



HÀ HUY KHOÀI (Tổng Chủ biên)
NGUYỄN HUY ĐOAN (Chủ biên)
NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG
ĐOÀN MINH CƯỜNG – SĨ ĐỨC QUANG – LƯU BẢ THẮNG

TOÁN 6

TẬP MỘT

BẢN QUYỀN CUỐN SÁCH THUỘC VỀ
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HÀ HUY KHOÁI (Tổng Chủ biên)
NGUYỄN HUY ĐOÀN (Chủ biên)
NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG
DOÃN MINH CƯỜNG – SĨ ĐỨC QUANG – LƯU BÁ THẮNG

TOÁN 6

TẬP MỘT

BẢN QUYỀN CUỐN SÁCH THUỘC VỀ
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG SÁCH

1. Mỗi bài học được thiết kế gồm:

- Phần **Mở đầu**: Thường là một bài toán hay một tình huống có liên quan đến kiến thức mới của bài học.
- Phần **Hình thành kiến thức mới**: Gồm các hoạt động *Tìm tòi – Khám phá* (🔍) và *Đọc hiểu – Nghe hiểu* (📖) cùng với *Chú ý* hay *Nhận xét*.
 - Kiến thức trọng tâm được đặt trong khung màu vàng.
 - Câu hỏi (❓) giúp đánh giá kết quả sau hoạt động Đọc hiểu – Nghe hiểu.
- Phần **Luyện tập và củng cố**: Gồm các hoạt động *Ví dụ*, *Luyện tập*, *Thực hành* để hình thành và phát triển các kĩ năng gắn với kiến thức mới vừa học.
- Phần **Vận dụng**: Gồm các hoạt động *Vận dụng*, *Tranh luận* (🗣️) và *Thử thách nhỏ* (🎁) để giải quyết các tình huống, vấn đề trong thực tiễn và mở rộng kiến thức.

2. Các em sẽ được đồng hành với anh Pi, các bạn Tròn, Vuông trong các bài học để việc học hấp dẫn hơn.



3. Bảng tra cứu thuật ngữ ở cuối sách giúp các em có thể tra cứu dễ dàng và nhanh chóng. Các em yêu thích Toán học có thể tham khảo thêm mục **EM CÓ BIẾT?** để mở rộng hiểu biết của mình.

Hãy bảo quản, giữ gìn sách giáo khoa để dành tặng các em học sinh lớp sau!

LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh yêu quý!

Trên tay em là cuốn sách TOÁN 6 (tập một) nằm trong bộ sách giáo khoa “*Kết nối tri thức với cuộc sống*” của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

Bộ sách TOÁN 6 gồm hai tập, được biên soạn theo định hướng phát triển phẩm chất và năng lực cho học sinh.

Với thông điệp “*Kết nối tri thức với cuộc sống*”, các kiến thức trong sách sẽ đến với các em một cách tự nhiên, bắt nguồn từ thực tế đời sống và giúp các em biết cách giải quyết những vấn đề đặt ra trong cuộc sống.

Thông điệp đó còn nhắc nhở các em thực hiện tốt lời Bác Hồ dạy: “Học đi đôi với hành”. Muốn làm được điều đó, vừa phải mở mang, củng cố kiến thức; vừa phải rèn luyện kĩ năng. *Kiến thức* và *kĩ năng* là hai nhân tố quan trọng để các em phát triển năng lực của mình.

Với cách thể hiện phong phú và lời cuốn, hình thức trình bày hấp dẫn và thân thiện, TOÁN 6 sẽ giúp các em học Toán được dễ dàng. TOÁN 6 còn là người bạn đồng hành cùng các em khám phá vẻ đẹp của Toán học, qua đó các em ngày càng yêu Toán hơn.

Chúc các em học tập chăm chỉ và thành công.

MỤC LỤC

CHƯƠNG I TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN

Bài 1. Tập hợp	5
Bài 2. Cách ghi số tự nhiên	9
Bài 3. Thứ tự trong tập hợp các số tự nhiên	13
Bài 4. Phép cộng và phép trừ số tự nhiên	15
Bài 5. Phép nhân và phép chia số tự nhiên	17
Luyện tập chung	20
Bài 6. Lũy thừa với số mũ tự nhiên	22
Bài 7. Thứ tự thực hiện các phép tính	25
Luyện tập chung	27
Bài tập cuối chương I	28

CHƯƠNG II. TÍNH CHIA HẾT TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN

Bài 8. Quan hệ chia hết và tính chất	29
Bài 9. Dấu hiệu chia hết	34
Bài 10. Số nguyên tố	38
Luyện tập chung	43
Bài 11. Ước chung. Ước chung lớn nhất	44
Bài 12. Bội chung. Bội chung nhỏ nhất	49
Luyện tập chung	54
Bài tập cuối chương II	56

CHƯƠNG III. SỐ NGUYÊN

Bài 13. Tập hợp các số nguyên	57
Bài 14. Phép cộng và phép trừ số nguyên	62
Bài 15. Quy tắc dấu ngoặc	67
Luyện tập chung	69
Bài 16. Phép nhân số nguyên	70
Bài 17. Phép chia hết. Ước và bội của một số nguyên	73
Luyện tập chung	75
Bài tập cuối chương III	76

CHƯƠNG IV. MỘT SỐ HÌNH PHẪNG TRONG THỰC TIỄN

Bài 18. Hình tam giác đều. Hình vuông. Hình lục giác đều	77
Bài 19. Hình chữ nhật. Hình thoi. Hình bình hành. Hình thang cân	83
Bài 20. Chu vi và diện tích của một số tứ giác đã học	90
Luyện tập chung	95
Bài tập cuối chương IV	97

CHƯƠNG V. TÍNH ĐỐI XỨNG CỦA HÌNH PHẪNG TRONG TỰ NHIÊN

Bài 21. Hình có trục đối xứng	98
Bài 22. Hình có tâm đối xứng	103
Luyện tập chung	108
Bài tập cuối chương V	110

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM

Tắm thiệp và phòng học của em	111
Vẽ hình đơn giản với phần mềm GeoGebra	113
Sử dụng máy tính cầm tay	119

Bảng tra cứu thuật ngữ	122
Bảng giải thích thuật ngữ	123

CHƯƠNG

I

SỐ HỌC

TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN

Khi tính toán với những số nhỏ, người xưa chỉ cần dùng đến các ngón tay. Nhưng khi gặp các số lớn thì sao? Các hệ đếm xuất hiện để giúp con người tính toán với những số lớn. Chương này sẽ giúp các em làm quen với hệ (đếm) thập phân để biểu diễn và tính toán với các số tự nhiên. Thật dễ dàng và thuận tiện!

BÀI

1

TẬP HỢP

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Tập hợp, phần tử

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG

- Nhận biết tập hợp và các phần tử của nó.
- Mô tả một tập hợp (cho một tập hợp).
- Sử dụng kí hiệu và cách diễn đạt toán học nhờ tập hợp.



Tập hợp gồm các bông hồng trong lọ hoa

Hình 1.1



Tập hợp gồm ba con cá vàng trong bình

Hình 1.2

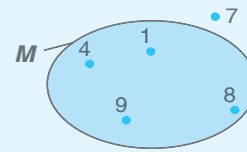
Bài này sẽ giúp các em tìm hiểu về tập hợp, một khái niệm cơ bản của Toán học.

1. TẬP HỢP VÀ PHẦN TỬ CỦA TẬP HỢP



Tập hợp

- Trên Hình 1.1 (H.1.1) ta có tập hợp các bông hồng trong lọ hoa.
- Trên Hình 1.2 ta có tập hợp các con cá vàng trong bình cá.
- Hình 1.3 biểu diễn tập hợp gồm các số 4; 1; 9 và 8. Nếu kí hiệu M là tập hợp này thì các số 4; 1; 9 và 8 là các phần tử của tập hợp M .
- Gọi B là tập hợp các chữ cái viết thường trong tiếng Việt. Khi đó $a, b, c, \dots$ là những phần tử của tập hợp B .



Hình 1.3

Một **tập hợp** (gọi tắt là **tập**) bao gồm những đối tượng nhất định. Các đối tượng ấy được gọi là những **phần tử** của tập hợp.

x là một **phần tử** của tập A ,
kí hiệu là $x \in A$ (đọc là x **thuộc** A).

y **không** là **phần tử** của tập A ,
kí hiệu là $y \notin A$ (đọc là y **không thuộc** A).



Chú ý. Khi x thuộc A , ta còn nói “ x nằm trong A ”, hay “ A chứa x ”.

Người ta thường đặt tên tập hợp bằng chữ cái in hoa.

Ví dụ

Với tập hợp M trên Hình 1.3, ta có $4 \in M$, $1 \in M$, $7 \notin M$.

Luyện tập 1

Gọi B là tập hợp các bạn tổ trưởng trong lớp em.
Em hãy chỉ ra một bạn thuộc tập B và một bạn không thuộc tập B .



2. MÔ TẢ MỘT TẬP HỢP

Mô tả một tập hợp là cho biết cách xác định các phần tử của tập hợp đó. Ta thường dùng hai cách mô tả tập hợp sau:



Hai cách mô tả một tập hợp

Cách 1. Liệt kê các phần tử của tập hợp, tức là viết các phần tử của tập hợp trong dấu ngoặc $\{ \}$ theo thứ tự tùy ý nhưng mỗi phần tử chỉ được viết một lần.

Ví dụ, với tập P gồm các số 0; 1; 2; 3; 4; 5 ở Hình 1.4, ta viết:

$$P = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}.$$

Cách 2. Nêu dấu hiệu đặc trưng cho các phần tử của tập hợp

Ví dụ, với tập P (xem H.1.4) ta cũng có thể viết:

$$P = \{n \mid n \text{ là số tự nhiên nhỏ hơn } 6\}.$$



Hình 1.4. Tập hợp P

 Khi mô tả tập hợp L các chữ cái trong từ NHA TRANG bằng cách liệt kê các phần tử, bạn Nam viết:

$$L = \{N; H; A; T; R; A; N; G\}.$$

Theo em, bạn Nam viết đúng hay sai?

Ta viết các phần tử của một tập hợp cách nhau bởi dấu “,”.



Chú ý

- 1 Gọi $\mathbb{N}$ là tập hợp gồm các số tự nhiên 0; 1; 2; 3;... Ta có thể viết tập $\mathbb{N}$ như sau: $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$.
- 2 Ta viết $n \in \mathbb{N}$ có nghĩa n là một số tự nhiên. Chẳng hạn, tập P các số tự nhiên nhỏ hơn 6 có thể viết là:
$$P = \{n \mid n \in \mathbb{N}, n < 6\} \quad \text{hoặc} \quad P = \{n \in \mathbb{N} \mid n < 6\}.$$
- 3 Ta còn dùng kí hiệu $\mathbb{N}^*$ để chỉ tập hợp các số tự nhiên khác 0, nghĩa là $\mathbb{N}^* = \{1; 2; 3; \dots\}$.

Luyện tập 2

Viết các tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử của chúng:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 5\}.$$

Luyện tập 3

Gọi M là tập hợp các số tự nhiên lớn hơn 6 và nhỏ hơn 10.

- a) Thay thế dấu “?” bằng dấu $\in$ hoặc $\notin$: 5 ? M ; 9 ? M ;
- b) Mô tả tập hợp M bằng hai cách.

BÀI TẬP

1.1. Cho hai tập hợp:

$$A = \{a; b; c; x; y\} \text{ và } B = \{b; d; y; t; u; v\}.$$

Dùng kí hiệu “ $\in$ ” hoặc “ $\notin$ ” để trả lời câu hỏi: Mỗi phần tử a, b, x, u thuộc tập hợp nào và không thuộc tập hợp nào?

1.2. Cho tập hợp

$$U = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ chia hết cho } 3\}.$$

Trong các số 3; 5; 6; 0; 7, số nào thuộc và số nào không thuộc tập U ?

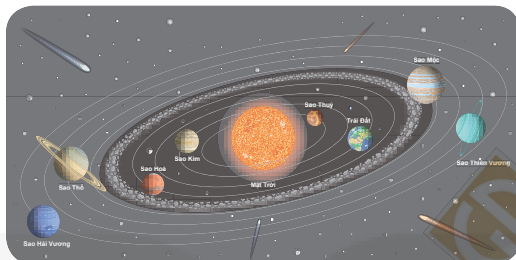
1.3. Bằng cách liệt kê các phần tử, hãy viết các tập hợp sau:

- a) Tập hợp K các số tự nhiên nhỏ hơn 7;
- b) Tập hợp D tên các tháng (dương lịch) có 30 ngày;
- c) Tập hợp M các chữ cái tiếng Việt trong từ “ĐIỆN BIÊN PHỦ”.

1.4. Bằng cách nêu dấu hiệu đặc trưng, hãy viết tập hợp **A** các số tự nhiên nhỏ hơn 10.

1.5. Hệ Mặt Trời gồm có Mặt Trời ở trung tâm và 8 thiên thể quay quanh Mặt Trời gọi là các hành tinh, đó là Thủy tinh, Kim tinh, Trái Đất, Hoả tinh, Mộc tinh, Thổ tinh, Thiên Vương tinh và Hải Vương tinh.

Gọi **S** là tập các hành tinh của Hệ Mặt Trời. Hãy viết tập **S** bằng cách liệt kê các phần tử của **S**.



EM CÓ BIẾT?

Nhà toán học Cantor

Con người biết đến toán học từ hàng nghìn năm trước Công nguyên. Nhưng mãi đến cuối thế kỉ XIX, lí thuyết tập hợp mới được phát triển nhờ các nghiên cứu của nhà toán học Cantor (Căng-tơ), người Đức. Từ đó lí thuyết tập hợp đã nhanh chóng trở thành nền tảng của Toán học hiện đại.

Tập hữu hạn và tập vô hạn

Ta thấy:

Tập $X = \{x, y\}$ có 2 phần tử;

Tập $Y = \{1; 2; 3; \dots; 50\}$ có 50 phần tử.

X và Y là những tập hợp có một số hữu hạn phần tử. Ta gọi chúng là những **tập hữu hạn**.

Khác với tập X, Y , tập hợp có vô số phần tử là **tập vô hạn**. Tập $\mathbb{N}$ là tập vô hạn.

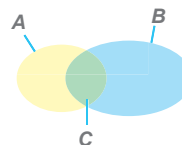
Giao của hai tập hợp

Gọi **C** là tập hợp gồm các phần tử chung của hai tập **A** và **B**.

Ta gọi tập **C** là **giao** của hai tập **A** và **B**, kí hiệu $C = A \cap B$.



Georg Cantor
(1845 – 1918)



BÀI 2

CÁCH GHI SỐ TỰ NHIÊN

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Hệ thập phân

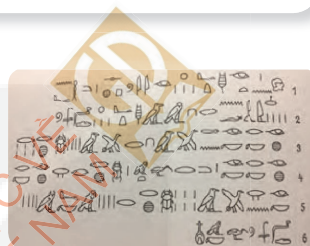
Chữ số

Số La Mã, chữ số La Mã

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Nhận biết giá trị các chữ số của một số tự nhiên viết trong hệ thập phân.
- Biểu diễn mỗi số tự nhiên thành tổng giá trị các chữ số của nó.
- Đọc và viết số La Mã từ 1 đến 30.

Trong lịch sử loài người, số tự nhiên bắt nguồn từ nhu cầu đếm và có từ rất sớm. Nhưng trải qua nhiều thế kỉ người ta mới có được cách ghi số tự nhiên như ngày nay, vừa dễ đọc, vừa sử dụng thuận tiện trong khoa học. Cách ghi số tự nhiên đó như thế nào?



1. HỆ THẬP PHẦN



Cách ghi số tự nhiên trong hệ thập phân

- Trong **hệ thập phân**, mỗi số tự nhiên được viết dưới dạng một dãy những chữ số lấy trong 10 chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 và 9; vị trí của các chữ số trong dãy gọi là hàng.
- Cứ 10 đơn vị ở một hàng thì bằng 1 đơn vị ở hàng liền trước nó. Chẳng hạn, 10 chục thì bằng 1 trăm; 10 trăm thì bằng 1 nghìn;...

Chú ý. Khi viết các số tự nhiên, ta quy ước:

- Với các số tự nhiên khác 0, chữ số đầu tiên (từ trái sang phải) khác 0.
- Để dễ đọc, đối với các số có bốn chữ số trở lên, ta viết tách riêng từng lớp. Mỗi lớp là một nhóm ba chữ số kể từ phải sang trái.

Chẳng hạn, số 221 707 263 598 (đọc là hai trăm hai mươi một tỉ, bảy trăm linh bảy triệu, hai trăm sáu mươi ba nghìn, năm trăm chín mươi tám) có các lớp, hàng nêu trong Bảng 1.

Lớp	Tỉ			Triệu			Nghìn			Đơn vị		
Hàng	Trăm tỉ	Chục tỉ	Tỉ	Trăm triệu	Chục triệu	Triệu	Trăm nghìn	Chục nghìn	Nghìn	Trăm	Chục	Đơn vị
Chữ số	2	2	1	7	0	7	2	6	3	5	9	8

Bảng 1



Chỉ dùng ba chữ số 0; 1 và 2, hãy viết tất cả các số tự nhiên có ba chữ số, mỗi chữ số chỉ viết một lần.



Giá trị các chữ số của một số tự nhiên

HD1 Trong số 32 019, ta thấy:

“Chữ số 2 nằm ở hàng nghìn và có giá trị bằng $2 \times 1\,000 = 2\,000$ ”.

Hãy phát biểu theo mẫu câu đó đối với các chữ số còn lại.

HD2 Viết số 32 019 thành tổng giá trị các chữ số của nó.

Các chữ số mà chúng ta đang dùng được gọi là chữ số Ả Rập. Tuy nhiên, người Ả Rập không sáng tạo ra chúng. Họ có công học cách viết đó của người Ấn Độ và truyền bá vào châu Âu.

Mỗi số tự nhiên viết trong hệ thập phân đều biểu diễn được thành *tổng giá trị các chữ số của nó*.



Ví dụ

$$236 = (2 \times 100) + (3 \times 10) + 6;$$

$$\overline{ab} = (a \times 10) + b, \quad \text{với } a \neq 0.$$

$$\overline{abc} = (a \times 100) + (b \times 10) + c, \quad \text{với } a \neq 0.$$

Trong đó: $\overline{ab}$ là kí hiệu số tự nhiên có hai chữ số, hàng chục là a , hàng đơn vị là b ;

$\overline{abc}$ là kí hiệu số tự nhiên có ba chữ số, hàng trăm là a , hàng chục là b , hàng đơn vị là c .

Luyện tập

Viết số 34 604 thành tổng giá trị các chữ số của nó.

Vận dụng

Bác Hoa đi chợ. Bác chỉ mang ba loại tiền: loại (có mệnh giá) 1 nghìn (1 000) đồng, loại 10 nghìn (10 000) đồng và loại 100 nghìn (100 000) đồng. Tổng số tiền bác phải trả là 492 nghìn đồng. Nếu mỗi loại tiền, bác mang theo không quá 9 tờ thì bác sẽ phải trả bao nhiêu tờ tiền mỗi loại, mà người bán không phải trả lại tiền thừa?



2. SỐ LA MÃ

Ngoài cách ghi số trong hệ thập phân, người ta còn có những cách ghi số khác. Cách ghi số La Mã xuất hiện trong nhiều công trình kiến trúc ở châu Âu hay trên mặt đồng hồ theo phong cách cổ điển. Trong nhiều văn bản và sách báo, số La Mã thường được dùng để đánh số thứ tự.



Cách viết số La Mã

- Để viết các số La Mã không quá 30, ta dùng ba ký tự I, V và X (gọi là những chữ số La Mã). Ba chữ số ấy cùng với hai cụm chữ số là IV và IX là năm thành phần dùng để ghi số La Mã. Giá trị của mỗi thành phần được ghi trong bảng sau và không thay đổi, dù nó đứng ở bất kỳ vị trí nào:

Thành phần	I	V	X	IV	IX
Giá trị (viết trong hệ thập phân)	1	5	10	4	9



- Dưới đây là các số La Mã biểu diễn các số từ 1 đến 10:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

- Để biểu diễn các số từ 11 đến 20, ta thêm X vào bên trái mỗi số từ I đến X:

XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

- Để biểu diễn các số từ 21 đến 30, ta thêm XX vào bên trái mỗi số từ I đến X:

XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX	XXX
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Nhận xét

- Mỗi số La Mã biểu diễn một số tự nhiên bằng tổng giá trị của các thành phần viết nên số đó. Chẳng hạn, số XXIV có ba thành phần là X, X và IV tương ứng với các giá trị 10, 10 và 4. Do đó XXIV biểu diễn số 24.
- Không có số La Mã nào biểu diễn số 0.



- Viết các số 14 và 27 bằng số La Mã.
- Đọc các số La Mã XVI, XXII.



Thử thách nhỏ

Sử dụng đúng 7 que tính, em xếp được những số La Mã nào?

BÀI TẬP

1.6. Cho các số: 27 501; 106 712; 7 110 385; 2 915 404 267 (viết trong hệ thập phân).

a) Đọc mỗi số đã cho;

b) Chữ số 7 trong mỗi số đã cho có giá trị là bao nhiêu?

1.7. Chữ số 4 đứng ở hàng nào trong một số tự nhiên nếu nó có giá trị bằng:

a) 400; b) 40; c) 4.

1.8. Đọc các số La Mã: XIV; XVI; XXIII.

1.9. Viết các số sau bằng số La Mã: 18; 25.

1.10. Một số tự nhiên được viết bởi ba chữ số 0 và ba chữ số 9 nằm xen kẽ nhau. Đó là số nào?

1.11. Dùng các chữ số 0; 3 và 5, viết một số tự nhiên có ba chữ số khác nhau mà chữ số 5 có giá trị là 50.

1.12. Trong một cửa hàng bánh kẹo, người ta đóng gói kẹo thành các loại: mỗi gói có 10 cái kẹo; mỗi hộp có 10 gói; mỗi thùng có 10 hộp. Một người mua 9 thùng, 9 hộp và 9 gói kẹo. Hỏi người đó đã mua tất cả bao nhiêu cái kẹo?

EM CÓ BIẾT?

Hệ La Mã

Ngoài các chữ số I, V, X và cụm chữ số IV, IX hệ La Mã còn có các chữ số khác là L, C, D, M (tương ứng với 50, 100, 500 và 1 000) và các cụm chữ số XL, XC, CD, CM (tương ứng với 40, 90, 400 và 900). Các chữ số và cụm chữ số ấy là các thành phần dùng để ghi số La Mã theo các quy tắc sau:

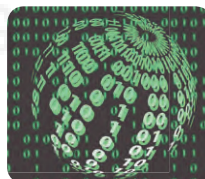
1. Trong một số La Mã, mỗi chữ số V, L và D có mặt không quá một lần; mỗi chữ số I, X, C và M không lặp lại quá ba lần liên tiếp.
2. Mỗi số La Mã là một dãy các thành phần. Giá trị của mỗi thành phần đều không nhỏ hơn giá trị của thành phần liền kề bên phải.
3. Mỗi số La Mã biểu diễn số tự nhiên bằng tổng giá trị của các thành phần viết nên số đó.

Ví dụ, số MMXIX gồm bốn thành phần là M, M, X và IX tương ứng với các giá trị 1 000, 1 000, 10 và 9. Vậy số MMXIX biểu diễn số $1\,000 + 1\,000 + 10 + 9 = 2\,019$.

Ghi số trong hệ nhị phân

Để ghi số trong *hệ nhị phân*, ta chỉ dùng hai chữ số là 0 và 1. Mỗi số tự nhiên được viết dưới dạng một dãy chữ số chỉ gồm 0 và 1. Chẳng hạn, trong hệ nhị phân, hai số 100 và 1 001 lần lượt biểu diễn số 4 và 9 trong hệ thập phân.

Hai chữ số 1 và 0 tương ứng với hai trạng thái “đóng” và “mở” của mạch điện. Do đó hệ nhị phân được sử dụng nhiều trong khoa học máy tính.



BÀI 3

THỨ TỰ TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Điểm biểu diễn một số
Hai số tự nhiên liên tiếp
Số liền trước, số liền sau

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG

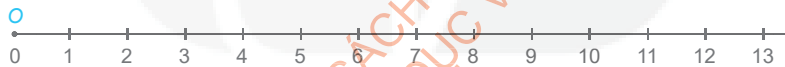
- Nhận biết thứ tự trong tập hợp các số tự nhiên.
- So sánh hai số tự nhiên.

Mỗi khi có trận bóng đá hay, người dân lại xếp hàng dài chờ mua vé. Nhìn dòng người xếp hàng một, rất dài, Hà tự hỏi: dòng người xếp hàng ấy và dãy số tự nhiên đang học có gì giống nhau nhỉ?



Thứ tự của các số tự nhiên

Ta đã biết tập hợp tất cả các số tự nhiên được kí hiệu là $\mathbb{N}$, nghĩa là $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$. Mỗi phần tử $0; 1; 2; 3; \dots$ của $\mathbb{N}$ được biểu diễn bởi một điểm trên tia số gốc O như Hình 1.5.



Hình 1.5

Trên tia số, điểm biểu diễn số tự nhiên a gọi là **điểm a** . Chẳng hạn, điểm 3, điểm 6,...

HĐ1 Trong hai điểm 5 và 8 trên tia số, điểm nào nằm bên trái, điểm nào nằm bên phải điểm kia?

HĐ2 Điểm biểu diễn số tự nhiên nào nằm ngay bên trái điểm 8? Điểm biểu diễn số tự nhiên nào nằm ngay bên phải điểm 8?

HĐ3 Cho n là một số tự nhiên nhỏ hơn 7. Theo em, điểm n nằm bên trái hay bên phải điểm 7?

Tia số là hình ảnh trực quan giúp chúng ta tìm hiểu về thứ tự của các số tự nhiên.



- Trong hai số tự nhiên khác nhau, luôn có một số nhỏ hơn số kia. Nếu số a nhỏ hơn số b thì trên tia số nằm ngang điểm a nằm bên trái điểm b . Khi đó, ta viết $a < b$ hoặc $b > a$. Ta còn nói: điểm a nằm trước điểm b , hoặc điểm b nằm sau điểm a .
- Mỗi số tự nhiên có đúng một số liền sau, chẳng hạn 9 là **số liền sau** của 8 (còn 8 là **số liền trước** của 9). Hai số 8 và 9 là **hai số tự nhiên liên tiếp**.
- Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$ (**tính chất bắc cầu**). Chẳng hạn $a < 5$ và $5 < 7$ suy ra $a < 7$.

Chú ý. Số 0 không có số tự nhiên liền trước và là số tự nhiên nhỏ nhất.

Luyện tập

a) Hãy so sánh hai số tự nhiên sau đây, dùng kí hiệu "<" hay ">" để viết kết quả:

$$m = 12\,036\,001 \text{ và } n = 12\,035\,987.$$

b) Trên tia số (nằm ngang), trong hai điểm m và n , điểm nào nằm trước?

Hãy so sánh từng cặp chữ số ở cùng một hàng kể từ trái sang phải.



Vận dụng

Theo dõi kết quả bán hàng trong ngày của một cửa hàng, người ta nhận thấy:

Số tiền thu được vào buổi sáng nhiều hơn vào buổi chiều;

Số tiền thu được vào buổi tối ít hơn vào buổi chiều.

Hãy so sánh số tiền thu được (đều là các số tự nhiên) của cửa hàng đó vào buổi sáng và buổi tối.



Các kí hiệu "<=" và ">="

- Ta còn dùng kí hiệu $a \leq b$ (đọc là "a nhỏ hơn hoặc bằng b") để nói " $a < b$ hoặc $a = b$ ". Ví dụ:

$$\{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\} = \{0; 1; 2; 3\},$$

$$\{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\} = \{0; 1; 2; 3; 4\}.$$

- Tương tự, kí hiệu $a \geq b$ (đọc là "a lớn hơn hoặc bằng b") có nghĩa là " $a > b$ hoặc $a = b$ ".
- Tính chất bắc cầu còn có thể viết: nếu $a \leq b$ và $b \leq c$ thì $a \leq c$.



Trong các số 3; 5; 8; 9, số nào thuộc tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 5\}$, số nào thuộc tập hợp $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$?

BÀI TẬP

1.13. Viết thêm các số liền trước và số liền sau của hai số 3 532 và 3 529 để được sáu số tự nhiên rồi sắp xếp sáu số đó theo thứ tự từ bé đến lớn.

1.14. Cho ba số tự nhiên a , b , c , trong đó a là số nhỏ nhất. Biết rằng trên tia số, điểm b nằm giữa hai điểm a và c . Hãy dùng kí hiệu "<" để mô tả thứ tự của ba số a , b và c . Cho ví dụ bằng số cụ thể.

1.15. Liệt kê các phần tử của mỗi tập hợp sau:

a) $M = \{x \in \mathbb{N} \mid 10 \leq x < 15\};$

b) $K = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3\};$

c) $L = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3\}.$

1.16. Ba bạn An, Bắc, Cường dựng cố định một cây sào thẳng đứng rồi đánh dấu chiều cao của các bạn lên đó bởi ba điểm. Cường đặt tên cho các điểm đó theo thứ tự từ dưới lên là A , B , C và giải thích rằng điểm A ứng với chiều cao của bạn An, B ứng với chiều cao của Bắc và C ứng với chiều cao của Cường. Biết rằng bạn An cao 150 cm, bạn Bắc cao 153 cm, bạn Cường cao 148 cm. Theo em, Cường giải thích như thế có đúng không? Nếu không thì phải sửa như thế nào cho đúng?

PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ SỐ TỰ NHIÊN

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Phép cộng, số hạng, tổng
Phép trừ, số bị trừ, số trừ, hiệu
Tính chất giao hoán, kết hợp của phép cộng

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Thực hiện phép cộng và phép trừ số tự nhiên.
- Áp dụng tính chất giao hoán, kết hợp của phép cộng để tính nhẩm, tính hợp lí.
- Giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với việc thực hiện phép cộng và phép trừ.

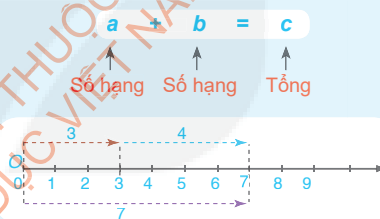
Mai đi chợ mua cà tím hết 18 nghìn đồng, cà chua hết 21 nghìn đồng và rau cải hết 30 nghìn đồng. Mai đưa cho cô bán hàng tờ 100 nghìn đồng thì được trả lại bao nhiêu tiền?

1. PHÉP CỘNG SỐ TỰ NHIÊN



Cộng hai số tự nhiên

- Phép cộng hai số tự nhiên a và b cho ta một số tự nhiên gọi là tổng của chúng, kí hiệu là $a + b$.
- Có thể minh họa phép cộng nhờ tia số, chẳng hạn phép cộng $3 + 4 = 7$ được minh họa như hình bên (H.1.6).



Hình 1.6

Vận dụng 1

Diện tích gieo trồng lúa vụ Thu Đông năm 2019 vùng Đồng bằng sông Cửu Long ước tính đạt 713 200 ha, giảm 14 500 ha so với vụ Thu Đông năm 2018 (theo *Tổng cục Thống kê 10-2019*).

Hãy tính diện tích gieo trồng lúa vụ Thu Đông năm 2018 của Đồng bằng sông Cửu Long.



Tính chất của phép cộng

HĐ1 Cho $a = 28$ và $b = 34$.

- a) Tính $a + b$ và $b + a$. b) So sánh các kết quả nhận được ở câu a).

HĐ2 Cho $a = 17$, $b = 21$, $c = 35$.

- a) Tính $(a + b) + c$ và $a + (b + c)$. b) So sánh các kết quả nhận được ở câu a).

Phép cộng số tự nhiên có các tính chất:

Giao hoán: $a + b = b + a$.

Kết hợp: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Chú ý

- $a + 0 = 0 + a = a$.
- Tổng $(a + b) + c$ hay $a + (b + c)$ gọi là tổng của ba số a , b , c và viết gọn là $a + b + c$.

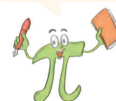
Ví dụ

Tính một cách hợp lí: $66 + 289 + 134 + 311$.

Giải

$$\begin{aligned} 66 + 289 + 134 + 311 &= 66 + 134 + 289 + 311 \quad \leftarrow \text{Tính chất giao hoán} \\ &= (66 + 134) + (289 + 311) \quad \leftarrow \text{Tính chất kết hợp} \\ &= 200 + 600 \\ &= 800. \end{aligned}$$

Khi cộng nhiều số, ta nên nhóm những số hạng có tổng là số tròn chục, tròn trăm, ... (nếu có).



Luyện tập 1

Tính một cách hợp lí: $117 + 68 + 23$.

2. PHÉP TRỪ SỐ TỰ NHIÊN



Trừ hai số tự nhiên

- Với hai số tự nhiên a, b đã cho, nếu có số tự nhiên c sao cho $a = b + c$ thì ta có phép trừ $a - b = c$.
- Hình 1.7 minh họa phép trừ $7 - 4 = 3$. Hình 1.8 cho thấy phép trừ $7 - 8$ không thực hiện được trong tập hợp các số tự nhiên.



Hình 1.7



Hình 1.8

Luyện tập 2

Tính: $865\,279 - 45\,027$.

Vận dụng 2

Giải bài toán mở đầu.

Trong tập hợp $\mathbb{N}$, phép trừ $a - b$ chỉ thực hiện được nếu $a \geq b$.



BÀI TẬP

1.17. Tính:

a) $63\,548 + 19\,256$;

b) $129\,107 - 34\,693$.

1.18. Thay "?" bằng số thích hợp:
 $? + 2\,895 = 2\,895 + 6\,789$.

1.19. Tìm số tự nhiên x thoả mãn:

a) $7 + x = 362$;

b) $25 - x = 15$;

c) $x - 56 = 4$.

1.20. Dân số Việt Nam năm 2019 là 96 462 106 người. Năm 2020, dân số Việt Nam tăng 876 473 người so với năm 2019. Tính dân số Việt Nam năm 2020.

(Theo *danso.org*).

1.21. Nhà ga số 1 và nhà ga số 2 của một sân bay có thể tiếp nhận tương ứng khoảng 6 526 300 và 3 514 500 lượt hành khách mỗi năm. Nhờ đưa vào sử dụng nhà ga số 3 mà mỗi năm sân bay này có thể tiếp nhận được khoảng 22 851 200 lượt hành khách. Hãy tính số lượt hành khách mà nhà ga số 3 có thể tiếp nhận mỗi năm.

1.22. Tính một cách hợp lí:

a) $285 + 470 + 115 + 230$;

b) $571 + 216 + 129 + 124$.

BÀI 5

PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA SỐ TỰ NHIÊN

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Phép nhân, thừa số, tích
 Tính chất giao hoán, kết hợp của phép nhân
 Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng
 Phép chia hết, phép chia có dư
 Số bị chia, số chia, thương, số dư

Kiến thức, kĩ năng

- Thực hiện phép nhân hai số tự nhiên.
- Thực hiện phép chia hai số tự nhiên (chia hết và chia có dư).
- Áp dụng tính chất của phép nhân và phép chia trong tính toán (tính nhẩm, tính hợp lí).
- Giải quyết được những vấn đề thực tiễn gắn với việc thực hiện phép nhân và phép chia số tự nhiên.

Mẹ em mua một túi 10 kg gạo ngon loại 20 nghìn đồng một kilôgam. Hỏi mẹ em phải đưa cho cô bán hàng bao nhiêu tờ 50 nghìn đồng để trả tiền gạo?

1. PHÉP NHÂN SỐ TỰ NHIÊN



Nhân hai số tự nhiên

- Phép nhân hai số tự nhiên a và b cho ta một số tự nhiên gọi là tích của a và b , kí hiệu là $a \times b$ hoặc $a \cdot b$:
 $a \cdot b = a + a + \dots + a$ (b số hạng).

Ví dụ: $5 \cdot 4 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$.

$$\begin{array}{ccccccc} a & \times & b & = & c \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{Thừa số} & & \text{Thừa số} & & \text{Tích} \end{array}$$

Chú ý. Nếu các thừa số đều bằng chữ, hoặc chỉ có một thừa số bằng số thì ta có thể không viết dấu nhân giữa các thừa số. Chẳng hạn, $a \cdot b = ab$; $2 \cdot m = 2m$.

Ví dụ 1

Đặt tính nhân: $738 \cdot 48$

$$\begin{array}{r} 738 \\ \times 48 \\ \hline 5904 \\ 2952 \\ \hline 35424 \end{array} \quad \begin{array}{l} \leftarrow 738 \times 8 = 5904 \\ \leftarrow 738 \times 4 = 2952 \end{array}$$

Luyện tập 1

Tính: a) $834 \cdot 57$;

b) $603 \cdot 295$.

Vận dụng 1

Giá tiền in một trang giấy khổ A4 là 350 đồng. Hỏi bác Thiệp phải trả bao nhiêu tiền nếu in một tập tài liệu khổ A4 dày 250 trang?



Tính chất của phép nhân

HĐ1 Cho $a = 12$ và $b = 5$.

Tính $a \cdot b$, $b \cdot a$ và so sánh hai kết quả.

HĐ2 Tìm số tự nhiên c sao cho $(3 \cdot 2) \cdot 5 = 3 \cdot (2 \cdot c)$.

HĐ3 Tính và so sánh $3 \cdot (2 + 5)$ và $3 \cdot 2 + 3 \cdot 5$

Phép nhân có các tính chất:

Giao hoán: $ab = ba$.

Kết hợp: $(ab)c = a(bc)$.

Phân phối của phép nhân đối với phép cộng: $a(b + c) = ab + ac$.

Chú ý.

- $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$; $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$;
- Tích $(ab)c$ hay $a(bc)$ gọi là tích của ba số a , b , c và viết gọn là abc .

Ví dụ 2

Tính nhẩm: $24 \cdot 25$.

Giải. $24 \cdot 25 = (6 \cdot 4) \cdot 25 = 6 \cdot (4 \cdot 25) = 6 \cdot 100 = 600$.

Luyện tập 2

Tính nhẩm: $125 \cdot 8\,001 \cdot 8$.

Trong tính nhẩm ta thường sử dụng các kết quả sau:

$$2 \cdot 5 = 10;$$

$$4 \cdot 25 = 100;$$

$$8 \cdot 125 = 1\,000.$$



Vận dụng 2

Một trường học lên kế hoạch thay tất cả các bóng đèn sợi đốt bình thường bằng bóng đèn LED cho 32 phòng học, mỗi phòng 8 bóng. Nếu mỗi bóng đèn LED có giá 96 000 đồng thì nhà trường phải trả bao nhiêu tiền mua số bóng đèn LED để thay đủ cho tất cả các phòng học?

2. PHÉP CHIA HẾT VÀ PHÉP CHIA CÓ DƯ



Chia hai số tự nhiên

HĐ4 Thực hiện các phép chia $196 : 7$ và $215 : 18$.

HĐ5 Trong hai phép chia trên, hãy chỉ ra phép chia hết và phép chia có dư. Trong mỗi trường hợp, hãy cho biết số bị chia, số chia, thương và số dư (nếu có).

Với hai số tự nhiên a và b đã cho (b khác 0), ta luôn tìm được đúng hai số tự nhiên q và r sao cho $a = bq + r$, trong đó $0 \leq r < b$.

Nếu $r = 0$ thì ta có **phép chia hết** $a : b = q$; a là số bị chia, b là số chia, q là thương.

Nếu $r \neq 0$ thì ta có **phép chia có dư** $a : b = q$ (dư r); a là số bị chia, b là số chia, q là thương và r là số dư.

Ví dụ 3

Đặt tính rồi thực hiện các phép chia sau:

$$4\ 847 : 131 \quad \text{và} \quad 5\ 580 : 157.$$

Giải

$$\begin{array}{r} 4\ 847 : 131 \\ \underline{3\ 93} \\ 9\ 17 \\ \underline{9\ 17} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5\ 580 : 157 \\ \underline{4\ 71} \\ 8\ 70 \\ \underline{7\ 85} \\ 8\ 5 \end{array}$$

Trong phép chia có dư, số dư bao giờ cũng nhỏ hơn số chia.



Vậy, $4\ 847 : 131 = 37$.

Vậy, $5\ 580 : 157 = 35$ (dư 85).

Luyện tập 3

Thực hiện các phép chia sau:

a) $945 : 45$;

b) $3\ 121 : 51$.

Ví dụ 4

Phải dùng ít nhất bao nhiêu xe ô tô 45 chỗ ngồi để chở hết 487 cổ động viên của một đội bóng?

Giải

Vì $487 : 45 = 10$ (dư 37) nên xếp đủ 10 xe thì còn thừa 37 người và phải dùng thêm 1 xe nữa để chở nốt những người này.

Vậy, cần dùng ít nhất là $10 + 1 = 11$ (xe).

Vận dụng 3

Giải bài toán mở đầu.

BÀI TẬP

1.23. Thực hiện các phép nhân sau:

a) $951 \cdot 23$;

b) $47 \cdot 273$;

c) $845 \cdot 253$;

d) $1\ 356 \cdot 125$.

1.24. Tính nhẩm:

a) $125 \cdot 10$;

b) $2\ 021 \cdot 100$;

c) $1\ 991 \cdot 25 \cdot 4$;

d) $3\ 025 \cdot 125 \cdot 8$.

1.25. Tính nhẩm:

a) $125 \cdot 101$. *Hướng dẫn:* viết $101 = 100 + 1$.

b) $21 \cdot 49$. *Hướng dẫn:* viết $49 = 50 - 1$.

1.26. Một trường Trung học cơ sở có 50 phòng học, mỗi phòng có 11 bộ bàn ghế, mỗi bộ bàn ghế có thể xếp cho 4 học sinh ngồi. Trường có thể nhận nhiều nhất bao nhiêu học sinh?

1.27. Tìm thương và số dư (nếu có) của các phép chia sau:

a) $1\ 092 : 91$;

b) $2\ 059 : 17$.

1.28. Tổng điều tra dân số ngày 1-4-2019, tỉnh Bắc Giang có 1 803 950 người (theo *Tổng cục Thống kê*). Biết rằng hai lần số dân tỉnh Bắc Giang kém dân số Thanh Hoá 32 228 người. Tính số dân tỉnh Thanh Hoá.

1.29. Một trường Trung học cơ sở có 997 học sinh tham dự lễ tổng kết cuối năm. Ban tổ chức đã chuẩn bị những chiếc ghế băng 5 chỗ ngồi. Phải có ít nhất bao nhiêu ghế băng như vậy để tất cả học sinh đều có chỗ ngồi?

1.30. Một nhà máy dùng ô tô chuyển 1 290 kiện hàng tới một cửa hàng. Nếu mỗi chuyến xe chở được 45 kiện thì phải cần ít nhất bao nhiêu chuyến xe để chuyển hết số kiện hàng trên?

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Cho số $n = 280\ 650$.

- a) Tìm chữ số hàng nghìn và chữ số hàng trăm nghìn của n ;
- b) Viết tập hợp M các chữ số của n ;
- c) Chữ số 8 và chữ số 6 trong số n có giá trị bằng bao nhiêu?
- d) Hãy biểu diễn số n thành tổng giá trị các chữ số của nó.

Giải

- a) Chữ số hàng nghìn của n là 0; chữ số hàng trăm nghìn của n là 2.
- b) $M = \{2; 8; 0; 6; 5\}$.
- c) Chữ số 8 nằm ở hàng chục nghìn nên có giá trị bằng $8 \cdot 10\ 000 = 80\ 000$;
Chữ số 6 nằm ở hàng trăm nên có giá trị bằng $6 \cdot 100 = 600$.
- d) Ta có $280\ 650 = 2 \cdot 100\ 000 + 8 \cdot 10\ 000 + 0 \cdot 1\ 000 + 6 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 0 \cdot 1$, viết gọn là:
$$280\ 650 = 2 \cdot 100\ 000 + 8 \cdot 10\ 000 + 6 \cdot 100 + 5 \cdot 10.$$

Ví dụ 2

Số khách du lịch quốc tế đến nước ta trong quý I và quý II của một năm lần lượt là 6 526 300 người và 3 514 500 người. Để hoàn thành kế hoạch cả năm đón 22 000 000 khách du lịch quốc tế, hai quý cuối năm đó ngành du lịch Việt Nam phải phấn đấu có bao nhiêu khách du lịch quốc tế đến thăm đất nước ta?

Giải

Trong hai quý đầu năm, số khách du lịch quốc tế đến Việt Nam là

$$6\ 526\ 300 + 3\ 514\ 500 = 10\ 040\ 800 \text{ (người)}.$$

Để đạt kế hoạch 22 000 000 du khách, số khách du lịch quốc tế đến Việt Nam trong hai quý cuối năm cần đạt là

$$22\ 000\ 000 - 10\ 040\ 800 = 11\ 959\ 200 \text{ (người)}.$$

Ví dụ 3

Ánh sáng đi từ Mặt Trời đến Trái Đất hết khoảng 8 phút 19 giây, mỗi giây ánh sáng đi được khoảng 300 000 km (theo *vnexpress.net*). Hỏi Trái Đất cách Mặt Trời khoảng bao nhiêu kilômét?

Giải

1 phút = 60 giây; 8 phút = 60 giây $\cdot$ 8 = 480 (giây).

Thời gian ánh sáng đi từ Mặt Trời đến Trái Đất khoảng $480 + 19 = 499$ (giây).

Mỗi giây ánh sáng đi được khoảng 300 000 km nên Mặt Trời cách Trái Đất khoảng:

$$499 \cdot 300\ 000 = 149\ 700\ 000 \text{ (km)}.$$

BÀI TẬP

1.31. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên lớn hơn 3 và không lớn hơn 7.

- a) Viết tập hợp A bằng hai cách: Liệt kê các phần tử và nêu dấu hiệu đặc trưng cho các phần tử;
- b) Trong các số tự nhiên nhỏ hơn 10, những số nào **không phải** là phần tử của tập A ?

1.32.

- a) Viết số tự nhiên nhỏ nhất có bốn chữ số;
- b) Viết số tự nhiên nhỏ nhất có bốn chữ số khác nhau;
- c) Viết số tự nhiên nhỏ nhất có bốn chữ số khác nhau và đều là số chẵn;
- d) Viết số tự nhiên nhỏ nhất có bốn chữ số khác nhau và đều là số lẻ.

1.33. Ta đã biết: Giá trị của mỗi chữ số của một số tự nhiên viết trong hệ thập phân phụ thuộc vào vị trí của nó. Chẳng hạn, chữ số 2 có giá trị bằng 2 nếu nó nằm ở hàng đơn vị, có giá trị bằng 20 nếu nó nằm ở hàng chục,... Tuy nhiên, có một chữ số mà giá trị của nó không thay đổi dù nó nằm ở bất kì vị trí nào, đó là chữ số nào?

1.34. Một xe ô tô chở 30 bao gạo và 40 bao ngô. Biết rằng mỗi bao gạo nặng 50 kg, mỗi bao ngô nặng 60 kg. Hỏi xe ô tô đó chở tất cả bao nhiêu kilôgam gạo và ngô?

1.35. Trong tháng 7 nhà ông Khánh dùng hết 115 số điện. Hỏi ông Khánh phải trả bao nhiêu tiền điện, biết đơn giá điện như sau:

Giá tiền cho 50 số đầu tiên là 1 678 đồng/số;

Giá tiền cho 50 số tiếp theo (từ số 51 đến số 100) là 1 734 đồng/số;

Giá tiền cho 100 số tiếp theo (từ số 101 đến số 200) là 2 014 đồng/số.

BÀI 6

LUYỆN THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Lũy thừa
Cơ số; Số mũ
Bình phương; Lập phương

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG

- Thực hiện phép tính nâng lên lũy thừa với số mũ tự nhiên.
- Nhân, chia hai lũy thừa cùng cơ số với số mũ tự nhiên.
- Giải quyết được những vấn đề thực tiễn gắn với thực hiện phép tính lũy thừa với số mũ tự nhiên.

Truyền thuyết Ấn Độ kể rằng, người phát minh ra bàn cờ vua đã chọn phần thưởng là số thóc rải trên 64 ô của bàn cờ vua như sau: ô thứ nhất để 1 hạt thóc, ô thứ hai để 2 hạt, ô thứ ba để 4 hạt, ô thứ tư để 8 hạt, ... Cứ như thế, số hạt ở ô sau gấp đôi số hạt ở ô trước.

Liệu nhà vua có đủ thóc để thưởng cho nhà phát minh đó hay không?



Bàn cờ vua

1. LUYỆN THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN



Phép nâng lên lũy thừa

Bảng sau đây chỉ ra cách tính số hạt thóc ở một số ô trong bàn cờ trong bài toán mở đầu:

Ô thứ	Phép tính tìm số hạt thóc	Số hạt thóc
1	1	1
2	2	2
3	$2 \cdot 2$	4
4	$2 \cdot 2 \cdot 2$	8
5	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	16
...	...	...

HĐ1 Để tìm số hạt thóc ở ô thứ 8, ta phải thực hiện phép nhân có bao nhiêu thừa số 2?

Lũy thừa bậc n của số tự nhiên a là tích của n thừa số bằng nhau, mỗi thừa số bằng a :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ thừa số}} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

a^n đọc là "a mũ n" hoặc "a lũy thừa n", a là cơ số, n là số mũ.

Số mũ

a^n

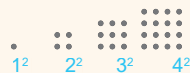
Cơ số

Phép nhân nhiều thừa số bằng nhau gọi là **phép nâng lên lũy thừa**.

Chú ý. Ta có $a^1 = a$.

a^2 cũng được gọi là **bình phương** (hay bình phương của a);
 a^3 cũng được gọi là **lập phương** (hay lập phương của a).

Các số 0, 1, 4, 9, 16,... gọi là các số chính phương.



Ví dụ 1

a) Viết biểu thức $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ dưới dạng lũy thừa. Hãy chỉ ra cơ số và số mũ của lũy thừa đó.

b) Tính 11^2 .

Giải

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$, cơ số là 3, số mũ là 5.

b) $11^2 = 11 \cdot 11 = 121$.

Luyện tập 1

Hoàn thành bảng bình phương của các số tự nhiên từ 1 đến 10.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

Vận dụng

① Tính số hạt thóc có trong ô thứ 7 của bàn cờ nói trong bài toán mở đầu.

② Hãy viết mỗi số tự nhiên sau thành tổng giá trị các chữ số của nó bằng cách dùng các lũy thừa của 10 theo mẫu:

$$4\,257 = 4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 7.$$

a) 23 197;

b) 203 184.

Người ta đã tính được rằng tổng số thóc cần rải trên bàn cờ là $2^{64} - 1$ hạt thóc và toàn bộ khối lượng thóc này nặng tới 369 tỉ tấn. Một con số khổng lồ!

Ta có:

$$100 = 10^2$$

$$1\,000 = 10^3$$

$$10\,000 = 10^4,$$

...

2. NHÂN VÀ CHIA HAI LŨY THỪA CÙNG CƠ SỐ



Nhân hai lũy thừa cùng cơ số

HĐ2

a) Viết kết quả phép nhân sau dưới dạng một lũy thừa của 7:

$$7^2 \cdot 7^3 = (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7 \cdot 7) = ?$$

b) Nếu nhận xét về mối liên hệ giữa các số mũ của 7 trong hai thừa số và trong tích tìm được ở câu a).



Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng các số mũ:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Ví dụ 2

$$5^6 \cdot 5^3 = 5^{6+3} = 5^9; \quad 10^5 \cdot 10^4 \cdot 10^2 = 10^{5+4+2} = 10^{11}.$$

Luyện tập 2

Viết kết quả phép tính dưới dạng một lũy thừa:

a) $5^3 \cdot 5^7$;

b) $2^4 \cdot 2^5 \cdot 2^9$;

c) $10^2 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 10^8$.



Chia hai lũy thừa cùng cơ số

HĐ3

- a) Giải thích vì sao có thể viết $6^5 = 6^3 \cdot 6^2$.
 b) Sử dụng câu a) để suy ra $6^5 : 6^3 = 6^2$. Nêu nhận xét về mối liên hệ giữa các số mũ của 6 trong số bị chia, số chia và thương.
 c) Viết thương của phép chia $10^7 : 10^4$ dưới dạng lũy thừa của 10.

Khi **chia** hai lũy thừa cùng cơ số (khác 0), ta giữ nguyên cơ số và lấy số mũ của số bị chia trừ số mũ của số chia.

$$a^m : a^n = a^{m-n} \text{ (với } a \neq 0, m \geq n \text{)}.$$

Chú ý. Người ta quy ước $a^0 = 1$ (với $a \neq 0$).

Ví dụ 3

$$2^6 : 2^3 = 2^{6-3} = 2^3;$$

$$10^7 : 10^4 = 10^{7-4} = 10^3.$$

Luyện tập 3

Viết kết quả các phép tính dưới dạng một lũy thừa:

- a) $7^6 : 7^4$; b) $1\,091^{100} : 1\,091^{100}$.

BÀI TẬP

1.36. Viết các tích sau dưới dạng một lũy thừa:

- a) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$; b) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$.
 c) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 25$; d) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$.

1.37. Hoàn thành bảng sau vào vở:

Lũy thừa	Cơ số	Số mũ	Giá trị của lũy thừa
4^3	?	?	?
?	3	5	?
?	2	?	128

1.38. Tính: a) 2^5 ; b) 3^3 ; c) 5^2 ; d) 10^9 .

1.39. Viết các số sau thành tổng giá trị các chữ số của nó bằng cách dùng các lũy thừa của 10: 215; 902; 2 020; 883 001.

1.40. Tính 11^2 , 11^3 . Từ đó hãy dự đoán kết quả của $1\,111^2$.

1.41. Biết $2^{10} = 1\,024$. Hãy tính 2^9 và 2^{11} .

1.42. Tính: a) $5^7 \cdot 5^3$; b) $5^8 : 5^4$.

1.43. Ta có: $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$.

Viết các tổng sau dưới dạng bình phương của một số tự nhiên:

- a) $1 + 3 + 5 + 7$; b) $1 + 3 + 5 + 7 + 9$.

1.44. Trái Đất có khối lượng khoảng $60 \cdot 10^{20}$ tấn. Mỗi giây Mặt Trời tiêu thụ $6 \cdot 10^6$ tấn khí hydrogen (theo vnexpress.net). Hỏi Mặt Trời cần bao nhiêu giây để tiêu thụ một lượng khí hydrogen có khối lượng bằng khối lượng Trái Đất?

1.45. Theo các nhà khoa học, mỗi giây cơ thể con người trung bình tạo ra khoảng $25 \cdot 10^5$ tế bào hồng cầu (theo www.healthline.com). Hãy tính xem mỗi giờ, bao nhiêu tế bào hồng cầu được tạo ra?

EM CÓ BIẾT?

Trong âm nhạc, người ta ghi các bản nhạc bằng cách dùng các nốt nhạc. Quan hệ về trường độ của chúng như sau:

1 tròn = 2^1 trắng = 2^2 đen = 2^3 móc đơn = 2^4 móc kép.

1 trắng = 2^1 đen = 2^2 móc đơn = 2^3 móc kép = 2^4 móc ba.

(Theo *Sự kì diệu của Toán học*, Theoni Pappas, NXB Dân Trí, 2014)

BÀI 7

THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Biểu thức

Giá trị của một biểu thức

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG

- Nhận biết thứ tự thực hiện các phép tính.
- Tính giá trị của một biểu thức.

5 + 3 x 2 bằng mấy?

Bằng 16, mình cộng trước, nhân sau.



Bằng 11, mình nhân trước, cộng sau.



Để tránh tình trạng trên, ta cần có quy ước thống nhất về thứ tự thực hiện các phép tính.



Thứ tự thực hiện các phép tính trong một biểu thức

- Đối với các biểu thức không có dấu ngoặc:
 - Nếu chỉ có phép cộng và phép trừ (hoặc chỉ có phép nhân và phép chia) thì thực hiện các phép tính từ trái qua phải, chẳng hạn:

$$42 - 30 + 8 = 20, \quad 100 : 5 \cdot 2 = 20 \cdot 2 = 40.$$
 - Nếu có các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa thì ta thực hiện phép nâng lên lũy thừa trước, rồi đến nhân và chia, cuối cùng đến cộng và trừ. Chẳng hạn:

$$1 + 2 \cdot 3^2 = 1 + 2 \cdot 9 = 1 + 18 = 19.$$
- Đối với biểu thức có dấu ngoặc:
 - Nếu chỉ có một dấu ngoặc thì ta thực hiện phép tính trong dấu ngoặc trước. Chẳng hạn:

$$(10 + 5) : 5 = 15 : 5 = 3.$$
 - Nếu có các dấu ngoặc tròn (), dấu ngoặc vuông [], dấu ngoặc nhọn { } thì ta thực hiện các phép tính trong dấu ngoặc tròn trước, rồi thực hiện các phép tính trong các dấu ngoặc vuông, cuối cùng thực hiện các phép tính trong dấu ngoặc nhọn. Chẳng hạn:

$$\{15 + 2 \cdot [8 - (5 - 3)]\} : 9 = \{15 + 2 \cdot [8 - 2]\} : 9 \\ = \{15 + 2 \cdot 6\} : 9 \\ = \{15 + 12\} : 9 \\ = 27 : 9 = 3.$$

① Với các biểu thức không có dấu ngoặc: Lũy thừa → Nhân và chia → Cộng và trừ.

② Với các biểu thức có dấu ngoặc: trong ngoặc trước, ngoài ngoặc sau

() → [] → { }.



Trong tình huống mở đầu, bạn nào làm đúng theo quy ước trên?

Ví dụ

Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $8 + 36 : 3 \cdot 2$; b) $[1 + 2 \cdot (5 \cdot 3 - 2^3)] \cdot 7$.

Giải

a) $8 + 36 : 3 \cdot 2 = 8 + 12 \cdot 2 = 8 + 24 = 32$.

← Nhân, chia từ trái sang phải trước, cộng sau

b) $[1 + 2 \cdot (5 \cdot 3 - 2^3)] \cdot 7 = [1 + 2 \cdot (5 \cdot 3 - 8)] \cdot 7$

← Thực hiện trong ngoặc trước;
trong ngoặc: lũy thừa → nhân → cộng

$= [1 + 2 \cdot (15 - 8)] \cdot 7 = [1 + 2 \cdot 7] \cdot 7$

$= [1 + 14] \cdot 7 = 15 \cdot 7 = 105$.

Luyện tập 1

❶ Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $25 \cdot 2^3 - 3^2 + 125$; b) $2 \cdot 3^2 + 5 \cdot (2 + 3)$.

Vận dụng

Một người đi xe đạp trong 5 giờ. Trong 3 giờ đầu, người đó đi với vận tốc 14 km/h; 2 giờ sau, người đó đi với vận tốc 9 km/h.

a) Tính quãng đường người đó đi được trong 3 giờ đầu; trong 2 giờ sau.

b) Tính quãng đường người đó đi được trong 5 giờ.

Chú ý. Trong một biểu thức có thể có chứa chữ. Để tính giá trị của biểu thức đó khi cho giá trị của các chữ, ta thay thế giá trị đã cho vào biểu thức rồi tính giá trị của biểu thức nhận được.

Luyện tập 2

a) Lập biểu thức tính diện tích của hình chữ nhật ABCD (hình bên).

b) Tính diện tích của hình chữ nhật đó khi $a = 3$ cm.



BÀI TẬP

1.46. Tính:

a) $235 + 78 - 142$;

b) $14 + 2 \cdot 8^2$;

c) $\{2^3 + [1 + (3 - 1)^2]\} : 13$.

1.47. Tính giá trị của biểu thức:

$1 + 2(a + b) - 4^3$ khi $a = 25$; $b = 9$.

1.48. Trong 8 tháng đầu năm, một cửa hàng bán được 1 264 chiếc ti vi. Trong 4 tháng cuối năm, trung bình mỗi tháng cửa hàng bán được 164 chiếc ti vi. Hỏi trong cả năm, trung bình mỗi tháng cửa hàng đó bán được bao nhiêu chiếc ti vi? Viết biểu thức tính kết quả.

1.49. Căn hộ nhà bác Cường diện tích 105 m². Ngoại trừ bếp và nhà vệ sinh diện tích 30 m², toàn bộ diện tích sàn còn lại được lát gỗ như sau: 18 m² được lát bằng gỗ loại 1 giá 350 nghìn đồng/m²; phần còn lại dùng gỗ loại 2 có giá 170 nghìn đồng/m². Công lát là 30 nghìn đồng/m².

Viết biểu thức tính tổng chi phí bác Cường cần trả để lát sàn căn hộ như trên. Tính giá trị của biểu thức đó.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Tính giá trị của biểu thức $120 + [55 - (11 - 3 \cdot 2)^2] + 2^3$.

Giải

$$\begin{aligned} & 120 + [55 - (11 - 3 \cdot 2)^2] + 2^3 \\ &= 120 + [55 - (11 - 6)^2] + 2^3 \\ &= 120 + [55 - 5^2] + 2^3 \\ &= 120 + [55 - 25] + 2^3 \\ &= 120 + 30 + 2^3 \\ &= 150 + 8 \\ &= 158. \end{aligned}$$

← Trong ngoặc (): nhân → trừ

← Trong ngoặc [] : lũy thừa → trừ

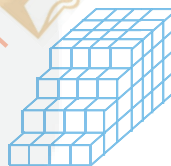
Vậy biểu thức có giá trị bằng 158.

Ví dụ 2

Hình khối bên được ghép bằng những khối lập phương cạnh 3 cm.

a) Lập biểu thức tính số khối lập phương tạo thành hình khối.

b) Tính thể tích của hình khối.



Giải

a) *Cách 1:* Các khối lập phương được xếp thành 4 tầng: tầng trên cùng có $4 \cdot 4$ khối, tầng thứ hai có $4 \cdot 5$ khối, tầng thứ ba có $4 \cdot 6$ khối, tầng thứ tư có $4 \cdot 7$ khối. Tổng số khối là $4 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 4 \cdot 7$ (khối).

Cách 2: Tính từ phía trước về phía sau, hình khối được tạo thành bởi 7 lớp khối lập phương. Lớp đầu tiên có 4 khối. Số khối của lớp thứ hai bằng hai lần số khối lớp thứ nhất và bằng $2 \cdot 4$. Lớp thứ ba có $3 \cdot 4$ khối. Bốn lớp sau cùng, mỗi lớp có $4 \cdot 4$ khối.

Tổng số khối là $4 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 4 \cdot 4$ (khối).

b) Mỗi khối lập phương có thể tích 3^3 (cm³). Hình khối đã cho có thể tích bằng

$$(4 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 4 \cdot 7) \cdot 3^3 = 4 \cdot (4 + 5 + 6 + 7) \cdot 27 = 4 \cdot 22 \cdot 27 = 2376 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

BÀI TẬP

1.50. Tính giá trị của biểu thức:

a) $36 - 18 : 6$;

b) $2 \cdot 3^2 + 24 : 6 \cdot 2$;

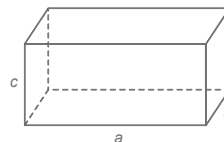
c) $2 \cdot 3^2 - 24 : (6 \cdot 2)$.

1.51. Viết kết quả phép tính dưới dạng một lũy thừa:

a) $3^3 : 3^2$; b) $5^4 : 5^2$;

c) $8^3 \cdot 8^2$; d) $5^4 \cdot 5^3 : 5^2$.

1.52. Viết biểu thức tính diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật (hình dưới) theo a , b , c . Tính giá trị biểu thức đó khi $a = 5$ cm; $b = 4$ cm; $c = 3$ cm.



1.53. Tính:

a) $110 - 7^2 + 22 : 2$; b) $9 \cdot (8^2 - 15)$;

c) $5 \cdot 8 - (17 + 8) : 5$; d) $75 : 3 + 6 \cdot 9^2$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I

1.54. Viết số tự nhiên a sau đây: Mười lăm tỉ hai trăm sáu mươi bảy triệu không trăm hai mươi mốt nghìn chín trăm linh tám.

- a) Số a có bao nhiêu chữ số? Viết tập hợp các chữ số của a ;
- b) Số a có bao nhiêu triệu, chữ số hàng triệu là chữ số nào?
- c) Trong a có hai chữ số 1 nằm ở những hàng nào? Mỗi chữ số ấy có giá trị bằng bao nhiêu?

1.55.

- a) Số 2 020 là số liền sau của số nào, là số liền trước của số nào?
- b) Cho số tự nhiên a khác 0. Số liền trước của a là số nào? Số liền sau của a là số nào?
- c) Trong các số tự nhiên, số nào *không* có số liền sau? Số nào *không* có số liền trước?

1.56. Tìm tích, thương và số dư (nếu có):

- a) $21\,759 \cdot 1\,862$;
- b) $3\,789 : 231$;
- c) $9\,848 : 345$.

1.57. Tính giá trị của biểu thức:

$$21 \cdot [(1\,245 + 987) : 2^3 - 15 \cdot 12] + 21.$$

1.58. Khối 6 có 320 học sinh đi tham quan. Nhà trường cần thuê ít nhất bao nhiêu xe ô tô 45 chỗ ngồi để đủ chỗ cho tất cả học sinh?

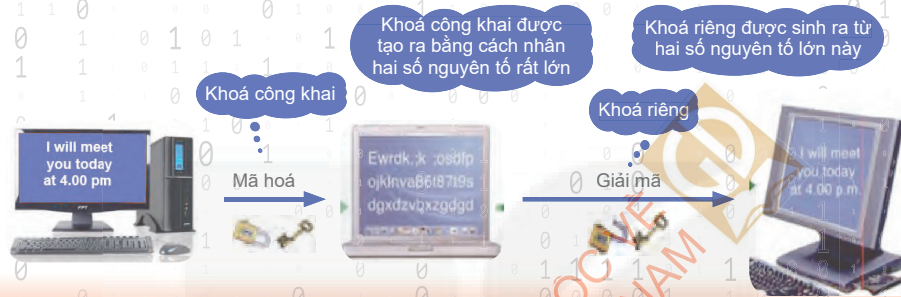
1.59. Một phòng chiếu phim có 18 hàng ghế, mỗi hàng có 18 ghế. Giá một vé xem phim là 50 000 đồng.

- a) Tối thứ Sáu, số tiền bán vé thu được là 10 550 000 đồng. Hỏi có bao nhiêu vé không bán được?
- b) Tối thứ Bảy, tất cả các vé đều được bán hết. Số tiền bán vé thu được là bao nhiêu?
- c) Chủ Nhật còn 41 vé không bán được. Hỏi số tiền bán vé thu được là bao nhiêu?

CHƯƠNG II

SỐ HỌC

TÍNH CHIA HẾT TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN



Hình vẽ trên mô tả quá trình mã hoá một văn bản. Việc mã hoá được dùng trong điện thoại di động, thẻ tín dụng, máy tính,... Một trong những khái niệm toán học được dùng nhiều để mã hoá thông tin là số nguyên tố mà chúng ta sẽ tìm hiểu trong chương này. Ngoài ra, chương này còn giúp các em bước đầu tìm hiểu về hợp số, ước chung và bội chung là những khái niệm quan trọng của số học.

BÀI 8

QUAN HỆ CHIA HẾT VÀ TÍNH CHẤT

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Chia hết
Ước
Bội

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG

- Nhận biết quan hệ chia hết, khái niệm ước và bội.
- Tìm các ước và bội của một số tự nhiên.
- Nhận biết tính chia hết của một tổng cho một số.

Trong đợt tổng kết học kì I, lớp 6A được Hội cha mẹ học sinh thưởng 50 cái bút. Trường lại thưởng thêm cho lớp 4 hộp bút nữa (số bút trong mỗi hộp là như nhau). Các bạn đề nghị chia đều phần thưởng cho 4 tổ. Nếu không biết số bút trong mỗi hộp, ta có thể chia đều số bút đó cho 4 tổ được không?

1. QUAN HỆ CHIA HẾT



Khi nào thì a chia hết cho b ?



Trong hai số 15 và 16, số nào chia hết cho 3, số nào không chia hết cho 3?

Số 15 chia hết cho 3 vì $15 : 3 = 5$ và không còn dư. Số 16 không chia hết cho 3 vì 16 chia 3 bằng 5 dư 1.



Cho hai số tự nhiên a và b ($b \neq 0$).

Nếu có số tự nhiên k sao cho $a = kb$ thì ta nói a chia hết cho b và kí hiệu là $a : b$.

Nếu a không chia hết cho b ta kí hiệu là $a \nmid b$.

Ví dụ: $15 : 3$;

$16 \nmid 3$.



Tìm kí hiệu thích hợp ($:$, $\nmid$) thay cho dấu "?":

24 ? 6

45 ? 10

35 ? 5

42 ? 4

Ví dụ 1

Nhân dịp sinh nhật, mẹ cho Việt 12 gói kẹo để liên hoan với các bạn, mỗi gói có 35 chiếc. Biết lớp Việt có 5 tổ, hỏi Việt có thể chia đều số kẹo cho các tổ không?

Giải

Việt có số kẹo là $12 \cdot 35$. Vì $35 : 5$ nên $(12 \cdot 35) : 5$, do đó Việt có thể chia đều số kẹo cho mỗi tổ.

Trong một tích, nếu có một thừa số chia hết cho một số thì tích chia hết cho số đó.



Ước và bội

$15 : 3$

3 là ước của 15

15 là bội của 3

Nếu a chia hết cho b , ta nói b là ước của a và a là bội của b .

Ta kí hiệu $U(a)$ là tập hợp các ước của a và $B(b)$ là tập hợp các bội của b .



Bạn Vương hay Tròn đúng nhỉ?



5 là ước của 15



6 là ước của 15



Cách tìm ước và bội

HĐ1 Lần lượt chia 12 cho các số từ 1 đến 12, em hãy viết tập hợp tất cả các ước của 12.

HĐ2 Bằng cách nhân 8 với 0; 1; 2;... em hãy viết các bội của 8 nhỏ hơn 80.

- Muốn tìm các ước của a ($a > 1$), ta lần lượt chia a cho các số tự nhiên từ 1 đến a để xem a chia hết cho những số nào thì các số đó là ước của a .
- Ta có thể tìm các bội của một số khác 0 bằng cách nhân số đó lần lượt với 0; 1; 2; 3; ...

Ví dụ 2

a) Lần lượt chia 15 cho các số từ 1 đến 15, ta thấy 15 chia hết cho 1; 3; 5; 15 nên $U(15) = \{1; 3; 5; 15\}$.

b) Lần lượt nhân 6 với 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6;... ta được các bội của 6 là: 0; 6; 12; 18; 24; 30; 36;... Các bội của 6 nhỏ hơn 30 là: 0; 6; 12; 18; 24.

Luyện tập 1

- a) Hãy tìm tất cả các ước của 20;
b) Hãy tìm tất cả các bội nhỏ hơn 50 của 4.



Thử thách nhỏ

Hãy tìm ba ước khác nhau của 12 sao cho tổng của chúng bằng 12.

2. TÍNH CHẤT CHIA HẾT CỦA MỘT TỔNG



Trường hợp chia hết

HĐ3 Viết hai số chia hết cho 5. Tổng của chúng có chia hết cho 5 không?

HĐ4 Viết ba số chia hết cho 7. Tổng của chúng có chia hết cho 7 không?

Tính chất 1

Nếu tất cả các số hạng của một tổng đều chia hết cho cùng một số thì tổng chia hết cho số đó.

- Nếu $a : m$ và $b : m$ thì $(a + b) : m$.
- Nếu $a : m$, $b : m$ và $c : m$ thì $(a + b + c) : m$.

Chú ý. Tính chất 1 cũng đúng với một hiệu, chẳng hạn $30 : 3$ và $18 : 3$, suy ra $(30 - 18) : 3$.

Ví dụ 3

Không thực hiện phép tính, hãy cho biết $6 + 15 + 30$ có chia hết cho 3 không. Vì sao?

Giải

Vì $6 : 3$, $15 : 3$ và $30 : 3$ nên $(6 + 15 + 30) : 3$.

Luyện tập 2

Không thực hiện phép tính, hãy cho biết:

- a) $24 + 48$ có chia hết cho 4 không. Vì sao?
b) $48 + 12 - 36$ có chia hết cho 6 không. Vì sao?

Vận dụng 1

Hãy tìm x thuộc tập $\{1; 14; 16; 22; 28\}$, biết tổng $21 + x$ chia hết cho 7.



Trường hợp không chia hết

HD5 Hãy viết hai số, trong đó một số chia hết cho 5 và số còn lại không chia hết cho 5. Tổng của chúng có chia hết cho 5 không?

HD6 Hãy viết ba số, trong đó hai số chia hết cho 4 và số còn lại không chia hết cho 4. Tổng của chúng có chia hết cho 4 không?

Tính chất 2

Nếu có một số hạng của một tổng không chia hết cho một số đã cho, các số hạng còn lại đều chia hết cho số đó thì tổng không chia hết cho số đã cho.

- Nếu $a : m$ và $b \nmid m$ thì $(a + b) \nmid m$.
- Nếu $a : m$, $b : m$ và $c \nmid m$ thì $(a + b + c) \nmid m$.

Chú ý. Tính chất 2 cũng đúng với một hiệu, chẳng hạn:

$45 : 5$ và $7 \nmid 5$, suy ra $(45 - 7) \nmid 5$; $15 \nmid 4$ và $8 : 4$, suy ra $(15 - 8) \nmid 4$.

Ví dụ 4

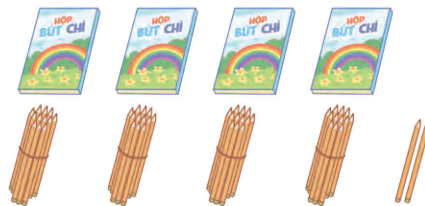
Không thực hiện phép tính, hãy cho biết $5 + 45 + 2\,019$ có chia hết cho 5 không. Vì sao?

Giải

Vì $5 : 5$, $45 : 5$ và $2\,019 \nmid 5$ nên $(5 + 45 + 2\,019) \nmid 5$.

Ví dụ 5

Trở lại tình huống mở đầu, vì số bút trong các hộp bút bằng nhau nên tổng số bút trong 4 hộp là một số chia hết cho 4. Vì 50 không chia hết cho 4 nên tổng số bút lớp 6A được thưởng không chia đều được cho 4 tổ.



Luyện tập 3

Không thực hiện phép tính, hãy cho biết:

- a) $20 + 81$ có chia hết cho 5 không. Vì sao?
- b) $34 + 28 - 12$ có chia hết cho 4 không. Vì sao?

Vận dụng 2

Tìm x thuộc tập $\{5; 25; 39; 54\}$ sao cho tổng $20 + 45 + x$ không chia hết cho 5.



Tranh luận

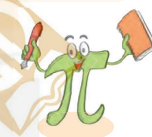
Hai số không chia hết cho 4 thì tổng của chúng cũng không chia hết cho 4.



Tớ thấy không đúng.



Còn bạn thì sao?



BÀI TẬP

2.1. Hãy tìm các ước của mỗi số sau:

30; 35; 17.

2.2. Trong các số sau, số nào là bội của 4?

16; 24; 35.

2.3. Tìm các số tự nhiên x, y sao cho:

a) $x \in B(7)$ và $x < 70$;

b) $y \in U(50)$ và $y > 5$.

2.4. Không thực hiện phép tính, hãy cho biết tổng nào sau đây chia hết cho 5:

a) $15 + 1\,975 + 2\,019$;

b) $20 + 90 + 2\,025 + 2\,050$.

2.5. Không thực hiện phép tính, hãy cho biết hiệu nào sau đây chia hết cho 8:

a) $100 - 40$;

b) $80 - 16$.

2.6. Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) $219 \cdot 7 + 8$ chia hết cho 7;

b) $8 \cdot 12 + 9$ chia hết cho 3.

2.7. Cô giáo muốn chia đều 40 học sinh thành các nhóm để thực hiện các dự án học tập. Hoàn thành bảng sau vào vở (bỏ trống trong trường hợp không chia được).

Số nhóm	Số người ở một nhóm
4	?
?	8
6	?
8	?
?	4

2.8. Đội thể thao của trường có 45 vận động viên. Huấn luyện viên muốn chia thành các nhóm để tập luyện sao cho mỗi nhóm có ít nhất 2 người và không quá 10 người. Biết rằng các nhóm có số người như nhau, em hãy giúp huấn luyện viên chia nhé.

2.9.

a) Tìm x thuộc tập $\{23; 24; 25; 26\}$, biết $56 - x$ chia hết cho 8;

b) Tìm x thuộc tập $\{22; 24; 45; 48\}$, biết $60 + x$ không chia hết cho 6.



DẤU HIỆU CHIA HẾT

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG

Vận dụng được dấu hiệu chia hết cho 2; 5; 9; 3 để xác định một số đã cho có chia hết cho 2; 5; 9; 3 hay không.

Tìm số dư của phép chia 71 001 cho 9.



Phép chia này không có dư vì 71 001 chia hết cho 9.



Sao bạn Tròn trả lời nhanh vậy nhỉ?



1. DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 2, CHO 5

Ta có:

$$120 = 12 \cdot 10 = 12 \cdot 2 \cdot 5 \text{ chia hết cho 2 và cho 5;}$$

$$2\ 010 = 201 \cdot 10 = 201 \cdot 2 \cdot 5 \text{ chia hết cho 2 và cho 5.}$$

Ta nhận thấy các số 120 và 2 010 có chữ số tận cùng là 0 đều chia hết cho 2 và 5. Vậy các số có chữ số tận cùng như thế nào thì chia hết cho 2? Các số có chữ số tận cùng như thế nào thì chia hết cho 5?



Dấu hiệu chia hết cho 2, cho 5

Xét số $n = \overline{23}^*$ (* là chữ số tận cùng của n). Ta viết $n = 230 + ^*$.

HD1 Số 230 có chia hết cho 2 và chia hết cho 5 không?

HD2 Vận dụng tính chất chia hết của một tổng, hãy cho biết:

- Thay dấu * bởi chữ số nào thì n chia hết cho 2?
- Thay dấu * bởi chữ số nào thì n chia hết cho 5?

- Các số có chữ số tận cùng là 0, 2, 4, 6, 8 thì **chia hết cho 2** và chỉ những số đó mới chia hết cho 2.
- Các số có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5 thì **chia hết cho 5** và chỉ những số đó mới chia hết cho 5.

Ví dụ 1

- Các số 1 930; 1 954 đều chia hết cho 2 vì có chữ số tận cùng là số chẵn.
- Các số 1 975; 2 021 đều không chia hết cho 2 vì có chữ số tận cùng là số lẻ.
- Các số 1 930; 1 945 đều chia hết cho 5 vì có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5.
- Các số 1 954; 1 972 đều không chia hết cho 5 vì có chữ số tận cùng khác 0 và 5.

Ví dụ 2

Không thực hiện phép tính, em hãy cho biết tổng (hiệu) sau có chia hết cho 2 không.

- a) $1\,985 + 2\,020$; b) $1\,968 - 1\,930$.

Giải

a) Số 1 985 có chữ số tận cùng là 5 nên không chia hết cho 2; số 2 020 có chữ số tận cùng là 0 nên chia hết cho 2. Vậy tổng $1\,985 + 2\,020$ không chia hết cho 2.

b) Số 1 968 có chữ số tận cùng là 8 nên chia hết cho 2; số 1 930 có chữ số tận cùng là 0 nên chia hết cho 2. Vậy hiệu $1\,968 - 1\,930$ chia hết cho 2.

Luyện tập 1

① Không thực hiện phép tính, em hãy cho biết tổng (hiệu) sau có chia hết cho 2 không.

- a) $1\,954 + 1\,975$; b) $2\,020 - 938$.

② Không thực hiện phép tính, em hãy cho biết tổng (hiệu) sau có chia hết cho 5 không.

- a) $1\,945 + 2\,020$; b) $1\,954 - 1\,930$.

2. DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 9, CHO 3

Hà nhận thấy số 180 chia hết cho 9 và tổng các chữ số của nó là $1 + 8 + 0 = 9$ cũng chia hết cho 9. Liệu những số chia hết cho 9 đều có tính chất này không?



Dấu hiệu chia hết cho 9

Cho các số 27; 82; 195; 234.

HD3 Hãy sắp xếp các số trên thành hai nhóm: Nhóm các số chia hết cho 9 và nhóm các số không chia hết cho 9.

HD4 Tính tổng các chữ số của mỗi số và xét tính chia hết cho 9 của các tổng đó trong mỗi nhóm.

Các số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì **chia hết cho 9** và chỉ những số đó mới chia hết cho 9.

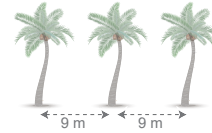
Ví dụ 3

Trở lại tình huống mở đầu, số 71 001 có tổng các chữ số chia hết cho 9 nên 71 001 chia hết cho 9. Như vậy, em đã biết vì sao bạn Tròn trả lời nhanh rồi nhỉ.

Luyện tập 2

Thay dấu * bởi một chữ số để được số $\overline{12*}$ chia hết cho 9.

Trên một bờ đất dài 108 m, một bác nông dân có kế hoạch trồng một số cây dừa thành một hàng sao cho hai cây cách đều nhau là 9 m và luôn có cây ở vị trí đầu và cuối của bờ đất. Hỏi bác nông dân có trồng được như vậy không? Nếu được, bác cần bao nhiêu cây dừa để trồng?



Cho các số 42; 80; 191; 234.

HĐ5 Hãy sắp xếp các số trên thành hai nhóm: Nhóm các số chia hết cho 3 và nhóm các số không chia hết cho 3.

HĐ6 Tính tổng các chữ số của mỗi số và xét tính chia hết cho 3 của các tổng đó trong mỗi nhóm.

Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3 và chỉ những số đó mới chia hết cho 3.

Ví dụ 4

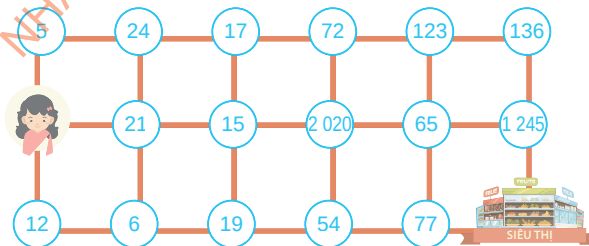
a) Các số 4 683; 3 576 đều chia hết cho 3 vì có tổng các chữ số chia hết cho 3.

b) Các số 4 321; 1 975 đều không chia hết cho 3 vì có tổng các chữ số không chia hết cho 3.

Luyện tập 3

Thay dấu * bằng một chữ số để số $\overline{12*5}$ chia hết cho 3.

Bạn Hà cần tìm đường đến siêu thị. Biết rằng Hà chỉ có thể đi qua ô có chứa số chia hết cho 2 hoặc chia hết cho 3 và mỗi ô chỉ đi qua một lần. Em hãy giúp Hà đến được siêu thị nhé.



BÀI TẬP

2.10. Trong các số sau, số nào chia hết cho 2, số nào chia hết cho 5?
324; 248; 2 020; 2 025.

2.11. Trong các số sau, số nào chia hết cho 3, số nào chia hết cho 9?
450; 123; 2 019; 2 025.

2.12. Khối lớp 6 của một trường có 290 học sinh đi dã ngoại. Cô phụ trách muốn chia đều số học sinh của khối 6 thành 9 nhóm. Hỏi cô có chia nhóm được như vậy không?

2.13. Có 162 học sinh tham gia chương trình đào tạo bóng đá, được chia thành các đội. Mỗi đội cần có 9 học sinh. Hỏi có đội nào không có đủ 9 học sinh hay không?

2.14. Thay dấu * bởi một chữ số để số $\overline{345*}$:

- a) Chia hết cho 2; b) Chia hết cho 3;
- c) Chia hết cho 5; d) Chia hết cho 9.

2.15. Dùng ba chữ số 3; 0; 4, hãy viết các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau và thoả mãn một trong hai điều kiện:

- a) Các số đó chia hết cho 2;
- b) Các số đó chia hết cho 5.

2.16. Từ các chữ số 5; 0; 4; 2, viết các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau sao cho mỗi số đó chia hết cho 3.

EM CÔ BIẾT?

Xét số 234, ta thấy $234 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4$.
Viết 100 thành $99 + 1$, 10 thành $9 + 1$, ta được
 $234 = 2(99 + 1) + 3(9 + 1) + 4 = 2 \cdot 99 + 2 + 3 \cdot 9 + 3 + 4$
 $= 2 \cdot 9 \cdot 11 + 2 + 3 \cdot 9 + 3 + 4$
 $= (2 + 3 + 4) + (2 \cdot 9 \cdot 11 + 3 \cdot 9)$

Tổng các chữ số Số chia hết cho 9

Vậy số 234 được viết thành tổng các chữ số của nó và một số chia hết cho 9.

Các số tự nhiên khác cũng như vậy. Từ đó ta suy ra được dấu hiệu chia hết cho 9 và cho 3.

Một số tự nhiên luôn viết được thành tổng các chữ số của nó và một số chia hết cho 9.



BÀI 10

SỐ NGUYÊN TỐ

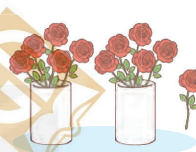
KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Số nguyên tố
Hợp số

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Nhận biết khái niệm số nguyên tố và hợp số.
- Phân tích một số tự nhiên lớn hơn 1 ra thừa số nguyên tố trong những trường hợp đơn giản.

Mẹ mua một bó hoa có 11 bông hoa hồng. Bạn Mai giúp mẹ cắm các bông hoa này vào các lọ nhỏ sao cho số hoa trong mỗi lọ là như nhau. Mai nhận thấy không thể cắm đều số bông hoa này vào các lọ hoa (mỗi lọ có nhiều hơn 1 bông) cho dù số lọ hoa là 2; 3; 4; 5;... Nhưng nếu bỏ ra 1 bông còn 10 bông thì lại cắm đều được vào 2 lọ, mỗi lọ có 5 bông hoa.



Vậy, số 11 và số 10 có gì khác nhau, điều này có liên quan gì đến số các ước của chúng không?

1. SỐ NGUYÊN TỐ VÀ HỢP SỐ



Chia nhóm các số tự nhiên theo số ước

HD1 Tìm các ước và số ước của các số trong Bảng 2.1.

HD2 Hãy chia các số cho trong Bảng 2.1 thành hai nhóm: nhóm A gồm các số chỉ có hai ước, nhóm B gồm các số có nhiều hơn hai ước.

HD3 Suy nghĩ và trả lời câu hỏi:

- Số 1 có bao nhiêu ước?
- Số 0 có chia hết cho 2; 5; 7; 2 017; 2 018 không? Em có nhận xét gì về số ước của 0?

Số	Các ước	Số ước
2	?	?
3	?	?
4	?	?
5	?	?
6	?	?
7	?	?
8	?	?
9	?	?
10	1; 2; 5; 10	4
11	1; 11	2

Bảng 2.1

Số 11 chỉ có hai ước, số 10 lại có bốn ước.



- Số nguyên tố** là số tự nhiên lớn hơn 1, chỉ có hai ước là 1 và chính nó.
- Hợp số** là số tự nhiên lớn hơn 1, có nhiều hơn hai ước.

Số 0 và số 1 không là số nguyên tố và không là hợp số.



Luyện tập 1

Em hãy tìm nhà thích hợp cho các số trong Bảng 2.1.

Số nguyên tố
11;...

Hợp số
10;...

Ví dụ 1

Số nào dưới đây là số nguyên tố, số nào là hợp số? Vì sao?

- a) 1 975; b) 17.

Giải

- a) Số 1 975 có tận cùng là 5 nên nó chia hết cho 5. Do đó, ngoài hai ước là 1 và 1 975 nó còn có thêm ước là 5. Vậy, 1 975 là hợp số.
b) Số 17 chỉ có hai ước là 1 và 17 nên nó là số nguyên tố.

Để khẳng định một số là hợp số, ta thường sử dụng các dấu hiệu chia hết để tìm ra một ước khác 1 và chính nó.

Luyện tập 2

Trong các số cho dưới đây, số nào là số nguyên tố, số nào là hợp số? Vì sao?

- a) 1 930; b) 23.



Thử thách nhỏ

Bạn Hà đang ở ô tìm đường đến phòng chiếu phim. Biết rằng chỉ có thể đi từ một ô sang ô chung cạnh có chứa số nguyên tố. Em hãy giúp Hà đến được phòng chiếu phim nhé.

RAP CHIẾU PHIM					
2 000	43	135	105	111	89
104	251	29	31	41	57
73	423	23	1 945	17	62
102	13	14	81	2	71
7	19	35	1 954	51	63
	5	2 018	53	37	1 975

Để biết một số tự nhiên nhỏ hơn 1 000 có là số nguyên tố hay không, bạn có thể tra bảng số nguyên tố ở cuối sách.



2. PHÂN TÍCH MỘT SỐ RA THỪA SỐ NGUYÊN TỐ

$$12 = 2 \cdot 6$$

↑
số nguyên tố

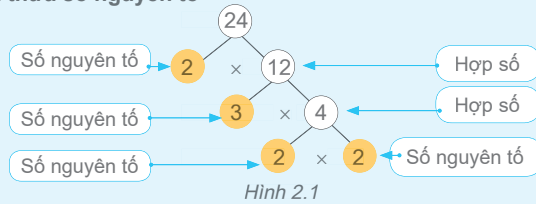
2 là *ước nguyên tố* của 12 hay
2 là một *thừa số nguyên tố*
của tích $2 \cdot 6$.





Phân tích một số tự nhiên ra thừa số nguyên tố

- Mọi hợp số đều có thể phân tích được thành tích của các thừa số nguyên tố. Ví dụ, ta phân tích số 24 như sau:



Ta nói rằng ta đã *phân tích số 24 ra thừa số nguyên tố*, được kết quả

$24 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ và được viết gọn là $24 = 2^3 \cdot 3$.

- Người ta quy ước dạng phân tích ra thừa số nguyên tố của một số nguyên tố là chính nó.
- Khi phân tích một số ra thừa số nguyên tố, trong kết quả ta thường viết các thừa số theo thứ tự từ bé đến lớn và viết tích các thừa số giống nhau dưới dạng lũy thừa.



Bạn Việt phân tích số 60 ra thừa số nguyên tố và cho kết quả $60 = 3 \cdot 4 \cdot 5$. Kết quả của Việt đúng hay sai? Nếu sai, em hãy sửa lại cho đúng.



Tranh luận

Bạn nào đúng nhỉ?

Số 7 không phân tích được thành tích các thừa số nguyên tố.

Phân tích ra thừa số nguyên tố của số 7 là 7.

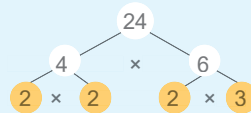


Phương pháp phân tích theo sơ đồ cây

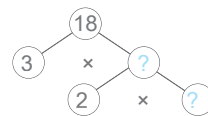
Quá trình phân tích số 24 ra thừa số nguyên tố như trên có thể được trình bày dưới dạng một sơ đồ như Hình 2.1 gọi là *sơ đồ cây*.

Số 24 còn có thể phân tích ra thừa số nguyên tố theo sơ đồ cây khác như Hình 2.2.

Vậy, $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$.



Tìm các số còn thiếu trong phân tích số 18 ra thừa số nguyên tố theo sơ đồ cây ở Hình 2.3.





Phương pháp phân tích theo sơ đồ cột

Ta còn có thể phân tích một số ra thừa số nguyên tố theo sơ đồ cột. Ví dụ, ta phân tích số 24 thành tích các thừa số nguyên tố theo cách làm như sau:

24	2	← 2 là ước nguyên tố nhỏ nhất của 24
24 : 2 = 12	2	← 2 là ước nguyên tố nhỏ nhất của 12
12 : 2 = 6	2	← 2 là ước nguyên tố nhỏ nhất của 6
6 : 2 = 3	3	← 3 là ước nguyên tố nhỏ nhất của 3
1		

Vậy, $24 = 2^3 \cdot 3$.

Sơ đồ phân tích số 24 thành tích các thừa số nguyên tố như trên được gọi là **sơ đồ cột**.

Nhận xét. Trong hai cách phân tích số 24 ra thừa số nguyên tố, nếu viết các thừa số nguyên tố theo thứ tự từ bé đến lớn và tích các thừa số nguyên tố giống nhau dưới dạng lũy thừa thì dù phân tích bằng cách nào, ta cũng nhận được cùng một kết quả.



Tìm các số còn thiếu trong phân tích số 30 ra thừa số nguyên tố theo sơ đồ cột ở hình bên.

30	2
?	3
5	?
1	

Ví dụ 2

Phân tích số 70 ra thừa số nguyên tố theo sơ đồ cột.

Vậy, $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$.

70	2
35	5
7	7
1	

Luyện tập 3

Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố theo sơ đồ cột:

a) 36; b) 105.

BÀI TẬP

2.17. Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố: 70; 115.

2.18. Kết quả phân tích các số 120; 102 ra thừa số nguyên tố của bạn Nam như sau:

$$120 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5; 102 = 2 \cdot 51.$$

Theo em, kết quả của Nam đúng hay sai? Nếu sai, em hãy sửa lại cho đúng.

2.19. Các khẳng định sau đúng hay sai? Vì sao?

- Ước nguyên tố của 30 là 5 và 6;
- Tích của hai số nguyên tố bất kì luôn là số lẻ;
- Ước nguyên tố nhỏ nhất của số chẵn là 2;
- Mọi bội của 3 đều là hợp số;
- Mọi số chẵn đều là hợp số.

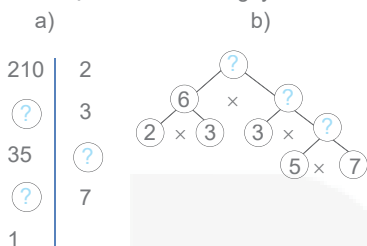
2.20. Kiểm tra xem các số sau là số nguyên tố hay hợp số bằng cách dùng dấu hiệu chia hết hoặc tra bảng số nguyên tố:

89; 97; 125; 541; 2 013; 2 018.

2.21. Hãy phân tích A ra thừa số nguyên tố:

$$A = 4^4 \cdot 9^5.$$

2.22. Tìm các số còn thiếu trong các sơ đồ phân tích một số ra thừa số nguyên tố sau:



2.23. Một lớp có 30 học sinh. Cô giáo muốn chia lớp thành các nhóm để thực hiện các dự án học tập nhỏ. Biết rằng, các nhóm đều có số người bằng nhau và có nhiều hơn 1 người trong mỗi nhóm. Hỏi mỗi nhóm có thể có bao nhiêu người?

2.24. Trong nghi lễ thượng cờ lúc 6 giờ sáng và hạ cờ lúc 21 giờ hằng ngày ở Quảng trường Ba Đình, đội tiêu binh có 34 người gồm 1 sĩ quan chỉ huy đứng đầu và 33 chiến sĩ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 33 chiến sĩ thành các hàng, sao cho mỗi hàng có số người như nhau?



Lễ thượng cờ ở
Quảng trường Ba Đình

EM CÓ BIẾT?

Sàng Eratosthenes (đọc là O-ra-tô-xten) là một thuật toán cổ để tìm các số nguyên tố nhỏ hơn hoặc bằng một số tự nhiên N cho trước. Thuật toán này dựa theo ý tưởng của nhà toán học cổ Hi Lạp là Eratosthenes. Chẳng hạn, để tìm các số nguyên tố nhỏ hơn 50, ta làm như sau:

Bước 1. Lập bảng các số từ 1 đến 50.

Bước 2. Gạch bỏ số 1. Ta có 2 là số nguyên tố. Gạch tất cả các số lớn hơn 2 và là bội của 2.

Bước 3. Số nguyên tố tiếp theo là 3. Gạch tất cả các số lớn hơn 3 và là bội của 3.

Bước 4. Số nguyên tố tiếp theo là 5. Gạch tất cả các số lớn hơn 5 và là bội của 5.

Bước 5. Số nguyên tố tiếp theo là 7. Gạch tất cả các số lớn hơn 7 và là bội của 7.

Các số không bị gạch trong bảng chính là các số nguyên tố.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Cách làm như trên giống như việc dùng một cái sàng để loại bỏ số 1 và các hợp số. Do đó nó có tên là sàng Eratosthenes.



Eratosthenes
sinh năm 276 trước
Công nguyên

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1. Đội văn nghệ có 36 bạn, được xếp thành các hàng có số người bằng nhau. Hỏi có thể có những cách xếp hàng nào, biết mỗi hàng có từ 3 đến 12 bạn?

Giải. Do xếp 36 bạn thành các hàng đều nhau nên số bạn trong mỗi hàng phải là ước của 36. Ta có $U(36) = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$.

Vì mỗi hàng có từ 3 đến 12 bạn nên số bạn trong mỗi hàng chỉ có thể là: 3; 4; 6; 9; 12.

Do đó, ta có 5 cách xếp thoả mãn yêu cầu đề bài, cụ thể:

Số bạn ở mỗi hàng	3	4	6	9	12
Số hàng	12	9	6	4	3

Ví dụ 2. Sử dụng dấu hiệu chia hết, hãy cho biết số 1 872 có chia hết cho 2; 3; 5; 9; 10 không.

Giải. 1 872 có chữ số tận cùng là số chẵn nên $1\,872 : 2$.

1 872 có tổng các chữ số là $1 + 8 + 7 + 2 = 18$ và $18 : 3$, nên $1\,872 : 3$.

Chữ số tận cùng của 1 872 khác 0 và 5 nên $1\,872 \not: 5$.

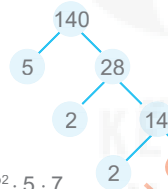
1 872 có tổng các chữ số là 18 và $18 : 9$, nên $1\,872 : 9$.

Chữ số tận cùng của 1 872 khác 0 nên $1\,872 \not: 10$.

Ví dụ 3. Phân tích số 140 thành tích các thừa số nguyên tố theo sơ đồ cây và sơ đồ cột.

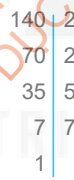
Giải.

Sơ đồ cây



Vậy $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$.

Sơ đồ cột



Vậy $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$.

BÀI TẬP

2.25. Từ các chữ số 5; 0; 1; 3, viết các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau thoả mãn:

- Các số đó chia hết cho 5;
- Các số đó chia hết cho 3.

2.26. Hãy phân tích các số A, B ra thừa số nguyên tố:

$$A = 4^2 \cdot 6^3;$$

$$B = 9^2 \cdot 15^2.$$

2.27. Tìm các số tự nhiên x không vượt quá 22 sao cho:

- $100 - x$ chia hết cho 4;
- $18 + 90 + x$ chia hết cho 9.

2.28. Lớp 6B có 40 học sinh. Để thực hiện dự án học tập nhỏ, cô giáo muốn chia lớp thành các nhóm có số người như nhau, mỗi nhóm nhiều hơn 3 người. Hỏi mỗi nhóm có thể có bao nhiêu người?

2.29. Hai số nguyên tố được gọi là sinh đôi nếu chúng hơn kém nhau 2 đơn vị. Ví dụ 17 và 19 là hai số nguyên tố sinh đôi. Em hãy liệt kê hết các cặp các số nguyên tố sinh đôi nhỏ hơn 40.

BÀI 11

ƯỚC CHUNG. ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Ước chung
Ước chung lớn nhất
Hai số nguyên tố cùng nhau
Phân số tối giản

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Xác định ước chung, ước chung lớn nhất của hai hoặc ba số tự nhiên đã cho.
- Nhận biết phân số tối giản.

Một bác thợ mộc muốn làm kệ để đồ từ hai tấm gỗ dài 18 dm và 30 dm. Bác muốn cắt hai tấm gỗ này thành các thanh gỗ có cùng độ dài mà không để thừa mẩu gỗ nào. Em hãy giúp bác thợ mộc tìm độ dài lớn nhất có thể của mỗi thanh gỗ được cắt.

1. ƯỚC CHUNG VÀ ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT



Ước chung và ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số

HĐ1 Tìm các tập hợp $Ư(24)$ và $Ư(28)$.

HĐ2 Gọi $ƯC(24, 28)$ là tập hợp các số vừa là ước của 24, vừa là ước của 28. Hãy viết tập hợp $ƯC(24, 28)$.

HĐ3 Tìm số lớn nhất trong tập $ƯC(24, 28)$.

Ước chung của hai hay nhiều số là ước của tất cả các số đó.

Ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của các số đó.

$ƯC(a, b)$ là một tập hợp;
 $ƯCLN(a, b)$ là một số.

Ta kí hiệu: $ƯC(a, b)$ là tập hợp các ước chung của a và b ;

$ƯCLN(a, b)$ là ước chung lớn nhất của a và b .

Chú ý. Ta chỉ xét ước chung của các số khác 0.

Ví dụ 1

Ta có $Ư(18) = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$,

$Ư(30) = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$.

Các số 1; 2; 3; 6 đều là ước của hai số 18 và 30 nên

$ƯC(18, 30) = \{1; 2; 3; 6\}$.

Vì 6 là số lớn nhất trong các ước chung nên $ƯCLN(18, 30) = 6$.

$x \in ƯC(a, b, c)$
nếu $a : x, b : x$ và $c : x$.

Ví dụ 2

Trở lại bài toán mở đầu, độ dài lớn nhất (đơn vị dm) của mỗi thanh gỗ được cắt chính là ước chung lớn nhất của 18 và 30. Vậy, bác thợ mộc nên cắt các tấm gỗ thành các thanh gỗ dài 6 dm.



Tìm ƯCLN trong trường hợp đặc biệt

Các em hãy tìm ƯCLN(6, 18).

Em có cách khác ngắn hơn



Vì $18 : 6$ nên ta có
 $ƯCLN(6, 18) = 6$.

Ta có $Ư(6) = \{1; 2; 3; 6\}$,
 $Ư(18) = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$
nên $ƯC(6, 18) = \{1; 2; 3; 6\}$,
do đó $ƯCLN(6, 18) = 6$.



Em sẽ chọn cách làm của bạn nào?



Nhận xét

- Trong các số đã cho, nếu số nhỏ nhất là ước của các số còn lại thì ƯCLN của các số đã cho chính là số nhỏ nhất ấy.
Nếu $a : b$ thì $ƯCLN(a, b) = b$.
- Số 1 chỉ có một ước là 1. Do đó với mọi số tự nhiên a và b , ta có
 $ƯCLN(a, 1) = 1; ƯCLN(a, b, 1) = 1$.



Tìm ƯCLN(90, 10).

Luyện tập 1

Bố có 12 quả bóng màu xanh và 15 quả bóng màu đỏ. Bố muốn chia số bóng cho ba anh em Việt, Hà và Nam đều như nhau gồm cả bóng màu xanh và bóng màu đỏ. Hỏi bố có thực hiện được điều đó hay không?

Vận dụng 1

Tuần này lớp 6A và 6B gồm 40 học sinh nữ và 36 học sinh nam được phân công đi thu gom rác làm sạch bờ biển ở địa phương. Nếu chia nhóm sao cho số học sinh nam và nữ trong các nhóm bằng nhau thì:

- Có thể chia được thành bao nhiêu nhóm học sinh?
- Có thể chia nhiều nhất bao nhiêu nhóm học sinh?

2. CÁCH TÌM ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT

$ƯCLN(a, b)$ là ước của a và b nên các thừa số nguyên tố của $ƯCLN(a, b)$ là thừa số nguyên tố chung của a và b . Vì vậy, để tìm $ƯCLN(a, b)$ ta cần phân tích a và b ra thừa số nguyên tố.



Tìm ước chung lớn nhất bằng cách phân tích các số ra thừa số nguyên tố

Để tìm $ƯCLN(24, 60)$, ta làm như sau:

- Phân tích các số 24 và 60 ra thừa số nguyên tố, ta được:

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3;$$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5.$$

- Ta thấy 2 và 3 là các thừa số nguyên tố chung của 24 và 60.

- Trong các phân tích ra thừa số nguyên tố của 24 và 60, số mũ nhỏ nhất của thừa số chung 2 là 2, số mũ nhỏ nhất của thừa số chung 3 là 1 nên $ƯCLN(24, 60) = 2^2 \cdot 3 = 12$.

Các bước tìm ƯCLN của hai hay nhiều số lớn hơn 1:

- 1 Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố;
- 2 Chọn ra các **thừa số nguyên tố chung**;
- 3 Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với **số mũ nhỏ nhất**. Tích đó là ƯCLN phải tìm.

 Tìm ƯCLN(45, 150), biết $45 = 3^2 \cdot 5$ và $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$.

Ví dụ 3

Tìm ƯCLN(56, 140, 168) bằng cách phân tích ra thừa số nguyên tố.

Giải. Phân tích các số 56, 140 và 168 ra thừa số nguyên tố ta được:

$$56 = 2^3 \cdot 7; \quad 140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7; \quad 168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7.$$

Ta thấy 2 và 7 là các thừa số nguyên tố chung của 56, 140 và 168. Số mũ nhỏ nhất của 2 là 2 và số mũ nhỏ nhất của 7 là 1 nên

$$\text{ƯCLN}(56, 140, 168) = 2^2 \cdot 7 = 28.$$

Luyện tập 2

Tìm ƯCLN(36, 84).

Vận dụng 2

Một đại đội bộ binh có ba trung đội: trung đội I có 24 chiến sĩ, trung đội II có 28 chiến sĩ, trung đội III có 36 chiến sĩ. Trong cuộc diễu binh, cả ba trung đội phải xếp thành các hàng dọc đều nhau mà không có chiến sĩ nào trong mỗi trung đội bị lẻ hàng. Hỏi có thể xếp được nhiều nhất bao nhiêu hàng dọc?



Tìm ước chung từ ước chung lớn nhất

Ta đã biết $\text{ƯC}(24, 28) = \{1; 2; 4\}$ và $\text{ƯCLN}(24, 28) = 4$.

Ta thấy 1; 2; 4 là tất cả ước của 4.

Để tìm ước chung của các số, ta có thể làm như sau:

- 1 Tìm ƯCLN của các số đó.
- 2 Tìm các ước của ƯCLN đó.

 Biết $\text{ƯCLN}(75, 105) = 15$, hãy tìm $\text{ƯC}(75, 105)$.

Ví dụ 4

Tìm $\text{ƯC}(75, 105, 120)$.

Giải. Phân tích các số 75; 105 và 120 ra thừa số nguyên tố:

$$75 = 3 \cdot 5^2; \quad 105 = 3 \cdot 5 \cdot 7; \quad 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5.$$

Ta chọn ra các thừa số nguyên tố chung, đó là 3 và 5.

Số mũ nhỏ nhất của 3 là 1, số mũ nhỏ nhất của 5 là 1. Khi đó $\text{ƯCLN}(75, 105, 120) = 3 \cdot 5 = 15$. Các ước của 15 là 1; 3; 5; 15.

Vậy $\text{ƯC}(75, 105, 120) = \{1; 3; 5; 15\}$.

Khi tìm ước chung của các số, người ta thường dựa vào ƯCLN của chúng.





Thử thách nhỏ

Vào ngày thứ Bảy, cô Lan tổ chức cho học sinh đi tham quan Bảo tàng Dân tộc học. Các học sinh đóng tiền mua vé, mỗi em một vé. Số tiền cô Lan thu được từng ngày được ghi lại ở bảng bên.

a) Hỏi số tiền để mua một vé (giá vé được tính theo đơn vị nghìn đồng) có thể là bao nhiêu, biết giá vé lớn hơn 2 000 đồng?

b) Có bao nhiêu học sinh tham gia chuyến đi, biết số học sinh trong lớp trong khoảng từ 20 đến 40 người?

Ngày	Số tiền đóng (đồng)
Thứ Hai	56 000
Thứ Ba	28 000
Thứ Tư	42 000
Thứ Năm	98 000

3. RÚT GỌN VỀ PHÂN SỐ TỐI GIẢN



Vận dụng ƯCLN để rút gọn về phân số tối giản

- Ta **rút gọn phân số** bằng cách chia cả tử và mẫu của phân số đó cho một ước chung khác 1 (nếu có).
- Phân số $\frac{a}{b}$ được gọi là **phân số tối giản** nếu a và b không có ước chung nào khác 1, nghĩa là $ƯCLN(a, b) = 1$.

Chẳng hạn, rút gọn phân số $\frac{18}{30}$ bằng cách chia cả tử và mẫu cho 3, ta được $\frac{6}{10}$.

Ta thấy $\frac{6}{10}$ chưa là phân số tối giản, ta rút gọn tiếp bằng cách chia cả tử và mẫu cho 2. Khi đó ta được phân số tối giản $\frac{3}{5}$.

- Để đưa một phân số chưa tối giản $\frac{a}{b}$ về phân số tối giản, ta chia cả tử và mẫu cho $ƯCLN(a, b)$.

Chẳng hạn, phân số $\frac{18}{30}$ chưa là phân số tối giản và $ƯCLN(18, 30) = 6$ nên

$$\frac{18}{30} = \frac{18 : 6}{30 : 6} = \frac{3}{5}. \text{ Ta có } \frac{3}{5} \text{ là phân số tối giản.}$$



Phân số $\frac{16}{10}$ đã là phân số tối giản chưa? Nếu chưa, hãy rút gọn về phân số tối giản.

Ví dụ 5

Các phân số sau đã là phân số tối giản chưa? Nếu chưa, hãy rút gọn về phân số tối giản:

a) $\frac{8}{5}$; b) $\frac{36}{54}$.

Giải

a) Ta có $ƯCLN(8, 5) = 1$, nên $\frac{8}{5}$ là phân số tối giản.

b) $ƯCLN(36, 54) = 18$, nên $\frac{36}{54}$ không là phân số tối giản.

Ta có $\frac{36}{54} = \frac{36 : 18}{54 : 18} = \frac{2}{3}$. Ta được $\frac{2}{3}$ là phân số tối giản.

Nếu $ƯCLN(a, b) = 1$ thì hai số a, b được gọi là hai số *nguyên tố cùng nhau*.



Luyện tập 3

Rút gọn về phân số tối giản: a) $\frac{90}{27}$; b) $\frac{50}{125}$.

BÀI TẬP

2.30. Tìm tập hợp ước chung của:

a) 30 và 45; b) 42 và 70.

2.31. Tìm ƯCLN của hai số:

a) 40 và 70; b) 55 và 77.

2.32. Tìm ƯCLN của:

a) $2^2 \cdot 5$ và $2 \cdot 3 \cdot 5$;

b) $2^4 \cdot 3$; $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ và $2^4 \cdot 11$.

2.33. Cho hai số $a = 72$ và $b = 96$.

a) Phân tích a và b ra thừa số nguyên tố;

b) Tìm ƯCLN(a, b), rồi tìm ƯC(a, b).

2.34. Các phân số sau đã là phân số tối giản chưa? Nếu chưa, hãy rút gọn về phân số tối giản:

a) $\frac{50}{85}$;

b) $\frac{23}{81}$.

2.35. Hãy cho hai ví dụ về hai số có ƯCLN bằng 1 mà cả hai đều là hợp số.

EM CÓ BIẾT?

Tìm ước chung lớn nhất bằng nhận xét sau:

Nếu a, b là hai số tự nhiên với $a \geq b$ và $a = bq + r$, r là số dư của phép chia a cho b thì $\text{ƯCLN}(a, b) = \text{ƯCLN}(b, r)$.

THUẬT TOÁN EUCLID (Ơ-CLÍT)

Bước 1. Thực hiện phép chia a cho b :

$a = bq + r$ với $r < b$ là số dư của phép chia này.

Nếu $r = 0$ thì $a : b$, do đó $\text{ƯCLN}(a, b) = b$.

Nếu $r \neq 0$ thì $\text{ƯCLN}(a, b) = \text{ƯCLN}(b, r)$.

Sau Bước 1, chúng ta đã chuyển việc tìm ƯCLN của hai số a và b về việc tìm ƯCLN của hai số nhỏ hơn là b và r .

Bước 2. Thực hiện các phép toán như Bước 1, tức là thực hiện phép chia b cho r .

$b = rs + t$ với $t < r$.

Nếu $t = 0$ thì $b : r$, do đó $\text{ƯCLN}(b, r) = r$.

Nếu $t \neq 0$ thì $\text{ƯCLN}(b, r) = \text{ƯCLN}(r, t)$.

Quá trình này tiếp tục đến khi phép chia không còn dư. Khi đó ƯCLN chính là số chia của phép chia không còn dư đó.

Ví dụ, để tìm $\text{ƯCLN}(4\ 836, 234)$ người ta thực hiện các phép chia 4 836 cho 234 (dư 156); Thực hiện phép chia 234 cho 156 (dư 78). Vì 156 chia hết cho 78, suy ra $\text{ƯCLN}(4\ 836, 234) = 78$.

Thuật toán Euclid là thuật toán thông dụng được dùng để tìm ƯCLN. Thuật toán này được viết bởi Euclid - nhà toán học người Hi Lạp, sinh vào khoảng năm 325 trước Công nguyên.



BÀI 12

BỘI CHUNG. BỘI CHUNG NHỎ NHẤT

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Bội chung
Bội chung nhỏ nhất

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Tìm bội chung, bội chung nhỏ nhất của hai hoặc ba số tự nhiên.
- Sử dụng bội chung nhỏ nhất để quy đồng mẫu các phân số và cộng, trừ phân số.

Mai cần mua đĩa giấy, cốc giấy để chuẩn bị cho một bữa tiệc sinh nhật. Đĩa và cốc được đóng thành từng gói với số lượng mỗi loại khác nhau: gói 4 cái đĩa và gói 6 cái cốc. Cửa hàng chỉ bán từng gói mà không bán lẻ. Mai muốn mua số đĩa và số cốc bằng nhau thì phải mua ít nhất bao nhiêu gói mỗi loại?



1. BỘI CHUNG VÀ BỘI CHUNG NHỎ NHẤT



Bội chung và bội chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số

HĐ1 Tìm các tập hợp $B(6)$, $B(9)$.

HĐ2 Gọi $BC(6, 9)$ là tập hợp các số vừa là bội của 6, vừa là bội của 9. Hãy viết tập $BC(6, 9)$.

HĐ3 Tìm số nhỏ nhất khác 0 trong tập $BC(6, 9)$.

Bội chung của hai hay nhiều số là bội của tất cả các số đó.

Bội chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số là số nhỏ nhất khác 0 trong tập hợp các bội chung của các số đó.

Ta kí hiệu: $BC(a, b)$ là tập hợp các bội chung của a và b ;

$BCNN(a, b)$ là bội chung nhỏ nhất của a và b .

Chú ý. Ta chỉ xét bội chung của các số khác 0.

Ví dụ 1

Tìm bội chung và bội chung nhỏ nhất của 4 và 6.

Giải

Ta có: $B(4) = \{0; 4; 8; 12; 16; 20; 24; 28; \dots\}$;

$B(6) = \{0; 6; 12; 18; 24; 30; \dots\}$.

Các số 0; 12; 24;... vừa là bội của 4, vừa là bội của 6 nên

$$BC(4, 6) = \{0; 12; 24; \dots\}.$$

Số nhỏ nhất khác 0 trong tập hợp các bội chung của 4 và 6 là 12 nên

$$BCNN(4, 6) = 12.$$

• $x \in BC(a, b)$ nếu $x : a$, $x : b$.

• $x \in BC(a, b, c)$ nếu $x : a$, $x : b$, $x : c$.



Ví dụ 2

Trở lại tình huống mở đầu của bài, để mua cùng số lượng n cái mỗi loại thì $n \in BC(4, 6)$.

Để mua ít nhất thì $n = BCNN(4, 6) = 12$.

Vậy bạn Mai có thể mua ít nhất 12 cái mỗi loại hay mua 3 gói đĩa và 2 gói cốc.



Tìm bội chung nhỏ nhất trong trường hợp đặc biệt

Các em hãy tìm $BCNN(7, 21)$?



Em có cách khác ngắn hơn



Vì $21 : 7$ nên
 $BCNN(7, 21) = 21$.

Ta có

$B(7) = \{0; 7; 14; 21; 28; 35; 42; 49; \dots\}$

$B(21) = \{0; 21; 42; 63; \dots\}$

nên $BC(7, 21) = \{0; 21; 42; \dots\}$

do đó $BCNN(7, 21) = 21$.



Tròn và Vuông đều làm rất tốt!



Nhận xét

- Trong các số đã cho, nếu số lớn nhất là bội của các số còn lại thì $BCNN$ của các số đã cho chính là số lớn nhất đó.

Nếu $a : b$ thì $BCNN(a, b) = a$.

- Mọi số tự nhiên đều là bội của 1. Do đó với mọi số tự nhiên a và b (khác 0), ta có:
 $BCNN(a, 1) = a$; $BCNN(a, b, 1) = BCNN(a, b)$.



Tim $BCNN(36, 9)$.

Luyện tập 1

Tìm bội chung nhỏ nhất của:

a) 6 và 8;

b) 8; 9; 72.

Vận dụng

Có hai chiếc máy A và B. Lịch bảo dưỡng định kì đối với máy A là 6 tháng và đối với máy B là 9 tháng. Hai máy vừa cùng được bảo dưỡng vào tháng 5. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng nữa thì hai máy lại được bảo dưỡng trong cùng một tháng?

2. CÁCH TÌM BỘI CHUNG NHỎ NHẤT

Ta có $BCNN(4, 6) = 12 = 2^2 \cdot 3$, trong đó 2 và 3 là các ước nguyên tố chung và riêng của 4 và 6. Vậy có sự liên hệ gì giữa $BCNN$ của các số và các ước nguyên tố chung và riêng của chúng? Chúng ta cùng tìm hiểu nhé.

Ta phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố để tìm các ước nguyên tố chung và riêng của các số đó.





Tìm bội chung nhỏ nhất bằng cách phân tích các số ra thừa số nguyên tố

Để tìm BCNN(75, 90) ta làm như sau:

- ❶ Phân tích các số 75 và 90 ra thừa số nguyên tố, ta được:

$$75 = 3 \cdot 5 \cdot 5 = 3 \cdot 5^2,$$

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5.$$

- ❷ Ta thấy các thừa số chung là 3 và 5; thừa số riêng là 2.
❸ Số mũ lớn nhất của 3 là 2, số mũ lớn nhất của 5 là 2, số mũ lớn nhất của 2 là 1.
Khi đó $BCNN(75, 90) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 450$.

Các bước tìm BCNN của hai hay nhiều số lớn hơn 1:

- ❶ Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố;
❷ Chọn ra các thừa số nguyên tố chung và riêng;
❸ Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ lớn nhất. Tích đó là BCNN cần tìm.



Tìm bội chung nhỏ nhất của 9 và 15, biết: $9 = 3^2$ và $15 = 3 \cdot 5$.

Ví dụ 3

Tìm BCNN(18, 24, 40) bằng cách phân tích các số ra thừa số nguyên tố.

Giải

Phân tích các số 18; 24; 40 ra thừa số nguyên tố, ta được:

$$18 = 2 \cdot 3^2; \quad 24 = 2^3 \cdot 3; \quad 40 = 2^3 \cdot 5.$$

Thừa số nguyên tố chung là 2 và riêng là 3 và 5.

Khi đó $BCNN(18, 24, 40) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$.

Ta thấy 18; 24; 40 có thừa số chung là 2 và các thừa số riêng là 3 và 5.



Tìm bội chung từ bội chung nhỏ nhất

Ta đã biết $BC(4, 6) = \{0; 12; 24; \dots\}$, $BCNN(4, 6) = 12$ và nhận thấy các số là bội chung của 4 và 6 đều là bội của 12.

Để tìm bội chung của các số đã cho ta có thể làm như sau:

- ❶ Tìm BCNN của các số.
❷ Tìm các bội của BCNN đó.



Biết bội chung nhỏ nhất của 8 và 6 là 24. Tìm các bội chung nhỏ hơn 100 của 8 và 6.

Ví dụ 4

Ta có $BCNN(18, 24, 40) = 360$.

Từ đó, ta suy ra $BC(18, 24, 40) = \{0; 360; 720; 1\,080; \dots\}$ nên bội chung nhỏ hơn 900 của 18; 24 và 40 là 0; 360; 720.

Luyện tập 2

Tìm bội chung nhỏ nhất của 15 và 54. Từ đó, hãy tìm các bội chung nhỏ hơn 1 000 của 15 và 54.



Thử thách nhỏ

Lịch xuất bến của một số xe buýt tại bến xe Mỹ Đình (Hà Nội) được ghi ở bảng bên. Giả sử các xe buýt xuất bến cùng lúc vào 10 giờ 35 phút. Hỏi vào các thời điểm nào trong ngày (từ 10 giờ 35 phút đến 22 giờ) các xe buýt này lại xuất bến cùng một lúc?

Bến xe Mỹ Đình	
Số xe	Thời gian
Xe 16	15 phút/chuyến
Xe 34	9 phút/chuyến
Xe 30	10 phút/chuyến

3. QUY ĐỒNG MẪU CÁC PHÂN SỐ



Vận dụng BCNN để tìm mẫu chung của hai phân số

Để quy đồng mẫu hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$, ta phải tìm mẫu chung của hai phân số đó. Thông thường ta nên chọn mẫu chung là bội chung nhỏ nhất của hai mẫu.

Chẳng hạn, để quy đồng mẫu hai phân số $\frac{5}{8}$ và $\frac{7}{12}$, ta làm như sau:

$$\text{Ta có BCNN}(8, 12) = 24, \text{ nên } \frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{15}{24} \text{ và } \frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{14}{24}.$$



Quy đồng mẫu hai phân số: $\frac{7}{9}$ và $\frac{4}{15}$.

Ví dụ 5

Quy đồng mẫu các phân số sau: $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{9}$ và $\frac{1}{6}$.

Giải

Ta có $6 = 2 \cdot 3$; $8 = 2^3$; $9 = 3^2$ nên $\text{BCNN}(6, 8, 9) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$.

Ta có thể lấy mẫu chung của ba phân số trên là 72. Do đó

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 9}{8 \cdot 9} = \frac{27}{72}; \quad \frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 8}{9 \cdot 8} = \frac{40}{72}; \quad \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 12}{6 \cdot 12} = \frac{12}{72}.$$

Ví dụ 6

Thực hiện phép tính: a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$; b) $\frac{11}{12} - \frac{3}{8}$.

Giải

a) Ta có $\text{BCNN}(4, 6) = 12$ nên ta có thể lấy mẫu chung của hai phân số là 12 và:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}, \quad \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{2}{12}.$$

Có thể chọn một bội chung khác 0 bất kì của các mẫu làm mẫu chung. Tuy nhiên, người ta thường lấy bội chung nhỏ nhất làm mẫu chung.



Vậy $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$.

b) Ta có BCNN(8, 12) = 24 nên: $\frac{11}{12} - \frac{3}{8} = \frac{11 \cdot 2}{12 \cdot 2} - \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{22}{24} - \frac{9}{24} = \frac{13}{24}$.

Luyện tập 3

- ❶ Quy đồng mẫu các phân số sau: a) $\frac{5}{12}$ và $\frac{7}{15}$; b) $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{9}$ và $\frac{7}{12}$.
- ❷ Thực hiện các phép tính sau: a) $\frac{3}{8} + \frac{5}{24}$; b) $\frac{7}{16} - \frac{5}{12}$.

BÀI TẬP

2.36. Tìm bội chung nhỏ hơn 200 của:

- a) 5 và 7;
b) 3, 4 và 10.

2.37. Tìm BCNN của:

- a) $2 \cdot 3^3$ và $3 \cdot 5$;
b) $2 \cdot 5 \cdot 7^2$ và $3 \cdot 5^2 \cdot 7$.

2.38. Tìm BCNN của các số sau:

- a) 30 và 45; b) 18, 27 và 45.

2.39. Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất khác 0, biết rằng $a : 28$ và $a : 32$.

2.40. Học sinh lớp 6A khi xếp thành 3 hàng, 4 hàng hay 9 hàng đều vừa đủ. Biết số học sinh của lớp từ 30 đến 40. Tính số học sinh lớp 6A.

2.41. Hai đội công nhân trồng được một số cây như nhau. Mỗi công nhân đội I đã trồng 8 cây, mỗi công nhân đội II đã trồng 11 cây. Tính số cây mỗi đội đã trồng, biết rằng số cây đó trong khoảng từ 100 đến 200 cây.

2.42. Cứ 2 ngày, Hà đi dạo cùng bạn cún yêu quý của mình. Cứ 7 ngày, Hà lại tắm cho cún. Hôm nay, cún vừa được đi dạo, vừa được tắm. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày nữa thì cún vừa được đi dạo, vừa được tắm?

2.43. Quy đồng mẫu các phân số sau:

- a) $\frac{9}{12}$ và $\frac{7}{15}$; b) $\frac{7}{10}$, $\frac{3}{4}$ và $\frac{9}{14}$.

2.44. Thực hiện các phép tính sau:

- a) $\frac{7}{11} + \frac{5}{7}$; b) $\frac{7}{20} - \frac{2}{15}$.

EM CÓ BIẾT?

LỊCH CAN CHI

Nhiều nước phương Đông trong đó có Việt Nam, gọi tên năm âm lịch bằng cách ghép 10 *can* theo thứ tự (Giáp, Ất, Bính, Đinh, Mậu, Kỉ, Canh, Tân, Nhâm, Quý) với 12 *chi* (Tí, Sửu, Dần, Mão, Thìn, Tị, Ngọ, Mùi, Thân, Dậu, Tuất, Hợi). Đầu tiên Giáp được ghép với Tí thành năm Giáp Tí. Cứ 10 năm Giáp lại được lặp lại; cứ 12 năm Tí lại được lặp lại:

Giáp	Ất	Bính	Đinh	Mậu	Kỉ	Canh	Tân	Nhâm	Quý	Giáp	Ất	Bính	Đinh	...
Tí	Sửu	Dần	Mão	Thìn	Tị	Ngọ	Mùi	Thân	Dậu	Tuất	Hợi	Tí	Sửu	...

Như vậy, cứ sau 60 năm (60 là BCNN của 10 và 12), năm Giáp Tí lại được lặp lại. Tên của các năm âm lịch khác cũng được lặp lại sau 60 năm.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Tìm ước chung lớn nhất của 60 và 90.

Giải

Phân tích 60 và 90 ra thừa số nguyên tố, ta có:

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5,$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5.$$

Do đó $U'CLN(60, 90) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$.

Ví dụ 2

Tìm số tự nhiên a lớn nhất sao cho $18 \vdots a$, $45 \vdots a$ và $135 \vdots a$.

Giải

Số tự nhiên a lớn nhất cần tìm chính là $U'CLN(18, 45, 135)$.

Phân tích ra thừa số nguyên tố, ta có:

$$18 = 2 \cdot 3^2,$$

$$45 = 3^2 \cdot 5,$$

$$135 = 3^3 \cdot 5.$$

Do đó $U'CLN(18, 45, 135) = 3^2 = 9$.

Vậy $a = 9$.

Ví dụ 3

Có ba loại đèn trang trí, chúng phát sáng cùng lúc vào 6 giờ sáng. Đèn thứ nhất cứ 6 giây phát sáng một lần, đèn thứ hai cứ 8 giây phát sáng một lần và đèn thứ ba cứ 10 giây phát sáng một lần. Hỏi khi nào thì ba đèn cùng phát sáng lần tiếp theo?

Giải

Gọi thời gian để sau đó ba đèn cùng phát sáng lần tiếp theo là x (giây).

Khi đó $x = BCNN(6, 8, 10)$.

Phân tích ra thừa số nguyên tố, ta có: $6 = 2 \cdot 3$; $8 = 2^3$ và $10 = 2 \cdot 5$ nên $BCNN(6, 8, 10) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$.

Ta có $x = 120$ giây.

Do đó sau 120 giây = 2 phút, tức là vào lúc 6 giờ 2 phút thì ba đèn lại cùng phát sáng lần tiếp theo.



BÀI TẬP

2.45. Cho bảng sau:

a	9	34	120	15	2 987
b	12	51	70	28	1
$U'CLN(a, b)$	3	?	?	?	?
$BCNN(a, b)$	36	?	?	?	?
$U'CLN(a, b) \cdot BCNN(a, b)$	108	?	?	?	?
$a \cdot b$	108	?	?	?	?

a) Tìm các số thích hợp thay vào ô trống của bảng;

b) So sánh tích $U'CLN(a, b) \cdot BCNN(a, b)$ và $a \cdot b$.

Em rút ra kết luận gì?

2.46. Tìm $U'CLN$ và $BCNN$ của:

a) $3 \cdot 5^2$ và $5^2 \cdot 7$;

b) $2^2 \cdot 3 \cdot 5$; $3^2 \cdot 7$ và $3 \cdot 5 \cdot 11$.

2.47. Các phân số sau đã tối giản chưa? Nếu chưa, hãy rút gọn về phân số tối giản.

a) $\frac{15}{17}$;

b) $\frac{70}{105}$.

2.48. Hai vận động viên chạy xung quanh một sân vận động. Hai vận động viên xuất phát tại cùng một thời điểm, cùng vị trí và chạy cùng chiều. Vận động viên thứ nhất chạy một vòng sân hết 360 giây, vận động viên thứ hai chạy một vòng sân mất 420 giây. Hỏi sau bao nhiêu phút họ gặp lại nhau, biết tốc độ di chuyển của họ không đổi?

2.49. Quy đồng mẫu các phân số sau:

a) $\frac{4}{9}$ và $\frac{7}{15}$; b) $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{15}$ và $\frac{4}{27}$.

2.50. Từ ba tấm gỗ có độ dài là 56 dm, 48 dm và 40 dm, bác thợ mộc muốn cắt thành các thanh gỗ có độ dài như nhau mà không để thừa mẫu gỗ nào. Hỏi bác cắt như thế nào để được các thanh gỗ có độ dài lớn nhất có thể?

2.51. Học sinh lớp 6A khi xếp thành hàng 2, hàng 3, hàng 7 đều vừa đủ hàng. Hỏi số học sinh lớp 6A là bao nhiêu, biết rằng số học sinh nhỏ hơn 45?

2.52. Hai số có $BCNN$ là $2^3 \cdot 3 \cdot 5^3$ và $U'CLN$ là $2^2 \cdot 5$. Biết một trong hai số bằng $2^2 \cdot 3 \cdot 5$, tìm số còn lại.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG II

2.53. Tìm $x \in \{50; 108; 189; 1\,234; 2\,019; 2\,020\}$ sao cho:

- a) $x - 12$ chia hết cho 2;
- b) $x - 27$ chia hết cho 3;
- c) $x + 20$ chia hết cho 5;
- d) $x + 36$ chia hết cho 9.

2.54. Thực hiện phép tính sau rồi phân tích kết quả ra thừa số nguyên tố:

- a) $14^2 + 5^2 + 2^2$;
- b) $400 : 5 + 40$.

2.55. Tìm U'CLN và BCNN của:

- a) 21 và 98; b) 36 và 54.

2.56. Các phân số sau đã là phân số tối giản chưa? Nếu chưa, hãy rút gọn về phân số tối giản.

- a) $\frac{27}{123}$; b) $\frac{33}{77}$.

2.57. Thực hiện phép tính:

- a) $\frac{5}{12} + \frac{3}{16}$; b) $\frac{4}{15} - \frac{2}{9}$.

2.58. Có 12 quả cam, 18 quả xoài và 30 quả bơ. Mẹ muốn Mai chia đều mỗi loại quả đó vào các túi quả sao cho mỗi túi đều có cả cam, xoài và bơ. Hỏi Mai có thể chia được nhiều nhất là mấy túi quả?

2.59. Bác Nam định kì 3 tháng một lần thay dầu, 6 tháng một lần xoay lốp xe ô tô của mình. Hỏi nếu bác ấy làm hai việc đó cùng lúc vào tháng 4 năm nay, thì lần gần nhất tiếp theo bác ấy sẽ cùng làm hai việc đó vào tháng nào?

2.60. Biết rằng 79 và 97 là hai số nguyên tố. Hãy tìm U'CLN và BCNN của hai số này.

2.61. Biết hai số $3^a \cdot 5^2$ và $3^3 \cdot 5^b$ có U'CLN là $3^3 \cdot 5^2$ và BCNN là $3^4 \cdot 5^3$. Tìm a và b .

2.62. Bài toán cổ.

Bác kia chăn vịt khác thường
Buộc đi cho được chẵn hàng mới ưa
Hàng 2 xếp thấy chưa vừa
Hàng 3 xếp vẫn còn thừa một con
Hàng 4 xếp vẫn chưa tròn
Hàng 5 xếp thiếu một con mới đầy
Xếp thành hàng 7, đẹp thay
Vịt bao nhiêu? Tính được ngay mới tài.

(Biết số vịt chưa đến 200 con)

CHƯƠNG

III

SỐ NGUYÊN

SỐ HỌC

Số âm được cho là lần đầu xuất hiện trong khoảng từ năm 202 trước Công nguyên đến năm 220. Số dương và số âm dùng để biểu thị các đại lượng đối lập nhau. Người ta cũng coi số âm là kết quả của việc lấy số nhỏ trừ đi số lớn.

Chương này sẽ giúp các em tìm hiểu về số nguyên âm, số nguyên dương và các quy tắc tính toán liên quan đến số nguyên nói chung. Nếu hiểu rõ về số âm, các em sẽ thấy số âm không có gì bí ẩn. Trái lại số âm còn làm cho thế giới các con số thêm thú vị và hữu ích.

BÀI
13

TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Số nguyên
Số nguyên dương
Số nguyên âm
Tập hợp số nguyên
Trục số, chiều dương,
chiều âm

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG

- Nhận biết, đọc và viết số nguyên.
- Nhận biết tập hợp số nguyên.
- Nhận biết ý nghĩa của số nguyên âm trong một số tình huống thực tế.
- Biểu diễn số nguyên trên trục số.
- So sánh hai số nguyên.



Hình 3.1



Hình 3.2

Quan sát Hình 3.1 và 3.2, các em thấy ngoài các số quen thuộc như 2 hay 10 gọi là những số dương, còn có các số với dấu "-" đứng trước, đó là các số âm. Vậy số âm có ý nghĩa gì trong đời sống và có quan hệ như thế nào với các số đã học?

1. LÀM QUEN VỚI SỐ NGUYÊN ÂM



Số nguyên dương, số nguyên âm

HD1 Số -3 đọc là "âm 3". Tương tự, hãy đọc các số âm mà em thấy trên bản đồ thời tiết (H.3.1) và trên chiếc nhiệt kế (H.3.2).

HD2 Bằng cách sử dụng dấu "-", hãy viết các số âm được nói đến trong Hình 3.3.

- Độ cao trung bình của thềm lục địa Việt Nam so với mực nước biển là âm 65 mét

- Độ cao của đáy vịnh Cam Ranh so với mực nước biển là khoảng âm 30 mét.

Hình 3.3

- Các số tự nhiên (khác 0) 1; 2; 3; 4; ... còn được gọi là các **số nguyên dương**.
- Các số -1 ; -2 ; -3 ; ... gọi là các **số nguyên âm**.
- Tập hợp $\mathbb{Z}$ gồm các số nguyên âm, số 0 và các số nguyên dương gọi là tập hợp số nguyên.

$$\mathbb{Z} = \{\dots; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$$

Chú ý

- Số 0 không là số nguyên dương, cũng không là số nguyên âm.
- Đôi khi ta còn viết thêm dấu "+" ngay trước một số nguyên dương. Chẳng hạn số 6 còn viết là +6 (đọc là "dương sáu").

Luyện tập 1

- Viết ba số nguyên dương và ba số nguyên âm;
- Đọc các số mà em đã viết.



Khi nào người ta dùng số âm?

Số dương và số âm được dùng để biểu thị các đại lượng đối lập nhau, hoặc có hướng ngược nhau:

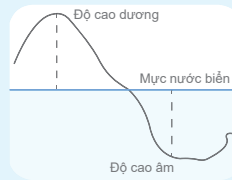
Số dương biểu thị	Số âm biểu thị
Nhiệt độ trên 0°C	Nhiệt độ dưới 0°C
Độ cao trên mực nước biển	Độ cao dưới mực nước biển (H.3.4)
Số tiền hiện có	Số tiền còn nợ
Số tiền lãi	Số tiền lỗ
Độ viễn thị	Độ cận thị
...	...



Sau khi đo đạc bằng các phương pháp hiện đại, cơ quan chức năng đã xác định được độ cao của đỉnh Phan-xi-păng là 3 147,3 m. Độ cao này cao hơn so với kết quả vẫn được sử dụng trên nhiều tài liệu từ 110 năm qua là 3 143 m. (Theo Pháp luật Việt Nam)

Ví dụ

- Đỉnh Phan-xi-păng (Việt Nam) cao khoảng 3 143 m (trên mực nước biển). Độ cao của rãnh Mariana (Tây Bắc Thái Bình Dương) là $-10\,971$ m, nghĩa là rãnh này sâu 10 971 m (dưới mực nước biển). (Người ta quy ước độ cao của mực nước biển là 0 m).
- Kính 1 dioptr (đi-ốp) là kính viễn thị; Kính -1 dioptr là kính cận thị.



Hình 3.4

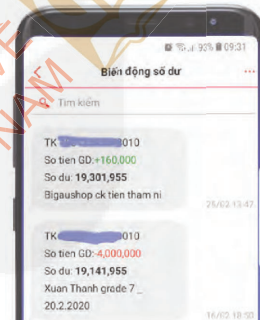
? Khi được hỏi còn tiền không, Nam hóm hỉnh đáp: “Mình còn âm mười nghìn đồng”. Em hiểu câu nói đó của Nam có nghĩa là gì?

Vận dụng 1

Ông M nhận được hai tin nhắn từ một ngân hàng với nội dung như sau:

- “Tài khoản ...010. Số tiền giao dịch: $+160\,000$”
- “Tài khoản ...010. Số tiền giao dịch: $-4\,000\,000$”

Em hãy giải thích ý nghĩa của số âm và số dương trong mỗi tin nhắn trên.



2. THỨ TỰ TRONG TẬP SỐ NGUYÊN

Cho hai số tự nhiên a và b . Ta đã biết trên tia số nếu điểm a nằm trước điểm b thì $a < b$ (H.3.5).

Đối với số nguyên, điều đó còn đúng hay không?



Hình 3.5



Trục số

- Ta biểu diễn các số 0; 1; 2; 3;... và các số nguyên âm -1 ; -2 ; -3 ;... như Hình 3.6. Khi đó ta được một trục số gốc O.



Hình 3.6

- Chiều từ trái sang phải là **chiều dương**; chiều ngược lại là **chiều âm**.
- Điểm biểu diễn số nguyên a gọi là điểm a .
- Cho hai số nguyên a và b . Trên trục số, nếu điểm a nằm trước điểm b thì số a nhỏ hơn số b , kí hiệu $a < b$.

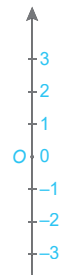
Chú ý. Ta cũng có thể vẽ trục số như Hình 3.7.

- ?** Trên trục số, mỗi điểm sau nằm cách gốc O bao nhiêu đơn vị?
- a) Điểm 2; b) Điểm -4 .

Luyện tập 2

Xuất phát từ gốc O , ta sẽ đi đến điểm nào nếu:

- a) Di chuyển 5 đơn vị theo chiều dương?
b) Di chuyển 5 đơn vị theo chiều âm?



Hình 3.7

So sánh hai số nguyên

HĐ3 Trên trục số các số nguyên âm nằm trước hay sau gốc O ? Từ đó em hãy sắp xếp ba số 0 , 1 và -1 theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.

HĐ4 Quan sát trên trục số (H.3.6), ta thấy:

$$3 < 5 \text{ nhưng } -3 > -5;$$

$$4 > 1 \text{ nhưng } -4 < -1.$$

Theo em, trong hai số -12 và -15 , số nào lớn hơn?

1. Mọi số nguyên âm đều nhỏ hơn 0 , do đó nhỏ hơn mọi số nguyên dương.
2. Nếu a , b là hai số nguyên dương và $a > b$ thì $-a < -b$.

Chú ý. Kí hiệu $a \leq b$ có nghĩa là " $a < b$ hoặc $a = b$ ".

Ví dụ 1

- a) 10 là số nguyên dương, -29 là số nguyên âm nên $-29 < 10$;
b) Vì $57 > 1$ nên $-57 < -1$.

Luyện tập 3

- ① Sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần: 2 ; -4 ; 0 ; 5 ; -11 ; -3 ; 9 .
- ② Trong tập $\{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x \leq 2\}$, những số nào lớn hơn -1 ?

Vận dụng 2

Nhiệt độ trung bình vào tháng Giêng của ba thành phố lớn của nước Nga được ghi lại trong bảng bên (theo *Wikipedia*).

Hãy sắp xếp ba thành phố trên theo thứ tự giảm dần về nhiệt độ. Theo em thời tiết ở nơi nào lạnh hơn cả?

Thành phố	Nhiệt độ
Moscow (Ma-xcơ-va)	-9°C
Saint Peterburg (Xanh Pê-téc-bua)	-8°C
Vladivostok (Vơ-la-đi-vô-xtốc)	-12°C



Tranh luận

Giả sử một con kiến bò trên sợi dây (giống như một trục số). Nếu nó đi được 4 đơn vị theo chiều dương, ta nói kiến bò được 4 đơn vị; nếu nó đi được 4 đơn vị nhưng theo chiều âm, ta nói kiến bò được -4 đơn vị.

- a) Em hiểu thế nào nếu nói: "Kiến A bò được 12 đơn vị" và "Kiến B bò được -15 đơn vị"?
 b) Từ nhận xét rằng $12 > -15$, An kết luận: Kiến A bò được quãng đường dài hơn kiến B. Em có đồng ý với An không?

BÀI TẬP

3.1. Mỗi nhiệt kế dưới đây chỉ bao nhiêu độ C?



3.2. Hãy sử dụng số nguyên âm để diễn tả lại ý nghĩa của các câu sau đây:

- a) Độ sâu trung bình của vịnh Thái Lan khoảng 45 m và độ sâu lớn nhất là 80 m dưới mực nước biển;
 b) Mùa đông ở Siberia (Nga) dài và khắc nghiệt, với nhiệt độ trung bình tháng 1 là 25°C dưới 0°C ;
 c) Năm 2012, núi lửa Havre (Bắc New Zealand) phun ra cột tro từ độ sâu 700 m dưới mực nước biển.

3.3. Em hiểu ý nghĩa của mỗi câu sau như thế nào (diễn tả bằng một câu không sử dụng số âm):

- a) Khi máy bay ở độ cao 10 000 m, nhiệt độ bên ngoài có thể xuống đến -50°C ;
 b) Cá voi xanh có thể lặn được $-2\,500$ m.

3.4. Hãy biểu diễn các số sau đây trên cùng một trục số: 3; -3 ; -5 ; 6; -4 ; 4.

3.5. Các điểm A, B, C, D và E trong hình dưới đây biểu diễn những số nào?



3.6. Hãy sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần.

-3 ; $+4$; 7; -7 ; 0; -1 ; $+15$; -8 ; 25.

3.7. So sánh hai số:

- a) -39 và -54 ; b) $-3\,179$ và $-3\,279$.

3.8. Liệt kê các phần tử của mỗi tập hợp sau:

- a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x < 4\}$;
 b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x \leq 4\}$.

BÀI 14

PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ SỐ NGUYÊN

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Tính chất giao hoán của phép cộng
Tính chất kết hợp của phép cộng

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG

- Thực hiện phép cộng, trừ hai số nguyên.
- Vận dụng các tính chất của phép cộng để tính nhẩm, tính hợp lí.
- Giải toán thực tiễn liên quan đến phép cộng hay trừ hai số nguyên.

Nhiệt độ ban ngày ở đỉnh Mẫu Sơn (Lạng Sơn) vào một ngày mùa đông là -3°C . Nếu ban đêm giảm thêm 5°C nữa thì nhiệt độ ở đó sẽ là bao nhiêu?

1. CỘNG HAI SỐ NGUYÊN CÙNG DẤU

Em đã biết phép cộng hai số nguyên dương, chẳng hạn $3 + 5 = 8$, có thể minh họa trên tia số (H.3.8).



Hình 3.8

Khi tính toán, ta cần chú ý rằng mỗi số nguyên (dương hoặc âm) có hai phần: **phần dấu** và **phần số tự nhiên** (H.3.9).



Hình 3.9

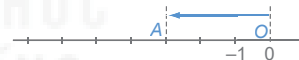
Để biết nhiệt độ ban đêm ở đỉnh Mẫu Sơn trong tình huống trên, ta cần tính tổng $(-3) + (-5)$.

Phần dấu của số 5 là gì nhỉ?



Cộng hai số nguyên âm

HĐ1 Từ gốc O trên trục số, di chuyển **sang trái** 3 đơn vị đến điểm A (H.3.10). Điểm A biểu diễn số nào?



Hình 3.10

HĐ2 Di chuyển tiếp **sang trái** thêm 5 đơn vị đến điểm B (H.3.11). B chính là điểm biểu diễn kết quả của phép cộng $(-3) + (-5)$. Điểm B biểu diễn số nào? Từ đó suy ra giá trị của tổng $(-3) + (-5)$.



Hình 3.11

Quy tắc cộng hai số nguyên âm

Muốn cộng hai số nguyên âm, ta cộng phần số tự nhiên của chúng với nhau rồi đặt dấu "-" trước kết quả.

Ví dụ 1

$$(-28) + (-37) = -(28 + 37) = -65.$$

Luyện tập 1

Thực hiện các phép cộng sau:

$$(-12) + (-48); \quad (-236) + (-1\,025).$$

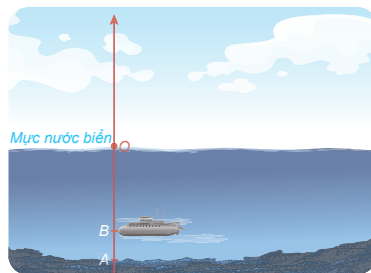
Tổng của hai số nguyên âm là một số nguyên âm.



Vận dụng 1

Sử dụng phép cộng hai số nguyên âm để giải bài toán sau (H.3.12):

Một chiếc tàu ngầm cần lặn (coi là theo phương thẳng đứng) xuống điểm A dưới đáy biển. Khi tàu đến điểm B ở độ cao -135 m, máy đo báo rằng tàu còn cách A một khoảng 45 m. Hỏi điểm A nằm ở độ cao bao nhiêu mét?



Hình 3.12

2. CỘNG HAI SỐ NGUYÊN KHÁC DẤU



Hai số đối nhau

Trên trục số (H.3.13), hai điểm 3 và -3 có cùng khoảng cách đến gốc O. Ta gọi 3 và -3 là **hai số đối nhau** (-3 là **số đối** của 3 và 3 là số đối của -3). Tương tự 1 và -1 cũng là hai số đối nhau.



Hình 3.13

? Tìm số đối của 4; -5 ; 9; -11 .

Chú ý

1. Ta quy ước số đối của 0 là chính nó.
2. Trên Hình 3.14, ta thấy $(-5) + 5 = 0$.
Một cách tổng quát: Tổng của hai số đối nhau luôn bằng 0.
3. Kí hiệu số đối của số nguyên a là $-a$. Ta có số đối của $-a$ là $-(-a) = a$. Chẳng hạn số đối của -5 là $-(-5) = 5$.

Muốn tìm số đối của một số, ta chỉ việc đổi dấu của nó.



Hình 3.14

Luyện tập 2

Tìm số đối của mỗi số 5 và -2 rồi biểu diễn chúng trên cùng một trục số.

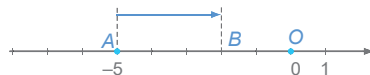


Tổng của hai số nguyên khác dấu

Một ngày tại Paris có nhiệt độ là -5°C . Theo dự báo thời tiết ngày hôm sau tăng thêm 3°C .

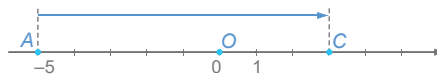
- a) Hỏi nhiệt độ dự báo của ngày hôm sau sẽ là bao nhiêu?
- b) Thực tế, nhiệt độ ngày hôm sau lại tăng thêm 8°C . Hỏi nhiệt độ thực tế ngày hôm sau là bao nhiêu?

HD3 Từ điểm A biểu diễn số -5 trên trục số di chuyển sang phải 3 đơn vị (H.3.15) đến điểm B. Điểm B biểu diễn kết quả phép cộng nào?



Hình 3.15

HD4 Từ điểm A di chuyển sang phải 8 đơn vị (H.3.16) đến điểm C. Điểm C biểu diễn kết quả của phép cộng nào?



Hình 3.16

Quy tắc cộng hai số nguyên khác dấu

1. Hai số nguyên đối nhau thì có tổng bằng 0.
2. Muốn cộng hai số nguyên khác dấu (không đối nhau), ta tìm hiệu hai phần số tự nhiên của chúng (số lớn trừ số nhỏ) rồi đặt trước hiệu tìm được dấu của số có phần số tự nhiên lớn hơn.

Ví dụ 2

- a) $9 + (-9) = 0$.
b) $9 + (-5) = 9 - 5 = 4$ (do $9 > 5$).
c) $(-12) + 9 = -(12 - 9) = -3$ (do $12 > 9$).

Luyện tập 3

Thực hiện các phép tính: a) $203 + (-195)$; b) $(-137) + 86$.

Vận dụng 2

Sử dụng phép cộng hai số nguyên khác dấu để giải bài toán sau:

Một máy thăm dò đáy biển ngày hôm trước hoạt động ở độ cao -946 m (so với mực nước biển). Ngày hôm sau người ta cho máy nổi lên 55 m so với hôm trước. Hỏi ngày hôm sau máy thăm dò đáy biển hoạt động ở độ cao nào?



Tranh luận



Đố bạn: tổng của hai số nguyên khác dấu là số dương hay số âm?

???



Em hãy trả lời giúp Vuông.

3. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CỘNG



HĐ5 Tính và so sánh giá trị của $a + b$ và $b + a$ với $a = -7$, $b = 11$.

HĐ6 Tính và so sánh giá trị của $(a + b) + c$ và $a + (b + c)$ với $a = 2$, $b = -4$, $c = -6$.

Phép cộng số nguyên có các tính chất:

- **Giao hoán:** $a + b = b + a$;
- **Kết hợp:** $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Mỗi số cộng với 0 thì bằng chính số đó: $a + 0 = 0 + a = a$.



Chú ý

Ta cũng nói đến tổng của nhiều số nguyên tương tự như số tự nhiên.

Ví dụ 3

Tính một cách hợp lí:

a) $137 + (-40) + 2\,020 + (-157)$; b) $5 + (-7) + 9 + (-11) + 13 + (-15)$.

Giải

a) $137 + (-40) + 2\,020 + (-157) = 137 + (-157) + (-40) + 2\,020$ ← Tính chất giao hoán
 $= [137 + (-157)] + [(-40) + 2\,020]$ ← Tính chất kết hợp
 $= -(157 - 137) + (2\,020 - 40) = (-20) + 1\,980 = 1\,980 - 20 = 1\,960.$ ← Cộng hai số khác dấu

b) $5 + (-7) + 9 + (-11) + 13 + (-15) = [5 + (-7)] + [9 + (-11)] + [13 + (-15)]$ ← Tính chất kết hợp
 $= (-2) + (-2) + (-2) = -(2 + 2 + 2) = -6.$ ← Cộng ba số âm

Luyện tập 4

Tính một cách hợp lí:

a) $(-2\,019) + (-550) + (-451)$; b) $(-2) + 5 + (-6) + 9$.

4. TRỪ HAI SỐ NGUYÊN



HĐ7 Nửa tháng đầu một cửa hàng bán lẻ lãi được 5 triệu đồng, nửa tháng sau bị lỗ 2 triệu đồng. Hỏi tháng đó cửa hàng lãi hay lỗ bao nhiêu triệu đồng?

Giải bài toán trên bằng hai cách:

Cách 1. Tính hiệu giữa số tiền lãi và số tiền lỗ.

Cách 2. Hiểu lỗ 2 triệu là "lãi" -2 triệu để quy về tính tổng của hai số nguyên.

HĐ8 Hãy quan sát ba dòng đầu và dự đoán kết quả ở hai dòng cuối:

$$3 - 1 = 3 + (-1)$$

$$3 - 2 = 3 + (-2)$$

$$3 - 3 = 3 + (-3)$$

$$3 - 4 = ?$$

$$3 - 5 = ?$$

Nếu $b + x = a$ thì
 $x = a - b$.



Quy tắc trừ hai số nguyên

Muốn trừ số nguyên a cho số nguyên b , ta cộng a với số đối của b :

$$a - b = a + (-b).$$

Ví dụ 4

a) $7 - 10 = 7 + (-10) = -(10 - 7) = -3$.

b) Trở lại HĐ7, ta có: $5 - 2 = 5 + (-2) = 3$. Vậy cửa hàng lãi 3 triệu đồng.

Luyện tập 5

Tính các hiệu sau: a) $5 - (-3)$; b) $(-7) - 8$.

Vận dụng 3

Nhiệt độ bên ngoài của một máy bay ở độ cao 10 000 m là -48°C . Khi hạ cánh, nhiệt độ ở sân bay là 27°C . Hỏi nhiệt độ bên ngoài của máy bay khi ở độ cao 10 000 m và khi hạ cánh chênh lệch bao nhiêu độ C?

BÀI TẬP

3.9. Tính tổng hai số cùng dấu:

- a) $(-7) + (-2)$; b) $(-8) + (-5)$;
c) $(-11) + (-7)$; d) $(-6) + (-15)$.

3.10. Tính tổng hai số khác dấu:

- a) $6 + (-2)$; b) $9 + (-3)$;
c) $(-10) + 4$; d) $(-1) + 8$.

3.11. Biểu diễn -4 và số đối của nó trên cùng một trục số.

3.12. Thực hiện các phép trừ sau:

- a) $9 - (-2)$; b) $(-7) - 4$;
c) $27 - 30$; d) $(-63) - (-15)$.

3.13. Hai ca nô cùng xuất phát từ C đi về phía A hoặc B như hình vẽ. Ta quy ước chiều từ C đến B là chiều dương (nghĩa là vận tốc và quãng đường đi từ C về phía B được biểu thị bằng số dương và theo chiều ngược lại là số âm). Hỏi sau một giờ hai ca nô cách nhau bao nhiêu kilômét nếu vận tốc của chúng lần lượt là

- a) 11 km/h và 6 km/h?
b) 11 km/h và -6 km/h?



3.14. Mỗi hình sau đây mô phỏng phép tính nào?



3.15. Tính nhẩm:

- a) $(-3) + (-2)$; b) $(-8) - 7$;
c) $(-35) + (-15)$; d) $12 - (-8)$.

3.16. Tính một cách hợp lí:

- a) $152 + (-73) - (-18) - 127$;
b) $7 + 8 + (-9) + (-10)$.

3.17. Tính giá trị của biểu thức $(-156) - x$, khi:

- a) $x = -26$;
b) $x = 76$;
c) $x = (-28) - (-143)$.

3.18. Thay mỗi dấu “*” bằng một chữ số thích hợp để có:

- a) $(-6^*) + (-34) = -100$;
b) $(-789) + 2^{**} = -515$.

BÀI 15

QUY TẮC DẤU NGOẶC

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Quy tắc dấu ngoặc

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

Nhận biết và áp dụng quy tắc dấu ngoặc trong tính toán, nhất là để tính nhẩm hay tính hợp lí.

Đối với một biểu thức có dấu ngoặc, ta thường thực hiện các phép tính trong dấu ngoặc trước. Nhưng đôi khi việc *bỏ đi các dấu ngoặc* sẽ làm cho việc tính toán trở nên thuận lợi hơn.



Bỏ dấu ngoặc trong trường hợp đơn giản

- Các số âm (hay dương) trong một dãy tính thường được viết trong dấu ngoặc. Nhờ quy tắc cộng hay trừ số nguyên, ta có thể viết dãy tính dưới dạng không có dấu ngoặc. Ví dụ:
 $2 + (-9) = 2 - 9$
 $(-2) - (-9) = -2 + 9$
 $3 - (+7) + (-4) - (-8) = 3 - 7 - 4 + 8.$
- Vì phép trừ chuyển được về phép cộng nên các dãy tính như trên cũng được gọi là một *tổng*.



Viết tổng sau dưới dạng không có dấu ngoặc rồi tính giá trị của nó:

$$(-23) - 15 - (-23) + 5 + (-10).$$



Dấu của một số hạng khi bỏ dấu ngoặc

HĐ1 Tính và so sánh kết quả của:

- $4 + (12 - 15)$ và $4 + 12 - 15$;
- $4 - (12 - 15)$ và $4 - 12 + 15$.

HĐ2 Hãy nhận xét về sự thay đổi dấu của các số hạng trong dấu ngoặc trước và sau khi bỏ dấu ngoặc.

Quy tắc dấu ngoặc

- Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "+" đằng trước, ta *giữ nguyên dấu của các số hạng* trong ngoặc;
- Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "-" đằng trước, ta phải *đổi dấu tất cả các số hạng* trong dấu ngoặc: dấu "+" đổi thành "-" và dấu "-" đổi thành "+".

Ví dụ

$$\begin{aligned} 794 + [136 - (136 + 794)] &= 794 + [136 - 136 - 794] \\ &= 794 + (-794) = 0. \end{aligned}$$

← Bỏ dấu ngoặc tròn

Luyện tập 1

Bỏ dấu ngoặc rồi tính các tổng sau:

a) $(-385 + 210) + (385 - 217)$; b) $(72 - 1\,956) - (-1\,956 + 28)$.

Chú ý

Áp dụng các tính chất giao hoán, kết hợp và quy tắc dấu ngoặc, trong một biểu thức, ta có thể:

- Thay đổi tùy ý vị trí của các số hạng kèm theo dấu của chúng.

$$a - b - c = -b + a - c = -c - b + a.$$

Chẳng hạn, $50 - 90 - 30 = -90 + 50 - 30 = -30 - 90 + 50 = -70$.

- Đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý. Nếu trước dấu ngoặc là dấu "-" thì phải đổi dấu tất cả các số hạng trong ngoặc.

$$a - b - c = (a - b) - c = a - (b + c).$$

Chẳng hạn, $50 - 90 - 30 = (50 - 90) - 30 = 50 - (90 + 30) = -70$.

Luyện tập 2

Tính một cách hợp lí:

a) $12 + 13 + 14 - 15 - 16 - 17$; b) $(35 - 17) - (25 - 7 + 22)$.



Thử thách nhỏ

Cho bảng 3×3 ô vuông như Hình 3.17:

- a) Biết rằng tổng các số trong mỗi hàng, mỗi cột, mỗi đường chéo đều bằng 0. Tính tổng các số trong bảng đó.
- b) Hãy thay các chữ cái trong bảng bởi số thích hợp sao cho tổng các số trong mỗi hàng, mỗi cột, mỗi đường chéo đều bằng 0.

a	-2	-1
-4	b	c
d	e	g

Hình 3.17

BÀI TẬP

3.19. Bỏ dấu ngoặc và tính các tổng sau:

a) $-321 + (-29) - 142 + (-72)$;
b) $214 - (-36) + (-305)$.

3.20. Tính một cách hợp lí:

a) $21 - 22 + 23 - 24$;
b) $125 - (115 - 99)$.

3.21. Bỏ dấu ngoặc rồi tính:

a) $(56 - 27) - (11 + 28 - 16)$;
b) $28 + (19 - 28) - (32 - 57)$.

3.22. Tính một cách hợp lí:

a) $232 - (581 + 132 - 331)$;
b) $[12 + (-57)] - [-57 - (-12)]$.

3.23. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $(23 + x) - (56 - x)$ với $x = 7$;
b) $25 - x - (29 + y - 8)$ với $x = 13, y = 11$.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Tính giá trị của biểu thức: $A = 25 - (-115) - [315 + (-105)]$.

Giải

$$\begin{aligned} A &= 25 + 115 - [315 - 105] \\ &= (25 + 115) - 210 \\ &= 140 - 210 = -(210 - 140) = -70. \end{aligned}$$

Ví dụ 2

Tính nhanh: $283 - 286 - 83 + 86$.

Giải

$$\begin{aligned} &283 - 286 - 83 + 86 \\ &= 283 - 83 - 286 + 86 \\ &= (283 - 83) - (286 - 86) \\ &= 200 - 200 = 0. \end{aligned}$$

BÀI TẬP

3.24. Dùng số nguyên âm hoặc số nguyên dương để diễn tả các thông tin sau:

a) Khi đọc sách, bạn Quang thường đưa trang sách lại quá gần mắt. Bạn ấy đã phải mang kính cận 1 dioptr.

b) Ông của bạn Quang đã già nên phải dùng kính lão 2 dioptr để đọc sách báo.

3.25. Điểm A nằm trên trục số và cách gốc O một khoảng bằng 12 đơn vị (trục số nằm ngang và có chiều dương từ trái sang phải). Hỏi điểm A biểu diễn số nguyên nào nếu:

a) A nằm ở bên phải gốc O;

b) A nằm ở bên trái gốc O.

3.26. Liệt kê các phần tử của tập hợp sau rồi tính tổng của chúng:

a) $S = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 3\}$;

b) $T = \{x \in \mathbb{Z} \mid -7 < x \leq -2\}$.

3.27. Tính giá trị của biểu thức:

a) $(27 + 86) - (29 - 5 + 84)$;

b) $39 - (298 - 89) + 299$.

3.28. Tính giá trị của biểu thức

$(-314) - (75 + x)$ nếu:

a) $x = 25$;

b) $x = -313$.

3.29. Tính một cách hợp lí:

a) $2\,834 + 275 - 2\,833 - 265$;

b) $(11 + 12 + 13) - (1 + 2 + 3)$.

3.30. Có ba chiếc hộp đựng những miếng bìa. Trên mỗi miếng bìa có ghi một số như đã cho trong hình dưới đây. Hãy chuyển một miếng bìa từ hộp này sang hộp khác sao cho tổng các số ghi trên các miếng bìa trong mỗi hộp đều bằng nhau.



3.31. Trong một trò chơi, bạn Minh nhận được yêu cầu: "Hãy tính tổng của tất cả các số trong tập hợp

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid -25 \leq x \leq 25\}."$$

Minh trả lời ngay: "Bằng 0". Em có thể giải thích tại sao Minh tính nhanh thế không?

BÀI 16

PHÉP NHÂN SỐ NGUYÊN

THUẬT NGỮ, KHÁI NIỆM

Tính chất *giao hoán*

Tính chất *kết hợp*

Tính chất *phân phối* của phép nhân đối với phép cộng

Kiến thức, kĩ năng

- Thực hiện phép nhân hai số nguyên.
- Vận dụng các tính chất của phép nhân để tính nhẩm, tính hợp lí.
- Giải toán thực tiễn liên quan đến phép nhân số nguyên.

Để quản lí chi tiêu cá nhân, bạn Cao dùng sổ nguyên âm để ghi vào sổ tay các khoản chi của mình. Cuối tháng, bạn Cao thấy trong sổ có ba lần ghi $-15\ 000$ đồng. Trong ba lần ấy, bạn Cao đã chi tất cả bao nhiêu tiền?

Em có thể giải bài toán trên mà không dùng phép cộng các số âm hay không?

1. NHÂN HAI SỐ NGUYÊN KHÁC DẤU

- Nếu a và b là hai số tự nhiên thì:

$$1 \cdot a = a \cdot 1 = a; \text{ và } a \cdot b = b \cdot a = \underbrace{a + a + \dots + a}_{(b \text{ số hạng } a)} \quad (b \geq 2).$$



$$2 \cdot 3 = 2 + 2 + 2$$

Ta có thể làm tương tự đối với phép nhân hai số nguyên khác dấu.



Tích của hai số nguyên khác dấu

HĐ1 Dựa vào phép cộng các số âm, hãy tính tích $(-11) \cdot 3$ rồi so sánh kết quả với $-(11 \cdot 3)$.

HĐ2 Hãy dự đoán kết quả của các phép nhân $5 \cdot (-7)$ và $(-6) \cdot 8$.

Quy tắc nhân hai số nguyên khác dấu

Muốn nhân hai số nguyên khác dấu, ta nhân phần số tự nhiên của hai số đó với nhau rồi đặt dấu "-" trước kết quả nhận được.

$$\text{Nếu } m, n \in \mathbb{N}^* \text{ thì } m \cdot (-n) = (-n) \cdot m = -(m \cdot n).$$

Ví dụ 1

- a) $25 \cdot (-4) = -(25 \cdot 4) = -100;$
b) $(-10) \cdot 11 = -(10 \cdot 11) = -110.$

Luyện tập 1

- ① Thực hiện các phép nhân sau: a) $(-12) \cdot 12;$ b) $137 \cdot (-15).$
② Tính nhẩm: $5 \cdot (-12).$

Vận dụng 1

Sử dụng phép nhân hai số nguyên khác dấu để giải bài toán mở đầu.

Tích của hai số nguyên khác dấu luôn là một số nguyên âm.



2. NHÂN HAI SỐ NGUYÊN CÙNG DẤU

Ta đã biết cách nhân hai số nguyên dương (cũng là hai số tự nhiên). Dưới đây ta sẽ tìm hiểu cách nhân hai số nguyên âm.



Tích của hai số nguyên âm

HĐ3 Quan sát ba dòng đầu và nhận xét về dấu của tích mỗi khi đổi dấu một thừa số và giữ nguyên thừa số còn lại.

HĐ4 Dựa vào nhận xét ở HĐ3, hãy dự đoán kết quả của $(-3) \cdot (-7)$.

$$(-3) \cdot 7 = -21$$

↓ (đổi dấu)

$$3 \cdot 7 = 21$$

↓ (đổi dấu)

$$3 \cdot (-7) = -21$$

↓ (đổi dấu)

$$(-3) \cdot (-7) = ?$$

Quy tắc nhân hai số nguyên âm

Muốn nhân hai số nguyên âm, ta nhân phần số tự nhiên của hai số đó với nhau.

Nếu $m, n \in \mathbb{N}^*$ thì $(-m) \cdot (-n) = (-n) \cdot (-m) = m \cdot n$.

Tích của hai số nguyên cùng dấu luôn là số nguyên dương.



Ví dụ 2

$$(-10) \cdot (-15) = 10 \cdot 15 = 150.$$

Luyện tập 2

Thực hiện các phép nhân sau:

a) $(-12) \cdot (-12)$; b) $(-137) \cdot (-15)$.

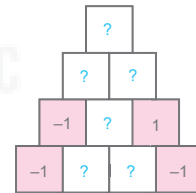
Chú ý. Tích của một số nguyên với 0 luôn bằng 0:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$$



Thử thách nhỏ

Thay mỗi dấu "?" bằng số sao cho số trong mỗi ô ở hàng trên bằng tích các số trong hai ô kề với nó ở hàng dưới (H.3.18).



Hình 3.18

3. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP NHÂN



Tương tự như phép nhân các số tự nhiên:

Phép nhân các số nguyên có các tính chất:

Giao hoán: $a \cdot b = b \cdot a$

Kết hợp: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

Phân phối của phép nhân đối với phép cộng: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.



Tính $a(b + c)$ và $ab + ac$ khi $a = -2$, $b = 14$, $c = -4$.

Chú ý. Tích của nhiều số nguyên cũng được hiểu tương tự như tích của nhiều số tự nhiên.

Ví dụ 3

Thực hiện các phép tính: a) $(-25) \cdot (-17) \cdot 4$; b) $(-2) \cdot (150 + 14)$.

Giải

- a) $(-25) \cdot (-17) \cdot 4 = (-25) \cdot 4 \cdot (-17) \leftarrow \text{Đổi chỗ } (-17) \text{ và } 4 \text{ (tính chất giao hoán)}$
 $= [(-25) \cdot 4] \cdot (-17) \leftarrow \text{Nhóm hai thừa số } (-25) \text{ và } 4 \text{ (tính chất kết hợp)}$
 $= (-100) \cdot (-17) = 100 \cdot 17 = 1\,700.$
- b) $(-2) \cdot (150 + 14) = (-2) \cdot 150 + (-2) \cdot 14 \leftarrow \text{Tính chất phân phối đối với phép cộng}$
 $= (-300) + (-28) = -328.$

Luyện tập 3

- ① a) Tính giá trị của tích $P = 3 \cdot (-4) \cdot 5 \cdot (-6)$;
 b) Tích P sẽ thay đổi thế nào nếu ta đổi dấu tất cả các thừa số?
 ② Tính $4 \cdot (-39) - 4 \cdot (-14)$.

Phép nhân cũng có tính chất phân phối đối với phép trừ:
 $a(b - c) = ab - ac.$



BÀI TẬP

3.32. Nhân hai số khác dấu:

- a) $24 \cdot (-25)$; b) $(-15) \cdot 12.$

3.33. Nhân hai số cùng dấu:

- a) $(-298) \cdot (-4)$; b) $(-10) \cdot (-135).$

3.34. Một tích nhiều thừa số sẽ mang dấu dương hay âm nếu trong tích đó có

- a) Ba thừa số mang dấu âm, các thừa số khác đều dương?
 b) Bốn thừa số mang dấu âm, các thừa số khác đều dương?

3.35. Tính một cách hợp lý:

- a) $4 \cdot (1\,930 + 2\,019) + 4 \cdot (-2\,019)$;
 b) $(-3) \cdot (-17) + 3 \cdot (120 - 17).$

3.36. Cho biết tích của hai số tự nhiên n và m là 36. Mỗi tích $n \cdot (-m)$ và $(-n) \cdot (-m)$ bằng bao nhiêu?

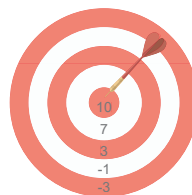
3.37. Tính giá trị của biểu thức sau một cách hợp lý:

- a) $(-8) \cdot 72 + 8 \cdot (-19) - (-8)$;
 b) $(-27) \cdot 1\,011 - 27 \cdot (-12) + 27 \cdot (-1).$

3.38. Ba bạn An, Bình, Cường chơi ném tiêu với bia gồm năm vòng như Hình 3.19. Kết quả được ghi lại trong bảng sau:

Vòng	10 điểm	7 điểm	3 điểm	-1 điểm	-3 điểm
An	1	2	0	1	1
Bình	2	0	1	0	2
Cường	0	3	1	1	0

Hỏi trong ba bạn, bạn nào đạt điểm cao nhất?



Hình 3.19

BÀI 17

PHÉP CHIA HẾT. ƯỚC VÀ BỘI CỦA MỘT SỐ NGUYÊN

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Phép chia hết
Ước
Bội

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Thực hiện phép chia hết đối với số nguyên.
- Nhận biết quan hệ chia hết trong tập số nguyên.
- Nhận biết, tìm ước và bội của một số nguyên.

Ước và bội của một số nguyên có gì giống và khác ước và bội của một số tự nhiên mà chúng ta đã học?

Bài này sẽ giúp chúng ta tìm hiểu điều đó.

1. PHÉP CHIA HẾT



Cho $a, b \in \mathbb{Z}$ với $b \neq 0$. Nếu có số nguyên q sao cho $a = bq$ thì ta có **phép chia hết** $a : b = q$ (trong đó ta cũng gọi a là **số bị chia**, b là **số chia** và q là **thương**). Khi đó ta nói **a chia hết cho b** , kí hiệu là $a : b$.

Ví dụ 1

a) $12 : (-3)$ vì $12 = (-3) \cdot (-4)$. Ta có $12 : (-3) = -4$.

b) $(-35) : 7$ vì $-35 = 7 \cdot (-5)$. Ta có $-35 : 7 = -5$.

Nhận xét

Từ $12 : 3 = 4$, ta suy ra được những phép chia hết sau:

$$12 : (-3) = -4; \quad (-12) : 3 = -4 \quad \text{và} \quad (-12) : (-3) = 4.$$

Luyện tập 1

① Thực hiện phép chia $135 : 9$. Từ đó suy ra thương của các phép chia $135 : (-9)$ và $(-135) : (-9)$.

② Tính: a) $(-63) : 9$; b) $(-24) : (-8)$.

Dấu của thương

$(+) : (+) \rightarrow (+)$
 $(-) : (-) \rightarrow (+)$
 $(+) : (-) \rightarrow (-)$
 $(-) : (+) \rightarrow (-)$



2. ƯỚC VÀ BỘI



Khi $a : b$ (a, $b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$), ta còn gọi a là một **bội** của b và b là một **ước** của a .

Ví dụ 2

a) 3 là một ước của -12 vì $(-12) : 3$.

b) -35 là một bội của -7 vì $(-35) : (-7)$.

Nhận xét

- Nếu a là một bội của b thì $-a$ cũng là một bội của b .
- Nếu b là một ước của a thì $-b$ cũng là một ước của a .

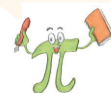
Ví dụ 3

Tìm các ước của 4 và các ước của 6.

Giải

- Ta có các ước dương của 4 là 1; 2; 4. Do đó tất cả các ước của 4 là: 1; -1; 2; -2; 4; -4.
- Ta có các ước dương của 6 là 1; 2; 3; 6. Do đó tất cả các ước của 6 là: 1; -1; 2; -2; 3; -3; 6; -6.

Để tìm các ước của số nguyên a , ta tìm các ước dương của a cùng với các số đối của chúng.



Chú ý

Ta thấy các số -2; -1; 1 và 2 vừa là ước của 6, vừa là ước của 4. Chúng được gọi là những ước chung của 6 và 4.

Ví dụ 4

Tìm các bội của 7.

Giải

Lần lượt nhân 7 với 0; 1; 2; 3;... , ta được các bội dương của 7 là: 0; 7; 14; 21;... Do đó các bội của 7 là 0; 7; -7; 14; -14; 21; -21;...

Luyện tập 2

a) Tìm các ước của -9;

b) Tìm các bội của 4 lớn hơn -20 và nhỏ hơn 20.



Tranh luận

Có hai số nguyên a , b khác nhau nào mà $a : b$ và $b : a$ không?



Sao mà thế được!



A ha, tớ vừa tìm thấy hai số như vậy đây!...



Không biết Tròn tìm được hai số nguyên nào nhỉ?

BÀI TẬP

3.39. Tính các thương:

- a) $297 : (-3)$;
b) $(-396) : (-12)$;
c) $(-600) : 15$.

3.40.

- a) Tìm các ước của mỗi số: 30; 42; -50;
b) Tìm các ước chung của 30 và 42.

3.41. Viết tập hợp sau bằng cách liệt kê phần tử:

$$M = \{x \in \mathbb{Z} \mid x : 4 \text{ và } -16 \leq x < 20\}.$$

3.42. Tìm hai ước của 15 có tổng bằng -4.

3.43. Giải thích tại sao: Nếu hai số cùng chia hết cho -3 thì tổng và hiệu của hai số đó cũng chia hết cho -3. Hãy thử phát biểu một kết luận tổng quát.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Tính một cách hợp lí: $(-154) \cdot (-235) + 154 \cdot (-35)$.

Giải

$$\begin{aligned}(-154) \cdot (-235) + 154 \cdot (-35) &= 154 \cdot 235 + 154 \cdot (-35) \\&= 154 \cdot (235 - 35) \\&= 154 \cdot 200 = 30\,800.\end{aligned}$$

Ví dụ 2

Sử dụng các phép tính với số nguyên để giải bài toán:

Một xí nghiệp may mỗi ngày được 200 bộ quần áo nữ và 150 bộ quần áo nam. Khi may theo mẫu mới, với cùng khổ vải, chiều dài vải để may mỗi bộ quần áo nữ tăng thêm 2 dm; chiều dài vải để may mỗi bộ quần áo nam giảm 3 dm. Hỏi chiều dài vải (với cùng khổ vải) dùng để may 200 bộ quần áo nữ và 150 bộ quần áo nam tăng hay giảm bao nhiêu mét so với trước khi may theo mẫu mới? Hãy viết lời giải thành một biểu thức số, sau đó tính giá trị của biểu thức đó.

Giải

Khi may theo mẫu mới:

- Chiều dài vải để may 200 bộ quần áo nữ tăng $2 \cdot 200$ (dm).
- Giảm 3 dm có thể hiểu là "tăng" -3 dm nên chiều dài vải để may 150 bộ quần áo nam "tăng" $(-3) \cdot 150$ (dm).
- Chiều dài vải để may 200 bộ quần áo nữ và 150 bộ quần áo nam "tăng":
 $2 \cdot 200 + (-3) \cdot 150$ (dm).

Ta có: $2 \cdot 200 + (-3) \cdot 150 = 400 - 450 = -50$ (dm).

"Tăng" -50 dm tức là giảm 50 dm. Ta có 50 dm $= 5$ m. Vậy khi may theo mẫu mới, chiều dài vải để may 200 bộ quần áo nữ và 150 bộ quần áo nam giảm 5 mét.

BÀI TẬP

3.44. Cho $P = (-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5)$.

- a) Xác định dấu của tích P .
- b) Dấu của P thay đổi thế nào nếu đổi dấu ba thừa số của nó?

3.45. Tính giá trị của biểu thức:

- a) $(-12) \cdot (7 - 72) - 25 \cdot (55 - 43)$;
- b) $(39 - 19) : (-2) + (34 - 22) \cdot 5$.

3.46. Tính giá trị của biểu thức:

$$A = 5ab - 3(a + b) \text{ với } a = 4, b = -3.$$

3.47. Tính một cách hợp lí:

- a) $17 \cdot [29 - (-111)] + 29 \cdot (-17)$;
- b) $19 \cdot 43 + (-20) \cdot 43 - (-40)$.

3.48.

- a) Tìm các ước của 15 và các ước của -25 ;
- b) Tìm các ước chung của 15 và -25 .

3.49. Sử dụng các phép tính với số nguyên để giải bài toán sau:

Công nhân của một xưởng sản xuất được hưởng lương theo sản phẩm như sau:

- Làm ra một sản phẩm đạt chất lượng thì được 50 000 đồng.
- Làm ra một sản phẩm không đạt chất lượng thì bị phạt 10 000 đồng.

Tháng vừa qua một công nhân làm được 230 sản phẩm đạt chất lượng và 8 sản phẩm không đạt chất lượng. Hỏi công nhân đó được lĩnh bao nhiêu tiền lương?

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG III

3.50. Dùng số âm để diễn tả các thông tin sau:

- a) Ở nơi lạnh nhất thế giới, nhiệt độ có thể xuống đến 60°C dưới 0°C .
- b) Do dịch bệnh, một công ty trong một tháng đã bị lỗ 2 triệu đồng.

3.51. Trong các số a, b, c, d , số nào dương, số nào âm nếu:

$$a > 0; \quad b < 0; \quad c \geq 1; \quad d \leq -2.$$

3.52. Liệt kê các phần tử của tập hợp sau rồi tính tổng của chúng:

- a) $S = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x \leq 5\}$;
- b) $T = \{x \in \mathbb{Z} \mid -7 \leq x < 1\}$.

3.53. Tính một cách hợp lí:

- a) $15 \cdot (-236) + 15 \cdot 235$;
- b) $237 \cdot (-28) + 28 \cdot 137$;
- c) $38 \cdot (27 - 44) - 27 \cdot (38 - 44)$.

3.54. Tính giá trị của biểu thức $P = (-35) \cdot x - (-15) \cdot 37$ trong mỗi trường hợp sau:

- a) $x = 15$;
- b) $x = -37$.

3.55. Có hay không hai số nguyên a và b mà hiệu $a - b$:

- a) lớn hơn cả a và b ?
- b) lớn hơn a nhưng nhỏ hơn b ?

Trong mỗi trường hợp, hãy cho ví dụ minh họa bằng số.

3.56. Cho 15 số có tính chất: Tích của 5 số bất kì trong chúng đều âm. Hỏi tích của 15 số đó mang dấu gì?

CHƯƠNG

IV

HÌNH HỌC
TRỰC QUAN

MỘT SỐ HÌNH PHẪNG TRONG THỰC TIỄN

Hình vuông, hình chữ nhật, hình tam giác đều, hình thoi,... là các hình phẳng quen thuộc trong thực tế. Trong chương này, chúng ta sẽ cùng nhau quan sát, đo đạc, gấp, cắt và ghép hình để tìm hiểu về các đặc điểm cơ bản, thú vị của những hình đó.

BÀI

18

HÌNH TAM GIÁC ĐỀU, HÌNH VUÔNG. HÌNH LỤC GIÁC ĐỀU

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Hình tam giác đều

Hình vuông

Hình lục giác đều

Cạnh, đỉnh, góc,
đường chéo

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG

- Nhận dạng các hình trong bài.
- Mô tả một số yếu tố cơ bản của hình tam giác đều, hình vuông, hình lục giác đều.
- Vẽ hình tam giác đều, hình vuông bằng dụng cụ học tập.
- Tạo lập được hình lục giác đều thông qua việc lắp ghép các hình tam giác đều.

Người ta có thể sử dụng các viên gạch hình tam giác đều, hình vuông hay hình lục giác đều để lát kín một nền phẳng, chẳng hạn lát nền nhà như hình bên.

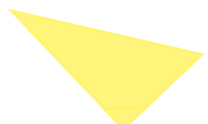


1. HÌNH TAM GIÁC ĐỀU



Một số yếu tố cơ bản của hình tam giác đều

HĐ1 Trong các hình dưới đây (H.4.1), hình nào là tam giác đều?



a)



b)



c)

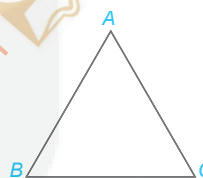
Hình 4.1

Em hãy tìm một số hình ảnh hình tam giác đều trong thực tế.



HĐ2 Cho tam giác đều ABC như Hình 4.2.

- ❶ Gọi tên các đỉnh, cạnh, góc của tam giác đều ABC .
- ❷ Dùng thước thẳng để đo và so sánh các cạnh của tam giác ABC .
- ❸ Sử dụng thước đo góc để đo và so sánh các góc của tam giác ABC .



Hình 4.2

Nhận xét

Trong tam giác đều:

- Ba cạnh bằng nhau.
- Ba góc bằng nhau và bằng 60° .

Thực hành 1

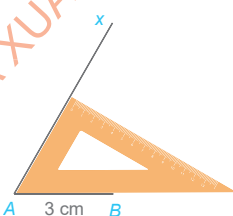
❶ Vẽ tam giác đều ABC cạnh 3 cm theo hướng dẫn sau:

Bước 1. Vẽ đoạn thẳng $AB = 3$ cm.

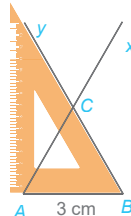
Bước 2. Dùng ê ke có góc 60° vẽ góc Bx bằng 60° .



❶



❷



❸

Liệu có cách nào khác để vẽ hình tam giác đều không nhỉ?



Bước 3. Vẽ góc ABy bằng 60° . Ta thấy Ax và By cắt nhau tại C , ta được tam giác đều ABC .

- ❷ Em hãy kiểm tra lại hình vừa vẽ, xem các cạnh của tam giác ABC có bằng nhau không? Các góc có bằng nhau không?

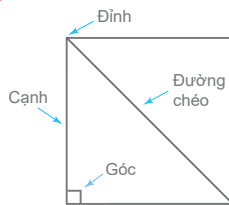
2. HÌNH VUÔNG



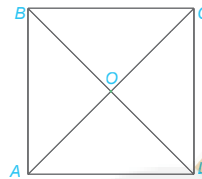
Một số yếu tố cơ bản của hình vuông

HD3 Em hãy tìm một số hình ảnh của hình vuông trong thực tế.

HD4 Quan sát Hình 4.3a.



Hình 4.3a



Hình 4.3b

1. Nêu tên các đỉnh, cạnh, đường chéo của hình vuông $ABCD$ (H.4.3b).
2. Dùng thước thẳng đo và so sánh độ dài các cạnh của hình vuông; hai đường chéo của hình vuông.
3. Dùng thước đo góc để đo và so sánh các góc của hình vuông.

Nhận xét

Trong hình vuông:

- Bốn cạnh bằng nhau.
- Bốn góc bằng nhau và bằng 90° .
- Hai đường chéo bằng nhau.

Thực hành 2

1. Vẽ hình vuông $ABCD$ có cạnh 4 cm theo hướng dẫn sau:

Bước 1. Vẽ đoạn thẳng $AB = 4$ cm.

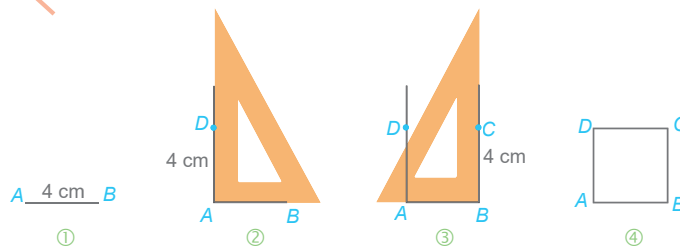
Bước 2. Vẽ đường thẳng vuông góc với AB tại A . Xác định điểm D trên đường thẳng đó sao cho $AD = 4$ cm.

Bước 3. Vẽ đường thẳng vuông góc với AB tại B . Xác định điểm C trên đường thẳng đó sao cho $BC = 4$ cm.

Bước 4. Nối C với D ta được hình vuông $ABCD$.



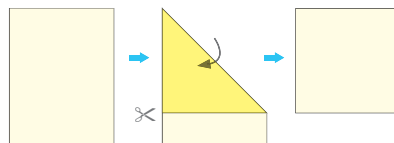
Kim tự tháp Kheops (đọc là Kê-ốp) ở Ai Cập được xây dựng bằng đá và có dạng hình chóp có đáy là hình vuông, bốn mặt bên là hình tam giác đều. Kim tự tháp Kheops là kim tự tháp lớn nhất thế giới.



② Em hãy kiểm tra lại hình vừa vẽ, xem các cạnh có bằng nhau không? Các góc có bằng nhau không?

③ a) Hãy gấp và cắt một hình vuông từ tờ giấy hình chữ nhật như hình bên.

b) Cắt hình vuông đó theo hai đường chéo thành bốn phần rồi ghép thành hai hình vuông.



3. HÌNH LỤC GIÁC ĐỀU



Một số yếu tố cơ bản của hình lục giác đều

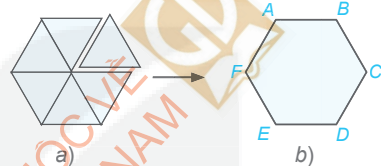
HD5

① Cắt sáu hình tam giác đều giống nhau và ghép lại như Hình 4.4a để được hình lục giác đều như Hình 4.4b.

② Kể tên các đỉnh, cạnh, góc của hình lục giác đều $ABCDEF$.

③ Các cạnh của hình này có bằng nhau không?

④ Các góc của hình này có bằng nhau không và bằng bao nhiêu độ?



Hình 4.4

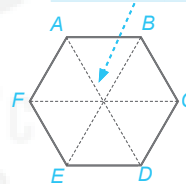
HD6

Hãy quan sát Hình 4.5.

① Hãy kể tên các đường chéo chính của hình lục giác đều $ABCDEF$.

② Hãy so sánh độ dài các đường chéo chính với nhau.

Đường chéo chính



Hình 4.5

Nhận xét

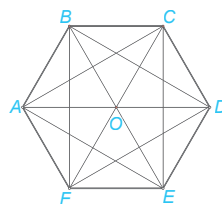
Hình lục giác đều có:

- Sáu cạnh bằng nhau.
- Sáu góc bằng nhau, mỗi góc bằng 120° .
- Ba đường chéo chính bằng nhau.

Luyện tập

Cho hình lục giác đều như Hình 4.6.

Ta đã biết, 6 hình tam giác đều ghép lại thành hình lục giác đều, đó là những tam giác đều nào? Ngoài 6 tam giác đều đó, trong hình em còn thấy những tam giác đều nào khác?



Hình 4.6

AC, BD, CE, DF, EA, FB còn gọi là đường chéo phụ của hình lục giác đều $ABCDEF$.



Vận dụng

Hãy tìm một số hình ảnh có dạng hình lục giác đều trong thực tế.



Nhìn bề mặt tổ ong ta thấy các hình lục giác đều xếp liền kề nhau. Cấu trúc này tiết kiệm nguyên liệu và tận dụng được không gian. Ngày nay con người đang ứng dụng rộng rãi cấu trúc này trong các lĩnh vực như kiến trúc, hàng không,...



Qua tìm hiểu về hình tam giác đều, hình vuông, hình lục giác đều, em có nhận xét gì về đặc điểm chung (cạnh, góc) của các hình nói trên?



Thử thách nhỏ

Mặt trên của một cái bánh có dạng hình lục giác đều (như hình bên). Em hãy cắt bánh để chia đều cho:

- a) 6 bạn; b) 12 bạn; c) 4 bạn.



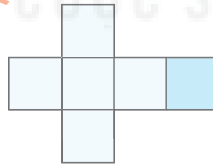
BÀI TẬP

4.1. Hãy kể tên một số vật dụng, họa tiết, công trình kiến trúc,... có hình ảnh của hình tam giác đều, hình vuông, hình lục giác đều.

4.2. Vẽ hình tam giác đều có cạnh bằng 2 cm.

4.3. Vẽ hình vuông có cạnh bằng 5 cm.

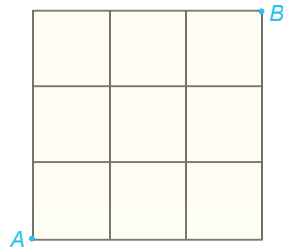
4.4. Cắt và ghép để được một cái hộp có nắp theo hình gợi ý dưới đây:



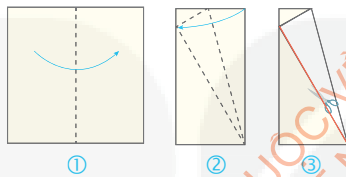
4.5. Có nhiều cách để trang trí một hình vuông, chẳng hạn như hình dưới. Em hãy vẽ một hình vuông trên tờ giấy A4 và trang trí theo cách của mình.



4.6. Quan sát hình dưới và chỉ ra ít nhất hai cách, để một con kiến bò từ A đến B theo đường chéo của các hình vuông nhỏ?



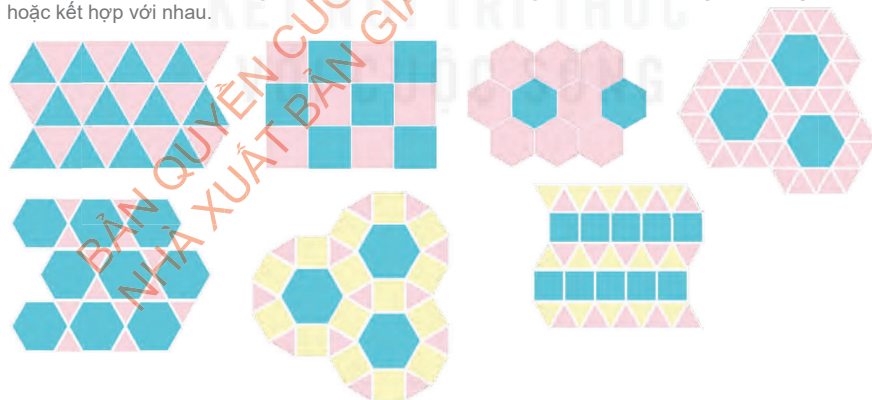
4.7. Gấp và cắt hình tam giác đều từ một tờ giấy hình vuông theo hướng dẫn sau:



4.8. Người ta muốn đặt một trạm biến áp để đưa điện về sáu ngôi nhà. Phải đặt trạm biến áp ở đâu để khoảng cách từ trạm biến áp đến sáu ngôi nhà bằng nhau, biết rằng sáu ngôi nhà ở vị trí sáu đỉnh của hình lục giác đều?

EM CÓ BIẾT?

Một số cách lát kín nền phẳng bằng các viên gạch hình tam giác đều, hình vuông, hình lục giác đều hoặc kết hợp với nhau.



BÀI 19

HÌNH CHỮ NHẬT. HÌNH THOI. HÌNH BÌNH HÀNH. HÌNH THANG CÂN

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Hình chữ nhật
Hình thoi
Hình bình hành
Hình thang cân
Cạnh đối, cạnh bên, góc đối

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG

- Mô tả một số yếu tố cơ bản (cạnh, đỉnh, góc) của hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành, hình thang cân.
- Vẽ hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành bằng các dụng cụ học tập.

Hình chữ nhật, hình bình hành, hình thoi, hình thang cân là các hình mà chúng ta thường gặp trong đời sống thực tế và đã được làm quen ở Tiểu học. Bài này sẽ giúp chúng ta tìm hiểu thêm về các hình như thế, từ đó chúng ta có thể vẽ, cắt, ghép các hình để làm một số đồ dùng hoặc trang trí nơi học tập của mình.

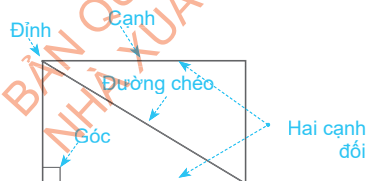
1. HÌNH CHỮ NHẬT

Một số yếu tố cơ bản của hình chữ nhật

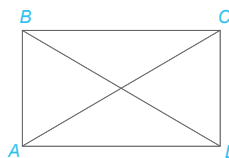
HD1 Em hãy tìm một số hình ảnh của hình chữ nhật trong thực tế.



HD2 Quan sát hình chữ nhật ở Hình 4.8a.



Hình 4.8a



Hình 4.8b

- Nêu tên đỉnh, cạnh, đường chéo, hai cạnh đối của hình chữ nhật $ABCD$ (H.4.8b).
- Dùng thước đo góc để đo và so sánh các góc của hình chữ nhật $ABCD$.
- Dùng thước thẳng hoặc compa để so sánh hai cạnh đối, hai đường chéo của hình chữ nhật $ABCD$.

Nhận xét

Trong hình chữ nhật:

- Bốn góc bằng nhau và bằng 90° .
- Các cạnh đối bằng nhau.
- Hai đường chéo bằng nhau.

Thực hành 1

- ❶ Vẽ hình chữ nhật $ABCD$ có một cạnh bằng 5 cm, một cạnh bằng 3 cm theo hướng dẫn sau:

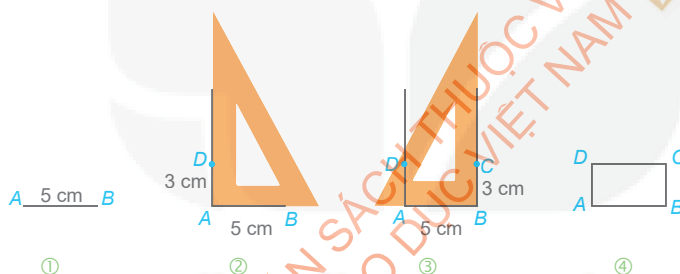
Bước 1. Vẽ đoạn thẳng $AB = 5$ cm.

Bước 2. Vẽ đường thẳng vuông góc với AB tại A . Trên đường thẳng đó lấy điểm D sao cho $AD = 3$ cm.

Bước 3. Vẽ đường thẳng vuông góc với AB tại B . Trên đường thẳng đó lấy điểm C sao cho $BC = 3$ cm.

Bước 4. Nối D với C ta được hình chữ nhật $ABCD$.

Liệu có cách nào khác để vẽ hình chữ nhật không nhỉ?



- ❷ Em hãy kiểm tra lại hình vừa vẽ xem các cạnh đối có bằng nhau không? Các góc có bằng nhau không?

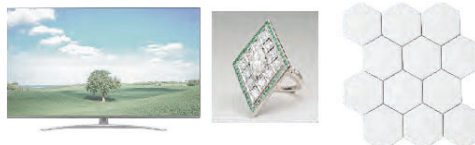
2. HÌNH THOI



Một số yếu tố cơ bản của hình thoi

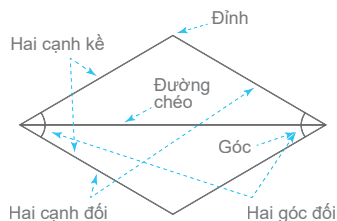
HĐ3

- ❶ Trong các đồ vật có ở Hình 4.9, đồ vật nào có dạng hình thoi?
- ❷ Em hãy tìm thêm một số hình ảnh khác của hình thoi trong thực tế.

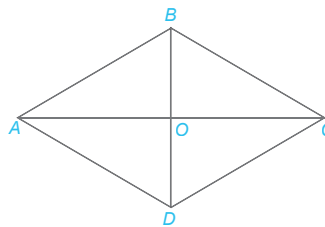


Hình 4.9

HĐ4 Quan sát hình thoi ở Hình 4.10a.



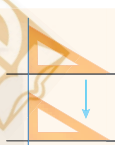
Hình 4.10a



Hình 4.10b

- 1 Dùng thước thẳng hoặc compa so sánh các cạnh của hình thoi (H.4.10b).
- 2 Kiểm tra xem hai đường chéo của hình thoi có vuông góc với nhau không?
- 3 Các cạnh đối của hình thoi có song song với nhau không?
- 4 Các góc đối của hình thoi $ABCD$ có bằng nhau không?

Có thể kiểm tra xem hai đường thẳng có song song với nhau hay không như hình bên.



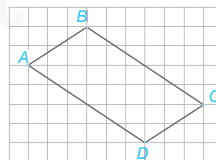
Nhận xét

Trong một hình thoi:

- Bốn cạnh bằng nhau.
- Hai đường chéo vuông góc với nhau.
- Các cạnh đối song song với nhau.
- Các góc đối bằng nhau.



Quan sát hình vẽ bên. Hãy tìm điểm E trên đoạn thẳng BC , điểm F trên đoạn thẳng AD để tứ giác $ABEF$ là hình thoi.



Thực hành 2

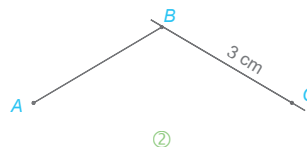
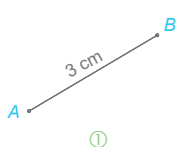
- 1 Vẽ hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng 3 cm theo hướng dẫn sau:

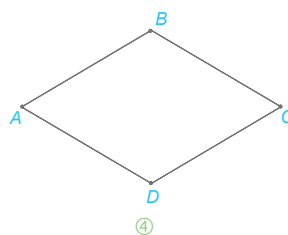
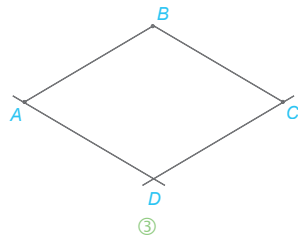
Bước 1. Vẽ đoạn thẳng $AB = 3$ cm.

Bước 2. Vẽ đường thẳng đi qua B . Lấy điểm C trên đường thẳng đó sao cho $BC = 3$ cm.

Bước 3. Vẽ đường thẳng đi qua C và song song với cạnh AB . Vẽ đường thẳng đi qua A và song song với cạnh BC .

Bước 4. Hai đường thẳng này cắt nhau tại D , ta được hình thoi $ABCD$.





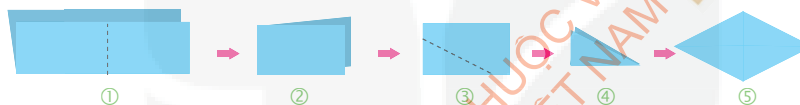
② Em hãy kiểm tra lại hình vừa vẽ xem các cạnh có bằng nhau không?

③ Gấp, cắt hình thoi từ tờ giấy hình chữ nhật theo hướng dẫn sau:

Bước 1. Gấp đôi tờ giấy, sau đó lại gấp đôi một lần nữa sao cho xuất hiện một góc vuông với cạnh là các nếp gấp.

Bước 2. Vẽ một đoạn thẳng nối hai điểm tùy ý trên hai cạnh của góc vuông.

Bước 3. Dùng kéo cắt theo đoạn thẳng vừa vẽ rồi mở ra, ta được một hình thoi.



Vận dụng

Em hãy vẽ đường trang trí theo mẫu dưới đây rồi tô màu tùy ý.



3. HÌNH BÌNH HÀNH



Một số yếu tố cơ bản của hình bình hành

HĐ5

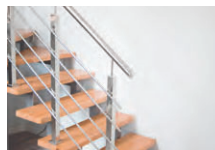
① Hình bình hành có trong hình ảnh nào dưới đây (H.4.11)?



a)



b)

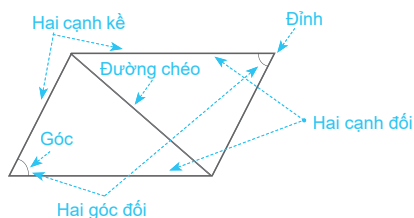


c)

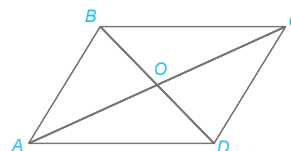
Hình 4.11

② Em hãy tìm thêm một số hình ảnh khác của hình bình hành trong thực tế.

HD6 Quan sát hình bình hành ở Hình 4.12a.



Hình 4.12a



Hình 4.12b

- ① Đo và so sánh độ dài các cạnh đối của hình bình hành $ABCD$ (H.4.12b).
- ② Đo và so sánh OA với OC , OB với OD .
- ③ Các cạnh đối của hình bình hành $ABCD$ có song song với nhau không?
- ④ Các góc đối của hình bình hành $ABCD$ có bằng nhau không?

Nhận xét

Trong hình bình hành:

- Các cạnh đối bằng nhau.
- Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.
- Các cạnh đối song song với nhau.
- Các góc đối bằng nhau.

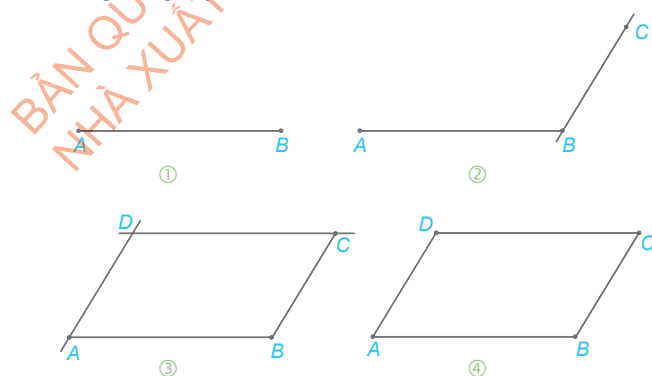
Thực hành 3

Vẽ hình bình hành $ABCD$ có $AB = 5$ cm; $BC = 3$ cm theo hướng dẫn sau:

Bước 1. Vẽ đoạn thẳng $AB = 5$ cm.

Bước 2. Vẽ đường thẳng đi qua B . Trên đường thẳng đó lấy điểm C sao cho $BC = 3$ cm.

Bước 3. Vẽ đường thẳng đi qua A và song song với BC , đường thẳng qua C và song song với AB . Hai đường thẳng này cắt nhau tại D , ta được hình bình hành $ABCD$.



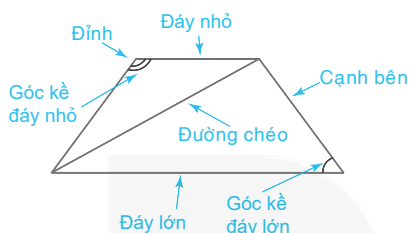
4. HÌNH THANG CÂN



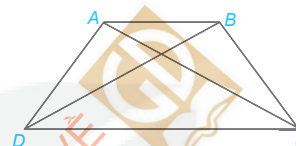
Một số yếu tố cơ bản của hình thang cân

HD7 Mặt bàn ở hình bên là hình ảnh của một hình thang cân. Em hãy tìm thêm một số hình ảnh khác của hình thang cân trong thực tế.

HD8 Quan sát hình thang cân ở Hình 4.13a.



Hình 4.13a



Hình 4.13b

- Gọi tên các đỉnh, đáy lớn, đáy nhỏ, đường chéo, cạnh bên của hình thang cân $ABCD$ (H.4.13b).
- Sử dụng thước thẳng hoặc compa để so sánh hai cạnh bên, hai đường chéo của hình thang cân $ABCD$.
- Hai đáy của hình thang cân $ABCD$ có song song với nhau không?
- Hai góc kề một đáy của hình thang cân $ABCD$ có bằng nhau không?

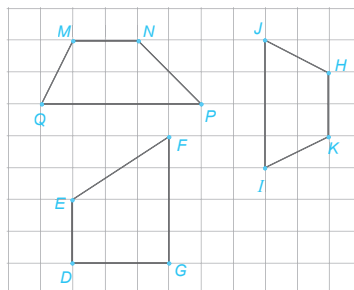
Nhận xét

Trong hình thang cân:

- Hai cạnh bên bằng nhau.
- Hai đường chéo bằng nhau.
- Hai cạnh đáy song song với nhau.
- Hai góc kề một đáy bằng nhau.

Luyện tập

Hình nào trong các hình đã cho là hình thang cân? Hãy cho biết tên hình thang cân đó.



Các thanh ngang tạo với hai trụ bên thành các hình thang cân để cái thang có thể cân đối và vững chắc khi sử dụng.

Thực hành 4

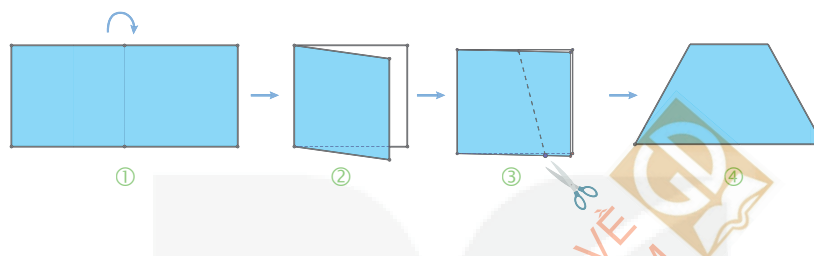
Gấp, cắt hình thang cân từ tờ giấy hình chữ nhật.

Bước 1. Gấp đôi tờ giấy.

Bước 2. Vẽ một đoạn thẳng nối hai điểm tùy ý trên hai cạnh đối diện (cạnh không chứa nếp gấp).

Bước 3. Cắt theo đường vừa vẽ.

Bước 4. Mở tờ giấy ra ta được một hình thang cân.



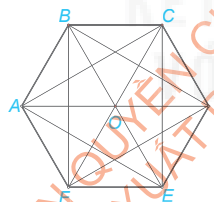
BÀI TẬP

4.9. Vẽ hình chữ nhật có một cạnh dài 6 cm, một cạnh dài 4 cm.

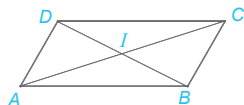
4.10. Vẽ hình thoi có cạnh 4 cm.

4.11. Vẽ hình bình hành có độ dài một cạnh bằng 6 cm, một cạnh bằng 3 cm.

4.12. Hãy kể tên các hình thang cân, hình chữ nhật có trong hình lục giác đều sau:

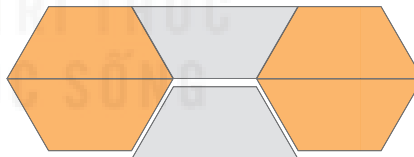


4.13. Cho hình bình hành $ABCD$, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại điểm I . Sử dụng compa hoặc thước thẳng kiểm tra xem điểm I có là trung điểm của hai đường chéo AC và BD không?



4.14. Vẽ và cắt từ giấy một hình thoi tùy ý. Sau đó cắt hình thoi theo hai đường chéo của nó để được bốn mảnh. Ghép lại bốn mảnh đó để được một hình chữ nhật.

4.15. “Bàn làm việc đa năng”: Hãy cắt 6 hình thang cân giống nhau rồi ghép thành hình mặt chiếc bàn làm việc như hình dưới đây:



BÀI 20

CHU VI VÀ DIỆN TÍCH CỦA MỘT SỐ TỨ GIÁC ĐÃ HỌC

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính chu vi, tính diện tích của hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành, hình thang.

Trong nông nghiệp, xây dựng, người ta có thể cần sử dụng kiến thức về chu vi, diện tích các hình chữ nhật, hình vuông, hình thoi, hình thang cân để tính toán vật liệu trong các công việc như căng lưới che nắng cho rau, làm hàng rào bao quanh khu vườn,... hay lát nền nhà, sơn tường, tạo khung thép,... Bài này sẽ giúp em tìm hiểu cách vận dụng công thức tính chu vi, diện tích của một số tứ giác đã học và ứng dụng vào thực tế.



1. CHU VI, DIỆN TÍCH CỦA HÌNH VUÔNG, HÌNH CHỮ NHẬT, HÌNH THANG

Ở Tiểu học các em đã học và biết sử dụng các công thức tính chu vi, diện tích của một số hình sau:



Hình vuông

$$C = 4a$$

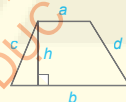
$$S = a^2$$



Hình chữ nhật

$$C = 2(a + b)$$

$$S = ab$$



Hình thang

$$C = a + b + c + d$$

$$S = \frac{1}{2}(a + b)h$$

(Kí hiệu C là chu vi, S là diện tích của hình)

Ví dụ 1

Một siêu thị cần treo đèn trang trí xung quanh mép một tấm biển quảng cáo hình chữ nhật có chiều rộng 5 m, chiều dài 10 m. Chi phí cho mỗi mét dài của đèn là 40 000 đồng. Hỏi siêu thị đó phải chi bao nhiêu tiền để mua đèn?

Giải. Chu vi của biển quảng cáo hình chữ nhật là:

$$2 \cdot (5 + 10) = 2 \cdot 15 = 30 \text{ (m)}.$$

Vậy siêu thị cần chi số tiền mua đèn là:

$$40\,000 \cdot 30 = 1\,200\,000 \text{ (đồng)}.$$



Ví dụ 2

Bác Khôi muốn lát nền cho một căn phòng hình chữ nhật có chiều dài 8 m, chiều rộng 6 m. Loại gạch lát nền được sử dụng là gạch hình vuông có cạnh dài 40 cm. Hỏi bác Khôi phải sử dụng bao nhiêu viên gạch (coi mạch vữa không đáng kể)?



Giải

Diện tích nền của căn phòng hình chữ nhật là: $8 \cdot 6 = 48 \text{ (m}^2\text{)}$.

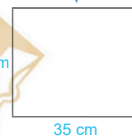
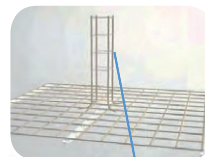
Diện tích của một viên gạch hình vuông cạnh 40 cm là:

$$40^2 = 1\,600 \text{ (cm}^2\text{)} = 0,16 \text{ (m}^2\text{)}.$$

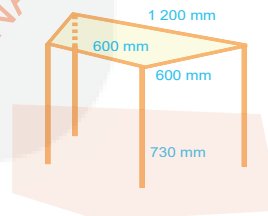
Số viên gạch bác Khôi cần dùng là: $48 : 0,16 = 300 \text{ (viên)}$.

Luyện tập 1

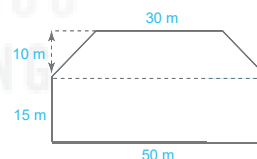
❶ Một người thợ phải làm các khung thép hình chữ nhật có chiều dài 35 cm, chiều rộng 30 cm để làm đai cho cột bê tông cốt thép. Nếu dùng 260 m dây thép thì người đó sẽ làm được bao nhiêu khung thép như vậy?



❷ Một chiếc bàn khung thép được thiết kế như hình bên. Mặt bàn là hình thang cân có hai đáy lần lượt là 1 200 mm, 600 mm và cạnh bên 600 mm. Chiều cao bàn là 730 mm. Hỏi làm một chiếc khung bàn nói trên cần bao nhiêu mét thép (coi mối hàn không đáng kể)?



❸ Một thửa ruộng có dạng như hình bên. Nếu trên mỗi mét vuông thu hoạch được 0,8 kg thóc thì thửa ruộng đó thu hoạch được bao nhiêu kilôgam thóc?

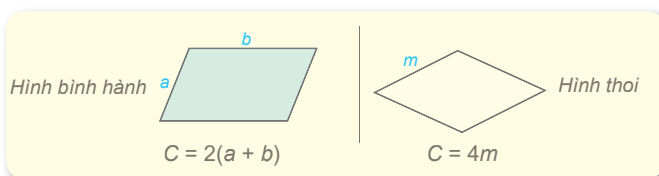


Thử thách nhỏ

Một chiếc móc treo quần áo có dạng hình thang cân (hình bên) được làm từ đoạn dây nhôm dài 60 cm. Phần hình thang cân có đáy nhỏ 15 cm, đáy lớn 25 cm, cạnh bên 7 cm. Hỏi phần còn lại làm móc treo có độ dài bao nhiêu (bỏ qua mối nối)?



2. CHU VI, DIỆN TÍCH CỦA HÌNH BÌNH HÀNH, HÌNH THOI



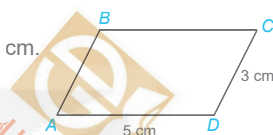
(Kí hiệu C là chu vi của hình)

Ví dụ 3

Tính chu vi của hình bình hành có độ dài hai cạnh là 3 cm và 5 cm.

Giải

Chu vi của hình bình hành là: $2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 8 = 16$ (cm).



Ví dụ 4

Một người làm khung thép cho ô thoáng khí cửa ra vào có kích thước và hình dạng như hình sau. Khung thép bên ngoài là hình chữ nhật có chiều dài 160 cm, chiều rộng 60 cm, phía trong là hai hình thoi cạnh 50 cm. Hỏi để làm khung thép như vậy cho bốn cửa ra vào thì hết bao nhiêu mét thép? (Coi như các mối hàn không đáng kể).

Giải

Chu vi của hình chữ nhật là:

$$2 \cdot (60 + 160) = 440 \text{ (cm)}.$$

Chu vi một hình thoi là: $4 \cdot 50 = 200$ (cm).

Độ dài thép để làm một ô thoáng là:

$$440 + 2 \cdot 200 = 840 \text{ (cm)} = 8,4 \text{ (m)}.$$

Độ dài thép để làm bốn ô thoáng là:

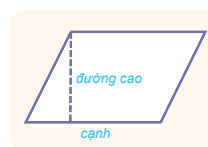
$$4 \cdot 8,4 = 33,6 \text{ (m)}.$$



Diện tích hình bình hành

HĐ1

Vẽ hình bình hành trên giấy kẻ ô vuông rồi cắt, ghép thành hình chữ nhật.

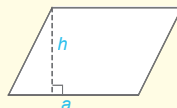


HD2 Từ HD1, hãy so sánh độ dài cạnh, chiều cao tương ứng của hình bình hành với chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật. Từ đó, so sánh diện tích của hình bình hành với diện tích hình chữ nhật.

Diện tích hình bình hành

$$S = ah$$

a là cạnh, h là chiều cao tương ứng.



(Kí hiệu S là diện tích của hình)

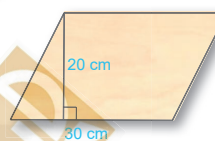
Ví dụ 5

Một mảnh gỗ có dạng hình bình hành như hình bên. Tính diện tích mảnh gỗ.

Giải

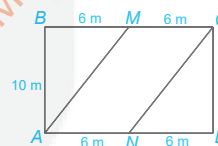
Mảnh gỗ là hình bình hành có chiều cao 20 cm và độ dài cạnh tương ứng 30 cm nên có diện tích là

$$S = 20 \cdot 30 = 600 \text{ (cm}^2\text{)}.$$



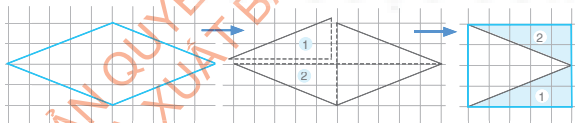
Luyện tập 2

Trên một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 12 m, chiều rộng 10 m, người ta phân chia khu vực để trồng hoa, trồng cỏ như hình bên. Hoa sẽ được trồng ở trong khu vực hình bình hành $AMCN$, cỏ sẽ trồng ở phần đất còn lại. Tiền công để trả cho mỗi mét vuông trồng hoa là 50 000 đồng, trồng cỏ là 40 000 đồng. Tính số tiền công cần chi trả để trồng hoa và cỏ.



Diện tích hình thoi

HD3 Vẽ hình thoi trên giấy kẻ ô vuông và cắt, ghép thành hình chữ nhật.

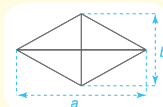


HD4 Từ HD3, hãy so sánh các đường chéo của hình thoi với chiều rộng và chiều dài của hình chữ nhật. Từ đó so sánh diện tích hình thoi ban đầu với diện tích hình chữ nhật.

Diện tích hình thoi

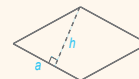
$$S = \frac{1}{2}ab$$

a, b là độ dài hai đường chéo.



(Kí hiệu S là diện tích của hình)

Ta có thể tính diện tích hình thoi theo công thức tính diện tích hình bình hành $S = ah$.



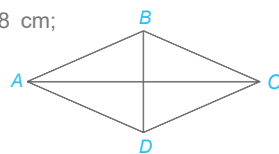
Ví dụ 6

Tính diện tích hình thoi $ABCD$ có hai đường chéo $AC = 8$ cm;
 $BD = 6$ cm.

Giải

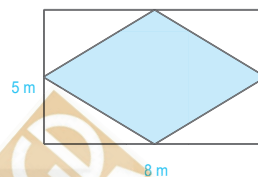
Diện tích hình thoi $ABCD$ là:

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}.$$



Luyện tập 3

Trong mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 8 m, chiều rộng 5 m, người ta trồng hoa hồng trong một mảnh đất hình thoi như hình bên. Nếu mỗi mét vuông trồng 4 cây hoa thì cần bao nhiêu cây hoa để trồng trên mảnh đất hình thoi đó?

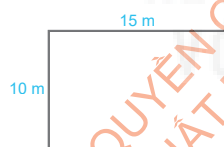


BÀI TẬP

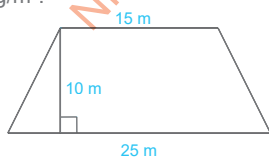
4.16. Tính chu vi và diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ cm, $BC = 6$ cm.

4.17. Hình thoi $MNPQ$ có cạnh $MN = 6$ cm. Tính chu vi hình thoi $MNPQ$.

4.18. Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài 15 m, chiều rộng 10 m như hình dưới, cổng vào có độ rộng bằng $\frac{1}{3}$ chiều dài, phần còn lại là hàng rào. Hỏi hàng rào của khu vườn dài bao nhiêu mét?



4.19. Một mảnh ruộng hình thang có kích thước như hình dưới. Biết năng suất lúa là $0,8$ kg/m².

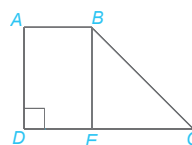


- a) Tính diện tích mảnh ruộng.
b) Hỏi mảnh ruộng cho sản lượng là bao nhiêu kilôgam thóc?

4.20. Mặt sàn của một ngôi nhà được thiết kế như hình dưới (đơn vị m). Hãy tính diện tích mặt sàn.



4.21. Tính diện tích mảnh đất hình thang $ABCD$ như hình dưới, biết $AB = 10$ m; $DC = 25$ m và hình chữ nhật $ABED$ có diện tích là 150 m².



4.22. Một gia đình dự định mua gạch men loại hình vuông cạnh 30 cm để lát nền của căn phòng hình chữ nhật có chiều rộng 3 m, chiều dài 9 m. Tính số viên gạch cần mua để lát căn phòng đó.

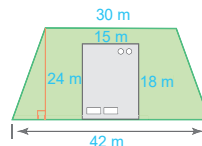
LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Một ngôi nhà có bãi cỏ bao quanh như hình bên.

a) Hãy tính diện tích của bãi cỏ.

b) Nếu một túi hạt giống cỏ gieo vừa đủ trên 33 m^2 đất, thì cần bao nhiêu túi hạt giống để gieo hết bãi cỏ?



Giải. Diện tích cả bãi cỏ và khu đất làm nhà là:

$$\frac{1}{2}(30 + 42) \cdot 24 = 864 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích khu đất làm nhà là: $15 \cdot 18 = 270 \text{ (m}^2\text{)}.$

Diện tích cả bãi cỏ là: $864 - 270 = 594 \text{ (m}^2\text{)}.$

Để gieo hết bãi cỏ thì cần số túi hạt giống là: $594 : 33 = 18 \text{ (túi)}.$

Ví dụ 2

Một nền nhà hình chữ nhật có chiều dài 20 m và chiều rộng bằng $\frac{1}{4}$ chiều dài. Người ta lát nền nhà bằng những viên gạch hình vuông cạnh 4 dm. Tổng số tiền mua gạch là 11 875 000 đồng thì vừa đủ để lát. Hỏi giá mỗi viên gạch lát nền là bao nhiêu?

Giải

Chiều rộng của nền nhà là: $\frac{1}{4} \cdot 20 = 5 \text{ (m)}.$

Diện tích nền nhà hình chữ nhật là:
 $20 \cdot 5 = 100 \text{ (m}^2\text{)}.$

Đổi 4 dm = 0,4 m.

Diện tích một viên gạch lát nền là:
 $0,4 \cdot 0,4 = 0,16 \text{ (m}^2\text{)}.$

Số viên gạch dùng để lát nền nhà là:
 $100 : 0,16 = 625 \text{ (viên)}.$

Giá mỗi viên gạch lát nền là:
 $11\,875\,000 : 625 = 19\,000 \text{ (đồng)}.$

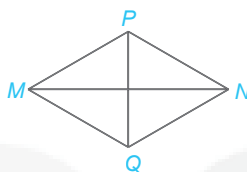


BÀI TẬP

4.23.

- a) Vẽ hình vuông có cạnh 5 cm.
- b) Vẽ hình chữ nhật có chiều dài 4 cm, chiều rộng 2 cm.
- c) Vẽ tam giác đều có cạnh 3 cm.

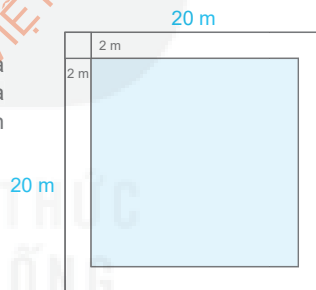
4.24. Cho hình thoi $MPNQ$ như hình dưới với $MN = 8$ cm; $PQ = 6$ cm.



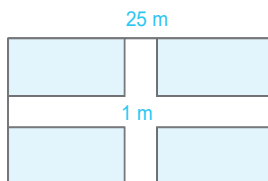
- a) Tính diện tích hình thoi $MPNQ$.
- b) Biết $MP = 5$ cm, tính chu vi của hình thoi $MPNQ$.

4.25. Một mảnh giấy hình chữ nhật có diện tích 96 cm^2 . Một cạnh có độ dài 12 cm. Tính chu vi của mảnh giấy đó.

4.26. Một mảnh vườn hình vuông cạnh 20 m. Người ta làm một lối đi xung quanh vườn rộng 2 m thuộc đất của vườn. Phần đất còn lại dùng để trồng trọt. Tính diện tích trồng trọt của mảnh vườn.

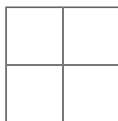


4.27. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 25 m. Chiều rộng bằng $\frac{3}{5}$ chiều dài. Người ta làm hai lối đi rộng 1 m như hình vẽ. Phần đất còn lại dùng để trồng cây. Tính diện tích đất dùng để trồng cây.



BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

4.28. Hãy đếm xem trong hình bên có bao nhiêu hình vuông, bao nhiêu hình chữ nhật.



4.29. Hãy đếm số hình tam giác đều, số hình thang cân và số hình thoi trong hình vẽ bên.



4.30. Vẽ hình theo các yêu cầu sau:

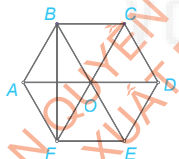
- Hình tam giác đều có cạnh bằng 5 cm.
- Hình vuông có cạnh bằng 6 cm.
- Hình chữ nhật có chiều dài 4 cm, chiều rộng 3 cm.

4.31. a) Vẽ hình bình hành có một cạnh dài 4 cm, một cạnh dài 3 cm.

b) Vẽ hình thoi có cạnh bằng 3 cm.

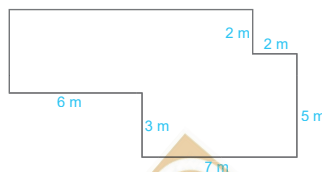
4.32. Tính chu vi và diện tích hình chữ nhật có chiều dài 6 cm, chiều rộng 5 cm.

4.33. Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ như hình sau, biết $OA = 6$ cm; $BF = 10,4$ cm.



- Tính diện tích hình thoi $ABOF$.
- Tính diện tích hình lục giác đều $ABCDEF$.

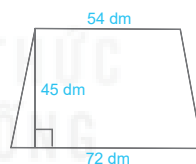
4.34. Một mảnh vườn có hình dạng như hình dưới đây. Tính diện tích mảnh vườn.



4.35. Một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Hãy cắt và ghép lại thành một hình vuông có diện tích tương đương.



4.36. Bà thiết kế một hiên nhà được biểu thị ở hình sau. Nếu chi phí làm mỗi 9 dm^2 hiên là 103 nghìn đồng thì chi phí của cả hiên nhà sẽ là bao nhiêu?



CHƯƠNG

V

HÌNH HỌC TRỰC QUAN

TÍNH ĐỐI XỨNG CỦA HÌNH PHẪNG TRONG TỰ NHIÊN

Em thấy hình ảnh Khuê Văn Các trên rất đẹp, đúng không? Một trong những điều làm nên vẻ đẹp đó là tính cân đối, hài hoà. Trong thiên nhiên, nghệ thuật và cuộc sống, ta cũng thường bắt gặp rất nhiều hình ảnh đẹp như vậy. Chúng được gọi là hình có tính đối xứng. Trong toán học, những hình quen thuộc như hình tròn, hình vuông, hình chữ nhật,... cũng đều có tính đối xứng. Chương này sẽ giúp các em tìm hiểu về tính chất thú vị đó của các hình.

BÀI
21

HÌNH CÓ TRỤC ĐỐI XỨNG

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Hình có trục đối xứng
Trục đối xứng

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Nhận biết hình có trục đối xứng.
- Nhận biết trục đối xứng của một hình trên giấy bằng cách gấp đôi tờ giấy.
- Gấp giấy để cắt chữ hoặc một số hình đơn giản.

Trong thiên nhiên và trong đời sống, chúng ta thường gặp rất nhiều hình ảnh đẹp.



Khuê Văn Các



Tháp Eiffel



Mặt hồ

Các hình ảnh trên đều có sự cân đối, hài hoà. Chúng ta cùng tìm hiểu điều gì đã đem lại sự cân đối, hài hoà đó.

1. HÌNH CÓ TRỤC ĐỐI XỨNG TRONG THỰC TẾ

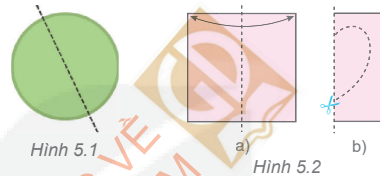


HĐ1 Quan sát hình con bướm ở hình bên.
Em thấy điều gì khi hai cánh của con bướm gấp lại?



HĐ2 Vẽ một đường tròn trên giấy rồi cắt theo nét vẽ ta được một hình tròn. Gấp đôi hình tròn đó theo một đường thẳng đi qua tâm (H.5.1).

Hãy nhận xét về hai nửa hình tròn sau khi gấp.

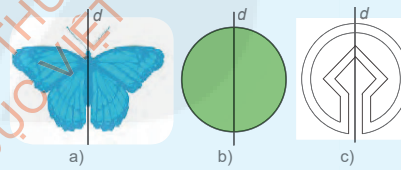


HĐ3 Gấp đôi một tờ giấy (H.5.2a), dùng kéo cắt một đường như Hình 5.2b rồi mở ra, ta được một hình. Hình đó có đặc điểm gì giống những hình trên?



Các hình bên (H.5.3) đều có chung tính chất: Có một đường thẳng d chia hình thành hai phần mà nếu “gấp” hình theo đường thẳng d thì hai phần đó “chồng khít” lên nhau.

Những hình như thế gọi là **hình có trục đối xứng** và đường thẳng d là **trục đối xứng** của nó.



Hình 5.3

Luyện tập

① Những chữ cái nào dưới đây có trục đối xứng? Hãy dự đoán trục đối xứng của chúng.

A B G H E F

② Những hình nào dưới đây có trục đối xứng?



a)

b)

c)

d)

Một số hình có trục đối xứng:



Trong kiến trúc



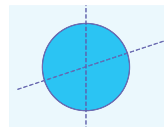
Trong thiết kế

③ Hãy tìm một ví dụ khác về hình có trục đối xứng.

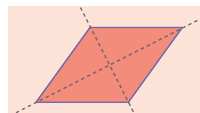
2. TRỤC ĐỐI XỨNG CỦA MỘT SỐ HÌNH PHẪNG



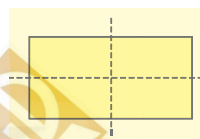
HĐ4 Dựa vào HĐ2, em hãy cho biết trục đối xứng của hình tròn là đường thẳng nào?



HĐ5 Cắt một hình thoi bằng giấy. Hãy tìm trục đối xứng của nó bằng cách gấp giấy. Trục đối xứng của nó là đường thẳng nào? Em tìm được mấy trục đối xứng?



HĐ6 Vẽ rồi cắt một hình chữ nhật bằng giấy. Hãy tìm trục đối xứng của nó bằng cách gấp giấy. Trục đối xứng của nó là đường thẳng nào? Em tìm được mấy trục đối xứng?



Nhận xét:

- Mỗi đường thẳng đi qua tâm là một trục đối xứng của hình tròn.
- Mỗi đường chéo là một trục đối xứng của hình thoi.
- Mỗi đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh đối diện là một trục đối xứng của hình chữ nhật.

Mỗi hình có thể có nhiều trục đối xứng.



Thực hành 1

1. Bằng cách gấp giấy, em hãy tìm một trục đối xứng của đoạn thẳng.
2. Làm tương tự như HĐ6 với hình tam giác đều, hình vuông, hình lục giác đều. Em hãy chỉ ra một trục đối xứng của mỗi hình trên.



Tranh luận 1

Này Vuông, tớ nghĩ cậu có hai trục đối xứng.



Tớ lại nghĩ tớ có vô số trục đối xứng cơ!



Hình Tròn là tớ đây mới có vô số trục đối xứng!



Các bạn ơi, giúp tớ với!



- Hình vuông có bao nhiêu trục đối xứng?
- Hình tròn có bao nhiêu trục đối xứng?

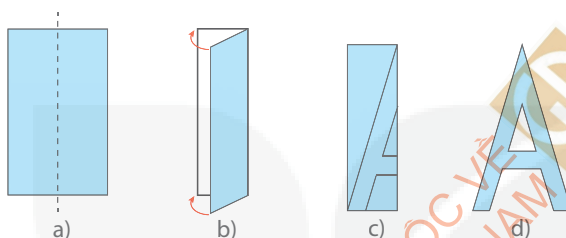




Ứng dụng tính đối xứng để cắt chữ bằng giấy

Để cắt một chữ cái có trục đối xứng, ta có thể gấp đôi tờ giấy theo trục đối xứng ấy để cắt. Khi đó ta chỉ phải cắt một nửa chữ cái và nhận được chữ cái khi mở giấy ra. Để làm mẫu, em hãy cắt chữ A theo hướng dẫn sau (H.5.4):

- 1 Chuẩn bị một mảnh giấy hình chữ nhật kích thước 3 cm × 5 cm. Gấp đôi mảnh giấy như Hình 5.4b.
- 2 Vẽ theo Hình 5.4c rồi cắt theo nét vẽ, sau đó mở ra ta được chữ A (H.5.4d).



Hình 5.4

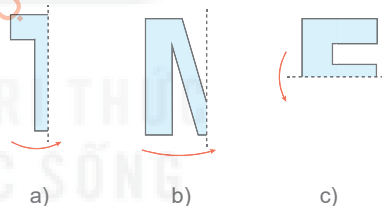
Thực hành 2

Bằng cách tương tự, hãy cắt chữ E, T.



Tranh luận 2

Tớ đang gấp giấy để cắt chữ. Hãy đoán xem tớ được chữ gì sau khi mở những mảnh giấy (H.5.5) ra nhé!



Hình 5.5



Thử thách nhỏ

Tính đối xứng là một yếu tố tạo nên sự cân đối, hài hoà của các hình. Tuy nhiên, không phải lúc nào ta cũng có thể gấp hình để biết hình có trục đối xứng hay không. Em hãy quan sát và vẽ phác trục đối xứng của hình Tháp Chàm và ngôi sao sáu cánh dưới đây (nếu có).

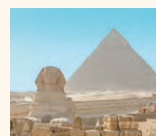


Tháp Chàm



Ngôi sao sáu cánh

Những công trình kiến trúc có tính đối xứng thì không những đẹp mà còn chắc chắn, bền vững.



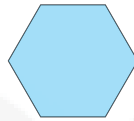
Kim tự tháp Kheops (Kê-ốp) và tượng nhân sư

BÀI TẬP

5.1. Hãy chỉ ra trục đối xứng của hình thang cân.



5.2. Hình lục giác đều có bao nhiêu trục đối xứng?



5.3. Trong các hình dưới đây, hình nào có trục đối xứng?



a)



b)

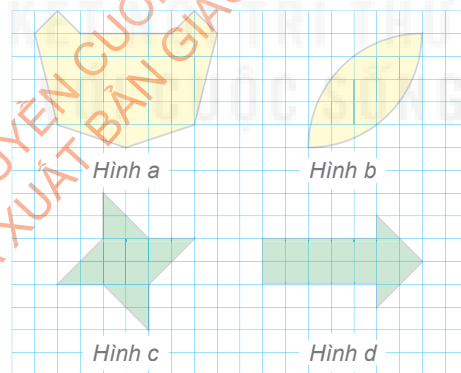


c)



d)

5.4. Quan sát những hình dưới đây và cho biết:



- a) Hình nào không có trục đối xứng?
- b) Hình nào chỉ có một trục đối xứng?
- c) Hình nào có hai trục đối xứng?

BÀI 22

HÌNH CÓ TÂM ĐỐI XỨNG

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Hình có tâm đối xứng
Tâm đối xứng

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG

- Nhận biết hình có tâm đối xứng.
- Nhận biết tâm đối xứng của một số hình đơn giản.
- Gấp giấy để cắt được một số hoa văn trang trí hoặc một số hình có tâm đối xứng đơn giản.

Quan sát những hình ảnh trong thiên nhiên và cuộc sống dưới đây.



Mặt trống đồng Đông Sơn



Giao lộ Jacksonville, bang Florida (Hoa Kỳ)



Cỏ bốn lá

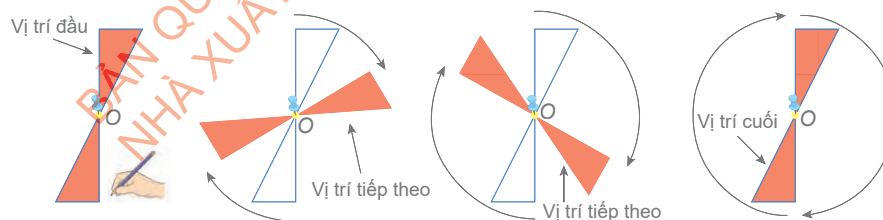
Những hình ảnh này, dù có hay không có trục đối xứng, ta vẫn cảm nhận được sự cân đối, hài hoà của chúng. Chúng ta sẽ cùng tìm hiểu xem điều gì đã mang lại sự cân đối, hài hoà đó.

1. HÌNH CÓ TÂM ĐỐI XỨNG TRONG THỰC TẾ



Quay nửa vòng quanh một điểm

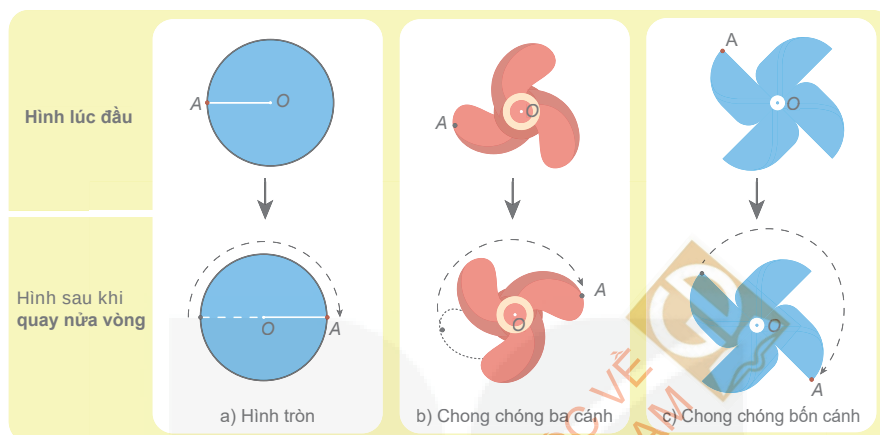
HĐ1 Đặt chiếc chong chóng màu đỏ có hai cánh trên mặt giấy. Dùng bút màu xanh tô theo viền của chong chóng để đánh dấu vị trí ban đầu của nó và ghim chong chóng tại điểm O (màu vàng). Quan sát chong chóng quay xung quanh điểm O như dưới đây (H.5.6).



Hình 5.6

Sau khi quay đúng một nửa vòng, chong chóng lại khớp với viền màu xanh đã đánh dấu. Ta nói chong chóng này sau khi quay nửa vòng “chồng khít” với chính nó ở vị trí trước khi quay (H.5.6).

HD2 Tương tự như vậy, ta quan sát hình tròn (H.5.7a), hình chong chóng ba cánh (H.5.7b) và hình chong chóng bốn cánh (H.5.7c) lúc đầu và sau khi quay nửa vòng quanh điểm O như dưới đây.



Hình 5.7

Trong ba hình trên, sau khi quay nửa vòng quanh điểm O, hình nào “chồng khít” với chính nó ở vị trí trước khi quay?



- Hình tròn, chong chóng hai cánh, chong chóng bốn cánh như nói ở trên đều có chung đặc điểm: Mỗi hình có một điểm O, mà khi quay hình đó xung quanh điểm O đúng một nửa vòng thì hình thu được “chồng khít” với chính nó ở vị trí ban đầu (trước khi quay).
- Những hình như thế được gọi là **hình có tâm đối xứng** và điểm O được gọi là **tâm đối xứng** của hình.

Luyện tập 1

- Đoạn thẳng là một hình có tâm đối xứng. Tâm đối xứng của nó là điểm nào?
- Những chữ cái nào dưới đây có tâm đối xứng? Hãy dự đoán tâm đối xứng của chúng, rồi kiểm tra điều đó bằng cách quay hình nửa vòng.

H K M N X

- Những hình nào dưới đây có tâm đối xứng?



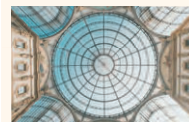
a)

b)

c)

d)

Một số hình có tâm đối xứng:



Trong kiến trúc



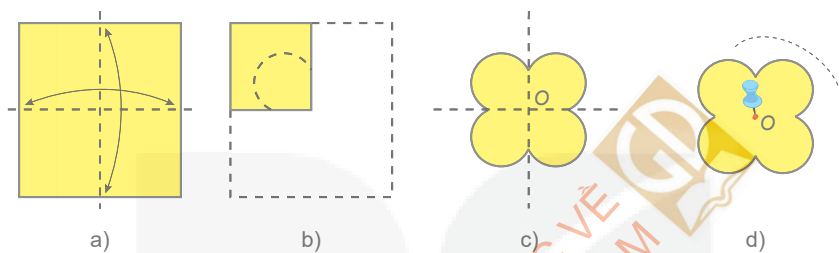
Trong hội họa

Thực hành 1

Gấp đôi tờ giấy hai lần theo Hình 5.8a. Cắt tờ giấy vừa gấp theo một đường như Hình 5.8b. Mở phần cắt được ra ta có một hình bông hoa bốn cánh (H.5.8c).

Gọi giao điểm của hai nếp gấp là O . Cố định điểm O bằng đinh ghim để có thể quay hình đó quanh O .

Bằng cách quay hình nửa vòng quanh O , em hãy kiểm tra xem điểm O có phải là tâm đối xứng của hình không.



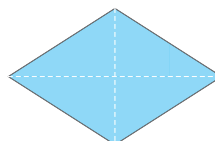
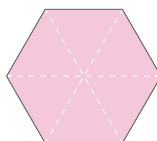
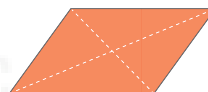
Hình 5.8

2. TÂM ĐỐI XỨNG CỦA MỘT SỐ HÌNH PHẪNG



HD3 Cắt một hình bình hành bằng giấy. Bằng cách quay hình bình hành một nửa vòng quanh giao điểm của hai đường chéo, hãy cho biết giao điểm này có là tâm đối xứng của hình bình hành không.

HD4 Bằng cách làm tương tự HD3, em hãy chỉ ra tâm đối xứng của mỗi hình dưới đây (nếu có).

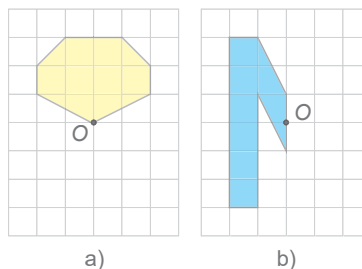


Nhận xét:

- Tâm đối xứng của hình bình hành, hình thoi, hình vuông, hình chữ nhật là giao điểm của hai đường chéo.
- Tâm đối xứng của hình lục giác đều là giao điểm của các đường chéo chính.

Luyện tập 2

Vẽ lại các hình bên vào giấy kẻ ô vuông rồi vẽ thêm để được một hình nhận điểm O là tâm đối xứng.

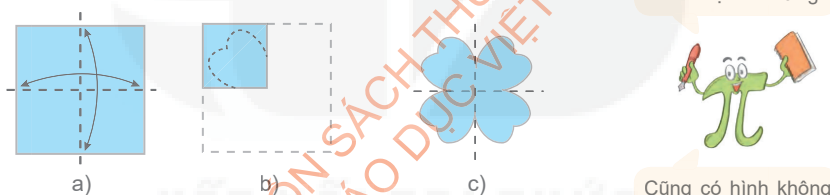


Thực hành 2

Ứng dụng tính đối xứng trong nghệ thuật cắt giấy

Cắt hình cò bốn lá theo hướng dẫn sau:

- Chuẩn bị một mảnh giấy hình vuông kích thước $4\text{ cm} \times 4\text{ cm}$. Gấp đôi mảnh giấy hai lần sao cho các cạnh đối diện của nó trùng lên nhau (H.5.9a).
- Vẽ theo Hình 5.9b rồi cắt theo nét vẽ, sau đó mở ra ta được hình cò bốn lá (H.5.9c).



Hình 5.9

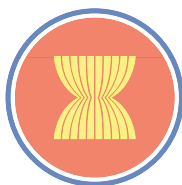


Thử thách nhỏ

Em hãy dự đoán tâm đối xứng của các hình sau:



Ngôi sao sáu cánh



Biểu tượng của Hiệp hội các quốc gia Đông Nam Á (ASEAN)



Hình ảnh "Bông tuyết"

Có những hình có tâm đối xứng và có nhiều trục đối xứng.



Cũng có hình không có tâm đối xứng như hình tam giác đều,...

BÀI TẬP

5.5. Trong các hình dưới đây, hình nào có tâm đối xứng?



a)



b)

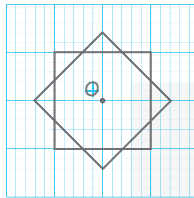


c)

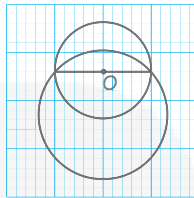


d)

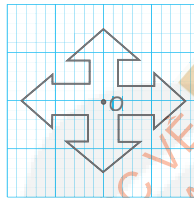
5.6. Trong mỗi hình dưới đây, điểm O có phải là tâm đối xứng không?



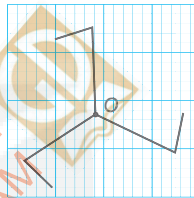
a)



b)

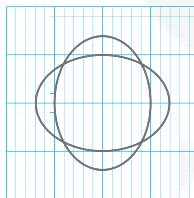


c)

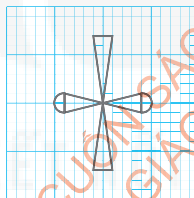


d)

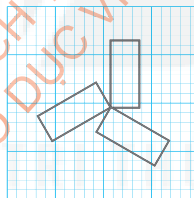
5.7. Hình nào dưới đây có tâm đối xứng? Em hãy xác định tâm đối xứng (nếu có) của chúng.



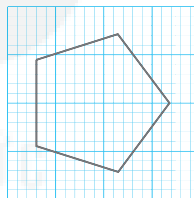
a)



b)

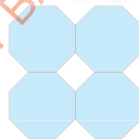


c)



d)

5.8. Em hãy trình bày các bước gấp và cắt giấy như trong Thực hành 2 (cắt hình cỏ bốn lá) ở mục 2 để gấp và cắt hình bên.



5.10. An gấp những mảnh giấy kích thước 3 cm × 5 cm lần lượt theo chiều ngang và chiều dọc rồi cắt như những hình sau. Theo em, khi mở những mảnh giấy này, An sẽ nhận được chữ gì?

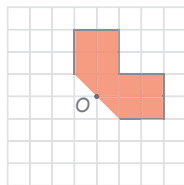


a)

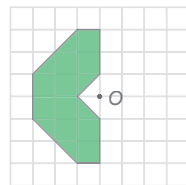


b)

5.9. Vẽ lại các hình sau vào giấy kẻ ô vuông rồi vẽ thêm để được một hình nhận điểm O là tâm đối xứng.



a)

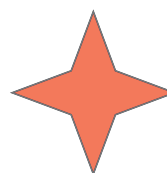


b)

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ

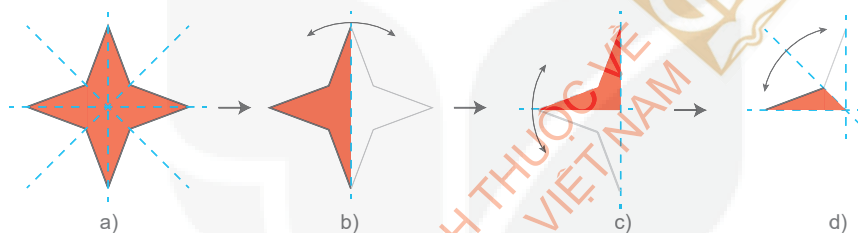
Tìm cách gấp giấy và cắt hình ngôi sao bốn cánh (H.5.10) chỉ bằng một nhát cắt.



Hình 5.10

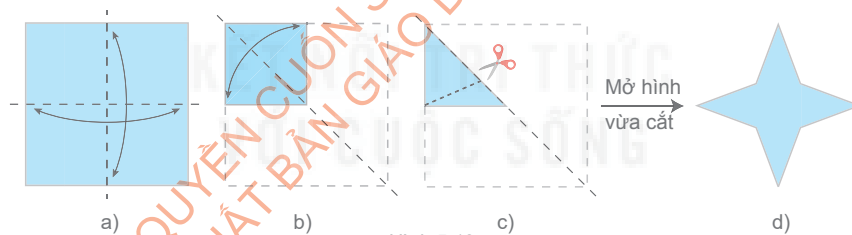
Hướng dẫn

Hình đã cho có bốn trục đối xứng và có tâm đối xứng (H.5.11a). Thường tượng gấp hình trên theo các trục đối xứng ta được Hình 5.11d.



Hình 5.11

Từ đó em thực hiện gấp và cắt hình trên theo hướng dẫn sau (H.5.12):



Hình 5.12

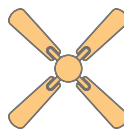
BÀI TẬP

5.11. Trong các hình bên, em hãy chỉ ra:

- Những hình có tâm đối xứng;
- Những hình có trục đối xứng.



Tam giác đều



Cánh quạt



Trái tim



Cánh điều

5.12. Trong các hình dưới đây, hình nào có trục đối xứng, hình nào có tâm đối xứng?



a) Biểu tượng của Chương trình Lương thực thế giới (WFP)

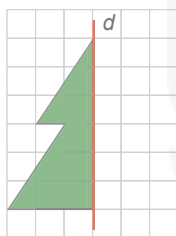


b) Biểu tượng của Đại hội Thể thao Đông Nam Á (SEA Games)

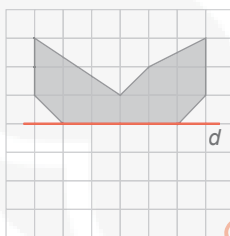


c) Biểu tượng của Di sản thế giới (UNESCO)

5.13. Vẽ các hình sau vào giấy kẻ ô vuông rồi vẽ thêm để được hình nhận đường thẳng d là trục đối xứng.

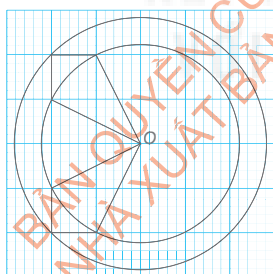


a)



b)

5.14. Vẽ hình dưới đây vào giấy kẻ ô vuông rồi vẽ thêm để được hình nhận điểm O làm tâm đối xứng.



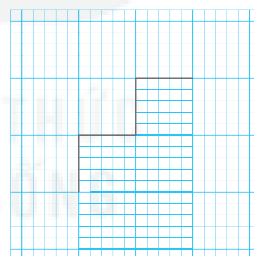
5.15. Trong các hình sau, hình nào có trục đối xứng, hình nào có tâm đối xứng?



a)

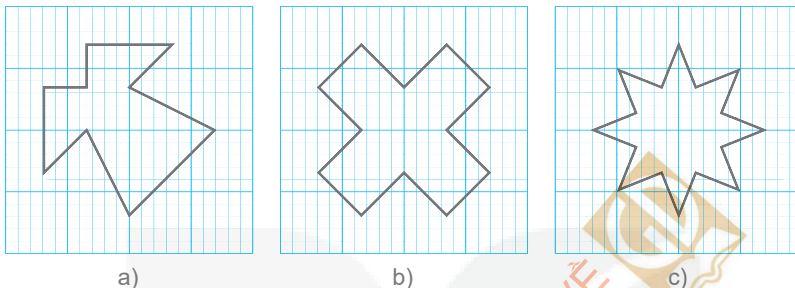
b)

5.16. Hình gấp khúc dưới đây gồm bốn đoạn thẳng có độ dài bằng 1 cm. Em hãy vẽ thêm một đường gấp khúc có độ dài bằng 8 cm để được một hình có cả trục đối xứng và tâm đối xứng.

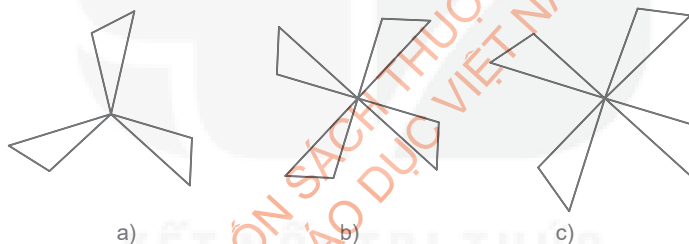


BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG V

5.17. Em hãy vẽ các hình dưới đây vào giấy kẻ ô vuông rồi chỉ ra tất cả các trục đối xứng của chúng (nếu có).

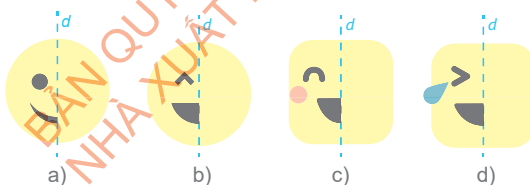


5.18. Hình nào dưới đây là hình có tâm đối xứng?



5.19. VẼ MẶT CƯỜI

Vẽ các hình sau vào vở và vẽ thêm hoạ tiết để được hình mặt cười nhận đường thẳng d cho trước là trục đối xứng.



Biểu tượng cảm xúc (emoji) xuất hiện lần đầu tiên vào năm 1998, bởi một nhà thiết kế người Nhật. Tính đến năm 2018, có tới 2 823 emoji được thiết kế và khoảng 5 tỉ emoji được gửi hàng ngày trên Facebook Messenger.
(Theo Forbesvietnam.com.vn)

5.20. VẼ CHIẾC LÁ

Vẽ hình bên vào giấy kẻ ô vuông rồi vẽ thêm và trang trí để được hình chiếc lá nhận đường thẳng d là trục đối xứng.

