

**Sổ
tay**

DƯƠNG ĐỨC KIM - ĐỖ DUY ĐỒNG

ThS. NGUYỄN THANH HẢI

NGÔ NGỌC AN

TOÁN
LÍ - HOÁ
cấp 2



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

DƯƠNG ĐỨC KIM – ĐỖ DUY ĐỒNG
Th.S NGUYỄN THANH HẢI – NGÔ NGỌC AN

SỔ TAY

TOÁN - LÝ - HÓA
CẤP 2

downloadsachmienphi.com
Download Sách Hay | Đọc Sách Online

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

PHẦN 1 TOÁN HỌC



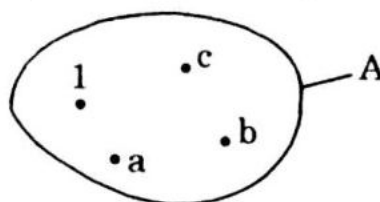
PHẦN SỐ HỌC

Chương I. ÔN TẬP VÀ BỔ TÚC VỀ SỐ TỰ NHIÊN

I- Mở đầu về tập hợp

1. Khái niệm tập hợp

- *Tập hợp* là khái niệm gốc của Toán học. Nó được hình dung qua các ví dụ. Người ta nói tập hợp các chữ số, tập hợp các đội viên của liên đội thiếu niên trường Sao Mai năm học 2000 - 2001 v.v... Người ta thường dùng các chữ cái in hoa A, B, ..., X, Y để đặt tên cho các tập hợp.
- *Phần tử* của một tập hợp là cá thể tham gia tạo nên tập hợp đó.
Ví dụ : Tập hợp các chữ số $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Mỗi chữ số, chẳng hạn 2, là một phần tử của tập hợp A.
- Kí hiệu $3 \in A$ để nói 3 là *một phần tử của A* hay 3 *thuộc A*
Khi viết $a \notin A$ có nghĩa là a *không phải là phần tử của A* hay a *không thuộc A*.
- Thường thường có hai cách xác định một tập hợp là :
 - Liệt kê các phần tử của tập hợp (mỗi phần tử được liệt kê một lần, thứ tự liệt kê tùy ý)
 - Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp
- Hình minh họa một tập hợp là một vòng kín bên trong có các chấm chỉ các phần tử của nó và tên tập hợp ghi ở bên.
Ví dụ : $A = \{1, a, b, c\}$ có biểu đồ dưới đây



2. Số phần tử của tập hợp

Một tập hợp có thể có một phần tử, hai phần tử, nhiều phần tử. Tập hợp gọi là có vô số phần tử khi không thể đếm hết số phần tử của nó. Một tập hợp có một số rất lớn phần tử đến hàng chục tỉ cũng không phải là có vô số phần tử.

Tập hợp không có phần tử nào gọi là tập hợp rỗng, kí hiệu là : $\emptyset$

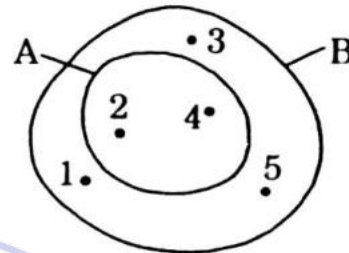
Ghi chú : Tập hợp $\{0\}$ có một phần tử là số 0. Nó không phải là tập hợp rỗng.

3. Tập hợp con

Ví dụ : Cho hai tập hợp :

$$A = \{2; 4\}$$

$$B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$$



Ta thấy : mỗi phần tử của A là một phần tử của B. Ta bảo A là tập hợp con của B, kí hiệu là $A \subset B$ hoặc $B \supset A$. Ta còn bảo B chứa A hoặc A được chứa trong B.

Ghi chú : Cho A là tập hợp tùy ý thì : $\emptyset \subset A$ và $A \subset A$; tập hợp $\emptyset$ là tập hợp con của một tập hợp bất kì, một tập hợp A bất kì là tập hợp con của chính nó.

4. Hai tập hợp bằng nhau

Tập hợp A bằng tập hợp B, kí hiệu $A = B$ nếu mỗi phần tử của A là một phần tử của B và đảo lại mỗi phần tử của B là một phần tử của A, tức là $A \subset B$ và $B \subset A$.

Ví dụ : $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$,

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$$

$\mathbb{N}$ ở đây là tập hợp các số tự nhiên.

Ta có $A = B$

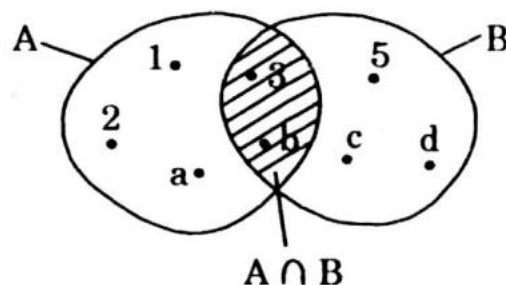
5. Tập hợp giao hay giao của hai tập hợp

Ví dụ : Cho ba tập hợp :

$$A = \{1; 2; 3; a; b\}$$

$$B = \{3; 5; b; c; d\}$$

$$C = \{3; b\}$$



Ta thấy C gồm các phần tử vừa thuộc A vừa thuộc B . Ta bảo C là tập hợp giao của A và B (nói gọn là giao của A và B), kí hiệu là $C = A \cap B$.

II- Tập hợp các số tự nhiên. Ghi số tự nhiên

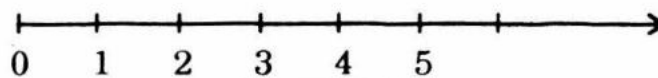
1. Tập hợp các số tự nhiên kí hiệu là N

$$N = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$$

Tập hợp các số tự nhiên khác 0, kí hiệu là N^*

$$N^* = \{1; 2; 3; 4; \dots\}$$

2. Biểu diễn số tự nhiên trên tia số



Dùng thước thẳng, bắt đầu từ điểm 0 vạch thẳng từ trái sang phải. Lấy một đoạn thẳng làm đơn vị đo. Bắt đầu từ 0 đặt liên tiếp đoạn thẳng đơn vị, ta có một tia số.

Muốn biểu diễn số tự nhiên a ta lấy trên tia số điểm cách 0 khoảng cách a đơn vị đo đã chọn. Điểm biểu diễn số tự nhiên a gọi là điểm a .

3. Thứ tự trong tập hợp các số tự nhiên

- Cho hai số tự nhiên khác nhau thì có một số nhỏ hơn số kia. Trên tia số, điểm biểu diễn số nhỏ ở bên trái điểm biểu diễn số lớn.

Số a nhỏ hơn số b kí hiệu là $a < b$. Khi đó ta cũng nói rằng b lớn hơn a và kí hiệu $b > a$.

- Quan hệ thứ tự các số có tính chất bắc cầu (tính chất truyền) nghĩa là

$$a < b \quad \text{và} \quad b < c \quad \text{thì} \quad a < c$$

$$\text{hoặc} \quad a > b \quad \text{và} \quad b > c \quad \text{thì} \quad a > c$$

Ghi chú : Kí hiệu $a \geq b$ để chỉ a lớn hơn b hoặc $a = b$

- Tập hợp N có số nhỏ nhất là 0 và không có số lớn nhất
Tập hợp N^* có số nhỏ nhất là 1 và không có số lớn nhất.
- Nếu giữa hai số tự nhiên a và b không có số tự nhiên nào khác và $a < b$ thì a gọi là số liền trước b và b là số liền sau a .

4. Ghi số tự nhiên trong hệ thập phân

- Để ghi số tự nhiên trong hệ thập phân người ta dùng 10 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 và giá trị của mỗi chữ số trong một số *thay đổi theo vị trí* của nó theo qui tắc "mười đơn vị ở một hàng làm thành một đơn vị ở hàng liền trước".

Ví dụ : Cho số 1335, ta có :

$$1335 = 1 \times 1000 + 3 \times 100 + 3 \times 10 + 5$$

Để ý đến chữ số 3 trong số đã cho ta thấy: chữ số 3 ghi hai lần cạnh nhau nhưng chữ số 3 bên trái có giá trị gấp mười lần chữ số 3 bên phải.

Ghi chú : Để ghi một số tự nhiên nào đó không cụ thể, chẳng hạn một số có bốn chữ số ghi trong hệ thập phân ta viết : $\overline{abcd}$ ta phải hiểu các chữ a, b, c, d là thay cho chữ số nào đó trong 10 chữ số 0, 1, 2, ..., 8, 9 và điều kiện chữ số đầu tiên $a \neq 0$.

Nếu viết $\overline{abcd}$ không cần dấu gạch ngang "-" bên trên thì đây có nghĩa là tích $a \times b \times c \times d$ mà a, b, c, d là các số nào đó.

5. Số La Mã

Ngày nay, trong một số trường hợp người ta cũng sử dụng cách ghi số tự nhiên của người cổ La Mã. Người ta dùng 7 chữ số mà kí hiệu của chúng và giá trị tương ứng trong hệ thập phân như sau :

Kí hiệu chữ số La Mã	I	V	X	L	C	D	M
Giá trị tương ứng trong hệ thập phân	1	5	10	50	100	500	1000

Trong cách ghi của người La Mã các chữ số *không thay đổi theo vị trí* các chữ số có giá trị lớn ghi trước các chữ số có giá trị nhỏ hơn.

Trong một số các chữ số V, L, D không ghi quá một lần, các chữ số M, C, X, I không ghi quá 3 lần. Giá trị của một số bằng tổng các thành phần của nó. Riêng 6 số đặc biệt là : $IV = 4$; $IX = 9$; $XL = 40$; $XC = 90$; $CD = 400$; $CM = 900$ có chữ số giá trị nhỏ đứng trước làm giảm giá trị của chữ số giá trị lớn đứng liền sau.

Ví dụ 1 : Tìm số tương ứng trong hệ ghi thập phân của số La Mã MCMXCVII

Giải

Trong số này có 2 số đặc biệt $CM = 900$; $XC = 90$ ta không tách rời nên có thể viết số đã cho thành tổng các thành phần của nó như sau :

$$\begin{aligned} \text{MCMXCVII} &= M + CM + XC + V + I + I \\ &= 1000 + 900 + 90 + 5 + 1 + 1 = 1997. \end{aligned}$$

Ví dụ 2 : Hãy ghi theo hệ La Mã số tự nhiên ghi trong hệ thập phân là 468.

Giải

Ta phân tích số 468 thành tổng các thành phần tương ứng với các chữ số La Mã như sau :

$$\begin{aligned} 468 &= 400 + 50 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1 \\ &= CD + L + X + V + I + I + I \\ &= CDLXVIII. \end{aligned}$$

III. Phép cộng và phép nhân

1. Tổng và tích

- Số tự nhiên a cộng với số tự nhiên b được số tự nhiên c kí hiệu là : $a + b = c$

Các số a và b gọi là các số *hạng* còn c gọi là *tổng* (của a và b).

- Số tự nhiên a nhân với số tự nhiên b được số tự nhiên d kí hiệu là :

$$a \times b = d \quad \text{hoặc} \quad a.b = d$$

Các số a và b được gọi là các *thừa số* còn số d gọi là *tích* (của a và b).

Ghi chú : Trong một tích mà các thừa số đều bằng chữ hoặc chỉ có một thừa số bằng số thì có thể không dùng dấu phép tính nhân.

Ví dụ : $3.a.b = 3ab$

2. Tính chất của phép cộng và phép nhân

+ Tính chất giao hoán

- Khi đổi chỗ các số hạng trong một tổng thì tổng không đổi

$$a + b = b + a$$

- Khi đổi chỗ các thừa số trong một tích thì tích không đổi

$$a.b = b.a$$

+ Tính chất kết hợp

- Muốn cộng một tổng của hai số với số thứ ba ta có thể cộng số thứ nhất với tổng của số thứ hai và số thứ ba

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

- Muốn nhân một tích của hai số với số thứ ba ta có thể nhân số thứ nhất với tích của số thứ hai và số thứ ba

$$(a.b).c = a.(b.c)$$

+ Cộng một số với 0, nhân một số với 1.

- Tổng của một số với 0 bằng chính số đó.

$$a + 0 = 0 + a = a$$

- Tích của một số với 1 thì bằng chính số đó.

$$1.a = a.1 = a$$

+ Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng.

Muốn nhân một số với một tổng ta có thể nhân số đó với từng số hạng của tổng rồi cộng các kết quả lại.

$$a.(b + c) = a.b + a.c$$

Ghi chú : Các tính chất nêu trên đây của tổng, tích hai số có thể mở rộng cho tổng, tích của nhiều số.

$$\begin{aligned} a + b + c + d &= d + b + a + c \\ &= b + a + d + c = \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a.b.c.d &= c.b.a.d \\ &= d.a.c.b = \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a + b) + c + d &= a + (b + c) + d \\ &= (a + b) + (c + d) = \dots \end{aligned}$$

$$(a.b).c.d = a.(b.c).d$$

$$= a.(b.c.d) = \dots$$

$$a.(b + c + d) = a.b + a.c + a.d$$

IV- Phép trừ và phép chia

1. Phép trừ hai số tự nhiên

Số tự nhiên a trừ số tự nhiên b được số c kí hiệu là

$$a - b = c$$

a được gọi là số bị trừ, b là số trừ, c là hiệu.

Điều kiện để có hiệu $a - b$ là $a \geq b$.

$\text{số trừ} + \text{hiệu} = \text{số bị trừ}$
--

2. Phép chia hết và phép chia có dư

• Phép chia hết :

Cho hai số tự nhiên a và b , trong đó $b \neq 0$, nếu có số tự nhiên x sao cho $b.x = a$ thì ta nói a chia hết cho b và kí hiệu

$$a : b = x$$

a là số bị chia, b là số chia, x là thương.

Ví dụ : $15 : 5 = 3$

vì $5.3 = 15$ nên 15 chia hết cho 5.

• Phép chia có dư :

Cho hai số tự nhiên a và b trong đó $b \neq 0$, ta luôn tìm được hai số tự nhiên q và r duy nhất sao cho

$$a = b.q + r, \text{ trong đó } 0 \leq r < b.$$

Nếu $r = 0$ ta có phép chia hết.

Nếu $r \neq 0$ ta có phép chia có dư. Số a là số bị chia, b là số chia, q là thương, r là số dư.

Ví dụ : $39 = 7.5 + 4$

39 là số bị chia, 7 là số chia, 5 là thương, 4 là số dư.

• Ứng dụng : Ta có thể biểu diễn một số tự nhiên a dưới dạng một biểu thức của phép chia có dư như

$$a = 3k + r, \quad k \in \mathbb{N}, \quad r \in \{0, 1, 2\}$$

$$a = 5t + r, \quad t \in \mathbb{N}, \quad r \in \{0, 1, 2, 3, 4\} \dots$$

V- Lũy thừa với số mũ tự nhiên

1. Phép nâng lên lũy thừa

- Lũy thừa bậc n của a là tích của n thừa số bằng nhau mỗi thừa số bằng a , kí hiệu

$$a^n = \underbrace{a.a..a}_{n \text{ thừa số}} \quad (n \neq 0)$$

a gọi là cơ số, n gọi là số mũ

Phép nhân nhiều thừa số bằng nhau gọi là phép nâng lên lũy thừa.

Ví dụ : Lũy thừa bốn của 3 là: $3^4 = 3.3.3.3$

Ghi chú : Quy ước : $a^1 = a$

a^2 còn được gọi là a bình phương hay bình phương của a

a^3 còn được gọi là a lập phương hay lập phương của a

2. Nhân hai lũy thừa cùng cơ số

$$a^m . a^n = a^{m+n}$$

Ví dụ : $2^3 . 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$

3. Chia hai lũy thừa cùng cơ số

Với $m \geq n$ và $a \neq 0$ ta có :

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Ghi chú : Quy ước : $a^0 = 1$

Ứng dụng : Mỗi số tự nhiên ghi trong hệ thập phân đều là tổng các lũy thừa của 10.

Ví dụ :

$$\begin{aligned} 35416 &= 30000 + 5000 + 400 + 10 + 6 \\ &= 3.10000 + 5.1000 + 4.100 + 10 + 6 \\ &= 3.10^4 + 5.10^3 + 4.10^2 + 10 + 6.10^0 \end{aligned}$$

Ghi chú : Với $n \in \mathbb{N}^*$ thì

$$10^n = 1 \underbrace{00...0}_{n \text{ chữ số } 0}, \quad \text{chẳng hạn}$$

$$10^2 = 100, \quad 10^3 = 1000,$$

$$10^4 = 10000, \quad 10^5 = 100000 \dots$$

VI- Thứ tự thực hiện các phép tính

Các số được nối với nhau bởi một số phép tính (trong các phép cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa) và một số dấu ngoặc (ngoặc tròn (), ngoặc vuông [], ngoặc nhọn { }) gọi là *biểu thức*. Các phép tính trong một biểu thức cần được thực hiện theo một thứ tự nghiêm ngặt.

1. Biểu thức không có dấu ngoặc

- Nếu biểu thức chỉ có các phép cộng, trừ hoặc chỉ có nhân, chia ta thực hiện theo thứ tự từ trái sang phải.

Ví dụ :

$$\begin{aligned} 46 + 74 - 15 - 10 + 6 &= 120 - 15 - 10 + 6 \\ &= 105 - 10 + 6 \\ &= 95 + 6 = 101 \end{aligned}$$

$$35.6 : 14 = 210 : 14 = 15$$

- Nếu biểu thức có các phép tính cộng trừ nhân chia, nâng lên lũy thừa cần thực hiện nâng lên lũy thừa trước, rồi nhân và chia, cuối cùng đến cộng và trừ.

Ví dụ : Thực hiện các phép tính

$$\begin{aligned} 5.2^3 - 70 : 2 + 4.9 &= 5.8 - 70 : 2 + 4.9 \\ &= 40 - 35 + 36 = 5 + 36 = 41 \end{aligned}$$

2. Biểu thức có dấu ngoặc

Nếu biểu thức có cả các dấu ngoặc tròn (), ngoặc vuông [], ngoặc nhọn { } ta thực hiện các phép tính trong ngoặc tròn () trước rồi đến ngoặc vuông [], cuối cùng đến ngoặc nhọn { }.

Ví dụ : Tính

$$\begin{aligned} & \{ [(315 + 372).3 + (315 + 372).7 + 4.25] - 100 \} : (26.13 + 74.14) \\ &= \{ [687.3 + 687.7 + 4.25] - 100 \} : (338 + 1036) \\ &= \{ [2061 + 4809 + 100] - 100 \} : 1374 \\ &= \{ 6970 - 100 \} : 1374 = 6870 : 1374 = 5 \end{aligned}$$

VII-Tính chất của phép chia hết

1. Kí hiệu phép chia hết

Cho $a, b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$, nếu có số $k \in \mathbb{N}$ sao cho $a = b.k$ thì ta bảo a chia hết cho b , kí hiệu $a : b$

Nếu a không chia hết cho b ta kí hiệu $a \not\vdots b$

2. Tính chất của phép chia hết

- Nếu tất cả các số hạng của một tổng cùng chia hết cho một số ($\neq 0$) thì tổng chia hết cho số đó.

$$a : m; b : m \text{ và } c : m \Rightarrow (a + b + c) : m$$

- Nếu số bị trừ và số trừ cùng chia hết cho một số ($\neq 0$) thì hiệu chia hết cho số đó

$$a \geq b; a : m \text{ và } b : m \Rightarrow (a - b) : m$$

- Nếu trong một tổng chỉ có một số hạng không chia hết cho một số còn các số hạng khác cùng chia hết cho số đó thì tổng cũng không chia hết cho số đó.

$$a : m; b : m \text{ và } c \not\vdots m \Rightarrow (a + b + c) \not\vdots m$$

- Nếu số bị trừ chia hết cho một số, số trừ không chia hết cho số đó hoặc số bị trừ không chia hết cho một số còn số trừ chia hết cho số đó thì hiệu không chia hết cho số đó

$$a \geq b; a : m \text{ và } b \not\vdots m \Rightarrow (a - b) \not\vdots m$$

$$a \geq b; a \not\vdots m \text{ và } b : m \Rightarrow (a - b) \not\vdots m$$

Ghi chú : Có thể $a \not\vdots m; b \not\vdots m$

còn $a + b : m$

Ví dụ : $8 \not\vdots 5; 7 \not\vdots 5; (8 + 7) : 5$

Tương tự như trên, có thể

$a \geq b; a \not\vdots m; b \not\vdots m$ còn $(a - b) : m$

Ví dụ : $a = 23; b = 11;$

$$23 \not\vdots 4; 11 \not\vdots 4; (23 - 11) : 4.$$

VIII- Dấu hiệu chia hết

1. Dấu hiệu chia hết cho 2

Các số có chữ số tận cùng thuộc $\{2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 0\}$ thì chia hết cho 2 và chỉ những số đó mới chia hết cho 2.

Ví dụ : $26 : 2$; $39 \not\div 2$.

2. Dấu hiệu chia hết cho 5

Các số có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5 và chỉ những số đó mới chia hết cho 5.

Ví dụ : $270 : 5$; $65 : 5$; $82 \not\div 5$

3. Dấu hiệu chia hết cho 9

Các số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9 và chỉ những số đó mới chia hết cho 9.

Ví dụ : $378 : 9$ vì $(3 + 7 + 8) : 9$

$265 \not\div 9$ vì $(2 + 6 + 5) \not\div 9$

4. Dấu hiệu chia hết cho 3

Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3 và chỉ các số đó mới chia hết cho 3.

Ví dụ : $351 : 3$ vì $(3 + 5 + 1) : 3$

$127 \not\div 3$ vì $(1 + 2 + 7) \not\div 3$

Ghi chú : Các số chia hết cho 9 thì chia hết cho 3. Đảo lại những số chia hết cho 3 có thể không chia hết cho 9.

IX. Số nguyên tố. Hợp số

1. Ước và bội

- Cho $a, b \in \mathbb{N}$, nếu $a : b$ ta nói b là *ước* của a , a là *bội* của b .

Tập hợp tất cả các ước của số a kí hiệu là $U(a)$, tập hợp các bội của a kí hiệu là $B(a)$

Ví dụ : $U(12) = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12\}$.

$B(6) = \{0 ; 6 ; 12 ; 18 ; 24 ; \dots\}$

Tổng quát, tập hợp $B(a) = \{a.k ; k \in \mathbb{N}\}$.

- Cách tìm $U(a)$ và $B(a)$.

- Để tìm các ước của số a ta thử chia a lần lượt cho $1, 2, 3, \dots, a$ để xem a chia hết cho số nào thì số đó là ước của a .

- Để tìm các bội của số a ta nhân a lần lượt với $0, 1, 2, 3, \dots$

Ghi chú : Số 1 là ước của số tự nhiên a bất kì.

Số tự nhiên $a \neq 0$ là ước của chính số a .

Số 0 là bội của mọi số tự nhiên.

Không có số nào có ước là số 0.

2. Số nguyên tố. Hợp số

Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 chỉ có hai ước là 1 và chính nó.

Hợp số là số tự nhiên lớn hơn 1 có nhiều hơn hai ước.

Ví dụ : 2 chỉ có các ước là 1 và 2. Vậy 2 là số nguyên tố.

6 có các ước là 1, 2, 3, 6. Vậy 6 là hợp số.

BẢNG CÁC SỐ NGUYÊN TỐ NHỎ HƠN 100

(các số nằm trong ô ☐ là số nguyên tố)

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

3. Phân tích một số ra thừa số nguyên tố

- Viết một số dưới dạng tích của các thừa số nguyên tố gọi là phân tích số đó ra thừa số nguyên tố

Ví dụ : $28 = 2.2.7 = 2^2.7$

- Cách phân tích một số ra thừa số nguyên tố.

Để phân tích số tự nhiên $a > 1$ ra thừa số nguyên tố ta dùng bảng các số nguyên tố. Chia a lần lượt cho các số nguyên tố trong bảng từ số nhỏ đến lớn.

Ví dụ :

588	2
294	2
147	3
49	7
7	7
1	

$$\Rightarrow 588 = 2.2.3.7.7 = 2^2.3.7^2$$

Ghi chú : Mọi số tự nhiên là hợp số đều phân tích được ra thừa số nguyên tố. Dù phân tích ra thừa số bằng cách nào thì vẫn được cùng một kết quả (có thể khác nhau về thứ tự các thừa số).

X- Ước chung và bội chung

1. Ước chung

Số tự nhiên x là ước của số tự nhiên a đồng thời là ước của số tự nhiên b gọi là **ước chung** của a và b .

Tổng quát : Ước chung của hai hay nhiều số là ước của tất cả các số đó.

Kí hiệu $ƯC(a, b)$ là tất cả các số là ước chung của a và của b thì

$$ƯC(a, b) = \{x \in \mathbb{N}^* \mid a : x ; b : x\}$$

Ta có : $ƯC(a, b) = Ư(a) \cap Ư(b)$

Tương tự ta có :

$$ƯC(a, b, c) = \{x \in \mathbb{N}^* \mid a : x ; b : x ; \text{ và } c : x\}$$

Ví dụ :

$$Ư(36) = \{1; 2; 4; 3; 9; 6; 18; 12; 36\}$$

$$Ư(90) = \{1; 2; 3; 5; 9; 6; 18; 10; 45; 90\}$$

$$Ư(36) \cap Ư(90) = ƯC(36, 90) = \{1; 2; 3; 6; 18\}$$

2. Ước chung lớn nhất (ƯCLN)

Ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của chúng.

Ước chung lớn nhất của các số a, b kí hiệu là $ƯCLN(a, b)$ hay (a, b) (nếu không có sự nhầm lẫn)

$ƯCLN(a, b) =$ số lớn nhất trong tập hợp $ƯC(a, b)$

Kí hiệu $ƯCLN(a, b, c)$ chỉ ước chung lớn nhất của ba số a, b, c .

Nếu $ƯCLN(a, b) = 1$ ta bảo a và b nguyên tố cùng nhau.

3. Cách tìm ƯCLN (a, b)

Bước 1 : Phân tích a và b ra thừa số nguyên tố.

Bước 2 : Chọn ra các thừa số nguyên tố chung.

Bước 3 : Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ nhỏ nhất. Tích đó là ƯCLN phải tìm.

Ví dụ : Tìm $ƯCLN(420, 540)$

Ta có :

420	2	540	2
210	2	270	2
105	3	135	3
35	5	45	3
7	7	15	3
1		5	5
		1	

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$ƯCLN(420, 540) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Tương tự như vậy, để tìm $ƯCLN(a, b, c)$ ta cũng phân tích a, b, c ra thừa số nguyên tố rồi lập tích các thừa số nguyên tố chung lấy với số mũ nhỏ nhất.

Ghi chú : Nếu $a \vdots b$ thì $ƯCLN(a, b) = b$

4. Cách tìm tập ƯC của nhiều số bằng tập hợp các ước của ƯCLN của chúng

Ta có : $ƯC(a, b) = Ư(ƯCLN(a, b))$

Ví dụ : $ƯCLN(420, 540) = 60$

$$ƯC(420, 540) = Ư(60) = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 12; 10; 20; 15; 30; 60\}$$

5. Bội chung

Bội chung của hai hay nhiều số là bội của tất cả các số đó.

Kí hiệu $BC(a, b)$ là tập hợp tất cả các bội chung của a và b

$BC(a, b, c)$ là tập hợp tất cả các bội chung của a, b và c .

Ta có :

$$BC(a, b) = \{ x \in \mathbf{N} \mid x : a \text{ và } x : b \}$$

$$BC(a, b) = B(a) \cap B(b)$$

$$BC(a, b, c) = \{ x \in \mathbf{N} \mid x : a, x : b \text{ và } x : c \}$$

$$BC(a, b, c) = B(a) \cap B(b) \cap B(c)$$

6. Bội chung nhỏ nhất (BCNN)

Bội chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số là số khác 0 nhỏ nhất trong tập hợp các bội chung của các số đó.

Kí hiệu : bội chung nhỏ nhất của a, b là $BCNN(a, b)$

bội chung nhỏ nhất của a, b, c là $BCNN(a, b, c)$

$BCNN(a, b)$ là số nhỏ nhất khác 0 của tập $BC(a, b)$

$BCNN(a, b, c)$ là số nhỏ nhất khác 0 của tập $BC(a, b, c)$

7. Cách tìm BCNN

Muốn tìm bội chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số lớn hơn 1, ta thực hiện :

Bước 1 : Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố

Bước 2 : Chọn ra các thừa số nguyên tố chung và riêng

Bước 3 : Lập tích các thừa số đã chọn ở bước 2 và mỗi thừa số lấy với số mũ lớn nhất của nó. Đó là BCNN phải tìm.

Ví dụ : Tìm $BCNN(24, 10)$

Ta có : $24 = 2^3 \cdot 3$; $10 = 2 \cdot 5$

Các thừa số nguyên tố chung và riêng là 2, 3, 5.

Từ đó ta có : $BCNN(24, 10) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

8. Tìm tập hợp các bội chung của nhiều số qua BCNN của chúng

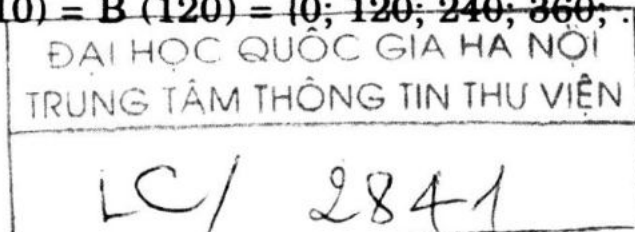
Ta có mỗi BC của nhiều số là một bội của BCNN của chúng.

$$BC(a, b) = B(BCNN(a, b))$$

$$BC(a, b, c) = B(BCNN(a, b, c))$$

Ví dụ : $BCNN(24, 10) = 120$

$$BC(24, 10) = B(120) = \{0; 120; 240; 360; \dots\} = \{120k, k \in \mathbf{N}\}.$$



Chương II.

SỐ NGUYÊN

I- Tập hợp số nguyên

1. Số nguyên

Các số $-1; -2; -3; -4; -5; \dots$ là các số *nguyên âm*

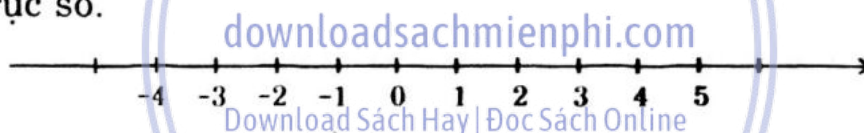
Các số $+1; +2; +3; +4; +5; \dots$ là các số *nguyên dương*.

Thường thường người ta bỏ các dấu "+" trước các số nguyên dương. Số 0 hợp với các số nguyên âm, các số nguyên dương tạo thành *tập hợp số nguyên*, kí hiệu là $\mathbb{Z}$.

$$\mathbb{Z} = \{\dots; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$$

2. Trục số

Lấy một đường thẳng, chọn một điểm làm gốc ghi số 0 và một đoạn thẳng làm đơn vị dài của trục. Phân chia đường thẳng, kể từ gốc 0, thành những đoạn thẳng bằng nhau bằng đoạn thẳng đơn vị và chọn chiều từ trái sang phải làm chiều dương, ta có một trục số.



Điểm trên trục số cách 0 ba đơn vị về bên trái biểu diễn số nguyên -3 , điểm cách 0 năm đơn vị về bên phải biểu diễn số nguyên dương $+5$. Làm tương tự, ta có thể biểu diễn các số nguyên trên trục số.

Điểm trên trục số biểu diễn số nguyên a gọi là *điểm a* .

3. Thứ tự trong tập hợp số nguyên

- Trong hai số nguyên khác nhau có một số nhỏ hơn số kia. Trên trục số, điểm a nằm bên trái điểm b thì số nguyên a nhỏ hơn số nguyên b , kí hiệu $a < b$. Khi đó ta cũng nói số b lớn hơn số a và viết $b > a$.
- Nếu $a < b$ và giữa a và b không có số nguyên nào ta bảo a là số *liền trước* b , còn b là số *liền sau* a .

Ví dụ : Cho hai số -3 và -2 thì -3 là số liền trước -2 còn -2 là số liền sau -3 .

- Ta thấy thứ tự trong tập hợp $\mathbb{Z}$ có tính chất bắc cầu (tính chất truyền), nghĩa là các số nguyên a, b, c mà

$$a > b \quad \text{và} \quad b > c \quad \text{thì} \quad a > c$$

$$a < b \quad \text{và} \quad b < c \quad \text{thì} \quad a < c$$

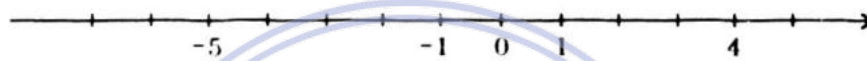
Từ đó suy ra :

- Một số nguyên dương bất kì lớn hơn mọi số nguyên âm.
- Mỗi số nguyên âm thì nhỏ hơn mọi số nguyên dương.

4. Giá trị tuyệt đối của một số nguyên

Khoảng cách từ điểm a đến điểm 0 trên trục số là *giá trị tuyệt đối* của số nguyên a , kí hiệu là $|a|$.

Ví dụ : $|+4| = 4$ vì điểm $+4$ cách 0 bốn đơn vị (hình vẽ)



Điểm -5 cách 0 năm đơn vị nên $|-5| = 5$.

II- Phép cộng các số nguyên

1. Quy tắc cộng số nguyên

- Để cộng hai số nguyên cùng dấu ta cộng hai giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt trước kết quả dấu chung của chúng.

$$\text{Ví dụ : } (+3) + (+8) = +(|+3| + |+8|) = +(3 + 8) = +11$$

$$(-2) + (-7) = -(|-2| + |-7|) = -(2 + 7) = -9$$

- Để cộng hai số nguyên trái dấu ta lấy giá trị tuyệt đối lớn trừ giá trị tuyệt đối nhỏ rồi đặt trước hiệu dấu của số nguyên có giá trị tuyệt đối lớn.

$$\text{Ví dụ : } (-3) + (+7) = +(|+7| - |-3|) = +(7 - 3) = +4$$

$$(-9) + (+4) = -(|-9| - |+4|) = -(9 - 4) = -5$$

Ghi chú : Tương tự như đối với các số tự nhiên, với a, b, c là các số nguyên mà $a + b = c$ ta gọi a, b là các số hạng, c là tổng (của a và b).

2. Tính chất của phép cộng các số nguyên

- Tính chất giao hoán : với mọi $a, b \in \mathbb{Z}$ ta có :

$$a + b = b + a$$

- Tính chất kết hợp : với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ thì :

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

- Cộng với số 0 : với mọi $a \in \mathbb{Z}$ thì :

$$a + 0 = 0 + a = a$$

- Cộng với số đối :

Hai số có cùng giá trị tuyệt đối, có dấu khác nhau là hai số đối nhau. Chẳng hạn 3 và -3.

Số đối của a kí hiệu là $-a$. Vì a là số đối của $-a$ nên $-(-a) = a$.

Tổng của hai số đối nhau thì bằng 0

$$a + (-a) = 0$$

Đảo lại, nếu tổng của hai số nguyên bằng 0 thì chúng là hai số đối nhau

$$a + b = 0 \quad \text{thì} \quad a = -b, \quad b = -a$$

III- Phép trừ hai số nguyên

- Muốn trừ số nguyên a cho số nguyên b ta cộng a với số đối của b :

$$a - b = a + (-b)$$

Ghi chú : $a - b$ như thường lệ gọi là hiệu của a trừ b . Số a là số bị trừ, b là số trừ.

Trong tập hợp $\mathbb{N}$ để có hiệu $a - b$ phải có điều kiện $a \geq b$ còn trong $\mathbb{Z}$ thì với mọi $a, b \in \mathbb{Z}$ ta đều có hiệu $(a - b) \in \mathbb{Z}$

Ví dụ : $(+3) - (-1) = (+3) + (+1) = +4$

$$\begin{aligned} (+5) - (+9) &= (+5) + (-9) = -(|-9| - | +5 |) \\ &= -(9 - 5) = -4 \end{aligned}$$

IV- Quy tắc dấu ngoặc và qui tắc chuyển vế

1. Quy tắc dấu ngoặc

- Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "-" đằng trước ta phải đổi dấu tất cả các số hạng trong dấu ngoặc.

Ví dụ :

$$\begin{aligned} 35 - (15 - 25) &= 35 - 15 + 25 = 35 + (-15) + 25 \\ &= (35 + 25) + (-15) = 60 + (-15) = 45 \end{aligned}$$

- Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "+" đằng trước ta giữ nguyên dấu của các số hạng trong dấu ngoặc.

$$\begin{aligned} \text{Ví dụ : } 7 + (21 - 8) &= 7 + 21 - 8 = (7 + 21) + (-8) \\ &= + (28 - 8) = +20 \end{aligned}$$

2. Tổng đại số

Một dãy các phép toán cộng, trừ các số nguyên là một *tổng đại số*.

Ví dụ : $7 - (-3) + (-8) - (+9)$

- Trong một tổng đại số ta có thể đổi chỗ một cách tùy ý các số hạng kèm theo dấu của chúng.

Ví dụ : $7 - (-3) + (-8) - (+9) = 7 - (+9) + (-8) - (-3)$

- Trong một tổng đại số ta có thể đặt thêm dấu ngoặc để nhóm một cách tùy ý các số hạng với điều kiện nếu trước ngoặc là dấu "-" thì phải đổi dấu các số hạng trong dấu ngoặc.

Ví dụ : $7 - (-3) + (-8) - (+9)$

$$= 7 - [(-3) - (-8)] - (+9) = [7 - (-3)] + [(-8) - (+9)]$$

3. Quy tắc chuyển vế

Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức ta phải đổi dấu số hạng đó. Với mọi $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ thì :

$$a + b - c = d \Rightarrow a - c = d - b$$

V- Phép nhân các số nguyên

1. Tích hai số nguyên

Số nguyên a nhân với số nguyên b được số nguyên c được kí hiệu là

$$a \times b = c \quad \text{hoặc} \quad a.b = c$$

Các số a, b gọi là các *thừa số*, số c gọi là *tích*.

2. Quy tắc nhân hai số nguyên

- $a.0 = 0.a = 0$
- Nếu a, b là hai số nguyên cùng dấu thì :

$$a.b = |a|.|b|$$

- Nếu a, b là hai số nguyên khác dấu thì :

$$a.b = -(|a|.|b|)$$

Ví dụ : $(-3).(-5) = |-3|.|-5| = 3.5 = 15$

$$(-6).(+4) = -(|-6|. |+4|) = -(6.4) = -24$$

Từ quy tắc nhân suy ra :

- Nếu $a.b = 0$ thì hoặc $a = 0$ hoặc $b = 0$
- Khi đổi dấu một thừa số thì tích đổi dấu. Khi đổi dấu hai thừa số thì tích không thay đổi.

3. Tính chất của phép nhân

Cho $a, b, c \in \mathbb{Z}$ thì :

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Ghi chú: Các tính chất của phép cộng, phép nhân các số nguyên cũng giống như các tính chất của phép cộng, phép nhân các số tự nhiên.

VI- Bội và ước của một số nguyên

1. Bội và ước của một số nguyên

Cho $a, b \in \mathbb{Z}$ trong đó $b \neq 0$. Nếu có số nguyên q sao cho $a = b \cdot q$ thì ta nói a chia hết cho b .

Ví dụ: -12 là bội của 6 vì $-12 = 6 \cdot (-2)$.

Các số 6 và -2 đều là ước của 12 .

2. Tính chất của phép chia hết

- Tính chất bắc cầu (tính chất truyền): Với $a, b, c \in \mathbb{Z}$, nếu a chia hết cho b và b chia hết cho c thì a chia hết cho c

$$a : b \text{ và } b : c \Rightarrow a : c$$

- Tính chất chia hết của bội: Với $a, b \in \mathbb{Z}$, nếu a chia hết cho b thì mọi bội của a chia hết cho b

$$a : b \Rightarrow ma : b \quad \forall m \in \mathbb{Z}$$

- Tính chất chia hết của tổng, hiệu. Với $a, b, c \in \mathbb{Z}$, nếu a chia hết cho c và b chia hết cho c thì tổng $a + b$ và hiệu $a - b$ đều chia hết cho c

$$a : c \text{ và } b : c \Rightarrow (a + b) : c \text{ và } (a - b) : c$$

Ví dụ: * $18 : 6$; $6 : (-2) \Rightarrow 18 : (-2)$

$$* \quad 24 : 8 \Rightarrow 24m : 8 \quad \forall m \in \mathbb{Z}$$

$$\text{vì } 24m = 8 \cdot (3m)$$

$$* \quad 72 : 12 ; \quad 48 : 12$$

$$\Rightarrow (72 + 48) = 120 \text{ chia hết cho } 12$$

$$(72 - 48) = 24 \text{ chia hết cho } 12.$$

Chương III.

PHÂN SỐ

I- Mở rộng khái niệm phân số

1. Phân số

Người ta gọi $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$ là một phân số; a là tử, b là mẫu của phân số và đọc là: *a phần b*.

Ví dụ: $\frac{3}{4}$ là phân số 3 phần 4 (hoặc ba phần tư)

$\frac{-2}{7}$ là phân số -2 phần 7 (hoặc âm hai phần bảy)

$\frac{5}{-9}$ là phân số 5 phần -9 (hoặc năm phần âm chín).

2. Chú ý

Mọi số nguyên đều có thể viết được dưới dạng phân số có tử là số ấy và mẫu là 1.

Ví dụ: $3 = \frac{3}{1}$; $-5 = \frac{-5}{1}$; $a = \frac{a}{1}$.

II- Phân số bằng nhau

Hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ gọi là bằng nhau nếu $a.d = b.c$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a.d = b.c$$

Ví dụ: $\frac{-7}{9} = \frac{14}{-18}$

vì $(-7).(-18) = 14.9 (= 126)$

III- Tính chất cơ bản của phân số

Tính chất 1

Nếu ta nhân cả tử và mẫu của một phân số với cùng một số nguyên khác 0 thì ta được một phân số bằng phân số đã cho:

$$\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m} \quad \text{với } m \in \mathbb{Z} \text{ và } m \neq 0$$

Ví dụ: $\frac{-2}{7} = \frac{-2.5}{7.5} = \frac{-10}{35}$; $\frac{-2}{7} = \frac{(-2).(-3)}{7.(-3)} = \frac{6}{-21}$.

Tính chất 2

Nếu ta chia cả tử và mẫu của một phân số cho cùng một ước chung của chúng thì ta được một phân số bằng phân số đã cho.

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n} \quad \text{với } n \in \text{ƯC}(a, b)$$

Ví dụ : Phân số $\frac{12}{21}$, có tử 12, mẫu 21. Tử và mẫu có ước chung là 3. Ta có :

$$\frac{12}{21} = \frac{12 : 3}{21 : 3} = \frac{4}{7}$$

Chú ý :

1) Từ các tính chất trên, ta thấy mỗi phân số có vô số phân số bằng nó. Các phân số bằng nhau là các cách viết khác nhau của cùng một số hữu tỷ.

2) Từ các tính chất trên, ta có thể viết một phân số bất kỳ có mẫu âm thành phân số bằng nó và có mẫu dương bằng cách nhân cả tử và mẫu của phân số đó với -1 .

Ví dụ :
$$\frac{3}{-7} = \frac{3 \cdot (-1)}{(-7) \cdot (-1)} = \frac{-3}{7}$$

IV- Rút gọn phân số

1. Cách rút gọn phân số

Muốn rút gọn một phân số ta chia cả tử và mẫu của phân số cho một ước chung của chúng (ước chung này phải khác 1 hoặc -1).

Ví dụ : Phân số $\frac{-42}{60}$

Tử và mẫu của phân số này là -42 , 60 có các ước chung (khác 1 và -1) là -2 ; 2 ; -3 ; 3 . Ta có thể rút gọn như sau :

$$\frac{-42}{60} = \frac{-42 : (-2)}{60 : (-2)} = \frac{21}{-30} = \frac{-21}{30}$$

hoặc
$$\frac{-42}{60} = \frac{-42 : 3}{60 : 3} = \frac{-14}{20}$$

2. Phân số tối giản

- Phân số tối giản hay phân số không rút gọn được nữa là phân số mà tử và mẫu chỉ có ước chung là 1 và -1 (tức là tử và mẫu của phân số là hai số có giá trị tuyệt đối nguyên tố cùng nhau)

$\frac{a}{b}$ tối giản nếu $|a|$ và $|b|$ nguyên tố cùng nhau

- Muốn đưa một phân số chưa tối giản về dạng tối giản, ta chia tử và mẫu của phân số ấy với *ước chung lớn nhất* của chúng.

Ví dụ : Đưa phân số $\frac{60}{84}$ về dạng tối giản.

Ta có: ƯCLN(60, 84) = 12

$$\frac{60}{84} = \frac{60 : 12}{84 : 12} = \frac{5}{7}.$$

V- Quy đồng mẫu nhiều phân số

1. Các bước thực hiện

Muốn quy đồng mẫu của nhiều phân số với mẫu dương ta thực hiện các bước : downloadsachmienphi.com

Bước 1 : Tìm một *Bội chung của các mẫu* để làm mẫu chung của các phân số. Thông thường người ta thường tìm *BCNN của các mẫu*.

Bước 2 : Tìm thừa số phụ của mỗi mẫu bằng cách chia mẫu chung cho từng mẫu.

Bước 3 : Nhân tử và mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng.

Ví dụ : Quy đồng mẫu các phân số

$$\frac{5}{12}; \frac{7}{30} \text{ và } \frac{11}{40}$$

- BCNN(12; 30; 40) = 120. Vậy ta chọn mẫu chung là 120.

- Chia 120 lần lượt cho 12; 30; 40 ta được các thừa số phụ tương ứng với các mẫu là 10; 4; 3.

- Cuối cùng ta có :

$$\frac{5}{12} = \frac{5.10}{12.10} = \frac{50}{120}; \frac{7}{30} = \frac{7.4}{30.4} = \frac{28}{120}; \frac{11}{40} = \frac{11.3}{40.3} = \frac{33}{120}.$$

2. Chú ý

- Trước khi quy đồng mẫu các phân số ta cần phải :
 - + Đưa các phân số có mẫu âm về dạng có mẫu dương ;
 - + Rút gọn các phân số chưa tối giản.
- Khi trong các mẫu có một mẫu chia hết cho các mẫu còn lại thì ta chọn mẫu này làm mẫu chung.
- Khi các mẫu là các số nguyên tố cùng nhau thì mẫu chung bằng tích của các mẫu.

Ví dụ : Quy đồng mẫu của các phân số :

$$\frac{2}{-3} ; \frac{45}{63} ; \frac{11}{42}.$$

Nhận xét :

Phân số $\frac{2}{-3}$ có mẫu âm, nên ta đưa về dạng có mẫu dương là $\frac{-2}{3}$.

Phân số $\frac{45}{63}$ chưa tối giản, ta giản ước với 9 và được phân số $\frac{5}{7}$.

Trong ba mẫu 3, 7 và 42 thì 42 chia hết cho 7 và chia hết cho 3. Vậy mẫu chung là 42 ;

Thừa số phụ tương ứng với 3 là 14 ;

Thừa số phụ tương ứng với 7 là 6.

$$\text{Ta được : } \frac{2}{-3} = \frac{-2}{3} = \frac{(-2).14}{3.14} = \frac{-28}{42} ; \frac{45}{63} = \frac{5}{7} = \frac{5.6}{7.6} = \frac{30}{42} ;$$

$$\text{Ta được ba phân số : } \frac{-28}{42} ; \frac{30}{42} \text{ và } \frac{11}{42}.$$

VI- So sánh hai phân số

1. So sánh hai phân số cùng mẫu

Quy tắc :

Trong hai phân số có cùng mẫu dương, phân số nào có tử lớn hơn thì lớn hơn.

Với $b > 0$ thì :

$$\text{– Nếu } a < c \text{ thì } \frac{a}{b} < \frac{c}{b} ;$$

$$\text{– Nếu } a > c \text{ thì } \frac{a}{b} > \frac{c}{b}.$$

Ví dụ : So sánh hai phân số : $\frac{2}{5}$ và $\frac{4}{-5}$.

Trước hết ta viết phân số $\frac{4}{-5}$ dưới dạng có mẫu dương và được phân số $\frac{-4}{5}$.

Hai phân số $\frac{2}{5}$ và $\frac{-4}{5}$ có cùng mẫu là 5 và vì $2 > -4$ nên $\frac{2}{5} > \frac{-4}{5}$.

2. So sánh hai phân số không cùng mẫu

Quy tắc :

Muốn so sánh hai phân số không cùng mẫu, ta quy đồng mẫu để viết chúng dưới dạng các phân số có cùng mẫu dương rồi so sánh các tử với nhau : Phân số nào có tử lớn hơn thì lớn hơn.

Ví dụ : So sánh $\frac{-5}{12}$ và $\frac{28}{-120}$

Trước hết, ta viết các phân số về dạng có mẫu dương và rút gọn các phân số chưa tối giản và được hai phân số $\frac{-5}{12}$ và $\frac{-7}{30}$.

Mẫu chung là 60. Các thừa số phụ là 5 và 2.

$$\begin{aligned} \frac{-5}{12} &= \frac{-25}{60} ; & \frac{-7}{30} &= \frac{-14}{60} ; \\ \text{vì } -25 < -14 &\text{ nên } \frac{-25}{60} < \frac{-14}{60} ; \\ &\text{suy ra } \frac{-5}{12} < \frac{28}{-120}. \end{aligned}$$

Chú ý : Trước khi thực hiện việc so sánh các phân số cần chú ý

- Viết các phân số có mẫu âm về dạng có mẫu dương.
- Rút gọn các phân số chưa tối giản.

3. Một số cách so sánh khác

a) So sánh qua một phân số trung gian

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{b} > \frac{p}{q} \\ \text{và} \quad \frac{p}{q} > \frac{c}{d} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{c}{d}$$

Đặc biệt, thường thường người ta hay so sánh với 1, với chú ý :
Trong các phân số có tử và mẫu là các số tự nhiên thì phân số nào có tử lớn hơn mẫu, phân số đó lớn hơn 1 và phân số nào có tử nhỏ hơn mẫu thì phân số đó nhỏ hơn 1.

Ở tiểu học, ta cũng quen thuộc với việc so sánh hai phân số có tử và mẫu là các số tự nhiên theo qui tắc : "Hai phân số có cùng tử (là số tự nhiên) thì phân số nào có mẫu (là số tự nhiên) lớn hơn thì nhỏ hơn".

Ví dụ : So sánh hai phân số $\frac{4}{13}$ và $\frac{6}{15}$.

$$\text{Ta có : } \frac{4}{13} < \frac{4}{12} \Rightarrow \frac{4}{13} < \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{6}{15} > \frac{5}{15} \Rightarrow \frac{6}{15} > \frac{1}{3} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :

$$\frac{4}{13} < \frac{6}{15}$$

Ví dụ : So sánh các phân số

$$\frac{214}{315} ; \frac{214}{321} \text{ và } \frac{205}{321}.$$

Ta có :

Hai phân số $\frac{214}{321}$ và $\frac{205}{321}$ có cùng mẫu

$$\text{mà } 205 < 214 \text{ nên } \frac{205}{321} < \frac{214}{321} \quad (1)$$

Hai phân số $\frac{214}{315}$ và $\frac{214}{321}$ là các phân số dương, có cùng tử

$$\text{mà } 321 > 315 \text{ nên : } \frac{214}{321} < \frac{214}{315} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :

$$\frac{205}{321} < \frac{214}{321} < \frac{214}{315}.$$

b) So sánh bằng cách xét các tích $a.d$ và $b.c$

$$\text{Ta có : } \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow a.d < b.c ;$$

$$(a, b, c, d \in \mathbf{Z}, b > 0, d > 0)$$

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \Leftrightarrow a.d > b.c ;$$

$$(a, b, c, d \in \mathbf{Z}, b > 0, d > 0)$$

Ví dụ : So sánh các phân số $\frac{-2}{7}$ và $\frac{12}{-29}$.

$$\text{Ta có : } \frac{12}{-29} = \frac{-12}{29}.$$

$$\text{Xét tích } (-2).29 = -58 \text{ và } 7.(-12) = -84$$

$$\text{mà } -58 > -84 \text{ hay vì } (-2).(29) > 7.(-12)$$

$$\Rightarrow \frac{-2}{7} > \frac{-12}{29} \text{ nên } \frac{-2}{7} > \frac{12}{-29}.$$

VII-Phép cộng phân số

1. Cộng hai phân số cùng mẫu

Quy tắc : Muốn cộng hai phân số cùng mẫu, ta cộng các tử và giữ nguyên mẫu

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}$$

2. Cộng hai phân số không cùng mẫu

Quy tắc : Muốn cộng hai phân số không cùng mẫu, ta quy đồng mẫu để đưa chúng về dạng các phân số có cùng mẫu rồi cộng các tử số lại và giữ nguyên mẫu.

Chú ý :

a) Các quy tắc trên đây cũng được ứng dụng trong việc cộng nhiều phân số.

b) Trước khi cộng các phân số, ta cần viết các phân số có mẫu âm thành phân số có mẫu dương, rút gọn các phân số chưa tối giản và sau khi cộng cần rút gọn các kết quả, nếu có thể.

c) **Phân số Ai Cập** : Phân số Ai Cập là các phân số có dạng $\frac{1}{n}$.

Mọi phân số có tử lớn hơn 1 đều viết được dưới dạng tổng các phân số Ai Cập với các mẫu khác nhau.

$$\text{Ví dụ : } \frac{7}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$$

3. **Tính chất cơ bản của phép cộng phân số**

Phép cộng các phân số có các tính chất :

a) Tính chất giao hoán : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$

b) Tính chất kết hợp : $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{p}{q} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{p}{q}\right)$

c) Cộng với số 0 : $\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$.

Người ta áp dụng các tính chất này của phép cộng để đổi chỗ và ghép các phân số một cách thích hợp giúp cho việc tính toán được đơn giản.

VIII- Phép trừ phân số

1. **Số đối**

Hai số gọi là đối nhau nếu tổng của chúng bằng 0. Số đối của phân số $\frac{a}{b}$ là phân số $-\frac{a}{b}$.

$$\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0$$

$$-\frac{a}{b} = \frac{a}{-b} = \frac{-a}{b}.$$

2. **Phép trừ phân số**

Muốn trừ một phân số cho một phân số, ta cộng số bị trừ với số đối của số trừ

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right)$$

Phép trừ phân số là phép toán ngược của phép cộng phân số.

3. Quy tắc thực hành

a) Trừ hai phân số có cùng mẫu

Muốn trừ hai phân số có cùng mẫu, ta lấy tử của số bị trừ trừ đi tử của số trừ và giữ nguyên mẫu.

$$\frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}$$

b) Trừ hai phân số có mẫu khác nhau

Muốn trừ hai phân số có mẫu khác nhau, ta quy đồng mẫu để đưa về trường hợp trừ hai phân số có cùng mẫu.

Ví dụ : Thực hiện phép tính

a) $\frac{7}{9} - \frac{-8}{9}$

b) $\frac{3}{7} - \frac{1}{3}$

Giải

a) Ta có : $\frac{7}{9} - \frac{-8}{9} = \frac{7 - (-8)}{9} = \frac{7+8}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$

b) $\frac{3}{7} - \frac{1}{3} = \frac{9}{21} - \frac{7}{21} = \frac{9-7}{21} = \frac{2}{21}$

IX- Phép nhân phân số

1. Quy tắc

- Muốn nhân hai phân số, ta nhân các tử với nhau và nhân các mẫu với nhau.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

- Muốn nhân một số nguyên với một phân số (hoặc một phân số với một số nguyên) ta nhân số nguyên với tử và giữ nguyên mẫu.

a. $\frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$

Chú ý : Trước khi thực hiện phép nhân các tử với nhau và nhân các mẫu với nhau, ta cần rút gọn các thừa số giống nhau thuộc tử và mẫu để phép tính được đơn giản.

2. Tính chất cơ bản của phép nhân phân số

Phép nhân phân số có các tính chất :

a) Tính chất giao hoán

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$$

b) Tính chất kết hợp

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q} \right)$$

c) Nhân với đơn vị

$$\frac{a}{b} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

d) Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} + \frac{p}{q} \right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q}$$

Áp dụng : Nhờ các tính chất giao hoán, kết hợp ta có thể đổi chỗ và ghép các phân số một cách thích hợp để phép toán được nhanh gọn.

Cần chú ý rút gọn các thừa số nếu có thể được để phép nhân được đơn giản.

Chú ý : Phép nhân nhiều phân số cũng có tính chất giao hoán, kết hợp và phân phối đối với phép cộng.

X- Phép chia phân số**1. Số nghịch đảo**

Hai số gọi là **nghịch đảo** của nhau khi tích của chúng bằng 1.

Ví dụ : $\frac{2}{5}$ và $\frac{5}{2}$; -3 và $-\frac{1}{3}$.

2. Quy tắc chia phân số

- Muốn chia một phân số cho một phân số, ta nhân phân số bị chia với số nghịch đảo của số chia

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a.d}{b.c}$$

- Muốn chia một số nguyên cho một phân số ta nhân số nguyên với số nghịch đảo của phân số

$$a : \frac{c}{d} = a \cdot \frac{d}{c} = \frac{a.d}{c}$$

- Muốn chia một phân số cho một số nguyên khác 0 ta giữ nguyên tử và nhân số nguyên với mẫu của phân số

$$\frac{a}{b} : m = \frac{a}{b.m} \quad (m \neq 0)$$

$$\begin{aligned} \text{Ví dụ : } \frac{3}{7} : \frac{21}{11} &= \frac{3}{7} \cdot \frac{11}{21} = \frac{1 \cdot 11}{7 \cdot 7} = \frac{11}{49}; \\ -5 : \frac{9}{17} &= (-5) \cdot \frac{17}{9} = \frac{(-5) \cdot 17}{9} = \frac{-85}{9} \\ \frac{6}{11} : 3 &= \frac{6}{11 \cdot 3} = \frac{2}{11}. \end{aligned}$$

Chú ý : Trường hợp chia một phân số cho một số nguyên, nếu tử của phân số chia hết cho số nguyên thì ta chia tử cho số nguyên và giữ nguyên mẫu.

$$\text{Ví dụ : } \frac{21}{50} : (-7) = \frac{21 : (-7)}{50} = \frac{-3}{50}.$$

XI- Hỗn số

1. Hỗn số

Hỗn số là số gồm phần nguyên kèm theo một phân số (thường là nhỏ hơn 1).

$$\text{Cần lưu ý : } 5\frac{1}{7} = 5 + \frac{1}{7}; -3\frac{4}{7} = (-3) + \left(-\frac{4}{7}\right)$$

2. Cách đổi phân số ra hỗn số và ngược lại

- Để đổi một phân số lớn hơn 1 ra dạng hỗn số, ta lấy tử chia cho mẫu. Thương (gần đúng) của phép chia là phần nguyên của hỗn số. Phân số kèm theo có mẫu là mẫu của phân số đã cho, còn tử là số dư trong phép chia trên đây.

$$\text{Ví dụ : } \frac{17}{5} = 3\frac{2}{5} \quad (17 = 5 \cdot 3 + 2)$$

Chú ý : Khi viết một phân số âm dưới dạng hỗn số, ta chỉ cần viết số đối của nó dưới dạng hỗn số rồi đặt thêm dấu trừ "-" trước kết quả.

$$\text{Ví dụ : } \frac{-27}{10}$$

$$\text{Ta có } \frac{27}{10} = 2\frac{7}{10}. \quad \text{Vậy } \frac{-27}{10} = -2\frac{7}{10}.$$

- Để đổi một hỗn số ra phân số, ta nhân mẫu của phân số kèm theo với phần nguyên rồi cộng với tử của phân số kèm theo. Kết quả tìm được là tử của phân số cần tìm, còn mẫu là mẫu của phân số kèm theo.

$$\text{Ví dụ : } 3\frac{7}{10} = \frac{3 \cdot 10 + 7}{10} = \frac{37}{10}; \quad -5\frac{2}{9} = \frac{-5 \cdot 9 - 2}{9} = \frac{-47}{9}$$

3. Thực hiện các phép tính có hỗn số

- Khi thực hiện các phép tính có các hỗn số, ta thường đổi các hỗn số thành các phân số rồi thực hiện các phép tính trên các phân số ấy.

Ví dụ :

$$3\frac{1}{7} \cdot 4\frac{3}{5} = \frac{22}{7} \cdot \frac{23}{5} = \frac{506}{35} = 14\frac{16}{35}$$

$$-2\frac{3}{10} + 1\frac{2}{5} = \frac{-23}{10} + \frac{7}{5} = \frac{-23 + 14}{10} = \frac{-9}{10}$$

- Riêng đối với hai phép tính cộng, trừ ta có thể thực hiện các phép tính trên các phần nguyên và các phép tính trên các phân số kèm theo riêng biệt rồi kết hợp các kết quả lại.

$$\begin{aligned} \text{Ví dụ : } -2\frac{3}{10} + 1\frac{2}{5} &= (-2 + 1) + \left(\frac{-3}{10} + \frac{2}{5}\right) \\ &= -1 + \left(\frac{-3 + 4}{10}\right) = -1 + \frac{1}{10} = \frac{-9}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3\frac{1}{2} + 4\frac{2}{3} + 5\frac{1}{6} &= (3 + 4 + 5) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) \\ &= 12 + \frac{8}{6} = 12 + 1\frac{1}{3} = 13\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

XII- Phân số thập phân – Số thập phân – Phần trăm

1. Phân số thập phân

- Phân số thập phân là phân số mà mẫu là lũy thừa của 10.
- Mẫu của phân số thập phân khi phân tích ra thừa số nguyên tố thì chỉ chứa các số nguyên tố 2; 5.

Ví dụ : $\frac{17}{100}$; $\frac{39}{1000}$ v.v... là các phân số thập phân

$\frac{30}{21}$; $\frac{47}{60}$ v.v... không phải là các phân số thập phân

2. Số thập phân

Số thập phân có hai phần :

- Phần nguyên viết bên trái dấu phẩy
- Phần thập phân viết bên phải dấu phẩy. Số chữ số của phần thập phân đúng bằng số chữ số 0 của mẫu của phân số thập phân.

Ví dụ : Phân số thập phân $\frac{73}{1000}$, mẫu có 3 chữ số 0, khi đổi ra số thập phân 0,073 thì phần thập phân gồm ba chữ số : 0; 7 và 3.

3. Phần trăm

Các phân số thập phân có mẫu là 100 còn được viết dưới dạng phần trăm với kí hiệu %.

Ví dụ : $0,37 = \frac{37}{100} = 37\%$; $4,2 = \frac{420}{100} = 420\%$.

XIII- Tìm giá trị phân số của một số cho trước

Quy tắc : Muốn tìm $\frac{m}{n}$ của một số b cho trước, ta tính

$$b \cdot \frac{m}{n} \quad \text{với } m, n \in \mathbb{N} \text{ và } n \neq 0.$$

Ví dụ : Tìm $\frac{2}{17}$ của 51.

$$\text{Ta tính } 51 \cdot \frac{2}{17} = 3 \cdot 2 = 6$$

XIV- Tìm một số biết giá trị một phân số của nó

Quy tắc :

Muốn tìm một số khi biết $\frac{m}{n}$ của nó bằng a ta tính

$$a : \frac{m}{n} = \frac{a \cdot n}{m} \quad \text{với } m, n \in \mathbb{N}^*.$$

Ví dụ : Tìm một số biết $3\frac{1}{7}$ của nó thì bằng $\frac{-2}{5}$.

Ta có $3\frac{1}{7} = \frac{22}{7}$.

Số cần tìm là : $\frac{-2}{5} : \frac{22}{7} = \frac{-2}{5} \cdot \frac{7}{22} = \frac{-7}{55}$

XV- Tìm tỉ số phần trăm của hai số

1. Tỉ số của hai số

Thương trong phép chia số a cho số b ($b \neq 0$) gọi là tỉ số của hai số a và b. Ta cũng kí hiệu tỉ số là $\frac{a}{b}$.

Chú ý :

– Khi nói tỉ số $\frac{a}{b}$ thì a và b có thể là các số nguyên, hỗn số, phân số v.v...

– Khi nói phân số $\frac{a}{b}$ thì a và b phải là các số nguyên.

2. Tỉ số phần trăm của hai số

Quy tắc :

Muốn tìm tỉ số phần trăm của hai số a và b, ta nhân a với 100 rồi chia cho b và viết thêm kí hiệu % vào kết quả.

$$\frac{a \cdot 100}{b} \%$$

Ví dụ : Tỉ số phần trăm của 3 và 6 là $\frac{3 \cdot 100}{6} = 50\%$

Chú ý : Muốn tìm tỉ lệ xích của một bản vẽ hoặc bản đồ, ta tìm tỉ số khoảng cách giữa hai điểm trên bản vẽ hoặc bản đồ và khoảng cách giữa hai điểm đó trên thực tế.

XVI- Các loại biểu đồ phần trăm

- Biểu đồ phần trăm dưới dạng cột
- Biểu đồ phần trăm dưới dạng ô vuông
- Biểu đồ phần trăm dưới dạng hình quạt.

PHẦN HÌNH HỌC

Chương I. ĐOẠN THẲNG

1. Điểm. Đường thẳng. Ba điểm thẳng hàng

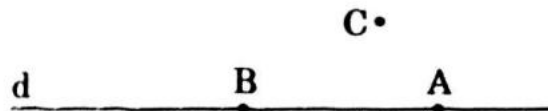
1. Mặt phẳng. Điểm. Đường thẳng

Mặt phẳng, điểm, đường thẳng là các khái niệm gốc của hình học. Ta hiểu các khái niệm này qua các ví dụ :

- Mặt nước hồ yên lặng cho ta hình ảnh của mặt phẳng. (Tuy nhiên mặt nước hồ bị giới hạn bởi bờ hồ, còn trong hình học, mặt phẳng không có giới hạn nào).
- Một hạt bụi trên mặt bàn, một chấm nhỏ trên tờ giấy cho ta hình ảnh các điểm.
- Một sợi chỉ căng thẳng cho ta hình ảnh đường thẳng. (Đường thẳng trong hình học không có giới hạn nào mà dài vô tận về cả hai phía).

2. Quan hệ liên thuộc của điểm và đường thẳng

- Các điểm được đặt tên bằng các chữ cái in hoa : A, B, C, ..., M, N, Đường thẳng thường được đặt tên bằng một chữ in thường: a, b, c, ..., m, p, ..., nhiều khi đường thẳng cũng được đặt tên bởi một cặp chữ in thường như xy, zt, ... hoặc một cặp chữ in hoa như AB, ..., MN (sẽ nói sau).
- Cho một đường thẳng trên mặt phẳng thì có những điểm thuộc đường thẳng, có những điểm không thuộc đường thẳng đó.



h.1

Trong (h.1) các điểm A, B thuộc đường thẳng d, điểm C không thuộc đường thẳng d, kí hiệu $A \in d$, $B \in d$, $C \notin d$.

Khi A thuộc d ta còn nói A nằm trên d hay d đi qua A.

Khi $C \notin d$ ta còn nói C không nằm trên d hay d không đi qua C.

3. Ba điểm thẳng hàng

Ba điểm (phân biệt) cùng nằm trên một đường thẳng gọi là *ba điểm thẳng hàng*. Ba điểm không cùng thuộc bất cứ đường thẳng nào gọi là ba điểm không thẳng hàng.

• E



h.2

Trong (h.2) ba điểm A, B, C cùng thuộc đường thẳng d là ba điểm thẳng hàng. Ba điểm B, C, E không thẳng hàng. Ta công nhận : *"Trong ba điểm thẳng hàng có một và chỉ một điểm nằm giữa hai điểm còn lại"*.

Trong (h.2) ba điểm A, B, C thẳng hàng. Điểm B nằm giữa hai điểm A và C. Khi đó ta nói B, C nằm cùng phía đối với A, hai điểm A, B nằm cùng phía đối với C. Hai điểm A và C nằm khác phía đối với B.

4. Đường thẳng đi qua hai điểm

Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm cho trước



Download Sách Hay | Đọc Sách Online

h.3

Trong (h.3) đường thẳng đi qua hai điểm A, B được gọi là đường thẳng AB hay đường thẳng BA.

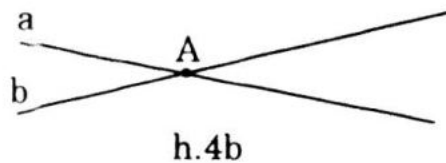
5. Quan hệ giữa hai đường thẳng

- Trong mặt phẳng cho hai đường thẳng thì hoặc là chúng có một điểm chung duy nhất hoặc chúng không có điểm chung.
- Hai đường thẳng không có điểm chung gọi là *hai đường thẳng song song*.

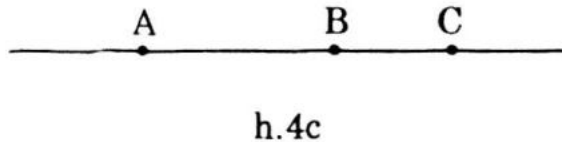


h.4a

- Trên (h.4a) hai đường thẳng xy và zt dù có kéo dài mãi về hai phía chúng cũng không gặp nhau. Chúng là hai đường thẳng song song, kí hiệu $xy \parallel zt$.



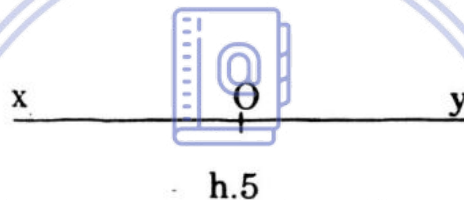
- Trên hình (h.4b) hai đường thẳng a và b có điểm chung duy nhất là A . Ta nói các đường thẳng a và b *cắt nhau* tại A hay *giao nhau* tại A . Điểm A gọi là *giao điểm* của a và b .



- Hai đường thẳng có hai điểm chung thì chúng trùng nhau. Trong hình (h.4c) đường thẳng AB và đường thẳng BC có hai điểm chung nên chúng trùng nhau.

II- Tia

1. Tia

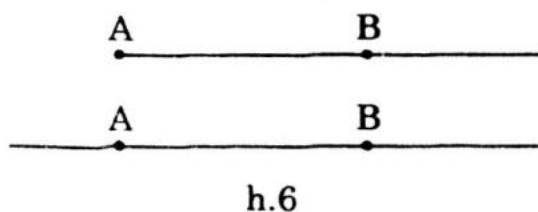


Cho điểm O trên đường thẳng xy . Điểm O chia đường thẳng xy thành hai phần bên trái và bên phải điểm O (hình h.5). Hình gồm điểm O và một phần đường thẳng chia ra bởi O gọi là *tia gốc O* .

Trên hình (h.5) điểm O và phần đường thẳng bên trái O lập thành *tia Ox* . Điểm O và phần đường thẳng bên phải O là *tia Oy* .

Ghi chú :

- Người ta còn gọi tia Ox là *nửa đường thẳng Ox* .
- Khi ghi tên một tia ta phải ghi điểm gốc trước. Một tia có thể được xác định bởi hai điểm. Trên hình (h.6) hai điểm A, B xác định tia AB , như vậy điểm A là gốc, phần đường thẳng bị giới hạn ở điểm A còn phần đường thẳng về phía B có thể kéo dài ra mãi.



- Cho hai điểm A, B ta nói **đường thẳng AB** nghĩa là hình không bị giới hạn về phía A cũng như không bị giới hạn về phía B. *Đường thẳng AB cũng là đường thẳng BA, nhưng tia AB khác tia BA.*

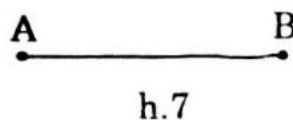
2. Hai tia đối nhau

Hai tia chung một gốc và tạo thành một đường thẳng là hai tia đối nhau. Mỗi một điểm trên một đường thẳng đều là gốc chung của hai tia đối nhau.

III- Đoạn thẳng. Độ dài đoạn thẳng. Trung điểm

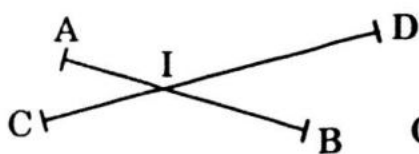
1. Đoạn thẳng

- Hình gồm điểm A, điểm B và tất cả các điểm nằm giữa A và B gọi là **đoạn thẳng AB**. Điểm A, điểm B là các đầu mút của **đoạn thẳng AB** (hình h.7). Đoạn thẳng AB còn gọi là **đoạn thẳng BA**.
- Hai đoạn thẳng có thể có điểm chung duy nhất. Ta nói hai đoạn thẳng *cắt nhau* hay *giao nhau* và điểm chung gọi là *giao điểm*. Trên hình (h.8a) hai đoạn thẳng AB và CD cắt nhau tại giao điểm I.

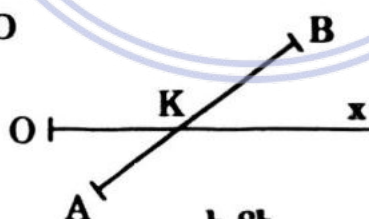


h.7

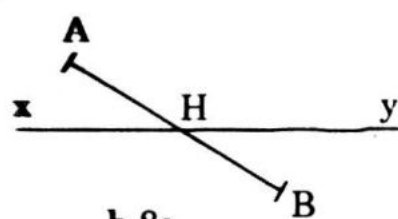
Tương tự như trên, một **đoạn thẳng** có thể cắt một tia (hình h.8b), cắt một đường thẳng (hình h.8c).



h.8a



h.8b



h.8c

Ghi chú : Khi hai đầu mút của một đoạn thẳng thứ nhất nằm giữa hai đầu mút của đoạn thẳng thứ hai thì mọi điểm của đoạn thẳng thứ nhất nằm giữa hai đầu mút của đoạn thẳng thứ hai. Tương tự như vậy đối với tia, đối với đường thẳng.

2. Độ dài đoạn thẳng

Mỗi đoạn thẳng có một **độ dài xác định**. **Độ dài của một đoạn thẳng là một số dương.**

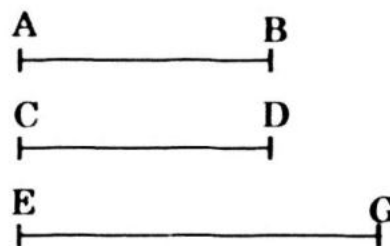
Độ dài đoạn thẳng AB kí hiệu là AB hay BA (như vậy một đoạn thẳng và độ dài của nó có cùng một kí hiệu).

Khi điểm A trùng với điểm B, ta bảo độ dài đoạn thẳng AB bằng 0.

Ghi chú : Độ dài của đoạn thẳng còn gọi là *khoảng cách* hai điểm đầu mút của đoạn thẳng đó.

3. So sánh hai đoạn thẳng

Khi so sánh hai đoạn thẳng qua độ dài của chúng phải dùng cùng đơn vị dài.



h.9

- Hai đoạn thẳng AB và CD có cùng độ dài ta nói AB bằng CD, kí hiệu $AB = CD$.
- Đoạn thẳng AB có độ dài *nhỏ hơn* độ dài đoạn thẳng EG ta nói AB ngắn hơn (nhỏ hơn) đoạn thẳng EG, kí hiệu $AB < EG$. Khi đó ta cũng nói EG dài hơn (lớn hơn) AB và viết $EG > AB$.

4. Tính chất cộng của độ dài đoạn thẳng



h.10

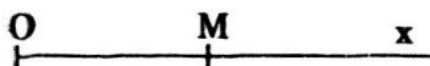
Nếu điểm M nằm giữa hai điểm A và B (hình h.10) thì :

$$AM + MB = AB$$

Đảo lại nếu ta có $AM + MB = AB$ thì điểm M nằm giữa A và B.

5. Vẽ đoạn thẳng trên một tia khi biết độ dài

- Cho trước số $m > 0$ bao giờ cũng xác định được trên tia Ox điểm M duy nhất sao cho $OM = m$ (hình h.11a).



h.11a

- Nếu trên tia Ox có hai điểm M và N sao cho $OM < ON$ thì điểm M nằm giữa O và N (hình h.11b).



h.11b

- Nếu có ba điểm M, N, P trên tia Ox sao cho $OM < ON < OP$ thì điểm N nằm giữa hai điểm M và P.

6. Trung điểm của đoạn thẳng



h.12

Điểm M là *trung điểm* của đoạn thẳng AB nếu :

$$\begin{cases} + & \text{M nằm giữa A và B} \\ + & MA = MB \end{cases}$$

hoặc :

$$\begin{cases} + & \text{M nằm giữa A và B} \\ + & MA = MB = \frac{AB}{2} \end{cases}$$

downloaadsachmienphi.com

Ghi chú :

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

Đôi khi người ta gọi trung điểm của đoạn thẳng AB là điểm *chính giữa* của AB. Cần **phân biệt** điểm nằm giữa 2 điểm với trung điểm của một đoạn.

Chương II.

GÓC

I- Nửa mặt phẳng

1. Mặt phẳng

Một mặt bàn phẳng và rộng vô hạn, một mặt bảng, một tờ giấy v.v... là hình ảnh của một mặt phẳng.

2. Nửa mặt phẳng

- Hình gồm đường thẳng a và một phần mặt phẳng bị cắt ra bởi a là một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng a .
- Hai nửa mặt phẳng có chung một bờ là hai nửa mặt phẳng đối nhau.
- Đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng cũng là bờ chung của hai nửa mặt phẳng đối nhau.
- Nếu hai điểm A và B nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng a thì đoạn thẳng AB không cắt đường thẳng a . Nếu hai điểm A, C nằm trong hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là đường thẳng a thì đoạn thẳng AC cắt đường thẳng a tại một điểm.

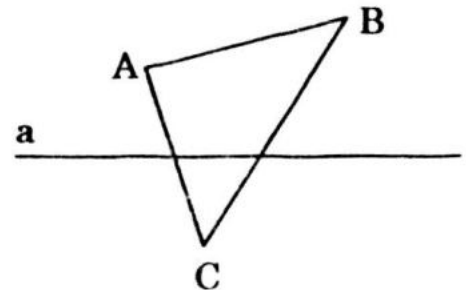
Ví dụ : Cho đường thẳng a và ba điểm A, B, C . Đoạn thẳng AB không cắt đường thẳng a . Đoạn thẳng AC cắt đường thẳng a tại một điểm. Chứng tỏ đoạn thẳng BC cũng cắt đường thẳng a .

Giải

Ta có :

- Đoạn thẳng AB không cắt đường thẳng a , do đó hai điểm A và B nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ a (1)
- Đoạn thẳng AC cắt đường thẳng a tại một điểm, do đó hai điểm A và C nằm trong hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra hai điểm B và C nằm trong hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a . Vậy đoạn thẳng BC phải cắt đường thẳng a .

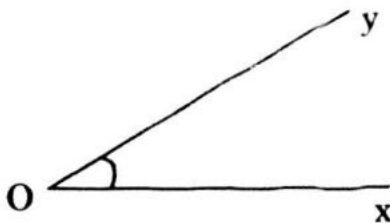


II- Góc

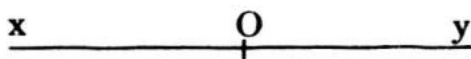
1. Góc

- Góc xOy là hình tạo bởi hai tia chung gốc Ox , Oy .

Góc xOy có đỉnh là điểm O , hai cạnh là Ox , Oy .

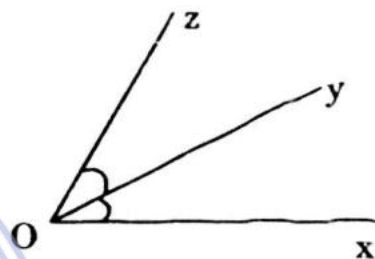


- Góc bẹt là góc tạo bởi hai tia đối nhau. Hai cạnh của góc bẹt tạo thành một đường thẳng.



- Hai góc kề nhau là hai góc có một cạnh chung và hai cạnh còn lại nằm trong hai nửa mặt phẳng đối nhau, bờ là cạnh chung.

Chú ý : Hai góc kề nhau phải có chung một đỉnh.



2. Số đo góc

- Góc bẹt có số đo là 180° .
- Góc vuông có số đo là 90° ; góc nhọn là góc có số đo nhỏ hơn 90° ; góc tù là góc có số đo lớn hơn 90° .
- Hai góc phụ nhau là hai góc có tổng các số đo bằng 90° .
- Hai góc bù nhau là hai góc có tổng các số đo bằng 180° .
- Hai góc kề bù là hai góc kề nhau và có tổng các số đo bằng 180° . Hai góc kề bù có một cạnh chung và hai cạnh còn lại tạo thành một đường thẳng.

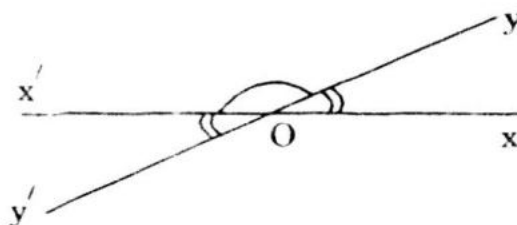
Ví dụ : Cho hai đường thẳng $x'x$ và $y'y$ cắt nhau tại điểm O .

a) Có bao nhiêu góc (không phải là góc bẹt) được tạo thành.

b) Biết góc $\widehat{xOy} = 35^\circ$. Tính các góc $\widehat{x'Oy}$, $\widehat{x'Oy'}$, $\widehat{y'Ox}$. Có nhận xét gì về các góc trên đây ?

Giải

a) Ta có tất cả bốn tia Ox , Oy , Ox' , Oy' . Ngoài trừ các tia đối nhau tạo thành các góc bẹt, ta thấy các tia không đối nhau tạo thành bốn góc xOy , $x'Oy$, $x'Oy'$, $y'Ox$.



b) Ta có : hai góc $\widehat{x'Oy}$ và $\widehat{xOy}$ là hai góc kề bù, cho ta

$$\widehat{x'Oy} + \widehat{xOy} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{x'Oy} = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ.$$

Hai góc $\widehat{x'Oy'}$ và $\widehat{x'Oy}$ là hai góc kề bù, cho ta

$$\widehat{x'Oy'} + \widehat{x'Oy} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{x'Oy'} + 145^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{x'Oy'} = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ.$$

Hai góc $\widehat{y'Ox}$ và $\widehat{xOy}$ cũng là hai góc kề bù, tương tự như trên ta tính ra

$$\widehat{y'Ox} = 145^\circ.$$

Ta nhận thấy

$$\widehat{x'Oy'} = \widehat{xOy} \quad \text{và} \quad \widehat{x'Oy} = \widehat{y'Ox}$$

Hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm tạo ra 4 góc (không kể góc bẹt) và trong các góc ấy thì đôi một bằng nhau.

III- Tia nằm giữa hai tia

1. – Cho hai tia Ox , Oy chung gốc O . Lấy một điểm M thuộc Ox và một điểm N thuộc Oy . Nếu tia Oz cắt đoạn thẳng MN thì tia Oz nằm giữa hai tia Ox , Oy .

– Khi hai tia Oy , Oz thuộc một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox mà ta có $\widehat{xOz} < \widehat{xOy}$ thì tia Oz nằm giữa hai tia Ox , Oy .

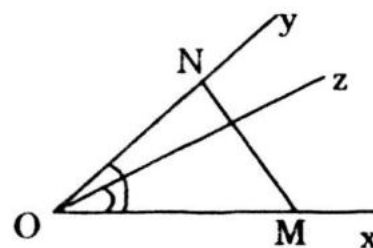
2. Nếu tia Oz nằm giữa hai tia Ox , Oy thì ta có

$$\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = \widehat{xOy}$$

Ngược lại, nếu ta có

$$\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = \widehat{xOy}$$

thì tia Oz nằm giữa hai tia Ox , Oy .

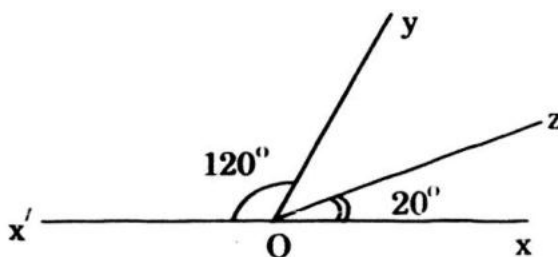


Ví dụ : Trên đường thẳng $x'x$ có một điểm O . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $x'x$, ta vẽ các tia Oy , Oz . Biết $\widehat{x'Oy} = 120^\circ$ và $\widehat{xOz} = 20^\circ$.

a) Chứng tỏ tia Oz nằm giữa hai tia Ox , Oy .

b) Tính góc $\widehat{zOy}$?

Giải



Ta có :

a) Hai góc $\widehat{x'Oy}$ và $\widehat{xOy}$ là hai góc kề bù nên

$$\widehat{x'Oy} + \widehat{xOy} = 180^\circ$$

$$120^\circ + \widehat{xOy} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{xOy} = 60^\circ.$$

Hai tia Oz , Oy cùng nằm trong một nửa mặt phẳng, bờ chứa tia Ox mà $\widehat{xOy} > \widehat{xOz}$.

Vậy tia Oz nằm giữa hai tia Ox , Oy .

b) Tia Oz nằm giữa hai tia Ox , Oy , ta có :

$$\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = \widehat{xOy}$$

$$\Rightarrow 20^\circ + \widehat{zOy} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{zOy} = 40^\circ.$$

IV- Tia phân giác của góc

1. Tia phân giác của góc

- Tia phân giác của một góc là tia nằm giữa hai cạnh của góc và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau.
- Nếu tia Oz là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ thì

$$\begin{cases} \widehat{xOz} + \widehat{zOy} = \widehat{xOy} \\ \widehat{zOx} = \widehat{zOy} \end{cases}$$

hoặc $\widehat{xOz} = \widehat{zOy} = \frac{1}{2} \widehat{xOy}$

2. Cách vẽ tia phân giác của một góc

Cho một góc xOy có số đo là a° . Ta có thể vẽ tia phân giác Oz của góc xOy như sau :

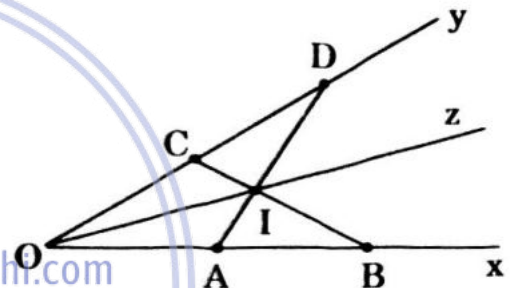
Cách 1: Dùng thước đo góc, vẽ một tia Oz nằm trong góc xOy và tạo với cạnh Ox (hoặc cạnh Oy) một góc $\frac{a^\circ}{2}$.

Cách 2 : Gập tờ giấy trên đó có vẽ góc xOy sao cho cạnh Ox trùng với cạnh Oy . Nếp gấp là đường thẳng đi qua đỉnh O , chứa tia phân giác Oz .

Cách 3 :

– Lấy trên cạnh Ox hai điểm A , B và trên cạnh Oy hai điểm C , D sao cho: $OA = OC$; $OB = OD$

– Vẽ hai đoạn thẳng AD và BC . Hai đoạn thẳng này cắt nhau tại điểm I .



Tia OI là tia phân giác cần vẽ.

Ví dụ : Cho một đường thẳng $x'x$ và một điểm O nằm trên đường thẳng ấy. Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là đường thẳng $x'x$, có hai điểm A , B .

Biết $\widehat{x'OA} = 150^\circ$ và $\widehat{BOx} = 30^\circ$.

Chứng tỏ tia Ox là tia phân giác của góc $\widehat{AOB}$.

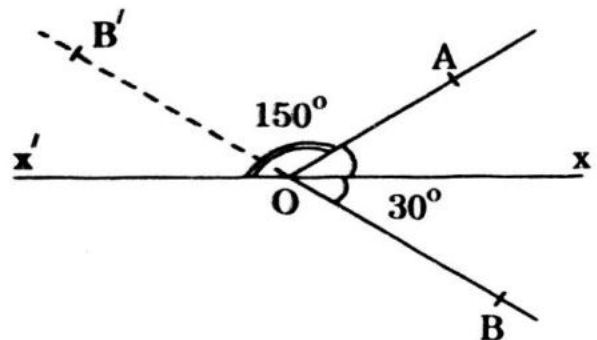
Giải

Hai góc $\widehat{x'OA}$ và $\widehat{AOx}$ là hai góc kề bù, cho ta

$$\begin{aligned} \widehat{x'OA} + \widehat{AOx} &= 180^\circ \\ \Rightarrow \widehat{AOx} &= 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ \end{aligned}$$

Như vậy, ta có :

$$\widehat{AOx} = \widehat{BOx} \quad (1)$$



Vẽ tia OB' là tia đối của tia OB . Ta dễ dàng tính được $\widehat{x'OB'} = 30^\circ$, suy ra $\widehat{B'OA} = 120^\circ$ và cuối cùng tính được

$$\widehat{AOB} = 60^\circ \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\widehat{AOx} = \widehat{BOx} = \frac{1}{2} \widehat{AOB}$$

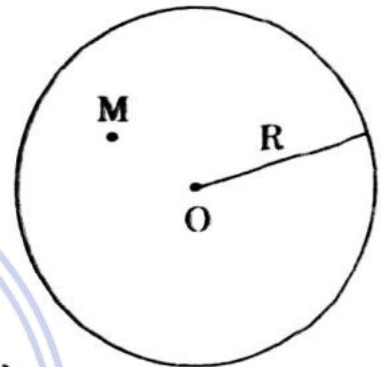
Vậy tia Ox là tia phân giác của góc $\widehat{AOB}$.

V- Đường tròn

1. Đường tròn và hình tròn

- Đường tròn tâm O , bán kính R là hình gồm các điểm cách O một khoảng bằng R .

Đường tròn tâm O , bán kính R được kí hiệu là $(O; R)$.



- Với mọi điểm M trong mặt phẳng thì :

+ $OM = R \Rightarrow$ điểm M nằm trên đường tròn

+ $OM < R \Rightarrow$ điểm M nằm bên trong đường tròn

+ $OM > R \Rightarrow$ điểm M nằm bên ngoài đường tròn.

- Hình tròn là hình gồm các điểm nằm trên đường tròn và các điểm nằm bên trong đường tròn.

2. Cung và dây cung

- Hai điểm A, B nằm trên một đường tròn, chia đường tròn thành hai phần. Mỗi phần gọi là một *cung tròn*. Đoạn thẳng AB được gọi là *dây cung*.
- Dây cung đi qua tâm là *đường kính*. Đường kính là dây cung lớn nhất và gấp đôi bán kính.

VI- Tam giác

1. Tam giác

- Tam giác ABC là hình gồm ba đoạn thẳng AB, BC, CA khi ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Kí hiệu : $\triangle ABC$ (đọc là tam giác ABC)

- Tam giác có :
 - + ba đỉnh là A, B, C.
 - + ba góc $\widehat{BAC}$, $\widehat{CBA}$, $\widehat{ACB}$ hoặc đơn giản hơn là $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$
 - + ba cạnh AB, BC, CA.
- Một điểm M nằm trong cả ba góc của tam giác gọi là *điểm trong* của tam giác. Một điểm không nằm trong tam giác và không nằm trên cạnh nào của tam giác được gọi là *điểm ngoài* của tam giác.

2. Điều kiện để vẽ được tam giác

Để vẽ được tam giác ABC thì các đoạn thẳng AB, BC, CA phải thỏa mãn các điều kiện :

$$AB < BC + CA$$

$$BC < AB + CA$$

$$CA < AB + BC$$

Ví dụ : Cho tam giác ABC. Trên cạnh BC ta lấy ba điểm D, E, F theo thứ tự ấy. Nối các đoạn thẳng AD, AE, AF. Tính số tam giác được tạo thành.

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

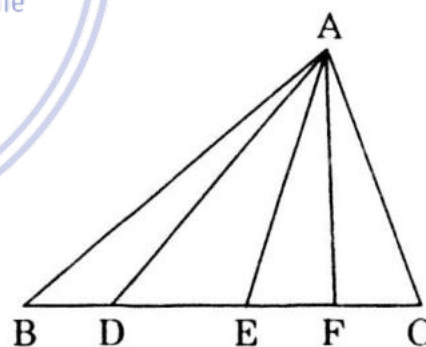
Giải

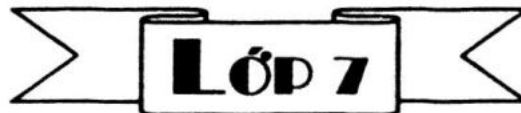
Cùng với các đoạn thẳng BC, BE, BD, ..., ta có :

- Đoạn thẳng AB hợp với đoạn thẳng AD, AE, AF, AC cho ta 4 tam giác : ABD, ABE, ABF, ABC;
- Đoạn thẳng AD hợp với đoạn thẳng AE, AF, AC cho ta 3 tam giác : ADE, ADF, ADC;
- Đoạn thẳng AE hợp với đoạn thẳng AF, AC cho ta 2 tam giác : AEF, AEC;
- Đoạn thẳng AF hợp với đoạn thẳng AC cho ta 1 tam giác : AFC;

Tổng cộng ta có :

$$4 + 3 + 2 + 1 = 10 \text{ tam giác.}$$





PHẦN ĐẠI SỐ

Chương I.

SỐ HỮU TỈ – SỐ THỰC

I- SỐ HỮU TỈ

1. Định nghĩa

Số hữu tỉ là số có thể viết dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$).

Tập hợp số hữu tỉ kí hiệu là $\mathbb{Q}$.

Mỗi số tự nhiên, mỗi số nguyên là một số hữu tỉ.

Quan hệ giữa tập hợp số tự nhiên $\mathbb{N}$, tập hợp số nguyên $\mathbb{Z}$, tập hợp số hữu tỉ $\mathbb{Q}$ như sau :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

Sơ đồ Ven minh họa quan hệ giữa $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ và $\mathbb{Q}$.



2. Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

Muốn biểu diễn số $x \in \mathbb{Q}$ trên trục số ta viết x dưới dạng một phân số tối giản với mẫu dương : $x = \frac{a}{m}$, $a, m \in \mathbb{Z}, m > 0$,

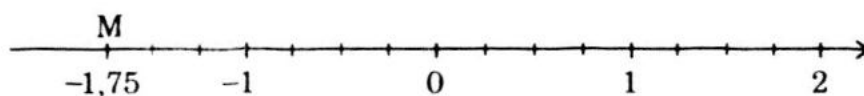
$$\text{ƯCLN}(a, m) = 1$$

Chia đoạn thẳng đơn vị của trục số thành m đoạn thẳng bằng nhau. Lấy đoạn thẳng nhỏ vừa chia trên làm đoạn thẳng đơn vị mới. Điểm biểu diễn số x nằm trên trục số cách điểm gốc O khoảng cách a đơn vị mới về bên trái nếu $a < 0$, về bên phải nếu $a > 0$.

Ví dụ : Biểu diễn trên trục số $-1,75$

$$\text{Ta viết : } -1,75 = \frac{-175}{100} = \frac{-7}{4}.$$

Chia đoạn $[0; 1]$ thành 4 đoạn thẳng bằng nhau. Điểm M biểu diễn số $-1,75$ ở bên trái cách gốc O bảy đơn vị mới.



3. So sánh hai số hữu tỉ

Số x lớn hơn số y kí hiệu là $x > y$.

Số x nhỏ hơn số y kí hiệu là $x < y$.

Cho hai số hữu tỉ x, y thì chắc chắn có một và chỉ một tình huống sau đây : $x < y$ hoặc $x = y$ hoặc $x > y$. Muốn biết tình huống nào trong ba tình huống trên xảy ra (tức là so sánh x và y), ta viết x, y dưới dạng các phân số có cùng mẫu dương :

$$x = \frac{a}{m}, \quad y = \frac{b}{m}, \quad a, b, m \in \mathbb{Z}, m > 0.$$

- Nếu $a < b$ thì $x < y$
- Nếu $a = b$ thì $x = y$
- Nếu $a > b$ thì $x > y$.

Trên trục số, điểm biểu diễn số nhỏ ở bên trái điểm biểu diễn số lớn.

Một vài cách so sánh khác :

a) Cho $x = \frac{a}{b}, y = \frac{c}{d}, b > 0, d > 0$

Nếu $ad < bc$ thì $x < y$

Nếu $ad = bc$ thì $x = y$

Nếu $ad > bc$ thì $x > y$

b) Cho $x = \frac{a}{b}, y = \frac{a}{c}, a, b, c > 0$

Nếu $b > c$ thì $x < y$

Nếu $b = c$ thì $x = y$

Nếu $b < c$ thì $x > y$

c) Cho $x, y, z \in \mathbb{Q}$.

Nếu $x < y, y < z$ thì $x < z$.

4. Số hữu tỉ dương, số hữu tỉ âm

- Số hữu tỉ lớn hơn 0 gọi là số hữu tỉ dương. Người ta dùng chữ Q^+ để chỉ tập hợp các số hữu tỉ dương.
- Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 gọi là số hữu tỉ âm.
- Số 0 không phải là số hữu tỉ âm, cũng không phải là số hữu tỉ dương.

II- PHÉP CỘNG VÀ TRỪ CÁC SỐ HỮU TỈ

1. Cộng các số hữu tỉ

Muốn cộng các số hữu tỉ, ta viết chúng dưới dạng các phân số có cùng mẫu dương rồi cộng các tử với nhau và giữ nguyên mẫu.

$x, y \in Q$, tìm cách viết $x = \frac{a}{m}, y = \frac{b}{m}, a, b, m \in Z, m > 0$

$$x + y = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a + b}{m}$$

Số $x + y$ gọi là tổng của x và y . Mỗi số x và y gọi là các số hạng của tổng $x + y$.

2. Số đối

Nếu hai số x và y có tổng bằng 0 thì số này gọi là số đối của số kia.

$$x + y = 0,$$

x là số đối của y , y là số đối của x .

Số đối của số x kí hiệu là $-x$

Số đối của $-x$ là x , do đó : $-(-x) = x$.

3. Phép trừ số hữu tỉ

Muốn trừ số hữu tỉ x cho số hữu tỉ y , ta cộng x với số đối của y

$$x - y = x + (-y)$$

4. Các tính chất của phép cộng

Các tính chất của phép cộng các số hữu tỉ cũng giống các tính chất phép cộng các số nguyên.

- Tính chất giao hoán :

$$x + y = y + x \quad \text{với mọi } x, y \in Q$$

- Tính chất kết hợp :

$$x + (y + z) = (x + y) + z$$

$$\text{với mọi } x, y, z \in Q$$

- Số hữu tỉ không thay đổi khi cộng với số 0 :

$$x + 0 = x \quad \text{với mọi } x \in \mathbb{Q}$$

- Tổng của một số với số đối của nó bằng 0 :

$$x + (-x) = 0$$

5. Tổng đại số

Biểu thức gồm dãy các số liên hệ bởi các dấu phép toán cộng và trừ là một tổng đại số.

$$\text{Ví dụ : } 3,5 - (-3) + \frac{2}{3} - 4\frac{3}{4}.$$

Trong một tổng đại số, ta có thể đổi chỗ một cách tùy ý các số hạng kèm theo dấu của chúng.

$$\text{Ví dụ : } 3,5 - (-3) + \frac{2}{3} - 4\frac{3}{4} = -4\frac{3}{4} - (-3) + 3,5 + \frac{2}{3}.$$

III- QUY TẮC DẤU NGOẶC - QUY TẮC CHUYỂN VẾ

1. Quy tắc dấu ngoặc

Một biểu thức có chứa trong dấu ngoặc một tổng đại số.

- Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "-" đằng trước, ta phải đổi dấu tất cả các số hạng trong dấu ngoặc.
- Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "+" đằng trước, ta giữ nguyên dấu các số hạng trong dấu ngoặc đó.

$$\text{Ví dụ : } 3,7 - \left(\frac{2}{3} - 4 + \frac{4}{5} \right) = 3,7 - \frac{2}{3} + 4 - \frac{4}{5}$$

$$4 + \left(\frac{6}{7} - 3,1 + \frac{2}{3} \right) = 4 + \frac{6}{7} - 3,1 + \frac{2}{3}$$

- Trong một tổng đại số, ta có thể đặt thêm các dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý, với điều kiện trước dấu ngoặc là dấu "-" thì phải đổi dấu các số hạng trong dấu ngoặc.

$$\text{Ví dụ : } 4,3 - (-3) + \frac{3}{4} - 5,2 + (-2) = 4,3 - \left(3 - \frac{3}{4} \right) + (-5,2 - 2).$$

2. Quy tắc chuyển vế

Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó.

$$a + b - c = d \Rightarrow a + b = c + d$$

$$a - c = d - b \quad (\text{với mọi } a, b, c, d \in \mathbb{Q})$$

3. Luật giản ước

Ta có thể thêm vào hay bớt đi cùng một số ở hai vế của một đẳng thức, của một bất đẳng thức.

Với mọi $a, b, c \in \mathbb{Q}$ ta có :

$$a = b \Rightarrow a + c = b + c$$

$$a + c = b + c \Rightarrow a = b$$

$$a > b \Rightarrow a + c > b + c$$

$$a + c > b + c \Rightarrow a > b$$

$$a < b \Rightarrow a + c < b + c$$

$$a + c < b + c \Rightarrow a < b$$

IV- NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

1. Nhân hai số hữu tỉ

Muốn nhân hai số hữu tỉ x, y ta viết chúng dưới dạng hai phân số $x = \frac{a}{b}, y = \frac{c}{d}$ và thực hiện nhân tử với tử, mẫu với mẫu hai phân số đó.

$$x.y = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Số $x.y$ gọi là tích của x và y . Mỗi số x và y là một thừa số của tích $x.y$.

2. Số nghịch đảo

Số nghịch đảo của số hữu tỉ $x \neq 0$ là số hữu tỉ y sao cho $x.y = 1$.

Số nghịch đảo của $x \neq 0$ kí hiệu là $\frac{1}{x}$.

Nếu $x = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, a \neq 0, b \neq 0$ thì số nghịch đảo của x là

$$\frac{1}{x} = \frac{b}{a}.$$

3. Chia số hữu tỉ

Chia số hữu tỉ x cho số hữu tỉ $y \neq 0$ là nhân x với số nghịch đảo của y .

$$x : y = x \cdot \frac{1}{y}.$$

Nếu $x = \frac{a}{b}$, $y = \frac{c}{d}$ ($y \neq 0$) thì

$$x : y = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Số biểu diễn kết quả $x : y$ gọi là thương của x chia cho y . Số x là số *bị chia*, số y gọi là số *chia*.

4. Tính chất của phép nhân các số hữu tỉ

- Tính chất giao hoán :

$$x \cdot y = y \cdot x \quad \text{với mọi } x, y \in \mathbb{Q}$$

- Tính chất kết hợp :

$$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z \quad \text{với mọi } x, y, z \in \mathbb{Q}$$

- Nhân với đơn vị :

$$x \cdot 1 = 1 \cdot x = x \quad \text{với mọi } x \in \mathbb{Q}$$

- Nhân với số nghịch đảo :

$$x \cdot \frac{1}{x} = 1 \quad \text{với mọi } x \in \mathbb{Q}, x \neq 0.$$

- Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng, phép trừ :

$$x \cdot (y + z) = xy + xz$$

$$x \cdot (y - z) = xy - xz \quad \text{với mọi } x, y, z \in \mathbb{Q}.$$

- Nhân một số với 0 :

$$x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0 \quad \text{với mọi } x \in \mathbb{Q}$$

Từ đây ta có :

$$x \cdot y = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ hoặc } y = 0.$$

5. Chia một tổng cho một số, chia một tích cho một số và chia một số cho một tích

$$(x + y) : z = x : z + y : z$$

$$\text{với mọi } x, y, z \in \mathbb{Q}, z \neq 0.$$

$$(x \cdot y) : z = (x : z) \cdot y = x \cdot (y : z)$$

$$\text{với mọi } x, y, z \in \mathbb{Q}, z \neq 0.$$

$$x : (y.z) = (x : y) : z = (x : z) : y$$

với mọi $x, y, z \in \mathbb{Q}, y \neq 0, z \neq 0$.

6. Thương của hai số

Thương của phép chia x cho $y \neq 0$ gọi là tỉ số của hai số đó.

Kí hiệu $x : y = \frac{x}{y}$.

V- GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ - CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA CÁC SỐ THẬP PHÂN

1. Giá trị tuyệt đối của số hữu tỉ

Giá trị tuyệt đối của số hữu tỉ x , kí hiệu là $|x|$

$$|x| = \begin{cases} x & \text{nếu } x \geq 0 \\ -x & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$$

Ví dụ : $|3| = 3, \quad |-5| = -(-5) = 5$

Với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$ ta có : $x \leq |x|$,

$$||x| - |y|| \leq |x + y| \leq |x| + |y|.$$

2. Cộng, trừ, nhân, chia các số thập phân

Nguyên tắc chung : Để cộng, trừ, nhân, chia các số thập phân, ta viết chúng dưới dạng các phân số rồi thực hiện các phép toán trên các phân số biểu diễn các số thập phân đó theo các quy tắc đã biết về phân số.

Trong thực hành ta thường cộng, trừ, nhân, chia các số thập phân theo quy tắc về giá trị tuyệt đối và về dấu tương tự như đã làm với các số nguyên.

- $x + y = |x| + |y|$ nếu $x > 0, y > 0$
- $x + y = -(|x| + |y|)$ nếu $x < 0, y < 0$
- $x + y = |x| - |y|$ nếu $x > 0, y < 0, |x| > |y|$
- $x + y = -(|x| - |y|)$ nếu $x < 0, y > 0, |x| > |y|$

$$x.y = \begin{cases} |x|.|y| & \text{nếu } x, y \text{ cùng dấu} \\ -|x|.|y| & \text{nếu } x, y \text{ khác dấu} \end{cases}$$

Ví dụ : Tìm số hữu tỉ x , sao cho

a) $|x| + x = 0$ b) $|x| + x = 2x$ c) $|2x - 1| = 2.$

Giải

$$a) |x| + x = 0 \Rightarrow |x| = -x, \text{ đúng với mọi } x \in \mathbb{Q}, x \leq 0$$

$$b) |x| + x = 2x \Rightarrow |x| = x, \text{ đúng với mọi } x \in \mathbb{Q}, x \geq 0$$

$$c) |2x - 1| = 2.$$

Với x sao cho $2x - 1 \geq 0$, đẳng thức trở thành :

$$2x - 1 = 2 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Thử } x = \frac{3}{2} \text{ ta có } 2 \cdot \frac{3}{2} - 1 > 0$$

Vậy $x = \frac{3}{2}$ chấp nhận được.

Với x sao cho $2x - 1 < 0$, đẳng thức trở thành :

$$-(2x - 1) = 2 \Rightarrow -2x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Thử } 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 < 0.$$

Vậy các số $x = \frac{3}{2}$ và $x = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn điều kiện đã cho.

VI- LŨY THỪA CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ

1. Lũy thừa với số mũ tự nhiên

Cho n là số tự nhiên khác 0, x là số hữu tỉ bất kì. Tích của n thừa số x , kí hiệu là x^n gọi là lũy thừa bậc n của x :

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \dots x}_{n \text{ thừa số}} \quad x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}^*, n \neq 0$$

x^n là một lũy thừa với số mũ tự nhiên, x là cơ số, n là số mũ.

Quy ước : với $x \neq 0, x^0 = 1$

Ví dụ : $10^2 = 10 \cdot 10 = 100,$

$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000,$$

$$(0,1)^2 = (0,1) \cdot (0,1) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0,01.$$

2. Tích và thương của hai lũy thừa cùng cơ số

- Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng hai số mũ.

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n} \quad (x \in \mathbb{Q}, m, n \in \mathbb{N}^*)$$

- Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số khác 0, số mũ của số chia không lớn hơn số mũ số bị chia, ta giữ nguyên cơ số và lấy số mũ của số bị chia trừ số mũ của số chia.

$$x^m : x^n = x^{m-n} \quad (x \in \mathbb{Q}, x \neq 0, m \geq n)$$

$$\text{Ví dụ : } (-4)^3 \cdot (-4)^2 = (-4)^{3+2} = (-4)^5,$$

$$10^6 : 10^3 = 10^{6-3} = 10^3.$$

3. Lũy thừa của một lũy thừa

Lũy thừa của một lũy thừa là một lũy thừa có cùng cơ số và số mũ bằng tích hai số mũ.

$$(x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

$$\text{Ví dụ : } [(-3)^3]^2 = (-3)^{3 \cdot 2} = (-3)^6.$$

4. Lũy thừa của một tích

Lũy thừa của một tích bằng tích các lũy thừa.

$$(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$$

Ví dụ : Viết tích sau đây dưới dạng lũy thừa của một số :

a) $81 \cdot 2^8$

b) $2^3 \cdot 27$

Giải

a) $81 \cdot 2^8 = 3^4 \cdot (2^2)^4 = 3^4 \cdot 4^4 = (3 \cdot 4)^4 = 12^4$

b) $2^3 \cdot 27 = 2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3)^3 = 6^3.$

5. Lũy thừa của một thương

Lũy thừa của một thương bằng thương của các lũy thừa.

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n} \quad (y \neq 0)$$

Ví dụ: Hãy viết số $\frac{75^2 \cdot 20^4}{25^5 \cdot 4^5}$ dưới dạng lũy thừa của một thương.

Giải

$$\frac{75^2 \cdot 20^4}{25^5 \cdot 4^5} = \frac{3^2 \cdot 25^2 \cdot 5^4 \cdot 4^4}{25^2 \cdot 25^3 \cdot 4^5} = \frac{3^2 \cdot 5^4 \cdot 4^4}{5^6 \cdot 4^5} = \frac{3^2}{5^2 \cdot 2^2} = \left(\frac{3}{10}\right)^2.$$

VII- TỈ LỆ THỨC

1. Định nghĩa và tính chất

Một đẳng thức của hai tỉ số gọi là tỉ lệ thức :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{hoặc} \quad a : b = c : d$$

Các số a, b, c, d gọi là các số hạng của tỉ lệ thức. Các số a và d gọi là các số hạng ngoài hay ngoại tỉ, b và c là các số hạng trong hay trung tỉ.

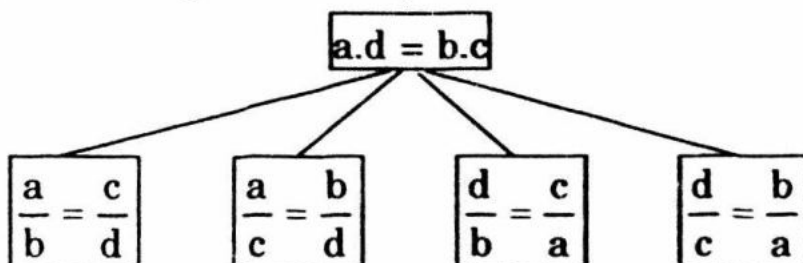
Tính chất 1 : Trong một tỉ lệ thức tích của hai ngoại tỉ bằng tích hai trung tỉ

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Tính chất 2 : Trong một tỉ lệ thức ta có thể :

- Đổi chỗ hai ngoại tỉ cho nhau
- Đổi chỗ hai trung tỉ cho nhau
- Biến đồng thời hai ngoại tỉ thành hai trung tỉ và hai trung tỉ thành hai ngoại tỉ.

Cả hai tính chất trên gộp thành 5 đẳng thức, mà từ một đẳng thức suy ra 4 đẳng thức còn lại.



2. Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

$$a) \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d} \quad (b \neq \pm d)$$

$$b) \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a+c-e}{b+d-f}$$

Khi có dãy tỉ số $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ ta nói các số x, y, z tỉ lệ với a, b, c

và viết cách khác là

$$x : y : z = a : b : c$$

Ví dụ : Tìm số đo của các góc của một tam giác biết rằng các số đo này tỉ lệ với 2, 3 và 4.

Giải

Số đo các góc của tam giác ABC là $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$. Giả sử theo thứ tự các số đo này tỉ lệ với 2, 3, 4 ta có :

$$\hat{A} : \hat{B} : \hat{C} = 2 : 3 : 4$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

$$\frac{\hat{A}}{2} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{C}}{4} = \frac{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}}{2 + 3 + 4} = \frac{180^\circ}{9}$$

Suy ra $\hat{A} = 40^\circ, \hat{B} = 60^\circ, \hat{C} = 80^\circ$.

VIII- SỐ THẬP PHÂN HỮU HẠN

SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN

1. Số thập phân hữu hạn

Xét phân số $\frac{49}{20}$, ta thực hiện chia

$$\begin{array}{r} 49 \quad | \quad 20 \\ 90 \quad | \quad 2,45 \\ 100 \\ 000 \end{array}$$

Vậy phân số $\frac{49}{20}$ có thể viết dưới dạng số thập phân $\frac{49}{20} = 2,45$.

Số 2,45 chỉ có một số có hạn các chữ số. Trong phép chia để tìm số này thì chỉ sau ba lần là có số dư bằng 0.

Số 2,45 là một số thập phân hữu hạn.

Nếu phân tích 20 thành thừa số nguyên tố ta có : $20 = 2^2 \cdot 5$. Nó chỉ có các thừa số nguyên tố 2 và 5. Người ta chứng minh rằng : "Nếu một phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu không chứa thừa số nguyên tố nào khác 2 và 5 thì nó viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn".

2. Số thập phân vô hạn tuần hoàn

Tìm cách viết phân số $\frac{57}{22}$ dưới dạng số thập phân.

$$\begin{array}{r} 57 \\ 22 \overline{) 130} \\ \underline{200} \\ 200 \\ \underline{200} \\ 20 \end{array} \quad \begin{array}{l} 22 \\ \hline 2,5909090\dots \end{array}$$

Để tìm thương đúng ta phải thực hiện phép chia không bao giờ chấm dứt. Các chữ số thập phân biểu diễn thương nhiều vô hạn.

Tuy nhiên nhóm chữ số 90 được lặp đi lặp lại mãi.

Những số thập phân có dạng 2,5909090.... gọi là *số thập phân vô hạn tuần hoàn*. Nhóm chữ số 90 gọi là chu kì của số đó. Ta kí hiệu $2,5909090\dots = 2,5(90)$.

Phân số $\frac{57}{22} = 2,5(90)$ biểu diễn bằng một số thập phân vô hạn

tuần hoàn. Để ý rằng $22 = 2 \cdot 11$, tức là phân tích 22 thành thừa số nguyên tố, nó chứa thừa số 11 khác 2 và 5.

"Nếu một phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu có chứa thừa số nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn".

Mỗi số hữu tỉ đều viết được dưới dạng một số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn. Ngược lại, mỗi số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn biểu diễn một số hữu tỉ.

Ví dụ : Phân số nào dưới đây viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

$$\frac{27}{40}, \frac{17}{26}, \frac{245}{1120}, \frac{125}{300}$$

Giải

Phân số $\frac{27}{40}$ có dạng tối giản. Mẫu $40 = 2^3 \cdot 5$ chỉ có các thừa số 2 và 5 nên $\frac{27}{40}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

Phân số $\frac{17}{26}$ có dạng tối giản. Mẫu $26 = 2 \cdot 13$ có thừa số nguyên tố 13 khác 2, khác 5. Vậy $\frac{17}{26}$ không viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn mà là số thập phân vô hạn tuần hoàn.

$\frac{245}{1120} = \frac{7}{2^5}$ viết được thành số thập phân hữu hạn.

$\frac{125}{300} = \frac{5}{12} = \frac{5}{2^2 \cdot 3}$ viết dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

IX- LÀM TRÒN SỐ

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

1. Khái niệm làm tròn

Cho số thập phân : 74,364.

Thay 74,364 bằng 70, ta bảo 70 là số làm tròn chục của số 74,364. Ta viết $70 \approx 74,364$, đọc dấu $\approx$ là gần bằng, hay xấp xỉ.

Làm tròn 74,364 đến hàng đơn vị là : $74 \approx 74,364$

Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất (hay hàng phần mười) sẽ là $74,4 \approx 74,364$.

Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai (hay hàng phần trăm)
 $74,36 \approx 74,364$.

2. Quy tắc làm tròn số

Nếu chữ số đầu tiên bỏ đi nhỏ hơn 5 thì ta giữ nguyên bộ phận còn lại. Nếu chữ số đầu tiên phải bỏ đi lớn hơn hay bằng 5 ta cộng thêm 1 vào chữ số cuối cùng của bộ phận còn lại.

Ví dụ làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất 3,4381.

Các chữ số phải bỏ đi là 381, chữ số đầu tiên bị bỏ đi là 3 nhỏ hơn 5 ta giữ nguyên phần còn lại 3,4 và viết $3,4 \approx 3,4381$.

Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai : Chữ số đầu tiên bỏ đi là $8 > 5$, phần còn lại 4,43 được cộng 1 vào chữ số cuối cùng là 3 thành 4.

Ta viết : $3,44 \approx 3,4381$.

X- CĂN BẬC HAI – SỐ VÔ TỈ – SỐ THỰC

1. Khái niệm căn bậc hai

Căn bậc hai của số $a \geq 0$ là số x sao cho $x^2 = a$.

Ví dụ : 3 là căn bậc hai của 9 vì $3^2 = 9$

-3 cũng là căn bậc hai của 9 vì $(-3)^2 = 9$.

Mệnh đề : Một số $a > 0$ có đúng hai căn bậc hai, một số dương và một số âm. Căn bậc hai dương của $a > 0$ kí hiệu là $\sqrt{a}$, căn bậc hai âm của số $a > 0$ kí hiệu là $-\sqrt{a}$. Số 0 có đúng một căn bậc hai $\sqrt{0} = 0$.

Từ định nghĩa ta suy ra : Với mọi số dương a, b thì

$$\begin{aligned} a = b &\Leftrightarrow \sqrt{a} = \sqrt{b} \\ 0 < a < b &\Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b} \end{aligned}$$

2. Số vô tỉ

Số vô tỉ là số có thể viết dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

Ví dụ : $\sqrt{2} = 1,4142135623709.....$ là số vô tỉ

$\pi = 3,1414592653.....$ là số vô tỉ.

Người ta cũng chứng minh được $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6},$ là các số vô tỉ.

Tập hợp các số vô tỉ kí hiệu là I .

3. Số thực

Số hữu tỉ và số vô tỉ được gọi chung là số thực.

Tập hợp các số thực được kí hiệu là R .

Mỗi số thực được biểu diễn bởi một điểm trên trục số. Đảo lại mỗi điểm trên trục số biểu diễn đúng một số thực.

4. So sánh hai số thực

Muốn so sánh các số thực, ta đổi chúng thành các số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn rồi so sánh các số thập phân đó.

Chương II. HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

I- ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

1. Định nghĩa

Hai đại lượng biến đổi x và y liên hệ với nhau bởi công thức $y = kx$, với k là một số không đổi khác 0, gọi là *hai đại lượng tỉ lệ thuận*. Số k gọi là *hệ số tỉ lệ* của y đối với x . Ta cũng nói rằng y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k .

Ví dụ : Một xe ô tô chạy với tốc độ v km/h. Gọi thời gian xe chạy là t (tính bằng giờ), quãng đường xe chạy được là S (tính bằng km). Hai đại lượng t và S là tỉ lệ thuận. Hệ số tỉ lệ của S đối với t là v .

2. Tính chất

- Tỉ số hai giá trị tương ứng của hai đại lượng tỉ lệ thuận luôn không đổi và bằng hệ số tỉ lệ.

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots = k \quad (x_1, x_2, x_3, \dots \neq 0)$$

- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia.

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}, \quad \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_1}{y_3}, \dots$$

II- ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

1. Định nghĩa

Hai đại lượng x và y liên hệ với nhau bởi công thức $y = \frac{a}{x}$,

trong đó a là một số không đổi khác 0, gọi là *hai đại lượng tỉ lệ nghịch*. Ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a , hoặc a là hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x .

Ví dụ : Một nhóm công nhân có năng suất lao động đều nhau hoàn thành một công việc định trước. Khi đó số lượng công nhân x tham gia làm và thời gian hoàn thành công việc t là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

2. Tính chất

- Tích của một giá trị bất kì của đại lượng này với giá trị tương ứng của đại lượng kia luôn là một hằng số (bằng hệ số tỉ lệ nghịch).

$$x_1 y_1 = x_2 y_2 = x_3 y_3 = \dots = a$$

- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia :

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}; \quad \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1} \dots$$

Ví dụ : Nếu đi từ A đến B với tốc độ 12 km/h thì hết 5 giờ. Hỏi nếu đi với tốc độ 15 km/h thì đi từ A đến B hết bao nhiêu giờ ?

Giải

Nếu gọi x là thời gian đi từ A đến B với tốc độ 15 km/h thì ta có :

$$15.x = 12.5 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{12.5}{15} = 4h.$$

III- HÀM SỐ

1. Định nghĩa hàm số

Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng biến đổi x, sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y là *hàm số của x* và x được gọi là *biến số*.

Để chỉ y là hàm số của x ta thường viết $y = f(x)$, $y = g(x)$

Nếu cho biến số x giá trị x_1 , hàm số $y = f(x)$ nhận giá trị y_1 thì ta viết $y_1 = f(x_1)$ và bảo rằng $f(x_1)$ là giá trị của hàm số $y = f(x)$ tại $x = x_1$.

2. Cách cho hàm số

Một hàm số có thể được xác định bằng cách :

a) Cho bằng công thức

Ví dụ : $y = f(x) = 2x + 1$

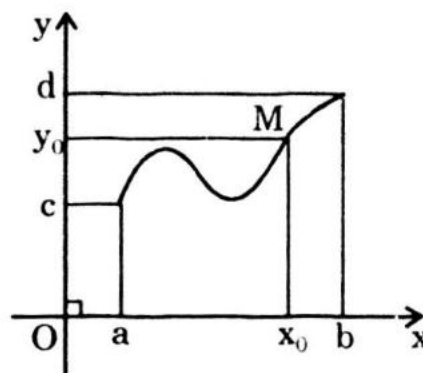
b) Cho bằng một bảng : một dòng (cột) ghi các giá trị của biến số; một dòng (cột) ghi giá trị tương ứng của hàm số.

Ví dụ :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	11	8	5	2	-1	-4	-7	-10

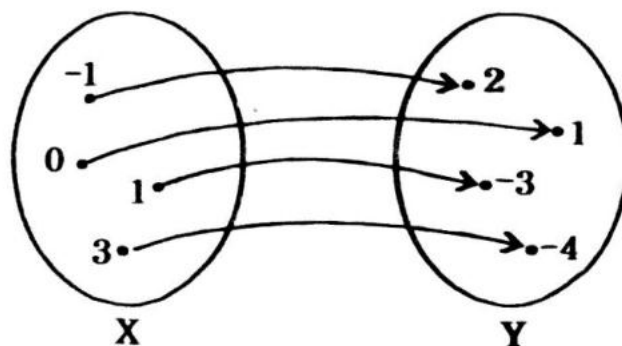
c) Cho bằng đồ thị

Ví dụ : Hình bên cho biết mỗi giá trị x_0 của biến số ; $a \leq x_0 \leq b$, tương ứng với một giá trị y mà $c \leq y_0 \leq d$. Cho x_0 , muốn xác định y_0 ta kẻ đường thẳng vuông góc với Ox tại điểm x_0 cắt đường cong tại M. Từ M kẻ đường thẳng song song với Ox cắt Oy tại điểm y_0 .



d) Cho bằng sơ đồ

Ví dụ :



IV- MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

1. Mặt phẳng tọa độ

Trên mặt phẳng vẽ hai trục số Ox và Oy vuông góc với nhau tại gốc O của mỗi trục số, ta có một *hệ trục tọa độ Oxy* .

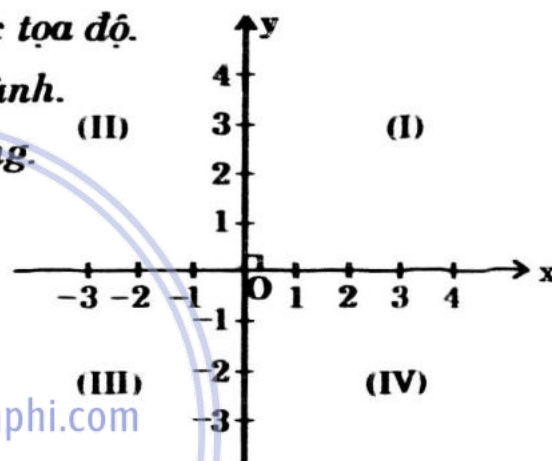
Các trục số Ox và Oy gọi là *các trục tọa độ*.

Trục nằm ngang Ox gọi là *trục hoành*.

Trục thẳng đứng Oy gọi là *trục tung*.

Giao điểm O biểu diễn số 0 của cả hai trục tọa độ gọi là *gốc tọa độ*.

Mặt phẳng có hệ trục tọa độ Oxy gọi là *mặt phẳng tọa độ Oxy* .

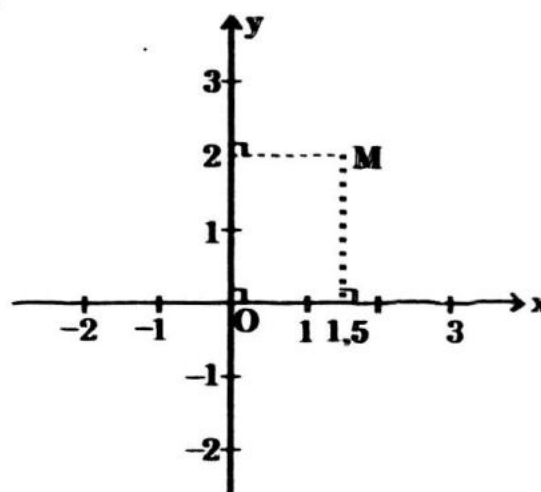


Hai trục tọa độ chia mặt phẳng thành 4 góc phần tư. Góc đông bắc đánh số I, góc tây bắc là góc II, góc tây nam là góc III và góc đông nam là góc IV.

2. Tọa độ một điểm trong mặt phẳng tọa độ

Lấy điểm M trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Giả sử đường thẳng kẻ từ M song song với Oy cắt trục hoành Ox tại điểm cách O là

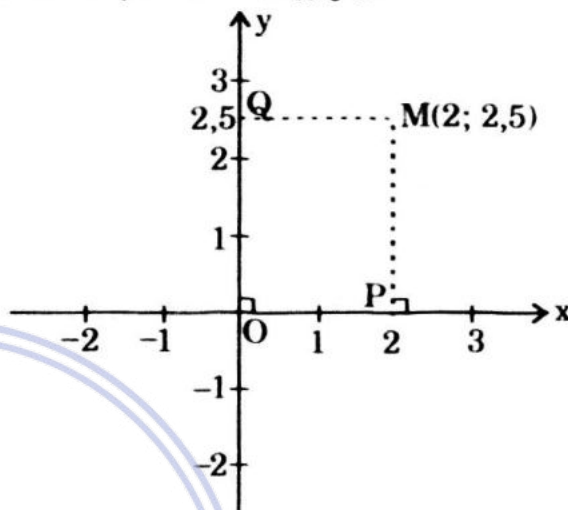
1,5 đơn vị và đường thẳng kẻ từ M song song với Ox cắt Oy tại điểm cách O là 2 đơn vị (hình bên). Khi đó ta nói M có *hoành độ* bằng 1,5, có *tung độ* là 2 và cặp số $(1,5; 2)$ gọi là *tọa độ* của M . Để kí hiệu điểm M có hoành độ bằng 1,5, tung độ bằng 2 ta viết : $M(1,5; 2)$.



Trên mặt phẳng tọa độ:

- Mỗi điểm được xác định bởi một cặp số duy nhất (là tọa độ của điểm đó).
- Đảo lại, mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ được biểu diễn bởi một điểm duy nhất M là giao điểm của đường thẳng vuông góc Ox tại điểm cách gốc O là x_0 đơn vị và đường thẳng vuông góc với Oy tại điểm cách gốc O là y_0 đơn vị, được kí hiệu là $M(x_0; y_0)$.

Ví dụ : Vẽ trên mặt phẳng tọa độ điểm biểu diễn cặp số $(2; 2,5)$. Trên Ox lấy điểm P cách gốc tọa độ 2 đơn vị, kẻ đường vuông góc với Ox tại P. Lấy trên Oy điểm Q cách gốc tọa độ 2,5 đơn vị. Kẻ đường thẳng vuông góc với Oy. Giao điểm của hai đường thẳng kẻ trên là $M(2; 2,5)$.



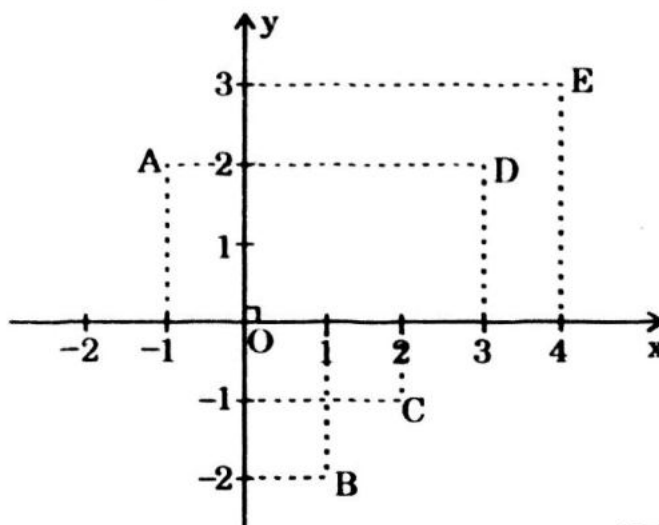
V- ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

1. Khái niệm đồ thị của hàm số

Ví dụ : Hàm số $y = f(x)$ được cho bằng bảng sau :

x	-1	1	2	3	4
y	2	-2	-1	2	3

Hàm số $y = f(x)$ ở đây có biến số x lấy các giá trị thuộc tập hợp $X = \{-1, 1, 2, 3, 4\}$. Với $x_1 = 1$ ta có giá trị tương ứng $y_1 = 2$. Cặp số $(-1; 2)$ là cặp giá trị tương ứng của hàm số. Biểu diễn cặp số $(-1; 2)$ trong mặt phẳng tọa độ bằng điểm A (hình vẽ). Bảng giá trị còn cho ta các cặp giá trị tương ứng khác nữa của hàm số là $(1; -2)$, $(2; -1)$, $(3; 2)$, $(4; 3)$. Các cặp số này được biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ bởi các điểm B, C, D và E. Tập hợp 5 điểm A, B, C, D, E biểu diễn tất cả các cặp giá trị tương ứng của hàm số $y = f(x)$ gọi là **đồ thị** của hàm số đó.



Một cách tổng quát : Cho hàm số $y = f(x)$, biến số x lấy giá trị thuộc tập hợp X . Với mỗi giá trị $x_0 \in X$ xác định giá trị $y_0 = f(x_0)$ của hàm số. Mỗi cặp số $(x_0, f(x_0))$ được biểu diễn bởi một điểm trong mặt phẳng tọa độ.

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; y)$ trên mặt phẳng tọa độ.

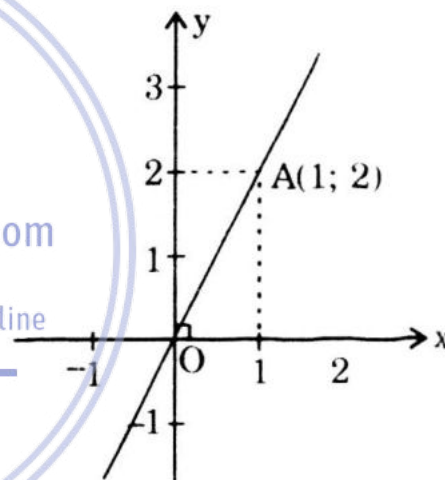
2. Đồ thị hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$)

Khi ta nói hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$) không nói gì thêm thì có nghĩa là x lấy giá trị là một số thực bất kì. Như vậy sẽ có vô số các cặp giá trị tương ứng $(x; ax)$ và chúng ta không thể vẽ đồ thị bằng cách vẽ từng điểm. Người ta chứng minh rằng đồ thị hàm số $y = ax$ ($a \neq 0, x \in \mathbb{R}$) là một đường thẳng. Để vẽ đồ thị hàm số này ta chỉ cần xác định hai điểm và vẽ đường thẳng qua hai điểm đó. Ta có mệnh đề :

Đồ thị hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$) là đường thẳng đi qua gốc tọa độ và điểm $A(1; a)$.

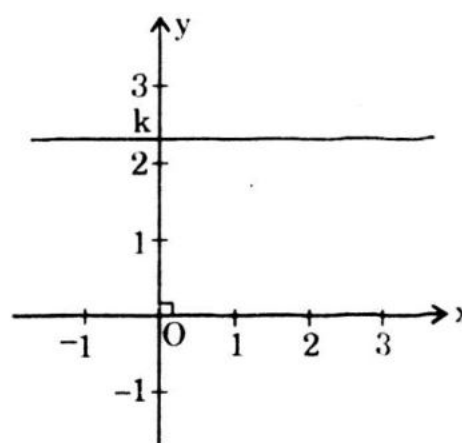
Ví dụ : Đồ thị hàm số $y = 2x$ là đường thẳng qua điểm $O(0; 0)$ và $A(1; 2)$ (xem hình).

Đồ thị hàm số $y = 2x$



3. Hàm hằng và đồ thị của hàm hằng

Hàm số $y = f(x) = k$ luôn luôn nhận một giá trị không đổi k với mọi giá trị của biến số gọi là hàm hằng. Đồ thị của hàm hằng $y = k$ là đường thẳng song song với trục hoành, cắt trục tung Oy tại điểm cách gốc k đơn vị.



Đồ thị hàm số $y = k$

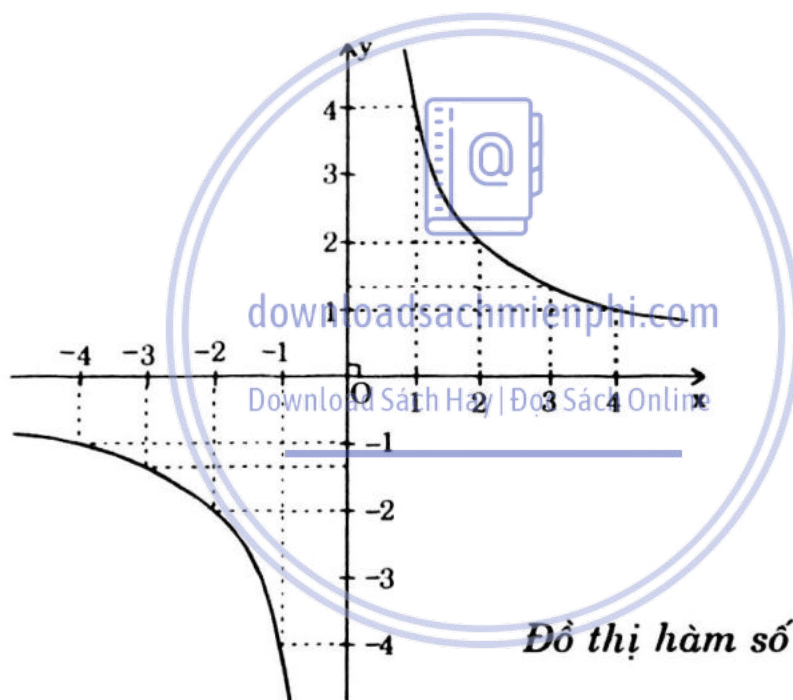
4. Đồ thị hàm số $y = \frac{a}{x}$

Ví dụ : Vẽ đồ thị hàm $y = \frac{4}{x}$.

Ta cho x một số giá trị và tính các giá trị tương ứng của y trong bảng sau :

x	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
y	-1	$-\frac{4}{3}$	-2	-4	4	2	$\frac{4}{3}$	1

Vẽ các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng trên rồi nối thành hai nhánh đường cong liền nét.



Đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x}$

Chương III.**THỐNG KÊ****I- BẢNG SỐ LIỆU THỐNG KÊ BAN ĐẦU – TẦN SỐ****1. Bảng số liệu thống kê**

Khi điều tra một vấn đề hay nghiên cứu một hiện tượng, người ta thường cân, đo, đong, đếm để thu thập các số liệu và ghi thành một bảng gọi là *bảng số liệu thống kê ban đầu*.

Ví dụ 1 : Điều tra chất lượng học sinh học ngoại ngữ, người ta đã cho 12 em học sinh một lớp làm kiểm tra. Chấm các bài kiểm tra kết quả ghi trong bảng sau :

<i>Thứ tự</i>	<i>Họ tên</i>	<i>Điểm số</i>
1	Nguyễn An	8
2	Lê Thúy Ba	5
3	Đào Lê Công	7
4	Phạm Hữu Danh	6
5	Trần Thu Hà	6
6	Hà Thị Như	4
7	Đỗ Phong	5
8	Phan Quang	6
9	Nguyễn Thu Sương	5
10	Huỳnh Văn Tấn	4
11	Phạm Bích Vân	5
12	Hồ Thị Yến	6

Bảng 1

Ví dụ 2 : Để nắm được tình hình tiêm chủng phòng dịch của học sinh một trường tiểu học, trạm y tế đã điều tra số lượng học sinh các lớp đã tiêm chủng, người ta được bảng số sau :

<i>Thứ tự</i>	<i>Tên lớp</i>	<i>Số HS đã tiêm chủng</i>
1	2A	32
2	2B	36
3	2C	33
4	3A	36
5	3B	35
6	3C	34
7	4A	35
8	4B	34
9	4C	35
10	5A	34
11	5B	37
12	5C	36
		Cộng :

Bảng II**2. Dấu hiệu, đơn vị điều tra**

- Vấn đề hay hiện tượng mà người điều tra, nghiên cứu quan tâm gọi là *dấu hiệu*, thường kí hiệu bằng các chữ cái in hoa X, Y,

Trong ví dụ 1: dấu hiệu là chất lượng học ngoại ngữ, thể hiện bằng điểm kiểm tra. Trong ví dụ 2 : dấu hiệu là số lượng học sinh được tiêm chủng của mỗi lớp trong một trường.

- Trong ví dụ 1 : *mỗi học sinh là một đơn vị điều tra*, trong ví dụ 2, *mỗi một lớp của trường là một đơn vị điều tra*.

3. Giá trị của dấu hiệu, dãy giá trị của dấu hiệu

Khi điều tra về một dấu hiệu, cứ mỗi đơn vị điều tra tương ứng với một số liệu gọi là *giá trị của dấu hiệu* đó.

Số các giá trị của dấu hiệu bằng số các đơn vị điều tra.

Trong ví dụ 1, ở bảng I, nếu không quan tâm từng học sinh riêng biệt mà xét chất lượng của cả khối, ta tách riêng các điểm kiểm tra của cả tổ học sinh là được dãy số sau :

8, 5, 7, 6, 6, 4, 5, 6, 5, 4, 5, 6

Dãy số trên gọi là *dãy giá trị của dấu hiệu X* (chất lượng học ngoại ngữ).

Trong bảng II dãy số giá trị của dấu hiệu Y (số học sinh các lớp đã tiêm chủng) là :

32, 36, 33, 36, 35, 34, 35, 34, 35, 34, 37, 36.

4. Tần số của một giá trị

Trong dãy giá trị của dấu hiệu X ở bảng I có 12 giá trị nhưng chỉ có 5 giá trị khác nhau là 4, 5, 6, 7, 8. Giá trị 4 có mặt 2 lần, giá trị 5 có mặt 4 lần, giá trị 6 có mặt 4 lần...

Ta nói *tần số của giá trị 4* là 2, tần số của giá trị 5 là 4.... Giá trị của dấu hiệu X thường được kí hiệu bằng chữ x và tần số của một giá trị x kí hiệu bằng chữ f.

Số lần xuất hiện của một giá trị trong dãy các giá trị của dấu hiệu là tần số của giá trị đó.

Tổng các tần số của các giá trị khác nhau bằng số giá trị (số đơn vị điều tra) của dấu hiệu.

II- BẢNG TẦN SỐ CÁC GIÁ TRỊ CỦA DẤU HIỆU

Từ dãy giá trị của dấu hiệu, ta lập bảng phân phối thực nghiệm mà sau này để cho tiện ta gọi là *bảng tần số*. Gồm 2 dòng hoặc 2 cột, một dòng (cột) ghi các giá trị khác nhau của dấu hiệu từ nhỏ đến lớn, một dòng (cột) ghi tần số tương ứng của giá trị ở dòng trên.

Ở ví dụ 1 ta có bảng tần số của dấu hiệu X

Giá trị (x)	4	5	6	7	8	
Tần số (f)	2	4	4	1	1	n = 12

Bảng tần số có thể viết dạng cột như sau:

Giá trị (x)	Tần số (f)
4	2
5	4
6	4
7	1
8	1
	n = 12

III- BIỂU ĐỒ

1. Biểu đồ đoạn thẳng

Để biểu diễn bằng tần số của một dấu hiệu bằng các đoạn thẳng, người ta dùng hệ hai trục vuông góc. Trục nằm ngang cho biết giá trị của dấu hiệu. Trục thẳng đứng cho biết tần số của giá trị.

Ví dụ : Có dãy giá trị của dấu hiệu X sau :

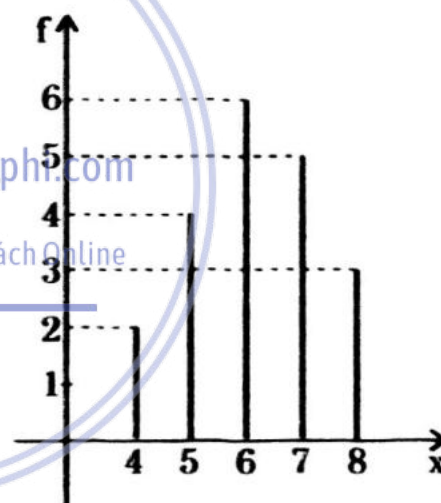
6 7 4 5 6 8 7 5 6 6

7 8 5 6 7 4 6 7 5 8

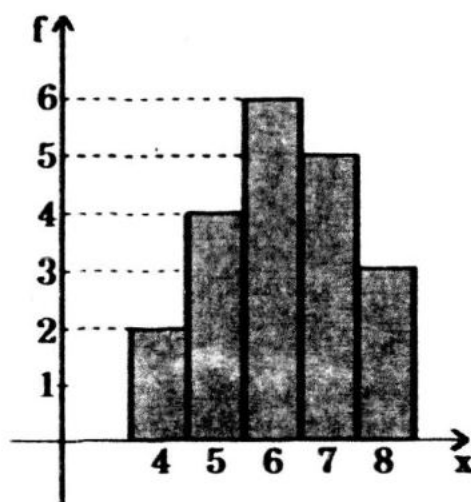
Từ dãy giá trị ta lập bảng tần số dưới đây :

Giá trị (x)	4	5	6	7	8	
Tần số (f)	2	4	6	5	3	n = 20

Ta vẽ một hệ trục vuông góc (hình bên). Trên trục hoành, tại các điểm có ghi các giá trị 4, 5, 6, 7, 8 dựng các đoạn thẳng song song với trục thẳng đứng với các độ cao tương ứng bằng tần số của các giá trị. Làm như vậy ta có biểu đồ đoạn thẳng.



2. Nhật đồ



Để nhìn rõ hơn, người ta thay các đoạn thẳng đứng bằng các hình chữ nhật cùng chiều rộng và chiều cao bằng tần số của giá trị đặt thẳng đứng song song với trục tung. Theo cách đó ta có biểu đồ hình chữ nhật hay nhật đồ biểu diễn bảng tần số của giá trị.

3. Tần suất – Biểu đồ hình quạt

a) Tần suất

Tỉ số giữa tần số của một giá trị của dấu hiệu đối với số tất cả các giá trị (số đơn vị điều tra) của dấu hiệu gọi là tần suất của giá trị đó. Kí hiệu tần suất là $p = \frac{f}{n}$.

Ví dụ : Một dãy 20 giá trị, giá trị 5 có tần số $f = 4$ thì ta nói giá trị 5 có tần suất bằng :

$$p = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \text{ (hay 20\%).}$$

Trong ví dụ ở mục 1 ta có bảng tần số và tần suất như sau :

Giá trị (x)	4	5	6	7	8	
Tần số (f)	2	4	6	5	3	$n = 20$
Tần suất $p = \frac{f}{n}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{3}{20}$	

Nhiều khi người ta biểu thị tần suất bằng tỉ số phần trăm.

b) Biểu đồ hình quạt

Một giá trị có tần suất p được biểu diễn bằng một hình quạt mà góc ở đỉnh bằng $p.360^\circ$. Tất cả các hình quạt biểu diễn các tần suất của các giá trị khác nhau của một dấu hiệu lập thành một hình tròn.

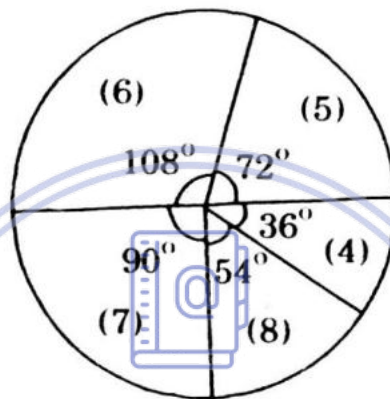
Trong ví dụ trên, giá trị 4 có tần suất $\frac{2}{20}$ biểu diễn bởi hình quạt có góc ở đỉnh là :

$$\frac{2}{20} \cdot 360 = 36^\circ$$

Giá trị 5 có tần suất $\frac{4}{20}$ biểu diễn bởi hình quạt có góc ở đỉnh là :

$$\frac{4}{20} \cdot 360 = 72^\circ.$$

Biểu đồ hình quạt biểu diễn bảng tần suất của dấu hiệu là hình tròn dưới đây.



downloaadsachmienphi.com

IV- SỐ TRUNG BÌNH CỘNG

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

1. Khái niệm số trung bình cộng

Số trung bình cộng của dấu hiệu là tỉ số giữa tổng tất cả các giá trị với số các giá trị (số các đơn vị điều tra). Số trung bình của dấu hiệu X kí hiệu là $\bar{X}$.

Ví dụ : Dấu hiệu X có dãy số giá trị $n = 12$ sau :

8, 5, 7, 6, 6, 4, 5, 6, 5, 4, 5, 6

Số trung bình cộng các giá trị X là :

$$\bar{X} = \frac{8 + 5 + 7 + 6 + 6 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 5 + 6}{12} = \frac{67}{12} \approx 5,58.$$

Số trung bình cộng thường được dùng làm giá trị đại diện cho các giá trị của dấu hiệu.

Khi trong dãy giá trị có các giá trị chênh lệch lớn, việc lấy số trung bình làm giá trị đại diện không có tính thuyết phục.

2. Cách tính số trung bình cộng dựa trên bảng tần số

Khi có bảng tần số của một dấu hiệu, muốn tính số trung bình cộng ta chỉ việc lập thêm một dòng (cột) ghi tích các giá trị với tần số tương ứng. Sau đó lấy tổng các tích chia cho số giá trị của dấu hiệu để có số trung bình cộng.

Ví dụ :

Giá trị (x)	Tần số (f)	Tích (f.x)	Số trung bình
4	2	8	
5	4	20	
6	6	36	
7	5	35	
8	3	24	
n = 20		Cộng : 123	$\bar{X} = \frac{123}{20} = 6,15$

3. Công thức tính số trung bình cộng

Giả sử dấu hiệu X có k giá trị khác nhau là $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ và k tần số tương ứng là $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k$ thì số trung bình cộng là :

$$\bar{X} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_k f_k}{n}$$

trong đó: $n = f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k$

4. Mốt

Mốt của dấu hiệu X là giá trị của dấu hiệu có tần số lớn nhất trong bảng tần số. Mốt của dấu hiệu thường được kí hiệu là M_0 .

Ví dụ : Trong bảng tần số vừa dùng để tính số trung bình cộng của dấu hiệu X trên. Giá trị 6 có tần số lớn nhất bằng 6.

Vậy số mốt của dấu hiệu là $M_0 = 6$.

Chương IV.**BIỂU THỨC ĐẠI SỐ****I- KHÁI NIỆM BIỂU THỨC ĐẠI SỐ****1. Biểu thức đại số**

Biểu thức bao gồm những phép toán (cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa) không chỉ trên những số mà có thể còn cả trên những chữ gọi là biểu thức đại số.

Ví dụ : $3x(y - 3)$; $3x^2y + \frac{at}{z}$.

2. Hằng số, biến số

Một biểu thức đại số có thể chứa một hay nhiều chữ. Các chữ đại diện cho một số không đổi gọi là *hằng số* (nói tắt là *hằng*).

Các chữ đại diện cho các số thuộc một tập hợp số nào đó gọi là *biến số* (nói tắt là *biến*). Thường người ta dùng các chữ cái đầu bảng : a, b, c, ... để chỉ các hằng; các chữ cái cuối bảng : x, y, z, t để chỉ các biến.

3. Biểu thức nguyên, biểu thức phân

Biểu thức đại số không chứa biến ở mẫu là *biểu thức nguyên*.

Ví dụ : $3x(y - 3)$; $\frac{1}{a}x^2 + by$ (a là hằng).

Biểu thức đại số có biến ở mẫu gọi là *biểu thức phân*.

Ví dụ : $A(x, y) = 2ax^3y + \frac{1}{x + y}$.

4. Giá trị của biểu thức đại số

Cho biểu thức đại số

$$P(x, y) = \frac{1}{2}x^2y + 6xy^2.$$

Cho biến x giá trị x = 2 và biến y giá trị y = 3 trong biểu thức. Thực hiện tính toán ta được :

$$P(2; 3) = \frac{1}{2}.2^2.3 + 6.2.3^2 = 114.$$

Ta bảo 114 là giá trị của biểu thức

$$P(x, y) = \frac{1}{2}x^2y + 6xy^2 \text{ tại } x = 2, y = 3$$

và viết $P(2; 3) = 114$.

II- ĐƠN THỨC - ĐƠN THỨC ĐỒNG DẠNG

1. Đơn thức

Đơn thức là biểu thức đại số trong đó các phép toán thực hiện trên các biến chỉ các phép nhân hoặc lũy thừa với số mũ tự nhiên.

Ví dụ : $3xy^2, 2x\left(\frac{2}{3}xy^3\right)$.

2. Thu gọn đơn thức

Trong một đơn thức nếu ta thực hiện nhân tất cả các số với nhau, tất cả các lũy thừa cùng cơ số với nhau đến kết quả cuối cùng thì là được một đơn thức thu gọn.

Ví dụ : $15xy^2\left(\frac{-1}{5}x^2y^3\right).3y = 15\left(\frac{-1}{5}\right).3.xx^2.y^2y^3.y = -9x^3y^6$.

Ta bảo $-9x^3y^6$ là dạng thu gọn của đơn thức cho ban đầu. Số -9 là hệ số của đơn thức, x^3y^6 là phần biến của đơn thức.

3. Tích các đơn thức

Muốn tìm tích của hai đơn thức, ta viết đơn thức nọ tiếp theo đơn thức kia và thu gọn tích.

Ví dụ : Tìm tích của đơn thức $\frac{3}{5}x^2y$ và $\frac{-5}{6}xy^3$.

Ta thực hiện : $\left(\frac{3}{5}x^2y\right)\left(\frac{-5}{6}xy^3\right) = \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{-5}{6}\right)x^2y.xy^3 = \frac{-1}{2}x^3y^4$.

4. Đơn thức đồng dạng

Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức sau khi thu gọn có phần biến giống nhau.

Ví dụ : $\frac{-3}{4}x^2y^3$ và $7x^2y^3$.

5. Tổng và hiệu các đơn thức đồng dạng

Để cộng (hay trừ) các đơn thức đồng dạng ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

$$\text{Ví dụ : } \frac{2}{3}x^2y + 4x^2y = \left(\frac{2}{3} + 4\right)x^2y = \frac{14}{3}x^2y$$

$$8x^3y^2 - 11x^3y^2 = (8 - 11)x^3y^2 = -3x^3y^2.$$

6. Bậc của một đơn thức

Bậc của một đơn thức có hệ số khác 0 là tổng các số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức đó.

Ví dụ : $3x^2y^3z$ có tổng số mũ của các biến là $2 + 3 + 1$. Vậy đơn thức đã cho có 6 bậc.

Số thực khác 0 là đơn thức bậc 0. Số 0 được coi là đơn thức không có bậc.

III- ĐA THỨC – CỘNG VÀ TRỪ ĐA THỨC

1. Đa thức

Một tổng đại số các đơn thức là một đa thức. Mỗi đơn thức trong tổng là một *hạng tử của đa thức*.

$$\text{Ví dụ : } 2x^3y - \frac{1}{3}xy^2 + x^2 + 1$$

Ghi chú :

+ Một đơn thức là một đa thức chỉ có một hạng tử.

+ Một đa thức còn chứa các hạng tử đồng dạng thì cần thu gọn.

2. Bậc của đa thức

Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất đối với tập hợp các biến.

Ví dụ : Đa thức ba biến

$$P(x, y, z) = x^3y^4z + \frac{1}{2}xy^2 - xy + 1$$

Hạng tử x^3y^4z có bậc bằng $3 + 4 + 1 = 8$, hạng tử $\frac{1}{2}xy^2$ có bậc bằng

3, hạng tử $-xy$ có bậc là 2, 1 có bậc 0. Hạng tử có bậc cao nhất là bậc 8. Bậc của đa thức $P(x, y, z)$ là 8.

3. Cộng hai đa thức

Muốn cộng hai đa thức ta viết liên tiếp các hạng tử của hai đa thức đó với dấu của chúng. Sau đó thu gọn các hạng tử đồng dạng. Kết quả phép cộng của hai đa thức gọi là *tổng của hai đa thức* đó.

4. Trừ hai đa thức

Nếu đem một đa thức trừ một đa thức, ta viết các hạng tử của đa thức bị trừ rồi viết tiếp các hạng tử của đa thức trừ với dấu ngược lại. Sau đó thu gọn các hạng tử đồng dạng ta được hiệu của hai đa thức đó.

IV- ĐA THỨC MỘT BIẾN - NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN

1. Đa thức một biến

Đa thức một biến là tổng đại số các đơn thức có một chữ chỉ biến (còn các chữ khác, nếu có là hằng). Để chỉ đa thức một biến người ta thường dùng ngoặc () ghi trong ngoặc chữ là biến.

Ví dụ : $f(x) = 2x^4 - 7x^3 + \frac{1}{2}x - 1$ có một biến x

$g(t) = at^3 + bt + c$ có biến t còn a, b, c là các hằng.

2. Bậc của đa thức một biến

Bậc của đa thức một biến là số mũ lớn nhất của biến trong các hạng tử của đa thức.

Ví dụ : $f(x) = 2x^4 - 7x^3 + \frac{1}{2}x - 1$ có bậc 4.

Một số thực khác 0 là đa thức bậc 0. Số 0 là đa thức không có bậc.

3. Hệ số, giá trị của một đa thức

a) Đa thức một biến sau khi thu gọn có thể sắp xếp theo lũy thừa giảm dần hay theo lũy thừa tăng dần của biến.

$$\begin{aligned} \text{Ví dụ : } f(x) &= 14x^3 + \frac{1}{2}x + 2x^4 - 1 = 2x^4 + 14x^3 + \frac{1}{2}x - 1 \\ &= -1 + \frac{1}{2}x + 14x^3 + 2x^4. \end{aligned}$$

Ta bảo đa thức $f(x) = 2x^4 + 14x^3 + \frac{1}{2}x - 1$ có các hệ số là 2, 14, $\frac{1}{2}$, -1. Ta nói 2 là hệ số của lũy thừa 4, là *hệ số cao nhất*, 14

là hệ số của lũy thừa 3, $\frac{1}{2}$ là hệ số của lũy thừa 1 và -1 là hệ số của lũy thừa 0 hay *hệ số tự do*.

Viết đa thức $f(x)$ đầy đủ hơn như sau :

$$f(x) = 2x^4 + 14x^3 + 0x^2 + \frac{1}{2}x - 1$$

Khi đó ta nói các hệ số của $f(x)$ là 2, 14, 0, $\frac{1}{2}$, -1 và hệ số của lũy thừa 2 bằng 0.

b) Cho biến x giá trị $x = a$, thực hiện các phép tính ta được một số kí hiệu $f(a)$ gọi là giá trị của đa thức $f(x)$ tại $x = a$.

Ví dụ : $f(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 1$.

Giá trị của $f(x)$ tại $x = 2$ là

$$f(2) = 2.2^3 + 2^2 - 3.2 + 1 = 16 + 4 - 6 + 1 = 15.$$

4. Cộng và trừ đa thức một biến

Ta có thể áp dụng quy tắc cộng hay trừ các đa thức một biến như quy tắc cộng trừ đa thức nói chung đã xét ở mục III.

Tuy nhiên ta có thể sắp xếp các đa thức theo lũy thừa giảm (hoặc tăng) của biến và đặt các phép tính như trường hợp cộng và trừ các số. Các hạng tử đồng dạng viết theo cùng một cột.

5. Nghiệm của đa thức một biến

Nếu đa thức $f(x)$ có giá trị bằng 0 tại $x = a$, ta bảo $x = a$ là một *nghiệm* của đa thức $f(x)$.

Một đa thức có thể có 1, 2, ..., n nghiệm hay không có nghiệm nào.

Ví dụ :

a) Tại $x = \frac{3}{2}$ đa thức $2x - 3$ có giá trị là $2.\left(\frac{3}{2}\right) - 3 = 0$

Vậy $\frac{3}{2}$ là một nghiệm của đa thức $2x - 3$.

b) Đa thức $4x^2 - 9$ có các nghiệm là $\frac{3}{2}$ và $-\frac{3}{2}$.

c) Đa thức $3x^2 + 1$ không có nghiệm nào. Cho $x = a$ là một số thực bất kì ta đều có $3a^2 + 1 > 1 > 0$.

PHẦN HÌNH HỌC

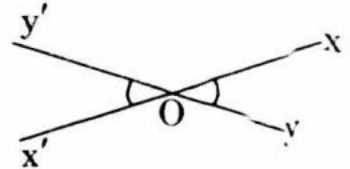
Chương I.

ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

I- HAI GÓC ĐỐI ĐỈNH

1. Định nghĩa

Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh góc kia.



2. Tính chất

Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.

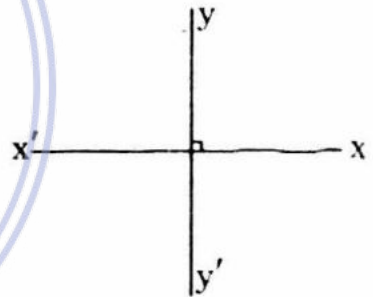
Chú ý :

Điều ngược lại là không đúng; hai góc bằng nhau chưa chắc là hai góc đối đỉnh.

II- ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

1. Định nghĩa

Hai đường thẳng xx' và yy' cắt nhau và trong các góc tạo thành có một góc vuông được gọi là hai đường thẳng vuông góc với nhau, kí hiệu là $xx' \perp yy'$.



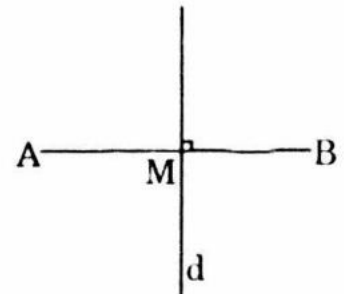
2. Tính chất

Có một và chỉ một đường thẳng a' đi qua một điểm O và vuông góc với một đường thẳng a cho trước.

3. Đường trung trực của đoạn thẳng

- Đường thẳng đi qua trung điểm của một đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng ấy được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng.

$$\left. \begin{array}{l} d \text{ đi qua trung điểm } M \text{ của } AB \\ d \perp AB \end{array} \right\}$$



$\Leftrightarrow$ d là trung trực của AB .

- Khi d là trung trực của AB , người ta cũng nói hai điểm A B đối xứng với nhau qua đường thẳng d .

III- ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

1. Định nghĩa hai đường thẳng song song

Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng không có điểm chung.

Chú ý :

Trong mặt phẳng, hai đường thẳng có thể có 3 vị trí tương đối :

- Trùng nhau (có nhiều hơn một điểm chung)
- Cắt nhau (chỉ có 1 điểm chung)
- Song song với nhau (không có điểm chung)

Trường hợp cắt nhau hoặc song song với nhau là trường hợp hai đường thẳng *phân biệt*.

2. Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song

Định lí :

Nếu đường thẳng c cắt hai đường thẳng a , b và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong (hoặc một cặp góc đồng vị) bằng nhau thì hai đường thẳng a và b song song với nhau.

Chú ý :

Dấu hiệu này cho ta một cách chứng minh hai đường thẳng song song.

Để chứng minh hai đường thẳng song song, ta cần chỉ ra rằng chúng tạo với một đường thẳng thứ ba một cặp góc so le trong (hoặc một cặp góc đồng vị) bằng nhau.

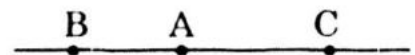
3. Tiên đề Ôclit về đường thẳng song song

Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng *chỉ có một* đường thẳng song song với đường thẳng đó.

Chú ý :

Tiên đề Ôclit nói về tính duy nhất của đường thẳng a' , kẻ qua điểm A nằm ngoài đường thẳng a và song song với a .

Ta có thể sử dụng tiên đề Ôclit vào việc chứng minh các điểm thẳng hàng : để chứng minh ba điểm A , B , C thẳng hàng, ta chỉ ra rằng AB , AC (hoặc AB , BC) cùng song song với một đường thẳng a nào đó.



4. Tính chất của hai đường thẳng song song

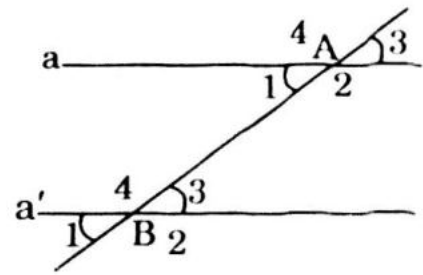
Định lí :

Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì :

- Hai góc so le trong bằng nhau
- Hai góc đồng vị bằng nhau
- Hai góc trong cùng phía bù nhau.

Chẳng hạn :

$$a \parallel a' \Leftrightarrow \begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{B}_3 \text{ (góc so le trong)} \\ \hat{B}_3 = \hat{A}_3 \text{ (góc đồng vị)} \\ \hat{B}_3 + \hat{A}_2 = 180^\circ \text{ (góc trong cùng phía)} \end{cases}$$



Chú ý :

Để chứng minh hai góc bằng nhau, ta chỉ ra rằng chúng là cặp góc so le trong (hoặc đồng vị) tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song.

IV- LIÊN HỆ GIỮA TÍNH SONG SONG VÀ TÍNH VUÔNG GÓC

1. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

$$\left. \begin{array}{l} a \perp c \\ b \perp c \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$$

2. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.

$$\left. \begin{array}{l} a \parallel b \\ c \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow c \perp b$$

3. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

$$\left. \begin{array}{l} a \parallel c \\ b \parallel c \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$$

Chú ý :

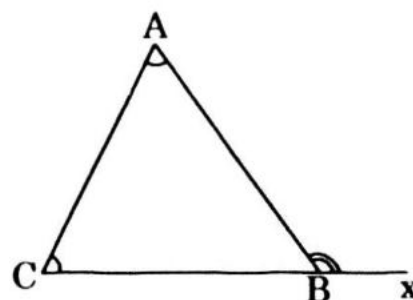
- Để chứng minh hai đường thẳng song song với nhau, ta có thể chứng minh chúng cùng vuông góc (hoặc cùng song song) với một đường thẳng thứ ba.
 - Để chứng minh hai đường thẳng vuông góc với nhau, ta có thể chứng minh một trong hai đường thẳng ấy vuông góc với một đường thẳng thứ ba và song song với đường thẳng kia.
4. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng cắt đường thẳng còn lại.

Chương II.**TAM GIÁC****I- TỔNG BA GÓC CỦA MỘT TAM GIÁC****1. Định lí**

Tổng ba góc của một tam giác bằng 180° .

2. Hệ quả

- Trong một tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau.
- Trong một tam giác thì mỗi góc ngoài bằng tổng hai góc trong không kề nó.
- Trong một tam giác thì mỗi góc ngoài lớn hơn mỗi góc trong không kề nó.



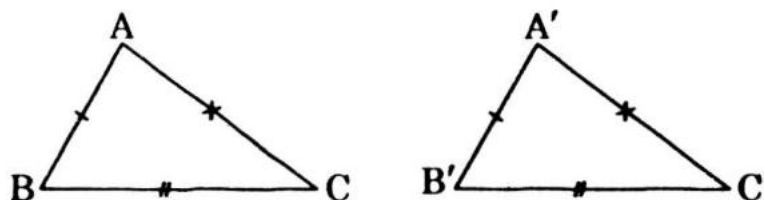
$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ;$$

$$\widehat{ABx} = \widehat{A} + \widehat{C};$$

$$\widehat{ABx} > \widehat{A}; \quad \widehat{ABx} > \widehat{C}.$$

II- BA TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC**1. Trường hợp bằng nhau (c-c-c)**

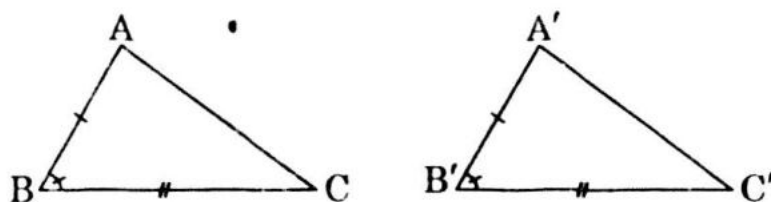
Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác ấy bằng nhau.



$$\left. \begin{array}{l} A'B' = AB \\ A'C' = AC \\ B'C' = BC \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta A'B'C' = \Delta ABC \text{ (c-c-c)}$$

2. Trường hợp bằng nhau (c-g-c)

Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác ấy bằng nhau.



$$\left. \begin{array}{l} A'B' = AB \\ \widehat{B'} = \widehat{B} \\ B'C' = BC \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta A'B'C' = \Delta ABC \text{ (c-g-c)}$$

3. Trường hợp bằng nhau (g-c-g)

Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác ấy bằng nhau.



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B'} = \widehat{B} \\ B'C' = BC \\ \widehat{C'} = \widehat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta A'B'C' = \Delta ABC \text{ (g-c-g)}$$

Chú ý :

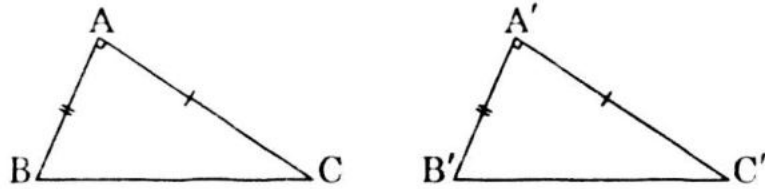
Khi hai tam giác bằng nhau thì các yếu tố tương ứng trong các tam giác ấy bằng nhau, do vậy người ta thường sử dụng các trường hợp tam giác bằng nhau vào việc chứng minh các góc bằng nhau hoặc các đoạn thẳng bằng nhau.

Để chứng minh hai góc (hoặc hai đoạn thẳng) bằng nhau, ta xét xem chúng là những góc tương ứng (hoặc những cạnh tương ứng) của hai tam giác nào đó và ta chứng minh hai tam giác ấy bằng nhau.

III- BỐN TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

1. Trường hợp hai cạnh góc vuông bằng nhau

Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông ấy bằng nhau.

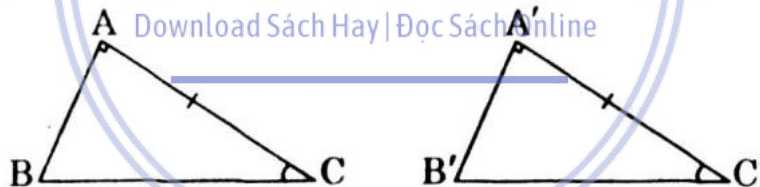


$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A}' = 90^\circ \\ A'B' = AB \\ A'C' = AC \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta A'B'C' = \Delta ABC \text{ (các cạnh góc vuông)}$$

Chú ý : Trường hợp này tương ứng với trường hợp (c-g-c).

2. Trường hợp một cạnh góc vuông và một góc nhọn bằng nhau

Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông ấy bằng nhau.

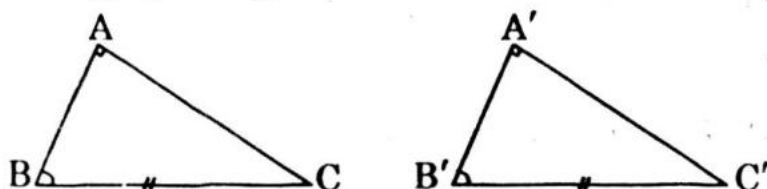


$$\left. \begin{array}{l} A'C' = AC \\ \hat{C}' = \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta A'B'C' = \Delta ABC \text{ (cạnh góc vuông, góc nhọn)}$$

Chú ý : Trường hợp này là hệ quả của trường hợp (g-c-g).

3. Trường hợp có cạnh huyền và một góc nhọn bằng nhau

Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông ấy bằng nhau.



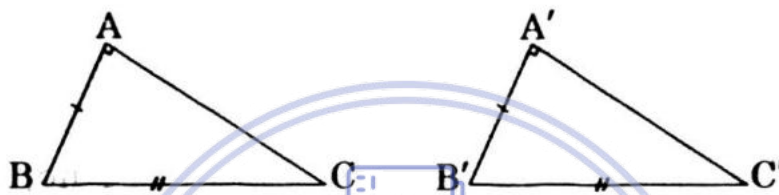
$$\widehat{A}' = \widehat{A} = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} B'C' = BC \\ \widehat{B}' = \widehat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta A'B'C' = \Delta ABC \text{ (cạnh huyền, góc nhọn)}$$

Chú ý : Trường hợp này là hệ quả của trường hợp (g-c-g).

4. Trường hợp cạnh huyền và cạnh góc vuông bằng nhau

Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông ấy bằng nhau.



$$\widehat{A}' = \widehat{A} = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} B'C' = BC \\ A'B' = AB \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta A'B'C' = \Delta ABC \text{ (cạnh huyền, cạnh góc vuông)}$$

Chú ý :

Ta cũng sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông vào việc chứng minh các góc bằng nhau hoặc các đoạn thẳng bằng nhau.

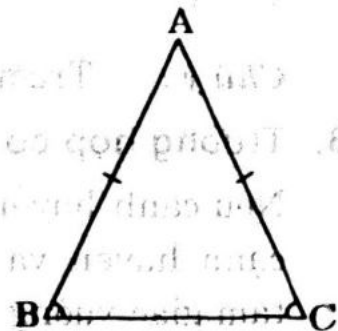
IV- TAM GIÁC CÂN VÀ TAM GIÁC ĐỀU

1. Tam giác cân

a) Định nghĩa

Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.

$$AB = AC \Leftrightarrow \Delta ABC \text{ cân tại đỉnh A}$$



b) Tính chất

- Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau.

$$\Delta ABC \text{ cân tại A} \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C}$$

- Ngược lại, một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

$$\hat{B} = \hat{C} \Rightarrow \Delta ABC \text{ cân tại } A$$

c) Tóm tắt

$$\Delta ABC \text{ cân} \Leftrightarrow \hat{B} = \hat{C}$$

Chú ý :

Người ta thường sử dụng định nghĩa hoặc tính chất này để chứng minh một tam giác là tam giác cân.

Để chứng minh một tam giác là tam giác cân, ta chứng minh nó có hai cạnh bằng nhau (định nghĩa) hoặc chứng minh nó có hai góc bằng nhau (tính chất).

2. Tam giác vuông cân

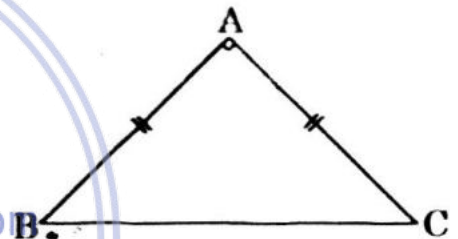
a) Định nghĩa

Tam giác vuông cân là tam giác vuông có hai cạnh góc vuông bằng nhau.

b) Tính chất

Trong một tam giác vuông cân, mỗi góc nhọn bằng 45° .

$$\Delta ABC \text{ vuông cân đỉnh } A \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 45^\circ.$$



3. Tam giác đều

a) Định nghĩa

Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau.

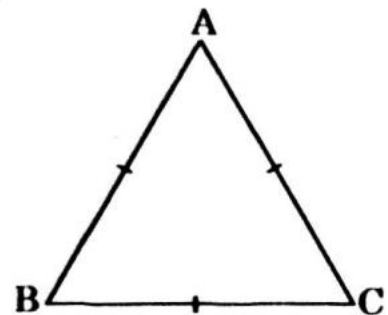
$$AB = BC = CA \Leftrightarrow \Delta ABC \text{ đều.}$$

b) Tính chất

- Trong một tam giác đều mỗi góc bằng 60° .
- Nếu tam giác có ba góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều.

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} \Leftrightarrow \Delta ABC \text{ đều}$$

- Một tam giác cân có một góc bằng 60° thì tam giác ấy là tam giác đều.



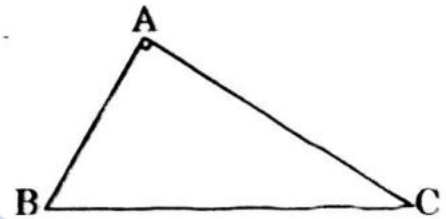
Chú ý :

Để chứng minh một tam giác là tam giác đều, ta có thể :

- Chứng minh nó có ba cạnh bằng nhau, hoặc
- Chứng minh nó có ba góc bằng nhau, hoặc
- Chứng minh nó là tam giác cân có một góc 60° .

V- ĐỊNH LÝ PITAGO**1. Định lý thuận**

Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.



$$\widehat{A} = 90^\circ \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$$

2. Định lý đảo

Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

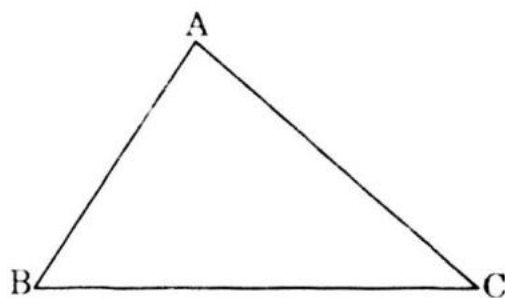
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \widehat{A} = 90^\circ$$

Chú ý :

- Ta có thể tóm tắt cả định lý thuận và định lý đảo của định lý Pitago như sau :

$$\widehat{A} = 90^\circ \Leftrightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$$

- Người ta sử dụng định lý Pitago thuận vào việc tính độ dài các đoạn thẳng và thường sử dụng định lý Pitago đảo vào việc chứng minh một tam giác vuông (hoặc chứng minh hai đường thẳng vuông góc với nhau).

Chương III.**QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC
CÁC ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY TRONG TAM GIÁC****I- QUAN HỆ GIỮA GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG TAM GIÁC****1. Định lí**

- Trong một tam giác đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.

$$AC > AB \Rightarrow \hat{B} > \hat{C}$$

- Ngược lại, đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.

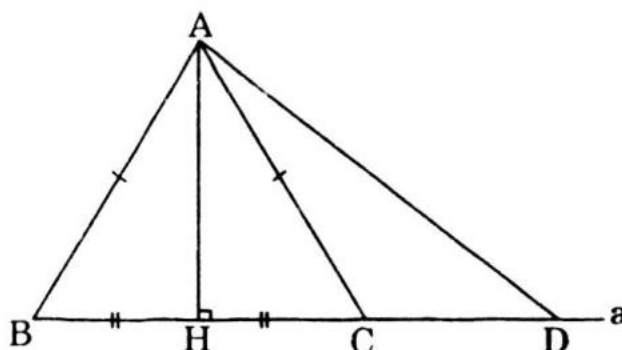
$$\hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB$$

2. Tóm tắt

$$AC > AB \Leftrightarrow \hat{B} > \hat{C}$$

Chú ý :

Ta có thể suy ra: "Trong một tam giác vuông, cạnh huyền luôn lớn hơn các cạnh góc vuông".

II- QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN

1. Định lí

Nếu từ một điểm ngoài một đường thẳng, ta kẻ đường vuông góc và các đường xiên đến đường thẳng thì :

- Đường vuông góc là đường ngắn nhất.
- Hai đường xiên bằng nhau thì có hình chiếu bằng nhau và ngược lại hai đường xiên có hình chiếu bằng nhau thì bằng nhau.
- Trong hai đường xiên không bằng nhau, đường xiên nào có hình chiếu lớn hơn thì lớn hơn và ngược lại đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn.

2. Tóm tắt

- $AH \perp a \Leftrightarrow AH$ ngắn nhất
- $HB = HC \Leftrightarrow AB = AC$
- $HD > HB \Leftrightarrow AD > AB$

III- BẤT ĐẲNG THỨC TAM GIÁC

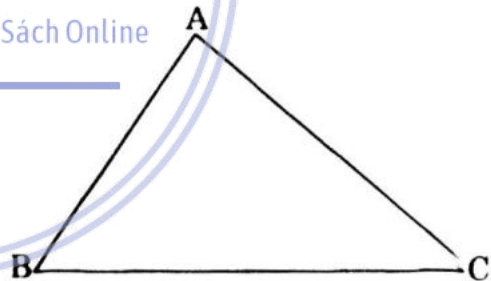
1. Định lí

Trong một tam giác, tổng độ dài của hai cạnh bao giờ cũng lớn hơn độ dài của cạnh còn lại.

$$AB + AC > BC;$$

$$AB + BC > AC;$$

$$AC + BC > AB.$$



2. Hệ quả

Trong một tam giác, hiệu độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại.

$$AB - AC < BC; \quad AB - BC < AC; \quad AC - BC < AB.$$

3. Tóm tắt

Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bao giờ cũng lớn hơn hiệu và nhỏ hơn tổng của hai cạnh còn lại.

$$AB - AC < BC < AB + AC;$$

$$AB - BC < AC < AB + BC;$$

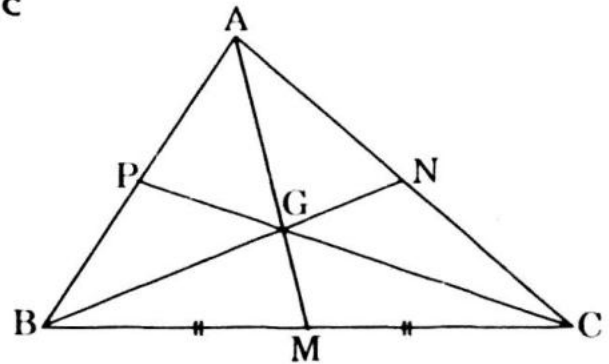
$$AC - BC < AB < AC + BC.$$

IV- CÁC ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY TRONG TAM GIÁC

1. Đường trung tuyến

a) Đường trung tuyến của tam giác

- Đoạn thẳng nối một đỉnh với trung điểm của cạnh đối diện gọi là trung tuyến thuộc cạnh ấy (hoặc trung tuyến xuất phát từ đỉnh đó).
- Một tam giác thì có 3 trung tuyến xuất phát từ 3 đỉnh.



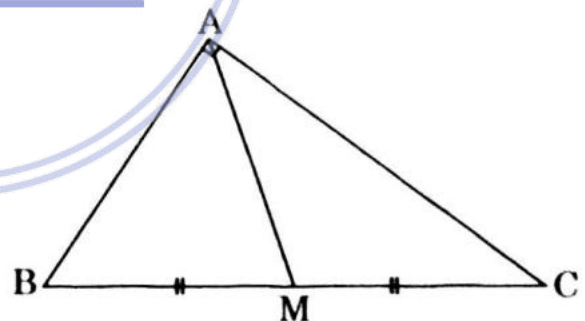
b) Tính chất

- Ba đường trung tuyến của một tam giác đồng quy tại một điểm. Điểm này cách đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua điểm ấy.
- Giao điểm của 3 đường trung tuyến được gọi là trọng tâm của tam giác.

c) Trung tuyến thuộc cạnh huyền của tam giác vuông

- Trong một tam giác vuông, đường trung tuyến thuộc cạnh huyền thì bằng $\frac{1}{2}$ cạnh huyền.

$$AM = \frac{1}{2} BC$$



- Ngược lại, nếu trong một tam giác, đường trung tuyến bằng $\frac{1}{2}$ cạnh tương ứng thì tam giác đó là tam giác vuông.
- d) Trong một tam giác cân, hai đường trung tuyến ứng với hai cạnh bên thì bằng nhau.
- Nếu một tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau thì tam giác đó cân.

Chú ý :

- Người ta sử dụng kết luận ở mục c để chứng minh một tam giác là tam giác vuông.
- Người ta sử dụng kết luận ở mục d để chứng minh một tam giác là tam giác cân.

2. Đường phân giác**a) Tia phân giác của một góc****Định nghĩa :**

Tia phân giác của một góc là tia nằm giữa hai cạnh của góc và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau.

Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} Oz \text{ nằm giữa hai tia } Ox, Oy \\ \widehat{zOx} = \widehat{zOy} \end{cases}$$

hoặc

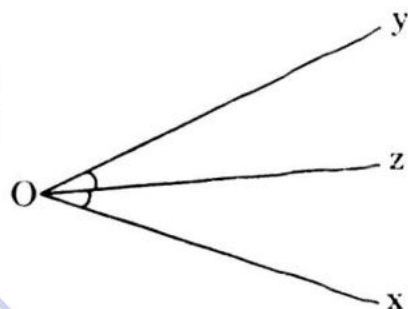
Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{xOz} + \widehat{zOy} = \widehat{xOy} \\ \widehat{xOz} = \widehat{zOy} \end{cases}$$

hoặc

Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$

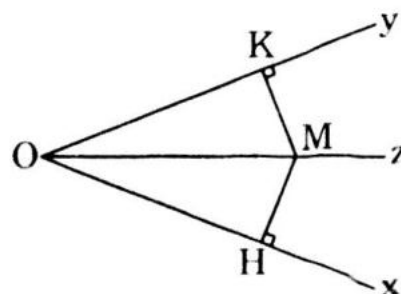
$$\Leftrightarrow \widehat{xOz} = \widehat{zOy} = \frac{1}{2} \widehat{xOy}$$

**Định lý :**

- Một điểm nằm trên tia phân giác của một góc thì cách đều hai cạnh của góc.

$$M \in Oz \Rightarrow MH = MK$$

- Ngược lại, một điểm cách đều hai cạnh của một góc thì nằm trên đường phân giác của góc ấy.



$$MH = MK \Rightarrow M \in Oz$$

Tóm lại :

$$M \in Oz \Leftrightarrow MH = MK$$

Tập hợp (hay quỹ tích) những điểm cách đều hai cạnh của một góc là tia phân giác của góc ấy.

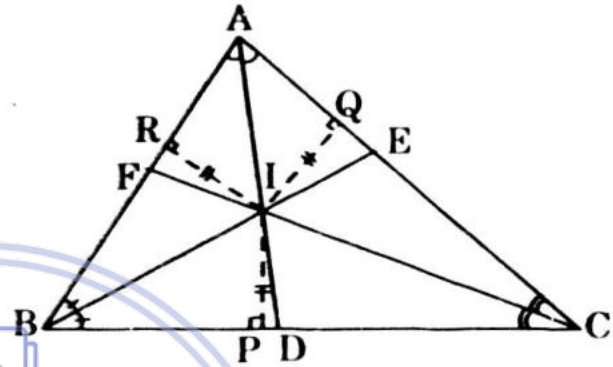
b) Ba đường phân giác của tam giác

Đường phân giác :

Tia phân giác của góc A cắt cạnh đối diện BC tại điểm D. Đoạn thẳng AD gọi là đường phân giác trong của góc A của tam giác ABC.

Tính chất :

- + Trong một tam giác, ba đường phân giác trong đồng quy tại một điểm.
- + Giao điểm I của ba đường phân giác trong thì cách đều ba cạnh. Người ta cũng nói rằng I là tâm đường tròn nội tiếp trong tam giác ABC.



c) Nếu một tam giác có đường trung tuyến đồng thời là đường phân giác thì tam giác đó cân.

3. Đường trung trực

a) Đường trung trực của đoạn thẳng

Định nghĩa :

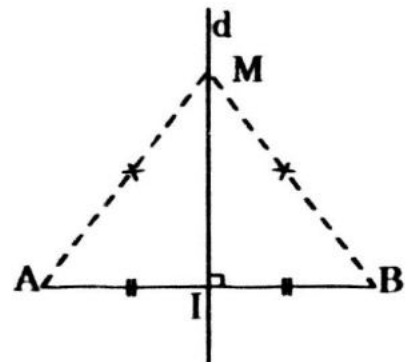
d là trung trực của AB

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - d \text{ đi qua trung điểm I của AB} \\ - d \perp AB \end{cases}$$

Tính chất :

- Một điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng.

$$M \in d \Rightarrow MA = MB$$



- Ngược lại, một điểm cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng.

$$MA = MB \Rightarrow M \in d$$

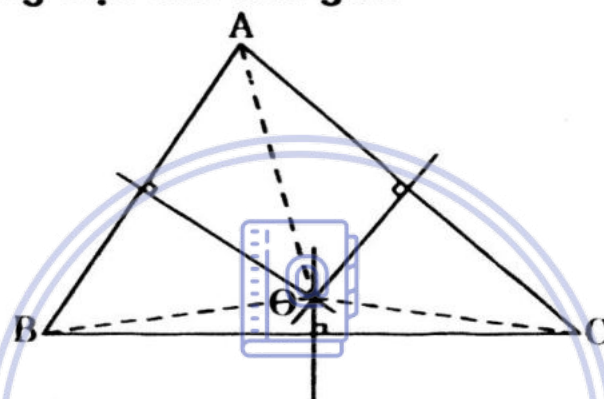
Tóm lại :

$$M \in d \Leftrightarrow MA = MB$$

Người ta cũng nói :

"Tập hợp (hay quỹ tích) các điểm cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng là đường trung trực của đoạn thẳng".

b) Ba đường trung trực của tam giác



Định lí :

Ba đường trung trực của một tam giác đồng quy tại một điểm.

Tính chất :

Giao điểm O của ba đường trung trực của tam giác thì cách đều ba đỉnh.

$$OA = OB = OC$$

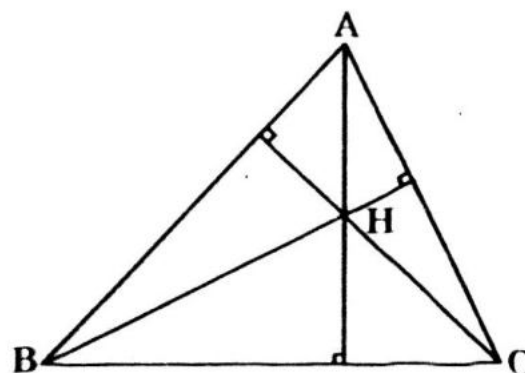
c) Đường trung trực của cạnh đáy của tam giác cân

Trong một tam giác cân, đường trung trực của cạnh đáy đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh ấy.

4. Đường cao của tam giác

a) Định nghĩa

Đoạn vuông góc kẻ từ một đỉnh đến cạnh đối diện gọi là đường cao (ứng với cạnh ấy) của tam giác.



b) Tính chất

- Trong một tam giác ba đường cao đồng quy tại một điểm.
- Giao điểm H của ba đường cao được gọi là *trực tâm của tam giác*.

c) Đường cao kẻ từ đỉnh của tam giác cân

- Trong một tam giác cân, đường cao kẻ từ đỉnh cũng đồng thời là trung tuyến, trung trực, đường phân giác kẻ từ đỉnh ấy.
- Ngược lại, nếu trong một tam giác mà có hai trong bốn loại đường (trung tuyến, phân giác, trung trực, đường cao) trùng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

Chú ý :

1. Trong một tam giác đều thì bốn điểm sau:

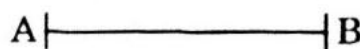
- Trọng tâm (giao điểm của các đường trung tuyến)
- Tâm đường tròn nội tiếp (giao điểm của các đường phân giác)
- Tâm đường tròn ngoại tiếp (giao điểm của các đường trung trực)
- Trực tâm (giao điểm của các đường cao)

là bốn điểm trùng nhau và điểm này được gọi là *tâm của tam giác đều*.

2. Trong một tam giác thì ba điểm: trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp nằm trên một đường thẳng. Đường thẳng này gọi là *đường thẳng Ole (Euler)* của tam giác.**V- VẼ MỘT SỐ YẾU TỐ QUEN THUỘC BẰNG THƯỚC VÀ COMPA**

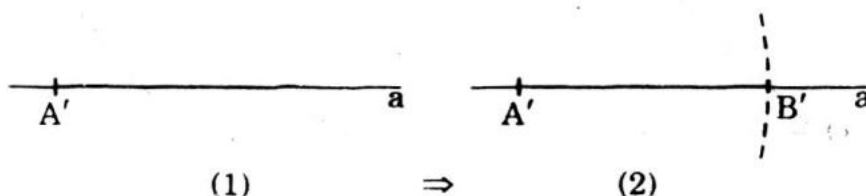
1. Vẽ một đoạn thẳng bằng một đoạn thẳng cho trước

Cho trước đoạn thẳng AB. Cần vẽ đoạn thẳng $A'B' = AB$.



Ta thực hiện các bước :

- *Bước (1)* : Vẽ một đường thẳng a , lấy trên a một điểm A' .
- *Bước (2)* : Vẽ cung tròn tâm A' , bán kính $r = AB$, cung này cắt đường thẳng a tại điểm B' . Ta có $A'B' = AB$.



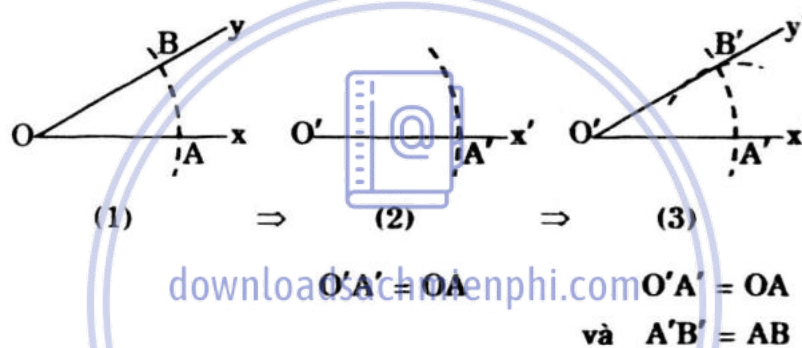
2. Vẽ một góc bằng một góc cho trước

Cho trước góc xOy . Cần vẽ góc $x'O'y'$ sao cho $\widehat{x'O'y'} = \widehat{xOy}$.

Ta thực hiện các bước :

- **Bước (1)** : Lấy đỉnh O của góc xOy làm tâm, quay một cung tròn với bán kính r tùy ý. Cung này cắt Ox , Oy theo thứ tự tại điểm A và điểm B .
- **Bước (2)**: Vẽ một tia $O'x'$ bất kì. Lấy O' làm tâm, quay một cung tròn với bán kính $r = OA$. Cung này cắt tia $O'x'$ tại điểm A' .
- **Bước (3)** : Lấy A' làm tâm, quay một cung tròn với bán kính $r' = AB$. Cung này cắt cung tròn đã vẽ trong bước 2 tại điểm B' . Nối $O'B'$.

Ta có $\widehat{A'O'B'} = \widehat{AOB}$.

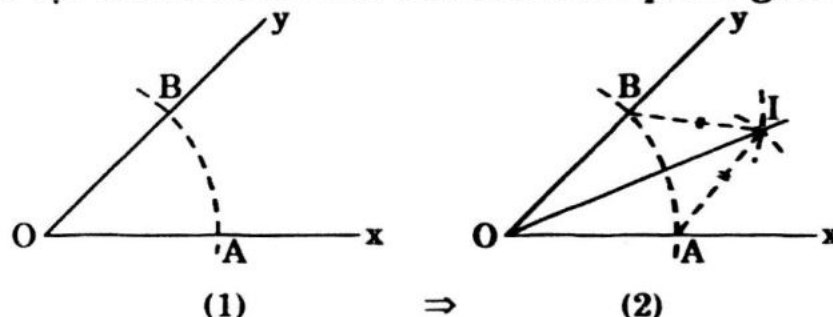


3. Vẽ tia phân giác của một góc

Cho góc xOy . Để vẽ tia phân giác của góc xOy , ta có thể thực hiện theo 2 cách sau :

Cách 1 :

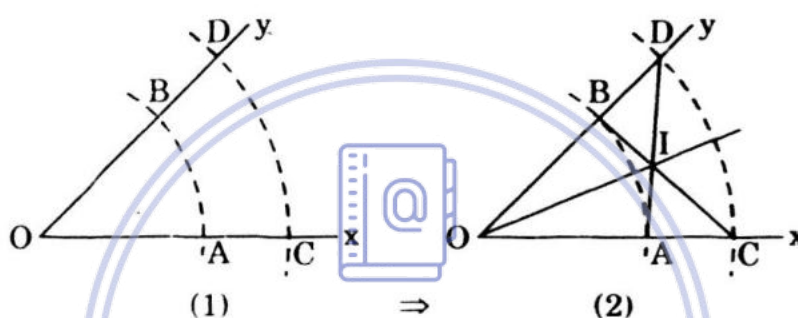
- **Bước (1)** : Lấy đỉnh O làm tâm, quay một cung tròn với bán kính tùy ý. Cung tròn này cắt các cạnh Ox , Oy theo thứ tự tại các điểm A , B .
- **Bước (2)** : Lần lượt lấy A , B làm tâm, ta quay các cung tròn tâm A , tâm B với bán kính tùy ý. Hai cung tròn này cắt nhau tại điểm I . Nối OI . Tia OI là tia phân giác của góc xOy .



Chú ý : Khi quay các cung tròn tâm A, tâm B, đơn giản nhất là giữ nguyên khẩu độ compa khi quay cung tròn tâm O, tức là $OA = AI = BI$. Cần chọn các bán kính đủ lớn để hai cung tròn tâm A, tâm B cắt nhau ta mới có giao điểm I.

Cách 2 :

- **Bước (1) :** Lấy O làm tâm quay một cung tròn với bán kính r bất kì, cung này cắt Ox ở A, Oy ở B. Cũng lấy O làm tâm quay một cung tròn bán kính r' ($r' \neq r$). Cung này cắt Ox ở C và cắt Oy ở D.
- **Bước (2) :** Nối AD, nối BC; AD và BC cắt nhau ở I. Tia OI là tia phân giác của góc xOy.

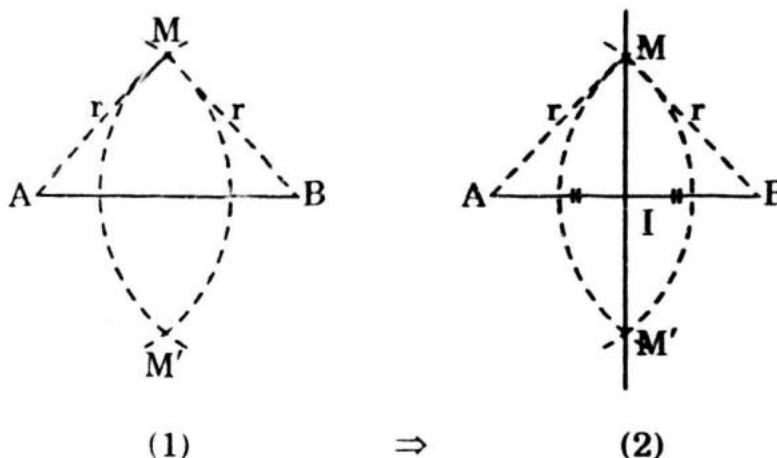


4. Vẽ đường trung trực của đoạn thẳng. Tìm trung điểm của đoạn thẳng

Cho đoạn thẳng AB. Ta vẽ đường trung trực của AB theo các bước :

- **Bước (1) :** Lần lượt lấy A và B làm tâm, ta quay hai cung tròn với bán kính r tùy ý. Hai cung tròn (A; r) và (B; r) cắt nhau tại hai điểm M và M'.
- **Bước (2) :** Nối MM', cắt AB tại I.

Ta có : MM' là đường trung trực của đoạn thẳng AB. I là trung điểm của đoạn thẳng AB.

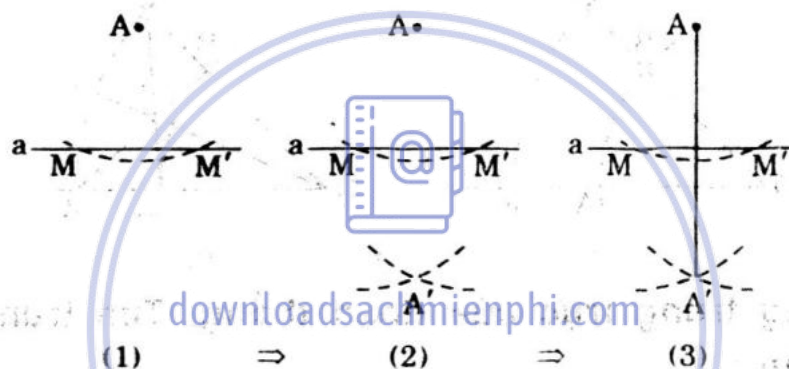


Chú ý : Bán kính r của các cung tròn tâm A, tâm B phải lớn hơn $\frac{1}{2}AB$ ta mới có các giao điểm M, M'.

5. Vẽ đường thẳng a' đi qua một điểm A nằm ngoài đường thẳng a và $a' \perp a$

Ta thực hiện các bước :

- **Bước (1) :** Lấy A làm tâm, quay cung tròn bán kính r . Cung $(A; r)$ cắt đường thẳng a tại hai điểm M, M'.
- **Bước (2) :** Lần lượt lấy M, M' làm tâm, quay các cung tròn $(M; r)$ và $(M'; r)$. Hai cung này cắt nhau tại điểm A'.
- **Bước (3) :** Nối AA'. Ta có $AA' \perp a$.

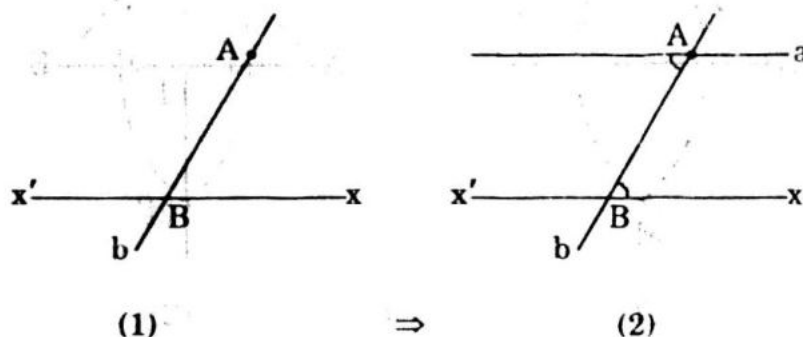


6. Vẽ một đường thẳng qua một điểm và song song với một đường thẳng cho trước

Cho một đường thẳng $x'x$ và một điểm A nằm ngoài $x'x$. Ta vẽ đường thẳng a qua A và $a \parallel x'x$ theo các bước sau :

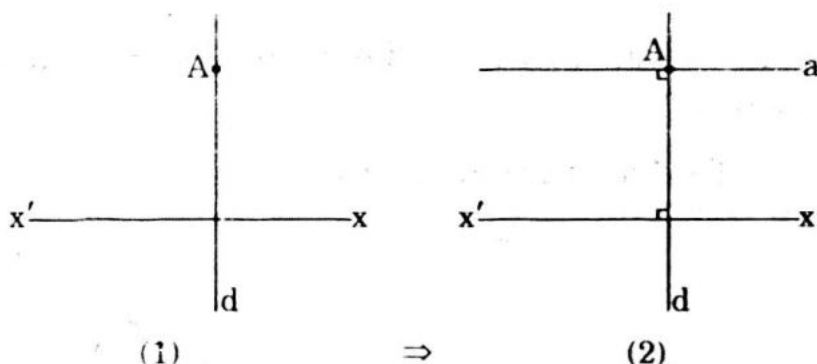
- **Bước (1) :** Vẽ qua A một đường thẳng b cắt $x'x$ tại một điểm B. Giả sử $\widehat{ABx}$ là một góc nhọn.
- **Bước (2) :** Vẽ qua A, đường thẳng a tạo với b một góc nhọn ở vị trí so le hoặc đồng vị mà bằng góc $\widehat{ABx}$.

Ta có $a \parallel x'x$.



Ta có thể vẽ theo cách sau :

- *Bước (1)* : Qua A ta vẽ đường thẳng $d \perp x'x$.
 - *Bước (2)* : Qua A ta lại kẻ đường thẳng $a \perp d$.
- Ta có $a \parallel x'x$.



7. Vẽ tam giác

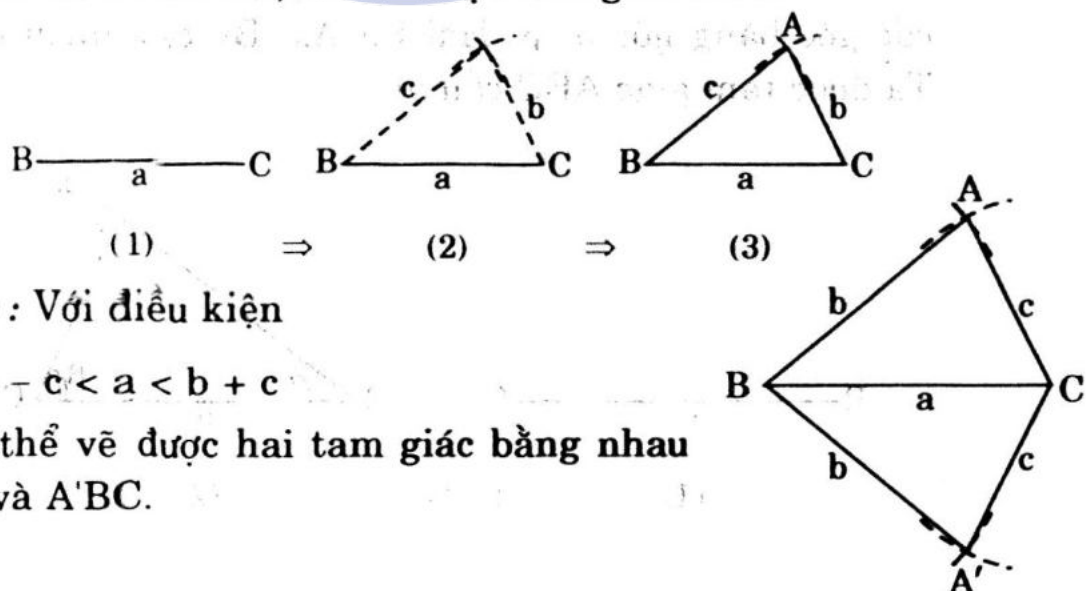
Trước tiên cần lưu ý rằng một tam giác được coi là *xác định* nếu biết được ba yếu tố của nó, trong đó yếu tố góc *không được* quá 2.

a) Vẽ tam giác khi biết ba cạnh

Vẽ tam giác ABC khi cho biết ba cạnh của nó : $BC = a$, $AB = c$ và $AC = b$.

Ta thực hiện các bước :

- *Bước (1)* : Vẽ đoạn thẳng $BC = a$.
- *Bước (2)* : Lần lượt lấy các điểm B và C làm tâm, quay các cung tròn $(B; c)$ và $(C; b)$. Hai cung tròn này cắt nhau tại điểm A.
- *Bước (3)* : Nối AB, AC ta được tam giác ABC.



Chú ý : Với điều kiện

$$b - c < a < b + c$$

ta có thể vẽ được hai tam giác bằng nhau ABC và A'BC.

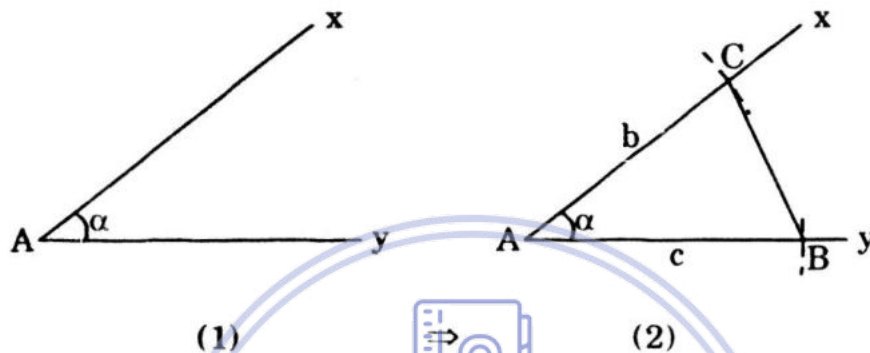
b) Vẽ tam giác biết hai cạnh và góc xen giữa

Vẽ tam giác ABC biết $AB = c$, $AC = b$ và $\hat{A} = \alpha$.

Ta thực hiện các bước :

- *Bước (1)* : Vẽ một góc $\widehat{xAy} = \alpha$.
- *Bước (2)* : Trên cạnh Ax đặt đoạn $AB = c$ và trên cạnh Ay đặt đoạn $AC = b$.

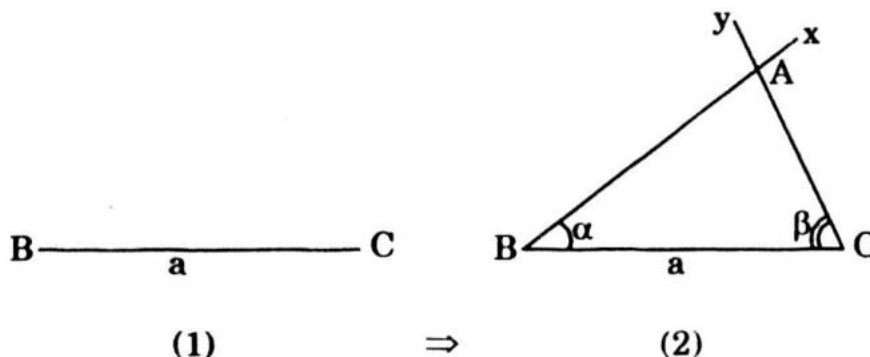
Nối BC. Ta được tam giác ABC.

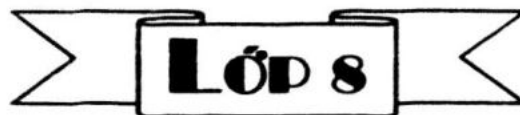
**c) Vẽ tam giác biết một cạnh và hai góc kề**

Vẽ tam giác ABC biết cạnh $BC = a$ và hai góc kề cạnh BC là $\hat{B} = \alpha$, $\hat{C} = \beta$.

Ta thực hiện các bước :

- *Bước (1)* : Vẽ đoạn thẳng $BC = a$.
- *Bước (2)* : Trên cùng một nửa mặt phẳng, bờ là đường thẳng BC, ta vẽ hai tia Bx, Cy tạo với đoạn thẳng BC theo thứ tự các góc bằng góc α , β . Hai tia Ax, By cắt nhau tại điểm A. Ta được tam giác ABC cần vẽ.





PHẦN ĐẠI SỐ

Chương I.

PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA CÁC ĐA THỨC

I. PHÉP NHÂN CÁC ĐA THỨC

1. Đơn thức, đa thức

Đơn thức là biểu thức đại số trong đó có các phép toán thực hiện trên các biến số chỉ là phép nhân hoặc lũy thừa với số mũ tự nhiên. Mỗi số thực được xem là một đơn thức bậc 0.

Ví dụ : $A = \frac{1}{2}x^2y^3$



Đa thức là biểu thức có thể viết dưới dạng một tổng đại số các đơn thức. Mỗi đơn thức trong tổng đại số đó là một hạng tử của đa thức.

Ví dụ : $P = 3x^2y - \frac{4}{3}xy + 2y^2$

2. Nhân đơn thức với đa thức

Muốn nhân một đơn thức với một đa thức ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích với nhau.

Kí hiệu A, B, C, ... là các đơn thức ta có thể viết :

$$A.(B + C + \dots + D) = A.B + A.C + \dots + A.D$$

Ví dụ :
$$\begin{aligned} x^2y.(xy - y^2 + 1) &= x^2y.xy - x^2y.y^2 + x^2y.1 \\ &= x^3y^2 - x^2y^3 + x^2y. \end{aligned}$$

3. Nhân đa thức với đa thức

Muốn nhân một đa thức với một đa thức ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

$$(A + B)(C + D + \dots + E) = AC + AD + \dots + AE + BC + BD + \dots + BE$$

Ví dụ :

$$(xy - y^2)(x^2 + xy + 1) = xy.x^2 + xy.xy + xy.1 - y^2x^2 - y^2.xy - y^2.1 \\ = x^3y + xy - xy^3 - y^2.$$

Ngoài quy tắc nhân nêu trên, ta có thể đặt phép tính nhân đa thức tương tự như đặt phép tính nhân các số.

Ví dụ : Nhân $3x^2 - 5x + 4$ với $2x + 3$

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 5x + 4 \\ \times \quad 2x + 3 \\ \hline 6x^3 - 10x^2 + 8x \\ \quad 9x^2 - 15x + 12 \\ \hline 6x^3 - x^2 - 7x + 12 \end{array}$$

II. NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

1. Bình phương của một tổng

Với A, B là các biểu thức tùy ý ta có :

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2 \quad (1)$$

Phát biểu đẳng thức bằng lời : "Bình phương của một tổng hai biểu thức bằng bình phương biểu thức thứ nhất, cộng hai lần tích của biểu thức thứ nhất với biểu thức thứ hai, cộng bình phương biểu thức thứ hai".

$$\text{Ví dụ : } (3x + 2y)^2 = (3x)^2 + 2.(3x)(2y) + (2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2.$$

2. Bình phương của một hiệu

$$(A - B)^2 = A^2 - 2A.B + B^2 \quad (2)$$

"Bình phương của một hiệu hai biểu thức bằng bình phương biểu thức thứ nhất, trừ hai lần tích biểu thức thứ nhất với biểu thức thứ hai, cộng bình phương biểu thức thứ hai".

$$\text{Ví dụ : } (2x^2 - y)^2 = (2x^2)^2 - 2.(2x^2)y + y^2 = 4x^4 - 4x^2y + y^2.$$

Ghi chú : Bình phương của một hiệu có thể suy từ bình phương của một tổng như sau :

$$(A - B)^2 = [A + (-B)]^2 = A^2 + 2A.(-B) + (-B)^2 = A^2 - 2A.B + B^2.$$

3. Hiệu hai bình phương

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B) \quad (3)$$

"Hiệu của bình phương biểu thức thứ nhất và bình phương biểu thức thứ hai bằng tích của tổng hai biểu thức với hiệu của biểu thức thứ nhất trừ biểu thức thứ hai".

Ví dụ : $4x^2 - y^2 = (2x)^2 - y^2 = (2x + y)(2x - y)$.

4. Lập phương của một tổng

$$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 \quad (4)$$

"Lập phương của một tổng hai biểu thức bằng lập phương biểu thức thứ nhất, cộng ba lần tích bình phương biểu thức thứ nhất với biểu thức thứ hai, cộng ba lần tích biểu thức thứ nhất với bình phương biểu thức thứ hai, cộng lập phương của biểu thức thứ hai".

Ví dụ : $(2x + 3y)^3 = (2x)^3 + 3.(2x)^2.3y + 3.(2x)(3y)^2 + (3y)^3$
 $= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$.

Ghi chú : Đẳng thức của lập phương một tổng (4) còn có thể viết như sau :

$$(A + B)^3 = A^3 + B^3 + 3(A + B).AB \quad (4')$$

"Lập phương của một tổng hai biểu thức bằng lập phương biểu thức thứ nhất, cộng lập phương biểu thức thứ hai, cộng ba lần tổng hai biểu thức nhân với tích của hai biểu thức.

5. Lập phương của một hiệu

Tương tự như trên, ta có đẳng thức của lập phương một hiệu như sau :

$$(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 \quad (5)$$

$$(A - B)^3 = A^3 - B^3 - 3(A - B).AB \quad (5')$$

Các công thức (5) và (5') suy ra từ (4) và (4') bằng cách thay B bởi (-B).

$$(A - B)^3 = [A + (-B)]^3$$

Ví dụ : $(2x - y^2)^3 = (2x)^3 - 3(2x)^2(y^2) + 3(2x)(y^2)^2 - (y^2)^3$
 $= 8x^3 - 12x^2y^2 + 6xy^4 - y^6$.

6. Tổng của hai lập phương

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2) \quad (6)$$

Ta quy ước nói, $A^2 - AB + B^2$ là *bình phương thiếu của hiệu* $A - B$ thì đẳng thức (6) có thể phát biểu như sau : "Tổng các lập phương của hai biểu thức bằng tích của tổng hai biểu thức với bình phương thiếu của hiệu biểu thức thứ nhất trừ biểu thức thứ hai".

Ví dụ :

$$\begin{aligned} 8x^3 + y^3 &= (2x)^3 + y^3 = [(2x) + y].[(2x)^2 - (2x)y + y^2] \\ &= (2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2). \end{aligned}$$

7. Hiệu hai lập phương

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2) \quad (7)$$

Ta quy ước nói $A^2 + AB + B^2$ là *bình phương thiếu của tổng* $A + B$ thì (7) được phát biểu là : "Hiệu của lập phương biểu thức thứ nhất trừ lập phương biểu thức thứ hai bằng tích giữa hiệu của biểu thức thứ nhất trừ biểu thức thứ hai và bình phương thiếu của tổng hai biểu thức đó".

Ví dụ :

$$\begin{aligned} x^3 - 27y^3 &= x^3 - (3y)^3 = [x - (3y)][x^2 + x.(3y) + (3y)^2] \\ &= (x - 3y)(x^2 + 3xy + 9y^2). \end{aligned}$$

Tóm tắt bảy hằng đẳng thức đáng nhớ

$$1. \quad (A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2 \quad (1)$$

$$2. \quad (A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2 \quad (2)$$

$$3. \quad A^2 - B^2 = (A + B)(A - B) \quad (3)$$

$$4. \quad (A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 \quad (4)$$

$$5. \quad (A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 \quad (5)$$

$$6. \quad A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2) \quad (6)$$

$$7. \quad A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2) \quad (7)$$

III. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

Phân tích một đa thức thành nhân tử là biến đổi đa thức đó thành tích của những đa thức. Có thể nói phân tích đa thức thành nhân tử là một việc làm ngược với phép nhân đa thức. Có nhiều phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử.

1. Phương pháp đặt nhân tử chung

Sử dụng luật phân phối của phép nhân đối với phép cộng các đa thức

$$A.B + A.C = A.(B + C)$$

Ví dụ : Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $5x^3 + 20x$

b) $2xy(x + y) - x - y$.

Giải

a) $5x^3 + 20x = 5x.x^2 + 5x.4 = 5x(x^2 + 4)$.

b) $2xy(x + y) - x - y = 2xy(x + y) - (x + y) = (x + y)(2xy - 1)$.

2. Phương pháp dùng các hằng đẳng thức

Biến đổi đa thức đã cho về dạng một vế của một trong bảy hằng đẳng thức đáng nhớ để đổi thành vế kia.

Ví dụ : Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $9x^2 - 6x + 1$

b) $8x^3 - 27$.

Giải

a) $9x^2 - 6x + 1 = (3x)^2 - 2(3x).1 + 1^2 = (3x - 1)^2$.

b) $8x^3 - 27 = (2x)^3 - 3^3 = (2x - 3)[(2x)^2 + (2x).3 + 3^2]$
 $= (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$.

3. Phương pháp nhóm các hạng tử

Nhóm các hạng tử của đa thức đã cho một cách thích hợp để xuất hiện nhân tử chung hoặc có thể sử dụng các hằng đẳng thức.

Ví dụ : Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $4x^2 + 4x - y^2 + 1$

b) $2x^2 + xy + 2x + y$.

Giải

a) $4x^2 + 4x - y^2 + 1 = (4x^2 + 4x + 1) - y^2 = (2x + 1)^2 - y^2$
 $= (2x + 1 + y)(2x + 1 - y)$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2x^2 + xy + 2x + y &= (2x^2 + xy) + (2x + y) \\ &= x(2x + y) + (2x + y) = (2x + y)(x + 1). \end{aligned}$$

4. Phương pháp tách một hạng tử thành tổng các hạng tử

Tách một hạng tử thành tổng các hạng tử một cách thích hợp để xuất hiện nhân tử chung.

Ví dụ : Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

$$\text{a) } x^2 - 7xy + 10y^2 \qquad \text{b) } x^2 - 6x + 8.$$

Giải

$$\text{a) } x^2 - 7xy + 10y^2 = x^2 - 2xy - 5xy + 10y^2$$

$$= (x^2 - 2xy) - (5xy - 10y^2)$$

$$= x(x - 2y) - 5y(x - 2y) = (x - 2y)(x - 5y).$$

$$\text{b) } x^2 - 6x + 8 = x^2 - 2x - 4x + 8$$

$$= (x^2 - 2x) - (4x - 8) = x(x - 2) - 4(x - 2) = (x - 2)(x - 4).$$

5. Phối hợp nhiều phương pháp

Ví dụ : Phân tích đa thức sau thành nhân tử :

$$x^3 - 7x - 6.$$

Giải

$$x^3 - 7x - 6 = x^3 - x - 6x - 6 \text{ (tách hạng tử } 7x)$$

$$= (x^3 - x) - (6x + 6) \text{ (nhóm các hạng tử)}$$

$$= x(x^2 - 1) - 6(x + 1)$$

$$= x(x - 1)(x + 1) - 6(x + 1) \text{ (dùng hằng đẳng thức)}$$

$$= (x + 1)[x(x - 1) - 6] \text{ (đặt nhân tử chung)}$$

$$= (x + 1)(x^2 - x - 6) = (x + 1)[(x^2 - 3x) + (2x - 6)]$$

$$= (x + 1)[x(x - 3) + 2(x - 3)] = (x + 1)(x + 2)(x - 3).$$

IV. CHIA ĐA THỨC

1. Chia đơn thức cho đơn thức

- Đơn thức A chia hết cho đơn thức $B \neq 0$ nếu tìm được đơn thức Q sao cho $B \cdot Q = A$.
- Điều kiện để đơn thức A chia hết cho đơn thức B là mỗi biến của B đều là biến của A mà số mũ của nó trong B không lớn hơn số mũ của biến đó trong A.

Ví dụ : $2x^3y^2z$ chia hết cho $7x^2y^2$.

- Quy tắc chia đơn thức A cho đơn thức B :

- Chia hệ số của đơn thức A cho hệ số của đơn thức B.
- Chia từng lũy thừa của biến trong A cho lũy thừa của cùng biến đó trong B.
- Nhân các kết quả tìm được với nhau.

Ví dụ : $2x^4y^6z : 7x^3y^4 = (2 : 7) \cdot (x^4 : x^3) \cdot (y^6 : y^4) \cdot (z : 1) = \frac{2}{7}xy^2z$.

2. Chia đa thức cho đơn thức

Muốn chia đa thức A cho đơn thức B, ta chia mỗi hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả lại.

Ví dụ : $(x^3y^3 - 10x^2y^4 + 15x^2y^3) : 5x^2y^2$
 $= (x^3y^3 : 5x^2y^2) - (10x^2y^4 : 5x^2y^2) + (15x^2y^3 : 5x^2y^2) = \frac{1}{5}xy - 2y^2 + 3y$.

3. Chia đa thức một biến đã sắp xếp

Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai đa thức của cùng biến x với bậc của $f(x)$ không nhỏ hơn bậc của $g(x)$. Để chia $f(x)$ (đa thức bị chia) cho $g(x)$ (đa thức chia) ta thực hiện :

- Chia hạng tử bậc cao nhất của $f(x)$ cho hạng tử bậc cao nhất của $g(x)$.
- Nhân thương vừa tìm được với đa thức chia $g(x)$ rồi lấy đa thức bị chia $f(x)$ trừ cho tích nhận được.

Nếu hiệu vừa mới nhận bằng 0, ta bảo $f(x)$ chia hết cho $g(x)$.

Nếu hiệu vừa mới nhận là một đa thức, kí hiệu $r_1(x)$ ta gọi là đa thức dư thứ nhất. Nếu bậc của $r_1(x)$ nhỏ hơn bậc của $g(x)$, phép chia kết thúc và gọi là phép chia có dư. Nếu bậc của $r_1(x)$ không nhỏ hơn bậc của $g(x)$, ta lặp lại quá trình như trên đối với $r_1(x)$

và $g(x)$ thì đến một lúc sẽ thấy là phép chia hết hoặc phép chia có dư với bậc của đa thức dư cuối cùng nhỏ hơn bậc của $g(x)$.

Ví dụ 1 : Chia $3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 4x + 2$ cho $x^2 - x + 1$. Ta lấy $3x^4 : x^2 = 3x^2$ và đặt phép tính như sau :

$$\begin{array}{r}
 3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 4x + 2 \quad | \quad x^2 - x + 1 \\
 \underline{3x^4 - 3x^3 + 3x^2} \qquad \qquad \quad | \quad 3x^2 - 2x + 2 \\
 -2x^3 + 4x^2 - 4x + 2 \\
 \underline{-2x^3 + 2x^2 - 2x} \\
 2x^2 - 2x + 2 \\
 \underline{2x^2 - 2x + 2} \\
 0
 \end{array}$$

Trong phép chia này đa thức dư thứ nhất : $r_1(x) = -2x^3 + 4x^2 - 4x + 2$, đa thức dư thứ hai : $r_2(x) = 2x^2 - 2x + 2$. Dư cuối cùng bằng 0. Phép chia là *phép chia hết*.

Ví dụ 2 :

$$\begin{array}{r}
 4x^3 - 3x^2 + 1 \quad | \quad x^2 + 2x - 1 \\
 \underline{4x^3 + 8x^2 - 4x} \qquad \qquad \quad | \quad 4x - 11 \\
 -11x^2 + 4x + 1 \\
 \underline{-11x^2 - 22x + 11} \\
 26x - 10
 \end{array}$$

Đa thức dư thứ nhất ở đây là $r_1(x) = -11x^2 + 4x + 1$, đa thức dư thứ hai $r_2(x) = 26x - 10 \neq 0$, có bậc nhỏ hơn bậc của đa thức chia ($x^2 + 2x - 1$). Phép chia này là *phép chia có dư*, đa thức dư là $26x - 10$.

Người ta chứng minh được : "Cho hai đa thức (một biến) tùy ý A và B với $B \neq 0$ thì tồn tại cặp hai đa thức duy nhất Q và R sao cho $A = B.Q + R$, trong đó $R = 0$ hoặc bậc của R nhỏ hơn bậc của B".

- Nếu $R = 0$ thì phép chia A cho B là phép chia hết.

Chương II. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

I. ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC

1. Khái niệm phân thức đại số

Một phân thức đại số là biểu thức đại số có dạng $\frac{A}{B}$ trong đó A

và B là những đa thức và B khác 0.

A được gọi là tử thức, B được gọi là mẫu thức.

Ví dụ : $\frac{3x^2y - 4x^3}{xy + 1}$

Ghi chú : Một đa thức được coi như một phân thức với mẫu thức bằng 1.

2. Hai phân thức bằng nhau

Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ là bằng nhau, kí hiệu $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ nếu

$$A.D = B.C.$$

Ví dụ : $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x} = \frac{x - 3}{x}$

vì $(x^2 - 2x - 3).x = (x^2 + x)(x - 3).$

3. Tính chất cơ bản của phân thức

- Nếu nhân cả tử và mẫu của một phân thức với một đa thức khác 0 thì ta được một phân thức bằng phân thức đã cho :

$$\frac{A}{B} = \frac{A.M}{B.M} \quad (M \text{ là đa thức khác } 0).$$

- Nếu chia cả tử và mẫu của một phân thức cho một nhân tử chung khác 0 của chúng thì được một phân thức bằng phân thức đã cho :

$$\frac{A}{B} = \frac{A : N}{B : N} \quad (N \text{ là nhân tử chung khác } 0 \text{ của } A \text{ và } B).$$

Ví dụ : $\frac{3x}{x+1} = \frac{3x(x^2+1)}{(x+1)(x^2+1)} = \frac{3x^3+3x}{x^3+x^2+x+1};$
 $\frac{2x^2+2x}{x^2+2x+1} = \frac{2x(x+1):(x+1)}{(x+1)(x+1):(x+1)} = \frac{2x}{x+1}.$

4. Rút gọn phân thức

- Chia cả tử và mẫu của một phân thức cho một nhân tử chung của chúng gọi là rút gọn phân thức đó.
- Muốn rút gọn một phân thức ta phân tích cả tử và mẫu của phân thức đó thành nhân tử để tìm các nhân tử chung, rồi chia cả tử và mẫu cho tích các nhân tử chung ấy.

Ví dụ : Rút gọn phân thức $\frac{x^3 + 8}{x^2 - 4}$.

$$\text{Ta có : } \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4} = \frac{(x + 2)(x^2 - 2x + 4)}{(x + 2)(x - 2)} = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}.$$

5. Quy đồng mẫu thức của nhiều phân thức

- Quy đồng mẫu thức các phân thức $\frac{A}{B}, \frac{C}{D}, \dots, \frac{E}{F}$ là biến đổi các phân thức đã cho thành các phân thức bằng với chúng và có cùng mẫu thức :

$$\frac{A}{B} = \frac{P}{M}, \frac{C}{D} = \frac{Q}{M}, \dots, \frac{E}{F} = \frac{R}{M}.$$

(M là mẫu thức chung của các phân thức sau khi đã quy đồng).

Các phân thức $\frac{P}{M}, \frac{Q}{M}, \dots, \frac{R}{M}$ là các phân thức $\frac{A}{B}, \frac{C}{D}, \dots, \frac{E}{F}$ đã được quy đồng mẫu thức.

Ví dụ : Quy đồng mẫu thức các phân thức

$$\frac{3}{x^2 - 2x}, \frac{4}{3x - 6}, \frac{4x + 1}{x^2 - x - 2}.$$

- + Ta phân tích thành nhân tử các mẫu thức của các phân thức đã cho:
 $x^2 - 2x = x(x - 2); 3x - 6 = 3(x - 2);$

$$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1).$$

- + Lập một tích các nhân tử chung và riêng của các mẫu thức trên sao cho tích đó chia hết được cho từng mẫu thức đã cho :

$$M = 3x(x - 2)(x + 1)$$

- + Chia tích M cho từng mẫu thức đã cho để tìm nhân tử phụ tương ứng của mỗi phân thức.

$$M : x(x - 2) = 3(x + 1), \quad 3(x + 1) \text{ là nhân tử phụ của } \frac{3}{x^2 - 2x}.$$

$$M : (3x - 6) = x(x + 1), \quad x(x + 1) \text{ là nhân tử phụ của } \frac{4}{3x - 6}.$$

$$M : (x^2 - x - 2) = 3x, \text{ ta được } 3x \text{ là nhân tử phụ của } \frac{4x + 1}{x^2 - x - 2}.$$

+ Nhân tử và mẫu mỗi phân thức đã cho với nhân tử phụ của nó ta sẽ được các phân thức đã quy đồng mẫu thức.

$$\frac{3}{x^2 - 2x} = \frac{3 \cdot 3(x + 1)}{(x^2 - 2x) \cdot 3(x + 1)} = \frac{9x + 9}{3x(x - 2)(x + 1)}$$

$$\frac{4}{3x - 6} = \frac{4 \cdot x(x + 1)}{(3x - 6) \cdot x(x + 1)} = \frac{4x^2 + 4x}{3x(x - 2)(x + 1)}$$

$$\frac{4x + 1}{x^2 - x - 2} = \frac{(4x + 1) \cdot 3x}{(x^2 - x - 2) \cdot 3x} = \frac{12x^2 + 3x}{3x(x - 2)(x + 1)}$$

Như vậy $\frac{9x + 9}{MTC}, \frac{4x^2 + 4x}{MTC}, \frac{12x^2 + 3x}{MTC}$ với $MTC = 3x(x - 2)(x + 1)$

là các phân thức được quy đồng mẫu thức của các phân thức

$$\frac{3}{x^2 - 2x}; \frac{4}{3x - 6} \text{ và } \frac{4x + 1}{x^2 - x - 2}.$$

II. CÁC PHÉP TOÁN CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA CÁC PHÂN THỨC

1. Phép cộng các phân thức đại số

- Muốn cộng hai phân thức có cùng mẫu thức ta cộng các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức rồi rút gọn kết quả vừa tìm được.

$$\begin{aligned} \text{Ví dụ : } \frac{3x^2}{8x + 4} + \frac{x^2 - 1}{8x + 4} &= \frac{3x^2 + x^2 - 1}{8x + 4} \\ &= \frac{4x^2 - 1}{8x + 4} = \frac{(2x + 1)(2x - 1)}{4(2x + 1)} = \frac{2x - 1}{4}. \end{aligned}$$

- Muốn cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức các phân thức đã cho rồi cộng các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.

Ví dụ : Tính $\frac{16x}{y^2 - 4x^2} + \frac{2x - y}{2x^2 + xy}$.

Ta có $y^2 - 4x^2 = (y - 2x)(y + 2x)$
 $2x^2 + xy = x(2x + y)$

Vậy MTC = $x(y + 2x)(y - 2x)$

$$\begin{aligned}\frac{16x}{y^2 - 4x^2} + \frac{2x - y}{2x^2 + xy} &= \frac{16x \cdot x}{MTC} + \frac{(2x - y)(y - 2x)}{MTC} \\ &= \frac{16x^2 - 4x^2 + 4xy - y^2}{MTC} = \frac{12x^2 + 4xy - y^2}{xy^2 - 4x^3}.\end{aligned}$$

2. Phép trừ các phân thức đại số

- Hai phân thức có tổng bằng 0 gọi là hai phân thức đối nhau.
 Phân thức đối của phân thức $\frac{A}{B}$ kí hiệu là $-\frac{A}{B}$. Như vậy

$$\frac{A}{B} + \left(-\frac{A}{B}\right) = 0.$$

Ví dụ : $\frac{2}{x - y}$ và $\frac{2}{y - x}$ là hai phân thức đối nhau.

- Muốn trừ phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ ta cộng $\frac{A}{B}$ với phân thức đối của $\frac{C}{D}$

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A}{B} + \left(-\frac{C}{D}\right).$$

$$\begin{aligned}\text{Ví dụ : } \frac{2}{x + 2} - \frac{x - 6}{2x^2 + 4x} &= \frac{2}{x + 2} + \frac{-x + 6}{2x^2 + 4x} \\ &= \frac{2 \cdot 2x}{2x(x + 2)} + \frac{-x + 6}{2x(x + 2)} = \frac{4x - x + 6}{2x(x + 2)} = \frac{3x + 6}{2x(x + 2)} = \frac{3(x + 2)}{2x(x + 2)} = \frac{3}{2x}.\end{aligned}$$

3. Phép nhân các phân thức đại số

- Muốn nhân hai phân thức đại số ta nhân các tử thức với nhau, các mẫu thức với nhau rồi rút gọn phân thức vừa tìm được.

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ví dụ : } \frac{x-2}{x^2+3x+2} \cdot \frac{x+2}{x^2-5x+6} &= \frac{(x-2)(x+2)}{(x^2+3x+2)(x^2-5x+6)} \\ &= \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x+2)(x-2)(x-3)} = \frac{1}{(x+1)(x-3)}. \end{aligned}$$

- Phép nhân các phân thức đại số có các tính chất :

a) Giao hoán : $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{C}{D} \cdot \frac{A}{B}$

b) Kết hợp : $\left(\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} \right) \cdot \frac{E}{F} = \frac{A}{B} \cdot \left(\frac{C}{D} \cdot \frac{E}{F} \right)$

c) Phân phối đối với phép cộng : $\frac{A}{B} \cdot \left(\frac{C}{D} + \frac{E}{F} \right) = \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} + \frac{A}{B} \cdot \frac{E}{F}.$

4. **Phép chia các phân thức đại số**

- *Phân thức nghịch đảo*

Cho phân thức $\frac{A}{B}$ khác 0. Phân thức $\frac{C}{D}$ được gọi là phân thức nghịch đảo của $\frac{A}{B}$ nếu $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = 1$.

Rõ ràng $\frac{C}{D}$ là phân thức nghịch đảo của $\frac{A}{B}$ thì $\frac{A}{B}$ là phân thức nghịch đảo của $\frac{C}{D}$.

Từ định nghĩa ta thấy $\frac{B}{A}$ là phân thức nghịch đảo của $\frac{A}{B}$ và $\frac{A}{B}$ là phân thức nghịch đảo của $\frac{B}{A}$.

- *Quy tắc chia phân thức đại số*

Muốn chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ khác 0 ta nhân $\frac{A}{B}$ với phân thức nghịch đảo của $\frac{C}{D}$ rồi rút gọn phân thức nhận được :

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} \quad \left(\frac{C}{D} \neq 0 \right).$$

$$\begin{aligned} \text{Ví dụ : } \frac{2-2x}{1+2x+x^2} : \frac{4x^2-4}{x+2} &= \frac{2-2x}{1+2x+x^2} \cdot \frac{x+2}{4x^2-4} \\ &= \frac{2(1-x)(x+2)}{(1+x)^2 \cdot 4(x-1)(x+1)} = \frac{-(x+2)}{2(x+1)^3}. \end{aligned}$$

5. Biến đổi một biểu thức hữu tỉ thành một phân thức

- *Biểu thức hữu tỉ* là biểu thức đại số chỉ chứa các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, lũy thừa trên các hằng và biến.

$$\text{Ví dụ : } \frac{\frac{x^2}{x+1} + 1}{\frac{2}{x^3-1}}, \quad 3x^2 - 2xy + y^2.$$

Biểu thức hữu tỉ có chứa biến ở mẫu thức gọi là *biểu thức phân*, biểu thức hữu tỉ là đa thức (không có phép chia cho biến) là *biểu thức nguyên*.

- Theo các quy tắc cộng, trừ, nhân, chia các phân thức bao giờ ta cũng có thể đưa một biểu thức hữu tỉ về dạng một phân thức.

$$\begin{aligned} \text{Ví dụ : } \frac{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}}{\frac{(x+y)^2}{xy} - 1 - \frac{2y}{x}} &= \frac{\frac{x^2 - y^2}{xy}}{\frac{(x+y)^2 - xy - 2y^2}{xy}} \\ &= \frac{x^2 - y^2}{xy} \cdot \frac{xy}{x^2 + xy - y^2} = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy - y^2}. \end{aligned}$$

Chương III. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT

I. MỞ ĐẦU VỀ PHƯƠNG TRÌNH

1. Phương trình một ẩn

Cho $A(x)$ và $B(x)$ là hai biểu thức cùng biến x . Một phương trình ẩn số x hay ẩn x có dạng $A(x) = B(x)$. Biểu thức $A(x)$ được gọi là vế trái, $B(x)$ được gọi là vế phải của phương trình.

Ví dụ : $3x + 5 = x^2 + 1$.

Ghi chú :

- + Các biểu thức ở hai vế của phương trình cùng chứa biến nào thì gọi là phương trình ẩn số ấy. Chẳng hạn
 $2y + 1 = 3y - 2$ là phương trình ẩn số y .
- + Một vế của phương trình có thể là một số không phụ thuộc ẩn số.

2. Nghiệm của phương trình

Cho phương trình ẩn x :

$$A(x) = B(x) \quad (1)$$

Tại $x = m$, nếu các giá trị $A(m) = B(m)$ ta bảo số m thỏa mãn (hay nghiệm đúng) phương trình (1) và gọi $x = m$ là một nghiệm của phương trình (1).

Một phương trình có thể có 1 nghiệm, 2 nghiệm, ..., n nghiệm hay không có nghiệm nào.

Ví dụ :

Phương trình $3x + 2 = 2(x - 1)$ có đúng một nghiệm $x = -4$.

Phương trình $3x + 5 = x^2 + 1$ có đúng hai nghiệm $x = -1$ và $x = 4$.

Phương trình $x^2 + x = -1$ không có nghiệm nào.

Khi phương trình không có nghiệm ta còn nói là phương trình vô nghiệm.

3. Giải phương trình

Quá trình đi tìm tất cả các giá trị của ẩn số nghiệm đúng phương trình (tức là tìm tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình) gọi là *giải phương trình*. Tập hợp tất cả các nghiệm của

phương trình thường được kí hiệu bằng chữ S (gọi tắt là *tập nghiệm* của phương trình). Một phương trình vô nghiệm thì tập nghiệm $S = \emptyset$.

4. Phương trình tương đương

Hai phương trình $A(x) = B(x)$ (1)

$C(x) = D(x)$ (2)

được gọi là *tương đương*, kí hiệu là

$$A(x) = B(x) \Leftrightarrow C(x) = D(x)$$

(hay viết gọn là $(1) \Leftrightarrow (2)$ nếu chúng có cùng tập nghiệm).

Ví dụ : $7x - 5 = 5(x - 1) + 4 \Leftrightarrow 2x + 3 = 3x + 1$

Vì cả hai phương trình đều có tập nghiệm là $S = \{2\}$.

Ghi chú: Hai phương trình vô nghiệm được xem là tương đương vì chúng cùng có tập nghiệm là $S = \emptyset$.

5. Quy tắc chuyển vế và quy tắc nhân

Ta thừa nhận các mệnh đề sau:

- Quy tắc chuyển vế :

Trong một phương trình, nếu chuyển một hạng tử từ vế này sang vế kia và đổi dấu của hạng tử đó thì ta được một phương trình tương đương với phương trình đã cho.

Ví dụ : $2x = x - 3 \Leftrightarrow 2x - x = -3$.

- Quy tắc nhân :

Nhân (hoặc chia) hai vế một phương trình với cùng một số khác 0 ta được một phương trình tương đương với phương trình đã cho.

Ví dụ : $\frac{x}{3} + 1 = x - 1 \Leftrightarrow x + 3 = 3(x - 1)$.

Các quy tắc cộng và nhân luôn được sử dụng để giải phương trình.

II. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

1. Phương trình bậc nhất và cách giải

Phương trình một ẩn x có dạng $ax + b = 0$, trong đó a và b là hai số tùy ý và $a \neq 0$ được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn.

Ví dụ : $x - 3 = 0$; $3x + 5 = 0$.

Định lí : Phương trình $ax + b = 0$ ($a \neq 0$) luôn có một nghiệm
 $x = -\frac{b}{a}$.

2. Phương trình thu gọn được về dạng $ax + b = 0$

Nhiều phương trình mà hai vế của nó là các biểu thức nguyên của biến, bằng quy tắc chuyển vế và quy tắc nhân và thu gọn các hạng tử đồng dạng ta có thể đưa về dạng $ax + b = 0$ hay $ax = -b$.
 Nghiệm của phương trình đã cho ban đầu là $x = -\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$).

Ví dụ : Giải phương trình :

$$\text{a) } \frac{2}{3} - \frac{x}{3} = \frac{3}{2}x + 4 \qquad \text{b) } (x - 3)(x + 4) - 2(3x - 2) = (x - 2)^2.$$

Giải

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2}{3} - \frac{x}{3} &= \frac{3}{2}x + 4 \Leftrightarrow 6\left(\frac{2}{3} - \frac{x}{3}\right) = 6\left(\frac{3}{2}x + 4\right) \\ &\Leftrightarrow 4 - 2x = 9x + 24 \Leftrightarrow 11x + 20 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-20}{11}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (x - 3)(x + 4) - 2(3x - 2) &= (x - 2)^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 5x - 8 = x^2 - 4x + 4 \Leftrightarrow x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = -12. \end{aligned}$$

3. Phương trình tích

Phương trình tích là phương trình có dạng

$$A(x).B(x) = 0$$

Muốn giải phương trình $A(x).B(x) = 0$ ta giải các phương trình $A(x) = 0$ và $B(x) = 0$, rồi lấy tất cả các nghiệm nhận được từ các phương trình đó.

Ví dụ : Giải phương trình :

$$4x^2 - 9 + (2x + 3)(x + 2) = 0.$$

Giải

$$\begin{aligned} 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x + 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow (2x - 3)(2x + 3) + (2x + 3)(x + 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow (2x + 3)(2x - 3 + x + 2) &= 0 \Leftrightarrow (2x + 3)(3x - 1) = 0 \\ \Leftrightarrow 2x + 3 = 0 \text{ hoặc } 3x - 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3}{2} \text{ hoặc } x = \frac{1}{3}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho ban đầu là: $S = \left\{ -\frac{3}{2}; \frac{1}{3} \right\}$.

4. Phương trình chứa ẩn ở mẫu thức

- Ví dụ : $\frac{1}{x} + \frac{2}{x(x-2)} = \frac{x+2}{x-2}$.

- Điều kiện xác định (ĐKXD)

Các giá trị của ẩn làm cho ít nhất một trong các mẫu thức có mặt trong phương trình bằng 0 không thể là nghiệm của phương trình. Ta đặt điều kiện để các mẫu thức phải khác 0 để trong quá trình giải phương trình ta loại đi các giá trị của ẩn vi phạm điều kiện đó (vi phạm ĐKXD). Với phương trình trong ví dụ trên, ĐKXD là $x(x-2) \neq 0$ hay $x \neq 0, x \neq 2$.

- Cách giải phương trình chứa ẩn ở mẫu thức :

Bước 1 : Tìm điều kiện xác định (ĐKXD).

Bước 2 : Quy đồng mẫu thức rồi khử mẫu thức chung.

Bước 3 : Giải phương trình nhận được sau khi bỏ mẫu thức chung.

Bước 4 : Loại bỏ các nghiệm của phương trình ở bước trên mà vi phạm ĐKXD. Kết luận : Ghi tập nghiệm của phương trình.

Ví dụ : Giải phương trình :

$$\frac{x}{2(x-3)} + \frac{x}{2(x+1)} = \frac{2x}{(x+1)(x-3)}.$$

Giải

- ĐKXD : $x \neq 3, x \neq -1$.

- Quy đồng mẫu thức. Ta có mẫu thức chung (MTC) là : $2(x+1)(x-3)$.

$$\frac{x}{2(x-3)} + \frac{x}{2(x+1)} = \frac{2x}{(x+1)(x-3)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x+1)}{MTC} + \frac{x(x-3)}{MTC} = \frac{4x}{MTC}$$

Khử mẫu thức chung ta được :

$$x(x+1) + x(x-3) = 4x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2x = 4x \Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 3.$$

Thử lại điều kiện xác định ta loại nghiệm $x = 3$. Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{0\}$.

III. GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

Nhiều bài toán thực tế có thể giải bằng cách lập phương trình. Cách giải có thể phân tích thành những bước như sau :

Bước 1 : Lập phương trình, bao gồm :

- + Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
- + Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.
- + Lập phương trình biểu thị sự tương quan của các đại lượng.

Bước 2 : Giải phương trình thu được.

Bước 3 : Kiểm tra các nghiệm của phương trình để loại các nghiệm không thích hợp điều kiện đặt ra rồi trả lời.

Chương IV. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

I. BẤT ĐẲNG THỨC

1. Quan hệ thứ tự trong tập hợp số thực

Người ta nói rằng tập hợp số thực $\mathbb{R}$ được sắp thứ tự, nghĩa là cho hai số thực tùy ý a và b thì chắc chắn xảy ra một trong ba trường hợp sau :

- + Số a bằng số b , kí hiệu $a = b$.
- + Số a nhỏ hơn số b , kí hiệu $a < b$.
- + Số a lớn hơn số b , kí hiệu $a > b$.

Nếu muốn nói rằng a *không nhỏ hơn* b thì chỉ có thể a lớn hơn b hoặc a bằng b . Khi đó ta kí hiệu $a \geq b$.

Muốn chỉ a *không lớn hơn* b thì a nhỏ hơn b hoặc a bằng b . Khi đó ta kí hiệu $a \leq b$.

Khi biểu diễn trên trục số thì hai số bằng nhau biểu diễn bởi cùng một điểm, điểm biểu diễn số nhỏ hơn ở bên trái điểm biểu diễn số lớn hơn.

2. Bất đẳng thức

- Các hệ thức dạng $a < b$, $a > b$, $a \leq b$ hoặc $a \geq b$ được gọi là các *bất đẳng thức*. Trong mỗi bất đẳng thức trên, ta gọi a là *vế trái*, b là *vế phải* của bất đẳng thức.
- Các bất đẳng thức $a < b$ và $c < d$ được gọi là *cùng chiều* hoặc $a > b$ và $c > d$, hoặc $a \leq b$ và $c \leq d$ hoặc $a \geq b$ và $c \geq d$ là những bất đẳng thức cùng chiều. (Cùng chiều là cùng vế trái nhỏ hơn vế phải hoặc cùng vế trái lớn hơn vế phải hoặc cùng vế trái không lớn hơn vế phải hoặc cùng vế trái không nhỏ hơn vế phải).

3. Các tính chất của bất đẳng thức

- $a < b \Rightarrow a + c < b + c;$
 $a \leq b \Rightarrow a + c \leq b + c;$
 $a > b \Rightarrow a + c > b + c;$
 $a \geq b \Rightarrow a + c \geq b + c.$

Tính chất trên nêu lên sự liên hệ giữa thứ tự và phép cộng. Nó được phát biểu thành lời là : "Khi cộng cùng một số vào hai vế của một bất đẳng thức thì được bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho".

- $a < b, c > 0 \Rightarrow a.c < b.c$
- $a \leq b, c > 0 \Rightarrow a.c \leq b.c$
- $a > b, c > 0 \Rightarrow a.c > b.c$
- $a \geq b, c > 0 \Rightarrow a.c \geq b.c$

Các kết quả trên là sự liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số dương. Chúng được phát biểu là : "Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số dương thì được bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho".

Tương tự như trên ta có :

- $a < b, c < 0 \Rightarrow a.c > b.c$
- $a \leq b, c < 0 \Rightarrow a.c \geq b.c$
- $a > b, c < 0 \Rightarrow a.c < b.c$
- $a \geq b, c < 0 \Rightarrow a.c \leq b.c$

Đó là sự liên hệ của thứ tự và phép nhân với số âm. "Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số âm thì được bất đẳng thức mới ngược chiều với bất đẳng thức đã cho".

- **Tính chất bắc cầu của thứ tự :**

Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$

Nếu $a \leq b$ và $b \leq c$ thì $a \leq c$

Nếu $a > b$ và $b > c$ thì $a > c$

Nếu $a \geq b$ và $b \geq c$ thì $a \geq c$

4. Chứng minh bất đẳng thức

- **Bất đẳng thức đúng, bất đẳng thức sai.** Một bất đẳng thức biểu thị đúng thứ tự của các số ở hai vế của nó là bất đẳng thức đúng. Một bất đẳng thức không đúng là một bất đẳng thức sai.

Ví dụ : $3 + 1 < 5$ là bất đẳng thức đúng.

$(0,1)^2 > 0,1$ là bất đẳng thức sai.

- Một vài bất đẳng thức đúng quen thuộc
 - + $a^2 \geq 0$ với mọi $a \in \mathbb{R}$.
 - + $|a + b| \leq |a| + |b|$ với mọi $a, b \in \mathbb{R}$.
 - + Bất đẳng thức Cô-si :

$$\text{Nếu } a \geq 0, b \geq 0 \text{ thì } \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}.$$

- Chứng minh bất đẳng thức

Chứng minh một bất đẳng thức nghĩa là lập luận để chỉ rõ bất đẳng thức đúng. Muốn chứng minh bất đẳng thức ta sử dụng các tính chất của bất đẳng thức, đưa bất đẳng thức cần chứng minh về một bất đẳng thức đã được chứng minh là đúng.

Ví dụ : Cho $a \in \mathbb{R}$, chứng minh $a^2 - 2a + 2 > 0$.

Giải

$$\text{Ta có : } a^2 - 2a + 2 = (a^2 - 2a + 1) + 1 = (a - 1)^2 + 1$$

Vì $(a - 1)^2 \geq 0 \Rightarrow (a - 1)^2 + 1 \geq 1 + 0$ và $1 > 0$, theo tính chất bắc cầu ta có $(a - 1)^2 + 1 > 0$ (dpcm).

II. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

1. Định nghĩa

Cho $A(x)$ và $B(x)$ là các biểu thức chứa cùng biến x . Hệ thức có dạng $A(x) < B(x)$ (hoặc $A(x) \leq B(x)$, hoặc $A(x) > B(x)$ hoặc $A(x) \geq B(x)$) được gọi là một bất phương trình một ẩn x . Biểu thức $A(x)$ được gọi là vế trái, $B(x)$ được gọi là vế phải của bất phương trình.

Ví dụ : $x^2 - 2 < x$.

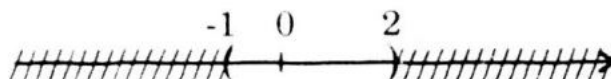
Các bất phương trình cơ bản một ẩn là : $x < b$; $x \leq b$; $x > b$; $x \geq b$, trong đó b là một số thực nào đó.

2. Tập nghiệm

Xét bất phương trình $x^2 - 2 < x$. Chẳng hạn cho ẩn x giá trị $x = 1$ thì biểu thức vế trái có giá trị $1^2 - 2 = -1$, biểu thức vế phải có giá trị 1 và bất đẳng thức $-1 < 1$ là một bất đẳng thức đúng. Ta bảo số 1 nghiệm đúng bất phương trình hay số 1 thỏa mãn bất phương trình hay $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho. Tập hợp tất cả những số là nghiệm của một bất phương trình gọi là tập nghiệm của bất phương trình đó.

Người ta chứng minh được tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2 < x$ là $\{x : -1 < x < 2\}$.

Tập nghiệm được biểu diễn trên trục số (xem hình dưới) là các điểm của đoạn thẳng trên trục số có các đầu mút là các điểm có tọa độ -1 và 2 không kể các đầu mút của nó.



Ghi chú : Một đoạn thẳng, trừ đầu mút nào thì tại điểm đầu mút đó ta dùng móc tròn "(" hoặc ")". Nếu đoạn thẳng có kể đầu mút nào thì tại đầu mút đó ta đánh dấu móc vuông "[" hoặc "]".

Chẳng hạn biểu diễn tập hợp $\{x / 0 < x \leq 3\}$ như hình sau:



3. Bất phương trình tương đương

Hai bất phương trình $A(x) < B(x)$ và $C(x) < D(x)$ được gọi là *tương đương*, kí hiệu

$$A(x) < B(x) \Leftrightarrow C(x) < D(x),$$

nếu chúng có cùng một tập nghiệm. Nghĩa là mỗi nghiệm của bất phương trình này là một nghiệm của bất phương trình kia và ngược lại.

Ví dụ : $x + 3 < 5 \Leftrightarrow 2x < 4.$

4. Quy tắc chuyển vế và quy tắc nhân

• Quy tắc chuyển vế

Khi chuyển vế một hạng tử từ vế này sang vế kia của bất phương trình và đổi dấu hạng tử đó thì được một bất phương trình mới *tương đương* với bất phương trình đã cho.

Ví dụ : $2x \geq x + 1 \Leftrightarrow 2x - x \geq 1.$

• Quy tắc nhân

Khi nhân hai vế của bất phương trình với cùng số dương và giữ nguyên chiều của bất phương trình hoặc nhân hai vế của bất phương trình với cùng một số âm và đổi chiều của bất phương

trình thì được bất phương trình mới *tương đương* với bất phương trình đã cho.

$$A(x) < B(x) \Leftrightarrow k.A(x) < k.B(x) \text{ với } k > 0$$

$$A(x) < B(x) \Leftrightarrow mA(x) > mB(x) \text{ với } m < 0.$$

Ghi chú : Chia hai vế một bất phương trình cho một số khác 0 tức là nhân hai vế của bất phương trình với số nghịch đảo của số đó.

5. Giải bất phương trình

Giải bất phương trình là quá trình tìm tập nghiệm của bất phương trình ấy.

Thông thường, muốn giải một bất phương trình người ta dùng các quy tắc chuyển vế, quy tắc nhân, làm các phép tính và rút gọn để đưa bất phương trình cần giải thành những bất phương trình tương đương với nó, cuối cùng dẫn đến những bất phương trình cơ bản để xác định tập nghiệm.

Ví dụ : Giải bất phương trình $\frac{3x+2}{10} > \frac{x-1}{3} - 7$.

Giải

$$\frac{3x+2}{10} > \frac{x-1}{3} - 7$$

$$\Leftrightarrow 30\left(\frac{3x+2}{10}\right) > 30\left(\frac{x-1}{3} - 7\right) \Leftrightarrow 9x + 6 > 10x - 10 - 210$$

$$\Leftrightarrow 9x - 10x > -220 - 6 \Leftrightarrow -x > -226 \Leftrightarrow x < 226.$$

III. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

1. Định nghĩa

Người ta gọi bất phương trình dạng $ax + b < 0$ (hoặc $ax + b > 0$, hoặc $ax + b \leq 0$, hoặc $ax + b \geq 0$), trong đó x là ẩn, a và b là các số đã cho với $a \neq 0$ là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

2. Cách giải bất phương trình bậc nhất một ẩn

Để giải bất phương trình bậc nhất ta chuyển hạng tử không chứa ẩn về một vế rồi thực hiện quy tắc nhân với số nghịch đảo của hệ số của hạng tử chứa ẩn.

Ví dụ : $2x + 3 < 0 \Leftrightarrow 2x < -3 \Leftrightarrow x < \frac{-3}{2}$ (vì $2 > 0$).

IV. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

Ví dụ : Giải phương trình

$$|x + 3| = 3x - 1 \quad (1)$$

Giải

- Khi $x + 3 \geq 0$ tức là, với điều kiện $x \geq -3$, phương trình (1) được viết thành :

$$x + 3 = 3x - 1 \Leftrightarrow 4 = 2x \Leftrightarrow x = 2$$

Giá trị $x = 2$ thỏa mãn điều kiện $x \geq -3$ nên $x = 2$ là nghiệm của phương trình (1).

- Khi $x + 3 < 0$ tức là với điều kiện $x < -3$, phương trình (1) được viết thành :

$$-(x + 3) = 3x - 1 \Leftrightarrow -4x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}$$

Nhưng giá trị $x = -\frac{1}{2}$ không thỏa mãn điều kiện $x < -3$ (vì $-\frac{1}{2}$

> -3) nên $x = -\frac{1}{2}$ không phải là nghiệm của phương trình (1).

Tổng hợp kết quả cả hai trường hợp ta có tập nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$.

Qua ví dụ giải phương trình trên ta thấy rằng : Muốn giải một phương trình có chứa dấu giá trị tuyệt đối, ta cần đưa ra các điều kiện để bỏ dấu giá trị tuyệt đối để dẫn đến việc giải phương trình không chứa dấu giá trị tuyệt đối.

PHẦN HÌNH HỌC

Chương I.

TỨ GIÁC

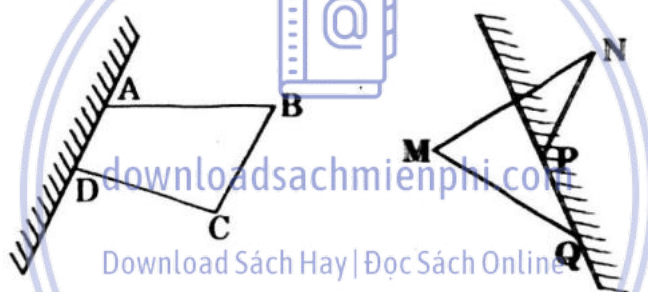
I. TỨ GIÁC

1. Định nghĩa

- Tứ giác ABCD là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.
- Tứ giác lồi là tứ giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.

2. Định lý

Tổng bốn góc của một tứ giác bằng 360° .



Tứ giác ABCD lồi Tứ giác MNPQ không lồi

II. CÁC KIẾN THỨC CHỦ YẾU VỀ TỨ GIÁC

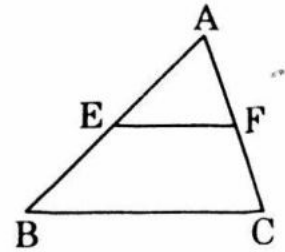
HÌNH	TÍNH CHẤT	CÁCH NHẬN BIẾT
Hình thang ĐN: Là một tứ giác lồi có 1 cặp cạnh song song. Hình thang cân là hình thang có hai cạnh bên bằng nhau.	1. Hai góc kề cùng 1 cạnh bên thì bù nhau 2. Trong một hình thang cân: a) Hai góc ở đáy bằng nhau. b) Hai đường chéo bằng nhau. c) Tổng hai góc đối bằng $2v$. 3. Đường trung bình của hình thang thì song song với 2 đáy và bằng nửa tổng số đo của hai đáy.	- Muốn chứng minh một tứ giác là hình thang, ta cần chứng minh nó có 1 cặp cạnh song song hoặc có 2 góc kề với một cạnh thì bù nhau. - Muốn chứng minh một tứ giác là hình thang cân, ta chứng minh nó là một hình thang có một trong 3 tính chất 2.a, 2.b, 2.c.

Hình bình hành <i>ĐN:</i> Là một tứ giác lồi có các cạnh đối song song từng đôi một.	1. Các cạnh đối bằng nhau từng đôi một. 2. Các góc kề với mỗi cạnh bù nhau. 3. Các góc đối bằng nhau từng đôi một. 4. Các đường chéo cắt nhau ở trung điểm của mỗi đường. 5. Có 1 tâm đối xứng.	Muốn chứng minh một tứ giác là hình bình hành, ta có thể chứng minh theo một trong các cách sau: - Nó thỏa mãn định nghĩa hình chữ nhật. - Có một trong bốn tính chất 1, 2, 3, 4. - Có một cặp cạnh đối diện song song và bằng nhau.
Hình chữ nhật <i>ĐN:</i> Là hình bình hành có tất cả các góc bằng nhau.	1. Có hai đường chéo bằng nhau (và cắt nhau tại điểm giữa của mỗi đường) 2. Có 4 góc vuông. 3. Có hai trục đối xứng và 1 tâm đối xứng. <i>Ap dụng:</i> Trong một tam giác vuông, trung tuyến thuộc cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền (và ngược lại).	Muốn chứng minh một tứ giác là hình chữ nhật, ta có thể theo một trong các cách sau: - Chỉ rõ nó thỏa mãn định nghĩa hình chữ nhật - Chứng minh nó là hình bình hành có 1 góc vuông (hoặc có 2 đường chéo bằng nhau) - Chỉ rõ nó có 3 góc vuông.
Hình thoi <i>ĐN:</i> Là hình bình hành có tất cả các cạnh đều bằng nhau	1. Hai đường chéo vuông góc với nhau (và cắt nhau tại điểm giữa của mỗi đường). 2. Các đường chéo đồng thời là đường phân giác của các góc. 3. Có 1 tâm đối xứng.	Muốn chứng minh một tứ giác là hình thoi, ta có thể theo một trong các cách sau: - Chỉ rõ nó thỏa mãn định nghĩa hình thoi. - Có 4 cạnh bằng nhau. - Là hình bình hành có 2 cạnh liên tiếp bằng nhau (hoặc có 2 đường chéo vuông góc với nhau, hoặc có một đường chéo là phân giác của một góc).
Hình vuông <i>ĐN:</i> Là hình bình hành có tất cả các cạnh bằng nhau và tất cả các góc bằng nhau.	1. Có 4 góc vuông 2. Có 4 cạnh bằng nhau. 3. Có 2 đường chéo vuông góc với nhau (và bằng nhau). 4. Có 2 đường chéo đồng thời là phân giác của các góc. 5. Có 2 trục đối xứng và 1 tâm đối xứng.	Muốn chứng minh một tứ giác là một hình vuông, ta có thể theo một trong các cách sau: - Chứng minh nó là hình chữ nhật có hai cạnh liên tiếp bằng nhau. - Là hình chữ nhật có 2 đường chéo vuông góc với nhau. - Là hình thoi có một góc vuông.

III. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC – ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA HÌNH THANG

a) Đường trung bình của tam giác

Định lí 1. Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm của cạnh thứ ba.



$$EF \parallel BC \text{ và } EF = \frac{1}{2} BC$$

Định nghĩa. Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm của hai cạnh của tam giác.

Định lí 2. Đường trung bình của tam giác song song và bằng nửa cạnh đáy.

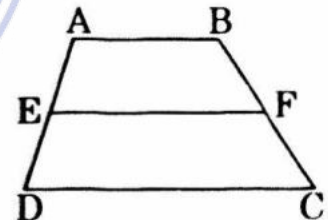
b) Đường trung bình của hình thang

Định lí 1. Đường thẳng đi qua trung điểm của một cạnh bên của hình thang và song song với cạnh đáy thì đi qua trung điểm của cạnh bên thứ hai.

Định nghĩa. Đường trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối các trung điểm của hai cạnh bên.

Định lí 2. Đường trung bình của hình thang song song với hai đáy và bằng một nửa tổng hai cạnh đáy.

$$\begin{cases} AB \parallel CD \\ AE = ED \\ BF = FC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} EF \parallel AB \parallel CD \\ EF = \frac{AB + CD}{2} \end{cases}$$



IV. ĐỐI XỨNG TRỤC

1. Định nghĩa

a) Hai điểm đối xứng qua một đường thẳng

Hai điểm gọi là đối xứng với nhau qua đường thẳng d nếu d là đường trung trực của đoạn thẳng nối hai điểm đó.

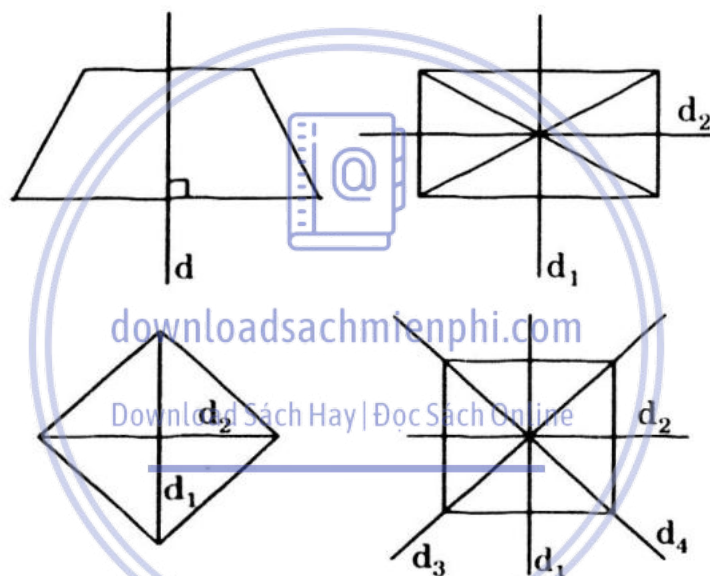
b) Hai hình đối xứng qua một đường thẳng

Hai hình đối xứng nhau qua đường thẳng d nếu mỗi điểm thuộc hình này đối xứng qua d với một điểm thuộc hình kia và ngược lại.

- Hai đoạn thẳng đối xứng với nhau qua một đường thẳng thì bằng nhau.
- Hai góc đối xứng với nhau qua một đường thẳng thì bằng nhau.
- Hai tam giác đối xứng với nhau qua một đường thẳng thì bằng nhau.

2. Trục đối xứng của một hình

- a) Đường thẳng d gọi là trục đối xứng của hình F nếu mỗi điểm của hình F có hình đối xứng qua trục d cũng là một điểm của hình F .
- b) Trong các tứ giác đặc biệt thì :
- + Hình thang cân có trục đối xứng là đường thẳng đi qua trung điểm hai đáy.
 - + Hình chữ nhật có hai trục đối xứng đi qua tâm và vuông góc với các cạnh.



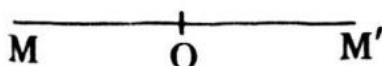
- + Hình thoi có hai trục đối xứng là hai đường chéo.
 - + Hình vuông có bốn trục đối xứng.
- c) Một góc có trục đối xứng là tia phân giác của góc ấy.
- d) Tam giác cân có một trục đối xứng là đường thẳng chứa đường cao ứng với cạnh đáy. Tam giác đều có ba trục đối xứng.

VIII. ĐỐI XỨNG TÂM

1. Định nghĩa

a) Hai điểm đối xứng qua một điểm

Hai điểm gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm đó.

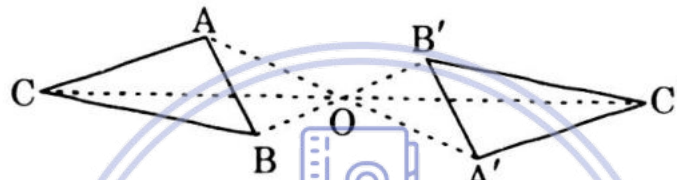


$$M \text{ và } M' \text{ đối xứng qua } O \Rightarrow \begin{cases} M, O, M' \text{ thẳng hàng} \\ OM' = OM. \end{cases}$$

b) Hai hình đối xứng qua một điểm

Hai hình gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu mỗi điểm thuộc hình này thì đối xứng qua điểm O với một điểm thuộc hình kia và ngược lại.

- Hai đoạn thẳng đối xứng với nhau qua điểm O thì bằng nhau và song song với nhau.
- Hai góc đối xứng với nhau qua điểm O thì bằng nhau.
- Hai tam giác đối xứng với nhau qua điểm O thì bằng nhau.



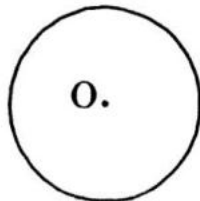
$$\begin{cases} OA' = OA; OB' = OB \\ OC' = OC \end{cases} \Rightarrow \triangle A'B'C' = \triangle ABC$$

2. Tâm đối xứng của một hình

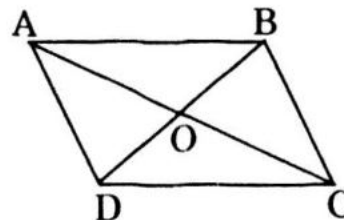
a) Điểm O gọi là tâm đối xứng của một hình F nếu điểm đối xứng qua O của mỗi điểm thuộc hình F cũng thuộc hình F.

b) - Đường tròn có tâm đối xứng là tâm của nó.

- Trong các tứ giác đặc biệt thì : hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông có một tâm đối xứng là giao điểm của hai đường chéo.



Tâm O là tâm đối xứng của đường tròn tâm O.



Hình bình hành ABCD có tâm đối xứng O

Chương II. ĐA GIÁC – DIỆN TÍCH ĐA GIÁC

I. ĐA GIÁC

1. Đa giác lồi

Đa giác lồi là đa giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng mà bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của đa giác ấy.

2. Các yếu tố

Đa giác lồi n cạnh có :

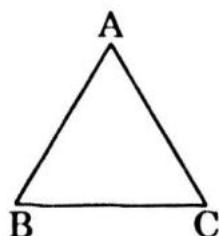
- Số đỉnh : n ; số góc : n .
- Số đường chéo : $\frac{n(n-3)}{2}$.
- Tổng các góc trong : $S = (n-2).180^\circ$.
- Tổng các góc ngoài của đa giác : 360° (đối với mọi đa giác).

3. Đa giác đều

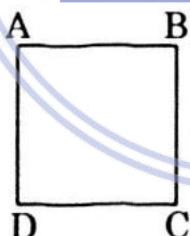
- Đa giác đều là đa giác có :
 - a) Tất cả các cạnh bằng nhau.
 - b) Tất cả các góc bằng nhau.

Số đo mỗi góc của đa giác đều n cạnh là: $\frac{(n-2).180^\circ}{n}$.

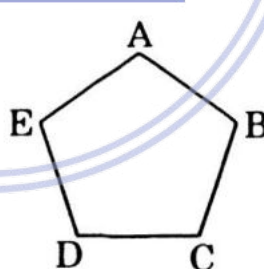
- Đoạn thẳng nối tâm của đa giác đều với trung điểm của một cạnh là trung đoạn của đa giác đều.



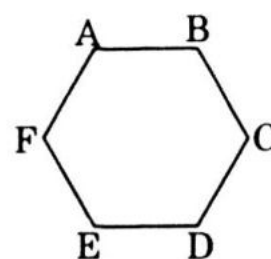
Tam giác đều



Hình vuông
(Tứ giác đều)



Ngũ giác đều



Lục giác đều

II. DIỆN TÍCH ĐA GIÁC

1. Diện tích đa giác

Ta thừa nhận :

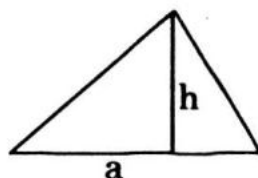
- a) Ứng với mỗi đa giác có một số thực dương duy nhất, gọi là diện tích của đa giác.
- b) Hai tam giác bằng nhau thì có diện tích bằng nhau.

- c) Nếu một đa giác được chia thành những đa giác không có điểm chung trong thì diện tích đa giác bằng tổng diện tích các đa giác thành phần.
- d) Một hình vuông có cạnh là một đơn vị độ dài thì có diện tích là một đơn vị diện tích.

2. Một số công thức diện tích

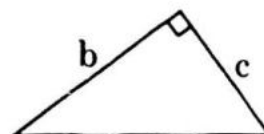
- a) Diện tích tam giác

$$S = \frac{1}{2} a.h$$



Đặc biệt :

Diện tích tam giác vuông: $S = \frac{1}{2} b.c$



Diện tích tam giác đều cạnh a : $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

- b) Diện tích hình bình hành

$$S = a.h$$



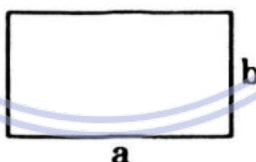
- c) Diện tích hình thang

$$S = \frac{1}{2} (a + b).h$$



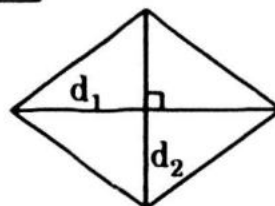
- d) Diện tích hình chữ nhật

$$S = a.b$$



- e) Diện tích hình thoi

$$S = \frac{1}{2} d_1 . d_2$$



- f) Diện tích hình vuông cạnh a

$$S = a^2$$

- g) Diện tích đa giác đều cạnh a , trung đoạn h

$$S = \frac{1}{2} na.h \quad (n \text{ là số cạnh})$$

Đặc biệt : Diện tích hình lục giác đều cạnh a : $S_6 = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Chương III.**TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG****I. ĐOẠN THẲNG TỈ LỆ****1. Tỉ số hai đoạn thẳng**

Tỉ số hai đoạn thẳng là tỉ số độ dài của chúng theo cùng một đơn vị đo.

2. Đoạn thẳng tỉ lệ

Hai đoạn thẳng AB và CD gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng A'B' và C'D' nếu ta có tỉ lệ thức

$$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$$

Chú ý : Đẳng thức tỉ lệ của các đoạn thẳng cũng có các tính chất của đẳng thức tỉ lệ giữa các số.

$$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$$

$$\Rightarrow \text{a) } \frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}$$

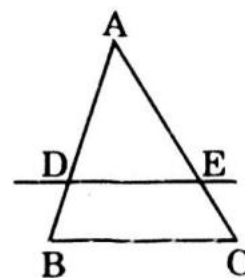
$$\text{b) } AB \cdot C'D' = A'B' \cdot CD$$

$$\text{c) } \frac{AB}{AB \pm CD} = \frac{A'B'}{A'B' \pm C'D'} \quad \text{d) } \frac{AB \pm A'B'}{CD \pm A'D'} = \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$$

II. ĐỊNH LÝ TA-LÉT TRONG TAM GIÁC**1. Định lý thuận (Định lý Ta-let)**

Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

$$\begin{cases} \triangle ABC \\ DE \parallel BC \end{cases} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}; \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}; \frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC}$$

**2. Định lý đảo**

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì nó song song với cạnh thứ ba của tam giác.

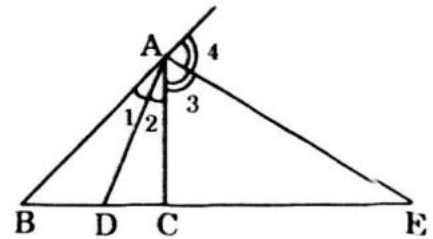
3. Hệ quả

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

III. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

Định lí. Đường phân giác trong của một góc của tam giác thì chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề với hai đoạn thẳng ấy.

Chú ý : Định lí vẫn đúng với các đường phân giác ngoài của tam giác.



$$\begin{cases} \triangle ABC \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{A}_3 = \hat{A}_4 \end{cases} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC}; \frac{AB}{AC} = \frac{EB}{EC}$$



IV. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

1. Định lí mở đầu

Một đường thẳng cắt hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại thì tạo nên một tam giác đồng dạng với tam giác đã cho..

2. Ba trường hợp đồng dạng của tam giác

a) Trường hợp thứ nhất : Cạnh – cạnh – cạnh (c.c.c) :

Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đồng dạng với nhau.

b) Trường hợp thứ hai : Cạnh – góc – cạnh (c.g.c) :

Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

c) Trường hợp thứ ba :

Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

3. Trường hợp đồng dạng của tam giác vuông

Hai tam giác vuông đồng dạng với nhau nếu :

- a) Tam giác vuông này có một góc nhọn bằng một góc nhọn của tam giác vuông kia.
- b) Tam giác vuông này có hai cạnh góc vuông tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia.
- c) Cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia.

4. Áp dụng

Định lý 1.

Trong hai tam giác đồng dạng thì tỉ số các đường cao tương ứng bằng tỉ số đồng dạng.

Định lý 2.

Trong hai tam giác đồng dạng thì tỉ số các diện tích bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

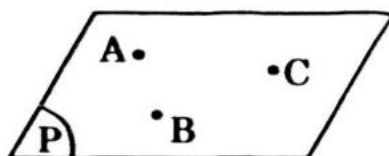


downloadsachmienphi.com

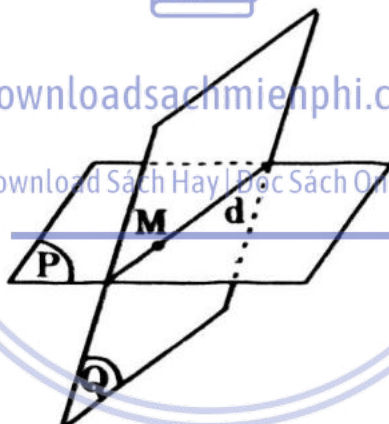
Download Sách Hay | Đọc Sách Online

Chương IV.**HÌNH HỌC KHÔNG GIAN****I. QUAN HỆ GIỮA ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN****1. Điểm và mặt phẳng**

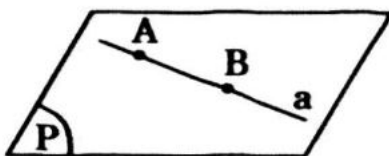
- Ba điểm không thẳng hàng xác định một mặt phẳng duy nhất đi qua chúng. Ta nói : "*Ba điểm không thẳng hàng xác định một mặt phẳng duy nhất*".



- Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì có một đường thẳng chung duy nhất đi qua điểm ấy. Đường thẳng chung này được gọi là *giao tuyến* của hai mặt phẳng.

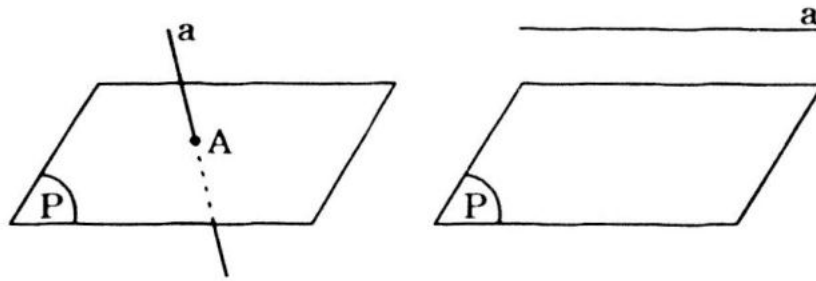
**2. Đường thẳng và mặt phẳng**

- Một đường thẳng có hai điểm thuộc một mặt phẳng thì đường thẳng đó nằm trong mặt phẳng.



$A \in a$ và $B \in a$ mà $A \in mp(P)$ và $B \in mp(P)$ thì $a \subset mp(P)$.

Ta cũng nói : "đường thẳng a thuộc mặt phẳng (P) " hoặc "mặt phẳng (P) chứa đường thẳng a ".



- Một đường thẳng có một điểm chung duy nhất với một mặt phẳng, gọi là đường thẳng cắt mặt phẳng.
- Một đường thẳng không có điểm chung nào với mặt phẳng được gọi là đường thẳng song song với mặt phẳng.

3. Đường thẳng và đường thẳng

Hai đường thẳng trong không gian có thể :

a) Cùng thuộc một mặt phẳng

- Nếu chúng có hai điểm chung thì chúng *trùng nhau*.
- Nếu chúng có một điểm chung duy nhất thì được gọi là *cắt nhau*.
- Nếu chúng không có điểm chung nào thì được gọi là *song song* với nhau.

Chú ý : Hai đường thẳng cắt nhau xác định một mặt phẳng.

b) Không cùng thuộc một mặt phẳng

Trong trường hợp này chúng được gọi là *chéo nhau*.

Chú ý : Hai đường thẳng chéo nhau cũng là hai đường thẳng không có điểm chung, nhưng chúng không cùng thuộc một mặt phẳng, hiểu theo nghĩa là *không có bất kì mặt phẳng nào chứa cả hai đường thẳng đó*.

II. QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

1. Đường thẳng song song với đường thẳng

a) Định nghĩa

Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng cùng thuộc một mặt phẳng và không có điểm chung.

Chú ý : Từ định nghĩa này, ta suy ra : "*hai đường thẳng song song xác định một mặt phẳng*".

b) Tính chất

- Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

$$\left. \begin{array}{l} a // c \\ b // c \end{array} \right\} \Rightarrow a // b.$$

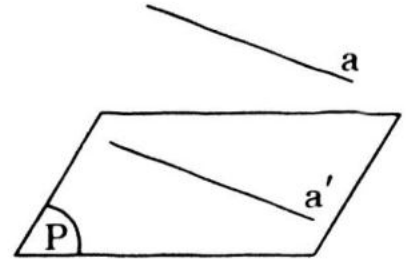
2. Đường thẳng song song với mặt phẳng

a) Định nghĩa

Một đường thẳng và một mặt phẳng không có điểm chung nào thì được gọi là song song với nhau.

b) Tính chất

Một đường thẳng a không thuộc mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng a' thuộc mặt phẳng (P) thì đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) .



$$\left. \begin{array}{l} a \not\subset mp(P) \\ a' \subset mp(P) \\ a // a' \end{array} \right\} \Rightarrow a // mp(P)$$

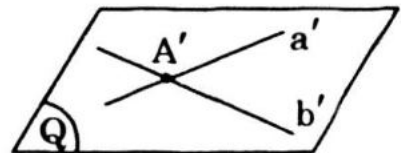
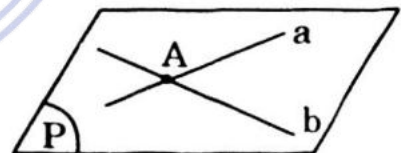
3. Mặt phẳng song song với mặt phẳng

a) Định nghĩa

Hai mặt phẳng song song là hai mặt phẳng không có điểm chung.

b) Tính chất

Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng giao nhau a, b ; mặt phẳng (Q) chứa hai đường thẳng giao nhau a', b' mà $a // a'$ và $b // b'$ thì hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

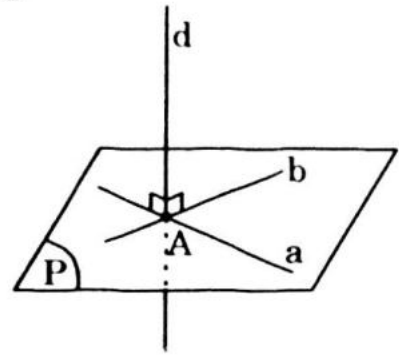


$$\left. \begin{array}{l} a \subset mp(P) \\ b \subset mp(P) \\ a \text{ cắt } b \\ a' \subset mp(Q) \\ b' \subset mp(Q) \\ a' \text{ cắt } b' \\ a // a'; b // b' \end{array} \right\} \Rightarrow mp(P) // mp(Q)$$

III. QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

1. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

- Hai đường thẳng a, b cùng thuộc mặt phẳng (P) và giao nhau tại điểm A . Đường thẳng d vuông góc với cả hai đường thẳng a, b tại điểm A , được gọi là đường thẳng vuông góc với mp (P) tại điểm A .



$$\left. \begin{array}{l} a \subset mp(P) \\ b \subset mp(P) \\ a \text{ cắt } b \text{ tại } A \\ d \perp a \text{ tại } A \\ d \perp b \text{ tại } A \end{array} \right\} \Rightarrow d \perp mp(P)$$

- Đường thẳng $d \perp mp(P)$ thì vuông góc với mọi đường thẳng thuộc mp (P) .

2. Mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng

Mặt phẳng (P) chứa một đường thẳng a mà a vuông góc với mặt phẳng (Q) thì hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

$$\left. \begin{array}{l} mp(P) \text{ chứa } a \\ a \perp mp(Q) \end{array} \right\} \Rightarrow mp(P) \perp mp(Q).$$

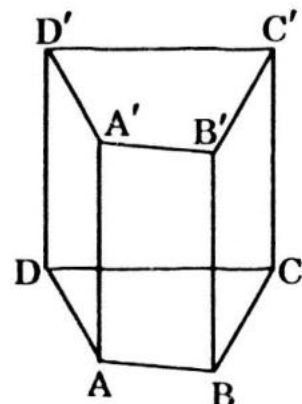
IV. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG, HÌNH HỘP ĐỨNG, HÌNH HỘP CHỮ NHẬT, HÌNH LẬP PHƯƠNG

1. Hình lăng trụ đứng

a) Định nghĩa

Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có :

- Hai đáy là hai đa giác phẳng bằng nhau, nằm trong hai mặt phẳng song song với nhau.
 - Các cạnh bên vuông góc với các mặt phẳng chứa các đa giác đáy.
- Người ta gọi tên của lăng trụ theo tên đa giác đáy.



b) Tính chất

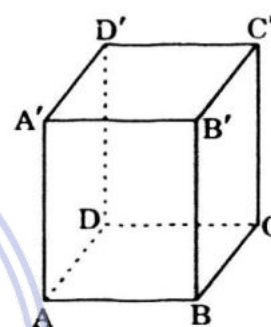
- Các cạnh bên của lăng trụ đứng thì song song với nhau và bằng nhau. Độ dài của cạnh bên là chiều cao của lăng trụ đứng.
- Các mặt bên của lăng trụ đứng là các hình chữ nhật.

c) Lăng trụ đều

- Hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều được gọi là lăng trụ đều. Như vậy, lăng trụ đều là hình lăng trụ:
 - + Có đáy là đa giác đều.
 - + Có cạnh bên vuông góc với các mặt phẳng chứa đa giác đáy.
- Lăng trụ đều có các mặt bên là các hình chữ nhật bằng nhau.

2. Hình hộp đứng**a) Định nghĩa**

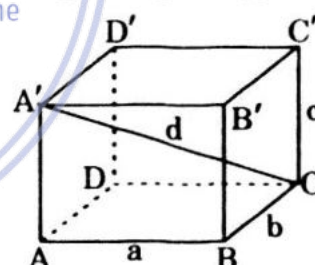
Hình hộp đứng là hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành.

**b) Tính chất**

Trong hình hộp đứng thì các mặt bên đối diện là các hình chữ nhật bằng nhau và nằm trong hai mặt phẳng song song với nhau.

3. Hình hộp chữ nhật**a) Định nghĩa**

Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.

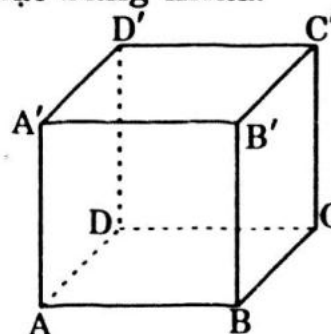
**b) Tính chất**

- Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là hình chữ nhật.
- Nếu các kích thước của hình chữ nhật là $AB = a$, $BC = b$, $BB' = c$ và đường chéo $A'C = d$, ta có $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Các đường chéo của hình hộp chữ nhật bằng nhau.

4. Hình lập phương**a) Định nghĩa**

Hình lập phương là hình có 6 mặt là 6 hình vuông.



b) *Tính chất*

Nếu gọi cạnh của hình lập phương là a thì các đường chéo của hình lập phương bằng nhau và bằng $d = a\sqrt{3}$.

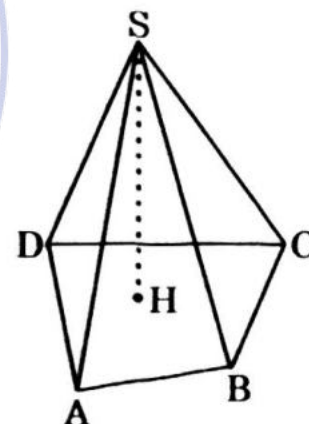
5. *Diện tích xung quanh – Diện tích toàn phần – Thể tích*

	Diện tích xung quanh S_{xq}	Diện tích toàn phần S_{tp}	Thể tích V
Hình lăng trụ đứng (Hình hộp đứng) $2p$: chu vi đáy S : diện tích đáy l : cạnh bên	$S_{xq} = 2p.l$	$S_{tp} = S_{xq} + 2S$ $= 2p.l + 2S$	$V = S.l$
Hình hộp chữ nhật a, b : cạnh đáy c : chiều cao	$S_{xq} = 2(a+b).c$	$S_{tp} = 2(a+b).c + 2ab$	$V = abc$
Hình lập phương cạnh a	$S_{xq} = 4a^2$	$S_{tp} = 6a^2$	$V = a^3$

V. HÌNH CHÓP ĐỀU, HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU

1. *Hình chóp*

- Hình chóp là hình có đáy là một đa giác phẳng, các mặt bên là các tam giác có chung một đỉnh.
- Đoạn thẳng kẻ từ đỉnh vuông góc với mặt phẳng đáy là đường cao của hình chóp.

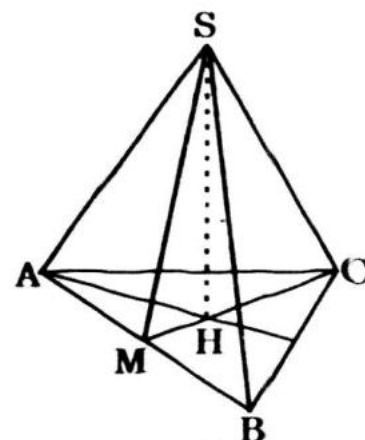
2. *Hình chóp đều*a) *Định nghĩa*

Hình chóp đều là hình chóp có đáy là một đa giác đều và các mặt bên là các tam giác cân có đáy là cạnh của đa giác đáy.

b) *Tính chất*

- Trong hình chóp đều, chân đường cao trùng với tâm của đường tròn đi qua các đỉnh của đa giác đáy.
- Các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau.

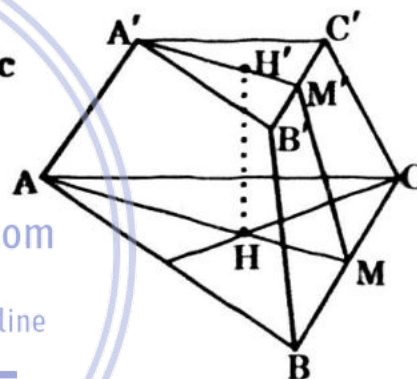
- Chiều cao kẻ từ đỉnh của các mặt bên bằng nhau và được gọi là *trung đoạn* của hình chóp đều.
- Các cạnh bên của hình chóp đều bằng nhau.



Hình chóp S.ABC là hình chóp tam giác đều, có
SH : đường cao; SM : trung đoạn.

3. Hình chóp cắt đều

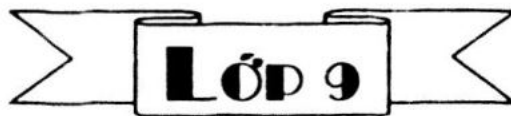
- Cắt hình chóp đều bằng một mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy thì phần hình chóp nằm giữa mặt phẳng đó và đáy hình chóp là hình chóp cắt đều.
- Mặt bên của hình chóp cắt đều là các hình thang cân bằng nhau.



Hình chóp cắt tam giác đều ABC.A'B'C' có
HH' : đường cao; MM' : trung đoạn.

4. Diện tích xung quanh – Diện tích toàn phần – Thể tích

	Diện tích xung quanh S_{xq}	Diện tích toàn phần S_{tp}	Thể tích V
Hình chóp B : diện tích đáy h : chiều cao	$S_{xq} = \text{Tổng diện tích các mặt bên}$	$S_{tp} = S_{xq} + B$	$V = \frac{1}{3} B.h$
Hình chóp đều 2p : chu vi đáy l : trung đoạn B : diện tích đáy h : đường cao	$S_{xq} = p.l$ $(S_{xq} = \frac{1}{2} \text{ chu vi đáy} \times \text{trung đoạn})$	$S_{tp} = p.l + B$	$V = \frac{1}{3} B.h$



PHẦN ĐẠI SỐ

Chương I.

CĂN BẬC HAI, CĂN BẬC BA

I. CĂN BẬC HAI

1. Định nghĩa

Căn bậc hai của số thực a là số x thỏa mãn đẳng thức $x^2 = a$.

Ví dụ : 4 và -4 là những căn bậc hai của 16, vì rằng $4^2 = 16$, $(-4)^2 = 16$.

- + Mỗi số $a > 0$ có đúng hai số đối nhau là căn bậc hai của nó. Số dương là căn bậc hai của a kí hiệu $\sqrt{a}$. Số âm là căn bậc hai của a kí hiệu là $-\sqrt{a}$.

Ví dụ : $4 = \sqrt{16}$, $-4 = -\sqrt{16}$.

- + Số 0 có căn bậc hai bằng 0.
- + Số $a < 0$ không có căn bậc hai (tức là $\sqrt{a}$ không có nghĩa với $a < 0$).

2. Căn bậc hai số học

Với số thực $a \geq 0$ thì $\sqrt{a}$ được gọi là *căn bậc hai số học* của a .

Ví dụ : 4 là căn bậc hai số học của 16.

Việc tìm căn bậc hai số học một số không âm gọi là *phép khai phương*. Dấu $\sqrt{}$ là dấu phép toán khai phương.

3. Liên hệ giữa phép khai phương và thứ tự

Định lí : Với a, b là các số dương, ta có :

a) Nếu $a < b$ thì $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.

b) Nếu $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ thì $a < b$.

Nội dung định lí được kí hiệu là :

$$a > b \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$$

Áp dụng : So sánh 3 và $\sqrt{10}$.

Ta có $3 = \sqrt{9}$. Do $9 < 10$ nên $\sqrt{9} < \sqrt{10}$.

Vậy : $3 < \sqrt{10}$.

4. Số chính phương

Số a nguyên dương có $\sqrt{a}$ là số nguyên dương thì a được gọi là số chính phương.

Ví dụ : 4, 9, 16, 25, 36, 49 là các số chính phương.

II. CĂN THỨC BẬC HAI VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC $\sqrt{A^2} = |A|$

1. Căn thức bậc hai

Cho A là một biểu thức thì $\sqrt{A}$ là căn thức bậc hai. Biểu thức A được gọi là biểu thức lấy căn hay biểu thức dưới dấu căn.

Căn thức bậc hai $\sqrt{A}$ có nghĩa (xác định) khi $A \geq 0$.

Ví dụ : $\sqrt{2x-5}$ là một căn thức bậc hai, $2x-5$ là biểu thức dưới dấu căn. $\sqrt{2x-5}$ có nghĩa với các giá trị của x sao cho

$2x-5 \geq 0$, tức là với $x \geq \frac{5}{2}$.

2. Hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$

Với mỗi biểu thức A ta có: $\sqrt{A^2} = |A|$, nghĩa là, $\sqrt{A^2} = A$ nếu $A \geq 0$,

$$\sqrt{A^2} = -A \text{ nếu } A < 0.$$

Ví dụ:

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

a) Rút gọn biểu thức $3 + \sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } 3 + \sqrt{3-2\sqrt{2}} &= 3 + \sqrt{1-2\sqrt{2}+2} = 3 + \sqrt{1^2-2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2}+(\sqrt{2})^2} \\ &= 3 + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = 3 + |1-\sqrt{2}| = 3 + \sqrt{2} - 1 = 2 + \sqrt{2}. \end{aligned}$$

b) Giải phương trình $\sqrt{x^2-4x+4} = 3-2x$.

Vì $x^2-4x+4 = (x-2)^2$ nên phương trình được viết lại là :

$$\sqrt{(x-2)^2} = 3-2x.$$

Điều kiện : Vế trái là dấu căn số học bậc hai nên vế phải là biểu thức không âm, nên phải có điều kiện : $3-2x \geq 0$.

Do đó ta có phương trình và bất phương trình :

$$\begin{cases} |x-2| = 3-2x \\ 3-2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-2| = 3-2x \\ x \leq \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x - 2 = 3 - 2x \\ x \geq 2, x \leq \frac{3}{2} \end{cases} & (A) \\ \begin{cases} -x + 2 = 3 - 2x \\ x < 2, x \leq \frac{3}{2} \end{cases} & (B) \end{cases}$$

Hệ thống (A) vô nghiệm, vì các điều kiện $x \geq 2$ và $x \leq \frac{3}{2}$ không thể thỏa mãn đồng thời. Hệ thống (B) có nghiệm $x = 1$. Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 1$.

III. KHAI PHƯƠNG MỘT TÍCH, MỘT THƯƠNG. NHÂN, CHIA CÁC CĂN THỨC BẬC HAI

1. Khai phương một tích. Nhân các căn thức bậc hai

Định lí. Với các biểu thức A, B mà $A \geq 0, B \geq 0$ ta có :

$$\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} \quad (1)$$

Công thức (1) được phát biểu thành quy tắc sau :

Quy tắc : Muốn khai phương một tích các biểu thức không âm ta có thể khai phương từng biểu thức rồi nhân các kết quả với nhau.

Muốn nhân các căn thức bậc hai của các biểu thức không âm ta có thể nhân các biểu thức dưới dấu căn rồi khai phương tích đó.

Ví dụ :

a) Rút gọn : $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{108} - \sqrt{12}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } \frac{1}{2} \sqrt{108} - \sqrt{12} &= \frac{1}{2} \sqrt{36 \cdot 3} - \sqrt{4 \cdot 3} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{36} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}. \end{aligned}$$

b) Rút gọn biểu thức : $A = \sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}(\sqrt{3}+1)$

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } \sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{3}} &= \sqrt{2(2-\sqrt{3})} = \sqrt{4-2\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{3-2\sqrt{3}+1} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy : } A = (\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) = 2.$$

2. Khai phương một thương. Chia hai căn thức bậc hai

Định lí. Nếu A, B là các biểu thức sao cho $A \geq 0$, $B > 0$ thì

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \quad (2)$$

Đẳng thức (2) được phát biểu thành quy tắc sau :

Quy tắc :

- Muốn khai phương một thương $\frac{A}{B}$ trong đó $A \geq 0$, $B > 0$ ta có thể khai phương A và khai phương B rồi lấy kết quả trước chia cho kết quả sau.
- Muốn chia căn bậc hai của biểu thức $A \geq 0$ cho căn bậc hai của biểu thức $B > 0$ ta có thể chia A cho B rồi khai phương thương đó.

Ví dụ : $15 \times \sqrt{\frac{16a^4}{25}} = 15 \times \frac{\sqrt{16a^4}}{\sqrt{25}} = \frac{15}{5} \cdot 4a^2 = 12a^2;$

$$\frac{\sqrt{12a^2b}}{\sqrt{3ab}} = \sqrt{\frac{12a^2b}{3ab}} = \sqrt{4a} = 2\sqrt{a} \quad (\text{với } a, b > 0).$$

IV. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN CÁC CĂN THỨC BẬC HAI

1. Đưa nhân tử ra ngoài dấu căn

Nếu $B \geq 0$ thì $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B}$.

Ví dụ : $\sqrt{3 - 6x + 3x^2} = \sqrt{3(1 - 2x + x^2)}$
 $= \sqrt{3(1 - x)^2} = |1 - x|\sqrt{3}.$

2. Đưa nhân tử vào trong dấu căn bậc hai

$$A\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2B} & \text{nếu } A \geq 0, B \geq 0 \\ -\sqrt{A^2B} & \text{nếu } A < 0, B \geq 0 \end{cases}$$

Ví dụ : Xét $(1 - a)\sqrt{\frac{2a}{1 - a^2}}$ (với $0 < a < 1$).

Ta có, với $a < 1$ thì $1 - a > 0$. Do đó :

$$(1 - a)\sqrt{\frac{2a}{1 - a^2}} = \sqrt{\frac{(1 - a)^2 \cdot 2a}{(1 - a)(1 + a)}} = \sqrt{\frac{2a(1 - a)}{1 + a}}.$$

3. Khử mẫu trong biểu thức lấy căn

Nếu A, B là các biểu thức sao cho $A.B \geq 0$ và $B \neq 0$ thì

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{A.B}{B^2}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}.$$

Ví dụ: Với $x > 1$, $\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} = \sqrt{\frac{x^2-1}{(x+1)^2}} = \frac{\sqrt{x^2-1}}{|x+1|} = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x+1}$ (do $x > 1$).

4. Trục (khử) căn thức ở mẫu thức

a) Biểu thức liên hợp

Ví dụ: $A = \sqrt{7} + 2$, $B = \sqrt{7} - 2$

$$AB = (\sqrt{7} + 2)(\sqrt{7} - 2) = (\sqrt{7})^2 - 2^2 = 3$$

Biểu thức A có chứa căn. Khi nhân A với biểu thức B ta được tích AB là biểu thức không chứa dấu căn (hoặc giảm số dấu căn so với A) ta bảo B là *biểu thức liên hợp* với A, đảo lại A là *biểu thức liên hợp* với B hay A và B là *các biểu thức liên hợp* với nhau.

b) Quy tắc trục căn thức ở mẫu

Muốn trục căn thức ở mẫu một biểu thức ta nhân tử và mẫu của biểu thức đó với biểu thức liên hợp của mẫu.

Ví dụ 1: Trục căn thức ở mẫu của: $\frac{4 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5} - 4}$.

Nhân tử và mẫu biểu thức đã cho với $2\sqrt{5} + 4$.

$$\begin{aligned} \text{Ta được: } \frac{4 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5} - 4} &= \frac{(4 + \sqrt{3})(2\sqrt{5} + 4)}{(2\sqrt{5} - 4)(2\sqrt{5} + 4)} = \frac{8\sqrt{5} + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{15} + 16}{(2\sqrt{5})^2 - 4^2} \\ &= 2\sqrt{5} + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{15}}{2} + 4 \end{aligned}$$

Ví dụ 2: Trục căn thức ở mẫu của: $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1} &= \frac{2(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})} \\ &= \frac{2(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{2} = \frac{2 + \sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}. \end{aligned}$$

V. BẢNG CĂN BẬC HAI

Nếu không có máy tính ta có thể dùng bảng tính sẵn các căn bậc hai. Bảng tính căn bậc hai được sử dụng ở đây là bảng IV trong các bảng số với 4 chữ số thập phân của tác giả V.M. Bradixơ, do NXB Giáo dục phát hành.

Bảng này kê các căn bậc hai của các số từ 1,0 đến 99,9 có ba chữ số. Nếu số cần khai phương có chữ số thứ tư thì có cột ghi số cần hiệu chỉnh. $\sqrt{42,7} \approx 6,535$.

VI. CĂN BẬC BA

1. Định nghĩa

Căn bậc ba của số a là số x , sao cho $x^3 = a$, kí hiệu $\sqrt[3]{a}$. Dấu $\sqrt[3]{}$ chỉ phép lấy căn bậc ba.

Ví dụ: $-3 = \sqrt[3]{-27}$ vì $(-3)^3 = -27$.

Từ định nghĩa, ta thấy: Mỗi $a \in \mathbf{R}$ đều có một $x \in \mathbf{R}$ mà $x = \sqrt[3]{a}$.

- Nếu $a < 0$ thì $\sqrt[3]{a} < 0$
- Nếu $a = 0$ thì $\sqrt[3]{a} = 0$
- Nếu $a > 0$ thì $\sqrt[3]{a} > 0$.

2. Tính chất

T1. Nếu $a < b$ thì $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$. Đảo lại, nếu $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$ thì $a < b$.

T2. Với các số a, b bất kì ta đều có:

$$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$$

T3. Với a, b bất kì, $b \neq 0$ ta đều có: $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$

Dựa vào định nghĩa và tính chất của căn bậc ba ta có thể so sánh và thực hiện các phép biến đổi trên các căn thức bậc ba như với các căn thức bậc hai (so sánh, đưa nhân tử vào dấu $\sqrt[3]{}$, đưa một nhân tử ra ngoài dấu $\sqrt[3]{}$, trục căn ở mẫu thức...)

Ví dụ 1: So sánh các số $3\sqrt[3]{2}$ và $\sqrt[3]{32}$.

Ta có $3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{54}$.

Vì $54 > 32$ nên $\sqrt[3]{54} > \sqrt[3]{32}$.

Do đó $3\sqrt[3]{2} > \sqrt[3]{32}$.

Ví dụ 2 : Rút gọn các biểu thức :

a) $A = \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$;

b) $B = (\sqrt[3]{32} - 2\sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{200})(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{5})$.

Giải

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \sqrt[3]{8 + 12\sqrt{2} + 12 + 2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{8 - 12\sqrt{2} + 12 - 2\sqrt{2}} \\ &= \sqrt[3]{2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot 2 \cdot (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3} + \\ &\quad + \sqrt[3]{2^3 - 3 \cdot 2^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot 2 \cdot (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^3} \\ &= \sqrt[3]{(2 + \sqrt{2})^3} + \sqrt[3]{(2 - \sqrt{2})^3} = 2 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } B &= (\sqrt[3]{2^3 \cdot 4} - 2\sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{2^3 \cdot 25})(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{5}) \\ &= [2(\sqrt[3]{2})^2 - 2\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5} + 2(\sqrt[3]{5})^2][\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{5}] \\ &= 2[(\sqrt[3]{2})^3 + (\sqrt[3]{5})^3] = 14. \end{aligned}$$

Ví dụ 3 : Trục căn thức ở mẫu thức: $A = \frac{1}{\sqrt[3]{11} - 2}$.

Áp dụng hằng đẳng thức hiệu hai lập phương

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

Nhân tử và mẫu của A với

$((\sqrt[3]{11})^2 + 2\sqrt[3]{11} + 2^2)$ ta được :

$$A = \frac{(\sqrt[3]{11})^2 + 2\sqrt[3]{11} + 2^2}{(\sqrt[3]{11} - 2)((\sqrt[3]{11})^2 + 2\sqrt[3]{11} + 2^2)}$$

$$A = \frac{\sqrt[3]{121} + 2\sqrt[3]{11} + 4}{(\sqrt[3]{11})^3 - 2^3} = \frac{\sqrt[3]{121} + \sqrt[3]{88} + 4}{3}.$$

VII. CĂN BẬC n

1. Định nghĩa

Cho số nguyên dương $n \geq 2$. Ta gọi x là căn bậc n của số a nếu $x^n = a$.

Ví dụ : Số 2 là căn bậc năm của 32 vì $2^5 = 32$.

Các số -3 và 3 là những căn bậc bốn của 81 vì $(-3)^4 = 81$; $3^4 = 81$.
 Lưu ý rằng, mỗi số nguyên n lẻ được viết dưới dạng $n = 2k + 1$,
 $k \in \mathbb{Z}$.

Ví dụ : $5 = 2 \cdot 2 + 1$

Mỗi số nguyên n chẵn thì được viết dưới dạng $n = 2k$, $k \in \mathbb{Z}$.

Ví dụ : $6 = 2 \cdot 3$

Ta có một số mệnh đề sau :

- + Mỗi số thực a có một số thực x là căn bậc n lẻ của nó. Kí hiệu :
 $x = \sqrt[n]{a}$.
- + Số âm không có căn bậc n chẵn. Điều này có nghĩa là $\sqrt[n]{a}$ chỉ có nghĩa nếu $a \geq 0$.
- + Mỗi số $a > 0$ có hai số đối nhau là căn bậc n chẵn của nó. Kí hiệu :
 $\sqrt[n]{a}$ chỉ căn bậc n chẵn dương của số $a > 0$,
 $-\sqrt[n]{a}$ chỉ căn bậc n chẵn âm của số $a > 0$.

Ví dụ : $\sqrt[6]{64} = 2$, $-\sqrt[6]{64} = -2$
 vì $2^6 = 64$; $(-2)^6 = 64$.

- + Căn bậc n của số 0 bằng 0 : $\sqrt[n]{0} = 0$.

2. Tính chất

T1. Với $a \geq 0$, m, n, k nguyên dương thì :

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

Ví dụ : $\sqrt[4]{a^3} = \sqrt[8]{a^6} = \sqrt[12]{a^9}$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{a}} = \sqrt[12]{a}$$

Phép biến đổi đưa $\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$ gọi là phép hạ bậc căn thức.

T2. Với $a \geq 0$, $b \geq 0$, n, k nguyên dương thì $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

$$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$$

T3. Với $a \geq 0$, $b > 0$ thì $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Áp dụng các tính chất trên ta thực hiện các phép biến đổi trên các căn thức bậc n tương tự như đã làm với các căn thức bậc hai, bậc ba.

3. Quy đồng chỉ số các căn thức

Trong kí hiệu $\sqrt[n]{A}$ thì số tự nhiên n để chỉ bậc của căn thức được gọi là *chỉ số* của $\sqrt[n]{A}$.

Khi thực hiện các phép toán trong biểu thức chứa các căn thức với những chỉ số khác nhau, ta phải quy đồng chỉ số các căn thức đó.

Ta sử dụng tính chất T1 để quy đồng chỉ số các căn thức.

$$\text{Ví dụ : } \frac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[6]{6^3}}{\sqrt[6]{3^2}} = \sqrt[6]{\frac{6^3}{3^2}} = \sqrt[6]{24}.$$

VIII. ĐỊNH LÝ VỀ TÍNH CHẤT VÔ TỈ CỦA MỘT CĂN SỐ

Ta biết rằng, một số có dạng $\frac{m}{n}$, $m, n \in \mathbb{Z}$, $n \neq 0$ là số hữu tỉ.

Mỗi số hữu tỉ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn. Đảo lại, mỗi số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn biểu diễn một số hữu tỉ.

Số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn là số vô tỉ.

$$\text{Ví dụ : } \pi = 3,14159265\dots$$

Người ta chứng minh được định lý sau

Định lý :

Không có số hữu tỉ nào mà bình phương của nó bằng 2. Nói khác đi $\sqrt{2}$ là số vô tỉ.

Tổng quát, người ta chứng minh rằng, nếu a không phải là số chính phương thì $\sqrt{a}$ là số vô tỉ. Chẳng hạn $\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{13}$ là các số vô tỉ.

Chương II.**HÀM SỐ BẬC NHẤT****I. NHẮC LẠI VÀ BỔ SUNG KHÁI NIỆM VỀ HÀM SỐ****1. Khái niệm hàm số**

- + Đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng biến đổi x sao cho mỗi giá trị của x ta luôn xác định được *chỉ một* giá trị tương ứng của y , ta bảo y là *hàm số của x* , đại lượng x là biến số.

Để chỉ y là hàm số của biến số x ta thường viết $y = f(x)$, hay $y = g(x)$, $y = h(x)$, ...

Một hàm số có thể được cho bằng *bảng*, bằng *công thức* hay bằng *đồ thị*.

Ví dụ 1 : Hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x}$ với biến số x lấy giá trị thuộc tập

hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ được cho bằng bảng sau :

x	1	2	3	4	5	6
y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$

Ví dụ 2 : Cho hàm số $y = \sqrt{3x - 2}$.

Hàm số được cho bằng công thức mà không nói rõ biến số lấy giá trị trong tập hợp nào thì ngầm hiểu là biến số lấy mọi giá trị mà các phép tính trong công thức thực hiện được. Trong ví dụ này, biến số x lấy mọi giá trị sao cho $3x - 2 \geq 0$, tức là với $x \geq \frac{2}{3}$. Ta nói hàm số xác định trên tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} / x \geq \frac{2}{3}\}$.

- + Cho hàm số $y = f(x)$. Cho x giá trị $x = x_0$, ta xác định được giá trị tương ứng của hàm số là y . Ta bảo y_0 là giá trị của hàm số tại $x = x_0$ và kí hiệu là $y_0 = f(x_0)$.

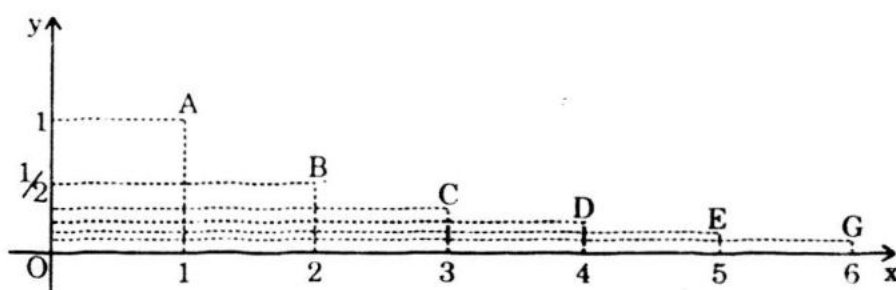
Ví dụ : $y = f(x) = \sqrt{3x - 2}$,

$$f(6) = \sqrt{3 \cdot 6 - 2} = 4.$$

2. Đồ thị của hàm số

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập hợp A . Mỗi $x_0 \in A$ xác định được giá trị y_0 tương ứng của hàm số ta có một cặp giá trị tương

ứng $(x_0; y_0)$ được biểu diễn bằng một điểm trên mặt phẳng tọa độ. Hình gồm tất cả các điểm biểu diễn các cặp số $(x; y)$ với mọi $x \in A$ được gọi là *đồ thị* của hàm số $y = f(x)$.



Ví dụ : Hình trên là đồ thị của hàm số được cho bằng bảng ở ví dụ trên. Đồ thị hàm số ở đây là 6 điểm A, B, C, D, E, G.

3. Hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến

Cho hàm số $y = f(x)$ với biến số x lấy các giá trị thuộc tập hợp A . Ta nói hàm số $f(x)$ *đồng biến* trên A nếu với x_1, x_2 bất kì thuộc A sao cho $x_1 < x_2$ ta có $f(x_1) < f(x_2)$. Nghĩa là biến x lấy giá trị tăng lên thì hàm số lấy giá trị tăng lên. Hàm số $f(x)$ là *nghịch biến* trên A nếu với x_1, x_2 bất kì thuộc A , sao cho $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$, tức là khi biến số lấy giá trị tăng thì giá trị của hàm số giảm.

Ví dụ : Xét hàm số $y = 2x + 1$ xác định trên $\mathbf{R}$. Lấy x_1, x_2 bất kì sao cho $x_1 < x_2$ ta có :

$$f(x_1) - f(x_2) = (2x_1 + 1) - (2x_2 + 1) = 2(x_1 - x_2) < 0$$

$$(\text{do } x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 < 0)$$

Suy ra $f(x_1) < f(x_2)$. Vậy hàm số $y = 2x + 1$ đồng biến trên $\mathbf{R}$.

Hàm số $y = k$ (k là hằng số) không đồng biến cũng không nghịch biến.

II. HÀM SỐ BẬC NHẤT

1. Định nghĩa

Hàm số $y = f(x)$ được cho bởi công thức : $y = ax + b$, trong đó a, b là các số thực xác định và $a \neq 0$ thì gọi y là *hàm số bậc nhất* với biến số x .

Hàm số $S = at + b$ ($a, b \in \mathbf{R}, a \neq 0$) là hàm số bậc nhất với biến số t .

Ví dụ : $y = 2x - 3$, $y = \frac{x}{2}$, $S = 50t + 10$ là các hàm số bậc nhất.

2. Tính chất

- Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ xác định với mọi giá trị $x \in \mathbf{R}$.
- Trên tập hợp số thực $\mathbf{R}$, hàm số bậc nhất $y = ax + b$ đồng biến nếu $a > 0$, nghịch biến nếu $a < 0$.

III. ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax$. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG $y = ax$

1. Đồ thị của hàm số $y = ax$

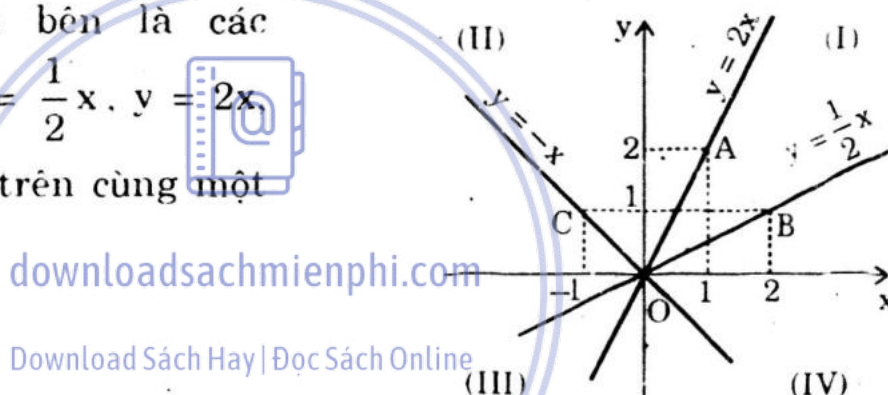
Đồ thị của hàm số $y = ax$ là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ O . Đường thẳng là đồ thị của hàm số $y = ax$ được nói gọn là đường thẳng $y = ax$.

Đường thẳng $y = ax$ nằm trong các góc (I) và (III) của mặt phẳng tọa độ nếu $a > 0$ và nằm trong các góc (II) và (IV) nếu $a < 0$.

Ví dụ : Hình bên là các

đường thẳng $y = \frac{1}{2}x$, $y = 2x$.

$y = -x$ được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ.



2. Cách vẽ đồ thị hàm số $y = ax$

- Cho biến số x giá trị x_0 tùy ý, tính giá trị tương ứng của hàm số $y_0 = ax_0$.
- Vẽ trên mặt phẳng tọa độ điểm $A(x_0; y_0)$.
- Kẻ đường thẳng qua O , A . Nói khác đi, đường thẳng OA là đồ thị cần vẽ.

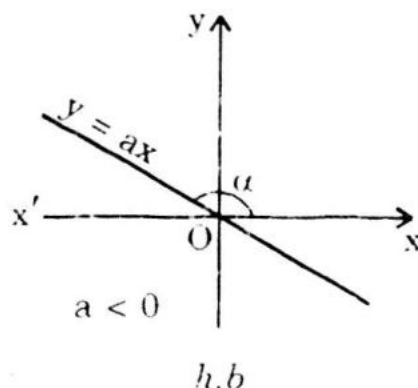
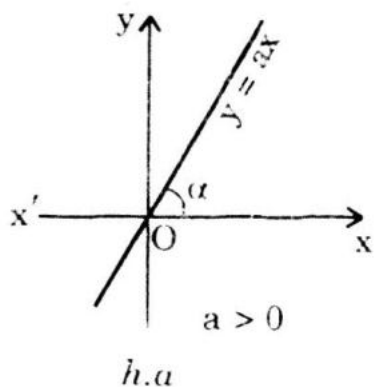
Thông thường, hàm số $y = ax$ có hệ số a không quá nhỏ, hoặc quá lớn thì đường thẳng $y = ax$ là đường thẳng OA với $A(1; a)$.

3. Góc hợp bởi đường thẳng $y = ax$ và tia Ox

Góc α hợp bởi đường thẳng $y = ax$ và tia Ox là góc hợp bởi nửa đường thẳng $y = ax$ nằm trong nửa mặt phẳng bờ $x'x$ có chứa tia Oy .

Nếu $a > 0$ thì góc α là góc nhọn (hình h.a).

Nếu $a < 0$ thì góc α là góc tù (hình h.b).



4. Hệ số góc của đường thẳng $y = ax$

Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ các hàm số dạng $y = ax$ với các giá trị khác nhau của a (chẳng hạn $a = 0,5; 2; 3; -0,5; -2; -3$) ta có nhận xét :

- Ứng với mỗi giá trị của hệ số a của x xác định một góc α hợp bởi đường thẳng $y = ax$ với tia Ox .
- Với $a > 0$, góc α nhọn và giá trị của a càng lớn thì số đo góc α càng lớn (nhưng vẫn nhỏ hơn 90°).
- Với $a < 0$, góc α tù và a càng lớn thì số đo góc α càng lớn (nhưng vẫn nhỏ hơn 180°).

Vì sự liên hệ giữa hệ số a và góc α như vậy nên người ta gọi a là hệ số góc của đường thẳng $y = ax$. Sự liên hệ giữa a và α được xác định như sau :

- Với $a > 0$ thì $a = \tan \alpha$
- Với $a < 0$ thì $|a| = \tan(180^\circ - \alpha)$.

Ví dụ : Tìm số đo góc α lập bởi đường thẳng $y = ax$ với tia Ox trong trường hợp :

- a) $y = 2x$ b) $y = -1,5x$.

Giải

- a) Ta có $a = 2$, $\tan \alpha = 2$. Dùng bảng Tang trong bảng số của V.M Bra-di-sơ ta thấy :

$$\tan(63^\circ 24') \approx 1,997; \quad \tan(63^\circ 30') \approx 2,006.$$

Vậy ta lấy góc $63^\circ 24'$ và dùng cột hiệu chỉnh $2'$ là 3 , ta kết luận :

$$\tan \alpha = 2 \Rightarrow \alpha \approx 63^\circ 24' + 2'$$

Vậy $\tan 2 \approx 63^\circ 26'$.

Dùng máy tính bỏ túi CASIO fx220 ta thực hiện như sau :

Nhấn :

AC MODE 4 2 SHIFT TAN SHIFT 0'''

Máy hiện lên $63^{\circ}26'5.82$, nghĩa là $63^{\circ}26'5''$ và $\frac{82''}{100}$. Ta lấy tròn đến phút thì có :

$$\alpha \approx 63^{\circ}26'.$$

b) Ta có : $a = -1,5$; $|a| = 1,5$;

$$\tan(180^{\circ} - \alpha) = 1,5.$$

Dùng bảng ta tìm được : $180^{\circ} - \alpha = 56^{\circ}18'$, suy ra $\alpha = 123^{\circ}42'$.

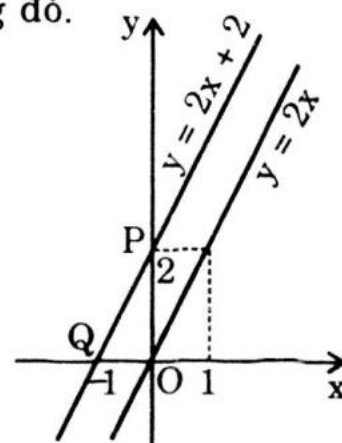
(Dùng máy tính bỏ túi CASIO fx220 ta thấy hiện $56^{\circ}18'35''\frac{76''}{100}$. Lấy tròn đến phút ta được kết quả trên).

IV. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax + b$

1. **Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0, b \neq 0$)** là đường thẳng song song với đường thẳng $y = ax$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b .

Đồ thị hàm số $y = ax + b$ còn được gọi là *đường thẳng* $y = ax + b$; số b được gọi là *tung độ gốc* của đường thẳng đó.

Ví dụ : Trong hình bên, người ta vẽ trên cùng hệ trục tọa độ đồ thị các hàm số $y = 2x$ và $y = 2x + 2$. Đường thẳng $y = 2x + 2$ song song với đường thẳng $y = 2x$ và cắt trục tung tại điểm $P(0; 2)$. Số 2 là tung độ gốc của đường thẳng $y = 2x + 2$.



2. **Cách vẽ đồ thị hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0, b \neq 0$)**

Phương pháp chung là xác định hai điểm thuộc đồ thị rồi kẻ đường thẳng qua hai điểm đó. Cho $x = x_1$ ta tính được $y_1 = ax_1 + b$. Vẽ điểm $A(x_1; y_1)$. Cho $x = x_2$, tính được $y_2 = ax_2 + b$. Vẽ điểm

$B(x_2; y_2)$. Kẻ đường thẳng qua A, B là đồ thị hàm số $y = ax + b$.

Thông thường, ta xác định giao điểm của đồ thị với hai trục tọa độ. Cho $x = 0$, ta có $y = b$ và được giao điểm với trục tung $P(0; b)$.

Cho $y = 0$, tính được $x = -\frac{b}{a}$ ta có giao điểm với trục hoành

$$Q(-\frac{b}{a}; 0).$$

Vẽ đường thẳng qua P, Q ta có đồ thị hàm số.

Ví dụ : Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x + 2$. Giao điểm của đồ thị (đường thẳng $y = 2x + 2$) với trục tung là $P(0; 2)$, giao điểm với trục hoành là $Q(-\frac{2}{2}; 0)$. Kẻ đường thẳng qua P, Q. (Xem hình ở ví dụ trên).

V. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU

1. Hệ số góc của đường thẳng

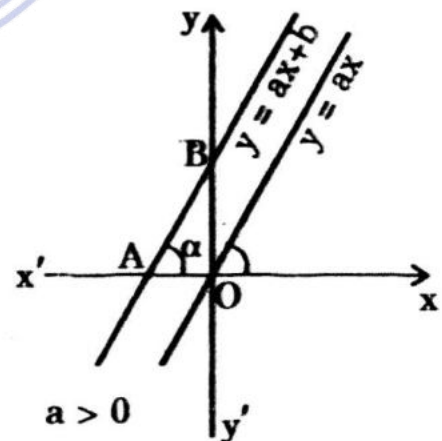
- Đồ thị của hàm số $y = ax + b$, $a \neq 0$ là đường thẳng d. Ta gọi d là đường thẳng $y = ax + b$.

Ta cũng nói $y = ax + b$ là phương trình của đường thẳng d.

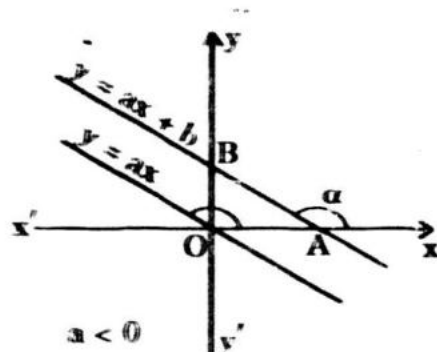
- Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) cắt trục hoành $x'x$ tại điểm $A(-\frac{b}{a}; 0)$.

Góc α tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ với tia Ox , là góc tạo bởi tia Ax và phần đường thẳng $y = ax + b$ nằm trong nửa mặt phẳng bờ $x'x$ có chứa tia Oy .

- Nếu $a > 0$ thì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, a càng lớn thì α càng lớn, $\tan \alpha = a$.



- Nếu $a < 0$ thì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, a càng lớn thì α càng lớn, $\tan(180^\circ - \alpha) = |a|$.



Ta gọi a là **hệ số góc** của đường thẳng $y = ax + b$.

Ví dụ : Trên mặt phẳng cho ba điểm $A(1; 1)$, $B(3; 2)$ và $C(0; 2,5)$.

a) Tìm số đo góc α tạo bởi đường thẳng AB và tia Ox .

b) Tìm số đo góc α tạo bởi đường thẳng AC và tia Ox .

Giải

- a) Trước hết ta tìm phương trình của đường thẳng AB (Điều này có nghĩa là tìm hàm số bậc nhất mà đồ thị của nó là đường thẳng qua A, B).

Phương trình đường thẳng AB có dạng

$$y = ax + b \quad (1)$$

Thế tọa độ của A vào (1) ta có :

$$1 = a \cdot 1 + b \Rightarrow b = 1 - a$$

Thế vào (1) ta được :

$$y = ax + 1 - a \quad (2)$$

Thế tọa độ của B vào (2) ta được : $2 = a \cdot 3 + 1 - a \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

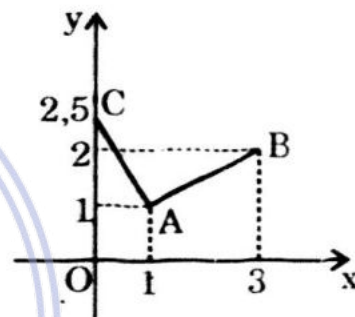
Vậy phương trình đường thẳng AB là : $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

Hệ số góc của đường thẳng AB là $a = \frac{1}{2} > 0$. Góc α là góc nhọn

$$\text{và } \tan \alpha = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Dùng máy tính bỏ túi CASIO fx220 tìm số đo α ta nhấn các phím như sau :

AC MODE 4 MODE 7 4 0 . 5 SHIFT TAN SHIFT 0"



Máy hiện lên $26^{\circ}33'54.18''$ ngh a là

$$\alpha = 26^{\circ}33'54 \frac{18''}{100}. \text{ Lấy tròn đến phút ta có } \alpha \approx 26^{\circ}34'.$$

b) Làm tương tự câu a), ta được phương trình của đường thẳng AC là :

$$y = -1,5x + 2,5$$

Hệ số góc của đường thẳng AC là $a' = -1,5$.

$$\tan(180^{\circ} - \beta) = |-1,5| = 1,5$$

$$\Rightarrow 180^{\circ} - \beta \approx 56^{\circ}19' \Rightarrow \beta \approx 123^{\circ}41'.$$

2. Điều kiện song song, điều kiện cắt nhau

Hai đường thẳng (d) và (d') có phương trình theo thứ tự là $y = ax + b$, $y = a'x + b'$. Ta có :

$$\bullet \text{ d // d'} \Leftrightarrow a = a', b \neq b'$$

$$\bullet \text{ d cắt d'} \Leftrightarrow a \neq a'$$

$$\bullet \text{ d trùng d'} \Leftrightarrow a = a', b = b'$$

Ví dụ : Tìm phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $y = 2x + 1$ và đi qua điểm A(2,5; 1).

Giải

Đường thẳng qua A song song với đường thẳng $y = 2x + 1$ nên phải có hệ số góc là 2. Phương trình của đường thẳng này có dạng $y = 2x + b$ (1). Thế tọa độ của A vào (1) thì được :
 $1 = 2.(2,5) + b \Rightarrow b = -4.$

Phương trình cần tìm là $y = 2x - 4$.

3. Điều kiện vuông góc

Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ vuông góc với nhau nếu và chỉ nếu $a.a' = -1$.

Ví dụ : Cho đường thẳng $y = 2x + 3$ và điểm A(2; 1). Tìm khoảng cách từ A đến đường thẳng trên.

Giải

Phương trình đường thẳng d qua A có dạng

$$y = ax + b \quad (1)$$

Do d vuông góc với đường thẳng $y = 2x + 3$ nên

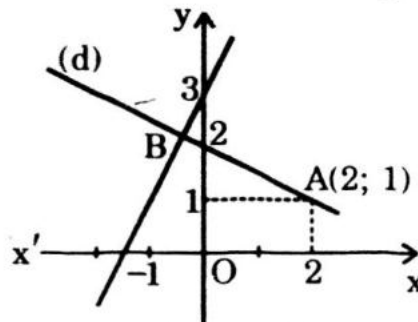
$$a.2 = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

Thế vào (1) ta được: $y = -\frac{1}{2}x + b$ (2)

Do d đi qua A nên thế tọa độ A vào (2) thì được :

$$1 = -\frac{1}{2} \cdot (2) + b \Rightarrow b = 2.$$

Phương trình đường thẳng d là: $y = -\frac{1}{2}x + 2$.



Gọi B là giao điểm của d và đường thẳng $y = 2x + 3$. Hoành độ điểm B là x_B , là nghiệm của phương trình :

$$2x + 3 = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow x_B = -\frac{2}{5}$$

Tung độ điểm B là : $y_B = 2\left(-\frac{2}{5}\right) + 3 = \frac{11}{5}$

Khoảng cách từ A đến đường thẳng $y = 2x + 3$ là độ dài đoạn thẳng AB

$$l = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{\left(2 + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(1 - \frac{11}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{180}}{5}.$$

Chương III. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

1. Khái niệm

Định nghĩa.

Phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng :

$$ax + by = c \quad (1)$$

trong đó a, b, c là các số đã biết (với ít nhất một trong các số a, b khác 0), x và y là các ẩn số.

Nếu thay $x = x_0, y = y_0$ ta có $ax_0 + by_0 = c$ thì cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là *một nghiệm* của phương trình (1).

Ví dụ : Phương trình bậc nhất hai ẩn $2x + 3y = 1$ có một nghiệm là cặp số $(2; -1)$ vì $2.(2) + 3.(-1) = 1$.

2. Tập nghiệm và biểu diễn hình học tập nghiệm

Phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$ luôn luôn có vô số nghiệm. Tập nghiệm của nó được biểu diễn bằng một đường thẳng (d) gọi là đường thẳng $ax + by = c$. (Ta còn nói phương trình của đường thẳng (d) là $ax + by = c$).

- Nếu $a \neq 0, b \neq 0$, phương trình $ax + by = c$ có công thức tổng quát của nghiệm là :

$$\begin{cases} x \in \mathbf{R} \\ y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \end{cases}$$

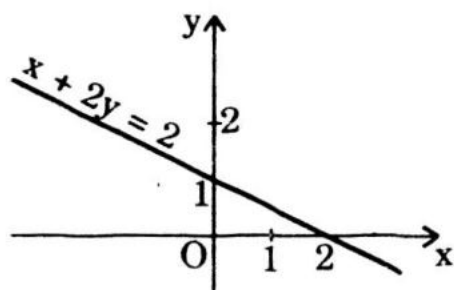
Tập nghiệm của nó được biểu diễn bằng đường thẳng d là đồ thị của hàm số

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}.$$

Ví dụ : Phương trình : $x + 2y = 2$. Công thức tổng quát của nghiệm :

$$\begin{cases} x \in \mathbf{R} \\ y = -\frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$$

Đường thẳng biểu diễn tập nghiệm là đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x + 1$ (hình h.a)



h.a

- Nếu $a = 0$, $b \neq 0$ phương trình có dạng

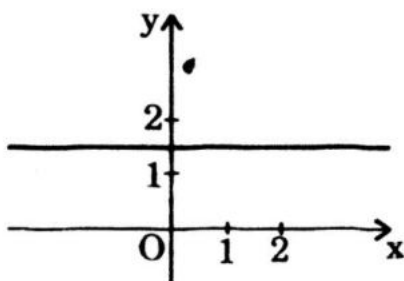
$$0x + by = c.$$

Công thức nghiệm tổng quát là $\begin{cases} x \in \mathbf{R} \\ y = \frac{c}{b} \end{cases}$

Tập nghiệm được biểu diễn bởi đường thẳng d song song với trục tung : $y = \frac{c}{b}$

Ví dụ : Phương trình $0x + 2y = 3$. Công thức tổng quát của nghiệm là $\begin{cases} x \in \mathbf{R} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$

Đường thẳng biểu diễn tập nghiệm là đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ (hình h.b).

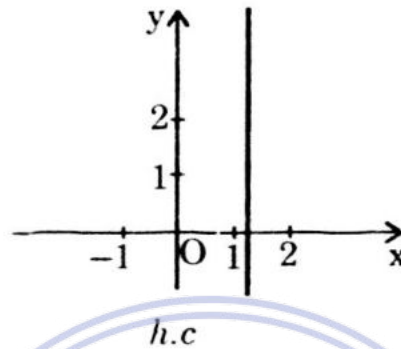


h.b

- Nếu $a \neq 0$, $b = 0$, phương trình có dạng $ax + 0y = c$.

Công thức tổng quát của nghiệm là $\begin{cases} x = \frac{c}{a} \\ y \in \mathbf{R} \end{cases}$

Ví dụ : Phương trình $5x + 0y = 6$, có đường thẳng biểu diễn tập nghiệm là $x = \frac{6}{5}$ (hình h.c).



II. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

1. Định nghĩa

Một hệ phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng :

$$(I) \begin{cases} ax + by = c & (1) \\ a'x + b'y = c' & (2) \end{cases}$$

trong đó $ax + by = c$, $a'x + b'y = c'$ là những phương trình bậc nhất hai ẩn.

Một cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của phương trình (1) đồng thời cũng là nghiệm của phương trình (2) thì $(x_0; y_0)$ được gọi là một nghiệm của hệ phương trình (I).

Nếu hệ phương trình không có nghiệm (hai phương trình của hệ không có nghiệm chung) ta nói hệ phương trình vô nghiệm.

Giải hệ phương trình là tìm tập tất cả các nghiệm của hệ.

Ví dụ : Cho hệ phương trình bậc nhất hai ẩn : $\begin{cases} x + y = 1 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$

Cặp số $(1; 0)$ là nghiệm của phương trình thứ nhất ($1 + 0 = 1$), nhưng không phải nghiệm của phương trình thứ hai. Cặp số $(1; 0)$

không phải là nghiệm của hệ phương trình. Tương tự, cặp (2; 4) là nghiệm của phương trình sau nhưng không phải là nghiệm của phương trình trước. Vậy cặp (2; 4) cũng không phải là một nghiệm của hệ phương trình.

Cặp số $\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right)$ là nghiệm chung của cả hai phương trình của hệ. Vậy $\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right)$ là một nghiệm của hệ phương trình.

2. Minh họa hình học

Cho hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn :

$$(I) \begin{cases} ax + by = c & (1) \\ a'x + b'y = c' & (2) \end{cases}$$

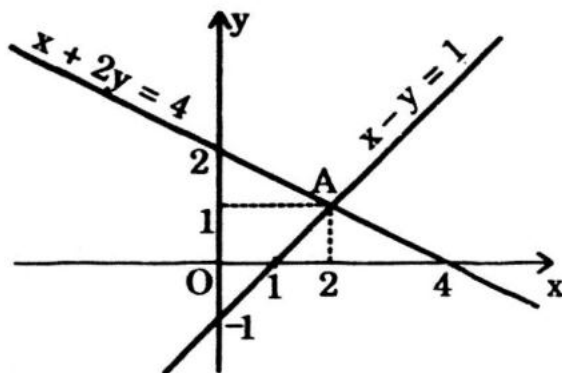
Trên cùng một hệ trục tọa độ vẽ đường thẳng $ax + by = c$ (d_1) và đường thẳng $a'x + b'y = c'$ (d_2). Tọa độ của giao điểm (nếu có) là nghiệm của hệ phương trình (I).

Nếu $(d_1) \parallel (d_2)$ thì hệ (I) vô nghiệm. Nếu (d_1) trùng với (d_2) thì hệ (I) có vô số nghiệm. Tọa độ của mỗi điểm thuộc đường thẳng là một nghiệm của hệ đó.

Ví dụ : Xét hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$.

Các đường thẳng $x - y = 1$ và $x + 2y = 4$ cắt nhau tại A(2; 1).

Vậy (2; 1) là một nghiệm của hệ phương trình.



III. CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

1. Phương pháp cộng đại số

a) Định nghĩa hai hệ phương trình tương đương :

Hai hệ phương trình gọi là tương đương với nhau nếu chúng có cùng một tập nghiệm, nghĩa là mỗi nghiệm của hệ phương trình này cũng là nghiệm của hệ phương trình kia và ngược lại.

$$\text{Ví dụ : } \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

b) Quy tắc cộng đại số

Trong một hệ phương trình, nếu ta thay thế một phương trình của hệ bằng một phương trình có được bằng cách cộng hoặc trừ từng vế hai phương trình của hệ thì ta được một hệ phương trình tương đương với hệ phương trình đã cho.

$$\text{Ví dụ : (I) } \begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \text{(II) } \begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x = 9 \end{cases}$$

Ở đây ta đã thay phương trình $x + y = 5$ của hệ (I) bằng phương trình $3x = 9$ để có hệ (II). Phương trình $3x = 9$ là kết quả của phép cộng từng vế của hai phương trình của hệ (I)

$$3x = (2x) + (x) + (-y) + (y) = 4 + 5 = 9.$$

c) Giải bằng phương pháp cộng đại số

1. Nếu cần thiết, nhân các vế của hai phương trình với số thích hợp để xuất hiện các hệ số của một ẩn bằng nhau hoặc đối nhau.
2. Sử dụng quy tắc cộng đại số để được hệ phương trình, trong đó có một phương trình chỉ còn một ẩn.
3. Giải hệ phương trình thu được.

Ví dụ : Giải hệ phương trình :

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 5x + 2y = 19 \\ 3x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 2y = 19 \\ 6x - 2y = 14 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 5x + 2y = 19 \\ 11x = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 2y = 19 \\ -5x = -15 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2y = 4 \\ -5x = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

2. Phương pháp thế

Quy tắc thế : Trong một hệ hai phương trình, ta có thể từ một phương trình biểu thị một ẩn qua ẩn còn lại, rồi thế vào phương trình kia để có một hệ phương trình tương đương trong đó có một phương trình chỉ có một ẩn.

Ví dụ :

$$\begin{cases} x - 2y = -3 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 3 \\ 3(2y - 3) + 4y = 11 \end{cases}$$

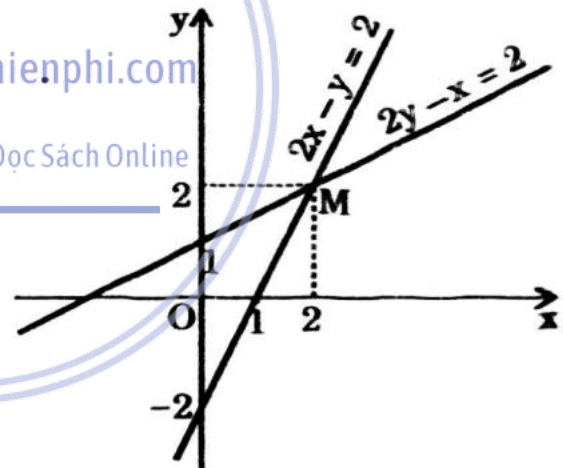
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 3 \\ 10y - 9 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

3. Phương pháp đồ thị

Xem lại trong mục II, 2 về minh họa hình học.

Ví dụ : Giải bằng đồ thị hệ phương trình : (I) $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 2y - x = 2 \end{cases}$

Vẽ trên cùng hệ trục tọa độ các đường $2x - y = 2$ và $2y - x = 2$. Tọa độ giao điểm M của hai đường là (2; 2). Vậy nghiệm của hệ (I) là (2; 2).



IV. GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Tương tự như cách giải toán bằng cách lập phương trình một ẩn, ở đây ta chọn hai ẩn số thay thế cho các đại lượng chưa biết và sử dụng quan hệ giữa các đại lượng đã biết và chưa biết lập hệ phương trình.

Chương IV.

HÀM SỐ $y = ax^2$ ($a \neq 0$)**PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN****I. HÀM SỐ $y = ax^2$ ($a \neq 0$)****1. Tính chất**

Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) xác định với mọi giá trị $x \in \mathbb{R}$.

+ Nếu $a > 0$ thì :

- $y > 0$ với mọi $x \neq 0$, $y = 0$ khi $x = 0$ và $y = 0$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số.
- nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$.

+ Nếu $a < 0$ thì :

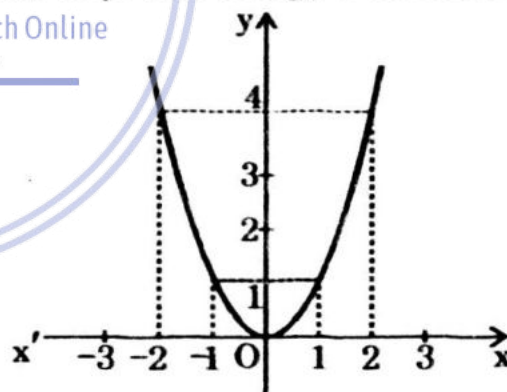
- $y < 0$ với mọi $x \neq 0$, $y = 0$ khi $x = 0$ và $y = 0$ là giá trị lớn nhất của hàm số.
- đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$.

2. Đồ thị

Đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) là một đường cong đi qua gốc tọa độ O (gọi là parabol), nhận Oy làm trục đối xứng; O là đỉnh của parabol.

+ Nếu $a > 0$ thì đồ thị nằm ở nửa mặt phẳng bờ $x'x$ có chứa tia Oy .

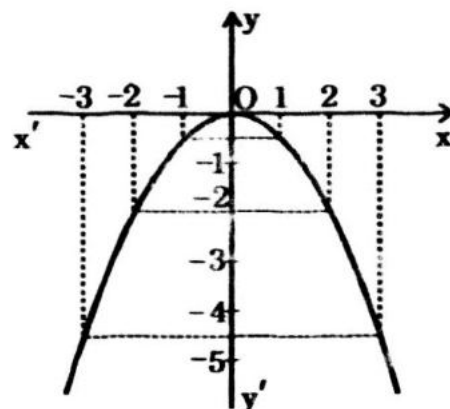
Hình h.a là đồ thị hàm số $y = x^2$.



h.a

+ Nếu $a < 0$ thì đồ thị nằm trong nửa mặt phẳng bờ $x'x$ chứa tia đối của tia Oy .

Hình h.b là đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$.



h.b

Cách vẽ : Cho x một số giá trị, chẳng hạn $x = -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3$, rồi lập bảng giá trị tương ứng của y . Vẽ các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng vừa tính rồi nối các điểm trên thành đường cong.

II. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

1. Định nghĩa

Phương trình bậc hai một ẩn số là phương trình có dạng $ax^2 + bx + c = 0$, trong đó x là ẩn số; a, b, c là những hằng số cho trước gọi là các hệ số và $a \neq 0$.

Ví dụ : $2x^2 + 7x - 4 = 0$ là phương trình bậc hai ẩn số x , có các hệ số $a = 2, b = 7, c = -4$.

- Số γ là một nghiệm của phương trình nếu giá trị của biểu thức vế trái của phương trình tại $x = \gamma$ bằng 0.

Ví dụ : Phương trình $2x^2 + 7x - 4 = 0$ có nghiệm $x = \frac{1}{2}$ vì

$$2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 7\left(\frac{1}{2}\right) - 4 = 0.$$

2. Công thức nghiệm của phương trình bậc hai

Xét phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$).

Ta gọi số $\Delta = b^2 - 4ac$ là biệt thức của phương trình.

- Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

- Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.

- Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt là :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{và} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Ví dụ : Giải các phương trình :

a) $2x^2 - 3x + 5 = 0$ b) $x^2 - 6x + 9 = 0$

c) $-3x^2 + 4x + 2 = 0$.

Giải

- a) Tính biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(2)(5) = -31 < 0$.

Phương trình vô nghiệm.

b) $\Delta = (-6)^2 - 4(1)(9) = 36 - 36 = 0$. Phương trình có nghiệm kép
 $x_1 = x_2 = \frac{6}{2} = 3$.

c) $\Delta = (4)^2 - 4(-3)(2) = 16 + 24 = 40$. Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{40}}{-6}; \quad x_2 = \frac{-4 - \sqrt{40}}{-6}.$$

Các trường hợp đặc biệt :

- Nếu $c = 0$, phương trình có dạng $ax^2 + bx = 0$. Đưa về phương trình tích :

$$x(ax + b) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; \quad x_2 = -\frac{b}{a}.$$

- Nếu $b = 0$, ta có $ax^2 + c = 0$, vô nghiệm nếu $ac > 0$, có hai nghiệm nếu $ac < 0$. Các nghiệm đó là :

$$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}; \quad x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

3. Công thức nghiệm thu gọn

Trong trường hợp phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có $b = 2b'$, ta sử dụng công thức tính nghiệm thu gọn sau đây :

Tính biệt thức $\Delta' = b'^2 - ac$

- Nếu $\Delta' < 0$, phương trình vô nghiệm.

- Nếu $\Delta' = 0$, phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{-b'}{a}$.

- Nếu $\Delta' > 0$, phương trình có hai nghiệm phân biệt là :

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} \quad \text{và} \quad x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$$

Ví dụ : Giải các phương trình :

a) $2x^2 - 2\sqrt{6}x + 1 = 0$ b) $3x^2 - 4x + 2 = 0$ c) $9x^2 + 6x + 1 = 0$.

Giải

a) $\Delta' = (\sqrt{6})^2 - 2 \cdot 1 = 4$.

Các nghiệm $x_1 = \frac{\sqrt{6} + 2}{2}, \quad x_2 = \frac{\sqrt{6} - 2}{2}$.

b) $\Delta' = 2^2 - 3 \cdot 2 = -2 < 0$. Phương trình vô nghiệm.

c) $\Delta' = (3)^2 - 9 \cdot 1 = 0$. Phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{-6}{9} = \frac{-2}{3}$.

III. HỆ THỨC VIẾT VÀ ỨNG DỤNG

1. Hệ thức Viét

Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thì :

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Ví dụ : Cho phương trình $2x^2 + 3x - 4 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính tổng và tích các nghiệm của nó.

Nhận xét rằng hai hệ số a và c trái dấu nhau nên biệt thức $\Delta > 0$. Phương trình chắc chắn có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 .

Theo hệ thức Viét ta có :

$$x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}; \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{-4}{2} = -2.$$

2. Ứng dụng hệ thức Viét

a) Tính nhẩm nghiệm phương trình bậc hai

Khi biết trước một nghiệm của một phương trình bậc hai, không cần giải ta vẫn tìm được nghiệm còn lại.

Ví dụ : Biết 2 là một nghiệm của phương trình $2x^2 - 5x + 2 = 0$. Tìm nghiệm còn lại.

Ta có $x_1 = 2$, nghiệm còn lại là

$$x_2 = \frac{c}{a} : x_1 = \frac{2}{2} : 2 = \frac{1}{2}.$$

Hai trường hợp đặc biệt trong tính nhẩm nghiệm :

1. Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$, có $a + b + c = 0$ thì phương trình có một nghiệm là $x_1 = 1$ và nghiệm còn lại là $x_2 = \frac{c}{a}$.

2. Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$, có $a - b + c = 0$ thì phương trình có một nghiệm $x_1 = -1$ và nghiệm kia là $x_2 = -\frac{c}{a}$.

Ví dụ : Phương trình $2x^2 - 5x + 3 = 0$, có $2 + (-5) + 3 = 0$ nên phương trình này có các nghiệm $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{3}{2}$.

Phương trình $5x^2 + 7x + 2 = 0$ có $5 - 7 + 2 = 0$. Phương trình này có nghiệm $x_1 = -1$ và nghiệm kia là $x_2 = -\frac{2}{5}$.

b) Tìm hai số biết tổng và tích của chúng

Định lí : Nếu hai số có tổng bằng S và tích của chúng bằng P thì các số đó là các nghiệm của phương trình :

$$x^2 - Sx + P = 0.$$

Ví dụ : Tìm hai số biết tổng của chúng bằng 10, tích của chúng bằng 21.

Giải phương trình $x^2 - 10x + 21 = 0$ bằng cách áp dụng công thức thu gọn ta được :

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{4}}{1} = 7, \quad x_2 = \frac{5 - \sqrt{4}}{1} = 3.$$

Vậy các số cần tìm là 7 và 3.

IV. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

1. Phương trình trùng phương

Phương trình trùng phương có dạng :

$$ax^4 + bx^2 + c = 0 \quad (a \neq 0).$$

Cách giải : Đặt $x^2 = t$ với điều kiện $t \geq 0$. Giải phương trình bậc hai $at^2 + bt + c = 0$. Loại nghiệm âm của phương trình theo ẩn t. Khi đó các nghiệm của phương trình đã cho là những căn bậc hai của những nghiệm không âm của phương trình theo t.

Ví dụ : Giải phương trình :

a) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

b) $2x^4 - 3x^2 - 2 = 0$

c) $3x^4 + 5x^2 + 2 = 0.$

Giải

a) Đặt $x^2 = t \geq 0$ ta được : $t^2 - 7t + 12 = 0$.

$$t_1 = \frac{7 + \sqrt{49 - 48}}{2} = 4, \quad t_2 = \frac{7 - \sqrt{49 - 48}}{2} = 3.$$

Các nghiệm của phương trình đã cho là :

$$x_1 = -\sqrt{t_1} = -2; \quad x_2 = \sqrt{t_1} = 2;$$

$$x_3 = -\sqrt{t_2} = -\sqrt{3}; \quad x_4 = \sqrt{t_2} = \sqrt{3}.$$

b) Đặt $x^2 = t \geq 0$ ta được : $2t^2 - 3t - 2 = 0$. Các nghiệm theo t :

$$t_1 = \frac{3 + \sqrt{9 + 16}}{4} = 2, \quad t_2 = \frac{3 - \sqrt{9 + 16}}{2} = -1 \text{ (loại)}.$$

Vậy các nghiệm của phương trình ẩn số x là $x_1 = -\sqrt{2}$, $x_2 = \sqrt{2}$.

c) Đặt $x^2 = t \geq 0$ ta được : $3t^2 + 5t + 2 = 0$.

$$t_1 = \frac{-5 + \sqrt{25 - 24}}{6} = -\frac{2}{3} \text{ (loại)},$$

$$t_2 = \frac{-5 - \sqrt{25 - 24}}{6} = -1 \text{ (loại)}.$$

Phương trình theo ẩn t chỉ có nghiệm âm nên phương trình theo ẩn x cho ban đầu vô nghiệm.

2. Phương trình tích

Ví dụ : Giải phương trình

$$3x^3 + 2x^2 - 19x + 6 = 0.$$

$$\Leftrightarrow 3x^3 - 7x^2 + 2x + 9x^2 - 21x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x^2 - 7x + 2)(x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 7x + 2 = 0 \text{ hoặc } x + 3 = 0.$$

Giải phương trình $3x^2 - 7x + 2 = 0$ ta được

$$x_1 = \frac{7 + \sqrt{49 - 24}}{6} = 2,$$

$$x_2 = \frac{7 - \sqrt{49 - 24}}{6} = \frac{1}{3}.$$

Giải phương trình $x + 3 = 0$ ta được $x_3 = -3$.

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm :

$$x_1 = 2; \quad x_2 = \frac{1}{3}; \quad x_3 = -3.$$

3. Phương trình chứa ẩn ở mẫu thức

Ví dụ : Giải các phương trình :

$$a) 4 - \frac{x-1}{x+1} = \frac{2(x+7)}{x+1} - \frac{x+11}{x^2-1};$$

$$b) \frac{4}{x+1} = \frac{2}{(x+1)(x+2)} - \frac{x}{x+2}.$$

Giải

- a) Điều kiện $x \neq 1, x \neq -1$. Mẫu thức chung : $x^2 - 1$. Nhân hai vế với mẫu thức chung và khử mẫu thức chung thì được :

$$4(x^2 - 1) - (x - 1)^2 = 2(x + 7)(x - 1) - (x + 11)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 9x + 20 = 0$$

Giải phương trình cuối ta được :

$$x_1 = \frac{9 + \sqrt{81 - 80}}{2} = 5 \text{ (nhận)}$$

$$x_2 = \frac{9 - \sqrt{81 - 80}}{2} = 4 \text{ (nhận)}$$

Vậy $x_1 = 5, x_2 = 4$ là các nghiệm của phương trình đã cho.

- b) Điều kiện : $x \neq -1, x \neq -2$. Mẫu thức chung $(x + 1)(x + 2)$. Nhân hai vế với mẫu thức chung và khử mẫu thức thì được :

$$4(x + 2) = 2 - x(x + 1) \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0$$

Giải phương trình cuối ta được :

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{25 - 24}}{2} = -2, \quad x_2 = \frac{-5 - \sqrt{25 - 24}}{2} = -3.$$

Ta loại nghiệm $x_1 = -2$ (vì vi phạm điều kiện $x \neq -2$). Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = -3$.

V. GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

Một số bài toán được giải bằng cách lập phương trình dẫn đến giải phương trình bậc hai. Các bước giải bài toán tuân theo quy tắc chung về giải toán bằng cách lập phương trình.

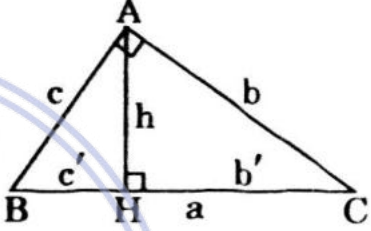
PHẦN HÌNH HỌC

Chương I. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

I. CÁC HỆ THỨC

Ta kí hiệu độ dài các cạnh của tam giác ABC vuông góc tại đỉnh A là $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$.

Đường cao $AH = h$, các hình chiếu $BH = c'$, $CH = b'$.

Định lí	Công thức	
Pitago	$\hat{A} = 90^\circ \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2$	
1	$b^2 = ab'$ $c^2 = ac'$	
2	$h^2 = b' \cdot c'$	
3	$a \cdot h = b \cdot c$	
4	$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$	

Chú ý :

1. Trong tam giác vuông thì :

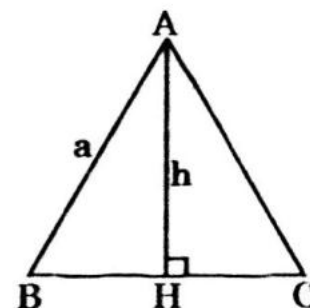
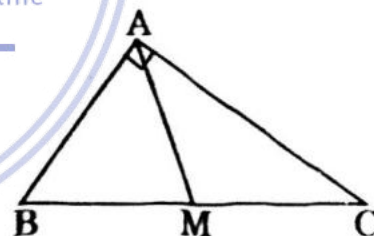
– Trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng một nửa cạnh huyền.

– Trong một tam giác mà một trung tuyến bằng một nửa cạnh tương ứng thì tam giác đó là tam giác vuông.

$$\hat{A} = 90^\circ \Leftrightarrow AM = \frac{1}{2} BC$$

2. Trong một tam giác đều, cạnh a thì đường cao h được tính theo công thức :

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



II. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỎ

1. Các định nghĩa

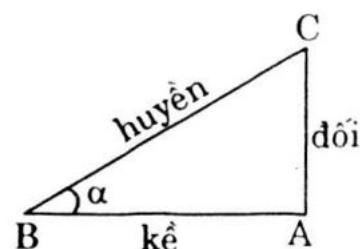
$$0 < \alpha < 90^0$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{đối}}{\text{huyền}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{kề}}{\text{huyền}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{đối}}{\text{kề}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{kề}}{\text{đối}}$$



2. Một vài liên hệ cơ bản

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1;$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha};$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

3. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

Định lý.

Hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cosin góc kia; tang góc này bằng cotang góc kia.

$$\sin \alpha = \cos(90^0 - \alpha);$$

$$\cos \alpha = \sin(90^0 - \alpha);$$

$$\tan \alpha = \cot(90^0 - \alpha);$$

$$\cot \alpha = \tan(90^0 - \alpha).$$

4. Bảng lượng giác của một số góc đặc biệt

Góc α	30^0	45^0	60^0
Tỉ số lượng giác			
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

Chú ý : Với $0 < \alpha < 90^0$ ta luôn có :

$$1. \quad 0 < \sin \alpha < 1; \quad 0 < \cos \alpha < 1.$$

$$2. \quad \alpha_1 < \alpha_2 \Rightarrow \sin \alpha_1 < \sin \alpha_2; \quad \cos \alpha_1 > \cos \alpha_2.$$

III. HỆ THỨC LƯỢNG GIỮA CÁC CẠNH VÀ CÁC GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG

Định lí : Trong một tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng :

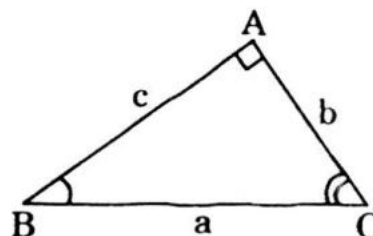
1. Cạnh huyền nhân với sin góc đối hay cosin góc kề.
2. Cạnh góc vuông kia nhân với tang góc đối hay cotang góc kề :

$$AC = b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$$

$$AB = c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$$

$$AC = b = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C$$

$$AB = c = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B.$$



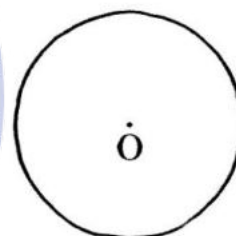
Chương II.

ĐƯỜNG TRÒN

I. ĐỊNH NGHĨA VÀ SỰ XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN

1. Định nghĩa

Tập hợp các điểm cách điểm O cố định một khoảng bằng R ($R > 0$) là đường tròn tâm O , bán kính R . Kí hiệu : $(O; R)$.



2. Vị trí tương đối của một điểm đối với đường tròn $(O; R)$

Hệ thức	Vị trí tương đối
$OM < R$	M thuộc miền trong của $(O; R)$
$OM = R$	M nằm trên đường tròn : $M \in (O; R)$
$OM > R$	M nằm ngoài đường tròn.

3. Liên hệ giữa độ dài dây cung và đường kính

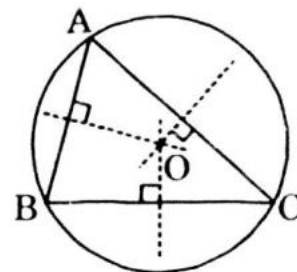
Định lí : Trong một đường tròn, đường kính là dây cung lớn nhất.

4. Sự xác định đường tròn

Định lí : Qua ba điểm không thẳng hàng, bao giờ cũng xác định được một và chỉ một đường tròn.

Chú ý : Ta cần nhớ :

- Qua một điểm thì có vô số đường tròn.
- Qua hai điểm B, C thì có vô số đường tròn, tâm của các đường tròn đi qua hai điểm B, C nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng BC.
- Qua ba điểm không thẳng hàng A, B, C thì có duy nhất một đường tròn có tâm là giao điểm của các đường trung trực của AB, BC, CA.



Đường tròn đi qua ba điểm không thẳng hàng A, B, C gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

II. TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN

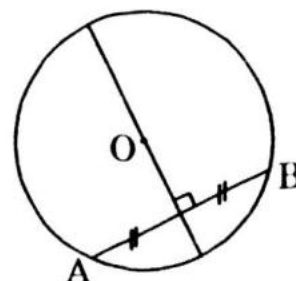
1. Tính chất đối xứng

- Đường tròn có một tâm đối xứng là tâm của nó.
- Bất kì đường kính nào cũng là trục đối xứng của đường tròn.

2. Liên hệ giữa đường kính và dây cung

Định lý :

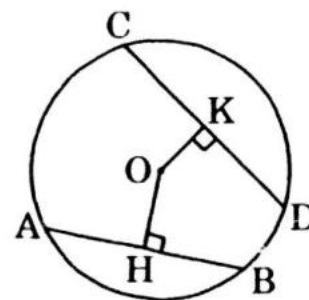
- Đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây.
- Ngược lại, đường kính đi qua trung điểm của một dây (không phải là đường kính) thì vuông góc với dây ấy.



3. Liên hệ giữa dây và khoảng cách đến tâm

Định lý : Trong một đường tròn :

- Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm và ngược lại hai dây cách đều tâm thì bằng nhau.
- Trong hai dây không bằng nhau thì dây lớn hơn gần tâm hơn và ngược lại dây gần tâm hơn thì lớn hơn.



$$OH = OK \Leftrightarrow AB = CD$$

$$OH < OK \Leftrightarrow AB > CD.$$

III. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN

Gọi d là khoảng cách từ tâm O của đường tròn (O; R) đến đường thẳng, ta có :

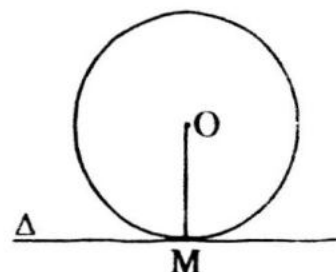
Liên hệ	Vị trí tương đối
$d < R$	Đường thẳng cắt đường tròn tại 2 điểm.
$d = R$	Đường thẳng tiếp xúc với đường tròn.
$d > R$	Đường thẳng không cắt đường tròn.

IV. TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

Định lý :

- Tiếp tuyến với đường tròn thì vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.
- Một đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm ấy thì đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn.

Δ là tiếp tuyến tại $M \Leftrightarrow OM \perp \Delta$.



V. TIẾP TUYẾN KẸ TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT ĐƯỜNG TRÒN

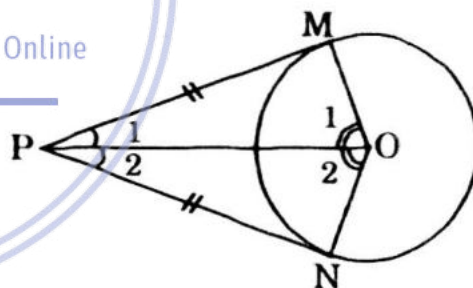
1. Từ một điểm nằm ngoài một đường tròn, ta có thể kẻ được hai tiếp tuyến đến đường tròn và có :

a) Điểm đó cách đều hai tiếp điểm.

b) Tia đi qua điểm ấy và tâm đường tròn là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến.

c) Tia đi qua tâm và điểm ấy là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua tiếp điểm :

$$1. PM = PN \quad 2. \hat{P}_1 = \hat{P}_2 \quad 3. \hat{O}_1 = \hat{O}_2.$$



2. Tam giác và đường tròn

Với mỗi tam giác thì :

- Có một *đường tròn ngoại tiếp*, tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao điểm các đường trung trực của các cạnh.
- Có một *đường tròn nội tiếp*, tâm của đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm của các đường phân giác trong của các góc.

- Có ba đường tròn bàng tiếp trong ba góc. Tâm của đường tròn bàng tiếp là giao điểm của các phân giác của hai góc ngoài của tam giác.

VI. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

1. Vị trí tương đối

Với hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$, ta kí hiệu d là khoảng cách giữa hai tâm : $d = OO'$.

Hệ thức	Vị trí tương đối	Số giao điểm
$d > R + r$	Hai đường tròn ngoài nhau	0
$d < R - r $	Hai đường tròn đựng nhau	0
$ R - r < d < R + r$	Hai đường tròn cắt nhau	2
$d = R + r$	Hai đường tròn tiếp xúc ngoài	1
$d = R - r $	Hai đường tròn tiếp xúc trong	1

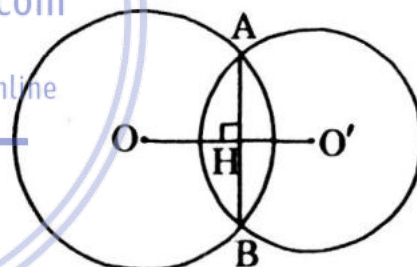
Chú ý : Khi $d = 0$, ta có hai đường tròn đồng tâm.

2. Tính chất của đường nối tâm

Định lý : Nếu hai đường tròn cắt nhau thì đường nối tâm vuông góc với dây chung và đi qua trung điểm của dây chung.

$$OO' \perp AB; \quad AH = BH.$$

Hai đường tròn tiếp xúc với nhau thì tiếp điểm nằm trên đường nối tâm.



VII. TIẾP TUYẾN CHUNG CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

Vị trí tương đối	Số tiếp tuyến chung
Ngoài nhau	4
Tiếp xúc nhau	3
Cắt nhau	2
Tiếp xúc trong	1
Đựng nhau	0

Chương III.**GÓC VỚI ĐƯỜNG TRÒN****I. GÓC Ở TÂM – SỐ ĐO CUNG****1. Định nghĩa góc ở tâm**

Góc ở tâm là góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn.

2. Số đo cung

- Số đo của cung nhỏ bằng số đo góc ở tâm chắn cung đó.

$$\text{sđ } \widehat{AmB} = \text{sđ } \widehat{AOB}.$$

- Số đo cung lớn bằng 360° trừ đi số đo cung nhỏ.

$$\text{sđ } \widehat{AnB} = 360^\circ - \text{sđ } \widehat{AmB}.$$

- Số đo nửa đường tròn bằng 180° .

Chú ý :

$$1. \quad \text{sđ } \widehat{AmB} < 180^\circ$$

$$\text{sđ } \widehat{AnB} > 180^\circ$$

2. Cung có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau thì có số đo là 0° .

3. Cung cả đường tròn có số đo là 360° .

3. So sánh hai cung

Trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau :

- Hai cung có số đo bằng nhau được gọi là hai cung bằng nhau và ngược lại.

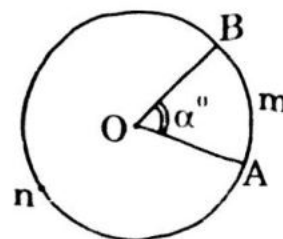
$$\text{sđ } \widehat{AB} = \text{sđ } \widehat{CD} \Leftrightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$$

- Trong hai cung thì cung nào có số đo lớn hơn là cung lớn hơn và ngược lại.

$$\text{sđ } \widehat{MN} > \text{sđ } \widehat{PQ} \Leftrightarrow \widehat{MN} > \widehat{PQ}$$

Nếu C là một điểm nằm trên cung $\widehat{AB}$ thì

$$\text{sđ } \widehat{AB} = \text{sđ } \widehat{AC} + \text{sđ } \widehat{CB}.$$

**II. LIÊN HỆ GIỮA CUNG VÀ DÂY****Định lí 1.**

Trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau thì :

- a) Hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau

$$\widehat{AB} = \widehat{CD} \Rightarrow AB = CD;$$

- b) Hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau

$$AB = CD \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}.$$

$$\text{Tóm tắt: } \widehat{AB} = \widehat{CD} \Leftrightarrow AB = CD.$$

Định lý 2.

Với hai cung nhỏ trong cùng một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau:

- a) Cung lớn hơn căng dây lớn hơn;
b) Dây lớn hơn căng cung lớn hơn.

$$\widehat{AB} > \widehat{CD} \Leftrightarrow AB > CD.$$

III. GÓC NỘI TIẾP

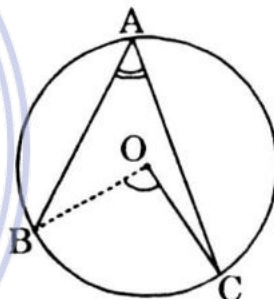
1. Định nghĩa

Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh cắt đường tròn.

2. Định lý

Số đo của góc nội tiếp bằng một nửa số đo của cung bị chắn:

$$\text{sd } \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \text{sd } \widehat{BC}.$$



3. Hệ quả

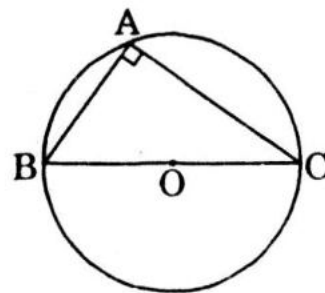
Trong một đường tròn:

- a) Các góc nội tiếp chắn cùng một cung hoặc chắn hai cung bằng nhau thì bằng nhau.
b) Góc nội tiếp (nhỏ hơn 90°) có số đo bằng một nửa số đo của góc ở tâm chắn cùng một cung.

$$\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \widehat{BOC}.$$

- c) Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông.

$$BC \text{ là đường kính} \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ.$$

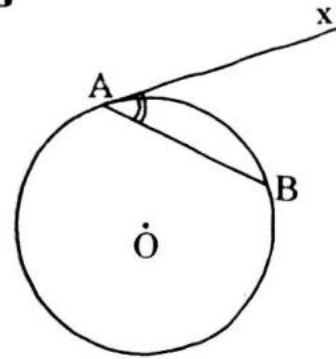


IV. GÓC TẠO BỞI TIẾP TUYẾN VÀ DÂY CUNG

Định lý

Số đo của góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung bằng một nửa số đo của cung bị chắn.

$$\text{sđ } \widehat{BAx} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{AB}.$$

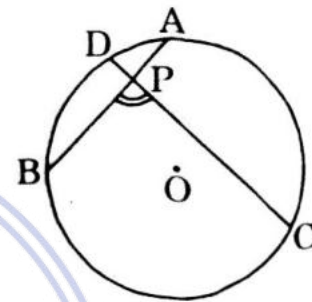


V. GÓC CÓ ĐỈNH Ở BÊN TRONG HAY BÊN NGOÀI ĐƯỜNG TRÒN

Định lý

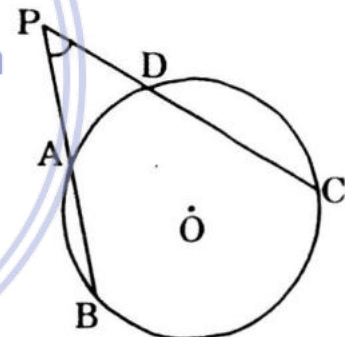
1. Số đo của góc có đỉnh ở trong đường tròn bằng một nửa tổng số đo hai cung bị chắn.

$$\text{sđ } \widehat{BPC} = \frac{1}{2} (\text{sđ } \widehat{BC} + \text{sđ } \widehat{AD})$$



2. Số đo của góc có đỉnh ở ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo của hai cung bị chắn.

$$\text{sđ } \widehat{BPC} = \frac{1}{2} (\text{sđ } \widehat{BC} - \text{sđ } \widehat{AD}).$$



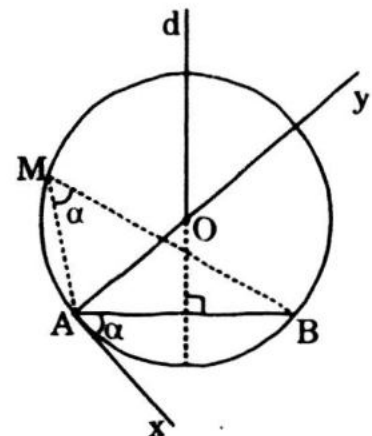
VI. CUNG CHỨA GÓC

1. Cung chứa góc α

Cho một đoạn thẳng AB và một góc α^0 . Quỹ tích những điểm M trong mặt phẳng sao cho $\widehat{AMB} = \alpha^0$ là hai cung tròn chứa góc α , dựng trên đoạn thẳng AB.

Người ta cũng nói :

Quỹ tích những điểm M luôn nhìn đoạn thẳng cố định AB dưới một góc α cho trước là hai cung tròn chứa góc α dựng trên đoạn thẳng AB.



2. Cách dựng cung chứa góc

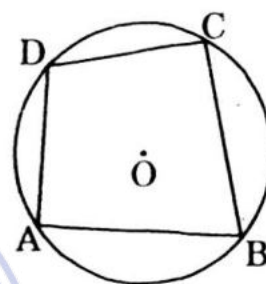
Để dựng cung chứa góc α trên đoạn AB ta :

- Vẽ tia Ax tạo với AB một góc bằng α^0 .
- Vẽ đường thẳng Ay vuông góc với Ax tại A.
- Vẽ đường trung trực d của đoạn thẳng AB.
- Lấy giao điểm O của d và Ay làm tâm, vẽ cung tròn bán kính OA. (Cung này nằm trong nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB và không chứa Ax).

VII. TỨ GIÁC NỘI TIẾP

1. Định nghĩa

Tứ giác có bốn đỉnh nằm trên đường tròn là tứ giác nội tiếp.



2. Định lí

- Trong tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180^0 .
- Ngược lại, nếu một tứ giác có tổng các góc đối diện bằng 180^0 thì tứ giác đó nội tiếp được trong đường tròn.

Tứ giác ABCD nội tiếp $\Leftrightarrow \widehat{A} + \widehat{C} = \widehat{B} + \widehat{D} = 180^0$

3. Chú ý

Trong các tứ giác đặc biệt thì hình thang cân, hình chữ nhật, hình vuông là các hình nội tiếp được.

VIII. ĐA GIÁC ĐỀU NỘI – NGOẠI TIẾP ĐƯỜNG TRÒN

1. Định lí

Mọi đa giác đều luôn có một đường tròn ngoại tiếp và một đường tròn nội tiếp.

2. Một vài liên hệ cần nhớ

Ta gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp và a là cạnh của đa giác đều nội tiếp trong đường tròn thì :

Tam giác đều	Tứ giác đều (hình vuông)	Lục giác đều
$a = R\sqrt{3}$	$a = R\sqrt{2}$	$a = R$

IX. ĐỘ DÀI ĐƯỜNG TRÒN

1. Công thức tính độ dài đường tròn

- Chu vi đường tròn bán kính R : $C = 2\pi R$.
- Chu vi đường tròn đường kính d : $C = \pi d$.

2. Độ dài cung tròn

$$l = \frac{\pi R n}{180}$$



X. DIỆN TÍCH HÌNH TRÒN

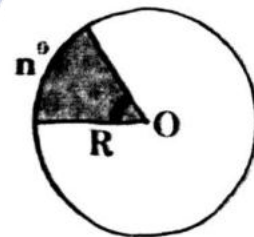
1. Diện tích hình tròn

- Tính theo bán kính R : $S = \pi R^2$
- Tính theo đường kính d : $S = \frac{1}{4}\pi d^2$.

2. Diện tích hình quạt tròn

- Diện tích hình quạt tròn ứng với cung n° :

$$S = \frac{\pi R^2 n}{360}$$



- Nếu tính theo độ dài cung l thì : $S = \frac{lR}{2}$.

XI. VẤN ĐỀ QUỹ TÍCH

1. Các quỹ tích cơ bản

- Quỹ tích những điểm cách đều một điểm cố định O bằng một khoảng không đổi R là đường tròn tâm O bán kính R .
- Quỹ tích những điểm cách đều hai điểm cố định là đường trung trực của đoạn thẳng nối hai điểm ấy.

- c) Quỹ tích những điểm cách đều hai cạnh của một góc là tia phân giác của góc ấy.
- d) Quỹ tích những điểm có khoảng cách đến một đường thẳng cố định bằng một độ dài cho trước là hai đường thẳng song song với đường thẳng ấy.
- e) Quỹ tích những điểm luôn nhìn hai đầu mút của một đoạn thẳng dưới một góc α là hai cung chứa góc α dựng trên đoạn thẳng đã cho.

Đặc biệt : Quỹ tích những điểm nhìn một đoạn thẳng AB dưới một góc vuông là đường tròn đường kính AB.

2. Nội dung bài toán quỹ tích

Để giải bài toán quỹ tích, ta phải chứng minh hai mệnh đề chủ yếu :

a) Phần thuận :

Phần thuận chứng minh rằng điểm M có tính chất p thì thuộc một hình H.



b) Phần đảo :

Phần đảo chứng minh rằng một điểm M' thuộc hình H thì có tính chất p.

Kết luận : Quỹ tích các điểm M có tính chất p là hình H.

Nhiều khi quỹ tích M chỉ là một phần của hình H thì ta phải thêm phần "Giới hạn".

3. Cách giải bài toán quỹ tích

Có hai cách thông dụng :

- a) Quy bài toán về các quỹ tích cơ bản.
- b) Chứng minh điểm cần tìm quỹ tích thuộc một hình cố định.

Chương IV.**CÁC KHỐI TRÒN XOAY**

Ta kí hiệu :

 S_{xq} : Diện tích xung quanh S_{tp} : Diện tích toàn phần V : Thể tích h : Chiều cao l : Độ dài đường sinh hình nón r : Bán kính đáy R : Bán kính hình cầu.

	Hình trụ	Hình nón	Hình cầu
S_{xq}	$2\pi rh$	πrl	$4\pi R^2$
S_{tp}	$2\pi r(h + r)$	$\pi r(l + r)$	
V	$\pi r^2 h$	$\frac{1}{3} \pi r^2 h$	$\frac{4}{3} \pi R^3$

PHẦN 2 VẬT LÍ

LỚP 8

Chương I.

CƠ HỌC

CHUYỂN ĐỘNG CƠ HỌC

1. Chuyển động cơ học là gì?

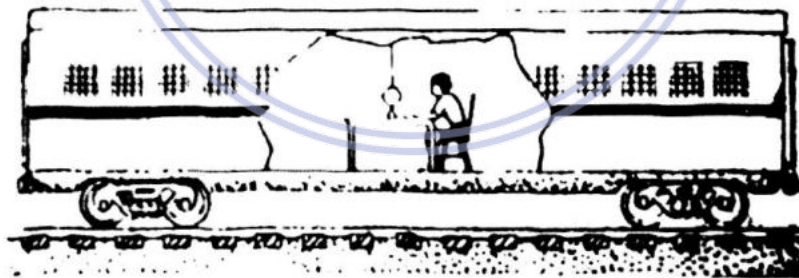
Sự thay đổi vị trí của một vật theo thời gian so với vật khác gọi là chuyển động cơ học.

Ví dụ:

Đoàn tàu rời ga, vị trí của đoàn tàu thay đổi so với nhà ga, ta nói đoàn tàu đang chuyển động đối với nhà ga.

Cách nhận biết một vật đang chuyển động hay đứng yên:

- Chọn một vật làm mốc.
- Kiểm tra xem vị trí của vật đang khảo sát có thay đổi hay không so với vật mốc.



Hình 1

Trên hình 1 là một người ngồi trong toa tàu kín. Anh ta không nhìn ra ngoài được, không chọn được vật làm mốc nên không biết tàu đang đứng yên hay đang chuyển động thẳng đều.

Chú ý:

Người ta thường chọn Trái Đất và những vật gắn với Trái Đất làm vật mốc.

2. Tính tương đối của chuyển động

Một vật có thể được xem là chuyển động đối với vật này nhưng lại được xem là đứng yên đối với vật khác, ta nói chuyển động và đứng yên có tính tương đối, tùy thuộc vào vật được chọn làm mốc.

Ví dụ:

Trong hình 2, đối với khán giả ngồi trên khán đài thì xe đang chuyển động rất nhanh, còn đối với người lái xe thì xe đang đứng yên.



Hình 2

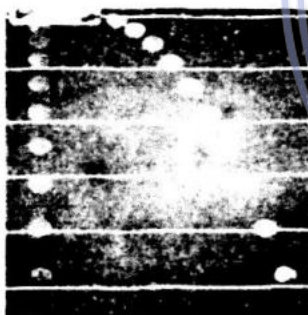
3. Các dạng chuyển động thường gặp

Đường mà vật chuyển động vạch ra gọi là quỹ đạo của chuyển động.

Tùy theo hình dạng của quỹ đạo người ta phân biệt chuyển động thẳng, chuyển động cong, chuyển động tròn.

Ví dụ:

- Thả một vật nặng từ trên cao xuống, quỹ đạo của vật là đường thẳng.
- Ném một viên phấn ra xa, quỹ đạo của viên phấn là đường cong.



a)



b)

Hình 3

Hình 3a là ảnh chụp hoạt nghiệm một viên bi được thả rơi thẳng đứng (chuyển động thẳng) và một viên bi được bắn ra theo phương ngang (chuyển động cong).

Hình 3b là ảnh chụp hoạt nghiệm một quả cầu khi nó nảy ba lần trên mặt cứng (chuyển động cong).

- Quỹ đạo chuyển động của đầu kim đồng hồ là quỹ đạo tròn (hình 4).



Hình 4

VẬN TỐC

1. Vận tốc là gì ?

Vận tốc là đại lượng vật lí đặc trưng cho mức độ nhanh hay chậm của chuyển động và được xác định bằng độ dài quãng đường đi được trong một đơn vị thời gian.

Chú ý:

Dựa vào vận tốc có thể so sánh chuyển động của các vật nhanh hay chậm: Vật có vận tốc càng lớn thì chuyển động càng nhanh. Vật có vận tốc càng nhỏ thì chuyển động càng chậm.

2. Công thức tính vận tốc

$$\text{Công thức : } v = \frac{S}{t}$$

Trong đó: S là quãng đường đi được;

t là thời gian để đi hết quãng đường;

v là vận tốc.

3. Đơn vị vận tốc

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

- Đơn vị vận tốc tùy thuộc vào đơn vị chiều dài và đơn vị thời gian.
- Đơn vị hợp pháp của vận tốc là mét trên giây, kí hiệu m/s.
- Trên thực tế, đối với các loại xe máy, ô tô người ta thường dùng đơn vị kilômét trên giờ (kí hiệu km/h).

Đổi đơn vị vận tốc :

$$1 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0,01 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1000}{3600} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,278 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Để đo vận tốc người ta dùng tốc kế.

Tốc kế thường gắn trên xe ô tô, xe máy để đo vận tốc chuyển động của xe.

Hình 5 là tốc kế gắn trên một xe máy.



Hình 5

CHUYỂN ĐỘNG ĐỀU

CHUYỂN ĐỘNG KHÔNG ĐỀU

1. Chuyển động đều

Chuyển động đều là chuyển động mà độ lớn của vận tốc không đổi theo thời gian.

Ví dụ:

- Chuyển động của đầu cánh quạt khi quạt đã quay ổn định là chuyển động đều.
- Chuyển động của vệ tinh nhân tạo bay xung quanh Trái Đất là chuyển động đều.

Chú ý:

- Vật chuyển động trên đường thẳng, có vận tốc không đổi theo thời gian gọi là chuyển động thẳng đều.
- Vật chuyển động trên đường tròn, có vận tốc không đổi theo thời gian gọi là chuyển động tròn đều.

2. Chuyển động không đều

Chuyển động không đều là chuyển động mà độ lớn của vận tốc thay đổi theo thời gian.

Ví dụ:

Chuyển động của xe ô tô trên đường, lúc nhanh lúc chậm khác nhau, vận tốc của ô tô thay đổi theo thời gian, chuyển động đó là chuyển động không đều.

3. Vận tốc trung bình của chuyển động không đều

Vận tốc trung bình của một chuyển động không đều trên một quãng đường, được tính bằng độ dài quãng đường đó chia cho thời gian để đi hết quãng đường.

Công thức:
$$v = \frac{S}{t}$$

Trong đó: S là quãng đường vật đi.

t là thời gian vật đi hết quãng đường đó.

v là vận tốc.

Ví dụ: Một xe ô tô chuyển động từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 120km, thời gian chuyển động là 3 giờ thì vận tốc trung bình của xe trên cả quãng đường là $v = \frac{S}{t} = \frac{120}{3} = 40\text{km/h}$.

Chú ý:

– Khi nói đến vận tốc trung bình phải nói rõ vận tốc trung bình đó tính trên đoạn đường nào vì trên các đoạn đường khác nhau, vận tốc trung bình có thể khác nhau.

– Dùng vận tốc trung bình không thể xác định chính xác vị trí của vật được mà chỉ có thể ước lượng.

– Vận tốc trung bình hoàn toàn khác với trung bình cộng các vận tốc : $v_{tb} \neq \frac{v_1 + v_2 + v_3}{3}$.

BIỂU DIỄN LỰC

1. Lực và sự thay đổi vận tốc

Lực là nguyên nhân làm thay đổi vận tốc của chuyển động.

Khi vận tốc của vật thay đổi ta có thể kết luận đã có lực tác dụng lên vật.

Ví dụ:

Một em bé đẩy chiếc xe ô tô đồ chơi, dưới tác dụng của lực đẩy, vận tốc của ô tô tăng dần từ giá trị 0 đến một giá trị nào đó (hình 6).



Hình 6

Chú ý:

Dưới tác dụng của lực, ngoài việc làm thay đổi vận tốc của vật, lực còn có thể làm cho vật bị biến dạng.

Hình 7 cho thấy quả bóng bị biến dạng dưới tác dụng của lực.



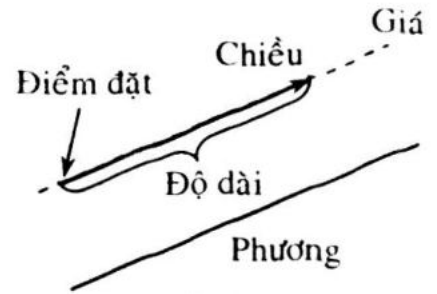
Hình 7

2. Biểu diễn lực

Lực là một đại lượng vectơ (xem hình 8).

Vectơ lực được biểu diễn bằng một mũi tên có:

- + Gốc là điểm đặt của lực.
 - + Phương, chiều trùng với phương, chiều của lực.
 - + Độ dài biểu thị cường độ của lực theo tỉ lệ xích cho trước.
- Vectơ lực thường kí hiệu là $\vec{F}$.



Hình 8

SỰ CÂN BẰNG LỰC. QUÁN TÍNH

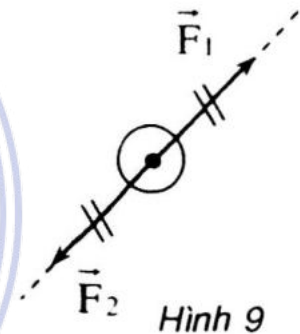
1. Lực cân bằng

Hai lực cân bằng là hai lực cùng tác dụng lên một vật, cùng cường độ, phương nằm trên cùng một đường thẳng, chiều ngược nhau.

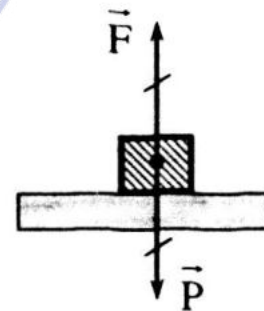
Trên hình 9, $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ là hai lực cân bằng.

Ví dụ:

Khi đặt một hộp gỗ trên mặt bàn nằm ngang, trọng lực P và lực đỡ F của mặt bàn cân bằng nhau, kết quả là hộp gỗ nằm yên trên mặt bàn (hình 10).



Hình 9



Hình 10

2. Tác dụng của hai lực cân bằng lên một vật đang chuyển động

Dưới tác dụng của các lực cân bằng:

- Một vật đang đứng yên sẽ tiếp tục đứng yên.
 - Một vật đang chuyển động sẽ tiếp tục chuyển động thẳng đều.
- Chuyển động này được gọi là chuyển động theo quán tính.

3. Quán tính

Tính chất giữ nguyên vận tốc của vật gọi là quán tính. Vật có khối lượng lớn thì có quán tính lớn, vật có khối lượng nhỏ thì có quán tính nhỏ.

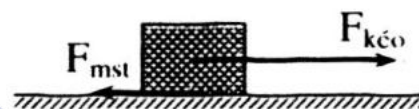
Ví dụ: Xe ô tô đang chuyển động với vận tốc lớn bất ngờ hãm phanh, hành khách ngồi trong xe có xu hướng bị ngã chúi về phía trước. Nguyên nhân của hiện tượng này là quán tính.

LỰC MA SÁT

1. Khi nào có lực ma sát

a. Lực ma sát trượt

– Lực ma sát trượt sinh ra khi một vật chuyển động trượt trên bề mặt của vật khác (hình 11).



Hình 11

– Lực ma sát trượt phụ thuộc vào áp lực và độ nhám bề mặt tiếp xúc của các vật.

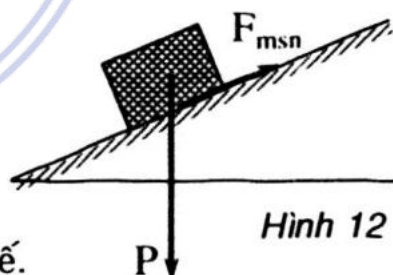
b. Lực ma sát lăn:

- Lực ma sát lăn sinh ra khi một vật lăn trên mặt của vật khác.
- Lực ma sát lăn thường rất nhỏ so với lực ma sát trượt.

c. Lực ma sát nghỉ:

Lực ma sát nghỉ giữ cho vật đứng yên khi vật bị tác dụng của lực khác.

(xem hình 12)



Hình 12

2. Đo lực ma sát

Để đo lực ma sát người ta có thể dùng lực kế.

Giả sử cần đo lực ma sát giữa vật với mặt bàn ta móc lực kế vào vật rồi kéo cho vật chuyển động đều trên mặt bàn để số chỉ của lực kế không đổi (hình 13).



Hình 13

Số chỉ của lực kế khi đó bằng với độ lớn của lực ma sát.

3. Ma sát trong đời sống và kĩ thuật

Trong đời sống và kĩ thuật, ma sát có thể có lợi hoặc có hại tùy vào những trường hợp cụ thể:

Có hại:

Ma sát giữa các chi tiết máy, chúng mài mòn lẫn nhau.

Ví dụ:

Ma sát làm mòn trục xe đạp, mòn xích và lốp xe đạp, mòn lốp xe do ma sát với mặt đường.

Để giảm ma sát ở các chi tiết máy, người ta thường xuyên tra dầu mỡ lên các bề mặt tiếp xúc.

Hình 14 là trường hợp tra dầu nhớt vào xích xe đạp để giảm ma sát.

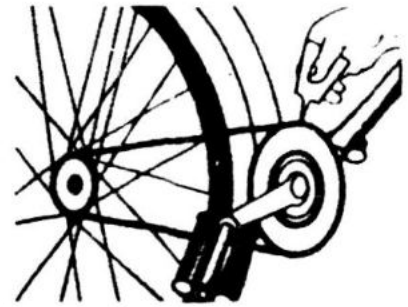
Trên hình 15 là hai cầu trượt trong một công viên nước, ma sát được làm giảm bằng nước.

Có lợi:

Nhờ có ma sát mà các loại xe tự hành như ô tô, xe máy có thể chuyển động được trên đường.

Ví dụ:

Khi xe bị sa lầy, người ta thường lắp một miếng ván gỗ dưới lốp xe hoặc đổ cát sạn, gạch vụn dưới lốp xe để tăng ma sát.



Hình 14



Hình 15

ÁP SUẤT

1. Áp lực là gì?

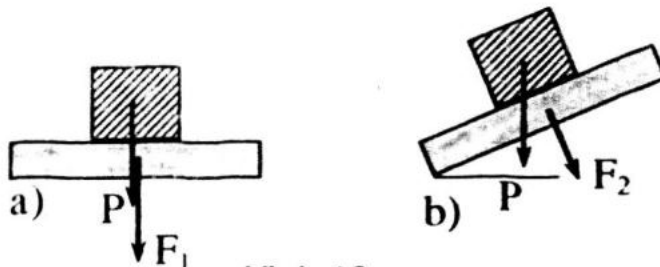
Áp lực là lực ép có phương vuông góc với mặt bị ép.

Tác dụng của áp lực càng lớn khi độ lớn của áp lực càng lớn và diện tích bị ép càng nhỏ.

Ví dụ: Một người có trọng lượng 500N khi đứng trên mặt sàn nằm ngang sẽ tác dụng xuống mặt sàn một áp lực 500N.

Chú ý:

Một vật đặt trên mặt giá đỡ, không phải lúc nào áp lực lên mặt giá đỡ cũng có giá trị bằng trọng lượng của vật:



Hình 16

– Khi mặt giá đỡ nằm ngang, áp bằng đúng trọng lượng của vật (Hình 16a).

– Khi mặt giá đỡ nằm nghiêng so với phương ngang, áp lực luôn nhỏ hơn trọng lượng của vật, góc nghiêng càng lớn thì áp lực càng giảm (hình 16b).

2. Áp suất

Áp suất là độ lớn của áp lực trên một đơn vị diện tích bị ép.

Công thức tính áp suất: $p = \frac{F}{S}$.

Trong đó: F là áp lực (đơn vị N).

S là diện tích bị ép (đơn vị m^2).

p là áp suất (đơn vị N/m^2).

Ví dụ:

Một viên gạch có trọng lượng 15N đặt trên mặt sàn nằm ngang, diện tích mặt tiếp xúc giữa viên gạch với mặt sàn là $0,03m^2$ thì áp suất tác dụng xuống mặt sàn là :

$$P = \frac{15}{0,03} = 500N/m^2.$$

3. Đơn vị của áp suất

Đơn vị hợp pháp (hệ SI) của áp suất là Niuton trên mét vuông (kí hiệu N/m^2) còn gọi là Paxcan, kí hiệu (Pa): $1N/m^2 = 1Pa$.

ÁP SUẤT CHẤT LỎNG

BÌNH THÔNG NHAU

1. Sự tồn tại của áp suất chất lỏng

Do có trọng lượng mà chất lỏng gây áp suất theo mọi phương lên đáy bình, thành bình và các vật ở trong lòng nó.

Hình 17 cho thấy người thợ lặn khi lặn dưới đáy biển sâu phải mặc bộ áo lặn có thể chịu được áp suất cao do phần nước biển phía trên ép xuống.



Hình 17

2. Công thức tính áp suất chất lỏng

Công thức: $p = d.h$

Trong đó:

h là độ cao tính từ điểm tính áp suất tới mặt thoáng chất lỏng.

d là trọng lượng riêng của chất lỏng.

(Trọng lượng riêng) = (Khối lượng riêng) $\times 10$

Đơn vị :

Trọng lượng riêng d tính bằng N/m^3 .

Độ cao h tính bằng mét (m).

Áp suất p tính bằng N/m^2 hay Paxcan (Pa).

Ví dụ:

Trọng lượng riêng của nước là $d = 10000N/m^3$, cột nước cao 1m sẽ gây một áp suất ở đáy bình là:

$$p = 10000. 1 = 10000N/m^2.$$

Chú ý:

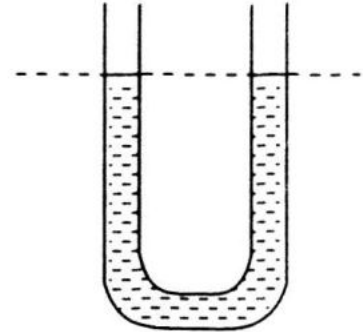
– Tại một điểm, áp suất của chất lỏng theo mọi phương có độ lớn như nhau do đó có thể dùng công thức $p = h.d$ để tính áp suất do chất lỏng gây ra tại một điểm trên thành bình.

- Trong một chất lỏng đứng yên, áp suất tại những điểm trên cùng một mặt phẳng nằm ngang đều bằng nhau.
- Công thức $p = h.d$ còn có thể dùng cho trường hợp khối chất lỏng không có dạng hình trụ.

3. Bình thông nhau

Bình thông nhau là một bình có hai nhánh nối thông đáy với nhau.

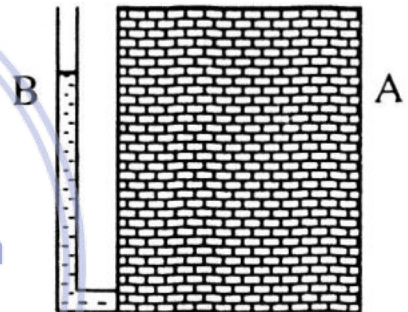
Trong bình thông nhau chứa cùng một chất lỏng đứng yên, các mặt thoáng của chất lỏng ở các nhánh của bình đều ở cùng một độ cao (hình 18).



Hình 18

Ứng dụng:

Hình 19 là một trong những ứng dụng của nguyên tắc bình thông nhau. Ông B cho biết mực chất lỏng trong bể A là bao nhiêu.



Hình 19

ÁP SUẤT KHÍ QUYỂN

1. Sự tồn tại của áp suất khí quyển

Do không khí cũng có trọng lượng nên Trái Đất và mọi vật trên Trái Đất đều chịu áp suất của lớp không khí bao bọc xung quanh Trái Đất. Áp suất này được gọi là áp suất khí quyển.

Biểu hiện về sự tồn tại của áp suất khí quyển

Hình 20 cho thấy khi hút bớt không khí trong hộp sữa (bằng giấy), do có áp suất của khí quyển mà vỏ hộp sữa bị bẹp vào trong từ nhiều phía.



Hình 20

Hình 21 là thí nghiệm do Ghêrich (1602 – 1678), thị trưởng thành phố Mácđơbuốc của Đức thực hiện năm 1865.



Hình 21

Ông dùng hai bán cầu ghép khít vào nhau rồi rút hết không khí bên trong ra. Cảnh trên hình vẽ là hai đàn ngựa, mỗi đàn 16 con không kéo nổi hai bán cầu tách ra.

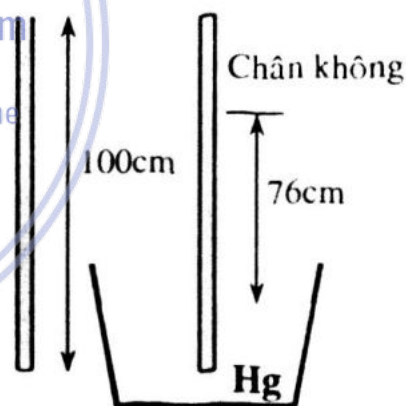
Đó là một thí nghiệm hay về áp suất của khí quyển.

2. Độ lớn của áp suất khí quyển

Để đo áp suất khí quyển người ta dùng ống Tô-ri-xe-li.

Cách đo: lấy một ống thủy tinh một đầu kín dài khoảng 1m, đổ đầy thủy ngân vào. Lấy ngón tay bịt miệng ống rồi quay ngược ống xuống (hình 22).

Sau đó, nhúng chìm miệng ống vào một chậu đựng thủy ngân rồi bỏ ngón tay bịt miệng ống ra, thủy ngân trong ống tụt xuống, còn lại khoảng h nào đó tính từ mặt thoáng của thủy ngân trong chậu.



Hình 22

Độ lớn của áp suất khí quyển bằng áp suất của cột thủy ngân trong ống Tô-ri-xe-li. Do đó người ta thường dùng cmHg hoặc mmHg làm đơn vị đo áp suất khí quyển. Trong điều kiện thông thường, áp suất khí quyển vào khoảng 76cmHg.

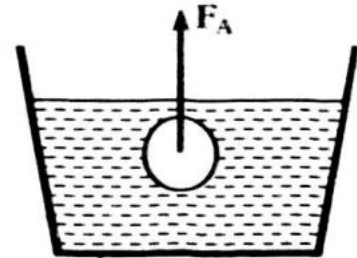
Chú ý:

Áp suất khí quyển tác dụng theo mọi hướng.

LỰC ĐẨY ÁC-SI-MÉT

1. Tác dụng của chất lỏng lên vật nhúng chìm trong nó

Một vật nhúng vào chất lỏng bị chất lỏng đẩy thẳng đứng từ dưới lên với lực có độ lớn bằng trọng lượng của phần chất lỏng mà vật chiếm chỗ. Lực này gọi là lực đẩy Ác-si-mét. (hình 23).



Hình 23

2. Độ lớn của lực đẩy Ác-si-mét

Công thức tính lực đẩy Ác-si-mét: $F = d.V$

Trong đó :

d là trọng lượng riêng của chất lỏng,

V là thể tích phần chất lỏng bị vật chiếm chỗ.

Ví dụ:

Một vật có thể tích $0,02\text{m}^3$ chìm hoàn toàn trong nước (có trọng lượng riêng $d = 10000\text{N/m}^3$) thì lực đẩy Ác-si-mét tác dụng lên vật là:

$$F = 10000.0,02 = 200\text{N}$$

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

SỰ NỔI

1. Khi nào vật chìm, khi nào vật nổi?

Gọi P là trọng lượng của vật; F là lực đẩy Ác-si-mét tác dụng lên vật khi vật ngập hoàn toàn trong chất lỏng.

- Vật chìm xuống khi: $P > F$
- Vật nổi lên khi: $P < F$
- Vật lơ lửng trong chất lỏng: $P = F$

2. Độ lớn của lực đẩy Ác-si-mét khi vật nổi trên mặt thoáng của chất lỏng

Công thức: $F = d.V$

Trong đó:

d là trọng lượng riêng của chất lỏng,

V là thể tích của phần vật chìm trong chất lỏng.

Ví dụ:

Một vật có thể tích $0,06\text{m}^3$ nổi trên mặt nước, phần nhô ra khỏi mặt nước là $0,04\text{m}^3$, khi đó lực đẩy Ác-si-mét là: $F_A = 0,02 \cdot 10000 = 200\text{N}$.

Lực đẩy Ác-si-mét bằng đúng trọng lượng của vật.

Chú ý:

Thể tích của phần vật chìm trong chất lỏng luôn nhỏ hơn hoặc bằng thể tích của vật. Khi vật chìm hoàn toàn trong chất lỏng thì thể tích phần ngập trong chất lỏng cũng chính là thể tích của vật.

CÔNG CƠ HỌC

1. Khi nào có công cơ học?

– Công cơ học dùng với trường hợp khi có lực tác dụng vào vật và vật chuyển dời theo phương không vuông góc với phương của lực.

– Công cơ học phụ thuộc vào hai yếu tố: Lực tác dụng vào vật và độ chuyển dời của vật.

2. Công thức tính công cơ học

Công thức : $A = F \cdot s$

Trong đó : F là lực tác dụng vào vật;

s là quãng đường vật dịch chuyển.

Đơn vị công là Jun (kí hiệu là J):

$$1\text{J} = 1\text{N} \cdot 1\text{m} = 1\text{N.m}$$

Ví dụ:

Tác dụng một lực $F = 40\text{N}$ lên vật làm vật dịch chuyển 2m theo hướng của lực. Khi đó công của lực là:

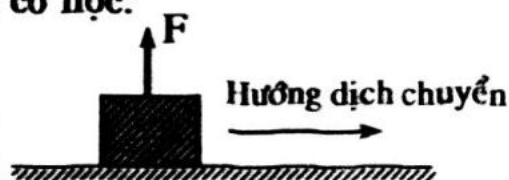
$$A = F \cdot s = 40 \cdot 2 = 80\text{J}$$

Chú ý:

* Đơn vị kilôoat giờ là đơn vị của công cơ học:

$$1\text{kW.h} = 3600000\text{J}$$

* Nếu lực tác dụng vuông góc với phương dịch chuyển của vật thì công cơ học bằng không (hình 24).



Hình 24

ĐỊNH LUẬT VỀ CÔNG

1. Định luật về công

Không một máy cơ đơn giản nào cho lợi về công, được lợi bao nhiêu lần về lực thì thiệt bấy nhiêu lần về đường đi và ngược lại.

Các loại máy cơ đơn giản thường gặp

Ròng rọc cố định:

Chỉ có tác dụng đổi hướng của lực.

Ròng rọc động:

Lợi hai lần về lực, thiệt hai lần về đường đi.

Mặt phẳng nghiêng:

Lợi về lực, thiệt về đường đi.

Đòn bẩy:

Lợi về lực, thiệt về đường đi hoặc ngược lại.

Ví dụ:

Đưa vật có trọng lượng 100N lên cao 3m.

– Nếu kéo trực tiếp thì công tối thiểu cần thiết là:

$$A_1 = F.s = 100.3 = 300J$$

– Nếu dùng ròng rọc động thì lực kéo giảm một nửa còn là 50N nhưng quãng đường tăng gấp đôi là 6m. Công tối thiểu cần thiết khi đó là:

$$A_2 = f'.s' = 50.6 = 300J.$$

Trong cả hai trường hợp, công bằng nhau.

2. Hiệu suất của máy

Trong thực tế ở các máy cơ đơn giản luôn có ma sát. Hiệu suất của máy: $H = \frac{A_1}{A_2} 100\%$

Trong đó:

A_1 là công thực hiện trong điều kiện không có ma sát (công có ích).

A_2 là công toàn phần.

Ví dụ:

Để đưa một vật có trọng lượng 200N lên cao 4m, người ta dùng ròng rọc cố định.

(Xem hình 25).

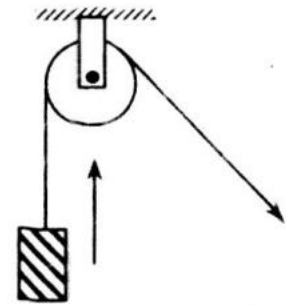
Nếu bỏ qua ma sát ở ròng rọc thì công cần thiết là :

$$A_1 = F.s = 200.4 = 800J.$$

Do có ma sát nên thực tế công thực hiện là 1000J.

Ta nói hiệu suất của ròng rọc là:

$$H = \frac{A_1}{A_2} (\%) = H = \frac{800}{1000} . 100 = 80\%.$$



Hình 25

CÔNG SUẤT

1. Công suất

Để biết người nào hay máy nào làm việc khỏe hơn (thực hiện công nhanh hơn) người ta so sánh công thực hiện được trong một đơn vị thời gian.

- Công thực hiện được trong một đơn vị thời gian được gọi là công suất.

Hình 26 là động cơ QD – 170 chế tạo năm 1980 là động cơ tên lửa mạnh nhất thế giới khi đó, nó có công suất 190MW.



Hình 26

2. Công thức tính công suất

Công thức: $P = \frac{A}{t}$

Trong đó: A là công thực hiện;

t là khoảng thời gian thực hiện công A.

3. Đơn vị công suất

Nếu công A là 1J, thời gian t là 1s

Công suất là : $P = \frac{1J}{1s} = 1J/s$ (jun trên giây).

Đơn vị công suất J/s gọi là oat (kí hiệu là W).

$$1W = 1J/s.$$

$$1kW \text{ (kilo oat) } = 1\,000W$$

$$1MW \text{ (mêgaoat) } = 1\,000kW = 1\,000\,000W.$$

Ví dụ:

Một cái máy sản ra một công là 1500J trong thời gian 5 giây, thì công suất của máy là:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{1500}{5} = 300W.$$

CƠ NĂNG

1. Cơ năng là gì?

Khi vật có khả năng sinh công, ta nói vật có cơ năng. Đơn vị của cơ năng là Jun (J).

Chú ý:

Bội số của Jun: $1kJ = 1000J$.

Ví dụ:

Một viên đá nằm trên mặt một tấm kính, nó không có khả năng thực hiện công lên tấm kính, nhưng nếu đưa nó lên độ cao h so với tấm kính thì khi rơi xuống nó có thể làm vỡ kính tức nó có khả năng sinh công. Ta nói khi đưa viên đá lên độ cao h , viên đá đã có một cơ năng nào đó.

2. Thế năng

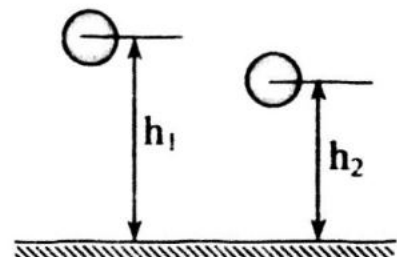
a. Thế năng hấp dẫn

Cơ năng của vật phụ thuộc vào vị trí của vật so với mặt đất gọi là thế năng hấp dẫn.

Ví dụ:

Hai viên bi giống nhau nằm cách mặt đất những khoảng h_1 và h_2 như hình vẽ 27.

Vì $h_1 > h_2$ nên viên bi thứ nhất có thế năng hấp dẫn lớn hơn viên bi thứ hai.



Hình 27

b. Thế năng đàn hồi

Cơ năng của vật phụ thuộc vào độ biến dạng của vật gọi là thế năng đàn hồi.

Ví dụ:

Khi kéo dây cung, ta đã cung cấp cho cung một thế năng đàn hồi. Một biểu hiện dễ thấy là khi buông tay, dây cung thực hiện công làm cho mũi tên bay vút ra xa.

Chú ý:

Khi vật nằm trên mặt đất và chọn mặt đất để làm mốc tính độ cao thì thế năng hấp dẫn của vật bằng không.

3. Động năng

- Cơ năng của vật do chuyển động mà có gọi là động năng.
- Động năng phụ thuộc vào khối lượng và vận tốc của vật. Nếu vật đứng yên thì động năng của vật bằng không.

Ví dụ:

Trên hình 28 là tàu Con Thoi đang được phóng lên quỹ đạo. Tàu có khối lượng rất lớn, khi phóng lên với vận tốc lớn thì động năng của nó cũng rất lớn.



Hình 28

4. Độ lớn của cơ năng

Thế năng và động năng là hai dạng của cơ năng.

Cơ năng của một vật bằng tổng động năng và thế năng của nó.

Ví dụ:

Một vật có thế năng $E_t = 3000\text{J}$ và có động năng $E_d = 2000\text{J}$ thì cơ năng của nó là :

$$E = E_d + E_t = 2000 + 3000 = 5000\text{J}.$$

SỰ CHUYỂN HÓA VÀ BẢO TOÀN CƠ NĂNG

1. Sự chuyển hóa của các dạng cơ năng

Động năng có thể chuyển hóa thành thế năng, ngược lại thế năng có thể chuyển hóa thành động năng.

Ví dụ: Một viên bi rơi từ trên cao xuống, độ cao giảm dần làm cho thế năng giảm dần, đồng thời vận tốc của vật tăng dần làm cho động năng của vật tăng dần. Ta nói thế năng đã chuyển hoá thành động năng (hình 29).



Hình 29



Hình 30

Ngược lại, khi ném một viên bi lên cao, động năng lại chuyển hoá thành thế năng.

– Hình 30 là đập nước trên cao của nhà máy thủy điện Hòa Bình. Nước trên cao có thế năng rất lớn, khi nước đổ xuống, thế năng này có thể chuyển hóa thành động năng làm quay máy phát điện.

– Gió có nguồn động năng rất lớn, từ xưa con người đã biết sử dụng động năng của gió để chạy các cối xay, gọi là cối xay gió.

2. Sự bảo toàn cơ năng

Trong quá trình cơ học, động năng và thế năng không tự nhiên sinh ra và cũng không tự nhiên mất đi, mà chỉ chuyển hóa từ dạng này sang dạng kia. Cơ năng luôn được bảo toàn.

Ví dụ: Một vật được cung cấp thế năng hấp dẫn ban đầu bằng 3500J bằng cách đưa vật lên độ cao h , sau đó thả vật rơi xuống, nếu tại một thời điểm nào đó thế năng của vật giảm đi và chỉ còn 1000J thì động năng của vật lúc đó đã tăng lên đến 2500J sao cho tổng động năng và thế năng tại mọi thời điểm luôn bằng cơ năng ban đầu.

Chương II.**NHIỆT HỌC****CẤU TẠO CHẤT****1. Các chất được cấu tạo như thế nào?**

- Các chất được cấu tạo từ các hạt riêng biệt gọi là các nguyên tử, phân tử.
- Giữa các nguyên tử, phân tử luôn có khoảng cách.

Trên hình vẽ 31 là ảnh chụp các nguyên tử silic qua kính hiển vi hiện đại.



Hình 31

Chú ý:

Các phân tử nguyên tử có kích thước vô cùng nhỏ bé, mắt thường không thể nhìn thấy được, tuy nhiên mỗi phân tử, nguyên tử đều có kích thước và khối lượng xác định.

Ví dụ:

Nếu coi phân tử như những quả cầu thì bán kính phân tử nước vào khoảng $1,9 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

2. Các phân tử, nguyên tử có giống nhau không?

Người ta chứng tỏ được rằng, các phân tử, nguyên tử cấu tạo nên các chất khác nhau thì khác nhau cả về cấu tạo, kích thước và khối lượng.

Ví dụ:

Khối lượng một phân tử oxi khoảng $5,3 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$.

CHUYỂN ĐỘNG CỦA NGUYÊN TỬ, PHÂN TỬ**1. Chuyển động của các nguyên tử, phân tử**

- Các nguyên tử, phân tử luôn chuyển động không ngừng.
- Nhiệt độ của vật càng cao thì các nguyên tử, phân tử cấu tạo nên vật chuyển động càng nhanh.

2. Hiện tượng khuếch tán

a. Hiện tượng khuếch tán trong chất lỏng

Khi đổ hai chất lỏng khác nhau vào cùng một bình chứa, sau một thời gian hai chất lỏng tự hòa lẫn vào nhau. Hiện tượng này gọi là hiện tượng khuếch tán.



Hình 32

Hình 32 cho thấy hiện tượng khi đổ nhẹ nước vào một bình đựng dung dịch đồng sun phát màu xanh.

Đầu tiên, nước nhẹ hơn nổi lên trên, giữa nước và dung dịch đồng sun phát có một mặt phân cách rõ rệt. Sau một thời gian, do hiện tượng khuếch tán mà mặt phân cách này mờ dần. Cuối cùng nước và dung dịch đồng sun phát tự hoà lẫn vào nhau tạo thành dung dịch có màu xanh nhạt hơn trước.

b. Hiện tượng khuếch tán trong chất khí

Hiện tượng khuếch tán có thể xảy ra cả trong chất khí đó là trường hợp các phân tử khí tự hòa trộn vào nhau.

Ví dụ:

Mở nút lọ nước hoa trong lớp học, do hiện tượng khuếch tán mà sau một thời gian ngắn, cả lớp đều ngửi thấy mùi thơm của nước hoa.

c. Hiện tượng khuếch tán trong chất rắn

Tương tự như chất lỏng và chất khí, các phân tử, nguyên tử của các chất rắn cũng có thể tự hòa trộn vào nhau tạo ra hiện tượng khuếch tán.

Ví dụ: Nhổ một cái đinh đã đóng vào gỗ rất lâu, quan sát lỗ đinh ta thấy phần gỗ trong lỗ đinh có màu của gỉ sét. Đó là kết quả của hiện tượng khuếch tán giữa các phân tử của đinh đã gỉ sét và các phân tử gỗ.

Chú ý:

So với chất lỏng và chất khí thì hiện tượng khuếch tán xảy ra trong chất rắn rất chậm chạp, cần phải có một thời gian khá dài mới có thể quan sát được hiện tượng này.

NHIỆT NĂNG

1. Nhiệt năng là gì?

Nhiệt năng của một vật là tổng động năng của các phân tử cấu tạo nên vật.

Chú ý:

Các phân tử cấu tạo nên vật luôn chuyển động hỗn độn không ngừng nên chúng luôn có động năng. Vì lí do này mà bất kì vật nào cũng có nhiệt năng.

2. Các cách làm thay đổi nhiệt năng

Nhiệt năng của vật có thể thay đổi bằng hai cách:

– Cách 1: Thực hiện công

Ví dụ:

Xoa hai bàn tay vào nhau (thực hiện công) thì thấy hai bàn tay nóng lên (nhiệt năng của hai bàn tay tăng).

– Cách 2: Truyền nhiệt.

Ví dụ:

Khi đang nấu cơm, dùng tay để nhắc vung ra khỏi nồi thấy tay bị nóng lên. Đó là do sự truyền nhiệt.

3. Nhiệt lượng

– Nhiệt lượng là phần nhiệt năng mà vật nhận được hay mất bớt đi.

– Đơn vị của nhiệt lượng và nhiệt năng là Jun (kí hiệu J).

Ví dụ:

Một vật đang có nhiệt năng là 500J. Vì lí do nào đó nhiệt năng của vật tăng lên đến 700J thì phần nhiệt năng nhận được (200J) gọi là nhiệt lượng.

DẪN NHIỆT

1. Sự dẫn nhiệt

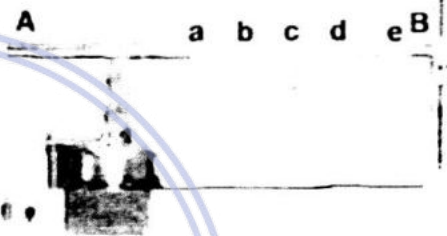
Nhiệt năng có thể truyền từ vật này sang vật khác bằng hình thức dẫn nhiệt.

Ví dụ:

Đưa một đầu của thanh kim loại (thanh sắt chẳng hạn) vào bếp than hồng, nếu dùng tay chạm vào đầu còn lại của thanh kim loại ta sẽ thấy tay bị nóng lên. Thanh kim loại đã dẫn nhiệt từ bếp than đến tay ta.

Hình vẽ 33 là một thí nghiệm về sự dẫn nhiệt các đinh a, b, c, d và e được gắn vào thanh đồng AB.

Hình 33



Dùng đèn cồn đốt nóng đầu A, thanh đồng dẫn nhiệt sang đầu B làm nóng dần thanh đồng, các miếng sáp chảy ra làm rơi các cây đinh theo thứ tự a, b, c, d, e.

2. Khả năng dẫn nhiệt của các chất

– Trong các chất dẫn nhiệt thì chất rắn dẫn nhiệt tốt và tốt nhất là kim loại.

– Chất lỏng dẫn nhiệt kém.

– Chất khí dẫn nhiệt kém nhất.

Hình 34 là một thí nghiệm cho biết trong ba chất đồng, nhôm và thủy tinh thì đồng là chất dẫn nhiệt tốt nhất, tiếp theo là nhôm và cuối cùng là thủy tinh.



Hình 34

Thí nghiệm cho thấy đinh gắn với thanh đồng bằng sáp rơi đầu tiên, tiếp theo là đinh gắn với nhôm, cuối cùng là đinh gắn với thanh thủy tinh.

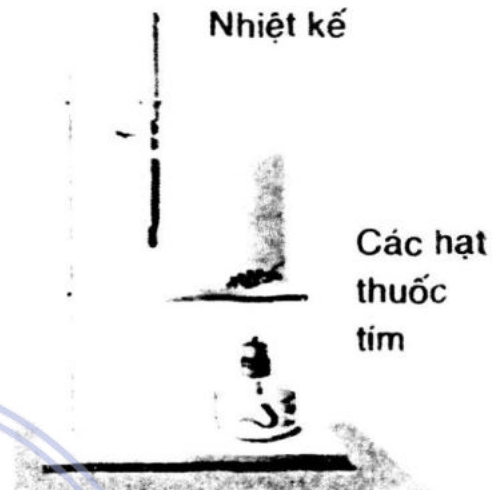
ĐỐI LƯU - BỨC XẠ NHIỆT

1. Đối lưu

Đối lưu là sự truyền nhiệt bằng các dòng chất lỏng và chất khí, đó là hình thức truyền nhiệt chủ yếu của chất lỏng và chất khí.

Ví dụ:

– Bỏ vài hạt thuốc tím dưới đáy cốc bằng thủy tinh, sau đó đun nóng cốc nước từ phía dưới, nước màu tím (do thuốc tím tan ra) sẽ di chuyển thành dòng từ dưới lên trên (hình 35).



Hình 35

– Hình 36 là ảnh một chiếc đèn dầu đang cháy. Nhờ có bóng đèn mà hiện tượng đối lưu diễn ra nhanh hơn, duy trì tốt sự cháy và làm cho đèn sáng hơn.



Hình 36

2. Bức xạ nhiệt

– Bức xạ nhiệt là sự truyền nhiệt bằng các tia nhiệt. Bức xạ nhiệt có thể xảy ra cả ở trong chân không.

– Khả năng hấp thụ các tia nhiệt của một vật phụ thuộc vào tính chất của bề mặt vật ấy. Vật có bề mặt càng xù xì, màu càng sẫm thì hấp thụ các tia nhiệt càng nhiều.

Ví dụ:

– Nhiệt do Mặt Trời truyền xuống Trái Đất chủ yếu bằng bức xạ nhiệt.

– Nhiệt truyền từ bếp lửa ra môi trường xung quanh chủ yếu cũng bằng bức xạ nhiệt.



Hình 37

Hình 37 là một cậu bé đang sưởi ấm hai bàn tay bên một bếp lửa. Hình thức truyền nhiệt từ bếp lửa sang tay cậu bé chủ yếu là bức xạ nhiệt.

CÔNG THỨC TÍNH NHIỆT LƯỢNG

1. Nhiệt lượng của một vật thu vào phụ thuộc vào những yếu tố nào?

- Nhiệt lượng là phần nhiệt năng mà vật nhận được hay mất bớt đi.
- Nhiệt lượng vật cần thu vào để nóng lên phụ thuộc khối lượng, độ tăng nhiệt độ của vật và nhiệt dung riêng của chất làm vật.

2. Công thức tính nhiệt lượng

Công thức tính nhiệt lượng thu vào: $Q = m.C.\Delta t$

Trong đó:

Q là nhiệt lượng có đơn vị là J.

m là khối lượng của vật, có đơn vị là kg.

C là nhiệt dung riêng của chất làm vật, có đơn vị là J/kg.K.

Δt là độ tăng nhiệt độ của vật, có đơn vị là $^{\circ}\text{C}$ hoặc $^{\circ}\text{K}$.

Chú ý:

$\Delta t = t_2 - t_1$ với t_1 là nhiệt độ ban đầu, t_2 là nhiệt độ cuối cùng.

Nhiệt dung riêng

Nhiệt dung riêng của một chất là nhiệt lượng cần thiết để làm cho 1kg chất đó tăng thêm 1°C .

Ví dụ: Để 2kg nước tăng lên thêm 30°C thì nhiệt lượng cần cung cấp cho nước là: $Q = m.C.\Delta t = 2.4200.30 = 252000\text{J}$.

PHƯƠNG TRÌNH CÂN BẰNG NHIỆT

1. Nguyên lí truyền nhiệt

– Khi hai vật tiếp xúc nhiệt với nhau thì nhiệt truyền từ vật có nhiệt độ cao hơn sang vật có nhiệt độ thấp hơn.

– Sự truyền nhiệt xảy ra cho đến khi nhiệt độ của hai vật cân bằng nhau thì ngừng lại.

– Nhiệt lượng do vật này tỏa ra bằng nhiệt lượng do vật kia thu vào.

Ví dụ:

Thả một thỏi kim loại đã được nung nóng vào một chậu nước, ban đầu nhiệt độ của thỏi kim loại lớn hơn nhiệt độ của nước nên có sự trao đổi nhiệt: Thanh kim loại toả nhiệt và giảm nhiệt độ còn nước thu nhiệt để tăng nhiệt độ.

Khi nhiệt độ của thanh kim loại và của nước ngang bằng nhau thì quá trình truyền nhiệt kết thúc.

2. Phương trình cân bằng nhiệt

Trong quá trình trao đổi nhiệt, nhiệt lượng vật này tỏa ra bằng nhiệt lượng vật kia thu vào.

Phương trình cân bằng nhiệt là:

$$Q_{\text{tỏa ra}} = Q_{\text{thu vào}}$$

NĂNG SUẤT TỎA NHIỆT CỦA NHIÊN LIỆU

1. Năng suất tỏa nhiệt của nhiên liệu là gì?

Đại lượng cho biết nhiệt lượng tỏa ra khi 1kg nhiên liệu bị đốt cháy hoàn toàn gọi là năng suất tỏa nhiệt của nhiên liệu.

Ví dụ:

Khi đốt cháy hoàn toàn 1kg than đá, nhiệt lượng tỏa ra là $Q = 27 \cdot 10^6 \text{J}$. Ta nói $27 \cdot 10^6 \text{J}$ là năng suất tỏa nhiệt của than đá.

2. Công thức tính nhiệt lượng do nhiên liệu bị đốt cháy tỏa ra

Công thức tính nhiệt lượng tỏa ra khi nhiên liệu bị đốt cháy:

$$Q = q \cdot m$$

Trong đó :

q là năng suất tỏa nhiệt của nhiên liệu, có đơn vị là J/kg.

m là khối lượng của nhiên liệu, có đơn vị là kg.

Ví dụ:

– Khi đốt cháy hoàn toàn 5kg xăng, nhiệt lượng tỏa ra là:

$$Q = q \cdot m = 46 \cdot 10^6 \cdot 5 = 23 \cdot 10^7 \text{J}.$$

– Khi đốt cháy hoàn toàn 12kg khí đốt, nhiệt lượng tỏa ra là:

$$Q = q \cdot m = 44 \cdot 10^6 \cdot 12 = 528 \cdot 10^6 \text{J}.$$

SỰ BẢO TOÀN NĂNG LƯỢNG

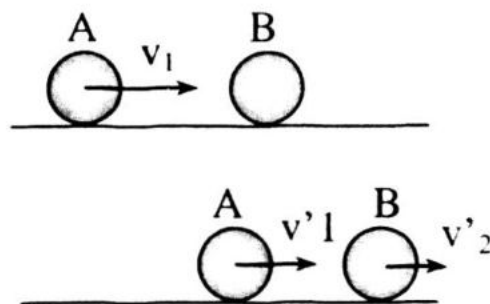
TRONG CÁC HIỆN TƯỢNG CƠ VÀ NHIỆT

1. Sự truyền cơ năng, nhiệt năng từ vật này sang vật khác

Cơ năng, nhiệt năng có thể truyền từ vật này sang vật khác, chuyển hóa từ dạng này sang dạng khác.

Ví dụ 1:

Viên bi A lăn với vận tốc v_1 đến và chạm vào bi B đang đứng yên (hình 38).



Hình 38

Ngay sau va chạm, bi A tiếp tục chuyển động tới phía trước với vận tốc $v'_1 < v_1$ còn bi B đạt vận tốc v'_2 .

Trong trường hợp này, một phần cơ năng của bi A đã truyền cho bi B.

Ví dụ 2: Thả một miếng đồng đã được nung nóng đến nhiệt độ 80°C vào một cốc nước đang có nhiệt độ 24°C . Nhiệt lượng sẽ truyền từ miếng đồng sang cốc nước. Kết quả là nhiệt độ của miếng đồng giảm còn nhiệt độ của nước tăng. Khi nhiệt độ của đồng và nước đã cân bằng, sự truyền nhiệt kết thúc.

2. Sự chuyển hóa giữa các dạng cơ năng, giữa cơ năng và nhiệt năng

– Các dạng của cơ năng (như động năng và thế năng) có thể chuyển hóa qua lại lẫn nhau.

– Cơ năng và nhiệt năng có thể truyền từ vật này sang vật khác, chuyển hóa từ dạng này sang dạng khác.

Ví dụ 1:

Hình 39 là cảnh một người đang thực hiện bài nhảy cao qua xà.

– Khi cơ thể chuyển động từ dưới lên đến điểm cao nhất (trên xà): Vận tốc giảm và độ cao tăng, trường hợp này động năng đã chuyển hóa thành thế năng.



Hình 39

– Khi cơ thể chuyển động từ điểm cao nhất xuống đất: Độ cao giảm và vận tốc tăng, thế năng lại chuyển hóa thành động năng.

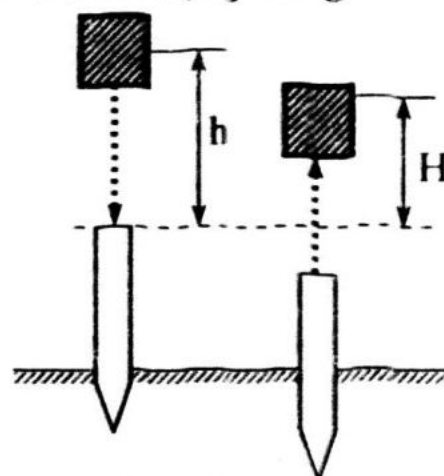
Ví dụ 2:

Để đóng những cái cọc to làm móng cầu, người ta dùng búa máy (hình 40).

Búa máy thực chất là một khối sắt lớn được đưa lên độ cao h nào đó (bằng động cơ điện) rồi thả cho rơi xuống đầu cọc làm cho cọc lún dần xuống đất.

Trong quá trình khối sắt rơi xuống, thế năng đã chuyển hóa thành động năng.

Khi va chạm với đầu cọc, một phần động năng của búa được truyền cho cọc làm cho cọc lún xuống, một phần khác chuyển hóa thành nhiệt năng làm nóng búa và cọc, phần động năng còn lại làm cho búa nảy lên đến độ cao $h' < h$.



Hình 40

3. Sự bảo toàn năng lượng trong các hiện tượng cơ và nhiệt

Năng lượng không tự sinh ra cũng không tự mất đi, nó chỉ truyền từ vật này sang vật khác hoặc chuyển hóa từ dạng này sang dạng khác.

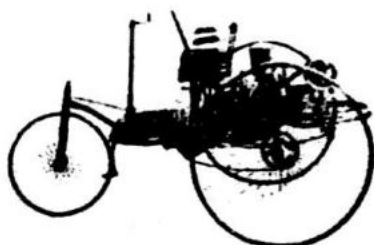
Download Sách Hay | Đọc Sách Online

ĐỘNG CƠ NHIỆT

1. Động cơ nhiệt là gì?

Động cơ nhiệt là động cơ trong đó, một phần năng lượng của nhiên liệu bị đốt cháy chuyển hóa thành cơ năng.

Hình 41a, b là các động cơ nhiệt của thế kỉ XIX và thế kỉ XX.



a)



b)

Hình 41

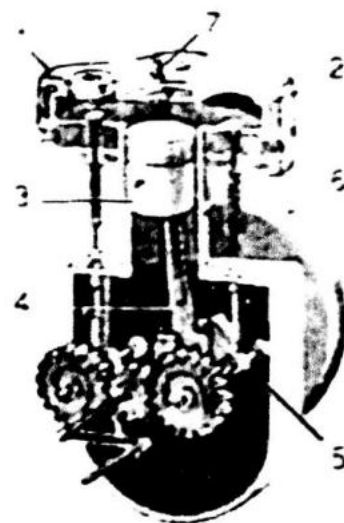
2. Động cơ nổ bốn kì

a. Cấu tạo:

Động cơ gồm: xilanh, trong có pittông (3) chuyển động lên xuống được. Pittông được nối với trục bằng biên (4) và tay quay (5). Trên trục quay có gắn vô lăng (6).

Phía trên xilanh có hai van (1) và (2), chúng có thể đóng mở tự động khi pittông chuyển động.

Ở trên xilanh có gắn bugi (7) dùng để bật tia lửa điện để đốt cháy nhiên liệu trong xilanh (hình 42).

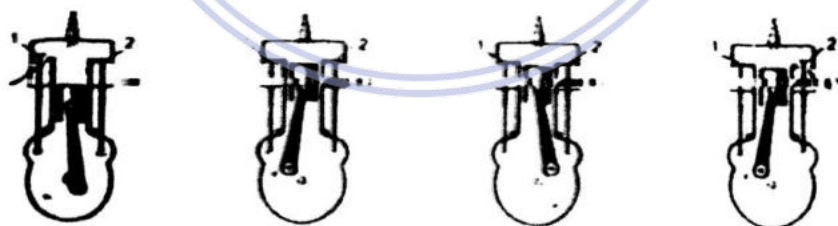


Hình 42

b. Chuyển vận:

Động cơ hoạt động có bốn kì (hình 43).

- Kì thứ nhất: Hút nhiên liệu.
- Kì thứ hai: Nén nhiên liệu.
- Kì thứ ba: Đốt nhiên liệu, sinh công.
- Kì thứ tư: Thoát khí đã cháy, đồng thời tiếp tục hút nhiên liệu vào xilanh, chuẩn bị trở lại kì thứ nhất.



Hình 43

3. Hiệu suất của động cơ nhiệt

Hiệu suất của động cơ nhiệt: $H = \frac{A}{Q}$.

Trong đó: Q là nhiệt lượng của nhiên liệu khi bị đốt cháy.

A là phần công có ích do máy tạo ra.

LỚP 9

Chương I.

ĐIỆN HỌC

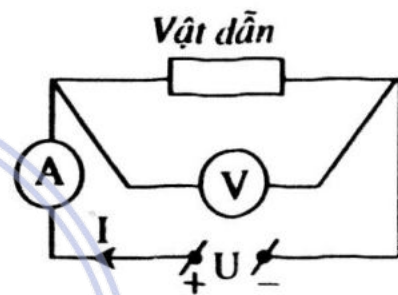
SỰ PHỤ THUỘC CỦA CƯỜNG ĐỘ DÒNG ĐIỆN VÀO HIỆU ĐIỆN THẾ GIỮA HAI ĐẦU DÂY DẪN

1. Sự phụ thuộc của cường độ dòng điện vào hiệu điện thế

Cường độ dòng điện chạy qua một dây dẫn tỉ lệ thuận với hiệu điện thế đặt vào hai đầu dây dẫn đó.

Ví dụ: Trên mạch điện hình 1.

Nếu ta tăng hiệu điện thế ở hai đầu đoạn mạch lên bao nhiêu lần thì cường độ dòng điện cũng tăng bấy nhiêu lần.

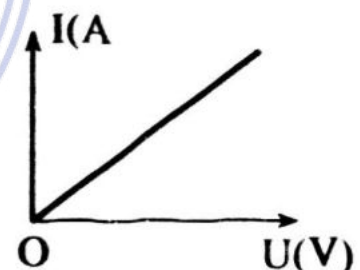


Hình 1

Có thể kiểm tra kết luận trên nhờ việc quan sát số chỉ của vôn kế và ampe kế.

2. Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của cường độ dòng điện vào hiệu điện thế

Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của cường độ dòng điện vào hiệu điện thế là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ như hình 2.

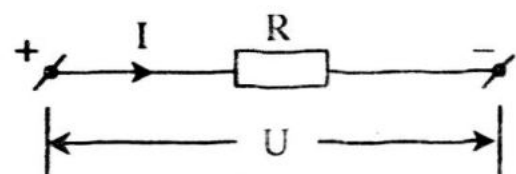


Hình 2

ĐIỆN TRỞ CỦA DÂY DẪN. ĐỊNH LUẬT ÔM

1. Định luật Ôm

Cường độ dòng điện chạy qua dây dẫn tỉ lệ thuận với hiệu điện thế đặt vào hai đầu dây dẫn và tỉ lệ nghịch với điện trở của mỗi dây.



Hình 3

Biểu thức: $I = \frac{U}{R}$

Trong đó: I là cường độ dòng điện, đơn vị là ampe (A).
 U là hiệu điện thế, đơn vị là vôn (V).
 R là điện trở của dây dẫn, đơn vị là Ôm (Ω).

2. Công thức xác định điện trở dây dẫn

Từ $I = \frac{U}{R} \Rightarrow$ Điện trở $R = \frac{U}{I}$.

Ví dụ 1: Đặt vào hai đầu điện trở $R = 5\Omega$ một hiệu điện thế $U = 10V$ thì cường độ dòng điện qua điện trở R là: $I = \frac{U}{R} = \frac{10}{5} = 2A$.

Ví dụ 2: Khi đặt vào hai đầu điện trở R một hiệu điện thế $U = 20V$ thì cường độ dòng điện chạy qua điện trở là $2,5A$. Khi đó giá trị điện trở R tính bởi: $R = \frac{U}{I} = \frac{20}{2,5} = 8\Omega$.

ĐOẠN MẠCH NỐI TIẾP

1. Đoạn mạch điện mắc nối tiếp

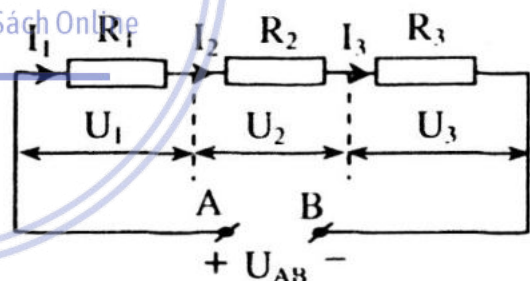
Đoạn mạch điện gồm ba điện trở mắc nối tiếp được biểu diễn như hình vẽ 4. Trong đó:

$R_1 ; R_2 ; R_3$ là các điện trở.

U_{AB} là hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch.

$U_1 ; U_2 ; U_3$ lần lượt là hiệu điện thế trên mỗi điện trở.

$I_1 ; I_2 ; I_3$ lần lượt là cường độ dòng điện qua mỗi điện trở.



Hình 4

2. Cường độ dòng điện trong đoạn mạch mắc nối tiếp

Trong đoạn mạch mắc nối tiếp, cường độ dòng điện có giá trị như nhau tại mọi điểm: $I_{AB} = I_1 = I_2 = I_3$

3. Hiệu điện thế trong đoạn mạch mắc nối tiếp

Hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch gồm các điện trở mắc nối tiếp bằng tổng các hiệu điện thế trên mỗi điện trở thành phần:

$$U_{AB} = U_1 + U_2 + U_3$$

4. Điện trở tương đương

Các điện trở mắc nối tiếp tương đương với một điện trở duy nhất có giá trị bằng tổng các điện trở thành phần:

$$R_{AB} = R_1 + R_2 + R_3$$

5. Định luật Ôm

$$I = I_1 = I_2 = I_3 = \frac{U_{AB}}{R_{AB}}$$

Ví dụ: Trên mạch điện hình 5, các điện trở có giá trị là:

$$R_1 = 5\Omega, R_2 = 3\Omega$$

Hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch là 24V thì:

Điện trở tương đương của mạch điện:

$$R_{AB} = R_1 + R_2 = 5 + 3 = 8\Omega$$

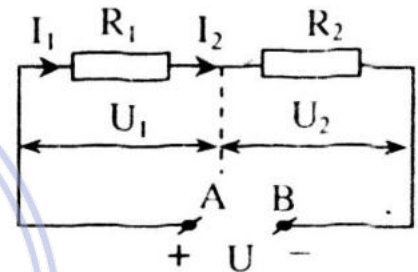
Cường độ dòng điện qua các điện trở đều bằng nhau và bằng:

$$I = \frac{U}{R_{AB}} = \frac{24}{8} = 3A.$$

Hiệu điện thế trên hai đầu mỗi điện trở:

$$U_1 = IR_1 = 3 \cdot 5 = 15V; U_2 = IR_2 = 3 \cdot 3 = 9V.$$

Rõ ràng là: $U = U_1 + U_2$.



Hình 5

ĐOẠN MẠCH SONG SONG

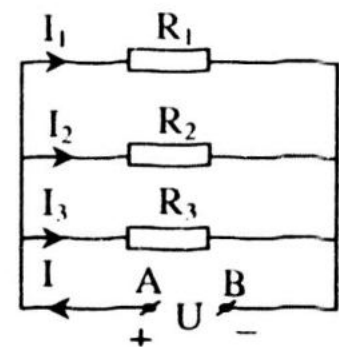
1. Đoạn mạch điện mắc song song

Đoạn mạch điện gồm ba điện trở mắc song song được biểu diễn như hình vẽ 6.

Trong đó : $R_1 ; R_2 ; R_3$ là các điện trở.

U_{AB} là hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch.

$I_1 ; I_2 ; I_3$ lần lượt là cường độ dòng điện qua mỗi điện trở. I là cường độ dòng điện trong đoạn mạch chính.



Hình 6

2. Cường độ dòng điện trong đoạn mạch mắc song song

Trong đoạn mạch mắc song song, cường độ dòng điện chạy qua mạch chính bằng tổng cường độ dòng điện chạy trong các mạch rẽ:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

3. Hiệu điện thế trong đoạn mạch mắc song song

Hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch gồm các điện trở mắc song song bằng hiệu điện thế giữa hai đầu mỗi đoạn mạch rẽ:

$$U_{AB} = U_1 = U_2 = U_3$$

4. Điện trở tương đương

Các điện trở mắc song song tương đương với một điện trở duy nhất có giá trị tính bởi công thức: $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

5. Định luật Ôm

Cường độ dòng điện qua mỗi điện trở:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} ; I_2 = \frac{U}{R_2} ; I_3 = \frac{U}{R_3}$$

Cường độ dòng điện trong mạch chính: $I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{U}{R_{AB}}$

Ví dụ: Trên mạch điện hình 6.

Với $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 2\Omega$ thì điện trở tương đương của toàn mạch điện là: $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1\Omega \Rightarrow R_{AB} = 1\Omega$

Nếu đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế $U = 12V$ thì cường độ dòng điện qua các điện trở là:

$$I_1 = \frac{12}{6} = 2A ; I_2 = \frac{12}{3} = 4A ; I_3 = \frac{12}{2} = 6A$$

Cường độ dòng điện trong mạch chính: $I = \frac{12}{1} = 12A$

Dễ thấy rằng: $I = I_1 + I_2 + I_3$.

SỰ PHỤ THUỘC CỦA ĐIỆN TRỞ VÀO CHIỀU DÀI, TIẾT DIỆN VÀ VẬT LIỆU LÀM DÂY DẪN

1. Sự phụ thuộc của điện trở vào chiều dài dây dẫn

Điện trở của các dây dẫn có cùng tiết diện và được làm từ cùng một loại vật liệu tỉ lệ thuận với chiều dài của mỗi dây.

2. Sự phụ thuộc của điện trở vào tiết diện của dây dẫn

Điện trở của các dây dẫn có cùng chiều dài và được làm từ cùng một loại vật liệu tỉ lệ nghịch với tiết diện của mỗi dây.

3. Điện trở suất của vật liệu làm dây dẫn

– Sự phụ thuộc của điện trở vào vật liệu làm dây dẫn được đặc trưng bằng một đại lượng gọi là điện trở suất của vật liệu, kí hiệu ρ (đọc là rô), đơn vị của điện trở suất là Ôm.mét ($\Omega.m$).

– Điện trở suất của một vật liệu (hay một chất) có trị số bằng điện trở của một đoạn dây dẫn được làm bằng vật liệu đó có chiều dài 1m và có tiết diện đều là $1m^2$.

– Điện trở suất của vật liệu càng nhỏ thì vật liệu đó dẫn điện càng tốt.

4. Sự phụ thuộc của điện trở vào vật liệu làm dây dẫn

Điện trở của các dây dẫn có cùng chiều dài và cùng tiết diện tỉ lệ thuận với điện trở suất của vật liệu làm các dây dẫn.

5. Công thức tính điện trở

Một đoạn dây dẫn có chiều dài l (m), tiết diện S (m^2) và có điện trở suất ρ ($\Omega.m$) thì điện trở của dây được tính bởi công thức:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Ví dụ: Một dây dẫn bằng đồng có điện trở suất là $1,7.10^{-8}\Omega m$, chiều dài 8m, tiết diện $0,4mm^2$ thì điện trở của nó là:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{8}{0,4.10^{-6}} . 1,7.10^{-8} = 0,34\Omega.$$

BIẾN TRỞ – ĐIỆN TRỞ DÙNG TRONG KỸ THUẬT

1. Biến trở

Biến trở là điện trở có thể thay đổi được trị số và có thể sử dụng để điều chỉnh cường độ dòng điện trong mạch.

2. Các loại biến trở thường dùng

Trong đời sống và kỹ thuật người ta thường dùng biến trở có con chạy, biến trở có tay quay và biến trở than (chiết áp).

CÔNG SUẤT ĐIỆN

1. Công suất định mức của dụng cụ dùng điện

Số oát (W) ghi trên một dụng cụ dùng điện cho biết công suất định mức của dụng cụ đó, nghĩa là công suất điện của dụng cụ này khi nó hoạt động bình thường.

2. Công thức tính công suất điện

Công suất điện của một đoạn mạch bằng tích của hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch và cường độ dòng điện qua đoạn mạch đó:

$$P = U.I$$

3. Đơn vị của công suất

Trong công thức $P = U.I$ nếu hiệu điện thế U tính bằng vôn (V), cường độ dòng điện tính bằng ampe thì công suất tính bằng oát (W).

Ngoài ra người ta còn thường dùng đơn vị kilôoát (kW) và mêgaoát (MW):

$$1\text{kW} = 10^3\text{W} = 1000\text{W}$$

$$1\text{MW} = 10^6\text{W} = 1000000\text{W}$$

Ví dụ: Trên một đoạn mạch điện, hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch là $U = 20\text{V}$, cường độ dòng điện trong mạch $I = 2\text{A}$ thì công suất điện của mạch điện là $P = 20.2 = 40\text{W}$.

ĐIỆN NĂNG - CÔNG CỦA DÒNG ĐIỆN

1. Điện năng

Dòng điện có năng lượng vì nó có thể thực hiện công và cung cấp nhiệt lượng. Năng lượng của dòng điện được gọi là điện năng.

2. Công của dòng điện

– Công của dòng điện sản ra trong một đoạn mạch là số đo lượng điện năng chuyển hóa thành các dạng năng lượng khác trong đoạn mạch đó.

Công thức: $A = P.t = U.I.t$

Trong đó P là công suất, t là thời gian dòng điện chạy qua đoạn mạch, A là công do dòng điện sản ra trong thời gian t .

Đơn vị của công là Jun (J).

Công của dòng điện thường dùng đơn vị kWh: $1\text{kWh} = 3600000\text{J}$.

– Trên thực tế, lượng điện năng sử dụng được đo bằng công tơ điện. Mỗi số đếm của công tơ điện cho biết lượng điện năng đã sử dụng là 1 kilôoát giờ (1kWh).

Ví dụ 1:

Một bếp điện có công suất $P = 800\text{W}$, sử dụng trong thời gian $t = 2$ giờ thì điện năng tiêu thụ là: $A = P.t = 800.2 = 1600\text{W.h}$

Nếu tính theo đơn vị kWh thì:

$$A = 1600\text{W.h} = 1,6\text{kWh}$$

Nếu tính theo đơn vị Jun thì:

$$A = 1600\text{W.h} = 1600.3600 = 5760000\text{J}$$

Ví dụ 2:

Khi đặt vào hai đầu vật dẫn một hiệu điện thế $U = 30\text{V}$, cường độ dòng điện chạy qua vật dẫn là $I = 4\text{A}$ thì công của dòng điện trong thời gian $t = 5$ giây là:

$$A = U.I.t = 30.4.5 = 600\text{J}$$

ĐỊNH LUẬT JUN – LENXƠ

1. Phát biểu định luật

Nhiệt lượng tỏa ra ở dây dẫn khi có dòng điện chạy qua thì tỉ lệ thuận với bình phương cường độ dòng điện, tỉ lệ thuận với điện trở của dây dẫn và thời gian dòng điện chạy qua.

Công thức: $Q = I^2.R.t$

Trong đó :

I là cường độ dòng điện; đơn vị ampe (A).

R là điện trở ; đơn vị ôm (Ω).

t là thời gian dòng điện chạy qua dây dẫn; đơn vị giây (s).

Q là nhiệt lượng tỏa ra trên dây dẫn trong thời gian t ; đơn vị Jun (J).

2. Mối quan hệ giữa đơn vị Jun (J) và đơn vị calo (cal)

$$1 \text{ Jun} = 0,24 \text{ calo}$$

$$1 \text{ calo} = 4,18 \text{ Jun}$$

Ví dụ: Cho dòng điện có cường độ $I = 2\text{A}$ chạy qua điện trở $R = 10\Omega$ trong thời gian $t = 5$ giây thì nhiệt lượng toả ra trên điện trở trong thời gian đó là $Q = I^2.R.t = 2^2.10.5 = 200\text{J}$.

Tính theo đơn vị calo là: $Q = 200\text{J} = 200.0,24 = 48 \text{ calo}$

SỬ DỤNG AN TOÀN VÀ TIẾT KIỆM ĐIỆN

1. An toàn điện

Cần phải thực hiện các biện pháp đảm bảo an toàn khi sử dụng điện, nhất là với mạng điện dân dụng vì mạng điện này có hiệu điện thế 220V và có thể gây nguy hiểm tới tính mạng con người.

2. Tiết kiệm điện

– Cần lựa chọn sử dụng các dụng cụ và thiết bị điện có công suất phù hợp và chỉ sử dụng chúng trong thời gian cần thiết.

– Điện năng sản xuất ra cần được sử dụng ngay vì không thể chứa điện năng vào kho để dự trữ. Vào ban đêm lượng điện năng sử dụng nhỏ nhưng các nhà máy điện vẫn phải hoạt động do đó sử dụng điện vào ban đêm cũng là một biện pháp tốt để tiết kiệm điện năng.



Sơ đồ một mạng điện gia đình an toàn

Đây cũng là một biện pháp tiết kiệm điện năng.

Mười lời khuyên an toàn cho việc lắp đặt mạng điện trong nhà

1. Sử dụng cầu dao tự động với đầy đủ hai chức năng bảo vệ quá tải và ngắt mạch ở mỗi nhánh của mạch điện.

2. Mỗi chức năng (chiếu sáng, ổ cắm, thiết bị điện công suất lớn) sử dụng một nhánh điện riêng.

3. Mỗi nhánh dây điện sử dụng tối đa cho 5 tải tiêu thụ.

4. Dùng loại ổ cắm 3 chân có dây nối đất.

5. Sử dụng dây dẫn với các màu khác nhau cho từng loại dây nối đất, dây nguội và dây nóng.
6. Sử dụng role làm thiết bị bảo vệ chống dòng rò.
7. Trong nhà tắm nhất thiết phải có thiết bị chống dòng rò hoặc nối đất.
8. Điện trở dây dẫn nối đất nhỏ hơn 10Ω .
9. Trên các thiết bị điện sử dụng phải có chứng nhận an toàn.
10. Lắp đặt điện phải tuân thủ theo các tiêu chuẩn kĩ thuật về an toàn.

Chương II.

ĐIỆN TỬ HỌC

NAM CHÂM VĨNH CỬU

1. Nam châm vĩnh cửu

Nam châm vĩnh cửu là nam châm mà từ tính của nó không tự bị mất đi. Mỗi nam châm đều có hai cực, khi để nam châm tự do cực luôn chỉ hướng bắc địa lí gọi là cực bắc, còn cực luôn chỉ hướng nam địa lí gọi là cực nam

Kí hiệu các cực của nam châm:

– Kí hiệu theo màu sắc: Cực nam sơn màu đỏ; cực bắc sơn màu xanh.

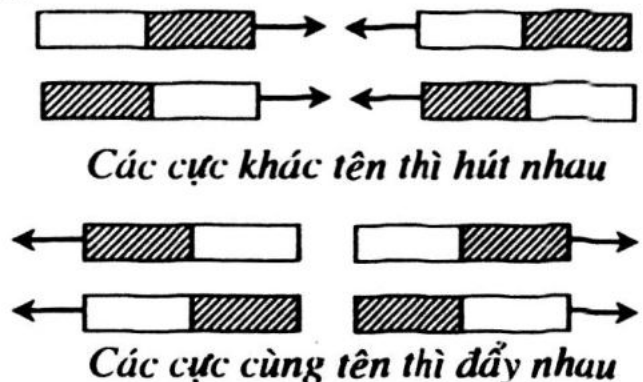
– Kí hiệu bằng chữ: Cực nam viết chữ S; cực bắc viết chữ N như hình 7.



Hình 7

2. Tương tác giữa hai nam châm

Khi đặt hai nam châm gần nhau thì chúng tương tác với nhau: các cực từ cùng tên thì đẩy nhau, các cực từ khác tên thì hút nhau (hình 8).



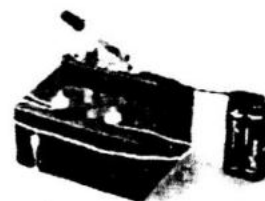
Hình 8

TÁC DỤNG TỪ CỦA DÒNG ĐIỆN. TỪ TRƯỜNG

1. Tác dụng từ của dòng điện

Dòng điện chạy trong dây dẫn thẳng hay dây dẫn có hình dạng bất kì đều tác dụng lực (gọi là lực từ) lên kim nam châm đặt gần nó. Ta nói rằng dòng điện có tác dụng từ.

Trên hình 9 là một thí nghiệm về tác dụng từ của dòng điện. Khi chưa đóng công tắc, chưa có dòng điện chạy qua dây dẫn thì kim nam châm định hướng Bắc – Nam. Khi đóng công tắc cho dòng điện chạy qua dây dẫn thì kim nam châm bị lệch khỏi hướng Bắc – Nam.



Hình 9

2. Từ trường

– Không gian xung quanh nam châm, xung quanh dòng điện có khả năng tác dụng lực từ lên kim nam châm đặt trong nó. Ta nói không gian đó có từ trường.

– Tại mỗi vị trí nhất định trong từ trường của thanh nam châm hoặc của dòng điện, kim nam châm đều chỉ một hướng xác định.

– Để nhận biết trong một vùng không gian có từ trường hay không người ta dùng kim nam châm thử.

TỪ PHỔ – ĐƯỜNG SỨC TỪ. TỪ TRƯỜNG CỦA ỐNG DÂY CÓ DÒNG ĐIỆN CHẠY QUA

1. Từ phổ

– Từ phổ cho ta một hình ảnh trực quan về từ trường.

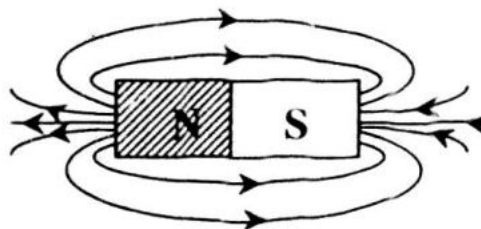
Có thể thu được từ phổ bằng cách rắc mạt sắt lên tấm bìa đặt trong từ trường rồi gõ nhẹ cho các mạt sắt tự sắp xếp trên tấm bìa.

2. Đường sức từ

– Đường sức từ chính là hình ảnh cụ thể của từ trường, đây cũng chính là hình dạng sắp xếp của các mặt sắt trên tấm bìa trong từ trường.

– Các đường sức từ có chiều xác định.

Ở bên ngoài nam châm, chúng là những đường cong có chiều đi ra từ cực bắc và đi vào cực nam như hình vẽ 10.

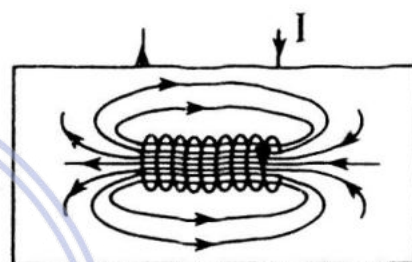


Hình 10

3. Từ phổ, đường sức từ của ống dây có dòng điện chạy qua

– Phần từ phổ ở bên ngoài ống dây có dòng điện chạy qua giống từ phổ bên ngoài của một thanh nam châm.

– Đường sức từ của ống dây có dòng điện chạy qua là những đường cong khép kín như hình vẽ 11:



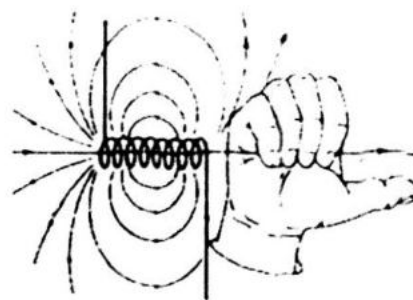
Hình 11

Bên trong lòng ống dây đường sức từ là những đoạn thẳng song song nhau.

– Tại hai đầu ống dây, các đường sức từ có chiều cùng đi vào một đầu và cùng đi ra ở đầu kia. Chính vì vậy, người ta coi hai đầu ống dây có dòng điện chạy qua cũng là hai cực từ: đầu có các đường sức từ đi ra là cực bắc, đầu có các đường sức từ đi vào là cực nam.

4. Quy tắc nắm tay phải (Hình 12)

Nắm ống dây bằng tay phải sao cho bốn ngón tay nắm lại chỉ chiều dòng điện qua ống dây thì ngón tay cái choãi ra chỉ chiều đường sức từ trong lòng ống dây.



Hình 12

SỰ NHIỄM TỪ CỦA SẮT, THÉP.

NAM CHÂM ĐIỆN - ỨNG DỤNG CỦA NAM CHÂM

1. Sự nhiễm từ của sắt và thép

– Khi đặt sắt và thép trong từ trường chúng đều bị nhiễm từ. Trong những điều kiện như nhau, sắt non nhiễm từ mạnh hơn thép, nhưng thép duy trì từ tính tốt hơn.

– Giải thích sự nhiễm từ : Vật được cấu tạo từ các phân tử. Trong mỗi phân tử đều có dòng điện và được xem như một thanh nam châm rất nhỏ. Khi không đặt trong từ trường, các “thanh nam châm nhỏ” sắp xếp hỗn độn: vật không bị nhiễm từ. Khi đặt trong từ trường, các “thanh nam châm nhỏ” sắp xếp có trật tự : vật bị nhiễm từ.

– Nguyên tố nào cũng có tính nhiễm từ. Nhiễm từ mạnh nhất là các nguyên tố: Sắt (thép), kền, coban, gadôlini (gọi chung là nhóm sắt từ).

2. Nam châm điện và nam châm vĩnh cửu

Nam châm điện : Khi có dòng điện chạy qua ống dây có lõi sắt, lõi sắt trở thành một nam châm. Có thể làm tăng lực từ của nam châm điện tác dụng lên một vật bằng cách tăng cường độ dòng điện qua ống dây hoặc tăng số vòng của ống dây.

3. Một số ứng dụng của nam châm

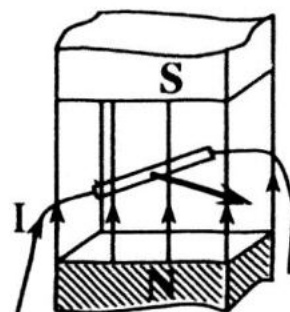
Nam châm điện và nam châm vĩnh cửu được ứng dụng rộng rãi trong đời sống và kĩ thuật : Loa điện, rơle điện từ, chuông báo động, máy phát điện, điện thoại, la bàn, cần cầu điện, các loại máy điện báo, các thiết bị ghi âm, băng từ...

LỰC ĐIỆN TỪ

ĐỘNG CƠ ĐIỆN MỘT CHIỀU

1. Lực từ tác dụng lên dây dẫn có dòng điện

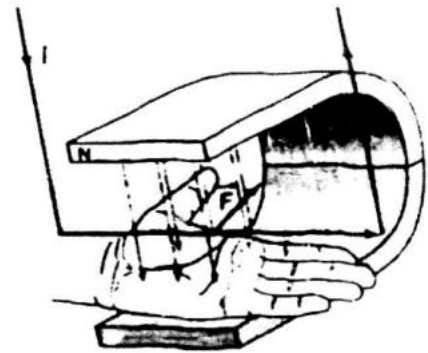
Một đoạn dây dẫn có dòng điện đặt trong từ trường và không song song với đường cảm ứng từ, thì có lực tác dụng lên nó như hình 13.



Hình 13

2. Quy tắc bàn tay trái

Đặt bàn tay trái sao cho các đường sức từ đi xuyên vào lòng bàn tay, chiều từ cổ tay đến ngón tay chỉ chiều dòng điện thì ngón cái choãi ra 90° chỉ chiều của lực điện từ. (Xem hình 14).



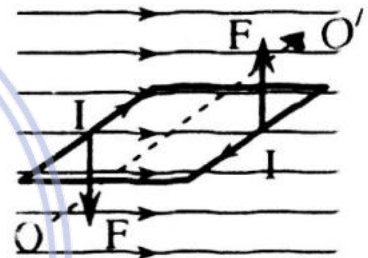
Hình 14

3. Lực từ tác dụng lên khung dây dẫn có dòng điện

– Khung dây dẫn có dòng điện đặt trong từ trường thì có lực từ tác dụng lên nó (hình 15).

– Lực tác dụng lên khung dây ABCD có dòng điện làm cho khung quay quanh trục OO' .

Trừ một vị trí duy nhất lực từ không làm quay khung đó là khi mặt phẳng khung vuông góc với đường cảm ứng từ gọi là mặt phẳng trung hòa.



Hình 15

4. Động cơ điện một chiều

– Động cơ điện một chiều là thiết bị biến điện năng của dòng điện một chiều thành cơ năng.

– Động cơ hoạt động dựa trên cơ sở lực điện từ của từ trường tác dụng lên khung dây có dòng điện chạy qua.

– Cấu tạo của động cơ điện một chiều gồm hai phần chính là nam châm tạo ra từ trường và khung dây dẫn có dòng điện chạy qua.



Hình 16

Trong động cơ điện một chiều, bộ phận quay gọi là rôto, bộ phận đứng yên là stato. Bộ phận đổi chiều dòng điện khi khung dây đi qua mặt phẳng trung hòa gọi là cổ góp điện (Hình 16).

HIỆN TƯỢNG CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ. ĐIỀU KIỆN XUẤT HIỆN DÒNG ĐIỆN CẢM ỨNG

1. Hiện tượng cảm ứng điện từ

– Có nhiều cách dùng nam châm để tạo ra dòng điện trong một cuộn dây dẫn kín. Dòng điện được tạo ra theo cách đó gọi là dòng điện cảm ứng.

– Hiện tượng xuất hiện dòng điện cảm ứng gọi là hiện tượng cảm ứng điện từ.

– Hiện tượng cảm ứng điện từ là một trong những phát minh vĩ đại nhất của nhà vật lí người Anh Maicơn Pharadây vào nửa đầu thế kỉ 19.

2. Điều kiện xuất hiện dòng điện cảm ứng

Điều kiện xuất hiện dòng điện cảm ứng trong một dây dẫn kín là số đường sức từ xuyên qua tiết diện S của cuộn dây biến thiên.

Một cách tổng quát, dòng điện cảm ứng xuất hiện khi thỏa mãn các điều kiện sau:

– Khi mạch điện kín hay một phần mạch điện kín chuyển động trong từ trường và cắt các đường cảm ứng từ.

– Khi mạch điện kín không chuyển động trong từ trường nhưng từ trường xuyên qua mạch điện đó là từ trường biến đổi theo thời gian.

DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU. MÁY PHÁT ĐIỆN XOAY CHIỀU

1. Chiều của dòng điện cảm ứng

Khi số đường sức từ qua tiết diện S của cuộn dây tăng thì dòng điện cảm ứng trong cuộn dây có chiều ngược với chiều dòng điện cảm ứng khi số đường sức từ qua tiết diện đó giảm.

2. Dòng điện xoay chiều

Dòng điện luân phiên đổi chiều gọi là dòng điện xoay chiều.

3. Cách tạo ra dòng điện xoay chiều

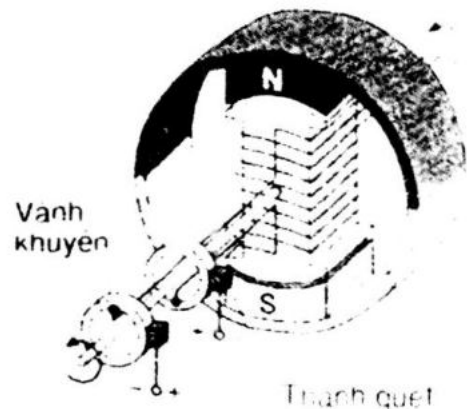
– Khi cho cuộn dây dẫn kín quay trong từ trường của nam châm hay cho nam châm quay trước cuộn dây dẫn thì trong cuộn dây xuất hiện dòng điện cảm ứng xoay chiều.

– Trong kĩ thuật, dòng điện xoay chiều được tạo ra từ máy phát điện xoay chiều.

4. Cấu tạo và hoạt động của máy phát điện xoay chiều

Các máy phát điện xoay chiều đều có hai bộ phận chính là nam châm tạo ra từ trường và cuộn dây.

Một trong hai bộ phận đó đứng yên gọi là stato, bộ phận còn lại quay được gọi là rôto như hình vẽ.



5. Máy phát điện xoay chiều trong kĩ thuật

– Máy phát điện trong công nghiệp có thể cho dòng điện có cường độ đến 2000A và hiệu điện thế đến 25000V, công suất đến 300MW. Ở Việt Nam các máy phát điện lớn trong lưới điện quốc gia đều có tần số 50Hz.

– Trong kĩ thuật có nhiều cách làm cho rôto của máy phát điện quay, chẳng hạn như dùng động cơ nổ, dùng tua bin nước, dùng cánh quạt gió. Để lấy dòng điện ra ngoài người ta dùng bộ góp.

CÁC TÁC DỤNG CỦA DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU. ĐO CƯỜNG ĐỘ VÀ HIỆU ĐIỆN THẾ XOAY CHIỀU

1. Các tác dụng của dòng điện xoay chiều

Giống như dòng điện một chiều, dòng điện xoay chiều cũng có các tác dụng như:

- Tác dụng nhiệt.
- Tác dụng quang.
- Tác dụng từ.

Một điểm khác với dòng điện một chiều là đối với dòng điện xoay chiều, khi dòng điện đổi chiều thì lực từ tác dụng lên nam châm cũng đổi chiều.

2. Đo cường độ và hiệu điện thế của mạch điện xoay chiều

Để đo hiệu điện thế và cường độ dòng điện của dòng điện xoay chiều người ta dùng vôn kế và ampe kế có kí hiệu là AC hay (~).

Đặc điểm:

- Kết quả đo không thay đổi khi ta đổi chỗ hai chốt của phích cắm vào ổ lấy điện.
- Khi đo cường độ dòng điện và hiệu điện thế xoay chiều, giá trị đo chỉ giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện và hiệu điện thế xoay chiều.

TRUYỀN TẢI ĐIỆN NĂNG ĐI XA MÁY BIẾN THẾ

1. Hao phí điện năng trên đường dây truyền tải điện

- Khi truyền tải điện năng đi xa bằng đường dây dẫn sẽ có một phần điện năng hao phí do hiện tượng tỏa nhiệt trên đường dây.
- Công suất hao phí do tỏa nhiệt trên đường dây dẫn tỉ lệ nghịch với bình phương hiệu điện thế đặt vào hai đầu đường dây dẫn.

Công thức: $P_{hp} = \frac{P^2}{U^2} R$.

Trong đó :

P_{hp} là công suất hao phí trên đường dây tải điện.

P là công suất của nhà máy điện.

U là hiệu điện thế hai đầu đường dây tải điện.

R là điện trở của dây tải điện.

Ví dụ:

Công suất của nhà máy phát điện là 10000kW, hiệu điện thế ở hai đầu dây tải điện tại nhà máy là $U = 500kV$, điện trở tổng cộng của đường dây tải điện 20Ω thì công suất hao phí trên đường dây tải điện là:

$$P_{hp} = \frac{P^2}{U^2} R = \frac{10000000^2}{50000^2} 20 = 800kW$$

2. Biện pháp làm giảm hao phí điện năng trên đường dây tải điện

Để giảm hao phí trên đường dây tải điện, cách tốt nhất đang được áp dụng hiện nay là tăng hiệu điện thế đặt vào hai đầu đường dây.

3. Cấu tạo và hoạt động của máy biến thế

– Máy biến thế là thiết bị dùng để tăng hoặc giảm hiệu điện thế của dòng điện xoay chiều.

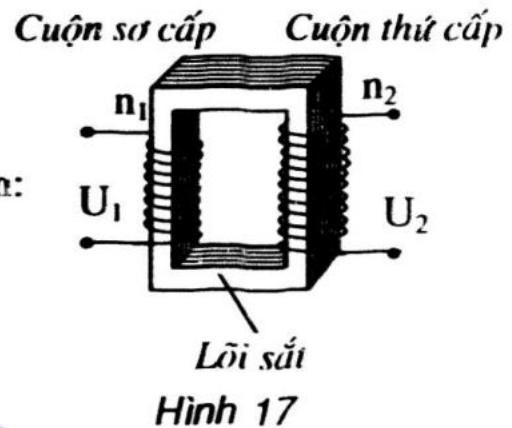
– Bộ phận chính của máy biến thế gồm:

+ Hai cuộn dây dẫn có số vòng khác nhau, đặt cách điện với nhau. Cuộn dây nối với mạng điện gọi là cuộn sơ cấp, cuộn dây lấy hiệu điện thế ra sử dụng gọi là cuộn thứ cấp. (Hình 17)

+ Một lõi sắt chung cho cả hai cuộn dây.

– Đặt một hiệu điện thế xoay chiều (U_1) vào hai đầu cuộn dây sơ cấp của máy biến thế thì ở hai đầu cuộn dây thứ cấp xuất hiện một hiệu điện thế xoay chiều (U_2).

– Tỷ số giữa hiệu điện thế ở hai đầu các cuộn dây của máy biến thế bằng tỷ số giữa số vòng dây của các cuộn dây đó: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}$.



Với n_1 , U_1 là số vòng dây và hiệu điện thế đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp; n_2 , U_2 là số vòng dây và hiệu điện thế ở hai đầu cuộn thứ cấp.

Ví dụ: Cuộn sơ cấp của máy biến thế có 4000 vòng dây, cuộn thứ cấp có 2000 vòng dây.

Nếu đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp một hiệu điện thế $U_1 = 220V$ thì hiệu điện thế ở hai đầu cuộn thứ cấp là:

$$U_2 = \frac{n_2}{n_1} U_1 = \frac{2000}{4000} \cdot 220 = 110V$$

4. Vai trò của máy biến thế trong truyền tải điện năng đi xa

Để giảm hao phí trên đường dây tải điện cần có hiệu điện thế rất lớn (hàng trăm ngàn vôn), nhưng đến nơi sử dụng điện lại chỉ cần hiệu điện thế thích hợp (220V), chính vì vậy máy biến thế có vai trò to lớn trong việc truyền tải điện năng đi xa.

Ở hai đầu đường dây tải điện, người ta đặt hai loại máy biến thế có nhiệm vụ khác nhau: Đầu đường dây tải điện, đặt máy biến thế có nhiệm vụ tăng hiệu điện thế, đến nơi sử dụng điện đặt máy biến thế có nhiệm vụ giảm hiệu điện thế đến mức phù hợp.

Chương III.

QUANG HỌC

HIỆN TƯỢNG KHÚC XẠ ÁNH SÁNG. QUAN HỆ GIỮA GÓC TỚI VÀ GÓC - KHÚC XẠ

1. Hiện tượng khúc xạ ánh sáng

Hiện tượng tia sáng truyền từ môi trường trong suốt này sang môi trường trong suốt khác bị gãy khúc tại mặt phân cách giữa hai môi trường được gọi là hiện tượng khúc xạ ánh sáng.

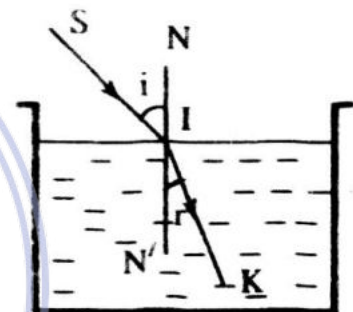
Trên hình 18 ta quy ước gọi:

SI là tia tới ; IK là tia khúc xạ.

I là điểm tới ; IN là pháp tuyến tại điểm tới.

Góc $\widehat{SIN} = i$ là góc tới.

Góc $\widehat{KIN'} = r$ là góc khúc xạ.



Hình 18

2. Sự khúc xạ của tia sáng khi truyền từ nước sang không khí

– Khi tia sáng truyền từ không khí sang nước thì góc khúc xạ nhỏ hơn góc tới.

– Khi tia sáng truyền từ nước sang không khí thì góc khúc xạ lớn hơn góc tới.

3. Sự thay đổi góc khúc xạ theo góc tới

Khi tia sáng đi từ không khí sang các môi trường trong suốt rắn, lỏng khác nhau thì góc khúc xạ nhỏ hơn góc tới và ngược lại.

Khi góc tới tăng (hoặc giảm) thì góc khúc xạ cũng tăng (hoặc giảm) theo.

Khi góc tới bằng 0° thì góc khúc xạ cũng bằng 0° , tia sáng không bị gãy khúc.

THẤU KÍNH HỘI TỤ. ẢNH CỦA VẬT TẠO BỞI THẤU KÍNH HỘI TỤ

1. Đặc điểm của thấu kính hội tụ

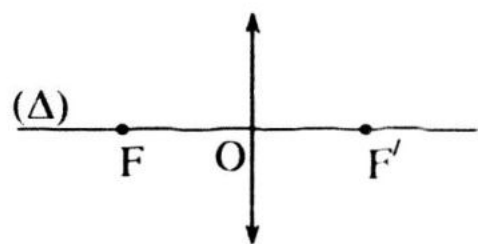
– Thấu kính hội tụ được làm bằng vật liệu trong suốt, được giới hạn bởi hai mặt cầu (một trong hai mặt có thể là mặt phẳng). Phần rìa ngoài mỏng hơn phần chính giữa.

– Mỗi thấu kính đều có trục chính, quang tâm, tiêu điểm và tiêu cự.

Trên hình vẽ 19 ta quy ước gọi:

(Δ) là trục chính ; O là quang tâm.

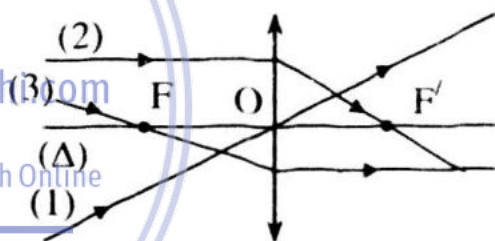
F và F' là các tiêu điểm. Khoảng cách $OF = OF' = f$ gọi là tiêu cự của thấu kính.



Hình 19

2. Đường truyền của một số tia sáng qua thấu kính hội tụ (hình 20)

– Một chùm tia tới song song với trục chính của thấu kính hội tụ cho chùm tia ló hội tụ tại tiêu điểm của thấu kính.



Hình 20

– Đường truyền của một số tia sáng đặc biệt:

- + Tia tới qua quang tâm cho tia ló tiếp tục truyền thẳng (1).
- + Tia tới song song với trục chính cho tia ló đi qua tiêu điểm (2).
- + Tia tới qua tiêu điểm cho tia ló song song với trục chính (3).

3. Cách dựng ảnh của vật qua thấu kính hội tụ

a. Dựng ảnh của điểm sáng S tạo bởi thấu kính hội tụ

– Từ S ta dựng hai tia (trong ba tia đặc biệt) đến thấu kính, sau đó vẽ hai tia ló ra khỏi thấu kính.

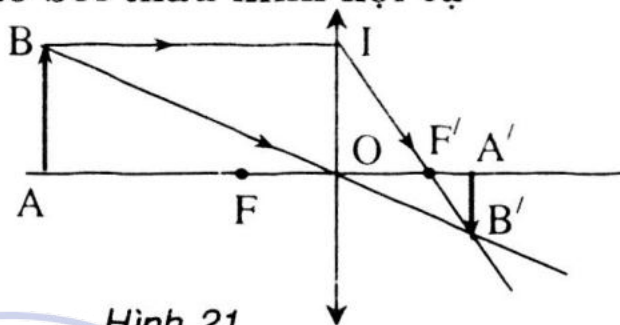
– Nếu hai tia ló cắt nhau thực sự thì giao điểm cắt nhau đó chính là ảnh thật S' của S, nếu hai tia ló không cắt nhau thực sự mà có đường kéo dài của chúng cắt nhau, thì giao điểm cắt nhau đó chính là ảnh ảo S' của S qua thấu kính.

b. Dựng ảnh của vật sáng AB tạo bởi thấu kính hội tụ

Muốn dựng ảnh $A'B'$ của AB qua thấu kính (AB vuông góc với thấu kính, A nằm trên trục chính), chỉ cần dựng ảnh B' của B bằng hai trong ba tia sáng đặc biệt, sau đó từ B' hạ vuông góc xuống trục chính ta có ảnh A' của A.

4. Đặc điểm ảnh của một vật tạo bởi thấu kính hội tụ

– Vật đặt ngoài khoảng tiêu cự cho ảnh thật ngược chiều với vật. (Hình 21)



Hình 21

Khi vật đặt rất xa thấu kính thì ảnh thật có vị trí cách thấu kính một khoảng bằng tiêu cự.

– Vật đặt trong khoảng tiêu cự cho ảnh ảo lớn hơn vật và cùng chiều với vật. (Hình 22)



Hình 22

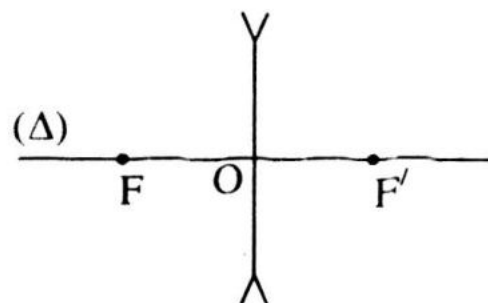
THẤU KÍNH PHÂN KÌ – ẢNH CỦA VẬT TẠO BỞI THẤU KÍNH PHÂN KÌ

1. Đặc điểm của thấu kính phân kì

– Thấu kính phân kì được làm bằng vật liệu trong suốt, được giới hạn bởi hai mặt cầu (một trong hai mặt có thể là mặt phẳng). Phần rìa ngoài dày hơn phần chính giữa.

– Mỗi thấu kính phân kì đều có trục chính, quang tâm, tiêu điểm và tiêu cự.

Trên hình vẽ 23 ta quy ước gọi:
 (Δ) là trục chính ; O là quang tâm.
 F và F' là các tiêu điểm.
 Khoảng cách $OF = OF' = f$ gọi là
 tiêu cự của thấu kính.



Hình 23

2. Đường truyền của một số tia sáng qua thấu kính phân kì (hình 24)

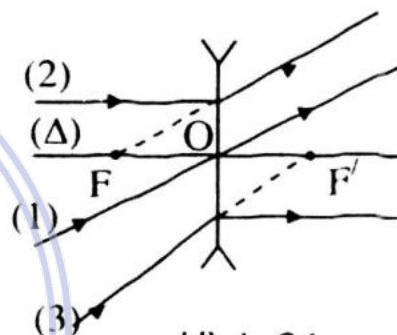
– Một chùm tia tới song song với trục chính của thấu kính phân kì cho chùm tia ló có đường kéo dài cắt nhau tại tiêu điểm của thấu kính.

– Đường truyền của một số tia sáng đặc biệt:

+ Tia tới qua quang tâm O cho tia ló tiếp tục truyền thẳng (1).

+ Tia tới song song với trục chính cho tia ló có đường kéo dài đi qua tiêu điểm F (2).

+ Tia tới hướng tới tiêu điểm F' cho tia ló song song với trục chính (3).



Hình 24

3. Cách dựng ảnh của vật qua thấu kính phân kì

a. Dựng ảnh của điểm sáng S tạo bởi thấu kính phân kì

– Từ S ta dựng hai tia (trong ba tia đặc biệt) đến thấu kính, sau đó vẽ hai tia ló ra khỏi thấu kính.

– Hai tia ló không cắt nhau thực sự mà có đường kéo dài của chúng cắt nhau, giao điểm cắt nhau đó chính là ảnh ảo S' của S qua thấu kính.

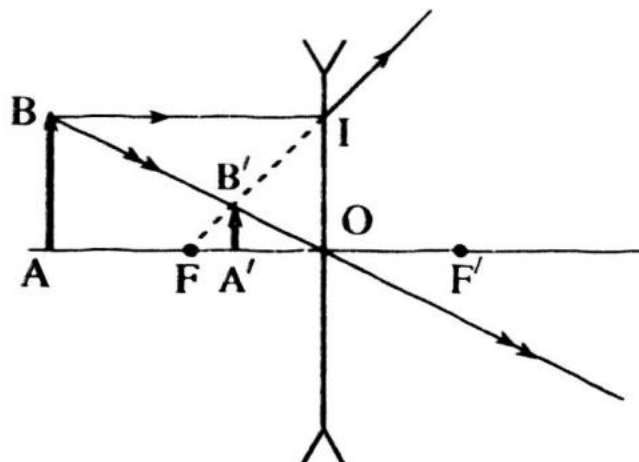
b. Dựng ảnh của vật sáng AB tạo bởi thấu kính phân kì

Muốn dựng ảnh A'B' của AB qua thấu kính (AB vuông góc với thấu kính, A nằm trên trục chính), chỉ cần dựng ảnh B' của B bằng hai trong ba tia sáng đặc biệt, sau đó từ B' hạ vuông góc xuống trục chính ta có ảnh A' của A.

4. Đặc điểm ảnh của một vật tạo bởi thấu kính phân kì

– Vật sáng đặt ở mọi vị trí trước thấu kính phân kì đều cho ảnh ảo, cùng chiều, nhỏ hơn vật và luôn nằm trong khoảng tiêu cự của thấu kính. (Xem hình 25)

Vật đặt rất xa thấu kính, ảnh ảo của vật có vị trí cách thấu kính một khoảng bằng tiêu cự.



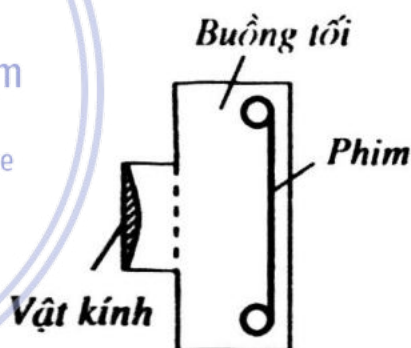
Hình 25

SỰ TẠO ẢNH TRONG PHIM CỦA MÁY ẢNH

1. Cấu tạo của máy ảnh

Máy ảnh là một dụng cụ dùng để thu ảnh một vật mà ta muốn chụp trên một phim.

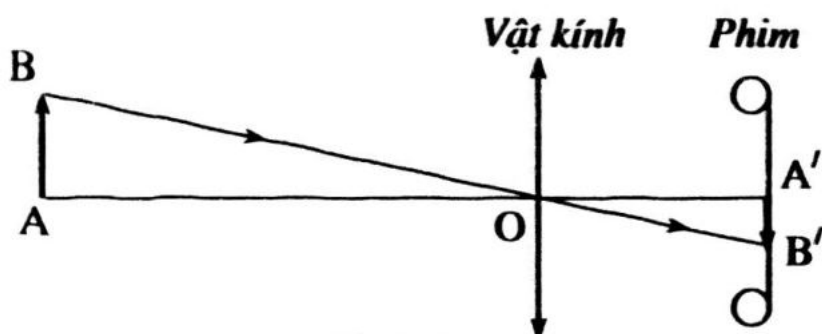
Hai bộ phận chính của máy ảnh là vật kính và buồng tối. Vật kính là một thấu kính hội tụ, trong buồng tối có lắp phim (đóng vai trò là màn) để thu ảnh của vật trên đó như hình vẽ 26.



Hình 26

2. Ảnh của một vật trên phim

Ảnh của vật trên phim luôn là ảnh thật, ngược chiều và nhỏ hơn vật. (Xem hình 27).



Hình 27

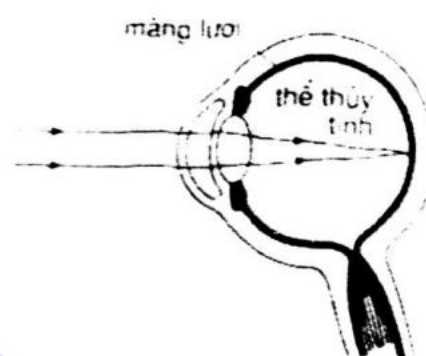
MẮT

MẮT CẬN THỊ VÀ MẮT LÃO

1. Cấu tạo của mắt về mặt quang học

Hai bộ phận quan trọng nhất của mắt là thể thủy tinh và màng lưới (còn gọi là võng mạc).

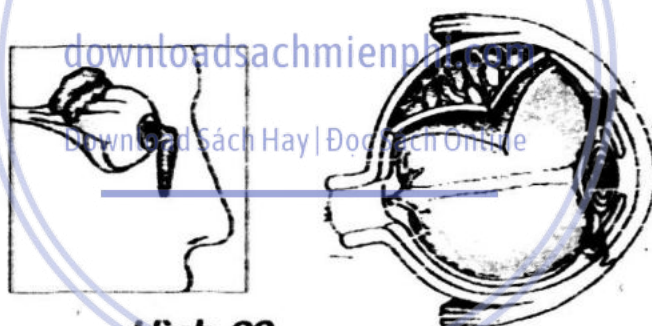
+ Thể thủy tinh là một thấu kính hội tụ bằng một chất trong suốt và mềm, nó dễ dàng phồng lên hay dẹt xuống khi cơ vòng dãn nó bóp lại hay dãn ra làm cho tiêu cự của nó thay đổi. (hình 28)



Hình 28

+ Màng lưới là một màng ở đáy mắt, tại đó ảnh của vật mà ta nhìn thấy sẽ hiện lên rõ nét.

Trên thực tế, mắt có cấu tạo phức tạp hơn nhiều (xem hình 29)



Hình 29

2. Sự điều tiết của mắt

Để nhìn rõ vật ở những khoảng cách khác nhau thì ảnh của vật luôn phải hiện rõ nét trên màng lưới. Cơ vòng dãn thể thủy tinh đã phải co dãn một chút làm thay đổi tiêu cự của nó, quá trình này gọi là sự điều tiết của mắt. Sự điều tiết xảy ra hoàn toàn tự nhiên.

3. Điểm cực cận và điểm cực viễn

– Điểm xa mắt nhất mà khi có vật ở đó, mắt không điều tiết có thể nhìn rõ vật gọi là điểm cực viễn (kí hiệu C_v).

– Điểm gần mắt nhất mà khi có vật ở đó, mắt còn có thể nhìn rõ vật (khi điều tiết tối đa) gọi là điểm cực cận (kí hiệu C_c).

4. Mắt cận thị

– Mắt cận thị là mắt có thể nhìn rõ những vật ở gần, nhưng không nhìn rõ được những vật ở xa.

– Để khắc phục tật cận thị, người cận thị phải đeo kính để có thể nhìn rõ những vật ở xa. Kính cận thị là thấu kính phân kì. Kính cận thị thích hợp có tiêu điểm F trùng với điểm cực viễn (C_v) của mắt.

5. Mắt lão

– Mắt lão là mắt có thể nhìn rõ những vật ở xa, nhưng không nhìn rõ được những vật ở gần.

– Để khắc phục tật mắt lão, người mắt lão phải đeo kính để có thể nhìn rõ những vật ở gần như mắt người bình thường. Kính lão là thấu kính hội tụ.

KÍNH LÚP

1. Kính lúp là gì?

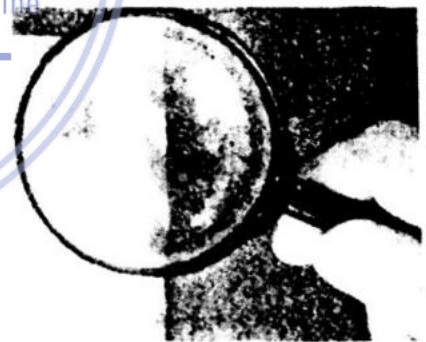
– Kính lúp là một thấu kính hội tụ có tiêu cự ngắn. Người ta dùng kính lúp để quan sát các vật nhỏ. (hình 30).

– Mỗi kính lúp có một độ bội giác (kí hiệu G) được ghi trên vành kính bằng các con số như $2\times$, $3\times$, $5\times$...

Độ bội giác của kính lúp cho biết khi dùng kính ta có thể thấy được một ảnh lớn lên gấp bao nhiêu lần (tính theo góc) so với khi quan sát trực tiếp vật mà không dùng kính.

– Giữa độ bội giác G và tiêu cự f (đo bằng cm) có hệ thức:

$$G = \frac{25}{f}.$$



Hình 30

2. Cách quan sát một vật nhỏ qua kính lúp

Khi quan sát một vật nhỏ qua kính lúp, ta phải đặt vật trong khoảng tiêu cự của kính sao cho thu được một ảnh ảo lớn hơn vật. Mắt nhìn thấy ảnh ảo đó.

ÁNH SÁNG TRẮNG. ÁNH SÁNG MÀU

SỰ PHÂN TÍCH ÁNH SÁNG TRẮNG.

SỰ TRỘN CÁC ÁNH SÁNG MÀU

1. Các nguồn phát ánh sáng trắng

– Mặt Trời là nguồn phát ánh sáng trắng rất mạnh, ánh sáng Mặt Trời đến mắt ta lúc ban ngày (trừ lúc bình minh và hoàng hôn) là ánh sáng trắng.

– Các đèn dây tóc nóng sáng như bóng đèn pha xe ô tô, xe máy, bóng đèn pin, các bóng đèn tròn ... cũng là các nguồn phát ánh sáng trắng.

2. Các nguồn phát ánh sáng màu

– Các đèn LED phát ra ánh sáng màu, có đèn phát ra ánh sáng màu đỏ, có đèn phát ra ánh sáng màu xanh, có đèn phát ra ánh sáng màu vàng, có đèn phát ra ánh sáng màu lục.

– Bút lade thường dùng phát ra ánh sáng màu đỏ. Các đèn ống phát ra ánh sáng màu đỏ, màu vàng, ... thường dùng trong quảng cáo.

3. Tạo ánh sáng màu bằng các tấm lọc màu

Tấm lọc màu có thể là một tấm kính màu, giấy bóng kính có màu, tấm nhựa trong có màu hay một lớp nước màu ... Khi ta đặt tấm lọc màu chắn chùm ánh sáng trắng thì ánh sáng chiếu qua được tấm lọc màu sẽ có màu của tấm lọc mà ta đang sử dụng.

4. Phân tích một chùm ánh sáng trắng bằng lăng kính

Lăng kính là một khối thủy tinh trong suốt hình lăng trụ có ba mặt phẳng, ba đường gờ của nó song song với nhau gọi là ba cạnh của lăng kính. Một chùm ánh sáng trắng hẹp sau khi qua lăng kính sẽ bị phân tích ra thành rất nhiều màu sắc khác nhau.

5. Phân tích một chùm ánh sáng trắng bằng sự phản xạ trên đĩa CD

Khi cho một chùm ánh sáng trắng phản xạ trên mặt ghi của một đĩa CD, chùm ánh sáng phản xạ cũng được phân tích thành rất nhiều màu sắc khác nhau.

Kết luận

Trong chùm ánh sáng trắng có chứa nhiều chùm sáng màu khác nhau.

6. Thế nào là trộn các ánh sáng màu với nhau?

– Ta có thể trộn hai hay nhiều ánh sáng màu với nhau bằng cách chiếu đồng thời các chùm ánh sáng đó vào cùng một chỗ trên một màn ảnh màu trắng. Màu của màn ảnh ở chỗ đó là màu mà ta thu được khi trộn các ánh sáng màu nói trên với nhau.

7. Một số kết quả quan trọng trong việc trộn ánh sáng màu

– Có thể trộn hai hay nhiều ánh sáng màu khác nhau để thu được một màu mới hẳn.

– Đặc biệt có thể trộn các ánh sáng đỏ, lục và lam với nhau để được ánh sáng trắng. Nếu trộn ba màu này với độ mạnh yếu khác nhau, ta sẽ thu được đủ mọi màu trong tự nhiên.

– Trộn các ánh sáng có màu từ đỏ đến tím lại với nhau, ta được ánh sáng trắng.

MÀU SẮC CÁC VẬT CÁC TÁC DỤNG CỦA ÁNH SÁNG

downloadsachmienphi.com

1. Vật màu trắng, vật màu đỏ, vật màu xanh và vật màu đen

- Khi có ánh sáng đi từ vật vào mắt thì ta sẽ nhìn thấy vật.
- Khi nhìn thấy vật có màu nào (trừ màu đen) thì có ánh sáng màu đó đi từ vật vào mắt ta.

2. Khả năng tán xạ ánh sáng màu của các vật

Các vật màu thông thường là các vật không tự phát ra ánh sáng, chúng chỉ có khả năng tán xạ (hắt lại theo mọi phương) ánh sáng chiếu đến chúng.

- Vật màu trắng có khả năng tán xạ tất cả các ánh sáng màu.
- Vật có màu nào thì tán xạ mạnh ánh sáng màu đó, nhưng tán xạ kém ánh sáng các màu khác.
- Vật màu đen không có khả năng tán xạ bất kì ánh sáng màu nào.

3. Tác dụng nhiệt của ánh sáng

– Ánh sáng khi chiếu vào các vật sẽ làm cho các vật đó nóng lên. Khi đó năng lượng ánh sáng đã bị biến thành nhiệt năng. Đó là tác dụng nhiệt của ánh sáng.

– Trong tác dụng nhiệt của ánh sáng, các vật có màu tối hấp thụ năng lượng ánh sáng mạnh hơn các vật có màu sáng.

4. Tác dụng sinh học của ánh sáng

Ánh sáng có thể gây ra một số biến đổi nhất định ở các sinh vật. Đó là tác dụng sinh học của ánh sáng.

– Trong tác dụng này năng lượng ánh sáng đã biến thành một số dạng năng lượng cần thiết cho cơ thể sinh vật.

5. Tác dụng quang điện của ánh sáng

Một số thiết bị có thể phát điện khi có ánh sáng chiếu vào nó (gọi là pin quang điện). Tác dụng của ánh sáng lên pin quang điện gọi là tác dụng quang điện.

Chương IV. SỰ BẢO TOÀN VÀ CHUYỂN HOÁ NĂNG LƯỢNG



NĂNG LƯỢNG.

ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN NĂNG LƯỢNG

1. Năng lượng

Ta nhận biết được một vật có năng lượng khi vật đó có khả năng thực hiện công (cơ năng) hay làm nóng các vật khác (nhiệt năng).

2. Các dạng năng lượng và sự chuyển hóa năng lượng

– Con người có thể nhận biết được các dạng năng lượng như hóa năng, quang năng, điện năng khi chúng chuyển hóa thành cơ năng hay nhiệt năng.

– Mọi quá trình biến đổi trong tự nhiên đều kèm theo sự biến đổi năng lượng từ dạng này sang dạng khác.

3. Hiệu suất của các thiết bị chuyển hóa năng lượng

a. Biến đổi thế năng thành động năng và ngược lại

Trong các quá trình cơ học, cơ năng không tự sinh ra thêm, phần hao hụt đi đã biến đổi thành dạng năng lượng khác. Nếu tăng thêm là do vật ở bên ngoài hệ cung cấp, nếu hụt đi là đã truyền cho vật khác.

b. Biến đổi cơ năng thành điện năng và ngược lại

Trong các máy điện, cơ năng có thể chuyển hóa thành điện năng và ngược lại. Phần năng lượng hữu ích thu được cuối cùng bao giờ cũng nhỏ hơn phần năng lượng ban đầu cung cấp cho máy. Phần năng lượng hao hụt đi đã biến đổi thành dạng năng lượng khác.

4. Định luật bảo toàn năng lượng

Năng lượng không tự sinh ra hoặc tự mất đi mà chỉ biến đổi từ dạng này sang dạng khác hoặc truyền từ vật này sang vật khác.

SẢN XUẤT ĐIỆN NĂNG. NHIỆT ĐIỆN. THỦY ĐIỆN ĐIỆN GIÓ ĐIỆN MẶT TRỜI VÀ ĐIỆN HẠT NHÂN

1. Nhiệt điện

Trong nhà máy nhiệt điện, năng lượng của nhiên liệu bị đốt cháy được chuyển hóa thành điện năng.

2. Thủy điện

Trong nhà máy thủy điện, thế năng của nước trong hồ chứa được chuyển hóa thành điện năng.

3. Máy phát điện gió

Trong máy phát điện gió, năng lượng của sức gió đã biến đổi lần lượt qua các bộ phận của máy để cuối cùng thành điện năng.

4. Pin mặt trời

Pin mặt trời là những tấm phẳng làm bằng chất silicon. Nếu chiếu ánh sáng Mặt Trời vào tấm đó thì năng lượng của ánh sáng Mặt Trời sẽ trực tiếp chuyển hóa thành điện năng.

5. Nhà máy điện hạt nhân

Nhà máy điện hạt nhân biến đổi năng lượng hạt nhân thành năng lượng điện. Nhà máy điện hạt nhân có thể cho công suất rất lớn nhưng phải được bảo vệ cẩn thận tránh để rò rỉ chất thải hạt nhân gây nguy hiểm chết người.

PHẦN 3 HOÁ HỌC

LỚP 8

Chương I.

CHẤT – NGUYÊN TỬ NGUYÊN TỐ HÓA HỌC – PHÂN TỬ

1. Chất

- Chất có ở khắp nơi, ở đâu có vật thể là có chất. Mỗi chất có những tính chất vật lí và hóa học nhất định.
- Hỗn hợp: Nhiều chất trộn lẫn vào nhau gọi là hỗn hợp.
- Chất tinh khiết: Chất không có lẫn chất khác (chất tinh khiết còn gọi là chất nguyên chất).
- Nước tự nhiên gồm nhiều chất trộn lẫn, là một hỗn hợp; nước cất là chất tinh khiết.
- Dựa vào sự khác nhau về tính chất để tách một chất ra khỏi hỗn hợp.

2. Nguyên tử, phân tử

Nguyên tử là hạt vô cùng nhỏ và trung hòa về điện. Nguyên tử gồm hạt nhân mang điện tích dương và vỏ tạo bởi những electron mang điện tích âm.

- Hạt nhân nguyên tử tạo bởi proton (p) và nơtron (n).
- Trong mỗi nguyên tử, số proton (p) bằng số electron (e).
- Electron luôn chuyển động quanh hạt nhân và sắp xếp thành từng lớp.

Trong các phản ứng hóa học, nguyên tử được bảo toàn, không bị chia nhỏ hơn.

* Đặc điểm các loại hạt cấu tạo nên nguyên tử:

Loại hạt	Kí hiệu	Điện tích	Khối lượng (m)
Proton	p	+1	$m_p \approx 1 \text{ đvC}$ $m_p \approx 1,6726.10^{-27} \text{ kg}$
Nơtron	n	0	$m_n \approx 1 \text{ đvC}$ $m_n \approx 1,6748.10^{-27} \text{ kg}$

Loại hạt	Kí hiệu	Điện tích	Khối lượng (m)
Electron	e	-1	$m_e \approx 0,000549 \text{ đvC}$ $m_e \approx 9,11.10^{-31} \text{ kg}$

– Phân tử: Phân tử là hạt gồm một số nguyên tử liên kết với nhau tạo thành và thể hiện đầy đủ tính chất hóa học của chất.

Trong các phản ứng hóa học, liên kết giữa các nguyên tử trong phân tử thay đổi làm cho phân tử này biến đổi thành phân tử khác.

3. Nguyên tố hóa học

– Nguyên tố hóa học là tập hợp những nguyên tử cùng loại, có cùng số proton trong hạt nhân. Số p là số đặc trưng của một nguyên tố.

– Kí hiệu hóa học biểu diễn nguyên tố và biểu diễn một nguyên tử của nguyên tố đó.

Mỗi nguyên tố được biểu diễn bằng một hay hai chữ cái, trong đó chữ cái đầu được viết ở dạng chữ in hoa, gọi là kí hiệu hóa học.

Ví dụ: Kí hiệu của nguyên tố hiđro là H, nguyên tố đồng là Cu, nguyên tố nitơ là N...

Theo quy ước mỗi kí hiệu còn chỉ một nguyên tử của nguyên tố (kí hiệu hóa học được quy định dùng thống nhất trên thế giới).

– Mỗi nguyên tố hóa học được biểu diễn ngắn gọn bằng một kí hiệu hóa học.

– Đến nay khoa học đã biết được trên 110 nguyên tố. Trong số này, 92 nguyên tố có trong tự nhiên (kể cả ở Trái Đất, trên Mặt Trời, Mặt Trăng, một số ngôi sao...) số còn lại do con người tổng hợp được gọi là nguyên tố nhân tạo.

– Các nguyên tố tự nhiên có trong vỏ Trái Đất rất không đồng đều, oxi là nguyên tố chiếm gần nửa khối lượng Trái Đất.

– Bốn nguyên tố thiết yếu nhất cho sinh vật là C, H, O và N. Trong đó hai nguyên tố cacbon và nitơ là hai nguyên tố chiếm tỉ lệ rất nhỏ trong vỏ Trái Đất: C (0,08%) và N (0,03%).

4. Nguyên tử khối, phân tử khối

a. Nguyên tử khối

– Nguyên tử khối (NTK) cho biết độ nặng nhẹ khác nhau giữa các nguyên tử và là đại lượng đặc trưng cho mỗi nguyên tố.

– Nguyên tử khối là khối lượng của một nguyên tử tính bằng đơn vị cacbon ($1 \text{ đvC} = \frac{1}{12}$ khối lượng của nguyên tử cacbon).

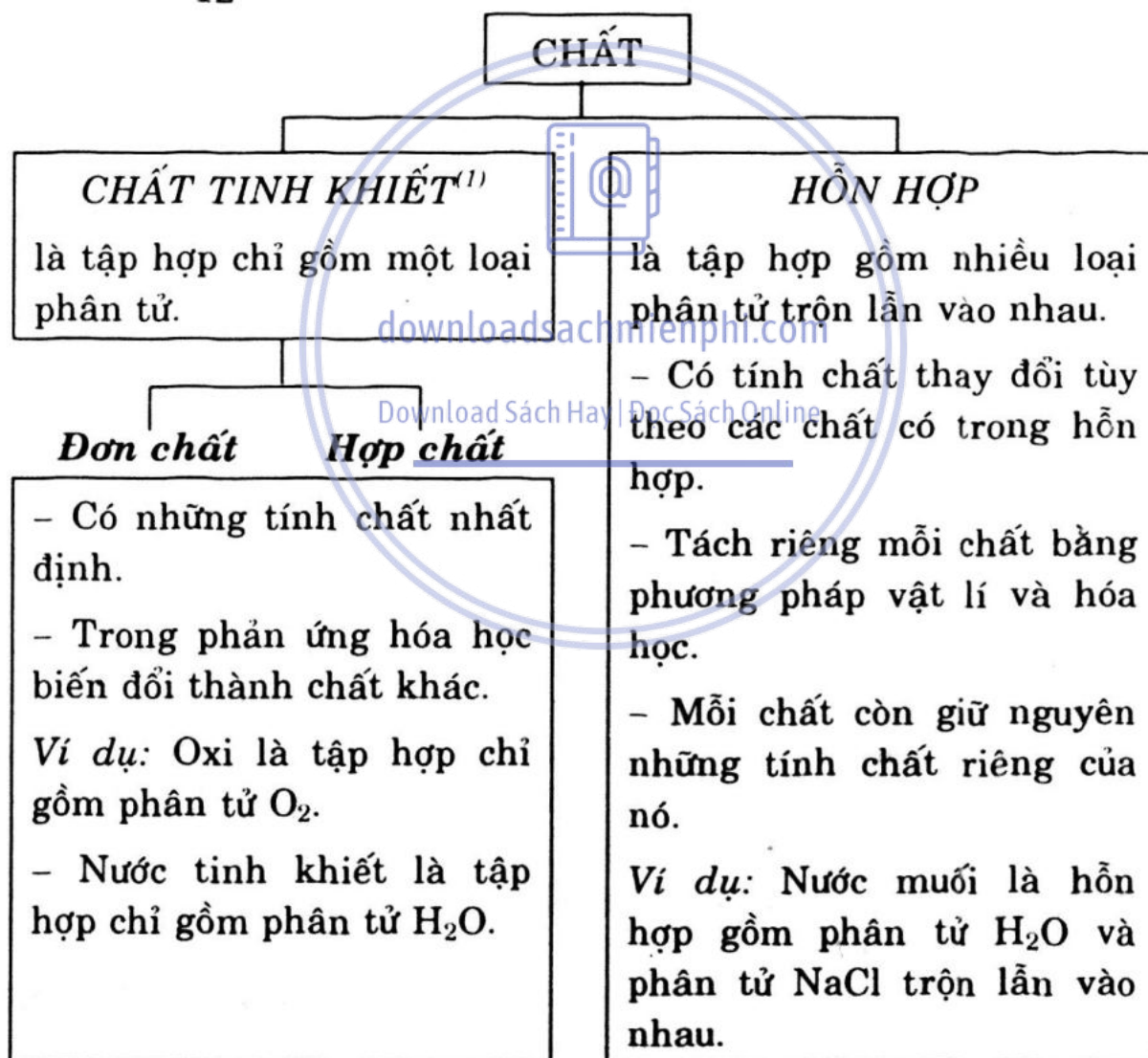
– Cách tính nguyên tử khối: Nguyên tử khối là con số so sánh khối lượng của nguyên tử đó với $\frac{1}{12}$ khối lượng nguyên tử cacbon.

$$\text{NTK của A} = \frac{\text{KL của nguyên tử A tính bằng gam}}{\text{KL của 1 đvC tính ra gam}}$$

$$\text{Ví dụ: NTK của oxi} = \frac{2,6568 \cdot 10^{-23} \text{ g}}{0,16605 \cdot 10^{-23} \text{ g}} = 16$$

($\frac{1}{12}$ nguyên tử cacbon có khối lượng bằng

$$\frac{1,9926 \cdot 10^{-23} \text{ g}}{12} = 0,16605 \cdot 10^{-23} \text{ g hoặc } \approx 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g})$$



⁽¹⁾ Còn nói là "chất nguyên chất"

b. Phân tử khối

– Phân tử khối (PTK) là khối lượng của một phân tử tính bằng đơn vị cacbon.

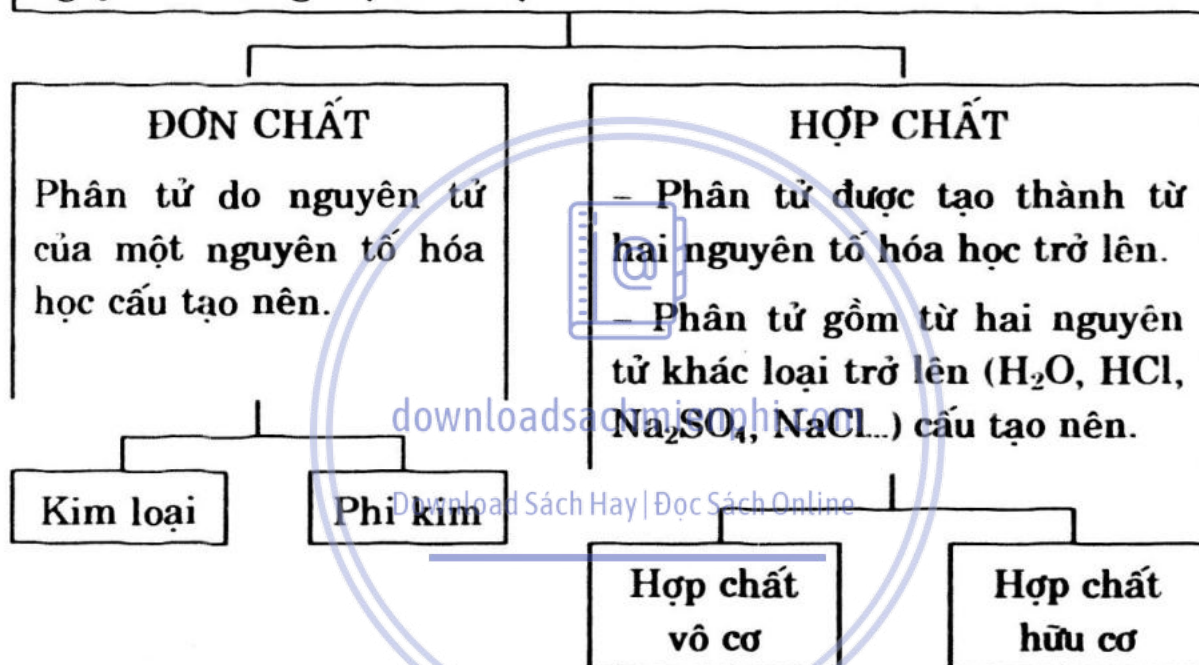
– Cách tính phân tử khối: là tổng số nguyên tử khối của các nguyên tử tạo thành phân tử.

Ví dụ: Tính phân tử khối của axit sunfuric H_2SO_4 =

$$= (1 \times 2) + 32 + (16 \times 4) = 98.$$

5. Đơn chất kim loại, đơn chất phi kim

CHẤT ⁽¹⁾: Do một hoặc nhiều nguyên tố hóa học (những nguyên tố cùng loại) cấu tạo nên.



KIM LOẠI

– Kim loại là những chất dẫn điện, dẫn nhiệt và có ánh kim khi đánh bóng bề mặt. Ở điều kiện thường, kim loại ở trạng thái rắn (trừ thủy ngân lỏng).

+ Kim loại hoạt động hóa học mạnh: K, Ca, Na, Mg, Al.

+ Kim loại hoạt động hóa học trung bình: Mg, Zn, Cr, Fe, Ni, Sn, Pb.

+ Kim loại hoạt động hóa học yếu: Cu, Hg, Ag, Pt, Au.

⁽¹⁾ Hoặc có thể hiểu: Chất là những thành phần căn bản tạo nên các vật thể quanh ta.

PHI KIM

– Phi kim là những chất không có ánh kim, không dẫn điện và không dẫn nhiệt hoặc dẫn điện, dẫn nhiệt rất kém (cacbon có tính dẫn điện).

– Ở điều kiện thường:

+ Có phi kim ở trạng thái rắn: cacbon, lưu huỳnh...

+ Có phi kim ở trạng thái lỏng: brom...

+ Có phi kim ở trạng thái khí: oxi, clo, hidro, nitơ...

6. Hóa trị

a. Định nghĩa

Hóa trị của nguyên tố (hay nhóm nguyên tử) là con số biểu thị khả năng liên kết của nguyên tử (hay nhóm nguyên tử) này với một số nhất định nguyên tử (hay nhóm nguyên tử) khác.

– Hóa trị của một nguyên tố trong hợp chất được quy định:

• Hóa trị của nguyên tố H bằng I. Từ đó suy ra hóa trị của nguyên tố khác.

Ví dụ 1: Theo công thức AH_y , hóa trị của A bằng y.

HCl (clo hóa trị I); H_2O (oxi hóa trị II); CH_4 (cacbon hóa trị IV).

• Hóa trị còn được xác định gián tiếp qua nguyên tố oxi, hóa trị của oxi được xác định bằng II.

Ví dụ 2: Trong phân tử BO_y , hóa trị của B bằng $2y$; B_2O_y hóa trị của B bằng y (trừ B là hidro) như SO_3 hóa trị của S bằng VI; Na_2O hóa trị của Na bằng I; Al_2O_3 hóa trị của Al bằng III.

b. Quy tắc hóa trị:

Trong công thức hóa học, tích của chỉ số và hóa trị của nguyên tố này bằng tích của chỉ số và hóa trị của nguyên tố kia.

Ví dụ: $\overset{III}{Al}_2\overset{II}{O}_3$ $2 \times III = 3 \times II$

BẢNG 1: Kí hiệu hóa học và nguyên tử khối của một số nguyên tố hóa học

<i>Tên La-tinh</i>	<i>Tên Việt Nam</i>	<i>Kí hiệu</i>	<i>Nguyên tử khối</i>
Argentum	Bạc	Ag	108
Aluminium	Nhôm	Al	27
Aurum	Vàng	Au	197
Baryum	Bari	Ba	137
Bromum	Brom	Br	80
Carboneum	Cacbon	C	12
Calcium	Canxi	Ca	40
Chlorum	Clo	Cl	35,5
Cuprum	Đồng	Cu	64
Ferrum	Sắt	Fe	56
Hydrogenium	Hidro	H	1
Hydrargyrum	Thủy ngân	Hg	200,5
Iodum	Iôt	I	127
Kalium	Kali	K	38
Magnesium	Magiê	Mg	24
Manganum	Mangan	Mn	55
Nitrogenium	Nitơ	N	14
Natrium	Natri	Na	23
Oxygenium	Oxi	O	16
Phosphorum	Phôtpho	P	31
Plombum	Chì	Pb	207
Sulfur	Lưu huỳnh	S	32
Silicium	Silic	Si	28
Stannum	Thiếc	Sn	119
Uranium	Uran	U	238
Zincum	Kẽm	Zn	65

Chương II.**CÔNG THỨC HÓA HỌC
TÍNH THEO CÔNG THỨC HÓA HỌC**

Người ta dùng công thức hóa học để biểu diễn các chất. Công thức hóa học được xây dựng từ kí hiệu hóa học, kèm theo kí hiệu hóa học là các chỉ số nguyên tử.

1. Công thức hóa học của đơn chất A_x

- Chỉ có kí hiệu hóa học của một nguyên tố.
- Những đơn chất có phân tử đơn nguyên tử thì kí hiệu hóa học cũng chính là công thức hóa học.
- Công thức hóa học của tất cả các kim loại chính là kí hiệu hóa học của kim loại đó như Na, Ca, Fe, Cu, Au... ($x = 1$).
- Công thức hóa học của một số phi kim cũng chính là kí hiệu hóa học của chúng như C, S... ($x = 1$).
- Công thức hóa học của các đơn chất là chất khí thì phân tử bao giờ cũng gồm 2 nguyên tử (trừ O_3) như O_2 , N_2 , H_2 ... ($x = 2$)

Ví dụ: Công thức hóa học (CTHH) của oxi: O_2 ; CTHH của clo: Cl_2 ; CTHH của nitơ: N_2 ; CTHH của hidro: H_2 .

2. Công thức hóa học của hợp chất: A_xB_y , $A_xB_yO_z$...**a. Dựa vào hóa trị**

- Trong hợp chất hai nguyên tố A_xB_y :

Ta dựa vào quy tắc "Tích của chỉ số với hóa trị của nguyên tố này, bằng tích của chỉ số với hóa trị của nguyên tố kia":

$x \times a = y \times b$ (a là hóa trị của A, b là hóa trị của B; B có thể là nhóm nguyên tử).

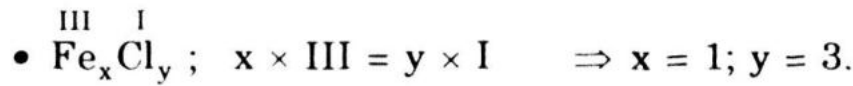
+ Nếu $a = b$:

Ví dụ: Ca_xO_y ; $x \times II = y \times II \Rightarrow x = y$. Vậy CTHH là CaO.

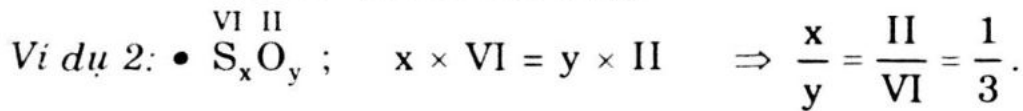
+ Nếu $a \neq b$:

Ví dụ 1: $Na_x(SO_4)_y$; $x \times I = y \times II \Rightarrow x = 2; y = 1$.

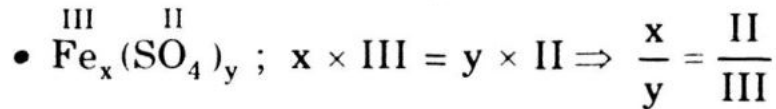
Do đó CTHH là Na_2SO_4 .



Do đó CTHH là FeCl_3 .



Do đó CTHH là SO_3 .



$\Rightarrow x = 2; y = 3.$ Do đó CTHH là $\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$.

Từ những ví dụ trên, ta rút ra các bước sau:

- + Viết công thức dạng chung A_xB_y .
- + Đặt đẳng thức: $x \times \text{hóa trị của A} = y \times \text{hóa trị của B}$.
- + Chuyển thành tỉ lệ: $\frac{x}{y} = \frac{\text{Hóa trị của B}}{\text{Hóa trị của A}} = \frac{b}{a} = \frac{b'}{a'}$

Chọn a' và b' là những số nguyên dương và tỉ lệ $\frac{b'}{a'}$ là tối giản,

suy ra $x = b$ (hoặc b') và $y = a$ (hoặc a').

- Công thức tổng quát của oxit R_xO_y :
- Oxit của nguyên tố phi kim: X_xO_y – X có hóa trị $\frac{2y}{x}$, là số nguyên.
- Oxit của nguyên tố kim loại: M_xO_y – M có hóa trị $\frac{2y}{x}$ có thể

là số nguyên hoặc không nguyên.

- Công thức tổng quát của bazơ: $\text{M}(\text{OH})_x$ ($x = 1; 2; 3$)
- Công thức tổng quát của axit: H_xX ($x = 1, 2, 3$; X: Cl, Br, NO_3 , SO_4 ...)

- Công thức tổng quát của một số muối:

Muối clorua: MCl_n

Muối nitrat: $\text{M}(\text{NO}_3)_n$ (n là hóa trị của kim loại, $n = 1; 2; 3$)

Muối sunfat: $\text{M}_x(\text{SO}_4)_y$

Muối cacbonat: $\text{M}_x(\text{CO}_3)_y$

Trường hợp muối sunfat và muối cacbonat có hóa trị của kim loại

là $n = \frac{2y}{x}$; n là số nguyên.

b. Dựa vào thành phần về khối lượng của các nguyên tố trong hợp chất

(1) Khi biết tỉ lệ về khối lượng của các nguyên tố trong hợp chất.

Ví dụ 1: Tìm công thức hóa học (CTHH) của hợp chất khi phân tích được kết quả sau: hiđro chiếm 1 phần về khối lượng, oxi chiếm 8 phần về khối lượng.

GIẢI

Cách 1: Giả sử công thức phân tử của hợp chất là H_xO_y .

Ta có tỉ lệ: $\frac{x}{16y} = \frac{1}{8} \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{16}{8} = \frac{2}{1} \rightarrow$ CTHH của hợp chất là H_2O .

Cách 2: Giả sử khối lượng chất đem phân tích là a gam.

$$m_H \text{ chiếm: } \frac{a}{9} \rightarrow n_H = \frac{a}{9 \times 1}$$

$$m_O \text{ chiếm: } \frac{8a}{9} \rightarrow n_O = \frac{8a}{9 \times 16} = \frac{a}{18}$$

$$\frac{n_H}{n_O} = \frac{2}{1} \rightarrow \text{CTHH là } H_2O \text{ (kí hiệu m là khối lượng; n là}$$

số nguyên tử).

Ví dụ 2: Tìm công thức hóa học của một oxit của sắt biết phân tử khối là 160, tỉ số khối lượng: $\frac{m_{Fe}}{m_O} = \frac{7}{3}$.

GIẢI

Giả sử công thức hóa học của oxit là Fe_xO_y . Lập tỉ lệ khối lượng:

$$\frac{m_{Fe}}{m_O} = \frac{x \times 56}{y \times 16} = \frac{7}{3} \rightarrow y = 1,5x$$

$$x \cdot 56 + 1,5x \cdot 16 = 160 \rightarrow x = 2; y = 3$$

Công thức hóa học là Fe_2O_3 .

Nếu đề bài không cho biết phân tử khối ta dựa vào tỉ lệ:

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3} \rightarrow x = 2; y = 3.$$

(2) Khi biết thành phần phần trăm các nguyên tố trong hợp chất.

* Trường hợp 1: Khi biết thành phần phần trăm về khối lượng của các nguyên tố và phân tử khối.

Giả sử công thức của hợp chất là A_xB_y , biết %A và %B. Cần tìm x và y.

Ví dụ: Xác định công thức oxit của lưu huỳnh biết phân tử khối của oxit là 80 và thành phần phần trăm về khối lượng của nguyên tố lưu huỳnh là 40%.

Cách 1: Lập tỉ số về khối lượng để tính các chỉ số x và y.

Giả sử công thức hóa học của oxit có dạng S_xO_y .

$$\frac{x.32}{80} = \frac{40}{100} \rightarrow x = 1; \quad \frac{y.60}{80} = \frac{60}{100} \rightarrow y = 3.$$

$M_{SO_3} = 80$. Công thức hóa học của oxit là SO_3 .

Cách 2: Tìm tỉ lệ khối lượng các nguyên tố. Vì khối lượng mỗi nguyên tố trong phân tử tỉ lệ với thành phần % nên ta có:

$$\frac{32x}{40} = \frac{16y}{60} = \frac{80}{100}$$

Giải ra ta có: $x = 1$; $y = 3$. Công thức hóa học của oxit là SO_3 .

Gặp bài toán tìm CTHH của hợp chất ta nên giải theo cách này.

Ví dụ: Tìm công thức của hợp chất $C_xH_yO_zN_t$ khi biết %C, %H, %O, %N và M.

Vì khối lượng mỗi nguyên tố trong phân tử tỉ lệ với thành phần % nên ta có:

$$\frac{12x}{\%C} = \frac{y}{\%H} = \frac{16z}{\%O} = \frac{14t}{\%N} = \frac{12x + y + 16z + 14t}{100} = \frac{M}{100}$$

Từ đó ta có:

$$x = \frac{M \times \%C}{12 \times 100}; \quad y = \frac{M \times \%H}{100}; \quad z = \frac{M \times \%O}{16 \times 100}; \quad t = \frac{M \times \%N}{14 \times 100}$$

Cách 3: Tìm số mol nguyên tử của mỗi nguyên tố có trong 1 mol hợp chất.

$$\text{Trong 1 mol hợp chất có: } m_S = \frac{80 \times 40}{100} = 32g \rightarrow n_S = \frac{32}{32} = 1$$

$$m_O = \frac{80 \times 60}{100} = 48g \rightarrow n_O = \frac{48}{16} = 3$$

Suy ra 1 phân tử hợp chất có 1 mol nguyên tử S kết hợp với 3 mol nguyên tử O. CTHH là SO_3 .

* **Trường hợp 2:** Khi biết thành phần phần trăm về khối lượng các nguyên tố mà đề bài không cho biết phân tử khối (hoặc khối lượng mol).

Ví dụ: Hợp chất A chứa 3 nguyên tố Ca, C, O với tỉ lệ Ca chiếm 40%; C: 12%; O: 48% về khối lượng. Tìm công thức phân tử của A.

GIẢI

Giả sử lượng chất đem phân tích là a gam.

$$m_{Ca} : \frac{40a}{100} \Rightarrow n_{Ca} = \frac{40a}{100 \times 40} = \frac{a}{100}$$

$$m_C : \frac{12a}{100} \Rightarrow n_C = \frac{12a}{100 \times 12} = \frac{a}{100}$$

$$m_O : \frac{48a}{100} \Rightarrow n_O = \frac{48a}{100 \times 16} = \frac{3a}{100}$$

$$n_{Ca} : n_C : n_O = \frac{a}{100} : \frac{a}{100} : \frac{3a}{100} = 1 : 1 : 3$$

Công thức phân tử của A là $CaCO_3$.

3. Tính thành phần phần trăm về khối lượng hoặc khối lượng của mỗi nguyên tố trong hợp chất

a. Tính thành phần phần trăm về khối lượng của mỗi nguyên tố trong hợp chất

Giả sử có công thức hóa học đã biết A_xB_y ta tính được %A, %B:

$$\%A = \frac{m_A}{M_{A_xB_y}} \times 100\% = \frac{x \times M_A}{M_{A_xB_y}} \times 100\%$$

$$\%B = \frac{m_B}{M_{A_xB_y}} \times 100\% = \frac{y \times M_B}{M_{A_xB_y}} \times 100\%$$

Trong đó: m_A , m_B là khối lượng của chất A và chất B.

– M_A , M_B và $M_{A_xB_y}$ lần lượt là khối lượng mol của A, B và A_xB_y .

– Nếu là hợp chất có nhiều nguyên tố, cách tính tương tự như trên.

b. Tính khối lượng của mỗi nguyên tố có trong một lượng chất đã cho

Tính khối lượng của nguyên tố A trong hợp chất $M_{A_xB_y}$.

Trong $M_{A_xB_y}$ gam thì có m_A gam hay $x.M_A$ gam nguyên tố A.

Vậy trong a gam A_xB_y thì có b gam nguyên tố A.

$$b = \frac{a \times m_A}{M_{A_xB_y}} = \frac{a \times x \times M_A}{M_{A_xB_y}}$$

Tóm lại, các bước giải:

1. Biết công thức hóa học, tìm thành phần các nguyên tố.
 - Tính khối lượng mol của hợp chất.
 - Tính thành phần phần trăm theo khối lượng của mỗi nguyên tố trong hợp chất.
2. Biết thành phần các nguyên tố, tìm công thức hóa học.
 - Tìm số mol nguyên tử của mỗi nguyên tố trong hợp chất.
 - Lập công thức hóa học của hợp chất.

BẢNG 2: Hóa trị của một số nguyên tố hóa học thường gặp

Tên	Kí hiệu	Hóa trị
Bạc	Ag	I
Nhôm	Al	III
Bari	Ba	II
Cacbon	C	IV (II)
Canxi	Ca	II
Clo	Cl	I (III, V, VII)
Đồng	Cu	II (I)
Sắt	Fe	II, III
Hidro	H	I
Thủy ngân	Hg	I (I)
Kali	K	I
Magiê	Mg	II
Nitơ	N	III, V (I, II, IV)
Natri	Na	I
Oxi	O	II
Phôpho	P	V (III)
Lưu huỳnh	S	II, IV, VI
Silic	Si	IV
Kẽm	Zn	II

Chương III.**MOL – KHỐI LƯỢNG MOL
THỂ TÍCH MOL CỦA CHẤT KHÍ**

Mol – Khối lượng mol – Thể tích mol của chất khí – Tỷ khối của chất khí

Khối lượng tính bằng đvC

1 nguyên tử → gọi là nguyên tử khối

1 phân tử → gọi là phân tử khối

Khái niệm mol

Một mol là lượng chất chứa $6,02 \cdot 10^{23}$ nguyên tử hoặc phân tử. Trong các phép biến đổi các đại lượng, ta có thể làm tròn: $N = 6 \cdot 10^{23}$.

Khối lượng tính bằng gam

N nguyên tử → gọi là khối lượng mol nguyên tử

N phân tử → gọi là khối lượng mol phân tử

Cách tính khối lượng mol

Khối lượng mol của một chất là khối lượng của N nguyên tử hoặc phân tử chất đó, tính bằng gam, có số trị bằng nguyên tử khối hay phân tử khối.

Lấy chỉ số nguyên tử khối, phân tử khối rồi thay đvC bằng gam.

Ví dụ: – Nguyên tử khối của oxi = 16 đvC. Khối lượng mol nguyên tử của oxi = 16g. Vậy 16g là khối lượng của $6 \cdot 10^{23}$ nguyên tử oxi.

- Khối lượng mol nguyên tử của hidro: $M_H = 1g$
- Khối lượng mol nguyên tử của oxi: $M_O = 16g$
- Khối lượng mol phân tử của hidro: $M_{H_2} = 2g$
- Khối lượng mol phân tử của oxi: $M_{O_2} = 32g$
- Khối lượng mol phân tử natri hidroxít (NaOH) là $M_{NaOH} = 40g$
- Phân tử khối của $H_2O = 18$ đvC. Khối lượng mol phân tử của $H_2O = 18g$. Vậy 18g là khối lượng của $6 \cdot 10^{23}$ phân tử nước.

Thể tích mol của chất khí

– Thể tích mol của chất khí là thể tích chiếm bởi N phân tử chất đó.

– Một mol của bất kì chất khí nào, trong cùng điều kiện về nhiệt độ và áp suất đều chiếm những thể tích bằng nhau.

Như vậy, những chất khí khác nhau thường có khối lượng mol không như nhau, nhưng thể tích mol của chúng (đo ở cùng nhiệt độ và áp suất) là bằng nhau:

$$M_{H_2} = 2g; M_{O_2} = 32g; M_{N_2} = 28g; M_{CO_2} = 44g$$

$$V_{H_2} = V_{O_2} = V_{N_2} = V_{CO_2}$$

Nếu ở điều kiện tiêu chuẩn 1 mol bất kì chất khí nào đều có cùng thể tích là 22,4 lít:

$$V_{H_2} = V_{O_2} = V_{N_2} = V_{CO_2} = 22,4 \text{ lít}$$

– Ở điều kiện tiêu chuẩn (đktc), nghĩa là nhiệt độ 0°C và áp suất 1 atm (hoặc 760mmHg), 1 mol bất kì chất khí nào cũng chiếm thể tích 22,4 lít (dm^3).

Sự liên quan giữa số mol và số hạt vi mô, khối lượng mol, khối lượng và thể tích của chất khí.

1. Biến đổi giữa số mol và số hạt vi mô (nguyên tử, phân tử...)

$$n = \frac{\text{Số hạt vi mô}}{N}$$

2. Biến đổi giữa số mol và khối lượng m (g)

$$n = \frac{m}{M} \rightarrow m = n.M$$

Trong đó: m là khối lượng của 1 chất hay một lượng nguyên tử; M là khối lượng mol phân tử (hay nguyên tử).

3. Biến đổi giữa số mol và thể tích của chất khí (lít)

$$n = \frac{V}{22,4} \rightarrow V = n.22,4$$

V: thể tích của chất khí ở đktc (trong chương trình Hóa học lớp 8 các chất khí đều ở đktc).

4. Khối lượng của 1 mol phân tử khí

$$M = 22,4.D$$

(D là khối lượng riêng của 1 lít khí ở đktc)

Công thức tính tỉ khối

Công thức tính tỉ khối của khí A đối với khí B:

$$d_{A/B} = \frac{M_A}{M_B} \quad M_A = d_{A/B} \times M_B$$

Khí nitơ nặng hơn hay nhẹ hơn khí hidro bao nhiêu lần?

$$d_{N_2/H_2} = \frac{28}{2} = 14 \text{ lần}$$

Công thức tính tỉ khối của khí A đối với không khí:

$$d_{A/kk} = \frac{M_A}{29}$$

Ví dụ: Khí oxi nặng hơn hay nhẹ hơn không khí bao nhiêu lần?

$$d_{O_2/kk} = \frac{32}{29} = 1,1 \text{ lần}$$

$$M_A = 29 \times d_{A/kk}$$

Khối lượng "mol không khí" là khối lượng của 0,8 mol nitơ (N_2) + khối lượng của 0,2 mol khí oxi (O_2).

$$M_{kk} = (28g \times 0,8) + (32 \times 0,2) = 29g$$

Thể tích của chất rắn và chất lỏng:

$$V = \frac{m}{D}$$

Trong đó D là khối lượng riêng: D (g/cm^3) có m (g) và V (cm^3) hay ml.

Chương IV

MỘT SỐ ĐỊNH LUẬT HÓA HỌC CƠ BẢN – CÁC LOẠI PHẢN ỨNG HÓA HỌC – TÍNH THEO PHƯƠNG TRÌNH HÓA HỌC

1. Phân biệt hiện tượng vật lí và hiện tượng hóa học

<i>Hiện tượng vật lí</i>	<i>Hiện tượng hóa học</i>
– Khi chất đổi về trạng thái hay hình dạng. – Không có chất mới nào sinh ra.	– Khi có sự biến đổi từ chất này thành chất khác. – Hiện tượng trong đó có sinh ra chất mới.

2. Phản ứng hóa học

Định nghĩa:

- Phản ứng hóa học là quá trình làm biến đổi chất này thành chất khác.
- Trong phản ứng hóa học liên kết giữa các nguyên tử thay đổi làm cho phân tử này biến đổi thành phân tử khác.
- Có phản ứng xảy ra được khi các chất tham gia tiếp xúc với nhau, có trường hợp cần đun nóng, có mặt chất xúc tác...
- Nhận biết có phản ứng xảy ra dựa vào dấu hiệu có chất mới tạo thành.
- Các phản ứng hóa học có thể xảy ra:

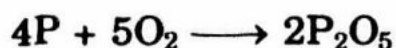
$$A + B \rightarrow C + D; \quad A + B \rightarrow C; \quad A \rightarrow C + D$$

3. Các loại phản ứng hóa học

a. Phản ứng hóa hợp

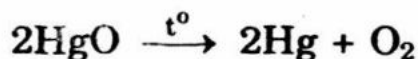
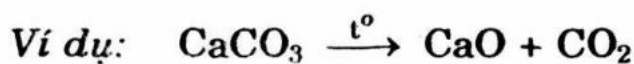
Định nghĩa: Là phản ứng hóa học trong đó có một chất mới được sinh ra từ hai hay nhiều chất ban đầu.

Ví dụ: $\text{Fe} + \text{S} \longrightarrow \text{FeS}$



b. Phản ứng phân hủy

Định nghĩa: Là phản ứng hóa học trong đó từ một chất sinh ra nhiều chất mới.



c. Phản ứng thế

Định nghĩa: Là phản ứng hóa học giữa đơn chất và hợp chất, trong đó nguyên tử của đơn chất thay thế nguyên tử của một nguyên tố khác trong hợp chất.



d. Phản ứng oxi hóa - khử

Định nghĩa: Là phản ứng trong đó xảy ra đồng thời sự oxi hóa và sự khử.

– Chất oxi hóa là chất nhường oxi cho chất khác. Chất khử là chất chiếm oxi của chất khác.



Sự oxi hóa H_2 . Sự khử CuO . H_2 là chất khử, CuO là chất oxi hóa.

– Sự khử là sự tách nguyên tử oxi khỏi hợp chất. Sự oxi hóa là quá trình hóa hợp của nguyên tử oxi với chất khác.

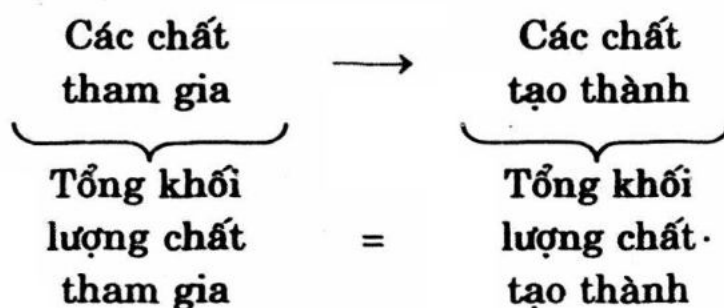
4. Một số định luật hóa học cơ bản

a. Định luật thành phần không đổi

Một hợp chất, dù điều chế bằng bất kì cách nào cũng luôn luôn có thành phần không đổi về khối lượng.

Ứng dụng: Dựa vào tỉ lệ khối lượng giữa các nguyên tố cấu tạo nên một chất là không đổi $\rightarrow$ tỉ số nguyên tử không đổi $\rightarrow$ lập công thức hóa học của chất đó.

b. Định luật bảo toàn khối lượng:



Ứng dụng: Tính khối lượng của các chất tham gia phản ứng hay chất tạo thành sau phản ứng.

5. Phương trình hóa học

- Cho biết công thức hóa học các chất tham gia và chất tạo thành trong phản ứng hóa học.

- Cho biết tỉ lệ số phân tử chất tham gia và chất tạo thành trong phản ứng hóa học.

- Lưu ý khi lập phương trình hóa học:

- Viết đúng công thức hóa học của các chất tham gia và chất tạo thành.

- Chọn hệ số phân tử sao cho số nguyên tử của mỗi nguyên tố ở hai vế đều bằng nhau. Cách làm như sau:

- + Nên bắt đầu từ những nguyên tố mà số nguyên tử có nhiều và không bằng nhau.

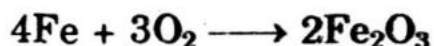
- + Trường hợp số nguyên tử của một nguyên tố ở vế này là số chẵn và ở vế kia là số lẻ thì trước hết phải đặt hệ số 2 cho chất mà số nguyên tử là số lẻ, rồi tiếp tục đặt hệ số cho phân tử chứa số nguyên tử chẵn ở vế còn lại sao cho số nguyên tử của nguyên tố này ở hai vế bằng nhau.

Ví dụ: Lập phương trình hóa học của phản ứng có sơ đồ sau:



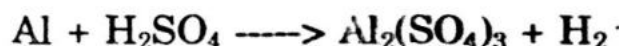
Bước 1: Đặt hệ số 2 trước công thức Fe_2O_3 , như vậy số nguyên tử oxi ở vế trái là 6 nguyên tử, nên hệ số của phân tử oxi là 3.

Bước 2: Cân bằng số nguyên tử Fe để hai vế của phương trình là bằng nhau. Phương trình sau khi cân bằng như sau:



- + Trong trường hợp phân tử có 3 loại nguyên tố thì thường số nguyên tử của 2 loại nguyên tố kết hợp thành một nhóm nguyên tử, ta coi cả nhóm tương đương với một nguyên tố.

Ví dụ: Lập phương trình hóa học của phản ứng có sơ đồ sau:



- Nhóm (SO_4) tương đương như một nguyên tố.

• Vậy nhóm SO_4 có nhiều nhất và lại không bằng nhau ở hai vế nên ta cân bằng trước, đặt hệ số 3 trước phân tử H_2SO_4 , sau đó cân bằng số nguyên tử H và sau cùng là số nguyên tử Al. Phương trình sau khi cân bằng như sau:



– Trong quá trình cân bằng không được thay đổi các chỉ số nguyên tử trong các công thức hóa học.

Những điểm cần lưu ý khi giải các bài tập tính theo phương trình hóa học (PTHH):

– Sử dụng thành thạo công thức liên hệ giữa số mol, khối lượng, khối lượng mol, thể tích và thể tích 1 mol ở đktc:

$$m = n.M; \quad n = \frac{m}{M}; \quad n = \frac{V}{22,4}$$

Trong đó: m là khối lượng (tính bằng gam) của một lượng nguyên tố hay một lượng chất nào đó; n là số mol; M là khối lượng mol (nguyên tử, phân tử...); 22,4 lít là thể tích mol khí ở đktc; V là thể tích khí ở đktc.

– Lập phương trình hóa học:

• Viết đúng CTHH của các chất tham gia và chất tạo thành.

• Chọn hệ số phân tử sao cho số nguyên tử của mỗi nguyên tố ở hai vế đều bằng nhau.

– Từ PTHH nhất thiết phải rút ra tỉ lệ số mol của chất cho biết và chất cần tìm.

1. Trong những bài toán tính theo công thức và phương trình hóa học khi chỉ biết lượng của một trong các chất tham gia hoặc tạo thành trong phản ứng là có thể tính được lượng của chất còn lại.

Lượng các chất có thể tính theo mol, theo khối lượng là gam, kilogam, tấn hoặc theo thể tích là mililit hoặc lít hoặc m^3 .

Lời dặn: Tất cả các bài toán này đều tính theo cách lập quy tắc tam suất.

a. Bài toán tính theo số mol

Cho 32,5g Zn tác dụng vừa đủ với dung dịch HCl, tính thể tích khí hidro sinh ra (đktc).

GIẢI

$$n_{\text{Zn}} = \frac{32,5}{65} = 0,5 \text{ (mol)}$$

Phương trình phản ứng: $\text{Zn} + 2\text{HCl} \longrightarrow \text{ZnCl}_2 + \text{H}_2$

Theo phương trình: 1 mol 2 mol 1 mol

Theo đầu bài: 0,5 mol 0,5 mol

$$V_{\text{H}_2} = 0,5 \times 22,4 = 11,2 \text{ (lít)}.$$

Chú ý: – Nếu đầu bài yêu cầu tính lượng chất ra gam hoặc thể tích ra ml, lít thì ta cứ tính theo mol, sau đó đổi kết quả mol ra khối lượng hoặc thể tích.

– Nếu đầu bài cho dữ kiện lượng chất theo khối lượng hoặc theo thể tích mà hỏi kết quả là mol thì nên đổi khối lượng hoặc thể tích ra mol rồi tính.

b. Bài toán tính theo khối lượng là kg, tấn và thể tích là m³...

Ví dụ 1: Để khử độ chua của đất bằng CaO (vôi sống) người ta nung 10 tấn đá vôi trong lò vôi. Tính khối lượng CaO tạo thành. Coi hiệu suất phản ứng là 100%.

GIẢI

Phương trình phản ứng: $\text{CaCO}_3 \xrightarrow{t^o} \text{CaO} + \text{CO}_2$

Theo phương trình: 100g 56g

Theo đầu bài: 10 tấn x tấn

$$x = \frac{10 \times 56}{100} = 5,6 \text{ (tấn)}.$$

Ví dụ 2: Cho 10m³ khí oxi nguyên chất cháy hết với cacbon. Tính thể tích khí CO₂ thu được. Các thể tích khí đều đo ở đktc.

GIẢI

Phương trình phản ứng: $\text{C} + \text{O}_2 \longrightarrow \text{CO}_2$

Theo phương trình: 22,4 lít → 22,4 lít

Theo đầu bài: 10m³ → y m³

$$y = \frac{10 \times 22,4}{22,4} = 10 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Tóm lại các bước giải:

- Viết phương trình hóa học.
- Chuyển đổi khối lượng chất hoặc thể tích chất khí thành số mol chất.

– Dựa vào phương trình hóa học để tìm số mol tham gia hoặc chất tạo thành.

– Chuyển đổi số mol chất thành khối lượng ($m = n.M$) hoặc thể tích khí ở đktc ($V = 22,2.n$).

2. Trường hợp gặp bài toán cho biết lượng của cả hai chất tham gia và yêu cầu tính lượng chất tạo thành. Trong số hai chất tham gia phản ứng sẽ có một chất phản ứng hết, chất kia có thể phản ứng hết hoặc dư. Lượng chất tạo thành tính theo lượng chất nào phản ứng hết, do đó phải tìm xem trong hai chất cho biết, chất nào phản ứng hết.

Ví dụ phương trình: $A + B \rightarrow C + D$

Cách xác định chất dư, lập tỉ số:

$$\frac{\text{Số mol (hoặc khối lượng) chất A (theo đề bài)}}{\text{Số mol (hoặc khối lượng) chất A (theo phương trình)}} \\ \frac{\text{Số mol (hoặc khối lượng) chất B (theo đề bài)}}{\text{Số mol (hoặc khối lượng) chất B (theo phương trình)}}$$

So sánh hai tỉ số, tỉ số nào lớn hơn, chất đó dư, chất còn lại phản ứng hết. Tính khối lượng chất (theo yêu cầu của đề bài) theo chất phản ứng hết.

Ví dụ: Cho 50g dung dịch NaOH tác dụng với 36,5g dung dịch HCl. Tính khối lượng muối tạo thành sau phản ứng.

$$n_{\text{NaOH}} = \frac{50}{40} = 1,25 \text{ mol}; \quad n_{\text{HCl}} = \frac{36,5}{36,5} = 1 \text{ mol}$$

Phương trình phản ứng: $\text{NaOH} + \text{HCl} \rightarrow \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}$

Theo phương trình: 1 mol 1 mol

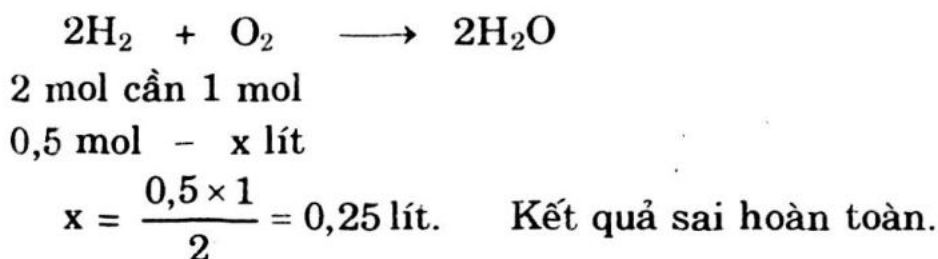
Theo đề bài: 1,25 mol 1 mol 1 mol

Số mol NaOH dư nên tính khối lượng muối theo HCl:

$$m_{\text{NaCl}} = 1 \times 58,5 = 58,5 \text{ (g)}$$

Chú ý: Nếu đầu bài cho đủ kiện chất tham gia hoặc chất tạo thành tính bằng mol mà kết quả lại yêu cầu tính bằng gam hoặc lít thì không thể đặt quy tắc tam suất như trên mà phải đổi mol ra khối lượng (gam) hoặc ra thể tích lít (hoặc dm^3). Nếu không bài toán sẽ sai hoàn toàn ví dụ như bài toán sau:

Cho 0,5 mol H_2 tác dụng vừa đủ với O_2 để tạo nước. Tính thể tích O_2 cần (ở đktc).



Vậy phải tính x ra mol sau đó nhân với 22,4.

3. Trong dạng bài thanh kim loại mạnh đẩy kim loại yếu ra khỏi dung dịch muối của chúng, nếu đề bài cho khối lượng thanh kim loại tăng hoặc giảm so với khối lượng ban đầu, ta thiết lập mối quan hệ của ẩn số với giả thiết đề bài cho:

- Nếu đề bài cho khối lượng thanh kim loại tăng thì lập phương trình đại số:

$$m_{\text{KL giải phóng}} - m_{\text{KL tan}} = m_{\text{KL tăng}}$$

- Nếu đề bài cho khối lượng thanh kim loại giảm thì lập phương trình đại số:

$$m_{\text{KL tan}} - m_{\text{KL giải phóng}} = m_{\text{KL giảm}}$$

Cũng có khi sự tăng giảm của khối lượng thanh kim loại được cho dưới dạng tỉ lệ %. [Download Sách Hay | Đọc Sách Online](https://downloaadsachmienphi.com)

- Nếu đề bài cho khối lượng dung dịch muối giảm sau phản ứng thì khối lượng giảm đó chính là khối lượng kim loại sinh ra.

6. Tính hiệu suất phản ứng

Thực tế do một số nguyên nhân chất tham gia phản ứng không tác dụng hết, nghĩa là hiệu suất dưới 100%. Người ta có thể tính hiệu suất phản ứng như sau:

a. Dựa vào một trong các chất tham gia phản ứng

$$\text{Công thức tính: } H\% = \frac{\text{Lượng thực tế đã phản ứng}}{\text{Lượng tổng số đã lấy}} \times 100\%$$

b. Dựa vào một trong các chất tạo thành

Công thức tính:

$$H\% = \frac{\text{Lượng thực tế thu được} \times 100\%}{\text{Lượng thu theo lí thuyết (theo pt phản ứng)}}$$

Chương V.**OXI – KHÔNG KHÍ****A. OXI****I. TÍNH CHẤT VẬT LÝ**

- Oxi là chất khí không màu, không mùi, không vị, hơi nặng hơn không khí.
- Oxi ít tan trong nước, ở điều kiện thường 1 lít nước hòa tan được 0,031 lít O₂.
- Oxi ở trạng thái lỏng có màu xanh da trời và ở trạng thái rắn có màu xanh đậm.

II. TÍNH CHẤT HÓA HỌC**1. Tác dụng với phi kim**

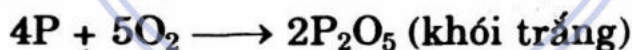
Oxi tác dụng với nhiều phi kim tạo thành oxit ở nhiệt độ cao hoặc có mặt chất xúc tác (trừ photpho trắng tác dụng với oxi ở nhiệt độ thường).

a. Tác dụng với photpho

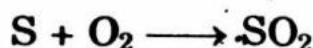
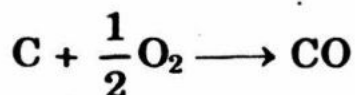
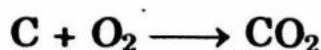
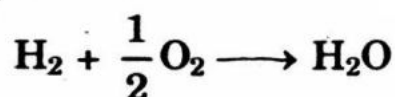
- Photpho trắng tác dụng với oxi ở nhiệt độ thường.

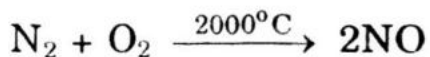


- Photpho đỏ tác dụng với oxi ở nhiệt độ cao (đốt cháy photpho đỏ trong không khí rồi đưa nhanh vào lọ chứa oxi).

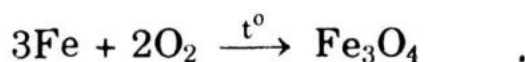
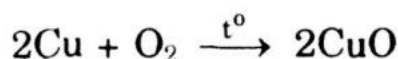
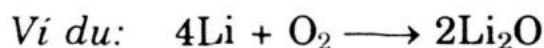


(điphotpho pentaoxit)

b. Tác dụng với lưu huỳnh**c. Tác dụng với cacbon****d. Tác dụng với hidro**

e. Tác dụng với nitơ**2. Tác dụng với kim loại**

– Oxi tác dụng với hầu hết các kim loại tạo thành oxit; đối với các kim loại hoạt động (Li, Na, Ca...) thì không đòi hỏi nhiệt độ, còn với các kim loại kém hoạt động thì cần đốt nóng.



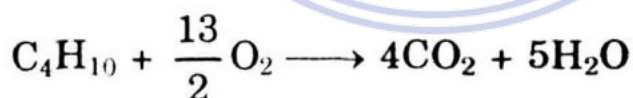
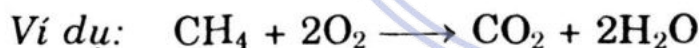
– Oxi không tác dụng trực tiếp với Au, Pt kể cả ở nhiệt độ cao. Đặc biệt với Ag tác dụng với oxi ở khoảng 200 – 250°C, ở nhiệt độ cao hơn Ag₂O bị phân hủy.

3. Tác dụng với các hợp chất

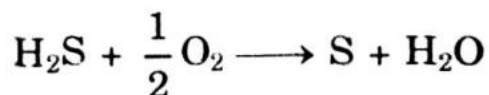
– Oxi tác dụng với nhiều loại hợp chất. Một số hợp chất tác dụng với oxi ở nhiệt độ thường, ví dụ:



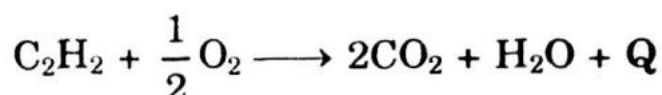
– Khả năng đốt cháy của oxi rất lớn, hầu hết các hợp chất hữu cơ đều bị đốt cháy thành CO₂, H₂O, N₂, Cl₂...



(Khí gas)



– Đặc biệt có một vài hợp chất khi cháy tỏa ra nhiều nhiệt, ví dụ: axetilen (C₂H₂)



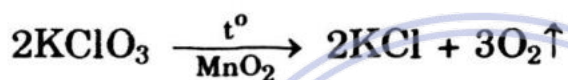
(Đèn xì oxi axetilen dùng để hàn hoặc cắt các tấm kim loại).

Tóm lại:

- Oxi là chất khí, không màu, không mùi, ít tan trong nước.
- Khí oxi là đơn chất rất hoạt động, đặc biệt ở nhiệt độ cao, dễ dàng tham gia phản ứng hóa học với nhiều phi kim, nhiều kim loại và hợp chất.
- Sự tác dụng một chất với oxi là sự oxi hóa.
- Trong các hợp chất hóa học, nguyên tố oxi chỉ có hóa trị II (trừ trường hợp các hợp chất K_2O_2 , KO_2 , KO_3 , Na_2O_2 , NaO_2 , NaO_3).

III. ĐIỀU CHẾ OXI

1. Điều chế oxi trong phòng thí nghiệm bằng cách đun nóng những hợp chất giàu oxi và dễ bị phân hủy ở nhiệt độ cao.



2. Trong công nghiệp sản xuất oxi từ không khí và từ nước.

a. Từ không khí

Trước hết làm sạch không khí khỏi bụi bẩn, làm sạch sơ bộ để loại CO_2 và hơi nước, sau đó được nén đến áp suất 150 atm và làm lạnh khoảng $-200^\circ C$ để hóa lỏng rồi nâng nhiệt độ lên dần để lấy nitơ (ở $-196^\circ C$) sau đó đến oxi ($-183^\circ C$).

b. Từ nước

Điện phân nước trong các bình điện phân thu được hai chất khí riêng biệt là oxi và hiđrô.

IV. VAI TRÒ VÀ ỨNG DỤNG CỦA OXI

– Trước hết phải nói tới vai trò đặc biệt của oxi đối với sự sống của động thực vật. Oxi tham gia vào quá trình hô hấp của chúng ta, phi công bay cao dùng khí oxi nén để thở, trong y học dùng oxi cho bệnh nhân bị khó thở...

– Oxi đốt cháy các chất gluxit (glucozơ), lipit (chất béo), protit (chất đạm), v.v... để cung cấp năng lượng cho sự sống của sinh vật.

– Oxi đóng vai trò quan trọng trong việc oxi hóa động thực vật chết (thối, rữa) chuyển các hợp chất hữu cơ phức tạp thành CO_2 , H_2O , N_2 để rồi chuyển chất này tham gia vòng tuần hoàn của các nguyên tố trong tự nhiên.

Ứng dụng của oxi rất phong phú và đa dạng. Lò luyện gang dùng không khí giàu oxi, phá đá bằng hỗn hợp nổ chứa oxi lỏng, oxi được dùng trong đèn xì oxi – axetilen dùng để hàn hoặc cắt tấm kim loại...

B. KHÔNG KHÍ – SỰ CHÁY

I. THÀNH PHẦN CỦA KHÔNG KHÍ

Thành phần trung bình của không khí sạch như sau:

Chất	Thành phần % về thể tích
Nitơ (N_2)	78,048
Oxi (O_2)	20,947
Argon (Ar)	0,934
Carbon đioxit (CO_2)	0,031
Neon (Ne)	0,0018
Heli (He)	0,0005
Krypton (Kr)	0,0001

Như vậy, không khí là một hỗn hợp khí trong đó oxi chiếm $\frac{1}{5}$ thể tích, chính xác hơn là oxi chiếm 21% thể tích không khí, phần còn lại hầu hết là nitơ.

II. SỰ CHÁY VÀ SỰ OXI HÓA CHẬM

1. Sự cháy

Sự cháy là sự oxi hóa có tỏa nhiệt và phát sáng. Điều kiện phát sinh sự cháy là: chất phải nóng đến nhiệt độ cháy, phải đủ oxi cho sự cháy.

2. Sự oxi hóa chậm

Sự oxi hóa chậm là sự oxi hóa có tỏa nhiệt nhưng không phát sáng.

Chương VI.**HIDRO – NƯỚC****A. HIDRO****I. TRẠNG THÁI TỰ NHIÊN**

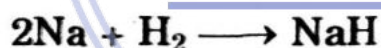
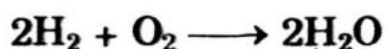
Hàm lượng của hidro trong vỏ Trái Đất gần bằng 0,15% về khối lượng. Nó có trong thành phần của nước (nước phủ gần 3/4 bề mặt Trái Đất), trong thành phần của nhiều khoáng chất và đất đá cũng như trong tất cả các hợp chất hữu cơ.

II. TÍNH CHẤT VẬT LÝ

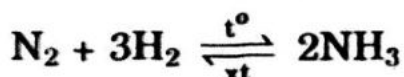
- Hidro là chất khí nhẹ nhất trong các chất khí.
- Ở điều kiện thường, hidro là chất khí không màu, không mùi, nhẹ hơn không khí 14,5 lần, tan ít trong nước.
- Hidro hóa lỏng ở -253°C và dưới áp suất khí quyển, hóa rắn ở -259°C .

III. TÍNH CHẤT HÓA HỌC**1. Tác dụng với kim loại**

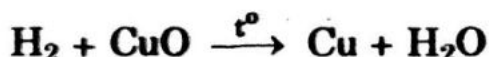
Khi đốt nóng, một số kim loại như Na, K, Ca... tác dụng với hidro tạo hợp chất hidrua.

**2. Tác dụng với phi kim**

Đa số phi kim tác dụng với hidro hoặc ở nhiệt độ cao (lưu huỳnh, selen) hoặc ở nhiệt độ cao có áp suất (nitơ).

**3. Tác dụng với đồng (II) oxit**

Khí H_2 có tính khử, ở nhiệt độ thích hợp có phản ứng:



IV. ĐIỀU CHẾ HIDRO

1. Trong phòng thí nghiệm

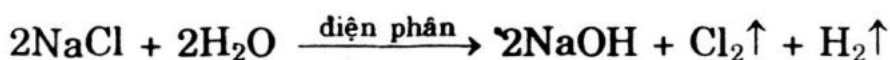
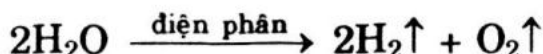
a) Cho kim loại (thường là kẽm) tác dụng với axit clohidric hoặc axit sunfuric loãng (phản ứng thực hiện trong bình Kíp).

b) Cho kim loại nhôm tác dụng với dung dịch NaOH:

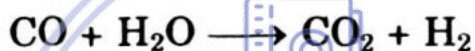


2. Trong công nghiệp

a) Điện phân nước hoặc dung dịch natri clorua:



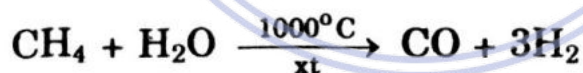
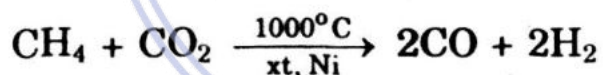
b) Dùng than nóng đỏ (cacbon) khử oxi của nước:



Cho hỗn hợp qua nước vôi trong Ca(OH)_2 dư hay dung dịch NaOH để hấp thụ CO_2 còn lại khí H_2 .



c) Cho khí metan tác dụng với hơi nước, với khí cacbonic:



V. ỨNG DỤNG CỦA HIDRO

- Dùng để bơm vào khinh khí cầu, bóng thám không.
- Dùng làm nhiên liệu cho động cơ tên lửa, dùng trong đèn xì oxi - hidro để hàn cắt kim loại.
- Là nguồn nguyên liệu trong sản xuất amoniac NH_3 và rượu metylic và nhiều hợp chất hữu cơ (chuyển hóa chất béo lỏng thành rắn).
- Người ta dùng một lượng lớn hidro để điều chế một số kim loại từ oxit của chúng.

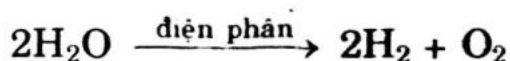
B. NƯỚC

I. CÔNG THỨC HÓA HỌC CỦA NƯỚC

1. Sự phân hủy của nước

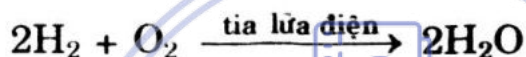
÷ Khi cho dòng điện một chiều qua nước, trên bề mặt hai điện cực sẽ thu được khí hiđro và khí oxi.

- Thể tích khí hiđro bằng hai lần thể tích khí oxi.



2. Sự tổng hợp nước

Sau khi đốt bằng tia lửa điện, hỗn hợp gồm 2 thể tích hiđro và 2 thể tích oxi chỉ còn 1 thể tích khí oxi. Vậy 1 thể tích khí oxi đã hóa hợp với 2 thể tích khí hiđro tạo thành nước.



Như vậy bằng thực nghiệm ta đã xác định công thức hóa học của H_2O . Nước tạo bởi hai nguyên tố là hiđro và oxi.

II. TÍNH CHẤT CỦA NƯỚC

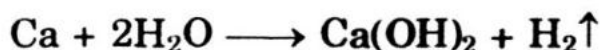
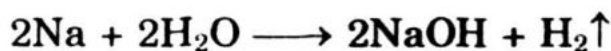
1. Tính chất vật lí

- Nước là chất lỏng không màu, không mùi, không vị, sôi ở 100°C (ở áp suất khí quyển là 750mmHg), hóa lỏng ở 0°C thành nước đá và tuyết.

- Khối lượng riêng ở 4°C là 1g/ml, nước có thể hòa tan được nhiều chất rắn, chất lỏng, chất khí.

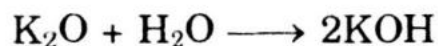
2. Tính chất hóa học

a) Tác dụng với một số kim loại: Na, K, Ca... và một số kim loại ở nhiệt độ cao.

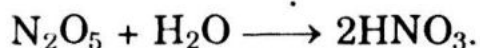
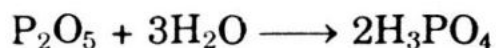
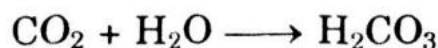


b) Tác dụng với một số oxit bazơ:

Một số oxit kim loại (K_2O , Na_2O , CaO ...) tác dụng với nước tạo thành dung dịch bazơ, dung dịch bazơ làm đổi màu quỳ tím thành xanh.



c) Tác dụng với một số oxit axit tạo thành dung dịch axit tương ứng. Dung dịch axit làm đổi màu quỳ tím thành đỏ.



Chương VII. AXIT – BAZƠ – MUỐI

I. THÀNH PHẦN HÓA HỌC CỦA AXIT, BAZƠ, MUỐI

1. Axit

a. Định nghĩa

Phân tử axit gồm có 1 gốc axit liên kết với một hay nhiều nguyên tử hydro. Các nguyên tử hydro này có thể thay thế bằng nguyên tử kim loại.

Tên axit	Công thức	Số ngt.H	Gốc axit	Tạo muối
Axit clohidric	HCl	1H	Cl (I)	NaCl, FeCl ₂ , AlCl ₃ , CaCl ₂
Axit nitric	HNO ₃	1H	NO ₃ (I)	KNO ₃ , Cu(NO ₃) ₂ , Al(NO ₃) ₃
Axit sunfuric	H ₂ SO ₄	2H	SO ₄ (II)	ZnSO ₄ , K ₂ SO ₄ , Fe ₂ (SO ₄) ₃ ...
Axit photphoric	H ₃ PO ₄	3H	PO ₄ (III)	Na ₃ PO ₄ , Ca ₃ (PO ₄) ₂ ...

b. Công thức hóa học

Công thức hóa học của axit gồm H và gốc axit (hóa trị của gốc axit được biểu diễn bằng gạch nối).

c. Tên gọi

(1) Axit không có oxi:

Tên axit = axit + tên phi kim + hidric

HCl: axit clohidric; H₂S: axit sunfuhidric

(2) Axit có oxi: Axit có nhiều nguyên tử oxi

Tên axit = axit + tên phi kim + ic

Ví dụ:

Axit	HNO ₃	H ₂ SO ₄	H ₃ PO ₄
Tên axit	Axit nitric	Axit sunfuric	Axit photphoric
Gốc axit và tên gọi	-NO ₃ nitrat	=SO ₄ sunfat	≡PO ₄ photphat

(3) Axit có ít nguyên tử oxi:

Tên axit = axit + tên phi kim + ơ

Ví dụ: H₂SO₃: axit sunfuroGốc axit: =SO₃: sunfit**2. Bazơ**

a. Định nghĩa: Phân tử bazơ gồm có 1 nguyên tử kim loại liên kết với một hay nhiều nhóm hidroxit (-OH).

Tên	Công thức	KL	Số nhóm OH	Tạo muối
Natri hidroxit	NaOH	Na	1 nhóm OH	NaCl, Na ₂ SO ₄ , Na ₃ PO ₄ ...
Kali hidroxit	KOH	K	1 nhóm OH	KNO ₃ , K ₂ SO ₄ , KCl...
Canxi hidroxit	Ca(OH) ₂	Ca	2 nhóm OH	Ca(NO ₃) ₂ , CaSO ₄ , Ca ₃ (PO ₄) ₂ ...
Bari hidroxit	Ba(OH) ₂	Ba	2 nhóm OH	BaCl ₂ , Ba(NO ₃) ₂ , BaSO ₄
Nhôm hidroxit	Al(OH) ₃	Al	3 nhóm OH	AlCl ₃ , Al(NO ₃) ₃ , Al ₂ (SO ₄) ₃ .

b. Công thức hóa học

Công thức hóa học của bazơ gồm một nguyên tử kim loại M và một hoặc nhiều hiđroxit $-OH$. Do nhóm $-OH$ có hóa trị I nên kim loại có hóa trị bao nhiêu thì phân tử bazơ có bấy nhiêu nhóm $-OH$: $M(OH)_n$; n = hóa trị của kim loại.

c. Tên gọi

Tên bazơ = tên kim loại (thêm hóa trị nếu kim loại có nhiều hóa trị) + hiđroxit.

Ví dụ: KOH : kali hiđroxit

$Ca(OH)_2$: canxi hiđroxit

$Fe(OH)_3$: sắt (III) hiđroxit.

d. Phân loại

Các bazơ được chia làm hai loại tùy theo tính tan của chúng.

(1) Bazơ tan được trong nước gọi là kiềm.

Ví dụ: $NaOH$, KOH , $Ca(OH)_2$, $Ba(OH)_2$.

(2) Bazơ không tan trong nước.

Ví dụ: $Ca(OH)_2$, $Fe(OH)_3$, $Al(OH)_3$, $Mg(OH)_2$.

3. Muối**a. Định nghĩa**

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

Phân tử muối là phân tử có một hay nhiều nguyên tử kim loại liên kết với một hay nhiều gốc axit.

b. Công thức hóa học

Công thức hóa học của muối gồm hai phần: kim loại và gốc axit.

Ví dụ:

Muối	Na_2SO_4	$NaHSO_4$	$NaHCO_3$	Na_3PO_4	Na_2HPO_4
Tên muối	Natri sunfat	Natri hiđro sunfat	Natri hiđro cacbonat	Natri photphat	Natri hiđro photphat
Gốc axit	$=SO_4$	$-HSO_4$	$-HCO_3$	$\equiv PO_4$	$-HPO_4$

Tên gọi:

Tên muối = tên kim loại (thêm hóa trị nếu kim loại có nhiều hóa trị) + tên gốc axit.

c. Phân loại

Theo thành phần, muối được chia làm hai loại muối trung hòa và muối axit.

(1) Muối trung hòa: là muối mà trong gốc axit không có hidro. Ví dụ: CaCO_3 , Na_2CO_3 ...

(2) Muối axit: là muối mà trong đó gốc axit của phân tử còn nguyên tử hidro H chưa được thay thế bằng kim loại. Hóa trị của gốc axit bằng số nguyên tử hidro đã được thay thế bằng kim loại.

Ví dụ: $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$: Canxi hidrocacbonat

NaH_2PO_4 : Natri hidrophotphat

Na_2HPO_4 : Natri hidrophotphat

Lưu ý: Tính tan của các hợp chất trong nước

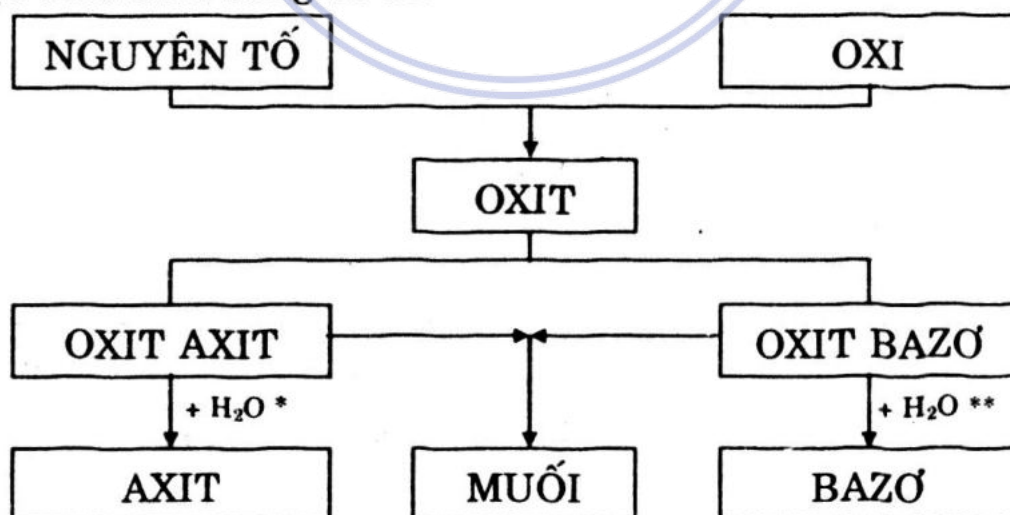
Bazơ: Phần lớn các bazơ không tan, trừ NaOH , KOH , $\text{Ba}(\text{OH})_2$.

Axit: Hầu hết các axit đều tan, trừ H_2SiO_3 .

Muối: Các muối nitrat đều tan. Phần lớn các muối clorua và sunfat đều tan, trừ AgCl , PbSO_4 , BaSO_4 . Phần lớn các muối cacbonat không tan, trừ Na_2CO_3 , K_2CO_3 .

II. MỐI LIÊN HỆ GIỮA LOẠI HỢP CHẤT VÔ CƠ

Được biểu diễn bằng sơ đồ:



* Phần lớn oxit axit hòa tan vào nước (trừ SiO_2) $\rightarrow$ Axit tương ứng.

Ví dụ: $\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{CO}_3$

**** Một số oxit bazơ tương ứng với bazơ tan trong nước mới tác dụng với nước.**

Có oxit bazơ không hòa tan vào nước như FeO , Fe_3O_4 , Fe_2O_3 , Al_2O_3 , CuO , MgO ...

Lưu ý:

– Có 4 loại oxit: oxit axit, oxit bazơ, oxit trung hòa (oxit không tạo muối) và oxit lưỡng tính.

– Một số oxit của kim loại hóa trị cao là oxit axit, tương ứng có axit tương ứng.

Ví dụ: $\text{Mn}_2\text{O}_7 \rightarrow \text{HMnO}_4$; $\text{CrO}_3 \rightarrow \text{H}_2\text{CrO}_4$

(Mn_2O_7 có dung dịch màu xanh thẫm khi hòa tan vào nước).

Chương VIII.

DUNG DỊCH



1. Dung môi – Chất tan – Dung dịch

a. Dung môi

Dung môi là chất có khả năng khuếch tán chất khác để tạo thành dung dịch.

b. Chất tan

Chất tan là chất bị khuếch tán trong dung môi.

c. Dung dịch

Dung dịch là hỗn hợp đồng nhất của dung môi và chất tan.

2. Dung dịch chưa bão hòa, dung dịch bão hòa

a. Dung dịch chưa bão hòa

Dung dịch chưa bão hòa là dung dịch có thể hòa tan thêm chất tan.

b. Dung dịch bão hòa

Dung dịch bão hòa là dung dịch không thể hòa tan thêm chất tan.

3. Nồng độ dung dịch là gì?

Lượng chất tan chứa trong một lượng hoặc trong một thể tích dung dịch.

4. Nồng độ phần trăm và nồng độ mol

a. Nồng độ phần trăm và nồng độ mol

	Nồng độ	
	Phần trăm %	mol
Một chất tan	m (g)	số mol (n)
Dung dịch	m (g)	V (lít)
Công thức	$C\% = \frac{m_{\text{chất tan}} \times 100\%}{m_{\text{dung dịch}}}$	$C_{M(AI)} = \frac{n}{V_{\text{dung dịch}}} \text{ (mol)}$

b. Sự chuyển đổi giữa nồng độ phần trăm và nồng độ mol

- Công thức chuyển từ nồng độ % sang C_M :

$$C_M = C\% \times \frac{10D}{M} \text{ mol}$$

D là khối lượng riêng g/ml.

- Chuyển từ nồng độ mol (M) sang nồng độ %:

$$C\% = \frac{M \times C_M}{10 \times D}$$

c. Chuyển đổi giữa khối lượng dung dịch và thể tích dung dịch

- Thể tích của chất rắn và chất lỏng: $V = \frac{m}{D}$

Trong đó D là khối lượng riêng:

D (g/cm³) có m (g) và V (cm³) hay ml.

D (kg/dm³) có m (kg) và V (dm³) hay lít.

- Cách tính khối lượng dung dịch sau phản ứng:
- Nếu chất tạo thành không có chất bay hơi hay kết tủa:

$$\text{Tổng } m_{\text{các chất tham gia}} = m_{\text{dd sau phản ứng}}$$

- Nếu chất tạo thành có chất bay hơi hay kết tủa:

$$m_{\text{dd sau phản ứng}} = \text{Tổng } m_{\text{các chất tham gia}} - m_{\text{khí}}$$

$$m_{\text{dd sau phản ứng}} = \text{Tổng } m_{\text{các chất tham gia}} - m_{\text{kết tủa}}$$

Hoặc:

$$m_{\text{dd sau phản ứng}} = \text{Tổng } m_{\text{các chất tham gia}} - m_{\text{kết tủa}} - m_{\text{khí}}$$

5. Pha trộn dung dịch

a. Phương pháp đường chéo

Khi pha trộn hai dung dịch cùng loại nồng độ, cùng loại chất tan thì có thể dùng phương pháp đường chéo.

- Trộn m_1 gam dung dịch có nồng độ $C_1\%$ với m_2 gam dung dịch có nồng độ $C_2\%$ thì thu được dung dịch mới có nồng độ $C\%$:

$$\begin{array}{ccc} m_1 \text{ gam dung dịch } C_1 & \searrow & |C_2 - C| \\ & C & \nearrow \\ m_2 \text{ gam dung dịch } C_2 & \swarrow & |C_1 - C| \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{|C_2 - C|}{|C_1 - C|}$$

- Trộn V_1 ml dung dịch có nồng độ C_1 mol với V_2 ml dung dịch có nồng độ C_2 mol thì thu được dung dịch mới có nồng độ C mol và giả sử có thể tích $V_1 + V_2$ ml:

$$\begin{array}{ccc} V_1 \text{ ml dung dịch } C_1 & \searrow & |C_2 - C| \\ & C & \nearrow \\ V_2 \text{ ml dung dịch } C_2 & \swarrow & |C_1 - C| \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{|C_2 - C|}{|C_1 - C|}$$

- Sơ đồ đường chéo còn có thể áp dụng trong việc tính khối lượng riêng D .

$$\begin{array}{ccc} V_1 \text{ lít dung dịch } D_1 & \searrow & |D_2 - D| \\ & D & \nearrow \\ V_2 \text{ lít dung dịch } D_2 & \swarrow & |D_1 - D| \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{|D_2 - D|}{|D_1 - D|} \quad (\text{với giả thiết } V = V_1 + V_2).$$

b. Dùng phương trình pha trộn

$$m_1C_1 + m_2C_2 = (m_1 + m_2)C$$

m_1 và m_2 là số gam dung dịch thứ 1 và dung dịch thứ 2,

C_1 và C_2 là nồng độ % dung dịch thứ 1 và dung dịch thứ 2,

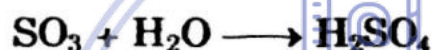
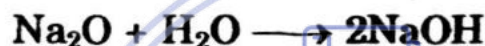
C là nồng độ dung dịch mới.

$$m_1(C_1 - C) = m_2(C - C_2) \quad C_1 > C > C_2$$

Từ phương trình trên rút ra:
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{C - C_2}{C_1 - C}$$

Lưu ý: Khi pha trộn các dung dịch, cần chú ý:

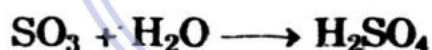
Có xảy ra phản ứng giữa các chất tan hoặc giữa chất tan với dung môi? Nếu có, cần phân biệt chất đem hòa tan với chất tan. Ví dụ: Cho Na_2O hay SO_3 vào nước:



Khi chất tan phản ứng với dung môi, phải tính nồng độ của sản phẩm chứ không phải tính nồng độ của chất tan đó.

Ví dụ: Cần thêm bao nhiêu gam SO_3 vào 100 gam dung dịch H_2SO_4 10% để được dung dịch H_2SO_4 20%?

Hướng dẫn giải: Gọi số mol SO_3 cho thêm vào là x .



$m_{\text{H}_2\text{SO}_4}$ tạo thành $98x$; m_{SO_3} cho thêm vào $80x$.

C% dung dịch mới:
$$\frac{10 + 98x}{80x + 100} = \frac{20}{100}$$

Giải ra ta có: $x = \frac{50}{410} \text{ mol} \Rightarrow m_{\text{SO}_3}$ thêm vào 9,756 gam.

Có thể giải theo phương trình pha trộn như đã nêu ở trên.

6. Tính nồng độ các chất trong trường hợp các chất tan có phản ứng với nhau

a) Viết phương trình phản ứng hóa học xảy ra để biết chất tạo thành sau phản ứng.

b) Tính số mol (hoặc khối lượng) của các chất sau phản ứng.

c) Tính khối lượng hoặc thể tích dung dịch sau phản ứng.

Chú ý: Trường hợp có hai chất tham gia phản ứng đều cho biết số mol (hoặc khối lượng) của hai chất, thì lưu ý có thể có một chất dư. Khi đó tính số mol (hoặc khối lượng) chất tạo thành phải tính theo lượng chất không dư.

d) Nếu đầu bài yêu cầu tính nồng độ % các chất sau phản ứng, nên tính khối lượng chất trong phản ứng theo số mol, sau đó từ số mol quy ra khối lượng để tính nồng độ %.

7. Sự chuyển từ độ tan sang nồng độ phần trăm và ngược lại

– *Chuyển từ độ tan ra nồng độ phần trăm:* Dựa vào định nghĩa độ tan, từ đó tính khối lượng dung dịch suy ra số gam chất tan trong 100g dung dịch.

– *Chuyển từ nồng độ phần trăm sang độ tan:* Từ định nghĩa nồng độ phần trăm, suy ra khối lượng nước, khối lượng chất tan, từ đó tính 100g nước chứa bao nhiêu gam chất tan.

– *Biểu thức liên hệ giữa độ tan (S) và nồng độ phần trăm của chất tan trong dung dịch bão hòa:*

$$C\% = \frac{S}{100 + S} \times 100\%$$

8. Bài toán về khối lượng chất kết tinh

Khối lượng chất kết tinh chỉ tính khi chất tan đã vượt quá độ bão hòa của dung dịch.

9. Khi gặp dạng bài toán làm bay hơi c gam nước từ dung dịch có nồng độ a% được dung dịch mới có nồng độ b%. Hãy xác định khối lượng của dung dịch ban đầu (biết b% > a%). Gặp dạng bài toán này ta nên giải như sau:

– Lập phương trình khối lượng chất tan trước và sau khi mất nước.

– Giả sử khối lượng của dung dịch ban đầu là m gam, ta có phương trình:

$$\text{Khối lượng chất tan} = \frac{a.m}{100} = \frac{b(m - c)}{100}$$

.Giải phương trình trên ta tìm được m gam (a, b, c là con số biết trước).

Ví dụ: Làm bay hơi 50g nước từ dung dịch có nồng độ 20%, được dung dịch mới có nồng độ 25%. Hãy xác định khối lượng của dung dịch ban đầu.

Hướng dẫn giải: Gọi m là khối lượng dung dịch ban đầu, khối lượng dung dịch sau khi làm bay hơi nước là (m – 50)g, ta có phương trình:

$$\text{Khối lượng chất tan} = \frac{20m}{100} = \frac{25(m - 50)}{100}$$

Giải phương trình trên ta có m = 250g.

Chương IX.

NHẬN BIẾT MỘT SỐ CHẤT

1. Nguyên tắc

Dựa vào tính chất vật lí, hóa học (tùy theo đề bài) để nhận biết các hóa chất, như dựa trên dấu hiệu về màu sắc, mùi và tính tan hoặc phản ứng tạo chất kết tủa, bay hơi.

2. Các loại thuốc thử

Thuốc thử phải chọn sao cho sau phản ứng có những biểu hiện (có màu, có kết tủa, khí bay lên, có mùi).

a. Quỳ tím

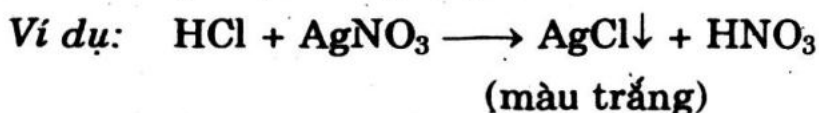
- Nhận biết dung dịch axit: quỳ tím hóa đỏ.
- Nhận biết dung dịch bazơ: quỳ tím hóa xanh.

b. Phenolphthalein

Nhận biết dung dịch bazơ: phenolphthalein không màu chuyển sang màu hồng.

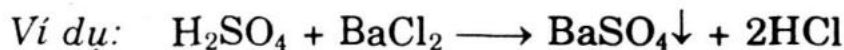
c. Dung dịch AgNO₃

Nhận biết các dung dịch của hợp chất có chứa gốc Cl, Br để tạo kết tủa trắng hoặc vàng nhạt.

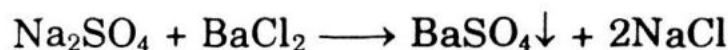


d. Dung dịch BaCl₂

Nhận biết các dung dịch có chứa gốc SO₄ tạo kết tủa trắng BaSO₄. BaSO₄ không tan trong các axit.



(màu trắng)



(màu trắng)

e. Nhận biết các chất khí

- Khí CO₂: Cho khí CO₂ qua nước vôi trong sẽ làm đục nước vôi trong:



- Khí H₂: Đốt khí H₂ có hơi nước khi làm lạnh.

- Khí SO₂:

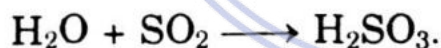
- Cho khí SO₂ qua nước vôi trong, làm đục nước vôi trong:



- Cho khí SO₂ qua dung dịch brom, khí SO₂ làm mất màu dung dịch brom:



- Khí SO₂ tác dụng với H₂O tạo axit H₂SO₃ làm đỏ giấy quỳ:

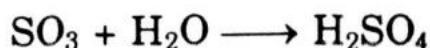


- Khí SO₃:

- Cho khí SO₃ qua nước vôi trong, làm đục nước vôi trong:



- Khí SO₃ tác dụng với H₂O tạo axit H₂SO₄ làm đỏ giấy quỳ tím:



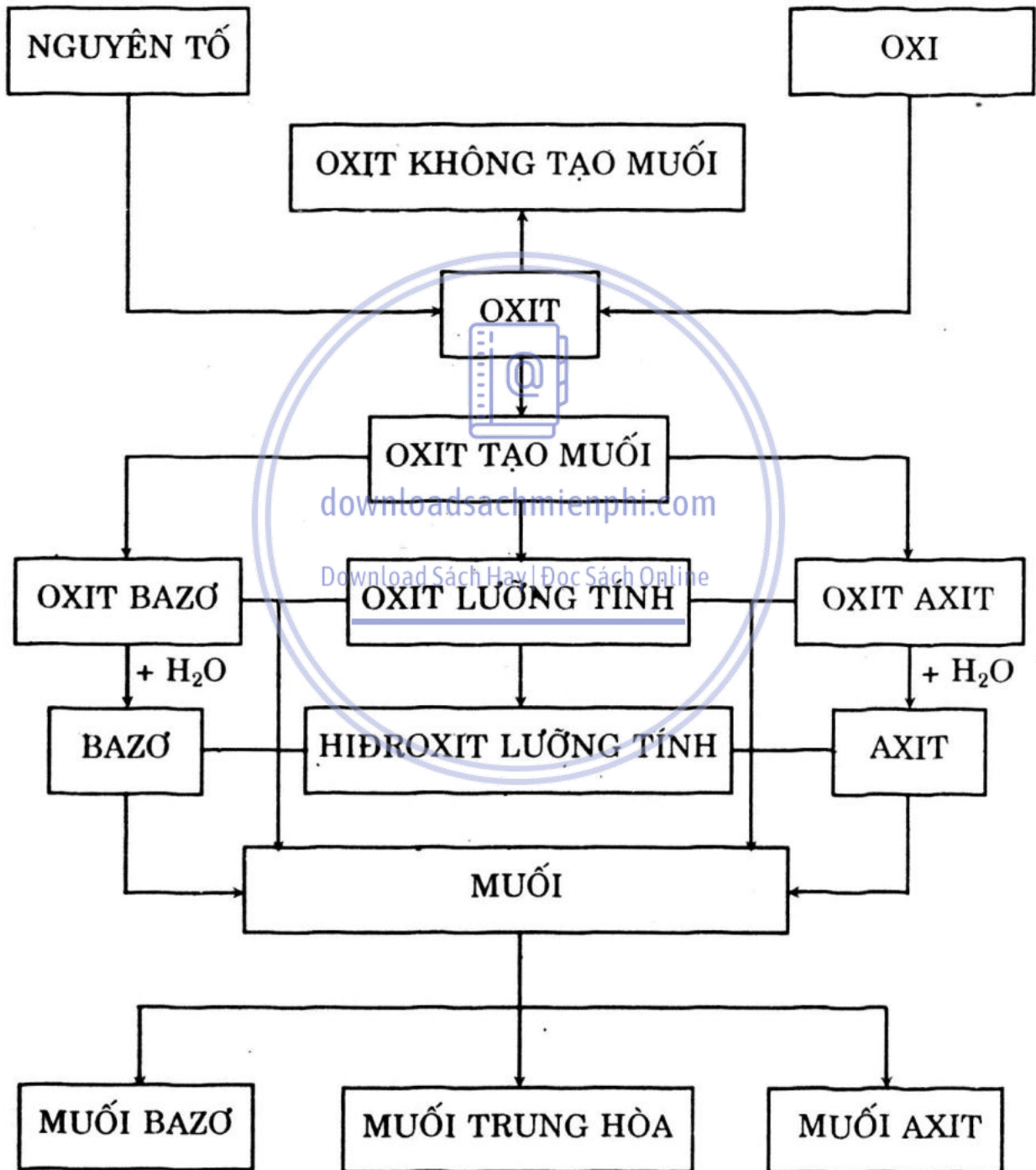
- N₂: Khí N₂ không duy trì sự cháy, nên làm tắt que diêm đang cháy.

- O₂: Khí O₂ làm bùng cháy que diêm còn tàn đỏ.

LỚP 9

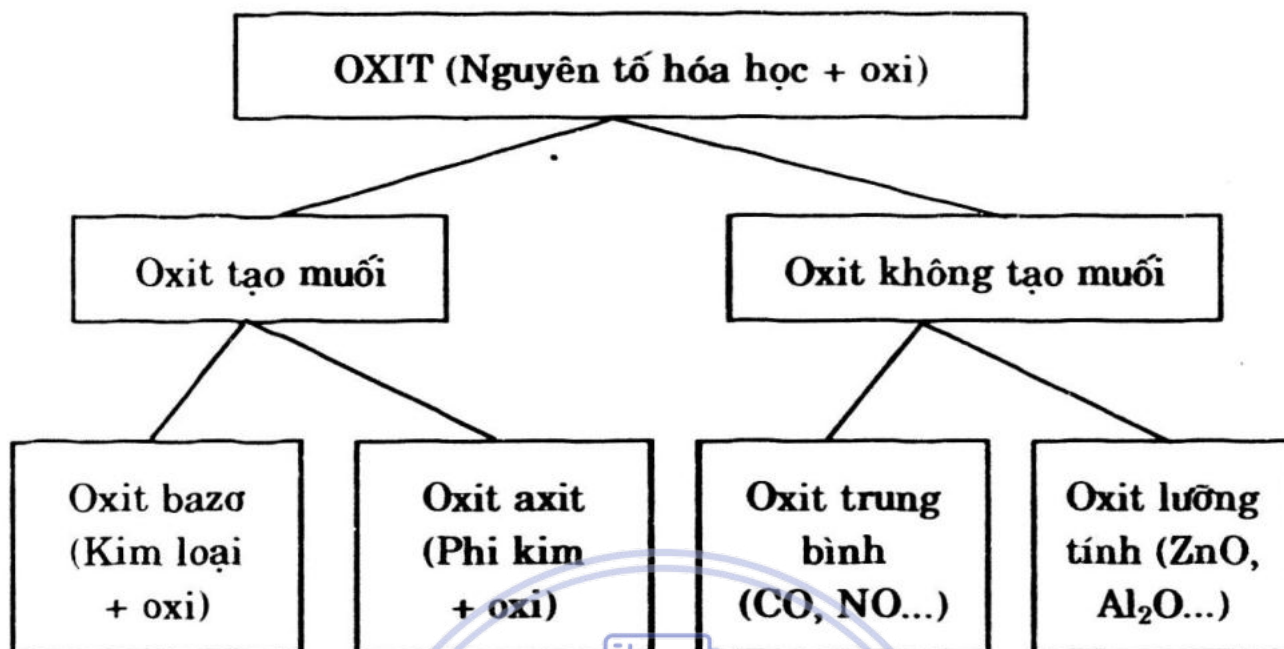
Chương 1. CÁC LOẠI HỢP CHẤT VÔ CƠ

1. Mối quan hệ tương hỗ giữa các loại hợp chất vô cơ



2. OXIT

a. Khái quát về sự phân loại oxit



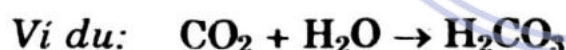
* Một số kim loại khi kết hợp với oxi ở mức hóa trị cao là oxit axit: CrO_3 tương ứng với axit H_2CrO_4 ; Mn_2O_7 , tương ứng với axit HMnO_4 .

b. Tính chất hóa học của oxit

* Oxit axit

– Tác dụng với H_2O :

Một số oxit axit khi tác dụng với nước tạo thành dung dịch axit. Dung dịch thu được làm đổi màu quỳ tím thành đỏ.



Oxit axit tác dụng với nước: SO_2 , SO_3 , N_2O_5 , P_2O_5 ...

– Tác dụng với bazơ kiềm:



– Tác dụng với oxit bazơ



* **Oxit bazơ**

– Tác dụng với nước: Một số oxit bazơ tác dụng với nước tạo thành dung dịch bazơ (kiềm).

Dung dịch thu được làm đổi màu quỳ tím thành xanh.

Ví dụ: $\text{CaO} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Ca(OH)}_2$

Oxit bazơ tác dụng với nước:



Oxit bazơ không tác dụng với nước:



– Tác dụng với axit: Axit + oxit bazơ → muối + nước.

Ví dụ: $\text{Al}_2\text{O}_3 + 3\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 + 3\text{H}_2\text{O}$



– Tác dụng với oxit axit

Oxit axit + oxit bazơ → Muối

Ví dụ: $\text{CaO} + \text{CO}_2 \rightarrow \text{CaCO}_3$

c. **Oxit lưỡng tính ($\text{ZnO}, \text{Al}_2\text{O}_3, \text{Cr}_2\text{O}_3 \dots$)**

– Với nước: không phản ứng.

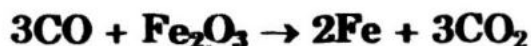
– Với axit: $\text{Al}_2\text{O}_3 + 6\text{HCl} \rightarrow 2\text{AlCl}_3 + 3\text{H}_2\text{O}$

– Với bazơ: $\text{Al}_2\text{O}_3 + 2\text{NaOH} \rightarrow 2\text{NaAlO}_2 + \text{H}_2\text{O}$

d. **Oxit bazơ trung tính (oxit không tạo muối) ($\text{NO}, \text{CO} \dots$)**

– Không phản ứng với nước, với axit và bazơ.

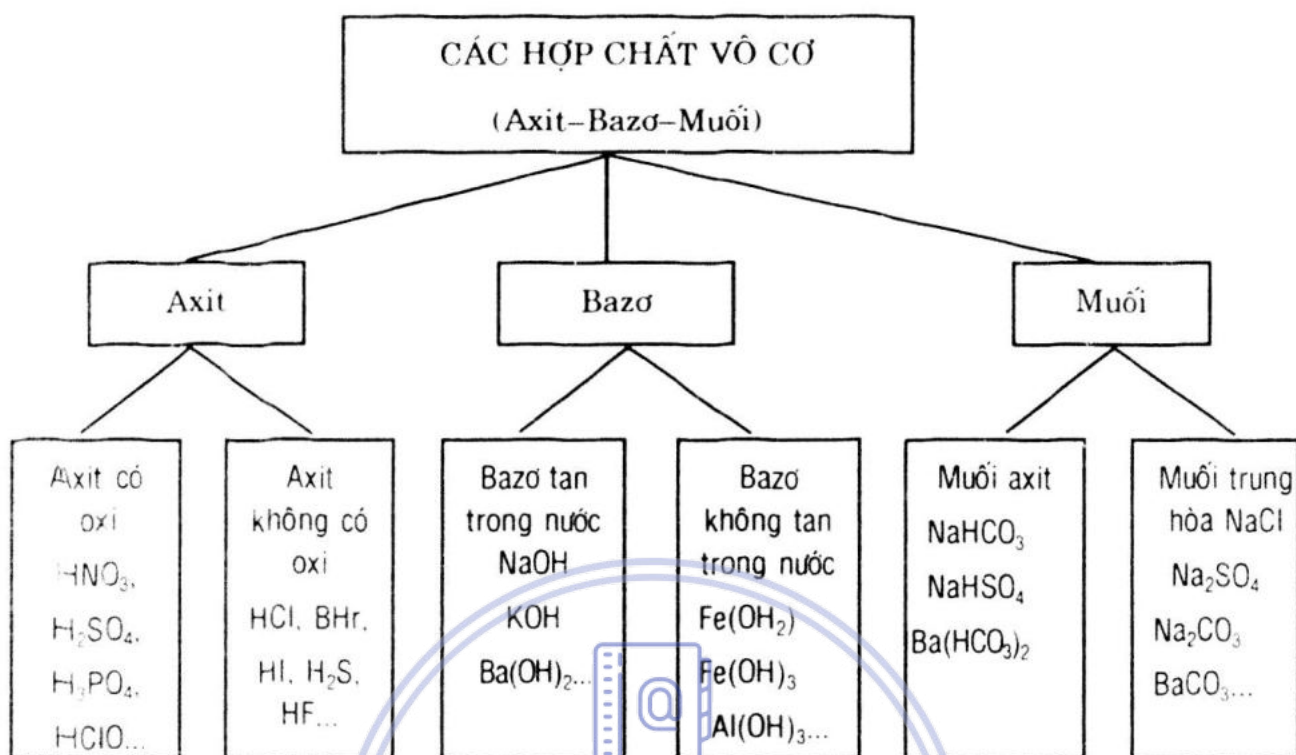
– Tham gia phản ứng với oxi hóa khử:



* Những oxit nào tác dụng với nước? Những axit, bazơ nào tan trong nước thì oxit tương ứng tác dụng với nước.

3. AXIT, BAZƠ, MUỐI

a. Phân loại axit, bazơ và muối



b. Thành phần của phân tử axit

Tên của axit	Công thức hóa học	Thành phần		Tạo muối
		Số nguyên tử hydro	Gốc axit (Hóa trị của gốc axit)	
Axit clohidric	HCl	1H	Cl (I)	NaCl, FeCl ₂ , AlCl ₃ , CaCl ₂ ...
Axit nitric	HNO ₃	1H	NO ₃ (I)	KNO ₃ , Cu(NO ₃) ₂ , Al(NO ₃) ₃ ...
Axit sunfuric	H ₂ SO ₄	2H	SO ₄ (II)	ZnSO ₄ , K ₂ SO ₄ , Fe ₂ (SO ₄) ₃ ...
Axit photphoric	H ₃ PO ₄	3H	PO ₄ (III)	Na ₃ PO ₄ , AlPO ₄ , Ca ₃ (PO ₄) ₂ ...

c. Thành phần của phân tử bazơ

Tên của bazơ	Công thức hóa học	Thành phần		Tạo muối
		Số nguyên tử kim loại	Số nhóm hidroxit (-OH)	
Natri hidroxit	NaOH	Na	1	NaCl, Na ₂ SO ₄ , Na ₃ PO ₄ ...
Kali hidroxit	KOH	K	1	KNO ₃ , K ₂ SO ₄ , KCl...
Canxi hidroxit	Ca(OH) ₂	Ca	2	Ca(NO ₃) ₂ , CaSO ₄ , Ca ₃ (PO ₄) ₂ ...
Bari hidroxit	Ba(OH) ₂	Ba	2	BaCl ₂ , Ba(NO ₃) ₂ , BaSO ₄ ...
Nhôm hidroxit	Al(OH) ₃	Al	3	AlCl ₃ , Al(NO ₃) ₃ , Al ₂ (SO ₄) ₃ ...

d. Tính chất hóa học của axit, bazơ*** Axit:**

– Tác dụng với giấy quỳ tím:

Giấy quỳ tím chuyển từ màu tím sang màu đỏ khi cho vào dung dịch axit.

– Tác dụng với dung dịch phenolphtalein (không màu):

Không làm đổi màu dung dịch phenolphtalein.

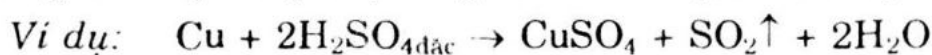
– Tác dụng với kim loại:

Axit (HCl và H₂SO₄ loãng) tác dụng với những kim loại đứng trước H trong dãy hoạt động hóa học của kim loại tạo thành muối và giải phóng hidro.

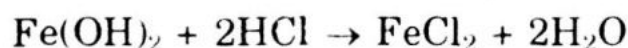
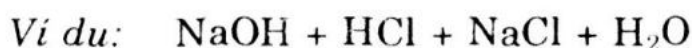
Ví dụ: $2\text{HCl} + \text{Fe} \rightarrow \text{FeCl}_2 + \text{H}_2\uparrow$

$3\text{H}_2\text{SO}_{4\text{loãng}} + 2\text{Al} \rightarrow \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 + 3\text{H}_2\uparrow$

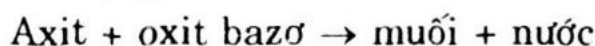
H_2SO_4 đặc và HNO_3 tác dụng với hầu hết các kim loại không giải phóng khí H_2 mà giải phóng các khí SO_2 , NO , NO_2 ...



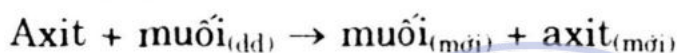
– Tác dụng với bazơ:



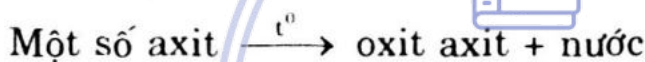
– Tác dụng với oxit bazơ:



– Tác dụng với muối:



– Phản ứng nhiệt phân:



* Bazơ:

Tác dụng với giấy quỳ tím.

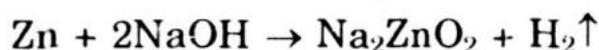
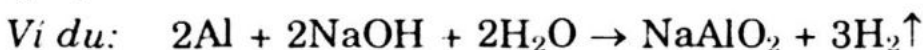
Giấy quỳ tím chuyển từ màu tím sang màu xanh khi cho vào dung dịch kiềm.

– Tác dụng với dung dịch phenolphtalein (không màu):

Dung dịch kiềm làm đổi màu dung dịch phenolphtalein từ không màu chuyển thành màu hồng.

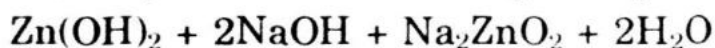
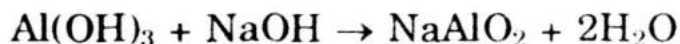
– Tác dụng với kim loại:

Một số nguyên tố lưỡng tính như Zn , Al , Cr ,... phản ứng với dung dịch kiềm.



– Tác dụng với bazơ:

Một số hidroxít lưỡng tính $\text{Al}(\text{OH})_3$, $\text{Zn}(\text{OH})_2$ tác dụng với dung dịch kiềm.



– Tác dụng với axit:

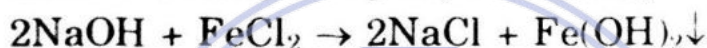
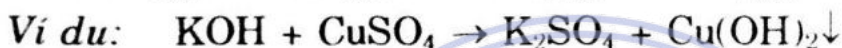
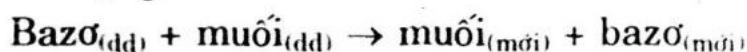
$\text{Bazơ}_{(\text{dd})} + \text{oxit axit} \rightarrow \text{muối axit hoặc muối trung hòa} + \text{nước}$



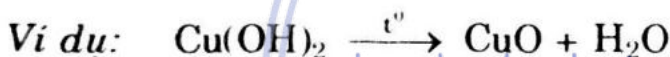
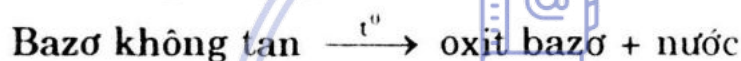
– Tác dụng với oxít bazơ:

Một số oxít lưỡng tính ZnO , Al_2O_3 , Cr_2O_3 ... tác dụng với dung dịch kiềm (xem phần oxít lưỡng tính).

– Tác dụng với muối:



– Phản ứng nhiệt phân:



e. Tính chất hóa học của muối

– Tác dụng với kim loại

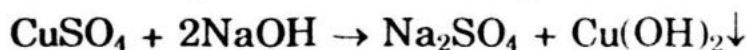
$\text{Kim loại} + \text{muối} \rightarrow \text{muối mới} + \text{kim loại mới}$



Lưu ý:

+ Kim loại đứng trước (trừ Na, K, Ca...) đẩy kim loại đứng sau (trong dãy hoạt động hóa học của kim loại) ra khỏi dung dịch muối của chúng.

+ Kim loại Na, Ca, K... khi tác dụng với dung dịch muối thì không cho kim loại mới vì:



– Tác dụng với axit:

Muối + axit $\rightarrow$ muối mới + axit mới

Ví dụ: $\text{AgNO}_3 + \text{HCl} \rightarrow \text{AgCl} \downarrow + \text{HNO}_3$

Điều kiện phản ứng xảy ra: Muối tạo thành không tác dụng với axit mới sinh ra hoặc axit mới sinh ra là chất dễ bay hơi hoặc axit yếu hơn axit tham gia phản ứng.

– Tác dụng với bazơ:

Muối + bazơ_(dd) $\rightarrow$ muối mới + bazơ mới

Ví dụ: $\text{FeCl}_3 + 3\text{NaOH} \rightarrow 3\text{NaCl} + \text{Fe(OH)}_3 \downarrow$

(màu nâu)

Điều kiện phản ứng xảy ra: Muối mới hoặc bazơ mới sinh ra là chất không tan (kết tủa).

– Tác dụng với muối:

Muối_(dd) + muối_(dd) $\rightarrow$ muối mới + muối mới

Ví dụ: $\text{BaCl}_2 + \text{Na}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{BaSO}_4 \downarrow + 2\text{NaCl}$

Điều kiện phản ứng xảy ra: Một hoặc cả hai muối mới tạo thành phải là không tan.

– Phản ứng nhiệt phân muối:

Một số muối bị nhiệt phân hủy ở nhiệt độ cao

Ví dụ: $\text{CaCO}_3 \xrightarrow{900^\circ\text{C}} \text{CaO} + \text{CO}_2$

$2\text{KMnO}_4 \rightarrow \text{K}_2\text{MnO}_4 + \text{O}_2 + \text{MnO}_2$

h. Phản ứng trao đổi, độ pH

**** Phản ứng trao đổi***

– Phản ứng trao đổi là phản ứng hóa học trong đó hai hợp chất tham gia phản ứng trao đổi với nhau những thành phần cấu tạo của chúng để tạo ra những hợp chất mới.

– Nhận biết một phản ứng là phản ứng trao đổi để khi viết phương trình phản ứng, phải lựa chọn các hóa chất sao cho sản phẩm là nước hoặc chất dễ bay hơi hoặc là chất không tan.

Ví dụ: $\text{FeCl}_2 + 2\text{NaOH} \rightarrow \text{Fe(OH)}_2 \downarrow + 2\text{NaCl}$

(phản ứng xảy ra hoàn toàn)

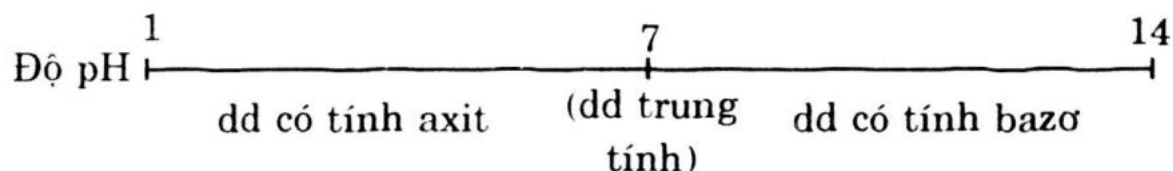
$\text{Na}_2\text{SO}_4 + 2\text{HNO}_3 \rightleftharpoons 2\text{NaNO}_3 + \text{H}_2\text{SO}_4$

(phản ứng xảy ra không hoàn toàn)

Học sinh không được viết phương trình hóa học này khi viết ví dụ hoặc điều chế muối, axit, bazơ.

* Độ pH

– Để biểu thị tính axit hoặc bazơ của một dung dịch, ta dùng độ pH.



4. HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ BÀI TẬP

a. Bài toán về tăng, giảm khối lượng

(1) Cho a gam muối clorua (của kim loại Ba, Ca, Mg) tác dụng với muối Na_2CO_3 tạo muối cacbonat có khối lượng b gam. Hãy tính khối lượng muối clorua của kim loại?

Để giải quyết bài toán này ta phải tìm số mol (n) của muối:

Độ giảm khối lượng muối = a – b là do thay Cl_2 (71) bằng CO_3 (60).

$$\text{Tìm } n_{\text{muối}} = \frac{a - b}{71 - 60} = \frac{\text{Độ tăng khối lượng muối theo đề bài}}{\text{Độ tăng khối lượng muối theo phương trình}}$$

Lưu ý: Phải so sánh $n_{\text{muối clorua}}$ với $n_{\text{Na}_2\text{CO}_3}$ để xem chất nào hết, chất nào còn dư.

(2) Cho m gam muối cacbonat của kim loại hóa trị II tác dụng với H_2SO_4 loãng dư thu được n gam muối sunfat. Hãy tìm công thức phân tử muối cacbonat?

Muốn tìm công thức muối cacbonat phải tìm số mol muối:

$$n_{\text{muối}} = \frac{n - m}{96 - 60}$$

(do thay muối cacbonat ($\text{CO}_3 = 60$) bằng sunfat ($\text{SO}_4 = 96$)).

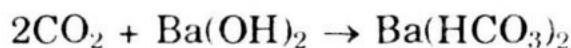
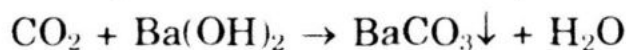
Xác định công thức phân tử của muối (RCO_3)

$$\text{R} + 60 = \frac{m}{n_{\text{muối}}} \Rightarrow \text{R}$$

b. Bài toán xác định loại muối tạo thành khi cho CO_2 , SO_2 tác dụng với kiềm.

Giả sử có: $n_{\text{CO}_2} : a \text{ mol}$; $n_{\text{kiềm}} : b \text{ mol}$

(1) Phản ứng của CO_2 với kiềm của kim loại hóa trị II (Ca, Ba...)



Có 3 trường hợp:

- Nếu $1 < \frac{a}{b} < 2 \rightarrow$ Tạo 2 muối
- Nếu $a \leq b \rightarrow$ Tạo muối BaCO_3
- Nếu $a \geq 2b \rightarrow$ Tạo muối $\text{Ba}(\text{HCO}_3)_2$

(2) Phản ứng của CO_2 với kiềm của kim loại hóa trị I (Na, K...)



Có 3 trường hợp:

- Nếu $\frac{1}{2} < \frac{a}{b} < 1 \rightarrow$ Tạo 2 muối
- Nếu $a \leq \frac{1}{2}b \rightarrow$ Tạo muối Na_2CO_3
- Nếu $a \geq b \rightarrow$ Tạo muối NaHCO_3

Để biết loại muối tạo thành thường phải lập tỉ lệ giữa số mol kiềm và oxit. Chú ý lấy số mol của chất nào không thay đổi ở hai phương trình làm mẫu số để xét bất đẳng thức.

c. Bài toán xác định hỗn hợp kim loại (hoặc hỗn hợp muối) hay axit còn dư

Có bài toán cho hỗn hợp 2 kim loại (hoặc 2 muối) tác dụng với dung dịch axit, yêu cầu chứng minh axit còn dư.

Giả sử hỗn hợp chỉ gồm một kim loại hoặc 1 muối có M nhỏ để khi chia khối lượng của hỗn hợp 2 kim loại hoặc hỗn hợp hai muối cho M có số mol lớn, rồi so sánh với số mol của axit để xem axit còn dư hay hỗn hợp còn dư.

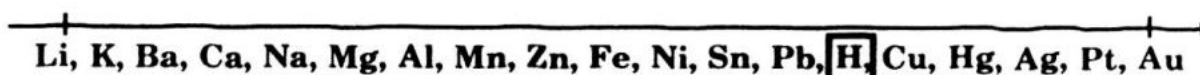
$$n_{\text{hỗn hợp 2 muối (hay 2 kim loại)}} < \frac{m_{\text{hh}}}{M} < n_{\text{HCl}}$$

Chương 2.**KIM LOẠI****1. Tính chất chung của kim loại**

	Kim loại	
<i>Tính chất vật lí</i>	– Có ánh kim. – Dẫn điện và dẫn nhiệt tốt. – Dễ dát mỏng, dễ kéo sợi.	
<i>Tính chất hóa học</i>	Không có phản ứng	
Tác dụng với đơn chất	Kim loại	
	Phi kim	– Tác dụng với hầu hết các kim loại ở nhiệt độ cao. – Thường xét phản ứng với Cl_2, O_2, S.
Tác dụng với hợp chất	Nước	Một số kim loại phản ứng với H_2O $2\text{Na} + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{NaOH} + \text{H}_2\uparrow$
	Axit	– HCl và H_2SO_4 loãng: kim loại đứng trước H. – H_2SO_4 đặc và HNO_3 với mọi kim loại trừ Pt và Au. – H_2SO_4 đặc nguội và HNO_3 đặc nguội không phản ứng với Al và Fe.
	Bazơ và oxit bazơ	Chỉ xét phản ứng với Al, Zn,... $2\text{Al} + 2\text{NaOH} + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{NaAlO}_2 + 3\text{H}_2\uparrow$
	Muối	Kim loại mạnh đẩy kim loại yếu hơn ra khỏi dung dịch muối. Trừ các kim loại phản ứng với (Na, K, Ca...)

2. Dãy hoạt động hóa học của kim loại

Độ hoạt động hóa học của kim loại giảm dần.



Từ Mg trở đi, kim loại mạnh đẩy kim loại yếu ra khỏi dung dịch muối của chúng.

Kim loại đứng trước H phản ứng với dung dịch HCl, H₂SO₄ loãng giải phóng H₂.

Lưu ý: H₂ không khử được các oxit kim loại của kim loại hoạt động hóa học mạnh từ Al trở về trước.

3. So sánh tính chất của Al và Fe

Tính chất	Al (NTK: 27)	Fe (NTK: 56)
Tính chất vật lí	- Kim loại màu trắng, có ánh kim, nhẹ, dẫn điện, dẫn nhiệt tốt, nhiệt độ nóng chảy: 660°C. - Có tính dẻo, dễ dát mỏng.	- Kim loại có màu trắng xám, có ánh kim, dẫn điện, dẫn nhiệt tốt nhưng kém nhôm, nhiệt độ nóng chảy ở 1539°C. - Có tính dẻo nên dễ rèn, là kim loại nặng.
Tác dụng với phi kim	$2\text{Al} + 3\text{S} \rightarrow \text{Al}_2\text{S}_3$	$2\text{Fe} + 3\text{Cl}_2 \rightarrow 2\text{FeCl}_3$
Tác dụng với axit	$2\text{Al} + 6\text{HCl} \rightarrow 2\text{AlCl}_3 + 3\text{H}_2$ Al và Fe không tác dụng với H ₂ SO ₄ đặc, nguội và HNO ₃ đặc, nguội.	$\text{Fe} + 2\text{HCl} \rightarrow \text{FeCl}_2 + \text{H}_2\uparrow$
Tác dụng với dd muối	$2\text{Al} + 3\text{FeSO}_4 \rightarrow \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 + 3\text{Fe}$	$\text{Fe} + 2\text{AgNO}_3 \rightarrow \text{Fe}(\text{NO}_3)_2 + 2\text{Ag}\downarrow$
Tác dụng với dd kiềm	$2\text{Al} + 2\text{NaOH} + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{NaAlO}_2 + 3\text{H}_2$	$\text{Fe} + \text{NaOH} \rightarrow$ không phản ứng
Hợp chất	Al ₂ O ₃ lưỡng tính: $\text{Al}_2\text{O}_3 + 6\text{HCl} \rightarrow 2\text{AlCl}_3 + 3\text{H}_2\text{O}$ $\text{Al}_2\text{O}_3 + 2\text{NaOH} \rightarrow 2\text{NaAlO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	- FeO, Fe₂O₃ và Fe₃O₄ là oxit bazơ không tan trong nước - Fe(OH)₂↓ màu trắng - Fe(OH)₃↓ màu đỏ nâu

4. Hợp kim sắt: gang, thép

a. Hợp kim là chất rắn thu được sau khi làm nguội hỗn hợp nóng chảy của nhiều kim loại khác nhau hoặc hỗn hợp kim loại và phi kim.

b. So sánh hàm lượng các nguyên tố trong gang và thép

Hợp kim	Thành phần cacbon	Thành phần các nguyên tố khác
Gang	2 đến 5%	1% → 30% là các nguyên tố P, Si, S và Mn, còn lại là Fe.
Thép	Dưới 2%	Dưới 0,8% là S, P và Mn, dưới 0,5% là Si, còn lại là Fe.
Thép đặc biệt	Dưới 2%	Ngoài các nguyên tố có sẵn như thép thường, còn có thêm các nguyên tố khác được đưa vào là Cr, Ni, Mo, V, W, Mn...

c. Nguyên tắc sản xuất gang, thép

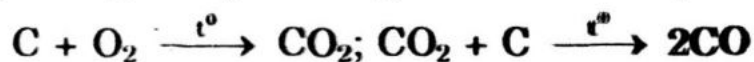
(1) Nguyên tắc sản xuất gang: dùng cacbon oxit khử sắt ở nhiệt độ cao trong lò cao.

(2) Nguyên tắc sản xuất thép: loại khỏi gang phần lớn các nguyên tố cacbon, silic, mangan, photpho, lưu huỳnh...

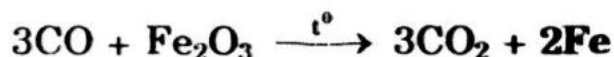
d. Quá trình sản xuất gang, thép

(1) – Quặng, than cốc, đá vôi có kích thước vừa phải đưa vào miệng lò.

– Oxi trong không khí phản ứng với than cốc tạo thành khí CO:



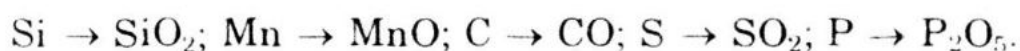
– Khí CO khử oxit sắt trong quặng thành sắt:



Một số oxit khác có trong quặng như MnO , SiO_2 ... cũng bị khử tạo thành Mn, Si...

Sắt nóng chảy hòa tan cacbon, silic, photpho, lưu huỳnh tạo thành gang.

(2) Không khí giàu oxi hoặc sẽ oxi hóa lần lượt các hợp chất trong gang nóng chảy:



Sau khi các tạp chất trong gang bị oxi hóa hết, sẽ có một phần Fe bị oxi hóa. Lúc này ta ngưng nén khí vào lò. Sản phẩm thu được là thép.

5. Sự ăn mòn kim loại

a. *Định nghĩa sự ăn mòn kim loại:* Sự phá hủy kim loại, hợp kim trong môi trường tự nhiên được gọi là sự ăn mòn kim loại.

b. *Những yếu tố ảnh hưởng đến sự ăn mòn kim loại:*

(1) Ảnh hưởng của các chất trong môi trường: Sự ăn mòn kim loại xảy ra nhanh, chậm hoặc không xảy ra phụ thuộc vào môi trường. Kim loại ăn mòn do kim loại tác dụng với các chất như nước, oxi (không khí) các chất hóa học khác... có trong môi trường. Ví dụ: Đinh sắt bị gỉ nhiều trong không khí ẩm, ở vùng biển...

(2) Ảnh hưởng của nhiệt độ: Ở nhiệt độ cao, sự ăn mòn kim loại xảy ra nhanh hơn.

c. *Làm thế nào để bảo vệ kim loại không bị ăn mòn*

(1) Ngăn không cho kim loại tiếp xúc với môi trường bằng các bôi dầu mỡ, sơn phủ bên ngoài...

(2) Chế tạo hợp kim ít bị ăn mòn. Ví dụ: Thép không gỉ (inox), thép chứa 12% Cr không bị ăn mòn.

6. Hướng dẫn giải một số bài tập

1. Trường hợp gặp bài toán cho biết lượng của hai chất tham gia và yêu cầu tính lượng chất tạo thành

Trong số hai chất tham gia phản ứng sẽ có một chất phản ứng hết. Chất kia có thể phản ứng hết hoặc dư. Lượng chất tạo thành tính theo lượng chất nào phản ứng hết, do đó phải tìm xem trong hai chất cho biết chất nào phản ứng hết. Cách giải: Lập tỉ số, ví dụ phương trình phản ứng:



$$\frac{\text{Số mol (hoặc khối lượng) chất A (theo đề bài)}}{\text{Số mol (hoặc khối lượng) chất A (theo phương trình)}}$$

$$\frac{\text{Số mol (hoặc khối lượng) chất B (theo đề bài)}}{\text{Số mol (hoặc khối lượng) chất B (theo phương trình)}}$$

So sánh 2 tỉ số, tỉ số nào lớn hơn chất đó dư, chất kia phản ứng hết. Tính lượng các chất theo chất phản ứng hết.

2. Bài toán về tăng giảm khối lượng của chất kết tủa hay khối lượng dung dịch sau phản ứng

a. Khi gặp bài toán cho a gam muối clorua (của kim loại Ba, Ca, Mg) tác dụng với dung dịch cabonat tạo muối kết tủa có khối lượng b gam. Hãy tìm công thức muối clorua.

– Muốn tìm công thức muối clorua phải tìm số mol (n) muối.

Độ giảm khối lượng muối $= a - b$ là do thay 2Cl ($M = 71$) bằng CO_3 ($M = 60$).

$$n_{\text{muối}} = \frac{a - b}{71 - 60}$$

Xác định công thức phân tử muối:

$$M_{\text{muối clorua}} = \frac{a}{n_{\text{muối}}}$$

Từ đó xác định công thức phân tử muối.

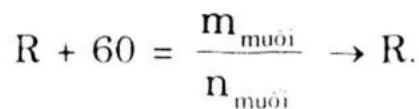
b. Khi gặp bài toán cho m gam muối cabonat của kim loại hóa trị II tác dụng với H_2SO_4 loãng dư thu được n gam muối sunfat. Tìm công thức phân tử muối cabonat.

Muốn tìm công thức phân tử muối cabonat phải tìm số mol muối.

$$n_{\text{muối}} = \frac{n - m}{96 - 60}$$

(do thay muối cabonat (60) bằng muối sunfat (96)).

Xác định công thức phân tử muối RCO_3 .



Suy ra công thức phân tử của RCO_3 .

c. Trường hợp bài toán cho thanh kim loại mạnh đẩy kim loại yếu ra khỏi dung dịch muối của chúng (trừ kim loại tác dụng với nước: Na, Ca, K), nếu đề bài cho khối lượng thanh kim loại tăng hoặc giảm so với khối lượng ban đầu, thiết lập mối quan hệ ẩn số với giả thiết đề bài cho:

(1) Nếu đề bài cho khối lượng thanh kim loại tăng, thì lập phương trình đại số sau:

$$m_{\text{kim loại giải phóng}} = m_{\text{kim loại tan}} = m_{\text{kim loại tăng}}$$

(2) Nếu đề bài cho khối lượng thanh kim loại giảm, thì lập phương trình đại số sau:

$$m_{\text{kim loại tan}} + m_{\text{kim loại giải phóng}} = m_{\text{kim loại giảm}}$$

(3) Nếu đề bài cho khối lượng thanh kim loại tăng $a\%$ hay giảm $b\%$ thì nên đặt thanh kim loại ban đầu là m gam. Vậy khối lượng thanh kim loại tăng $a\% \times m$ hay giảm $b\% \times m$.

3. Bài toán xác định hỗn hợp 2 kim loại (hoặc hỗn hợp 2 muối) hay axit còn dư

Khi gặp bài toán cho hỗn hợp 2 kim loại (hoặc 2 muối) tác dụng với axit, đề bài yêu cầu chứng minh axit còn dư hay hỗn hợp 2 kim loại còn dư, ta giải như sau:

Giả sử hỗn hợp chỉ gồm một kim loại (hoặc muối) có M nhỏ, để khi chia khối lượng hỗn hợp 2 kim loại (hoặc hỗn hợp 2 muối) cho M có số mol lớn, rồi so sánh với số mol axit để xem axit còn dư hay hỗn hợp còn dư.

$$\text{Nếu } n_{\text{hh 2 kim loại (hoặc 2 muối)}} < \frac{m_{\text{hh}}}{M} < n_{\text{HCl}} \text{ (như vậy axit còn dư).}$$

$$\text{Nếu: } \frac{m_{\text{hh}}}{M} > n_{\text{HCl}} \text{ (như vậy hỗn hợp 2 kim loại hoặc 2 muối còn dư).}$$

Chương 3

PHI KIM

SƠ LƯỢC VỀ BẢNG TUẦN HOÀN CÁC NGUYÊN TỐ

1. VỊ TRÍ CỦA CÁC NGUYÊN TỐ PHI KIM TRONG BẢNG HỆ THỐNG TUẦN HOÀN

a. Sự phân bố của các nguyên tố phi kim

		III	IV	V	VI	VII	VIII				
1							He				
2		B	C	N	O	F	Ne				
3				Si	P	S	Cl	Ar			
4						As	Se	Br	Kr		
5								Te	I	Xe	
6										At	Rn
7											

b. Cấu tạo nguyên tử: thường có từ 4 đến 7 electron ở lớp ngoài cùng.

2. TÍNH CHẤT CHUNG CỦA CÁC NGUYÊN TỐ PHI KIM

a. Tính chất vật lí

– Không có ánh kim, dẫn nhiệt, dẫn điện kém. Nhiệt độ nóng chảy thấp. Một số phi kim độc như clo, brom, iot...

– Có phi kim ở trạng thái khí: H_2 , N_2 , Cl_2 . Có phi kim ở trạng thái lỏng: Br_2 . Có phi kim ở trạng thái rắn: C, Si, P, S.

– Điểm đặc biệt là một số phi kim có tính thù hình như oxi, photpho, cacbon với các dạng thù hình như O_3 (ozon), photpho trắng, photpho đỏ, photpho đen, kim cương, than chì, cacbon vô định hình...

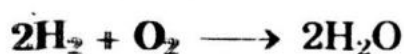
b. Tính chất hóa học của đơn chất: Tính chất đặc trưng của phi kim là tính oxi hóa.

Tác dụng với kim loại: tạo thành oxit, bazơ hoặc muối, nếu phi kim có tính oxi hóa mạnh ($\text{Cl}_2, \dots$) có thể đưa hóa trị của kim loại lên hóa trị cao nhất.



Tác dụng với hidro:

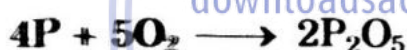
- Oxi tác dụng với khí hidro tạo thành hơi nước:



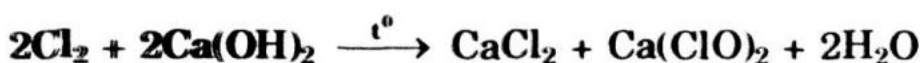
- Cl tác dụng với khí hidro:



Tác dụng với oxi: Nhiều phi kim tác dụng với oxi tạo thành oxit axit.



Tác dụng với hợp chất: Một số phi kim tác dụng với các hợp chất.



So sánh hoạt động hóa học của phi kim: So sánh mức độ hoạt động hóa học mạnh, yếu của phi kim thường được xét qua khả năng phản ứng với hidro hoặc kim loại.



$\text{Cl}_2 > \text{S}$: S phản ứng với Fe chỉ cho Fe đạt hóa trị II.

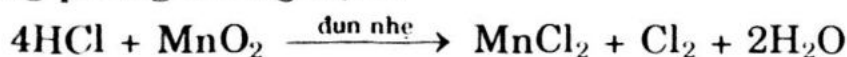
Cl_2 phản ứng với Fe cho Fe đạt hóa trị III.

3. SO SÁNH TÍNH CHẤT CỦA CLO VÀ CACBON

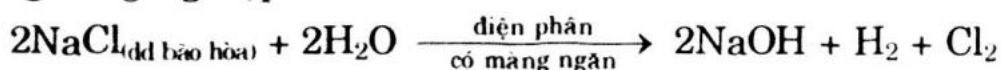
Tính chất	Clo	Cacbon* (than vô định hình)
Tính chất vật lí	Clo là chất khí màu vàng lục Clo là chất khí rất độc, nặng gấp 2,5 lần không khí	Cacbon ở trạng thái rắn, màu đen. Than có tính hấp phụ màu, chất tan trong dung dịch.
Tác dụng với H ₂	$H_2 + Cl_2 \xrightarrow{t^0} 2HCl$	$C + 2H_2 \xrightarrow{500^0 C} CH_4$
Tác dụng với kim loại	$3Cl_2 + 2Fe \xrightarrow{t^0} 2FeCl_3$	$2C + Ca \xrightarrow{2000^0 C} CaC_2$ $C + 3Fe \xrightarrow{t^0} Fe_3C$
Tác dụng với oxi	Không phản ứng trực tiếp với oxi	$C + O_2 \xrightarrow{t^0} CO + H_2$ Hay $C + 2H_2O \rightarrow CO_2 + 2H_2$
Tác dụng với nước	$Cl_2 + H_2O \rightleftharpoons HCl + HClO$	$C + H_2O \xrightarrow{1000^0 C} CO + H_2$ Hay $C + 2H_2O \rightarrow CO_2 + 2H_2$
Tác dụng với dung dịch kiềm	$Cl_2 + 2NaOH \rightarrow NaCl + NaClO + H_2O$ $Cl_2 + Ca(OH)_2 \rightarrow CaOCl_2 + H_2O$	Không tác dụng
Tác dụng với dung dịch muối	$Cl_2 + 2FeCl_2 \rightarrow 2FeCl_3$ $Cl_2 + 2KBr \rightarrow 2KCl + Br_2$	Không tác dụng
Phản ứng oxi hóa khử	Clo luôn luôn là chất oxi hóa	C là chất khử $C + O_2 \xrightarrow{t^0} CO_2$ $C + CO_2 \xrightarrow{t^0} 2CO$ $3C + Fe_2O_3 \rightarrow 3CO + 2Fe$
Phản ứng với hidrocacbon	$CH_4 + Cl_2 \xrightarrow{\text{ánh sáng}} CH_3Cl + HCl$ $CH_2 = CH_2 + Cl_2 \rightarrow CH_2Cl - CH_2Cl$ $C_6H_6 + Cl_2 \xrightarrow{\text{bột Fe}} C_6H_5Cl + HCl$	Không phản ứng

4. ĐIỀU CHẾ CLO

- Trong phòng thí nghiệm:



- Trong công nghiệp:



5. CÁC DẠNG THÙ HÌNH CỦA CACBON

– Định nghĩa dạng thù hình: Dạng thù hình của nguyên tố là dạng tồn tại của những đơn chất khác nhau do cùng một nguyên tố hóa học tạo nên. Ví dụ, nguyên tố oxi có hai dạng thù hình là oxi và ozon.

- Các dạng thù hình của cacbon:

+ Kim cương: trong suốt, không dẫn điện.

+ Than chì: mềm, dẫn điện.

+ Cacbon vô định hình (than gỗ, than đá, than xương, mồ hóng...) xốp, không dẫn điện.

– Trong các dạng thù hình của cacbon, cacbon vô định hình là hoạt động hóa học mạnh nhất.

a. Các oxit của cacbon

Tính chất	Cacbon oxit CO	Cacbon đioxit CO ₂
Tính chất vật li	CO là khí không màu không mùi Khí CO rất độc	CO ₂ là khí không màu nặng hơn không khí. Khí CO ₂ không duy trì sự sống và sự cháy.
Tác dụng với H ₂ O	Khí CO không tác dụng với nước (ở nhiệt độ thường)	$\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{H}_2\text{CO}_3$
Tác dụng với kiềm	Là oxit trung tính, không phản ứng với kiềm	Là oxit axit $\text{CO}_2 + 2\text{NaOH} \rightarrow \text{Na}_2\text{CO}_3 + \text{H}_2\text{O}$ $\text{CO}_2 + \text{NaOH} \rightarrow \text{NaHCO}_3$
Tác dụng với oxit bazơ	Không phản ứng	$\text{CO}_2 + \text{CaO} \rightarrow \text{CaCO}_3$
Phản ứng oxi hóa khử	Ở nhiệt độ cao, CO là chất khử $4\text{CO} + \text{Fe}_3\text{O}_4 \rightarrow 3\text{Fe} + 4\text{CO}_2$	Ở nhiệt độ cao, CO ₂ là chất oxi hóa $\text{CO}_2 + \text{C} \xrightarrow{t^0} 2\text{CO}$

b. Tính chất hóa học của axit H_2CO_3

– Dung dịch H_2CO_3 là một axit yếu, làm quỳ tím chuyển thành màu đỏ.

– H_2CO_3 là một axit không bền, H_2SO_3 tạo thành trong các phản ứng hóa học bị phân hủy ngay thành CO_2 và H_2O .

c. Muối cacbonat

(1) Phân loại: Có hai loại muối:

– Muối cacbonat trung hòa, ví dụ: $CaCO_3$, Na_2CO_3 , $MgCO_3$...

– Muối cacbonat axit được gọi là hidrocacbonat, ví dụ: $NaHCO_3$, $KHCO_3$...

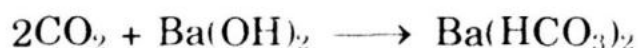
(2) Tính chất:

Tính chất	Muối cacbonat trung hòa	Muối cacbonat axit
Tính tan trong nước	Đa số không tan trong nước, trừ muối cacbonat của kim loại kiềm và $(NH_4)_2CO_3$. Một số muối cacbonat tan dần trong nước có chứa CO_2 . $CaCO_3 + CO_2 + H_2O \rightleftharpoons Ca(HCO_3)_2$	Hầu hết muối hidro cacbonat là tan trong nước. $Mg(HCO_3)_2$ $Ca(HCO_3)_2$...
Tác dụng với axit	$CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2 \uparrow + H_2O$	$NaHCO_3 + HCl \rightarrow NaCl + CO_2 + H_2O$
Tác dụng với kiềm	Dung dịch muối cacbonat phản ứng với kiềm: $K_2CO_3 + Ca(OH)_2 \rightarrow CaCO_3 \downarrow + 2KOH$ (Muối không tan không tác dụng)	$KHCO_3 + KOH \rightarrow K_2CO_3 + H_2O$ $KHCO_3 + NaOH \rightarrow NaCKCO_3 + H_2O$ $Ca(HCO_3)_2 + Ca(OH)_2 \rightarrow CaCO_3 \downarrow + 2H_2O$
Tác dụng với dung dịch muối	Dung dịch muối cacbonat phản ứng với dung dịch muối $Na_2CO_3 + CaCl_2 \rightarrow CaCO_3 \downarrow + 2NaCl$	$Ca(HCO_3)_2 + Na_2CO_3 \rightarrow CaCO_3 \downarrow + 2NaHCO_3$
Phản ứng phân hủy	Nhiều muối cacbonat bị nhiệt phân hủy. $MgCO_3 \xrightarrow{t^0} MgO + CO_2 \uparrow$	$2NaHCO_3 \xrightarrow{t^0} Na_2CO_3 + CO_2 \uparrow + H_2O$

d. Phản ứng của CO₂ với dung dịch bazơ (kiềm)

Phản ứng tạo 2 muối: $n_{\text{CO}_2} : a \text{ mol}; n_{\text{kiềm}} : b \text{ mol}$

(1) Phản ứng của CO₂ với dung dịch bazơ (kiềm) của kim loại hóa trị II (Ca, Ba...)



Có 3 trường hợp:

Nếu $1 < \frac{a}{b} < 2 \rightarrow$ Tạo 2 muối

Nếu $a \leq b \rightarrow$ Tạo muối BaCO₃

Nếu $a \geq 2b \rightarrow$ Tạo muối Ba(HCO₃)₂

(2) Phản ứng của CO₂ với dung dịch bazơ (kiềm) của kim loại hóa trị I (Na, K, ...).



Có 3 trường hợp:

Nếu $\frac{1}{2} < \frac{a}{b} < 1 \rightarrow$ Tạo 2 muối

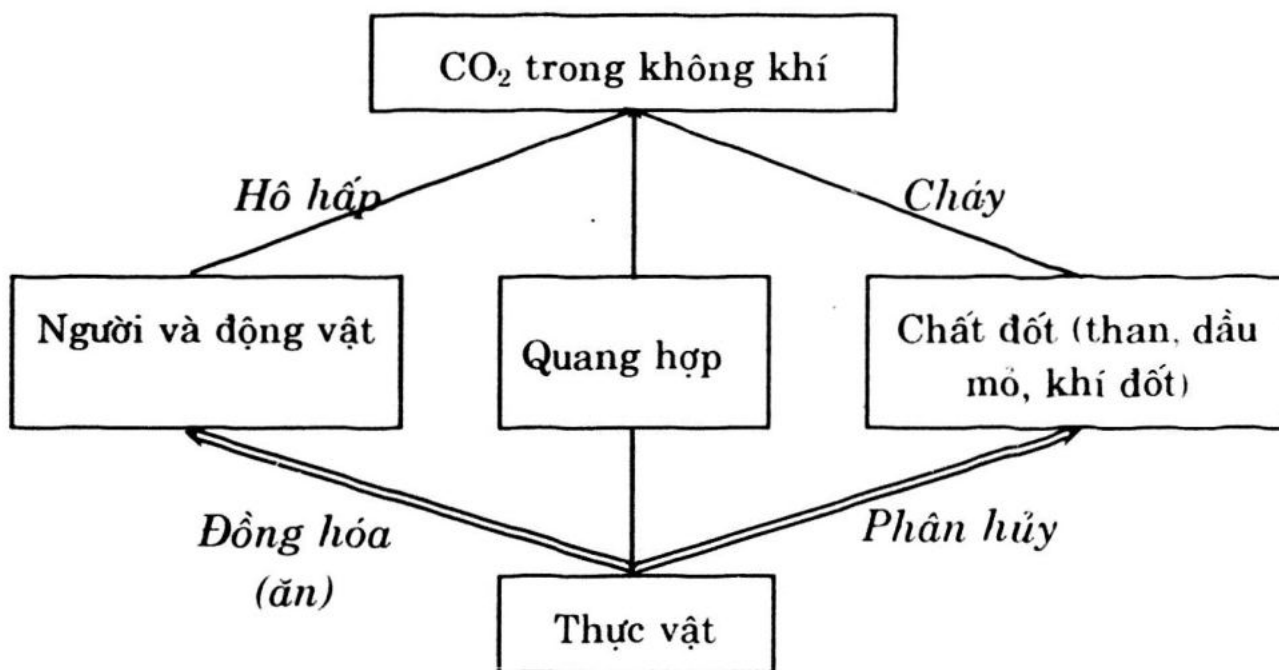
Nếu $a \leq \frac{1}{2}b \rightarrow$ Tạo muối Na₂CO₃

Nếu $a \geq \frac{1}{2}b \rightarrow$ Tạo muối NaHCO₃

Để biết loại muối tạo thành thường phải lập tỉ lệ giữa số mol kiềm và oxit.

e. Chu trình của cacbon trong tự nhiên

Trong tự nhiên có sự chuyển hóa cacbon từ dạng này sang dạng khác. Sự chuyển hóa này diễn ra thường xuyên, liên tục và tạo thành chu trình khép kín.



Chu trình cacbon trong tự nhiên

6. SILIC

a. Trạng thái tự nhiên, tính chất

Silic là nguyên tố phổ biến thứ hai trong tự nhiên. Silic chiếm khoảng 1/4 khối lượng trái đất.

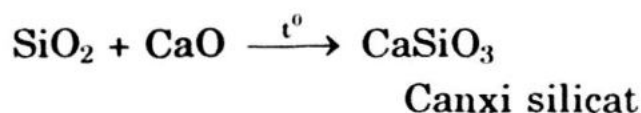
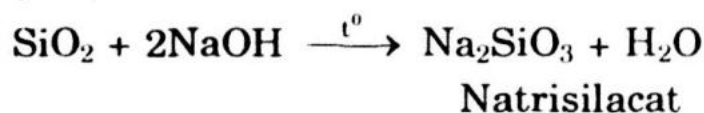
- Trong tự nhiên, silic chỉ tồn tại ở dạng hợp chất.
- Silic là chất rắn, màu xám, khó nóng chảy, dẫn điện kém.
- Tinh thể silic tinh khiết là chất bán dẫn.
- Silic là phi kim hoạt động hóa học yếu hơn cacbon, clo.
- Ở nhiệt độ cao: $\text{Si}_{(r)} + \text{O}_{2(k)} \xrightarrow{t^0} \text{SiO}_{2(r)}$

b. Ứng dụng của silic

Silic được dùng làm vật liệu bán dẫn trong kĩ thuật điện tử và được dùng để chế tạo pin mặt trời.

c. Silic dioxit (SiO₂)

SiO₂ là oxit axit tác dụng với kiềm và oxit bazơ tạo thành muối silicat ở nhiệt độ cao.



SiO₂ không phản ứng với nước tạo thành axit.

7. SƠ LƯỢC BẢNG TUẦN HOÀN CÁC NGUYÊN TỐ HÓA HỌC

Năm 1869, nhà bác học Nga Đ.I. Mendeleev (1834 – 1907) đã sắp xếp khoảng 60 nguyên tố trong bảng tuần hoàn theo chiều tăng dần của nguyên tử khối. Tuy nhiên, cách sắp xếp này có một số trường hợp ngoại lệ. Cho đến nay, bảng tuần hoàn có hơn 100 nguyên tố và được sắp xếp theo chiều tăng dần của điện tích hạt nhân nguyên tử.

a. Nguyên tắc

Trong bảng tuần hoàn, các nguyên tố sắp xếp theo chiều tăng dần của điện tích hạt nhân.

b. Cấu trúc của bảng tuần hoàn

Bảng tuần hoàn gồm các ô, các chu kì, các nhóm nguyên tố.

– Mỗi nguyên tố được sắp xếp trong một ô, có số thứ tự, nhóm và chu kì xác định.

– Bảng tuần hoàn được chia thành 7 chu kì, 8 nhóm nguyên tố.

– Bốn tính chất được lặp lại một cách tuần hoàn theo chiều tăng của điện tích hạt nhân là:

- Tính kim loại giảm dần;
- Tính phi kim tăng dần;
- Hóa trị cao nhất với oxi (a) tăng dần;
- Hóa trị đối với hiđro (b) giảm dần.

Với một nguyên tố, tổng hóa trị: $a + b = 8$

Cấu trúc bảng tuần hoàn

* Ô nguyên tố:

Ô nguyên tố cho biết:

- | | | |
|--|-------|----|
| – Kí hiệu hóa học | _____ | 26 |
| – Số thứ tự (số hiệu nguyên tử) Ví dụ: Fe (Sắt) | _____ | |
| – Tên nguyên tố | _____ | 56 |
| – Nguyên tử khối | _____ | |

* Chu kì

– Số nguyên tố trong mỗi chu kì:

- Chu kì 1: có 2 nguyên tố.
- Chu kì 2 và chu kì 3 mỗi chu kì gồm 8 nguyên tố.
- Chu kì 4 và chu kì 5 mỗi chu kì gồm 18 nguyên tố.
- Chu kì 6 và chu kì 7 mỗi chu kì gồm 32 nguyên tố.

– Chu kì là dãy các nguyên tố mà nguyên tử của chúng có cùng số lớp electron và được xếp theo chiều điện tích hạt nhân tăng dần. Số thứ tự của chu kì là số lớp electron.

– Trong cùng chu kì khi đi từ trái sang phải:

- Tính kim loại yếu dần;
- Tính phi kim mạnh dần;
- Đầu chu kì là kim loại mạnh, cuối chu kì là phi kim mạnh, kết thúc chu kì là khí hiếm.

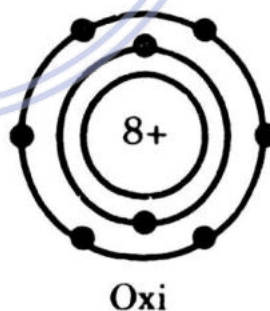
Ví dụ:

Chu kì 1: gồm 2 nguyên tố H và He, có 1 lớp electron trong nguyên tử. Điện tích hạt nhân tăng từ H là 1+ đến He là 2+.



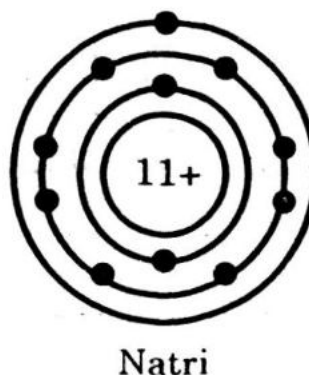
Nguyên tử H
(chu kì 1) có 1
lớp electron

Chu kì 2: Gồm 8 nguyên tố từ Li đến Ne, có 2 lớp electron trong nguyên tử. Điện tích hạt nhân tăng dần từ Li là 3+ đến Ne là 10+.



Nguyên tử O
(chu kì 2) có 2
lớp electron

Chu kì 3: gồm 8 nguyên tố từ Na đến Ar, có 3 lớp electron trong nguyên tử. Điện tích hạt nhân tăng dần từ Na là 11+ đến Ar là 18+.



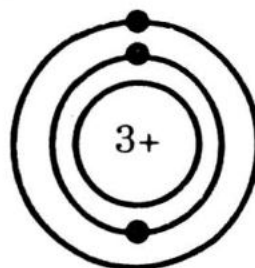
Nguyên tử Na
(chu kì 3) có 3
lớp electron

* Nhóm nguyên tố

– Nhóm gồm các nguyên tố mà nguyên tử của chúng có số electron lớp ngoài cùng bằng nhau và được xếp thành cột theo chiều tăng của điện tích hạt nhân nguyên tử. Số thứ tự nhóm bằng số electron lớp ngoài cùng của nguyên tử.

Ví dụ:

Nhóm I: gồm các nguyên tố kim loại hoạt động mạnh. Nguyên tử của chúng đều có 1 electron ở lớp ngoài cùng.

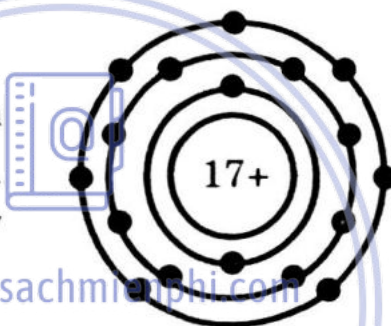


Liti

Nguyên tử Li (nhóm I) có 1e ở lớp ngoài cùng

Điện tích hạt nhân tăng từ Li (3+) đến Fr (87+).

Nhóm VII: gồm các nguyên tố phi kim hoạt động mạnh. Nguyên tử của chúng đều có 7 electron ở lớp ngoài cùng.



Clo

Nguyên tử Cl (nhóm VII) có 7e ở lớp ngoài cùng

Điện tích hạt nhân tăng từ F (9+) đến At (85+).

– Khi đi từ trên xuống dưới theo chiều điện tích hạt nhân tăng dần, tính kim loại tăng dần, tính phi kim giảm dần.

Số thứ tự của nhóm là hóa trị cao nhất với oxi của các nguyên tố trong nhóm đó.

Ví dụ: C ở nhóm IV có hóa trị cao nhất với oxi là IV: CO_2 . Mg ở nhóm II có hóa trị cao nhất với oxi là II: MgO .

CÔNG THỨC TỔNG QUÁT CÁC DẠNG HỢP CHẤT CỦA NGUYÊN TỐ

Phân nhóm	I	II	III	IV	V	VI	VII
Hợp chất với oxi	R_2O	RO	R_2O_3	RO_2	R_2O_5	RO_3	R_2O_7
Hóa trị cao nhất với oxi	I	II	III	IV	V	VI	VII
Hợp chất với hidro	RH rắn	RH_2 rắn	RH_3 rắn	RH_4 khí	RH_3 khí	RH_2 (H_2R) khí	RH (HR) khí
Hóa trị cao nhất với hidro	I	II	III	IV	III	II	I
Hợp chất hidroxit	ROH	$R(OH)_2$	$R(OH)_3$	H_2RO_3	HRO_3 H_3RO_4	H_2RO_4	HR , HRO , HRO_3 , HRO_4 .

c. Sự biến đổi tính chất của các nguyên tố trong bảng tuần hoàn

*** Trong một chu kì**

Trong chu kì 2 và 3, khi đi từ đầu đến cuối chu kì theo chiều tăng dần của điện tích hạt nhân:

– Số electron lớp ngoài cùng của nguyên tử tăng dần từ 1 đến 8 electron.

– Tính kim loại của các nguyên tố giảm dần, đồng thời tính phi kim của các nguyên tố tăng dần.

Đầu chu kì là một kim loại kiềm, cuối chu kì là halogen, kết thúc chu kì là khí hiếm.

Ví dụ: Quan sát chu kì 2 và 3 ta thấy:

Chu kì 2 gồm 8 nguyên tố

3	4	5	6	7	8	9	10
Li	Be	B	C	N	O	F	Ne
Liti	Beri	Bo	Cacbon	Nitơ	Oxi	Flo	Neon
7	9	11	12	14	16	19	20

+ Số electron lớp ngoài cùng của nguyên tử các nguyên tố trong chu kì 2 tăng dần từ 1 (Li ở nhóm I) đến 8 (Ne, ở nhóm VIII).

+ Tính kim loại giảm dần đồng thời tính phi kim tăng dần.

Đầu chu kì là một kim loại mạnh (Li), cuối chu kì là một phi kim mạnh (F), kết thúc chu kì là một khí hiếm (Ne).

Chu kì 3 gồm 8 nguyên tố:

11	12	13	14	15	16	17	18
Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar
Natri	Magie	Nhôm	Silic	Phot pho	Lưu huỳnh	Clo	Agon
13	24	27	28	31	32	35,5	40

+ Số electron ở lớp ngoài cùng của nguyên tử các nguyên tố trong chu kì 3 tăng dần từ 1 (Na ở nhóm I) đến 8 (Ar ở nhóm VIII).

+ Tính kim loại giảm dần đồng thời tính phi kim tăng dần.

Đầu chu kì là một kim loại mạnh (Na), cuối chu kì là một phi kim mạnh (Cl), kết thúc chu kì là một khí hiếm (Ar).

*** Trong một nhóm**

Trong một nhóm, khi đi từ trên xuống dưới theo chiều tăng dần của điện tích hạt nhân: Số lớp electron của nguyên tử tăng dần, tính kim loại của các nguyên tố tăng dần đồng thời tính phi kim của các nguyên tố giảm dần.

Ví dụ: Quan sát nhóm I và nhóm VII, ta thấy:

Nhóm I gồm 6 nguyên tố từ Li đến Fr:

+ Số lớp electron tăng dần từ 2 đến 7. Số electron lớp ngoài cùng của nguyên tử đều bằng 1.

+ Tính kim loại của các nguyên tố tăng dần (đồng thời tính phi kim giảm dần). Đầu nhóm Li là kim loại hoạt động hóa học mạnh, đến cuối nhóm Fr là kim loại hoạt động hóa học rất mạnh.

Nhóm VII gồm 5 nguyên tố từ F đến At.

+ Số lớp electron tăng dần từ 2 đến 6. Số electron lớp ngoài cùng của nguyên tử đều bằng 7.

+ Tính phi kim giảm dần (đồng thời tính kim loại tăng dần). Đầu nhóm, F là phi kim loại hoạt động rất mạnh, đến cuối nhóm, I là phi kim hoạt động hóa học yếu hơn. At là nguyên tố không có trong tự nhiên nên ít được nghiên cứu.

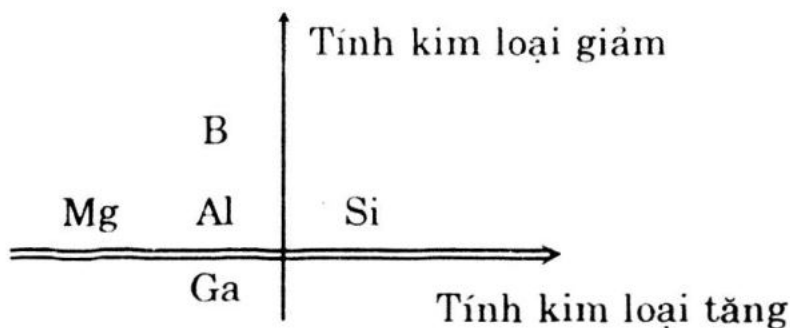
8. Ý NGHĨA CỦA BẢNG TUẦN HOÀN CÁC NGUYÊN TỐ

1. Biết vị trí của nguyên tố ta có thể suy đoán cấu tạo nguyên tử và tính chất của nguyên tố

Để dự đoán tính chất đơn chất, thành phần và tính chất hợp chất của một nguyên tố khi biết vị trí của nó trong bảng tuần hoàn người ta phải dựa vào quy luật biến thiên tính chất của nguyên tố trong một chu kì, một phân nhóm. Đó là các nguyên tố có tính chất chuyển tiếp giữa các nguyên tố xung quanh nó (tức bên phải, bên trái trong cùng một chu kì, trên và dưới trong cùng một phân nhóm).

Ví dụ: Xét tính chất của Al

Vị trí của Al



Al có tính chất kim loại mạnh hơn Si, yếu hơn Mg, mạnh hơn B, yếu hơn Ga.

Al có tính chất chuyển tiếp giữa Mg và Si nên có tính lưỡng tính.

* Căn cứ vào số thứ tự của nhóm viết được công thức oxit cao nhất và hidroxit ứng với oxit cao nhất đó. Tính chất của oxit và hidroxit là các chất có tính bazơ hay axit cũng dựa vào hóa trị cao nhất đó để suy đoán. Các nguyên tố có hóa trị I, II, III thì oxit và hidroxit tương ứng có tính bazơ.

Biết vị trí của Al suy ra công thức oxit cao nhất Al_2O_3 . Công thức hidroxit tương ứng là $\text{Al}(\text{OH})_3$.

Trong chu kì khi đi từ trái sang phải tính bazơ của các oxit cao nhất và hidroxit giảm dần đồng thời tính axit tăng dần theo chiều tăng của điện tích hạt nhân. Vậy $\text{Al}(\text{OH})_3$ là bazơ yếu hơn $\text{Mg}(\text{OH})_2$ và NaOH .

Trong cùng phân nhóm A, tính kim loại tăng dần theo chiều tăng của điện tích hạt nhân đồng thời tính bazơ của các oxit cao nhất và hidroxit tương ứng mạnh dần nên $\text{Al}(\text{OH})_3$ có tính bazơ mạnh hơn H_3BO_3 và yếu hơn $\text{Ga}(\text{OH})_3$.

2. Biết cấu tạo nguyên tử của nguyên tố ta có thể suy đoán vị trí và tính chất nguyên tố đó

Ví dụ 1: Nguyên tử của nguyên tố X có điện tích hạt nhân $15+$, 3 lớp electron, lớp electron ngoài cùng có 5 electron. Hãy cho biết vị trí của X trong bảng tuần hoàn và tính chất hóa học cơ bản của nó.

Nguyên tố X có điện tích hạt nhân là 15+ nên ở ô thứ 15. Trong nguyên tử có 3 lớp electron, lớp electron ngoài cùng có 5 electron nên ở chu kì 3 và nhóm V là một nguyên tố phi kim vì đứng gần cuối chu kì 3 và gần đầu nhóm V.

Ví dụ 2: Biết nguyên tố A có số hiệu nguyên tử là 17, chu kì 3, nhóm VII. Hãy cho biết cấu tạo nguyên tử, tính chất của nguyên tố A và so sánh với các nguyên tố lân cận.

Nguyên tố A có số hiệu nguyên tử là 17, nên điện tích hạt nhân của nguyên tử A bằng 17+, có 17 electron. Nguyên tố A ở chu kì 3, nhóm VII nên nguyên tử A có 3 lớp electron, lớp ngoài cùng có 7 electron.

Nguyên tố A ở cuối chu kì 3, nên A là phi kim hoạt động mạnh, tính phi kim của A (clo) mạnh hơn nguyên tố đứng trước, có số thứ tự 16 là lưu huỳnh.

Nguyên tố A ở gần đầu nhóm VII, tính phi kim của A yếu hơn nguyên tố đứng trên nó, số thứ 9 là flo nhưng mạnh hơn nguyên tố đứng dưới nó số thứ tự 35 là brom.

Nhận xét: Biết vị trí của nguyên tố trong bảng tuần hoàn ta có thể suy đoán cấu tạo nguyên tử và tính chất cơ bản của nguyên tố, so sánh tính kim loại hay phi kim của nguyên tố này với những nguyên tố lân cận.

Chương 4.**HIĐROCACBON, NHIÊN LIỆU****1. KHÁI NIỆM VỀ HỢP CHẤT HỮU CƠ**

Từ thời cổ đại, con người đã biết sử dụng và chế biến hợp chất hữu cơ trong thiên nhiên để phục vụ cho cuộc sống của mình. Hợp chất hữu cơ có ở xung quanh ta, trong các loại lương thực, thực phẩm (thịt, cá, rau, quả), trong các loại đồ dùng (quần áo, giấy, mực,...) và ngay trong cơ thể của chúng ta.

Khi chất hữu cơ cháy tạo ra khí cacbon (CO_2) hơi nước có khí nitơ (N_2), muối cacbonat natri (Na_2CO_3).

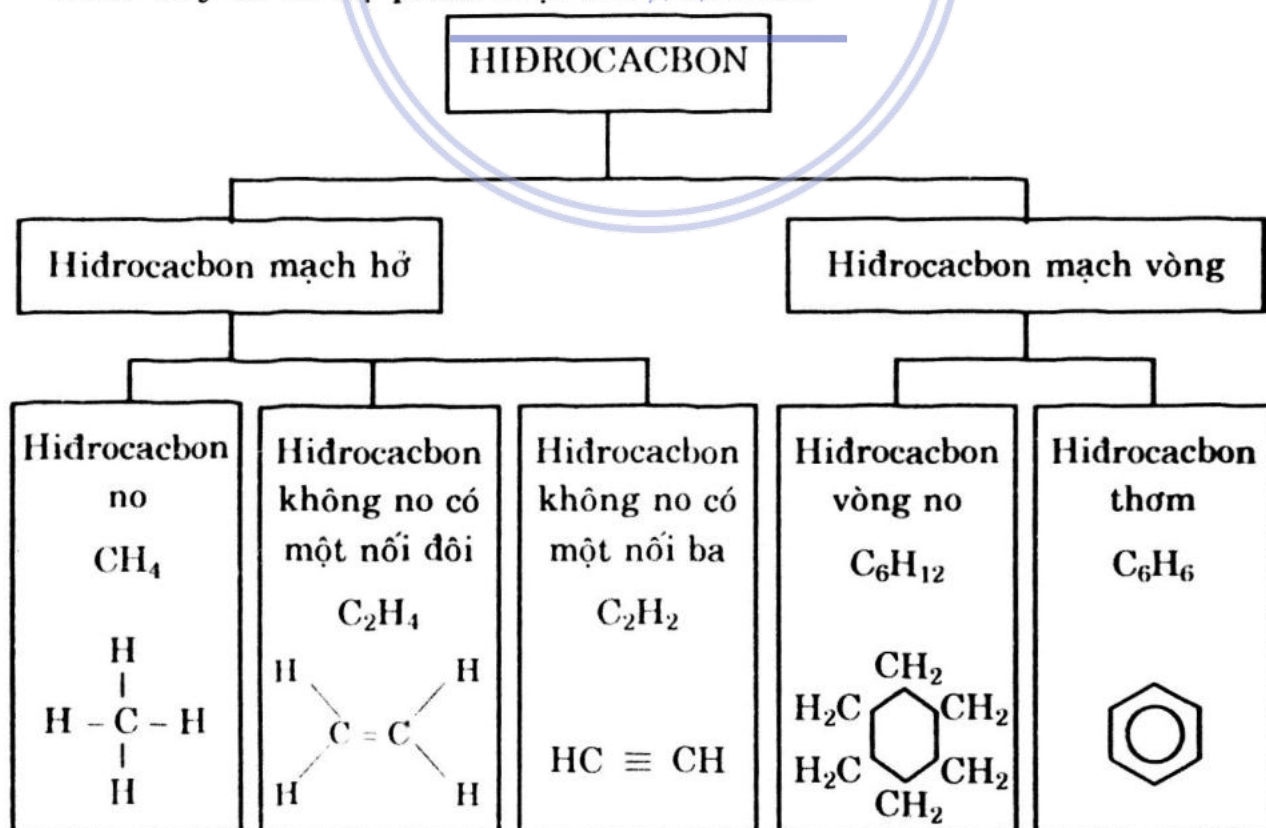
Đa số các hợp chất của cacbon là hợp chất hữu cơ, chỉ có một số ít không phải là hợp chất hữu cơ (như CO , CO_2 , H_2CO_3 và các muối cacbonat kim loại...)

2. CẤU TẠO CỦA CÁC HỢP CHẤT HỮU CƠ*a. Sự phân loại các hợp chất hữu cơ*

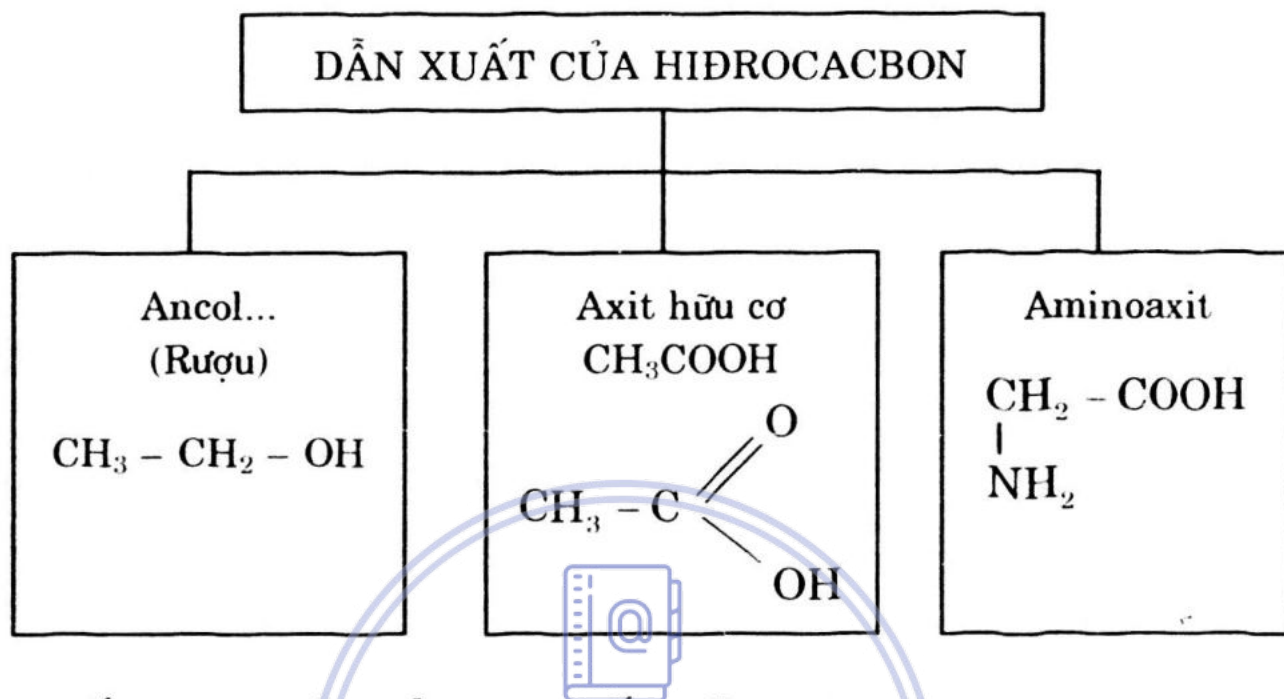
Ta có thể phân chia các hợp chất hữu cơ thành hai nhóm chính: hidrocarbon và dẫn xuất của hidrocarbon.

- Hidrocarbon là loại hợp chất hữu cơ đơn giản nhất, trong thành phần phân tử chỉ chứa 2 nguyên tố là cacbon và hidro.

Dưới đây là sơ đồ phân loại hidrocarbon.



• Dẫn xuất của hidrocarbon là loại hợp chất hữu cơ có chứa nhóm nguyên tử quyết định tính chất đặc trưng của loại hợp chất đó. Ví dụ các nhóm: $-Cl$, $-OH$, $COOH$, $-NH_2$ v.v...



3. CẤU TẠO PHÂN TỬ HỢP CHẤT HỮU CƠ

Trong hợp chất hữu cơ, công thức cấu tạo quyết định tính chất hóa học và ngược lại từ tính chất hóa học mà suy đoán công thức cấu tạo của hợp chất.

• Trong phân tử hợp chất hữu cơ, các nguyên tử được sắp xếp theo trật tự nhất định, nếu thay đổi trình tự kết hợp sẽ tạo thành hợp chất mới.



Rượu etylic

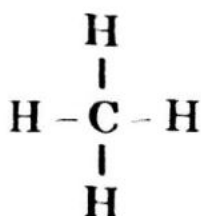
ete

• Mạch cacbon: Các nguyên tử cacbon không những có thể liên kết với các nguyên tố khác (hiđro, nitơ, oxi v.v...) mà còn có thể liên kết trực tiếp với nhau tạo thành mạch thẳng, mạch nhánh, mạch vòng. Chính vì vậy mà hợp chất hữu cơ có khoảng 4 triệu chất.

• Các nguyên tử trong phân tử liên kết với nhau theo đúng hóa trị của chúng, hóa trị của cacbon là 4, của hiđro là 1, của oxi là 2, v.v...

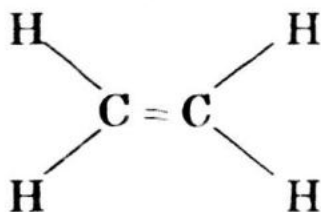
• Công thức cấu tạo

– Metan: CH_4



Phân tử có 4 liên kết đơn. Trong phân tử, nguyên tử cacbon đã bão hòa hóa trị nên metan chỉ tham gia phản ứng thế.

– Etilen: C_2H_4



Phân tử etilen có 1 liên kết đôi trong phân tử. Khác với liên kết đôi kém bền cho nên phân tử etilen có phản ứng đặc trưng là phản ứng cộng, phản ứng trùng hợp.

– Axetilen: C_2H_2

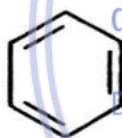


Phân tử C_2H_2 có một liên kết ba; liên kết ba cũng kém bền nên C_2H_2 tham gia phản ứng cộng, phản ứng trùng hợp.

– Benzen: C_6H_6



hay



Phân tử C_6H_6 có cấu tạo đặc biệt: một vòng 6 cạnh chứa 3 liên kết đôi và 3 liên kết đơn nên C_6H_6 tham gia phản ứng thế và tham gia phản ứng cộng.

4. HIDROCARBON

a. Tính chất hóa học của hidrocarbon

* Metan

– Phản ứng thế: $\text{CH}_4 + \text{Cl}_2 \xrightarrow{\text{ánh sáng}} \text{CH}_3\text{Cl} + \text{HCl}$

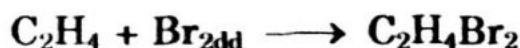
– Không tham gia phản ứng cộng, phản ứng trùng hợp và phản ứng hợp nước.

– Phản ứng đốt cháy: $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$

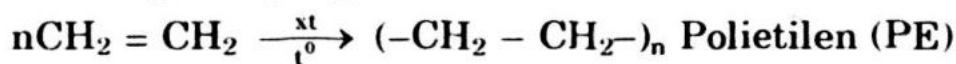
* Etilen

– Không tham gia phản ứng thế:

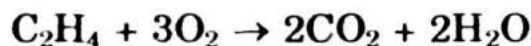
– Phản ứng cộng: $\text{C}_2\text{H}_4 + \text{H}_2 \xrightarrow{\text{Ni, t}^\circ} \text{C}_2\text{H}_6$



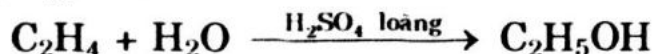
– Phản ứng trùng hợp:



– Phản ứng đốt cháy:

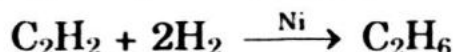


– Phản ứng hợp nước:

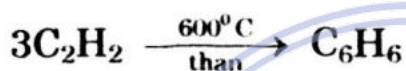


* Axetilen

– Phản ứng cộng: $\text{C}_2\text{H}_2 + \text{H}_2 \xrightarrow{\text{Pd}} \text{C}_2\text{H}_4$



– Phản ứng trùng hợp:



– Phản ứng đốt cháy:



– Phản ứng đốt cháy và phản ứng thế sẽ học ở lớp trên.

* Benzen

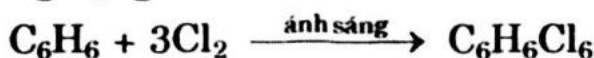
– Phản ứng thế:



– Phản ứng đốt cháy:



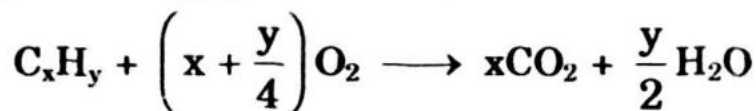
– Phản ứng cộng:



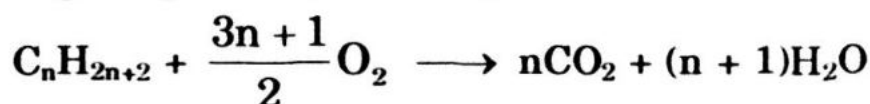
– Benzen không tham gia phản ứng trùng hợp và phản ứng hợp nước.

b. Phương trình đốt cháy của hidrocarbon

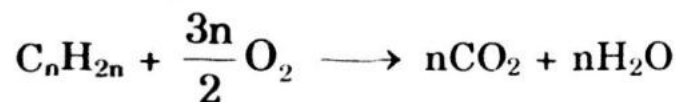
• Dạng công thức tổng quát của hidrocarbon bất kì:



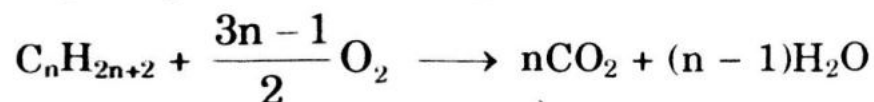
• Dạng đồng đẳng của metan (CH_4):



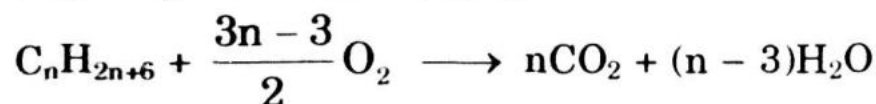
- Dạng đồng đẳng của etilen (C_2H_4):



- Dạng đồng đẳng của axetilen (C_2H_2):



- Dạng đồng đẳng của benzen (C_6H_6):



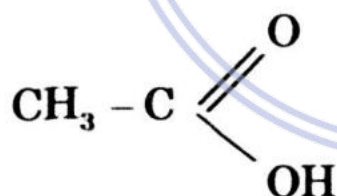
5. DẪN XUẤT CỦA HIDROCARBON - POLIME

a. Công thức cấu tạo của một số dẫn xuất của hidrocacbon

* **Rượu etylic (C_2H_6O):** $CH_3 - CH_2 - OH$

Trong phân tử rượu etylic có một nguyên tử H không liên kết với nguyên tử C mà liên kết với nguyên tử O, tạo ra nhóm $-OH$. Chính nhóm $-OH$ này làm cho rượu có tính chất hóa học đặc trưng, tác dụng với Na, K... và tham gia phản ứng este hóa.

* **Axit axetic:** CH_3COOH



Phân tử axit axetic có nhóm $-OH$ nối với nhóm $C = O$ tạo thành nhóm $-COOH$ làm cho phân tử có tính chất axit.

* **Tinh bột và xenlulozơ**

Tinh bột và xenlulozơ có phân tử khối rất lớn, phân tử được tạo thành do nhiều nhóm $-C_6H_{10}O_5-$ liên kết với nhau. Nhóm $-C_6H_{10}O_5-$ là mắt xích phân tử. Số mắt xích phân tử tinh bột xấp xỉ 1200 – 6000. Số mắt xích trong phân tử xenlulozơ xấp xỉ 10.000 – 14.000.

Công thức phân tử tinh bột: $(-C_6H_{10}O_5-)_n$

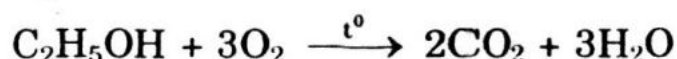
Công thức phân tử xenlulozơ: $(-C_6H_{10}O_5-)_n$

– Hidrocarbon ở thể khí có số nguyên tử cacbon ≤ 4 .

b. Tính chất hóa học và điều chế dẫn xuất của hidrocarbon

*** Rượu etylic**

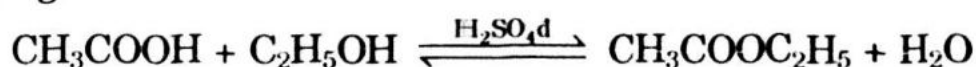
– Phản ứng đốt cháy:



– Phản ứng với Na:



– Phản ứng este hóa:

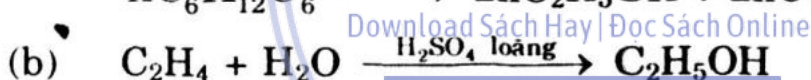
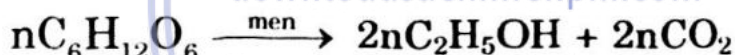


– Phản ứng oxi hóa khử:



– Rượu etylic không tham gia phản ứng thủy phân với kiềm.

– Điều chế:



*** Axit axetic**

– Phản ứng đốt cháy:



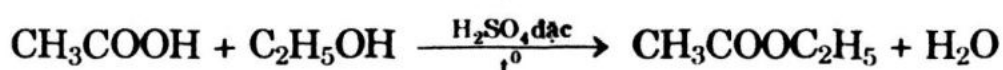
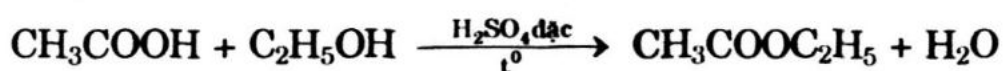
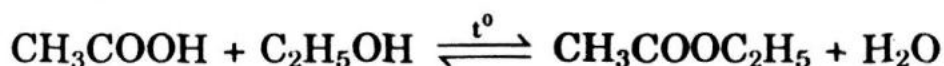
– Phản ứng với dung dịch kiềm:



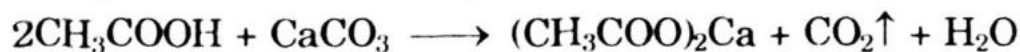
– Phản ứng với Na:



– Phản ứng este hóa:

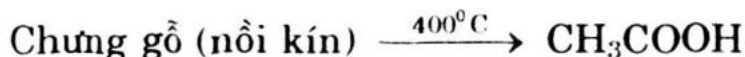
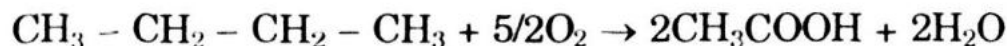
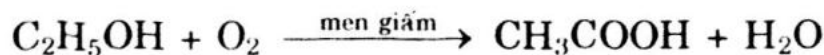


- Phản ứng với muối của axit yếu hơn:

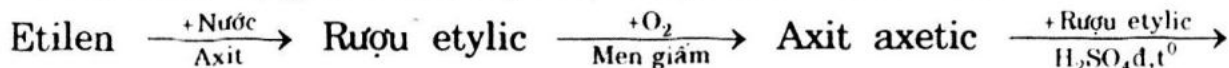


(Phản ứng này dùng để nhận biết axit CH_3COOH)

- Điều chế:



*** Môi liên hệ giữa etilen, rượu etylic và axit axetic**



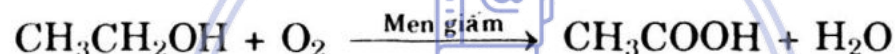
Etyl axetat

Ví dụ:

- Từ etilen điều chế rượu etylic:



- Từ rượu etylic điều chế axit axetic:



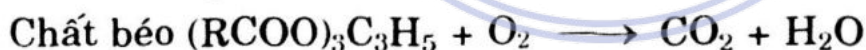
- Từ axit axetic điều chế etyl axetat



*** Chất béo**

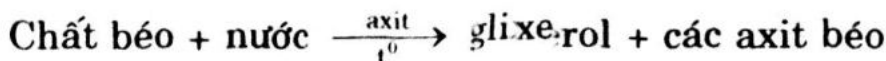
Chất béo là hỗn hợp nhiều este của glixerol với các axit béo có công thức chung là: $(\text{R} - \text{COO})_3\text{C}_3\text{H}_5$.

- Phản ứng đốt cháy:



(R là gốc hidrocarbon)

- Phản ứng thủy phân:



- Phản ứng với dung dịch kiềm:



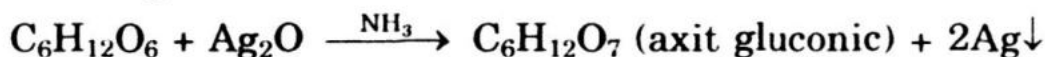
Hỗn hợp muối natri của các axit béo là thành phần chính của xà phòng



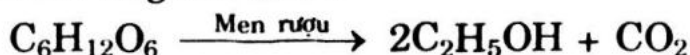
- Điều chế: Glixerol + axit béo $\rightarrow$ chất béo

*** Glucozơ**

– Phản ứng oxi hóa:



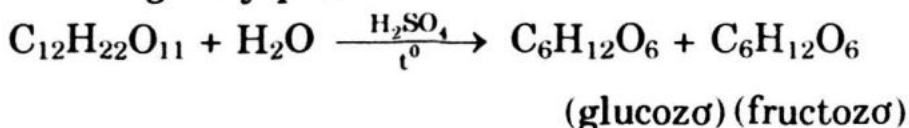
– Phản ứng lên men:



– Điều chế: $(-\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5-)_{\text{n}} + \text{nH}_2\text{O} \xrightarrow[\text{axit}]{\text{t}^0} \text{nC}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$

*** Saccarozơ**

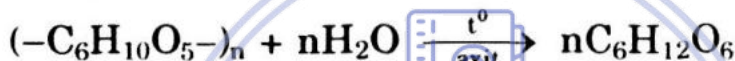
– Phản ứng thủy phân:



– Điều chế: Từ mía.

*** Tinh bột và xenlulozơ**

– Phản ứng thủy phân:

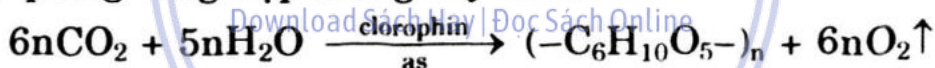


– Phản ứng với nước iot:

Hồ tinh bột + Nước iot (màu nâu) → Dung dịch màu xanh thẫm.

– Điều chế:

Do sự quang tổng hợp trong cây xanh:

**Tóm tắt tính chất của rượu etylic, axit axetic, chất béo**

– Rượu etylic: $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$

Tính chất vật lí: chất lỏng, tan vô hạn trong nước.

Tính chất hóa học: Phản ứng cháy, phản ứng với kim loại mạnh, phản ứng với axit axetic, phản ứng lên men giấm.

– Axit axetic: CH_3COOH

Tính chất vật lí: chất lỏng, tan vô hạn trong nước.

Tính chất hóa học: có tính chất chung của một axit, phản ứng với rượu etylic.

– Chất béo: $(\text{RCOO})_3\text{C}_3\text{H}_5$

Tính chất vật lí: chất lỏng hoặc rắn, không tan trong nước.

Tính chất hóa học: Phản ứng thủy phân trong dung dịch axit, thủy phân trong dung dịch kiềm (phản ứng xà phòng hóa).

c. *Khái niệm về polime*

* **Định nghĩa:**

Polime là những chất có phân tử khối rất lớn do nhiều mắt xích liên kết với nhau tạo nên.

* **Phân loại polime:**

Polime được chia làm 2 loại chính

– Polime thiên nhiên: có sẵn trong tự nhiên, ví dụ: tinh bột, xenlulozơ, protein, cao su thiên nhiên...

– Polime nhân tạo: do con người tổng hợp từ các chất đơn giản.

Ví dụ: Polietilen, tơ nilon, cao su Buna, PVC...

* **Cấu tạo của phân tử polime:**

Phân tử polime thiên nhiên hay tổng hợp đều cấu tạo bởi nhiều mắt xích liên kết với nhau. Ví dụ:

Polime nhân tạo:

Polietilen: $(-\text{CH}_2 - \text{CH}_2-)_n$ có mắt xích là $-\text{CH}_2 - \text{CH}_2-$

Poli(vinylclorua): $(-\text{CH}_2 - \underset{\text{Cl}}{\underset{|}{\text{CH}}}-)_n$ có mắt xích là $-\text{CH}_2 - \underset{\text{Cl}}{\underset{|}{\text{CH}}} -$

Cao su Buna (polibutadien):

$(-\text{CH}_2 - \text{CH} = \text{CH} - \text{CH}_2)_n$ có mắt xích là $-\text{CH}_2 - \text{CH} = \text{CH} - \text{CH}_2-$.

Polime thiên nhiên:

Tinh bột, xenlulozơ: $(-\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5-)_n$ có mắt xích là $-\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5-$. Cao su thiên nhiên (poliisopren): $(-\text{CH}_2 - \underset{\text{CH}_3}{\underset{|}{\text{C}}} = \text{CH} - \text{CH}_2-)_n$

có mắt xích là $-\text{CH}_2 - \underset{\text{CH}_3}{\underset{|}{\text{C}}} = \text{CH} - \text{CH}_2 -$

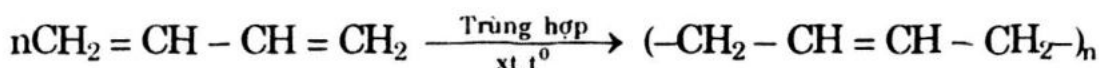
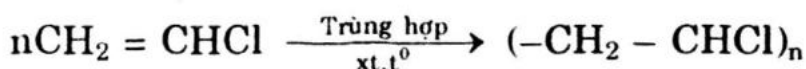
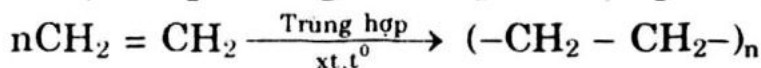
* **Tính chất chung của polime:**

– Các polime thường là chất rắn, không bay hơi.

– Hầu hết các polime không tan trong nước hoặc các dung môi thông thường. Đặc biệt cao su thiên nhiên (nhựa cây hevea) có tính

dàn hồi, không dẫn nhiệt, dẫn điện, không thấm nước và khí, có thể tan trong xăng và benzen và các dung môi hữu cơ.

*** Một số phương trình phản ứng tạo polime:**



6. HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

a) *Xác định công thức phân tử hidrocacbon và dẫn xuất*

Khi đề bài yêu cầu tìm công thức phân tử hidrocacbon và dẫn xuất của chúng, tùy theo dữ kiện đề bài cho mà ta giải theo các phương pháp sau:

*** Phương pháp khối lượng**

Xác định công thức phân tử hợp chất hữu cơ A ($\text{C}_x\text{H}_y\text{O}_z\text{N}_t$). Với dữ kiện đầu bài cho như sau:

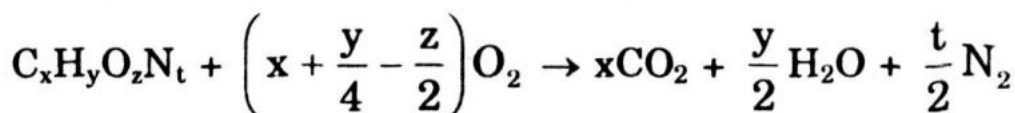
– Biết thành phần phần trăm các nguyên tố và M_A . Áp dụng công thức:

$$\frac{12x}{\%C} = \frac{y}{\%H} = \frac{16z}{\%O} = \frac{14t}{\%N} = \frac{M_A}{100\%} \rightarrow \text{Tìm được } x, y, z, t.$$

– Biết khối lượng CO_2 , H_2O , N_2 (hay NH_3), M_A và khối lượng đốt cháy (a gam). Áp dụng công thức:

$$\frac{12x}{m_C} = \frac{y}{m_H} = \frac{16z}{m_O} = \frac{14t}{m_N} = \frac{M_A}{a} \rightarrow \text{Tìm được } x, y, z, t.$$

– Biết khối lượng CO_2 và khối lượng nước, khối lượng đốt cháy (a gam) và M_A .



$$\frac{44x}{m_{\text{CO}_2}} = \frac{9y}{m_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{14t}{m_{\text{N}_2}} = \frac{M_A}{a}$$

$$x = \frac{M \times m_{\text{CO}_2}}{44 \times a}; y = \frac{M \times m_{\text{H}_2\text{O}}}{9 \times a}; t = \frac{M \times m_{\text{N}_2}}{14 \times a}$$

Lưu ý: Có thể lập công thức phân tử qua công thức dạng ($C_xH_yO_zN_t$) khi biết khối lượng mol phân tử của chất cần xác định.

***Phương pháp thể tích:**

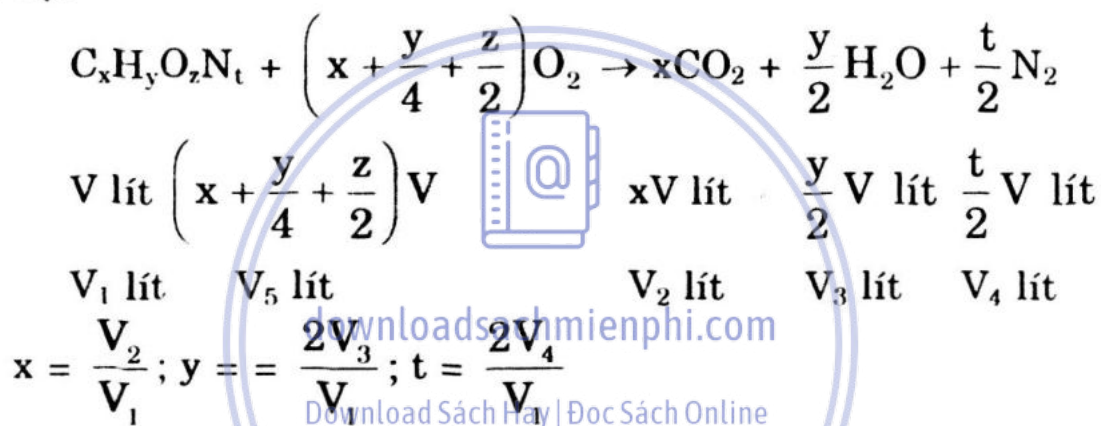
Phương pháp này thường dùng để tìm công thức phân tử các hidrocarbon ở thể khí và các chất lỏng dễ bay hơi.

– Khi đề bài cho biết thể tích các khí CO_2 , H_2O , O_2 đã dùng và chất A (chất cần xác định).

– Viết và cân bằng phương trình phản ứng đốt cháy của chất A với công thức tổng quát $C_xH_yO_zN_t$.

– Lập các tỉ lệ thể tích (vì trong cùng điều kiện thì tỉ lệ thể tích cũng là tỉ lệ số mol), tính được các ẩn số x, y, z, t.

Ví dụ:



Thay các giá trị x, y, t vào phương trình:

$$\left(x + \frac{y}{4} + \frac{z}{2}\right)V_1 = V_5 \text{ để tìm } z.$$

*** Tìm M**

– Nếu đầu bài cho: Khối lượng riêng của chất khí A (D_A g/l, đktc).

Tính M: $M_A \text{ (gam)} = 22,4 \times D_A$.

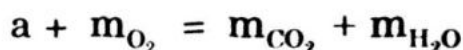
– Nếu đầu bài cho: Tỉ khối hơi của chất khí A so với chất khí B ($d_{A/B}$) hoặc tỉ khối hơi của khí A so với không khí ($d_{A/kk}$). Cách tính M:

$$d_{A/B} = \frac{D_A}{D_B} = \frac{M_A}{M_B} \rightarrow M_A = d_{A/B} \times M_B = d_{A/kk} \times 29$$

Lưu ý: (1) Khi đầu bài cho đốt cháy một khối lượng a gam chất hữu cơ cho khối lượng (hoặc thể tích) CO_2 và khối lượng nước phải tính xem có khối lượng oxi trong hợp chất.

$$m_O = a - (m_C + m_H)$$

(2) Nếu đầu bài không cho khối lượng đốt cháy hợp chất hữu cơ (a gam), ta có thể áp dụng định luật bảo toàn khối lượng để tìm a gam.



b. Viết công thức cấu tạo hidrocarbon

Khi đề bài cho công thức phân tử một hidrocarbon yêu cầu viết các công thức cấu tạo của hidrocarbon, ta nên làm như sau:

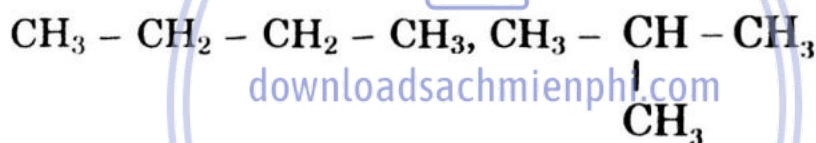
– Xác định loại hidrocarbon: từ công thức phân tử, xem ứng với công thức tổng quát của loại hidrocarbon nào. Từ đó viết công thức cấu tạo.

– Công thức tổng quát của hidrocarbon.

• Hidrocarbon no (loại metan) công thức tổng quát: C_nH_{2n+2} (n là số nguyên tử cacbon) gồm những chất có công thức cấu tạo liên kết đơn C – H.

Ví dụ: Viết các công thức cấu tạo của phân tử C_4H_{10} .

C_4H_{10} thuộc loại có công thức tổng quát C_nH_{2n+2} . Công thức cấu tạo chỉ có liên kết đơn C – H:

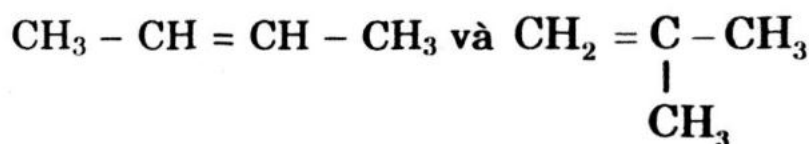
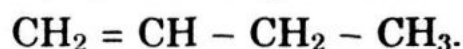


Vậy C_4H_{10} có 2 công thức cấu tạo khác nhau.

• Hidrocarbon chưa no (loại etilen) công thức tổng quát C_nH_{2n} . Gồm những chất có công thức cấu tạo có 1 liên kết đôi.

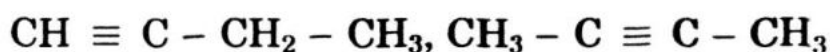
Ví dụ: Viết các công thức cấu tạo của phân tử butilen C_4H_8 .

C_4H_8 có 3 công thức cấu tạo (3 chất):



• Hidrocarbon chưa no (loại axetilen), công thức tổng quát C_nH_{2n-2} gồm những chất trong công thức cấu tạo có liên kết ba $-C \equiv C-$.

Ví dụ: Viết công thức cấu tạo của phân tử butin: C_4H_6 . C_4H_6 có 2 công thức cấu tạo (2 chất):



c. Tính lượng hidrocarbon

* Khi đề bài cho hỗn hợp hidrocarbon qua dung dịch brom, nên lưu ý những dữ kiện đề bài cho, nếu:

– Đề bài cho thể tích hỗn hợp giảm thì:

$$V_{\text{hh giảm}} = V_{\text{hidrocarbon chưa no}}$$

– Đề bài cho khối lượng dung dịch brom tăng thì:

$$m_{\text{dd brom tăng}} = m_{\text{hidrocarbon chưa no}}$$

* Khi đề bài cho hỗn hợp hidrocarbon chưa no và H_2 qua xúc tác Ni, đun nóng nếu thể tích hỗn hợp giảm thì:

$$V_{\text{hh giảm}} = V_{\text{hidro tham gia phản ứng}}$$

Ví dụ, nếu hidrocarbon chưa no là C_2H_4 thì $V_{C_2H_4} = V_{H_2}$

d. Công thức tổng quát của rượu và axit hữu cơ

– Công thức tổng quát của rượu (cùng loại rượu với rượu etylic): $C_nH_{2n+1}OH$.

Phương trình phản ứng đốt cháy và tác dụng với natri:



– Công thức tổng quát của axit hữu cơ (cùng loại với axit axetic): $C_mH_{2m+1}COOH$.

Phương trình phản ứng tác dụng với Na và NaOH:



Chương 5. NHẬN BIẾT MỘT SỐ CHẤT

1. NGUYÊN TẮC

Dựa vào tính chất vật lí, hóa học (tùy theo đề bài) để nhận biết các hóa chất, như dựa trên dấu hiệu về màu sắc, mùi và tính tan hoặc phản ứng tạo chất kết tủa, bay hơi.

2. CÁC LOẠI THUỐC THỬ

Thuốc thử phải chọn sao cho sau phản ứng có những biểu hiện: có màu, có kết tủa, khí bay lên, có mùi.

a. Quỳ tím

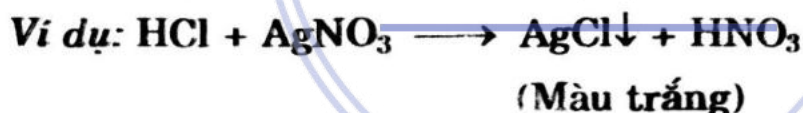
- Nhận biết dung dịch axit: quỳ tím hóa đỏ.
- Nhận biết dung dịch bazơ: quỳ tím hóa xanh.

b. Phenolphthalein

Nhận biết dung dịch bazơ: Phenolphthalein không màu chuyển sang màu hồng.

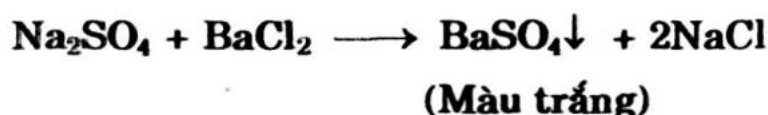
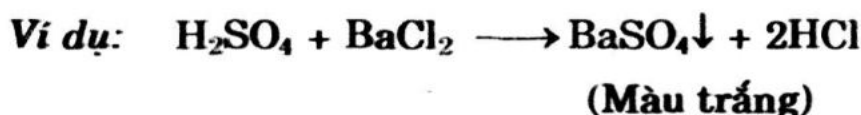
c. Dung dịch AgNO_3

Nhận biết các dung dịch của hợp chất có chứa gốc Cl, Br để tạo kết tủa trắng hoặc vàng nhạt.



d. Dung dịch BaCl_2

Nhận biết các dung dịch có chứa gốc SO_4 tạo kết tủa trắng BaSO_4 . BaSO_4 không tan trong các axit.



e. Nhận biết các chất khí

- Khí CO_2 : Cho khí CO_2 qua nước vôi trong sẽ làm đục nước vôi trong:



- Khí H_2 : Đốt khí H_2 có hơi nước khi làm lạnh.

- Khí SO_2 :

- Cho khí SO_2 qua nước vôi trong, làm đục nước vôi trong:



- Cho khí SO_2 qua dung dịch brom, khí SO_2 làm mất màu dung dịch brom:



(dd vàng nâu) (dd không màu)

- Khí SO_2 tác dụng với H_2O tạo axit H_2SO_3 làm đỏ giấy quỳ:

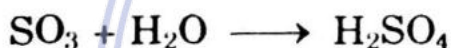


- Khí SO_3 :

- Cho khí SO_3 qua nước vôi trong, làm đục nước vôi trong:



- Khí SO_3 tác dụng với nước tạo axit H_2SO_4 làm đỏ giấy quỳ tím:



- N_2 : Khí N_2 không duy trì sự cháy, nên làm tắt que diêm đang cháy.

- O_2 : Khí O_2 làm bùng cháy que diêm còn tàn đỏ.

MỤC LỤC

PHẦN 1 TOÁN HỌC

LỚP 6

PHẦN SỐ HỌC

Chương I. ÔN TẬP VÀ BỔ TÚC VỀ SỐ TỰ NHIÊN	3
Chương II. SỐ NGUYÊN	18
Chương III. PHÂN SỐ	23

PHẦN HÌNH HỌC

Chương I. ĐOẠN THẲNG	37
Chương II. GÓC	43

LỚP 7

PHẦN ĐẠI SỐ

Chương I. SỐ HỮU TỈ – SỐ THỰC	50
Chương II. HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ	64
Chương III. THỐNG KÊ	70
Chương IV. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ	77

PHẦN HÌNH HỌC

Chương I. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG	82
Chương II. TAM GIÁC	85
Chương III. QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC CÁC ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY TRONG TAM GIÁC	91

LỚP 8

PHẦN ĐẠI SỐ

Chương I. PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA CÁC ĐA THỨC	103
Chương II. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ	111
Chương III. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT	117
Chương IV. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN	122

PHẦN HÌNH HỌC

Chương I. TỨ GIÁC	128
Chương II. ĐA GIÁC – DIỆN TÍCH ĐA GIÁC	133
Chương III. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG	135
Chương IV. HÌNH HỌC KHÔNG GIAN	138

LỚP 9**PHẦN ĐẠI SỐ**

Chương I. CĂN BẬC HAI, CĂN BẬC BA	145
Chương II. HÀM SỐ BẬC NHẤT	54
Chương III. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN	163
Chương IV. HÀM SỐ $y = ax^2$ ($a \neq 0$) PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN	169

PHẦN HÌNH HỌC

Chương I. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG	176
Chương II. ĐƯỜNG TRÒN	178
Chương III. GÓC VỚI ĐƯỜNG TRÒN	182
Chương IV. CÁC KHỐI TRÒN XOAY	188

PHẦN 2**VẬT LÍ****LỚP 8**

Chương I. CƠ HỌC	189
Chương II. NHIỆT HỌC	208

LỚP 9

Chương I. ĐIỆN HỌC	218
Chương II. ĐIỆN TỪ HỌC	226
Chương III. QUANG HỌC	235
Chương IV. SỰ BẢO TOÀN VÀ CHUYỂN HOÁ NĂNG LƯỢNG	244

PHẦN 3**HOÁ HỌC****LỚP 8**

<i>Chương I.</i>	CHẤT – NGUYÊN TỬ	
	NGUYÊN TỬ HÓA HỌC – PHÂN TỬ	246
<i>Chương II.</i>	CÔNG THỨC HÓA HỌC	
	TÍNH THEO CÔNG THỨC HÓA HỌC	252
<i>Chương III.</i>	MOL – KHỐI LƯỢNG MOL	
	THỂ TÍCH MOL – CHẤT KHÍ	258
<i>Chương IV.</i>	MỘT SỐ ĐỊNH LUẬT HÓA HỌC CƠ BẢN – CÁC LOẠI	
	PHẢN ỨNG HÓA HỌC – TÍNH THEO PHƯƠNG TRÌNH	
	HÓA HỌC	261
<i>Chương V.</i>	OXI – KHÔNG KHÍ	268
<i>Chương VI.</i>	HIĐRO – NƯỚC	272
<i>Chương VII.</i>	AXIT – BAZƠ – MUỐI	275
<i>Chương VIII.</i>	DUNG DỊCH	279
<i>Chương IX.</i>	NHẬN BIẾT MỘT SỐ CHẤT	284

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

LỚP 9

<i>Chương 1.</i>	CÁC LOẠI HỢP CHẤT VÔ CƠ	286
<i>Chương 2.</i>	KIM LOẠI	296
<i>Chương 3.</i>	PHI KIM	
	SƠ LƯỢC VỀ BẢNG TUẦN HOÀN CÁC NGUYÊN TỬ	302
<i>Chương 4.</i>	HIĐROCACBON, NHIÊN LIỆU	317
<i>Chương 5.</i>	NHẬN BIẾT MỘT SỐ CHẤT	330

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại: (04) 9724852; (04) 9724770. Fax: (04) 9714899

* * *

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc: **PHÙNG QUỐC BẢO**

Tổng biên tập: **PHẠM THỊ TRÂM**

Biên tập: **TRẦN VĂN HÙNG**



ANH THU

Chế bản: **NHÀ SÁCH HỒNG ÂN**

Trình bày bìa: **NHÀ SÁCH HỒNG ÂN**

downloadsachmienphi.com
Download Sách Hay | Đọc Sách Online

Đối tác liên kết xuất bản:

NHÀ SÁCH HỒNG ÂN

SÁCH LIÊN KẾT

SỔ TAY TOÁN - LÝ - HÓA (CẤP 2)

Mã số: 1L - 05ĐH2010

In 2.000 cuốn, khổ 14.5 × 20.5cm tại Xí nghiệp In Đường Sắt

Số xuất bản: 37 - 2010/CXB/07– 224/ĐHQGHN, ngày 6/01/2010.

Quyết định xuất bản số: 05 LK-TN/XB.

In xong và nộp lưu chiểu quý I năm 2010.