520152015}$

Giải

$$\frac{2015}{2016} \times \frac{20162016}{19451945} \times \frac{194519451945}{201520152015} = \frac{2015}{2016} \times \frac{2016}{1945} \times \frac{1945}{2015} = 1$$

VD4: Tính nhanh: $\frac{20042004+20052005+20062006+20072007+20082008+20092009}{20102010+20112011+20122012+20132013+20142014+20152015}$

Giải

Thấy: $20042004 = 10001 \times 2004$; $20052005 = 10001 \times 2005$;

$$\begin{aligned} \text{Vậy: } & \frac{20042004+20052005+20062006+20072007+20082008+20092009}{20102010+20112011+20122012+20132013+20142014+20152015} \\ &= \frac{10001 \times (2004 + 2005 + 2006 + 2007 + 2008 + 2009)}{10001 \times (2010 + 2011 + 2012 + 2013 + 2014 + 2015)} \\ &= \frac{2004 + 2005 + 2006 + 2007 + 2008 + 2009}{2010 + 2011 + 2012 + 2013 + 2014 + 2015} \\ &= \frac{3 \times 4013}{3 \times 4025} = \frac{4013}{4025} \end{aligned}$$

Dạng 5: Tính tích nhiều phân số:

VD1: Tính: $\frac{2011}{2010} \times \frac{2012}{2011} \times \frac{2013}{2012} \times \frac{2014}{2013} \times \frac{1005}{1007}$

Giải

$$\begin{aligned} & \frac{2011}{2010} \times \frac{2012}{2011} \times \frac{2013}{2012} \times \frac{2014}{2013} \times \frac{1005}{1007} \\ &= \left(\frac{2011}{2010} \times \frac{2012}{2011} \times \frac{2013}{2012} \times \frac{2014}{2013} \right) \times \frac{1005}{1007} \\ &= \frac{2014}{2010} \times \frac{1005}{1007} = \frac{1007}{1005} \times \frac{1005}{1007} = 1 \end{aligned}$$

VD2: Tính tích 10 hỗn số đầu tiên trong dãy các hỗn số sau:

$$1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{8} \times 1\frac{1}{15} \times 1\frac{1}{24} \times 1\frac{1}{35} \times \dots$$

Giải

$$\begin{aligned} & 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{8} \times 1\frac{1}{15} \times 1\frac{1}{24} \times 1\frac{1}{35} \times 1\frac{1}{48} \times 1\frac{1}{63} \times 1\frac{1}{80} \times 1\frac{1}{99} \times 1\frac{1}{120} \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{9}{8} \times \frac{16}{15} \times \frac{25}{24} \times \frac{36}{35} \times \frac{49}{48} \times \frac{64}{63} \times \frac{81}{80} \times \frac{100}{99} \times \frac{121}{120} \\ &= \frac{2 \times 2}{1 \times 3} \times \frac{3 \times 3}{2 \times 4} \times \frac{4 \times 4}{3 \times 5} \times \frac{5 \times 5}{4 \times 6} \times \frac{6 \times 6}{5 \times 7} \times \frac{7 \times 7}{6 \times 8} \times \frac{8 \times 8}{7 \times 9} \times \frac{9 \times 9}{8 \times 10} \times \frac{10 \times 10}{9 \times 11} \times \frac{11 \times 11}{10 \times 12} \\ &= \frac{2}{1} \times \frac{11}{12} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6} \end{aligned}$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN
BÀI 10: TÍNH NHANH VỚI PHÂN SỐ (P-II)

Phần 1: Học sinh chỉ ghi đáp số vào chỗ chấm: (Nếu kết quả là phân số hãy viết dưới dạng phân số tối giản)

1. Tính:

$$\frac{6}{1 \times 3 \times 7} + \frac{6}{3 \times 7 \times 9} + \frac{6}{7 \times 9 \times 13} + \frac{6}{9 \times 13 \times 15} + \frac{6}{13 \times 15 \times 19} = \dots\dots$$

2. Tìm x:

$$\frac{1}{2 \times 4 \times 6} + \frac{1}{4 \times 6 \times 8} + \frac{1}{6 \times 8 \times 10} + \dots + \frac{1}{16 \times 18 \times 20} = \frac{x}{360}$$

Đáp số: $x = \dots\dots$

3. Cho:

$$M = \frac{1}{3} \times \frac{5}{7} \times \frac{9}{11} \times \dots \times \frac{37}{39}$$

$$N = \frac{7}{5} \times \frac{11}{9} \times \frac{15}{13} \times \dots \times \frac{39}{37}$$

Tính $M \times N = \dots\dots$

4. Tính:

$$\left(1 - \frac{3}{4}\right) \times \left(1 - \frac{3}{7}\right) \times \left(1 - \frac{3}{10}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{3}{100}\right) = \dots\dots$$

5. Tìm x:

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{10}\right) : x = 1$$

Đáp số: $x = \dots\dots$

6. Tìm x:

$$1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{8} \times 1\frac{1}{15} \times 1\frac{1}{24} \times 1\frac{1}{35} \times \dots \times 1\frac{1}{9800} = x\frac{49}{50}$$

Đáp số: $x = \dots\dots$

7. Tính:

$$\frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{97} + \frac{1}{99}}{\frac{1}{1 \times 99} + \frac{1}{3 \times 97} + \frac{1}{5 \times 95} + \dots + \frac{1}{97 \times 3} + \frac{1}{99 \times 1}} = \dots\dots$$

8. Tính:

$$\frac{1 \times 3 \times 5 + 2 \times 6 \times 10 + 4 \times 12 \times 20 + 7 \times 21 \times 35}{1 \times 5 \times 7 + 2 \times 10 \times 14 + 4 \times 20 \times 28 + 7 \times 35 \times 49} = \dots\dots$$

9. Tính:

a) $\frac{2003 \times 14 + 1988 + 2001 \times 2002}{2002 + 2002 \times 503 + 504 \times 2002} = \dots\dots$

b) $\frac{1996 \times 1997 + 1998 \times 3}{1997 \times 1999 - 1997 \times 1997} = \dots\dots$

10. Tìm x :

$$\left(1 + \frac{1}{2010}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2011}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2012}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{2017}\right) = 1 \frac{x}{1005}$$

Đáp số: $x = \dots\dots$

Phần 2: Học sinh trình bày bài làm:

1. Tính nhanh:

$$A = \frac{\frac{2017}{1} + \frac{2016}{2} + \frac{2015}{3} + \dots + \frac{1}{2017} + 2017}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2017}}$$

2. Tìm x :

$$\frac{1 + (1+2) + (1+2+3) + \dots + (1+2+3+\dots+2014)}{1 \times 2014 + 2 \times 2013 + 3 \times 2012 + \dots + 2014 \times 1} - x = 0.$$

BÀI 11: TỈ SỐ - TỈ LỆ BẢN ĐỒ VÀ ỨNG DỤNG

I. TỈ SỐ:

- Tỉ số giữa a và b là: $a : b$ hay $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)

- Tỉ số giữa b và a là: $b : a$ hay $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$)

VD: Trong hộp có 7 viên bi màu vàng và 13 viên bi màu xanh.

Tỉ số số bi màu vàng và số bi màu xanh là: $7 : 13 = \frac{7}{13}$

Tỉ số số bi màu xanh và số bi màu vàng là: $13 : 7 = \frac{13}{7}$

Hay có thể nói:

- Số bi màu vàng bằng $\frac{7}{13}$ số bi màu xanh.

- Số bi màu xanh bằng $\frac{13}{7}$ số bi màu vàng.

* Dạng toán:

- Tìm hai số khi biết tổng và tỉ.

- Tìm hai số khi biết hiệu và tỉ.

- Bài toán công việc chung (tỉ lệ thuận – tỉ lệ nghịch).

II. TỈ LỆ BẢN ĐỒ - ỨNG DỤNG:

- Tỉ lệ bản đồ là tỉ số giữa chiều dài đo được trên bản đồ và chiều dài thật.

VD: Bản đồ Hà Nội được vẽ với tỉ lệ 1 : 1 000 000 hay $\frac{1}{1\,000\,000}$ cho chúng ta biết là thành phố Hà Nội được vẽ thu nhỏ lại 1 000 000 lần.

Khi đó độ dài 1 cm trên bản đồ thì thực tế dài 1 000 000 cm hay 100 km.

- Tỉ lệ bản đồ được viết dưới dạng phân số có tử số là 1.

VD: $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{1000}$; $\frac{1}{5\,000\,000}$

- Muốn tìm chiều dài thật: Chiều dài trên bản đồ chia cho tỉ lệ bản đồ.

VD: Trên một bản đồ tỉ lệ 1 : 500, chiều dài sân trường em là 12 cm. Tính chiều dài thật của sân trường với đơn vị là mét ?

Giải

Chiều dài sân trường em là: $12 : \frac{1}{500} = 6\,000\text{ cm} = 60\text{ (m)}$

Đ/S: 60 (m)

- Muốn tìm chiều dài trên bản đồ: Lấy chiều dài thật nhân với tỉ lệ bản đồ.

VD: Đường cao tốc Hà Nội – Hải Phòng dài 105km. Hãy cho biết đoạn đường đó được vẽ trên bản đồ tỉ lệ $\frac{1}{50\,000}$ dài bao nhiêu cm?

Giải

Đổi $105\text{ km} = 10\,500\,000\text{ cm}$.

Chiều dài trên bản đồ của tuyến đường cao tốc Hà Nội – Hải Phòng là:

$10\,500\,000 \times \frac{1}{50\,000} = 21\text{ (cm)}$

Đ/S: 21 cm.

- Muốn tính tỉ lệ bản đồ: Lấy chiều dài trên bản đồ chia cho chiều dài thực tế (phải cùng một đơn vị đo)

VD: Quãng đường Hà Nội – Sài Gòn dài 1730km khi vẽ trên một bản đồ dài 173mm. Tính tỉ lệ bản đồ đó?

Giải

Đổi: $1730\text{ km} = 1\,730\,000\,000\text{ mm}$.

Tỉ lệ của bản đồ đó là: $173 : 1\,730\,000\,000 = \frac{173}{1\,730\,000\,000} = \frac{1}{10\,000\,000}$

Đ/S: $\frac{1}{10\,000\,000}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN
BÀI 11: TỈ SỐ - TỈ LỆ BẢN ĐỒ VÀ ỨNG DỤNG

Bài 1: Điền số thích hợp vào ô trống (theo mẫu):

a	b	Tỉ số của a và b	Tỉ số của b và a
5	7	$5 : 7$ hay $\frac{5}{7}$	$7 : 5$ hay $\frac{7}{5}$
7	11		
123	97		
2014	2017		
52	57		
6	3		

Bài 2: Trên bản đồ vẽ theo tỉ lệ $1 : 500$, khoảng cách đo được từ điểm A đến điểm B là 3 cm. Hỏi thực tế khoảng cách từ điểm A đến điểm B là bao nhiêu mét?

Bài 3: Quãng đường từ tỉnh A sang tỉnh B dài 150km. Trên bản đồ tỉ lệ $\frac{1}{1000000}$, quãng đường đó dài bao nhiêu cm?

Bài 4: Cho hai số 13 và 52. Hãy tìm tỉ số giữa:

- a) 13 và 52.
- b) 52 và 13.
- c) 52 và tổng của hai số đó.

Bài 5: Lớp 5A có 21 bạn nữ. Biết tỉ số giữa số bạn nam và số bạn nữ của lớp 5A là $\frac{5}{7}$. Hỏi lớp 5A có bao nhiêu bạn?

Bài 6: May 5 áo sơ mi hết 10m vải. Hỏi may 23 áo sơ mi như thế hết bao nhiêu mét vải?

Bài 7: Trong một buổi sinh hoạt Đội, tỉ số bạn nam và bạn nữ là $\frac{3}{8}$. Hỏi nếu giảm số bạn nữ xuống 2 lần và gấp số bạn nam lên 4 lần thì tỉ số bạn nam và bạn nữ khi đó là bao nhiêu? (kết quả viết dưới dạng phân số tối giản)

Bài 8: Tuổi bố gấp 3 lần tuổi anh, tuổi anh gấp 2 lần tuổi em. Biết tuổi bố cộng với tuổi em là 42 tuổi. Tính tuổi anh?

Bài 9: $\frac{3}{4}$ số cam bằng $\frac{2}{5}$ số quýt. Tính tỉ số giữa số cam và số quýt.

Bài 10: Tổng của hai phân số là $\frac{8}{7}$. Tìm hai phân số biết phân số thứ nhất bằng $\frac{3}{5}$ phân số thứ hai?

Bài 11: Một đàn gia súc gồm một số trâu, bò, ngựa. Biết rằng $\frac{2}{3}$ số trâu thì bằng $\frac{3}{7}$ số bò và cũng bằng $\frac{5}{8}$ số ngựa. Hỏi:

- a) Số trâu bằng mấy phần số ngựa?
- b) Số ngựa bằng mấy phần số bò?
- c) Số bò bằng mấy phần tổng số đàn gia súc?

(Viết kết quả dưới dạng phân số tối giản)

Bài 12: Bạn Lan mua vở hết $\frac{1}{4}$ số tiền của mình có. Bạn Phụng mua sách hết $\frac{2}{7}$ số tiền của mình có. Biết rằng số tiền còn lại của hai bạn bằng nhau. Tính tỉ số giữa số tiền của Lan và Phụng có lúc đầu ? (Viết kết quả dưới dạng phân số tối giản)

Bài 13: Tổng của hai số là 2017. Thương của chúng là 7 dư 1. Tìm số lớn?

Bài 14: Tuổi của hai anh em hiện nay là 16. Đến khi tuổi em bằng tuổi anh hiện nay thì tuổi anh bằng $\frac{5}{3}$ tuổi em. Tính tuổi anh hiện nay?

Bài 15: Hiệu của hai số là 174. Nếu thêm vào số bị trừ 15 đơn vị và bớt đi ở số trừ 15 đơn vị thì thương của số bị trừ mới và số trừ mới là 4. Tìm tổng của hai số đã cho lúc ban đầu?

Bài 16: Đàn thỏ nhà Hùng cứ sau mỗi quý lại tăng lên gấp đôi. Đến hết quý thứ IV thì đàn thỏ đã có 32 con. Hỏi tháng đầu năm đàn thỏ đó có bao nhiêu con?

Bài 17: Ba bạn Hải, Hòa, Hưng có tất cả 24 quyển vở. Nếu Hải cho Hòa một số vở bằng số vở hiện có của Hòa rồi Hòa cho Hưng số vở bằng số vở hiện có của Hưng rồi Hưng lại cho Hải bằng số vở hiện có của Hải thì lúc đó ba bạn có số vở bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi bạn có bao nhiêu quyển vở?

BÀI 12: BÀI TOÁN TỈ LỆ THUẬN

I. Kiến Thức Chung:

a) Hai đại lượng được gọi là tỉ lệ thuận nếu đại lượng này tăng (hoặc giảm) bao nhiêu lần thì đại lượng kia cũng tăng hoặc giảm bấy nhiêu lần.

b) Các phương pháp giải:

Cách 1: Rút về đơn vị.

Cách 2: Dùng tỉ số.

Cách 3: Dùng công thức.

Ví Dụ: Bốn thùng dầu đựng tất cả 84 lít dầu. Hỏi 9 thùng dầu như thế đựng được bao nhiêu lít dầu?

Tóm tắt:

4 thùng ----- 84 lít dầu

9 thùng ----- x lít dầu.

Phân tích:

	Đại lượng thứ nhất (số thùng)	Đại lượng thứ hai (số lít)
Giá trị thứ 1	4	84
Giá trị thứ 2	9	X ??

Giải

Cách 1: Rút về đơn vị:

1 thùng đựng được số lít dầu là: $84 : 4 = 21(l)$

9 thùng đựng được số lít dầu là: $21 \times 9 = 189 (l)$

Đ/S: 189 lít

Các bước giải bài toán tỉ lệ thuận bằng cách rút về đơn vị:

B1: Tìm xem 1 đơn vị của đại lượng thứ nhất tương ứng với giá trị nào của đại lượng thứ hai bằng cách thực hiện phép chia giá trị đã biết của đại lượng thứ hai cho giá trị tương ứng của đại lượng thứ nhất.

B2: Kết quả bài toán bằng tích của giá trị thứ hai của đại lượng thứ nhất và giá trị vừa tìm được ở bước 1.

Cách 2: Dùng tỉ số:

9 thùng gấp 4 thùng số lần là: $9 : 4 = \frac{9}{4} (lần)$

9 thùng đựng được số lít dầu là: $84 \times \frac{9}{4} = 189 (l)$

Đ/S: 189 l

Các bước giải bài toán tỉ lệ thuận bằng cách dùng tỉ số:

B1: Tính tỉ số giá trị thứ 2 và giá trị thứ nhất của đại lượng thứ nhất (đại lượng đã biết cả hai giá trị)

B2: Kết quả bài toán là tích của tỉ số vừa tìm được ở bước 1 và giá trị đã biết của đại lượng thứ hai (đại lượng mới biết 1 giá trị)

Cách 3: Dùng công thức:

	Đại lượng thứ nhất	Đại lượng thứ hai
Giá trị thứ nhất	A	B
Giá trị thứ hai	C	X = ????

Ta có: $X = \frac{B \times C}{A}$

9 thùng đựng được số lít dầu là: $\frac{84 \times 9}{4} = 189(\text{lít})$

Đ/S: 189 (lít)

II. Một Số Ví Dụ:

Ví Dụ 1: Một tổ thợ có 10 người làm trong 3 ngày được 150 sản phẩm. Hỏi nếu tổ đó có 8 người thì trong 5 ngày sẽ làm được bao nhiêu sản phẩm như thế? Biết năng suất làm việc trong 1 ngày của mỗi người là như nhau.

Tóm tắt:

10 người ----- 3 ngày ----- 150 sản phẩm

8 người ----- 5 ngày ----- x sản phẩm

	Số người	Số ngày	Số sản phẩm
Giá trị thứ nhất	10	3	150
Giá trị thứ hai	8	5	X = ???

Giải

Cách 1:

10 người làm 1 ngày được số sản phẩm là: $150 : 3 = 50$ (sản phẩm)

1 người làm 1 ngày được số sản phẩm là: $50 : 10 = 5$ (sản phẩm)

8 người làm trong 1 ngày được số sản phẩm là: $8 \times 5 = 40$ (sản phẩm)

8 người làm trong 5 ngày được số sản phẩm là: $40 \times 5 = 200$ (sản phẩm)

Đ/S: 200 sản phẩm.

Cách 2:

Coi 1 người làm trong 1 ngày được 1 công.

10 người làm trong 3 ngày được số công là: $10 \times 3 = 30$ (công)

8 người làm trong 5 ngày được số công là: $8 \times 5 = 40$ (công)

8 người làm trong 5 ngày được số sản phẩm là: $\frac{40 \times 150}{30} = 200$ (sản phẩm)

Đ/S: 200 sản phẩm

Cách 3:

Nhận xét: Bài toán có 3 đại lượng là: số người; số ngày và số sản phẩm.

Nếu số người không đổi: số ngày và số sản phẩm là tỉ lệ thuận.

Nếu số ngày không đổi: số người và số sản phẩm là tỉ lệ thuận.

Phân tích:

Bài toán 1: Số người không đổi:

(10 người): 3 ngày ---- 150 sản phẩm

(10 người): 5 ngày ---- y sản phẩm

$$\Rightarrow y = \frac{5 \times 150}{3} = 250 \text{ (sản phẩm)}$$

Bài toán 2: Số ngày không đổi:

(5 ngày): 10 người ----- 250 sản phẩm

(5 ngày): 8 người ----- x sản phẩm

$$\Rightarrow x = \frac{8 \times 250}{10} = 200 \text{ (sản phẩm)}$$

Lời giải

10 người trong 5 ngày làm được số sản phẩm là: $\frac{5 \times 150}{3} = 250$ (sản phẩm)

8 người trong 5 ngày làm được số sản phẩm là: $\frac{8 \times 250}{10} = 200$ (sản phẩm)

Đ/S: 200 sản phẩm.

Ví Dụ 2: Một đội công nhân có 38 người nhận sửa một quãng đường dài 1330m trong 5 ngày. Hỏi muốn sửa một quãng đường dài 1470m trong hai ngày thì cần bao nhiêu công nhân? (Mức làm của mỗi người là như nhau).

Giải

Trong 1 ngày 38 người sửa được số mét đường là: $1330 : 5 = 266$ (m)

Trong 1 ngày 1 người sửa được số mét đường là: $266 : 38 = 7$ (m)

Trong 2 ngày 1 người sửa được số mét đường là: $2 \times 7 = 14$ (m)

Sửa 1470m đường trong 2 ngày cần số công nhân là: $1470 : 14 = 105$ (công nhân)

Đ/S: 105 công nhân.

Ví Dụ 3: Một thùng đựng đầy nước cân nặng 27kg. Nếu đổ bớt đi $\frac{2}{5}$ số nước thì thùng nước còn lại nặng 17kg. Hỏi thùng không đựng nước nặng bao nhiêu kg?

Lưu ý: Thùng nước đầy = khối thùng không + khối lượng nước.

Giải

$\frac{2}{5}$ khối lượng nước nặng số kg là: $27 - 17 = 10$ (kg)

Khối lượng nước khi thùng chứa đầy nặng là: $10 : \frac{2}{5} = 25$ (kg)

Khối lượng của thùng không nặng số kg là: $27 - 25 = 2$ (kg)

Đ/S: 2 kg.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 12: BÀI TOÁN TỈ LỆ THUẬN

Bài 1: Hai tổ bốc vác chuyển thóc vào kho. Tổ một có 18 người chuyển được 144 tạ thóc. Hỏi tổ hai có 17 người thì chuyển được bao nhiêu tạ thóc? (Biết rằng sức làm việc của mọi người là như nhau).

Bài 2: Quãng đường từ cột điện thứ nhất đến cột điện thứ năm dài 480 bước mỗi bước dài 50cm. Hỏi quãng đường từ cột điện thứ nhất đến cột điện thứ 10 dài bao nhiêu mét, biết rằng khoảng cách giữa hai cột điện liền nhau thì có độ dài như nhau?

Bài 3: Một đội công nhân có 105 người ăn trong một thời gian hết 441 kg gạo. Với cùng thời gian như thế một đội công nhân khác ăn hết 567 kg gạo. Hỏi đội công nhân thứ hai có bao nhiêu người? (Giả sử mức ăn của mỗi người là như nhau)

Bài 4: Một thửa ruộng hình chữ nhật có chiều dài 78m, chiều rộng 50m, thu hoạch vụ vừa rồi được 1404kg thóc. Hỏi thửa ruộng liền bên hình vuông cạnh 40m có cùng năng suất thì thu hoạch được bao nhiêu kg thóc?

Bài 5: Một ô tô cứ chạy 100km thì hết 12 lít xăng. Ô tô đã chạy quãng đường thứ nhất dài 138km và quãng đường thứ hai dài 182km. Hỏi ô tô ấy đã tiêu thụ bao nhiêu lít xăng?

Bài 6: Một trường có 465 bạn nam và cứ 3 bạn nam thì có 2 bạn nữ. Hỏi trường đó có tất cả bao nhiêu học sinh.

Bài 7: Biết 3 bao gạo nặng 150kg. Trong kho có 16 bao gạo, ngoài cửa hàng có 7 bao gạo. Hỏi số gạo trong kho nhiều hơn số gạo ngoài cửa hàng bao nhiêu kg?

Bài 8: Dệt một tá khăn mất hết 530g sợi. Hỏi dệt 78 chiếc khăn như thế thì hết bao nhiêu gam sợi?

Bài 9: Để đo chiều cao của một cây người ta đóng một cái cọc thẳng đứng xuống đất. Từ mặt đất đến đầu cọc cao 2m, bóng nắng của cọc dài 40cm. Biết rằng cùng lúc đó người ta đo được bóng nắng của cây cần đo là 3m. Hỏi cây cao bao nhiêu mét?

Bài 10: Để chuyên chở 39 tấn hàng hóa trên quãng đường dài 74km phải chi phí hết 1 200 000 đồng. Hỏi phải chi phí hết bao nhiêu tiền chuyên chở 26 tấn hàng trên quãng đường dài 185km?

Bài 11: 5 công nhân đào đất trong 3 ngày, mỗi ngày làm 8 giờ thì đào được 30m^3 đất. Hỏi 7 công nhân đào trong 4 ngày, mỗi ngày làm 10 giờ thì đào được bao nhiêu mét khối đất?

Bài 12: Người ta tính rằng: cứ 3 xe chở hàng, mỗi xe đi 50km thì tổng chi phí cước vận chuyển là 1 200 000 đồng. Hỏi 5 xe như thế mỗi xe đi 100km thì tổng chi phí cước vận chuyển là bao nhiêu tiền? (chi phí của mỗi xe trên 1km là như nhau).

Bài 13: Có 8 người làm 2 ngày được 32 sản phẩm. Hỏi nếu có 9 người làm 5 ngày thì được bao nhiêu sản phẩm như thế? (Năng suất làm việc của mỗi người là như nhau)

Bài 14: Một xí nghiệp dự định may 57 bộ quần áo trẻ em hết 114m vải. Ngày đầu may được 19 bộ, ngày sau may hết 58m vải. Hỏi còn phải may bao nhiêu bộ quần áo nữa?

Bài 15: Cùng một lúc Hùng đi từ A đến B, còn Dũng đi từ B đến A. Hai bạn gặp nhau lần đầu ở điểm C cách A 3km, rồi lại tiếp tục đi. Hùng đi đến B rồi quay lại A ngay, còn Dũng đi đến A rồi quay lại B ngay. Hai bạn gặp nhau một lần nữa ở điểm D cách B 2km. Tính quãng đường AB và cho biết ai đi nhanh hơn?

Bài 16: Có 10 người làm 80 sản phẩm hết 4 giờ. Hỏi nếu có 7 người làm 70 sản phẩm như thế thì hết mấy giờ? (Năng suất làm việc của mỗi người như nhau)

Bài 17: Một tổ 12 người làm 3 ngày được 72 sản phẩm. Hỏi nếu muốn làm được 80 sản phẩm trong 5 ngày thì cần phải có bao nhiêu người làm? (Năng suất làm việc của mỗi người như nhau)

BÀI 13: BÀI TOÁN TỈ LỆ NGHỊCH

I. Kiến Thức Chung:

a) Hai đại lượng được gọi là tỉ lệ nghịch nếu đại lượng này tăng (giảm) đi bao nhiêu lần thì đại lượng còn lại sẽ giảm (tăng) lên bấy nhiêu lần.

b) Phương pháp giải:

Cách 1: Rút về đơn vị

Cách 2: Dùng tỉ số

Cách 3: Dùng công thức.

Ví Dụ Mẫu: Một bếp ăn chuẩn bị gạo cho 150 công nhân ăn trong 60 ngày, nhưng thực tế số công nhân lên đến 180 người. Hỏi số gạo đó đủ ăn trong bao nhiêu ngày? (Giả sử mức ăn của mỗi người là như nhau)

Tóm tắt:

150 công nhân ----- 60 ngày

180 công nhân ----- x ngày.

Giải

Cách 1: Rút về đơn vị

Số gạo đủ cho một người ăn trong số ngày là: $150 \times 60 = 9000$ (ngày)

180 công nhân ăn số gạo đó trong số ngày là: $9000 : 180 = 50$ (ngày)

Đ/S: 50 ngày.

Các bước giải bài toán tỉ lệ nghịch bằng cách rút về đơn vị:

BT: Nhân hai giá trị thứ nhất của hai đại lượng với nhau.

B2: Lấy kết quả ở bước 1 chia cho giá trị thứ hai của đại lượng thứ nhất (đã biết cả hai giá trị)

Cách 2: Dùng tỉ số

180 công nhân gấp 150 công nhân số lần là: $180 : 150 = \frac{180}{150} = \frac{3}{2}$ (lần)

180 công nhân ăn số gạo đó trong số ngày là: $60 : \frac{3}{2} = 50$ (ngày)

Đ/S: 50 ngày.

Các bước giải bài toán tỉ lệ nghịch bằng cách dùng tỉ số:

B1: Tính tỉ số của giá trị thứ hai và giá trị thứ nhất của đại lượng thứ nhất.

B2: Lấy giá trị thứ hai của đại lượng thứ nhất : kết quả tìm được ở bước 1.

Cách 3: Dùng công thức:

	Đại lượng thứ nhất	Đại lượng thứ 2
Giá trị thứ nhất	A	B
Giá trị thứ hai	C	X = ????

Ta có: $X = \frac{A \times B}{C}$

180 công nhân ăn trong số ngày là: $\frac{150 \times 60}{180} = 50$ (ngày)

Đ/S: 50 ngày.

II. Một Số Ví Dụ:

Ví Dụ 1: Một đơn vị bộ đội dự trữ gạo cho 120 người trong 20 ngày. Nay có thêm một số người nữa đến nên số ngày ăn giảm đi 4 ngày. Hỏi có bao nhiêu người mới đến thêm?

Tóm tắt

20 ngày ----- 120 người

(20 - 4) ngày ----- (120 + x) người

Giải

Số ngày ăn sau khi có một số người mới chuyển đến là: $20 - 4 = 16$ (ngày)

Cách 1: Rút về đơn vị

Số gạo đó đủ cho một người ăn trong số ngày là: $20 \times 120 = 2400$ (ngày)

Tổng số người ăn số gạo đó là: $2400 : 16 = 150$ (người)

Số người mới chuyển đến là: $150 - 120 = 30$ (người)

Cách 2: Dùng tỉ số:

16 ngày gấp 20 ngày số lần là: $16 : 20 = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$ (lần)

Tổng số người ăn số gạo đó là: $120 : \frac{4}{5} = 150$ (người)

Số người mới chuyển đến là: $150 - 120 = 30$ người.

Cách 3:

Tổng số người ăn số gạo đó là: $\frac{20 \times 120}{16} = 150$ (người)

Số người mới chuyển đến là: $150 - 120 = 30$ (người)

Đ/S: 30 người.

Ví Dụ 2: Một đội 20 xe tải gồm hai loại: Loại I: chở được 60 tấn và loại II: chở được 40 tấn. Hỏi có bao nhiêu xe mỗi loại, biết khối lượng hàng chở được ở mỗi loại xe là như nhau?

Giải

Do khối lượng hàng chở được của mỗi loại là như nhau nên số xe mỗi loại và khối lượng hàng chở được ở mỗi xe của mỗi loại tỉ lệ nghịch với nhau.

Mỗi xe loại I chở gấp mỗi xe loại II là: $60 : 40 = \frac{3}{2}$ (lần)

Suy ra: Số xe loại I bằng $1 : \frac{3}{2} = \frac{2}{3}$ số xe loại II.

Số xe loại I là: $20 : (2 + 3) \times 2 = 8$ (xe)

Số xe loại II là: $20 - 8 = 12$ (xe)

Đ/S: Loại I: 8 xe ; Loại II: 12 xe.

Ví Dụ 3: Một đội công nhân có 38 người nhận sửa một quãng đường dài 1330m trong 5 ngày. Hỏi muốn sửa một quãng đường dài 1470m trong hai ngày thì cần bao nhiêu công nhân? (Mức làm của mỗi người là như nhau)

Tóm Tắt – Phân Tích:

1330m ----- 5 ngày ----- 38 người

1470m ----- 2 ngày ----- x người.

Nhận xét: Bài toán này có ba đại lượng: Số mét đường; Số ngày; Số công nhân.

Trong đó:

+ Nếu Số ngày không đổi thì Số mét đường và số người tỉ lệ thuận.

+ Nếu số mét đường không đổi thì số ngày và số người tỉ lệ nghịch.

Từ đó, tách bài toán thành hai bài toán nhỏ như sau:

Bài toán 1: Tỉ lệ thuận

1330m ----- 5 ngày ----- 38 công nhân

1470m ----- 5 ngày ----- A công nhân

$$\Rightarrow A = \frac{1470 \times 38}{1330} = ????$$

Bài toán 2: Tỉ lệ nghịch

1470m ----- 5 ngày ----- A công nhân

1470m ----- 2 ngày ----- x công nhân

$$\Rightarrow x = \frac{5 \times A}{2} = ????$$

Giải

Số công nhân cần để sửa 1470m đường trong 5 ngày là:

$$\frac{1470 \times 38}{1330} = 42 \text{ (công nhân)}$$

Số công nhân cần để sửa 1470m đường trong 2 ngày là:

$$\frac{5 \times 42}{2} = 105 \text{ (công nhân)}$$

Đ/S: 105 công nhân.

BÀI 13: BÀI TẬP TỰ LUYỆN BÀI TOÁN TỈ LỆ NGHỊCH

Bài 1: Để đánh máy vi tính một bản thảo xong trong 12 ngày thì mỗi ngày phải đánh được 10 trang. Muốn đánh máy bản thảo xong trong 8 ngày thì mỗi ngày phải đánh máy được bao nhiêu trang?

Bài 2: Một bếp ăn chuẩn bị gạo cho 120 người ăn trong 50 ngày. Nhưng sau đó có một số người đến thêm, nên số gạo chỉ đủ ăn trong 30 ngày. Hỏi số người đến thêm là bao nhiêu?

Bài 3: Nếu giảm chiều rộng của hình chữ nhật đi 3 lần thì chiều dài tăng lên bao nhiêu lần để diện tích hình chữ nhật không đổi?

Bài 4: Một hình chữ nhật có chiều dài là 70m. Nếu chiều rộng tăng lên 5 lần thì chiều dài của hình chữ nhật phải là bao nhiêu mét để diện tích không đổi?

Bài 5: Một trường bán trú chuẩn bị gạo cho 120 học sinh ăn trong 20 ngày. Đến ngày khai giảng có thêm 30 học sinh mới đến. Hỏi số gạo trên sẽ hết sớm hơn dự định bao nhiêu ngày?

Bài 6: Một đơn vị gồm 120 người có đủ gạo ăn trong 50 ngày. Sau 30 ngày, đơn vị lại nhận thêm một số người đúng bằng $\frac{1}{4}$ số người đã có ở đơn vị. Tính xem số gạo còn lại chỉ đủ ăn trong mấy ngày nữa?

Bài 7: Một đơn vị bộ đội đã chuẩn bị lương đủ cho 350 người ăn trong 35 ngày. Sau một tuần lễ có thêm một số người nữa đến nên số lương thực trên hết sớm hơn dự định là 8 ngày. Hỏi có bao nhiêu người mới đến?

Bài 8: Nhà bếp chuẩn bị đủ gạo cho 60 người ăn trong 28 ngày. Sau 8 ngày có 10 người chuyển đi. Hỏi số gạo còn lại đủ ăn trong bao nhiêu ngày? (Các suất ăn như nhau)

Bài 9: Một cửa hàng bán dầu, người ta chứa đầy dầu trong các thùng 20 lít. Nếu đổ số dầu đó vào các can 5 lít thì số can 5 lít nhiều hơn số thùng 20 lít là 30 cái. Hỏi cửa hàng đó có bao nhiêu lít dầu?

Bài 10: Một nhà in chuẩn bị đủ giấy để in 9 000 quyển sách, mỗi quyển có 200 trang. Hỏi nếu dùng số giấy đó để in sách, mỗi quyển có 150 trang thì in được bao nhiêu quyển? (Biết kích thước trang sách không đổi)

Bài 11: Một nhà xuất bản chuẩn bị đủ giấy để in 14 000 quyển sách, mỗi quyển có 210 trang, mỗi trang có 28 dòng. Hỏi nếu dùng số giấy đó để in sách, mỗi

trang có 30 dòng thì in được bao nhiêu quyển ? (Kích thước trang sách không đổi)

Bài 12: 10 công nhân sản xuất được 500 sản phẩm mất 6 giờ. Hỏi 30 công nhân sản xuất 1500 sản phẩm phải mất bao lâu? (Năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau)

Bài 13: Có 12 người nhận dệt 735m vải trong 7 giờ. Hỏi muốn dệt 840m vải trong 6 giờ thì cần có bao nhiêu người? (Năng suất làm việc của mỗi người như nhau)

Bài 14: Nếu đem số kẹo của mẹ chia đều cho tất cả các con thì mỗi con được 6 cái. Nhưng vì anh cả không ăn nên mỗi con được 8 cái. Tính số con trong gia đình và số kẹo của mẹ.

Bài 15: 12 công nhân thợ dệt trong 3 ngày được 120 chiếc áo. Hỏi nếu muốn dệt 180 chiếc áo trong 2 ngày thì cần thêm bao nhiêu công nhân ? (Biết rằng năng suất làm việc của mỗi người là như nhau)

Bài 16: Theo dự định thì một đội thanh niên xung phong phải làm xong một quãng đường trong 10 ngày. Nhưng trước khi bắt đầu làm thì có 10 người phải chuyển đi nơi khác trong 7 ngày sau đó lại quay về làm tiếp, nên thực tế đội thanh niên đó đã làm xong quãng đường đó trong 12 ngày. Hỏi đội thanh niên đó có bao nhiêu người?

Bài 17: 50 người thợ xây dựng xong một hồ bơi trong 42 ngày. Làm được 15 ngày thì có một số người thợ đến giúp, thành ra hồ bơi xong sớm hơn dự định 12 ngày. Hỏi có bao nhiêu người thợ đến giúp?

Bài 18: Một cửa hàng bán chất đốt có tất cả 28 bình ga gồm ba loại: loại lớn 10kg một bình, loại nhỏ 6kg một bình và loại nhỏ 5kg một bình. Hỏi có bao nhiêu bình ga mỗi loại? Biết rằng số lượng ga ở mỗi loại bình là như nhau?

BÀI 14: BÀI TOÁN HIỆU TỈ LIÊN QUAN ĐẾN PHÂN SỐ

1. Phương pháp giải bài toán hiệu tỉ:

B1: Hiệu số phần bằng nhau.

B2: Giá trị một phần bằng nhau.

B3: Tìm số lớn, số bé.

2. Một số ví dụ:

Ví Dụ 1: Một cửa hàng bán được số gạo tẻ nhiều hơn số gạo nếp là 9 yến, trong đó $\frac{1}{2}$ số gạo tẻ bằng $\frac{2}{3}$ số gạo nếp. Hỏi cửa hàng đó bán được bao nhiêu ki-lô-gam gạo tẻ?

Giải

Đổi 9 yến = 90 kg.

Ta có: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

Suy ra: $\frac{2}{4}$ số gạo tẻ = $\frac{2}{3}$ số gạo nếp hay $\frac{1}{4}$ số gạo tẻ = $\frac{1}{3}$ số gạo nếp.

Ta có: nếu số gạo tẻ là 4 phần bằng nhau thì số gạo nếp là 3 phần như vậy.

Số gạo tẻ cửa hàng bán được là: $90 : (4 - 3) \times 4 = 360$ (kg)

Đ/S: 360 kg.

Cần nhớ: Quy đồng tử số của hai phân số để bài cho để suy ra tỉ số.

Ví Dụ 2: Có hai kho cà phê trong đó kho I chứa ít hơn kho II là 28 tấn cà phê.

Sau khi người ta lấy đi 3 tấn cà phê ở mỗi kho thì $\frac{3}{4}$ số cà phê còn lại ở kho I

bằng $\frac{2}{5}$ số cà phê còn lại ở kho II. Hỏi ban đầu cả hai kho chứa bao nhiêu tấn cà phê?

Giải

Ta có: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ và $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

Suy ra: $\frac{6}{8}$ số cà phê còn lại ở kho I bằng $\frac{6}{15}$ số cà phê còn lại ở kho II

Hay $\frac{1}{8}$ số cà phê còn lại ở kho I bằng $\frac{1}{15}$ số cà phê còn lại ở kho II.

Như vậy nếu coi số cà phê còn lại ở kho I là 8 phần bằng nhau thì số cà phê còn lại ở kho II là 15 phần bằng nhau.

Khi lấy đi 3 tấn cà phê ở mỗi kho thì khi đó kho I vẫn ít hơn kho II là 28 tấn cà phê.

Số tấn cà phê còn lại ở kho I là: $28 : (15 - 8) \times 8 = 32$ (tấn)

Số tấn cà phê lúc đầu ở kho I là: $32 + 3 = 35$ (tấn)

Số tấn cà phê lúc đầu ở kho II là: $35 + 28 = 63$ (tấn)

Ban đầu, cả hai kho chứa số tấn cà phê là: $35 + 63 = 98$ (tấn)

Đ/S: 98 tấn.

Ví Dụ 3: Cho phân số $\frac{39}{91}$. Tìm một phân số bằng phân số đã cho, biết rằng hiệu của mẫu số và tử số bằng 48.

Giải

Ta có: $\frac{39}{91} = \frac{3}{7}$

Coi tử số của phân số cần tìm là 3 phần bằng nhau thì mẫu số của phân số đó là 7 phần như vậy.

Tử số của phân số cần tìm là: $48 : (7 - 3) \times 3 = 36$

Mẫu số của phân số cần tìm là: $36 + 48 = 84$.

Phân số cần tìm là: $\frac{36}{84}$

Đ/S: $\frac{36}{84}$

Ví Dụ 4: Anh hơn em 9 tuổi. Khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay thì tuổi em bằng $\frac{2}{5}$ tuổi anh khi đó. Tính tuổi anh hiện nay?

Giải

Do hiệu số tuổi hai người không đổi theo thời gian nên tuổi anh khi đó hơn tuổi em khi đó là 9 tuổi.

Coi tuổi em khi đó là 2 phần bằng nhau thì tuổi anh khi đó là 5 phần như vậy.

Tuổi anh khi đó hay tuổi em hiện nay là: $9 : (5 - 2) \times 2 = 6$ (tuổi)

Tuổi anh hiện nay: $6 + 9 = 15$ (tuổi)

Đ/S: 15 tuổi.

Ví Dụ 5: Bác Hùng chia kẹo cho các cháu. Nếu chia cho mỗi cháu 5 cái kẹo thì thừa 2 cái kẹo; nếu chia cho mỗi cháu 6 cái kẹo thì thiếu một cái kẹo. Hỏi có mấy cháu được chia kẹo và có bao nhiêu cái kẹo?

Giải

Cách 1:

Nếu chia cho mỗi cháu 5 cái kẹo thì thừa 2 cái kẹo nghĩa là:

$$\text{Số kẹo} = 5 \text{ lần số cháu} + 2$$

Nếu chia cho mỗi cháu 6 cái kẹo thì thiếu 1 cái kẹo thì:

$$\text{Số kẹo} + 1 = 6 \text{ lần số cháu} \Rightarrow \text{số kẹo} = 6 \text{ lần số cháu} - 1$$

$$\text{Suy ra: } 5 \text{ lần số cháu} + 2 = 6 \text{ lần số cháu} - 1$$

$$\Rightarrow \text{số cháu} = 2 + 1 = 3.$$

$$\text{Số kẹo: } 5 \times 3 + 2 = 17 \text{ cái kẹo}$$

Đ/S: 3 cháu và 17 cái kẹo.

Cách 2:

Số kẹo đủ để chia cho mỗi cháu 6 cái hơn số kẹo đủ để chia cho mỗi cháu 5 cái là:

$$2 + 1 = 3 \text{ cái kẹo.}$$

Chia mỗi cháu 6 cái hơn chia mỗi cháu 5 cái là: $6 - 5 = 1$ cái kẹo.

$$\text{Số cháu được chia kẹo là: } 3 : 1 = 3 \text{ cháu}$$

$$\text{Số kẹo là: } 5 \times 3 + 2 = 17 \text{ cái kẹo}$$

Đ/S: 3 cháu và 17 cái kẹo.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 14: TÌM HAI SỐ KHI BIẾT TỔNG – TỈ LIÊN QUAN ĐẾN PHÂN SỐ

Bài 1: Một kho có 714 tấn gạo, trong đó $\frac{2}{3}$ số gạo tẻ bằng $\frac{3}{4}$ số gạo nếp. Hỏi trong kho có bao nhiêu tấn gạo mỗi loại?

Bài 2: Một trại chăn nuôi gồm hai khu có tất cả 374 con gà. Sau khi chuyển 50 con gà từ khu I sang khu II thì $\frac{2}{3}$ số gà ở khu I bằng $\frac{4}{5}$ số gà ở khu II. Hỏi lúc đầu mỗi khu có bao nhiêu con gà?

Bài 3: Tổng số tuổi hiện nay của chị và em là 24 tuổi. Biết rằng tuổi em hiện nay gấp 3 lần tuổi em trước đây, khi đó tuổi chị bằng tuổi em hiện nay. Tính tuổi em hiện nay.

Bài 4: Khoảng thời gian từ bây giờ đến nửa đêm đúng bằng $\frac{1}{5}$ khoảng thời gian từ lúc bắt đầu ngày cho đến tận bây giờ. Hỏi bây giờ là mấy giờ?

Bài 5: Trung bình cộng của hai số tự nhiên là 336. Tìm hai số đó, biết rằng nếu viết thêm chữ số 1 vào bên phải số bé thì được số lớn.

Bài 6: Tổng của ba số bằng 234. Tìm ba số đó, biết rằng số thứ nhất bằng $\frac{1}{2}$ số thứ hai, số thứ hai bằng $\frac{1}{3}$ số thứ ba.

Bài 7: Ba bạn chia nhau 30 quả cam. Lan lấy $\frac{2}{5}$ số cam. Phượng lấy số cam bằng $\frac{4}{5}$ số cam của Mai. Hỏi mỗi bạn được bao nhiêu quả cam?

Bài 8: Tổng chiều dài của ba tấm vải là 112m. Sau khi bán bớt $\frac{3}{7}$ tấm vải xanh, $\frac{1}{5}$ tấm vải đỏ và $\frac{2}{5}$ tấm vải trắng thì phần còn lại của ba tấm vải dài bằng nhau. Tính chiều dài mỗi tấm vải.

Bài 9: Khối 5 có 3 lớp với 115 học sinh. Biết rằng:

- Số học sinh lớp 5B bằng $\frac{8}{9}$ số học sinh lớp 5A.
- Số học sinh lớp 5C bằng $\frac{3}{4}$ số học sinh lớp 5B.

Hãy tính số học sinh của mỗi lớp.

Bài 10: Tìm hai số, biết rằng số lớn gấp 12 lần số bé và nếu giảm số lớn 3 lần và gấp số bé lên 2 lần thì tổng của hai số mới là 72.

Bài 11: Một phép trừ có hiệu bằng 4 lần số trừ và tổng các số: số bị trừ, số trừ và hiệu bằng 630. Tìm hiệu của phép trừ đó?

Bài 12: Ba lớp cùng góp bánh để liên hoan cuối năm. Lớp A góp 5kg bánh, lớp B đem đến 3kg bánh cùng loại. Số bánh đó đủ dùng cho 3 lớp nên lớp C không phải mua bánh mà phải trả lại hai lớp kia 240 000 đồng. Hỏi mỗi lớp A, B nhận được bao nhiêu tiền ? (Ba lớp góp bằng nhau).

BÀI 15: TÌM HAI SỐ KHI BIẾT TỔNG – TỈ LIÊN QUAN ĐẾN PHÂN SỐ

1. Cách Giải:

B1: Tính tổng số phần bằng nhau

B2: Tìm giá trị một phần bằng nhau.

B3: Tính số lớn, số bé

2. Một Số Ví Dụ:

Ví Dụ 1: Một trang trại có 1333 con lợn và bò, trong đó $\frac{2}{7}$ số lợn bằng $\frac{3}{5}$ số bò.

Hỏi nông trại có bao nhiêu con lợn, bao nhiêu con bò.

Giải

Ta có: $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$ và $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$

Suy ra: $\frac{6}{21}$ số lợn bằng $\frac{6}{10}$ số bò hay $\frac{1}{21}$ số lợn bằng $\frac{1}{10}$ số bò.

Như vậy: ta coi số lợn là 21 phần bằng nhau thì số bò là 10 phần như vậy.

Số lợn nông trại có là: $1333 : (21 + 10) \times 21 = 903$ (con)

Số bò nông trại có là: $1333 - 903 = 430$ (con)

Đ/S: 903 con lợn và 430 con bò.

Ví Dụ 2: Cửa hàng có 285kg gạo tẻ và gạo nếp. Sau khi người ta bán $\frac{2}{5}$ số gạo tẻ

và $\frac{1}{3}$ số gạo nếp thì còn lại số gạo tẻ bằng số gạo nếp. Hỏi lúc đầu cửa hàng có bao nhiêu ki – lô – gam gạo mỗi loại?

Giải

Số gạo tẻ còn lại là: $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ (số gạo tẻ ban đầu)

Số gạo nếp còn lại là: $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (số gạo nếp ban đầu)

Ta có: $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ và $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

Theo đề bài có: $\frac{6}{10}$ số gạo tẻ ban đầu bằng $\frac{4}{6}$ số gạo nếp ban đầu

Hay $\frac{1}{10}$ số gạo tẻ ban đầu bằng $\frac{1}{9}$ số gạo nếp ban đầu

Như vậy nếu coi số gạo tẻ là 10 phần bằng nhau thì số gạo nếp là 9 phần như vậy.

Số gạo tẻ cửa hàng có là: $285 : (10 + 9) \times 10 = 150$ (kg)

Số gạo nếp cửa hàng có là: $285 - 150 = 135$ (kg)

Đ/S: gạo tẻ: 150kg; gạo nếp: 135 kg.

Ví Dụ 3: Hai ngăn sách có tất cả 39 quyển sách. Sau khi chuyển 5 quyển sách từ ngăn trên xuống ngăn dưới thì $\frac{3}{4}$ số sách ngăn trên bằng $\frac{1}{3}$ số sách ngăn dưới. Hỏi ban đầu ngăn trên có bao nhiêu quyển sách?

Giải

Khi chuyển 5 quyển sách từ ngăn trên xuống ngăn dưới thì tổng số sách không đổi và vẫn bằng 39 quyển sách.

Ta có: $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$

Vậy sau khi chuyển $\frac{3}{4}$ số sách ngăn trên bằng $\frac{3}{9}$ số sách ngăn dưới

Hay $\frac{1}{4}$ số sách ngăn trên bằng $\frac{1}{9}$ số sách ngăn dưới.

Nếu coi số ngăn trên sau khi chuyển là 4 phần bằng nhau thì số sách ngăn dưới sau khi chuyển là 9 phần như vậy.

Số sách ngăn trên sau khi chuyển là: $39 : (4 + 9) \times 4 = 12$ (quyển)

Số sách ngăn trên lúc đầu là: $12 + 5 = 17$ (quyển)

Đ/S: 17 (quyển)

Ví Dụ 4: Khoảng thời gian từ bây giờ đến nửa đêm bằng $\frac{3}{5}$ khoảng thời gian từ lúc bắt đầu ngày cho đến bây giờ. Hỏi bây giờ là mấy giờ?

Giải

Khoảng thời gian từ bây giờ đến nửa đêm cộng với khoảng thời gian từ bắt đầu ngày đến bây giờ là 24 giờ.

Khoảng thời gian từ lúc bắt đầu ngày đến bây giờ: $24 : (3 + 5) \times 5 = 15$ (giờ)

Vậy bây giờ là 15 giờ.

Đ/S: 15 giờ.

Ví Dụ 5: Cả hai kho thóc có 785 tấn thóc. Sau khi kho A xuất đi 105 tấn thóc và kho B nhập thêm 136 tấn thóc thì số thóc kho A bằng $\frac{7}{10}$ số thóc của kho B.

Tính số thóc kho A lúc đầu?

Giải

Tổng số tấn thóc hai kho sau khi xuất và nhập là: $785 - 105 + 136 = 816$ (tấn)

Số tấn thóc kho A sau khi xuất đi là: $816 : (7 + 10) \times 7 = 336$ (tấn)

Số tấn thóc kho A lúc đầu là: $336 + 105 = 441$ (tấn)

Đ/S: 441 tấn.

Ví Dụ 6: Hai hầm đông lạnh chứa 180 tấn tôm. Nếu người ta chuyển $\frac{2}{7}$ khối lượng tôm ở hầm thứ nhất sang hầm thứ hai, thì khối lượng tôm ở hai hầm bằng nhau. Hỏi hầm thứ nhất chứa bao nhiêu tấn tôm?

Giải

Cách 1:

Coi khối lượng tôm ở hầm thứ nhất lúc đầu là 7 phần bằng nhau.

Sau khi chuyển đi thì khối lượng tôm còn lại của hầm thứ nhất là: $7 - 2 = 5$ phần như vậy.

Khi đó khối lượng tôm của hầm thứ hai là 5 phần.

Ban đầu khối lượng tôm của hầm thứ hai là: $5 - 2 = 3$ phần.

Số tấn tôm hầm thứ nhất chứa lúc đầu là: $180 : (7 + 3) \times 7 = 126$ (tấn)

Đ/S: 126 tấn.

Cách 2:

Khi khối lượng tôm hai hầm bằng nhau thì mỗi hầm chứa số tấn tôm là:

$180 : 2 = 90$ (tấn)

Phần số chỉ 90 tấn tôm ở hầm thứ nhất là: $1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

Số tấn tôm hầm thứ nhất chứa lúc đầu là: $90 : \frac{5}{7} = 126$ (tấn)

Đ/S: 126 tấn.

Ví Dụ 7: Hai số tự nhiên có tổng bằng 694. Hãy tìm hai số đó biết rằng nếu lấy số lớn chia cho số bé thì được thương là 4 và dư là 64.

Giải

Do số lớn chia cho số bé được thương là 4 và dư 64 thì nếu coi số bé là 1 phần thì số lớn là 4 phần như vậy cộng thêm 64.

5 lần số bé là: $694 - 64 = 630$

Số bé là: $630 : 5 = 126$

Số lớn là: $684 - 126 = 568$

Đ/S: 126 và 568.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 15: BÀI TOÁN HIỆU TỈ LIÊN QUAN ĐẾN PHÂN SỐ

Bài 1: Hai số có hiệu bằng tổng của số bé nhất có ba chữ số khác nhau và số bé nhất có hai chữ số khác nhau. Số bé bằng $\frac{4}{7}$ số lớn. Tìm số lớn.

Bài 2: Cho hai số lẻ mà số lớn gấp 3 lần số bé. Biết giữa chúng có 13 số chẵn. Tìm hai số lẻ đó.

Bài 3: Hiệu của hai số là 150. Nếu giảm số lớn đi 2 lần thì thương giữa hai số là 3. Tìm hai số đó?

Bài 4: Hiệu của hai số là 1995. Tìm hai số đó biết rằng lấy số lớn chia số bé được thương là 200 và số dư là 5.

Bài 5: Một người bán được số gạo tẻ nhiều hơn gạo nếp là 7kg, trong đó $\frac{2}{3}$ số gạo tẻ bằng $\frac{3}{4}$ số gạo nếp. Hỏi người đó bán được bao nhiêu kg gạo nếp?

Bài 6: Một người bán một tấm vải được lãi $\frac{1}{5}$ giá mua. Nếu người đó bán được giá cao hơn 40 000 đồng nữa thì sẽ được lãi bằng $\frac{1}{5}$ giá bán. Hỏi giá mua tấm vải?

Bài 7: Trong học kỳ I số học sinh giỏi lớp em bằng $\frac{1}{9}$ số học sinh còn lại của lớp. Sang học kỳ II vì có thêm 2 bạn giỏi nữa nên số học sinh giỏi bằng $\frac{1}{5}$ số học sinh còn lại của lớp. Tính số học sinh lớp em?

Bài 8: Cha hơn con 32 tuổi. Sau 4 năm nữa thì tuổi cha gấp 3 lần tuổi con. Hỏi tuổi cha và tuổi con hiện nay là bao nhiêu là bao nhiêu tuổi?

Bài 9: Hiện nay tuổi anh gấp rưỡi tuổi em. Cách đây 6 năm tuổi anh gấp 2 lần tuổi em. Hỏi hiện nay anh bao nhiêu tuổi?

Bài 10: Hiện nay, tuổi con bằng $\frac{1}{7}$ tuổi cha. Sau 15 năm nữa tuổi con sẽ bằng $\frac{2}{5}$ tuổi cha. Tính tuổi của mỗi người hiện nay?

Bài 11: Tính diện tích mảnh vườn hình chữ nhật biết chiều dài hơn chiều rộng 15m và nếu người ta bớt đi $\frac{5}{9}$ chiều rộng ở chiều ông; bớt đi $\frac{2}{3}$ chiều dài ở chiều dài thì mảnh vườn sẽ trở thành hình vuông.

Bài 12: Trong đợt trồng cây mùa xuân, ngày đầu lớp 5A trồng được số cây bằng $\frac{2}{3}$ số cây của lớp 5B. Ngày thứ hai, lớp 5A trồng thêm 80 cây, lớp 5B trồng thêm 40 cây nên số cây của lớp 5A bằng $\frac{3}{4}$ số cây của lớp 5B. Hỏi trong ngày đầu, mỗi lớp trồng được bao nhiêu cây?

Bài 13: Hòa và Bình tham gia đóng bìa sách ở thư viện nhà trường. Hòa nhận đóng 185 quyển, Bình nhận đóng 145 quyển. Hai bạn bắt đầu làm cùng lúc và khi hết giờ quy định thì thấy số sách còn lại chưa đóng bìa của Bình gấp 2 lần số sách còn lại chưa đóng bìa của Hòa.

Hỏi mỗi bạn đã đóng bìa được bao nhiêu quyển, biết rằng trong 1 giờ Hòa đóng bìa được 60 quyển còn Bình phải mất 4 phút mới đóng bìa được 3 quyển?