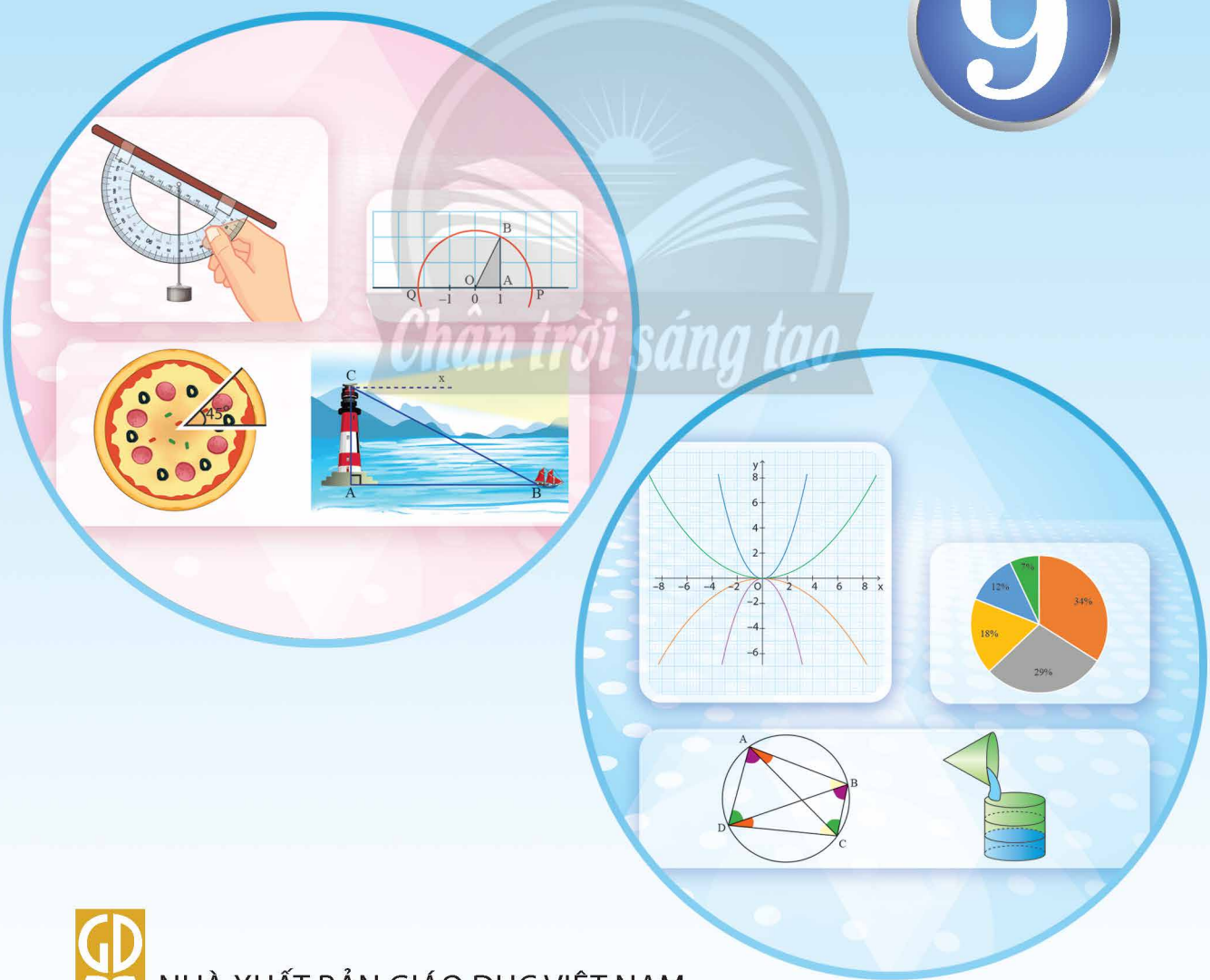
TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)
TRẦN ĐỨC HUYÊN – NGUYỄN THÀNH ANH (đồng Chủ biên)
NGUYỄN VĂN HIỂN – NGÔ HOÀNG LONG – NGUYỄN ĐẶNG TRÍ TÍN

TOÁN

SÁCH GIÁO VIÊN

9



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)
TRẦN ĐỨC HUYÊN – NGUYỄN THÀNH ANH (đồng Chủ biên)
NGUYỄN VĂN HIỂN – NGÔ HOÀNG LONG – NGUYỄN ĐẶNG TRÍ TÍN

TOÁN

SÁCH GIÁO VIÊN

9

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Chủ tịch Hội đồng thành viên kiêm Tổng Giám đốc NGUYỄN TIẾN THANH

Chịu trách nhiệm nội dung:
Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung: TRẦN THANH HÀ – ĐẶNG THỊ THUÝ
NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ – HOÀNG THỊ THU DUNG
Biên tập mĩ thuật: TRẦN NGUYỄN ANH TÚ
Thiết kế sách: TRẦN NGUYỄN ANH TÚ
Trình bày bìa: ĐẶNG NGỌC HÀ
Sửa bản in: TRẦN THANH HÀ – ĐẶNG THỊ THUÝ
NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ – HOÀNG THỊ THU DUNG
Chế bản: CÔNG TY CỔ PHẦN DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC GIA ĐỊNH

Bản quyền thuộc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

Tất cả các phần của nội dung cuốn sách này đều không được sao chép, lưu trữ, chuyển thể dưới bất kì hình thức nào khi chưa có sự cho phép bằng văn bản của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

TOÁN 9 – SÁCH GIÁO VIÊN (CHÂN TRỜI SÁNG TẠO)

Mã số: G2HG9T001M24

In……bản, (QĐ in số….) Khổ 19 × 26,5 cm.

Đơn vị in:……..

Cơ sở in:……

Số ĐKXB: 06-2024/CXBIPH/70-2346/GD

Số QĐXB:..... ngày …. tháng…. năm 20 ...

In xong và nộp lưu chiểu tháng ….năm 20….

Mã số ISBN: 978-604-0-40365-0

LỜI NÓI ĐẦU

Lớp 9 là lớp cuối cấp Trung học cơ sở, là lớp mà quý thầy, cô phải chuẩn bị cho học sinh chuyển tiếp lên cấp Trung học phổ thông. Để tạo thuận lợi và mong muốn chia sẻ những ý tưởng cốt lõi, phương pháp giảng dạy hiệu quả với các đồng nghiệp sẽ giảng dạy môn Toán lớp 9 theo Chương trình Giáo dục phổ thông 2018 của Bộ Giáo dục và Đào tạo, các tác giả sách giáo khoa Toán 9 thuộc bộ sách ***Chân trời sáng tạo*** đã biên soạn cuốn **TOÁN 9 – Sách giáo viên**.

Sách gồm hai phần:

Phần thứ nhất giới thiệu về chương trình môn Toán lớp 9 và sách giáo khoa Toán 9 thuộc bộ sách ***Chân trời sáng tạo***.

Phần thứ hai trình bày các gợi ý và hướng dẫn dạy học từng bài theo sách.

Nếu như trong phần thứ nhất chúng tôi trình bày thật cô đọng về chương trình để giúp quý thầy, cô nhanh chóng nắm bắt nội dung chương trình và các yêu cầu cần đạt thì trong phần thứ hai chúng tôi lại trình bày rất chi tiết các gợi ý và hướng dẫn cụ thể về cách dạy từng bài trong sách giáo khoa để quý thầy, cô có thêm thông tin tham khảo khi chuẩn bị bài giảng. Để sử dụng sách giáo viên được hiệu quả, rất mong quý thầy, cô lưu ý một số điểm quan trọng sau:

1. Sách giáo viên là tài liệu tham khảo mang tính chất định hướng và gợi ý cho giáo viên trong quá trình dạy học, giáo viên có thể dựa theo các gợi ý này để xây dựng kế hoạch bài dạy một cách sáng tạo cho phù hợp với tình hình cụ thể của lớp học, miễn là đáp ứng các yêu cầu cần đạt của chương trình Toán 9 của Bộ Giáo dục và Đào tạo.

2. Mỗi tiết toán thường phát triển đầy đủ các năng lực đặc thù, tuy nhiên mức độ đối với từng năng lực có khác nhau. Tuỳ bài học, ta nên chú trọng những năng lực có điều kiện phát huy ở bài học đó.

3. Nhiều gợi ý trong các hoạt động chỉ mang tính chỉ báo về mặt nội dung cần đạt được, giáo viên nên chủ động lựa chọn phương pháp và hình thức tổ chức học tập nhằm đạt hiệu quả.

4. Số tiết dành cho mỗi bài chỉ là dự kiến, tuỳ tình hình cụ thể của lớp học, giáo viên có thể điều chỉnh cho phù hợp.

5. Dựa vào sách giáo viên, người dạy nên sáng tạo, lựa chọn các giải pháp phù hợp với học sinh, điều kiện vật chất cũng như văn hoá vùng miền để hoạt động dạy học thực sự mang lại kết quả tốt đẹp.

6. Thông qua các hoạt động thực tiễn trong từng bài học, tuỳ theo tình huống và đặc điểm của đối tượng học sinh cụ thể giáo viên cần chủ động để rèn luyện các năng lực chung như: năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá; năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm; năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng. Thông qua đó hình thành các phẩm chất như: yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm cho học sinh một cách linh động và phù hợp.

Rất mong nhận được các ý kiến đóng góp, xây dựng để cuốn sách được sử dụng hiệu quả. Kính chúc quý thầy, cô thành công trong việc triển khai chương trình mới với sách giáo khoa Toán 9 thuộc bộ sách ***Chân trời sáng tạo***.

CÁC TÁC GIẢ

MỤC LỤC

Lời nói đầu 3

PHẦN MỘT

GIỚI THIỆU VỀ CHƯƠNG TRÌNH VÀ SÁCH GIÁO KHOA MÔN TOÁN LỚP 9 6

A. Giới thiệu về chương trình môn Toán lớp 9 6

B. Giới thiệu về sách giáo khoa Toán 9 (Chân trời sáng tạo) 14

PHẦN HAI

HƯỚNG DẪN DẠY HỌC THEO SÁCH GIÁO KHOA TOÁN 9 (Chân trời sáng tạo) 25

TẬP MỘT

PHẦN SỐ VÀ ĐẠI SỐ

CHƯƠNG 1. PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH 25

Bài 1. Phương trình quy về phương trình bậc nhất một ẩn 26

Bài 2. Phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn 32

Bài 3. Giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn 38

Bài tập cuối chương 1 46

CHƯƠNG 2. BẤT ĐẲNG THỨC. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN 50

Bài 1. Bất đẳng thức 50

Bài 2. Bất phương trình bậc nhất một ẩn 56

Bài tập cuối chương 2 62

CHƯƠNG 3. CĂN THỨC

Bài 1. Căn bậc hai 64

Bài 2. Căn bậc ba 72

Bài 3. Tính chất của phép khai phương 77

Bài 4. Biến đổi đơn giản biểu thức chứa căn thức bậc hai 86

Bài tập cuối chương 3 93

PHẦN HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG

HÌNH HỌC PHẲNG

CHƯƠNG 4. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG 95

Bài 1. Tỉ số lượng giác của góc nhọn 95

Bài 2. Hệ thức giữa cạnh và góc của tam giác vuông 104

Bài tập cuối chương 4 109

CHƯƠNG 5. ĐƯỜNG TRÒN 111

Bài 1. Đường tròn 112

Bài 2. Tiếp tuyến của đường tròn 121

Bài 3. Góc ở tâm, góc nội tiếp 128

Bài 4. Hình quạt tròn và hình vành khuyên 136

Bài tập cuối chương 5 142

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM 145
Hoạt động 1. Làm giác kế đo góc nâng đơn giản 145
Hoạt động 2. Vẽ đường tròn bằng phần mềm GeoGebra 148

TẬP HAI

PHẦN SỐ VÀ ĐẠI SỐ
CHƯƠNG 6. HÀM SỐ $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ VÀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN 152
Bài 1. Hàm số và đồ thị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ 153
Bài 2. Phương trình bậc hai một ẩn 160
Bài 3. Định lí Viète 168
Bài tập cuối chương 6 173
PHẦN MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT
CHƯƠNG 7. MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ 176
Bài 1. Bảng tần số và biểu đồ tần số 177
Bài 2. Bảng tần số tương đối và biểu đồ tần số tương đối 182
Bài 3. Biểu diễn số liệu ghép nhóm 189
Bài tập cuối chương 7 198
CHƯƠNG 8. MỘT SỐ YẾU TỐ XÁC SUẤT 202
Bài 1. Không gian mẫu và biến cố 202
Bài 2. Xác suất của biến cố 207
Bài tập cuối chương 8 212
PHẦN HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG
HÌNH HỌC PHẲNG
CHƯƠNG 9. TỨ GIÁC NỘI TIẾP. ĐA GIÁC ĐỀU 214
Bài 1. Đường tròn ngoại tiếp tam giác. Đường tròn nội tiếp tam giác 215
Bài 2. Tứ giác nội tiếp 221
Bài 3. Đa giác đều và phép quay 228
Bài tập cuối chương 9 233
HÌNH HỌC TRỰC QUAN
CHƯƠNG 10. CÁC HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN 236
Bài 1. Hình trụ 237
Bài 2. Hình nón 242
Bài 3. Hình cầu 249
Bài tập cuối chương 10 255
HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM
Hoạt động 3. Vẽ đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ bằng phần mềm GeoGebra 256
Hoạt động 4. Chuyển dữ liệu từ bảng vào biểu đồ trên phần mềm Microsoft Word 259
Hoạt động 5. Cắt đa giác đều làm vòng quay may mắn 263

Phần một

GIỚI THIỆU VỀ CHƯƠNG TRÌNH VÀ SÁCH GIÁO KHOA MÔN TOÁN LỚP 9

A. GIỚI THIỆU VỀ CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN LỚP 9

1. Mục tiêu dạy học

a) Chương trình môn Toán lớp 9 tiếp nối và phát triển các phẩm chất chủ yếu, các năng lực chung và năng lực toán học phù hợp với mức độ nhận thức của các em học sinh (HS) lớp 9.

b) Tạo điều kiện để HS hoạt động nhằm đạt được các yêu cầu cơ bản:

– Giải được hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn. Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn (ví dụ: các bài toán liên quan đến cân bằng phản ứng trong Hoá học, ...).

– Nhận biết được bất đẳng thức và mô tả được một số tính chất của bất đẳng thức; nhận biết được khái niệm bất phương trình bậc nhất một ẩn và giải được bất phương trình bậc nhất một ẩn.

– Nhận biết được khái niệm về căn bậc hai của số thực không âm, căn bậc ba của một số thực và thực hiện được một số phép tính đơn giản về căn bậc hai của số thực không âm.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với tỉ số lượng giác của góc nhọn (ví dụ: tính độ dài đoạn thẳng, độ lớn góc và áp dụng giải tam giác vuông, ...).

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với đường tròn (ví dụ: một số bài toán liên quan đến chuyển động tròn trong Vật lí; tính được diện tích một số hình phẳng có thể đưa về những hình phẳng gắn với hình tròn, chẳng hạn hình viên phân, ...).

– Nhận biết được khái niệm phương trình bậc hai một ẩn. Giải được phương trình bậc hai một ẩn, giải thích được định lí Viète và ứng dụng. Vận dụng được phương trình bậc hai vào giải quyết bài toán thực tiễn.

– Thiết lập được bảng tần số, biểu đồ tần số (biểu diễn các giá trị và tần số của chúng ở dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng); thiết lập được bảng tần số tương đối, biểu đồ tần số tương đối (biểu diễn các giá trị và tần số tương đối của chúng ở dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ hình quạt tròn); nhận biết được mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức của các môn học khác trong Chương trình lớp 9 và trong thực tiễn.

– Nhận biết được phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu. Tính được xác suất của biến cố bằng cách kiểm đếm số trường hợp có thể và số trường hợp thuận lợi trong một số mô hình xác suất đơn giản.

– Nhận biết được tứ giác nội tiếp đường tròn và giải thích được định lí về tổng hai góc đối của tứ giác nội tiếp bằng 180^o.

– Mô tả được các phép quay giữ nguyên hình đa giác đều. Nhận biết được những hình phẳng đều trong tự nhiên, nghệ thuật, kiến trúc, công nghệ chế tạo, ...

– Mô tả và tạo lập được hình trụ, hình nón, hình cầu; tính được diện tích xung quanh của hình trụ, hình nón, diện tích mặt cầu; tính được thể tích của hình trụ, hình nón, hình cầu; giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính diện tích xung quanh, thể tích của hình trụ, hình nón, hình cầu (ví dụ: tính thể tích hoặc diện tích xung quanh của một số đồ vật quen thuộc có dạng hình nón, hình trụ, hình cầu, ...).

2. Nội dung cụ thể và yêu cầu cần đạt

CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN LỚP 9

Nội dung		Yêu cầu cần đạt
SỐ VÀ ĐẠI SỐ		
Đại số		
Căn thức	*Căn bậc hai và căn bậc ba của số thực*	– Nhận biết được khái niệm về căn bậc hai của số thực không âm, căn bậc ba của một số thực. – Tính được giá trị (đúng hoặc gần đúng) căn bậc hai, căn bậc ba của một số hữu tỉ bằng máy tính cầm tay. – Thực hiện được một số phép tính đơn giản về căn bậc hai của số thực không âm (căn bậc hai của một bình phương, căn bậc hai của một tích, căn bậc hai của một thương, đưa thừa số ra ngoài dấu căn bậc hai, đưa thừa số vào trong dấu căn bậc hai).
	Căn thức bậc hai và căn thức bậc ba của biểu thức đại số	– Nhận biết được khái niệm về căn thức bậc hai và căn thức bậc ba của một biểu thức đại số. – Thực hiện được một số phép biến đổi đơn giản về căn thức bậc hai của biểu thức đại số (căn thức bậc hai của một bình phương, căn thức bậc hai của một tích, căn thức bậc hai của một thương, trục căn thức ở mẫu).

Hàm số và đồ thị	*Hàm số* $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ *và đồ thị*	– Thiết lập được bảng giá trị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$. – Vẽ được đồ thị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$. – Nhận biết được tính đối xứng (trục) và trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$. – Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ và đồ thị (ví dụ: các bài toán liên quan đến chuyển động trong Vật lí, ...).
Phương trình và hệ phương trình	*Phương trình quy về phương trình bậc nhất một ẩn*	– Giải được phương trình tích có dạng $(a_1x + b_1).(a_2x + b_2) = 0$. – Giải được phương trình chứa ẩn ở mẫu quy về phương trình bậc nhất.
	Phương trình và hệ phương trình bậc nhất hai ẩn	– Nhận biết được khái niệm phương trình bậc nhất hai ẩn, hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn. – Nhận biết được khái niệm nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn. – Giải được hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn. – Tính được nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng máy tính cầm tay. – Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn (ví dụ: các bài toán liên quan đến cân bằng phản ứng trong Hoá học, ...).
	Phương trình bậc hai một ẩn. Định lí Viète	– Nhận biết được khái niệm phương trình bậc hai một ẩn. Giải được phương trình bậc hai một ẩn. – Tính được nghiệm phương trình bậc hai một ẩn bằng máy tính cầm tay. – Giải thích được định lí Viète và ứng dụng (ví dụ: tính nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai, tìm hai số biết tổng và tích của chúng, ...). – Vận dụng được phương trình bậc hai vào giải quyết bài toán thực tiễn.
Bất phương trình bậc nhất một ẩn	*Bất đẳng thức. Bất phương trình bậc nhất một ẩn*	– Nhận biết được thứ tự trên tập hợp các số thực. – Nhận biết được bất đẳng thức và mô tả được một số tính chất cơ bản của bất đẳng thức (tính chất bắc cầu; liên hệ giữa thứ tự và phép cộng, phép nhân). – Nhận biết được khái niệm bất phương trình bậc nhất một ẩn, nghiệm của bất phương trình bậc nhất một ẩn. – Giải được bất phương trình bậc nhất một ẩn.

HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG		
Hình học trực quan		
Các hình khối trong thực tiễn	*Hình trụ.* *Hình nón.* *Hình cầu*	– Mô tả (đường sinh, chiều cao, bán kính đáy), tạo lập được hình trụ. – Mô tả (đỉnh, đường sinh, chiều cao, bán kính đáy), tạo lập được hình nón. – Mô tả (tâm, bán kính), tạo lập được hình cầu, mặt cầu. Nhận biết được phần chung của mặt phẳng và hình cầu. – Tính được diện tích xung quanh của hình trụ, hình nón, diện tích mặt cầu. – Tính được thể tích của hình trụ, hình nón, hình cầu. – Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính diện tích xung quanh, thể tích của hình trụ, hình nón, hình cầu (ví dụ: tính thể tích hoặc diện tích xung quanh của một số đồ vật quen thuộc có dạng hình trụ, hình nón, hình cầu, ...).
Hình học phẳng		
Hệ thức lượng trong tam giác vuông	*Tỉ số lượng giác của góc nhọn.* *Một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông*	– Nhận biết được các giá trị sin *(sine)*, côsin *(cosine)*, tang *(tangent)*, côtang *(cotangent)* của góc nhọn. – Giải thích được tỉ số lượng giác của các góc nhọn đặc biệt (góc 30^o, 45^o, 60^o) và của hai góc phụ nhau. – Tính được giá trị (đúng hoặc gần đúng) tỉ số lượng giác của góc nhọn bằng máy tính cầm tay. – Giải thích được một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông (cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với côsin góc kề; cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân với tang góc đối hoặc nhân với côtang góc kề). – Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với tỉ số lượng giác của góc nhọn (ví dụ: tính độ dài đoạn thẳng, độ lớn góc và áp dụng giải tam giác vuông, ...).
Đường tròn	*Đường tròn. Vị trí tương đối của hai đường tròn*	– Nhận biết được tâm đối xứng, trục đối xứng của đường tròn. – So sánh được độ dài của đường kính và dây. – Mô tả được ba vị trí tương đối của hai đường tròn (hai đường tròn cắt nhau, hai đường tròn tiếp xúc nhau, hai đường tròn không giao nhau).

	Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn. Tiếp tuyến của đường tròn	– Mô tả được ba vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn (đường thẳng và đường tròn cắt nhau, đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau, đường thẳng và đường tròn không giao nhau). – Giải thích được dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn và tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau.
	Góc ở tâm, góc nội tiếp	– Nhận biết được góc ở tâm, góc nội tiếp. – Giải thích được mối liên hệ giữa số đo của cung với số đo góc ở tâm, số đo góc nội tiếp. – Giải thích được mối liên hệ giữa số đo góc nội tiếp và số đo góc ở tâm cùng chắn một cung.
	Đường tròn ngoại tiếp tam giác. Đường tròn nội tiếp tam giác	– Nhận biết được định nghĩa đường tròn ngoại tiếp tam giác. – Xác định được tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác, trong đó có tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông, tam giác đều. – Nhận biết được định nghĩa đường tròn nội tiếp tam giác. – Xác định được tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác, trong đó có tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đều.
	Tứ giác nội tiếp	– Nhận biết được tứ giác nội tiếp đường tròn và giải thích được định lí về tổng hai góc đối của tứ giác nội tiếp bằng 180^o. – Xác định được tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật, hình vuông. – Tính được độ dài cung tròn, diện tích hình quạt tròn, diện tích hình vành khuyên (hình giới hạn bởi hai đường tròn đồng tâm). – Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với đường tròn (ví dụ: một số bài toán liên quan đến chuyển động tròn trong Vật lí; tính được diện tích một số hình phẳng có thể đưa về những hình phẳng gắn với hình tròn, chẳng hạn hình viên phân, ...).
Đa giác đều	*Đa giác đều*	– Nhận dạng được đa giác đều. – Nhận biết được phép quay. – Mô tả được các phép quay giữ nguyên hình đa giác đều. – Nhận biết được những hình phẳng đều trong tự nhiên, nghệ thuật, kiến trúc, công nghệ chế tạo, ... – Nhận biết được vẻ đẹp của thế giới tự nhiên biểu hiện qua tính đều.

Thực hành trong phòng máy tính với phần mềm toán học (nếu nhà trường có điều kiện thực hiện)		
– Sử dụng phần mềm để hỗ trợ việc học các kiến thức hình học. – Thực hành sử dụng phần mềm để vẽ hình và thiết kế đồ hoạ liên quan đến đường tròn, tam giác vuông, đa giác đều.		
MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT		
Một số yếu tố thống kê		
Thu thập và tổ chức dữ liệu	*Mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng, biểu đồ*	– Lí giải và thiết lập được dữ liệu vào bảng, biểu đồ thích hợp ở dạng: bảng thống kê; biểu đồ tranh; biểu đồ dạng cột/cột kép (*column chart*), biểu đồ hình quạt tròn (*pie chart*); biểu đồ đoạn thẳng (*line graph*). – Phát hiện và lí giải được số liệu không chính xác dựa trên mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn trong những ví dụ đơn giản. – Lí giải và thực hiện được cách chuyển dữ liệu từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.
Phân tích và xử lí dữ liệu	*Bảng tần số, biểu đồ tần số. Bảng tần số tương đối, biểu đồ tần số tương đối*	– Xác định được tần số (*frequency*) của một giá trị. – Thiết lập được bảng tần số, biểu đồ tần số (biểu diễn các giá trị và tần số của chúng ở dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng). – Giải thích được ý nghĩa và vai trò của tần số trong thực tiễn. – Xác định được tần số tương đối (*relative frequency*) của một giá trị. – Thiết lập được bảng tần số tương đối, biểu đồ tần số tương đối (biểu diễn các giá trị và tần số tương đối của chúng ở dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ hình quạt tròn). – Giải thích được ý nghĩa và vai trò của tần số tương đối trong thực tiễn. – Thiết lập được bảng tần số ghép nhóm, bảng tần số tương đối ghép nhóm. – Thiết lập được biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm (*histogram)* (ở dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng). – Nhận biết được mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức của các môn học khác trong Chương trình lớp 9 và trong thực tiễn.

Một số yếu tố xác suất		
Một số yếu tố xác suất	*Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu. Xác suất của biến cố trong một số mô hình xác suất đơn giản*	– Nhận biết được phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu. – Tính được xác suất của biến cố bằng cách kiểm đếm số trường hợp có thể và số trường hợp thuận lợi trong một số mô hình xác suất đơn giản.
Thực hành trong phòng máy tính với phần mềm toán học (nếu nhà trường có điều kiện thực hiện)		
– Sử dụng được phần mềm để vẽ bảng tần số, biểu đồ tần số, bảng tần số tương đối, biểu đồ tần số tương đối. – Sử dụng được phần mềm mô tả thí nghiệm ngẫu nhiên.		
HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM		
Nhà trường tổ chức cho học sinh một số hoạt động sau và có thể bổ sung các hoạt động khác tuỳ vào điều kiện cụ thể. *Hoạt động 1:* Tìm hiểu một số kiến thức về tài chính như: – Thực hành lập kế hoạch đầu tư cá nhân. – Làm quen với bảo hiểm. – Làm quen với bài toán về tăng trưởng (xác định vốn đầu tư để đạt được tỉ lệ tăng trưởng mong đợi). *Hoạt động 2:* Thực hành ứng dụng các kiến thức toán học vào thực tiễn và các chủ đề liên môn, chẳng hạn: – Vận dụng kiến thức về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn trong bài toán cân bằng hệ số ở phương trình hoá học. – Vận dụng kiến thức về xác suất trong việc tính xác suất kết quả đời con của các phép lai. *Hoạt động 3:* Tổ chức các hoạt động ngoài giờ chính khoá như thực hành ngoài lớp học, dự án học tập, các trò chơi học toán, cuộc thi về Toán, chẳng hạn: – Vận dụng kiến thức về tỉ số lượng giác trong thực tiễn (ví dụ: đo khoảng cách giữa hai vị trí mà giữa chúng có vật cản hoặc chỉ đến được một trong hai vị trí). – Vận dụng các công thức tính diện tích, thể tích vào thực tiễn: đo đạc và tính diện tích, thể tích của các hình khối trong khuôn viên của trường có liên quan đến hình trụ, hình nón, hình cầu. – Tìm kiếm hoặc thực hành tạo dựng các đoạn video liên quan đến đường tròn, tam giác vuông, đa giác đều và phép quay. *Hoạt động 4 (nếu nhà trường có điều kiện thực hiện):* Tổ chức giao lưu với các chuyên gia nhằm hiểu nhiều hơn về vai trò của Toán học trong thực tiễn và trong các ngành nghề.		

Những điểm mới cần lưu ý về nội dung chương trình Toán 9:

– Giảm mức độ phức tạp trong dạy học đại số.

– Giảm mức độ phức tạp trong dạy các bài tập hình học phẳng mang nặng tính suy luận, chứng minh. Ví dụ: Không có các bài tập phức tạp chứng minh về tứ giác nội tiếp.

– Tăng cường hình học đo lường trực quan và ứng dụng. Chẳng hạn các hình khối trong thực tiễn. Ví dụ: Hình trụ, hình nón, hình cầu.

– Tăng cường thêm các nội dung về thống kê và xác suất gắn với ứng dụng trong đời sống thực tiễn. Ví dụ: Nhận biết được phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu, tính được xác suất của biến cố bằng cách kiểm đếm số trường hợp có thể và số trường hợp thuận lợi trong một số mô hình xác suất đơn giản.

– Coi trọng việc sử dụng phương tiện dạy học hiện đại, phần mềm dạy học.

– Tăng cường thực hành luyện tập và ứng dụng toán học vào thực tiễn, khuyến khích các chủ đề STEM trong dạy toán. Ví dụ: Làm dụng cụ đo góc nâng đơn giản, cắt đa giác đều làm vòng quay may mắn, ...

Lưu ý: Giáo viên (GV) nên tìm hiểu kĩ lưỡng chương trình (CT) môn Toán lớp 6, lớp 7 và lớp 8 (năm 2018) để nắm vững những nội dung kiến thức và kĩ năng đầu vào mà các em HS đã được trang bị trước khi bước vào lớp 9.

3. Thời lượng thực hiện chương trình và thời lượng dành cho các nội dung giáo dục

Theo quy định của chương trình, thời lượng cho môn Toán lớp 9:

4 tiết/tuần × 35 tuần = 140 tiết.

Ước lượng thời gian (tính theo %) cho các mạch nội dung Toán lớp 9:

Mạch kiến thức	Số và Đại số	Hình học và Đo lường	Một số yếu tố Thống kê và Xác suất	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
Ước lượng thời gian	43%	36%	14%	7%
Số tiết dự kiến	60	50	20	10

4. Phương pháp dạy học

Cần đổi mới phương pháp dạy học môn Toán theo các chú ý sau:

– Tổ chức quá trình dạy học theo hướng kiến tạo phù hợp với tiến trình nhận thức, năng lực nhận thức, cách thức học tập khác nhau của từng cá nhân HS, tạo điều kiện giúp người học phát huy tính tích cực, độc lập, phát triển các năng lực chung và năng lực toán học.

– Vận dụng một cách linh hoạt các phương pháp, kĩ thuật dạy học tích cực.

– Kết hợp các hoạt động dạy học trong lớp và các hoạt động thực hành trải nghiệm.

– Khuyến khích sử dụng các phương tiện nghe nhìn, phương tiện kĩ thuật hiện đại hỗ trợ quá trình dạy học, đồng thời coi trọng việc sử dụng các phương pháp truyền thống.

– Sử dụng đa dạng các phương pháp dạy học theo tiến trình tổ chức cho HS hoạt động trải nghiệm, khám phá, phát hiện. Tiến trình đó bao gồm các bước chủ yếu:

Trải nghiệm – Hình thành kiến thức mới – Thực hành, luyện tập – Vận dụng.

– Cần tổ chức cho HS được tham gia các hoạt động thực hành ứng dụng các kiến thức toán học vào thực tiễn và các hoạt động ngoài giờ chính khoá liên quan đến ôn tập, củng cố các kiến thức cơ bản.

– GV cần căn cứ vào đặc điểm của HS, điều kiện, hoàn cảnh cụ thể khi dạy học để tiến hành những điều chỉnh hoặc bổ sung cụ thể về nội dung, phương pháp và hình thức tổ chức dạy học. Tuy nhiên việc điều chỉnh phải trên cơ sở đảm bảo yêu cầu cần đạt của chương trình môn Toán.

5. Đánh giá kết quả học tập

Đánh giá năng lực HS thông qua các bằng chứng thể hiện kết quả đạt được trong quá trình thực hiện các hoạt động học.

– Cần vận dụng kết hợp một cách đa dạng nhiều hình thức đánh giá (đánh giá thường xuyên, đánh giá định kì), nhiều phương pháp đánh giá (quan sát, ghi lại quá trình thực hiện, vấn đáp, trắc nghiệm khách quan, tự luận, bài thực hành, các dự án/sản phẩm học tập, …).

– GV nên giao cho HS những mục tiêu và nhiệm vụ học tập cụ thể được điều chỉnh từ yêu cầu của sách giáo khoa (SGK) để hoạt động học phù hợp với nhịp độ tiếp thu và trình độ nhận thức của HS.

– GV nên thiết lập một bảng các yêu cầu cần đạt sau khi học mỗi đơn vị kiến thức để HS có thể biết và tự đánh giá kết quả học tập.

– Khi kết thúc một chủ đề hoặc một chương, GV có thể tổ chức kiểm tra, đánh giá kết quả học tập của HS và điều chỉnh cách dạy của mình.

B. GIỚI THIỆU VỀ SÁCH GIÁO KHOA TOÁN 9 (CHÂN TRỜI SÁNG TẠO)

1. Một số đặc điểm chung

Sách giáo khoa Toán 9 (Chân trời sáng tạo) được Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xuất bản theo Chương trình Giáo dục phổ thông 2018 của Bộ Giáo dục và Đào tạo.

Trong cuốn sách này, ba mạch kiến thức: Số và Đại số, Hình học và Đo lường, Một số yếu tố Thống kê và Xác suất được trình bày thành 10 chương, mỗi chương gồm nhiều bài học. Mỗi đơn vị bài học được thiết kế dựa trên các hoạt động: Khởi động, Khám phá, Giải thích, Thực hành, Vận dụng và Đánh giá. Dưới sự hướng dẫn của thầy cô, học sinh tự giải quyết các nhiệm vụ, yêu cầu bài học đòi hỏi. Các hoạt động trong bài học nhằm giúp HS khám phá kiến thức mới, áp dụng kiến thức cơ bản vừa học và áp dụng bài toán trong thực tế cuộc sống.

Theo yêu cầu của chương trình, cuối mỗi học kì đều có các bài hoạt động thực hành và trải nghiệm sẽ giúp HS thêm yêu thích môn Toán, đồng thời tăng cường phát triển năng lực, gắn Toán học với cuộc sống thực tiễn và ứng dụng công nghệ thông tin trong việc dạy và học môn Toán.

2. Một số điểm mới trong cấu trúc SGK Toán 9

Mỗi bài học luôn có phần mở đầu (Hoạt động Khởi động) nhằm giới thiệu vấn đề HS cần thảo luận hoặc các hoạt động cụ thể mà HS phải thực hiện để kiến tạo kiến thức.

Mỗi chủ điểm kiến thức trong bài học thường được giới thiệu theo trình tự: Hoạt động Khởi động để giới thiệu kiến thức – Hoạt động Khám phá nhằm đưa đến nội dung kiến thức – Hoạt động Thực hành giúp HS làm bài tập cơ bản – Hoạt động Vận dụng nhằm ứng dụng kiến thức đã biết vào một tình huống hay giải quyết một bài toán thực tiễn.

Các tác giả SGK môn Toán 9 (Chân trời sáng tạo) đã tập trung nhiều công sức và tâm huyết để thiết kế các hoạt động (HĐ) cho HS. Mỗi HĐ được xây dựng trên các nguyên tắc sau:

– HĐ phải đi trước sự phát triển, kéo theo sự phát triển của HS.

– Xây dựng HĐ dựa trên vùng phát triển hiện tại và vùng phát triển gần nhất của người học (HS lớp 8 chuẩn bị lên lớp 9).

– Tích cực hoá quá trình nhận thức của HS.

– Nâng cao sự tương tác giữa SGK và người học.

– Khởi động tư duy, gây hứng thú học tập cho HS.

– Tạo thuận lợi cho GV khi tiến hành các phương pháp dạy học tích cực.

3. Dự kiến khung phân phối chương trình

NỘI DUNG	Số tiết
TẬP MỘT	**72 tiết**
PHẦN SỐ VÀ ĐẠI SỐ	
CHƯƠNG 1. PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH	15
Bài 1. Phương trình quy về phương trình bậc nhất một ẩn	4
Bài 2. Phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn	4
Bài 3. Giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn	4
Bài tập cuối chương 1	3
CHƯƠNG 2. BẤT ĐẲNG THỨC. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN	10
Bài 1. Bất đẳng thức	3
Bài 2. Bất phương trình bậc nhất một ẩn	4
Bài tập cuối chương 2	3

CHƯƠNG 3. CĂN THỨC	19
Bài 1. Căn bậc hai	4
Bài 2. Căn bậc ba	2
Bài 3. Tính chất của phép khai phương	5
Bài 4. Biến đổi đơn giản biểu thức chứa căn thức bậc hai	5
Bài tập cuối chương 3	3
PHẦN HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG	
HÌNH HỌC PHẲNG **CHƯƠNG 4. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG**	10
Bài 1. Tỉ số lượng giác của góc nhọn	3
Bài 2. Hệ thức giữa cạnh và góc của tam giác vuông	4
Bài tập cuối chương 4	3
CHƯƠNG 5. ĐƯỜNG TRÒN	12
Bài 1. Đường tròn	3
Bài 2. Tiếp tuyến của đường tròn	2
Bài 3. Góc ở tâm, góc nội tiếp	3
Bài 4. Hình quạt tròn và hình vành khuyên	2
Bài tập cuối chương 5	2
HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM	6
Hoạt động 1. Làm giác kế đo góc nâng đơn giản	4
Hoạt động 2. Vẽ đường tròn bằng phần mềm GeoGebra	2
TẬP HAI	**68 tiết**
PHẦN SỐ VÀ ĐẠI SỐ	
CHƯƠNG 6. HÀM SỐ $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ VÀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN	16
Bài 1. Hàm số và đồ thị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$	4
Bài 2. Phương trình bậc hai một ẩn	5
Bài 3. Định lí Viète	4
Bài tập cuối chương 6	3
PHẦN MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT	
CHƯƠNG 7. MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ	12
Bài 1. Bảng tần số và biểu đồ tần số	2
Bài 2. Bảng tần số tương đối và biểu đồ tần số tương đối	3

Bài 3. Biểu diễn số liệu ghép nhóm	4
Bài tập cuối chương 7	3
CHƯƠNG 8. MỘT SỐ YẾU TỐ XÁC SUẤT	8
Bài 1. Không gian mẫu và biến cố	2
Bài 2. Xác suất của biến cố	4
Bài tập cuối chương 8	2
PHẦN HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG	
HÌNH HỌC PHẲNG **CHƯƠNG 9. TỨ GIÁC NỘI TIẾP. ĐA GIÁC ĐỀU**	18
Bài 1. Đường tròn ngoại tiếp tam giác. Đường tròn nội tiếp tam giác	4
Bài 2. Tứ giác nội tiếp	5
Bài 3. Đa giác đều và phép quay	5
Bài tập cuối chương 9	4
HÌNH HỌC TRỰC QUAN **CHƯƠNG 10. CÁC HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN**	10
Bài 1. Hình trụ	2
Bài 2. Hình nón	3
Bài 3. Hình cầu	2
Bài tập cuối chương 10	3
HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM	4
Hoạt động 3. Vẽ đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ bằng phần mềm GeoGebra	1
Hoạt động 4. Chuyển dữ liệu từ bảng vào biểu đồ trên phần mềm Microsoft Word	2
Hoạt động 5. Cắt đa giác đều làm vòng quay may mắn	1

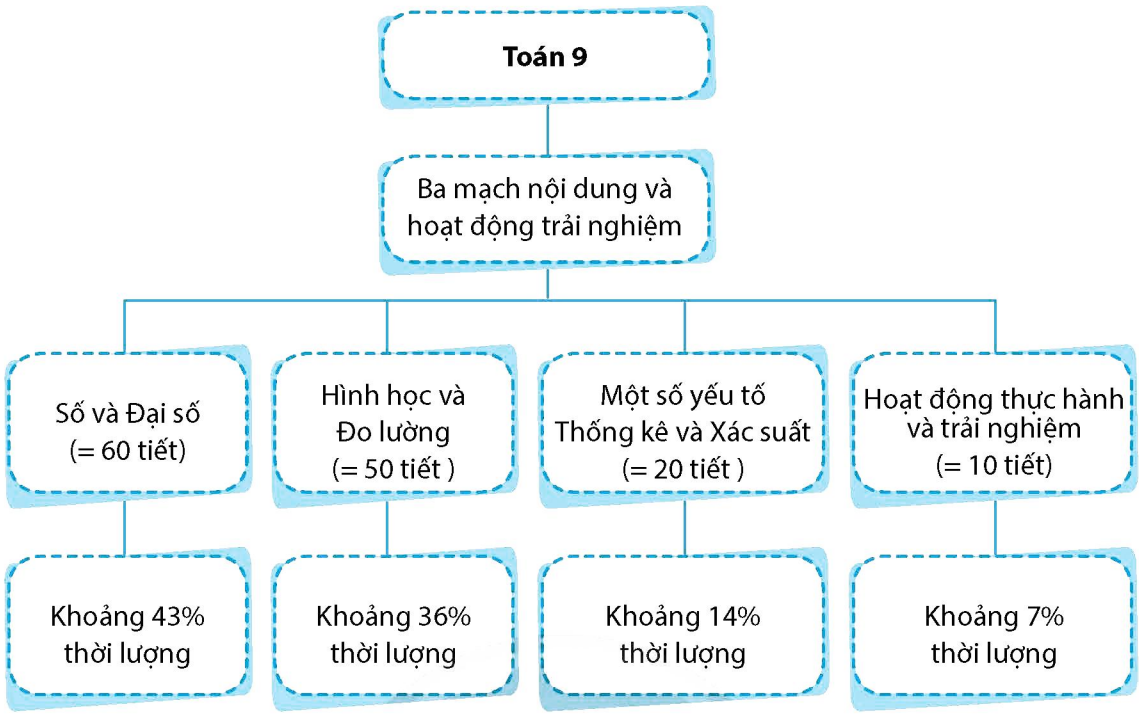
Lưu ý về cách vận dụng khung phân phối chương trình dự kiến

– Nên bố trí sao cho trong mỗi học kì có đủ ba mạch nội dung cùng với hoạt động thực hành và trải nghiệm theo chương trình môn Toán lớp 9: Số và Đại số; Hình học và Đo lường; Một số yếu tố Thống kê và Xác suất.

Một số lưu ý khi phân tiết

– Tổ chuyên môn có thể thống nhất số tiết của mỗi bài sao cho phù hợp với tình hình thực tế của từng trường, miễn sao đảm bảo được mục tiêu và yêu cầu cần đạt.

– Nên bố trí một số tiết dự phòng (so với tổng số tiết quy định cả năm để GV có thể sử dụng cho giờ kiểm tra, bổ sung tiết cho những bài khó, bài dài hoặc dự phòng để bù giờ).



140 tiết thực học và kiểm tra đánh giá

Gợi ý về một cách thiết lập kế hoạch giảng dạy môn Toán lớp 9 để tổ chuyên môn tham khảo:

PHÂN PHỐI CHƯƠNG TRÌNH THEO 3 MẠCH

- **SỐ VÀ ĐẠI SỐ;**
- **HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG;**
- **MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT.**

TẬP MỘT – HỌC KÌ I (72 TIẾT)					
Số và Đại số: 44 tiết – Hình học và Đo lường: 22 tiết Hoạt động thực hành và trải nghiệm: 6 tiết					
Tuần	**Tiết**	**Phân môn**	**Tuần**	**Tiết**	**Phân môn**
1	1	Số và Đại số	**2**	5	Số và Đại số
	2			6	
	3			7	
	4			8	
3	9	Số và Đại số	**4**	13	Số và Đại số
	10			14	
	11			15	
	12			16	

5	17	Số và Đại số	**6**	21	Số và Đại số
	18			22	
	19			23	
	20			24	
7	25	Số và Đại số	**8**	29	Số và Đại số
	26			30	
	27			31	
	28			32	
9	33	Số và Đại số	**10**	37	Số và Đại số
	34			38	
	35			39	
	36			40	
11	41	Số và Đại số	**12**	45	Hình học và Đo lường
	42			46	
	43			47	
	44	Hình học và Đo lường		48	
13	49	Hình học và Đo lường	**14**	53	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
	50			54	
	51	Hoạt động thực hành và trải nghiệm		55	Hình học và Đo lường
	52			56	
15	57	Hình học và Đo lường	**16**	61	Hình học và Đo lường
	58			62	
	59			63	
	60			64	
17	65	Hình học và Đo lường	**18**	69	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
	66			70	
	67			71	**KIỂM TRA HỌC KÌ I**
	68			72	

TẬP HAI – HỌC KÌ II (68 TIẾT)

Số và Đại số: 16 tiết – Hình học và Đo lường: 28 tiết

Một số yếu tố Thống kê và Xác suất: 20 tiết – Hoạt động thực hành và trải nghiệm: 4 tiết

Tuần	Tiết	Phân môn	Tuần	Tiết	TÊN BÀI HỌC
19	73	Số và Đại số	**20**	77	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
	74			78	Số và Đại số
	75			79	
	76			80	

21	77	Số và Đại số
	78	
	79	
	80	
23	89	Số và Đại số
	90	Một số yếu tố Thống kê và Xác suất
	91	
	92	
25	97	Một số yếu tố Thống kê và Xác suất
	98	
	99	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
	100	
27	105	Một số yếu tố Thống kê và Xác suất
	106	
	107	
	108	
29	113	Hình học và Đo lường
	114	
	115	
	116	
31	121	Hình học và Đo lường
	122	
	123	
	124	
33	129	Hình học và Đo lường
	130	
	131	
	132	
35	137	Hình học và Đo lường
	138	
	139	**KIỂM TRA HỌC KÌ II**
	140	

22	85	Số và Đại số
	86	
	87	
	88	
24	93	Một số yếu tố Thống kê và Xác suất
	94	
	95	
	96	
26	101	Một số yếu tố Thống kê và Xác suất
	102	
	103	
	104	
28	109	Một số yếu tố Thống kê và Xác suất
	110	
	111	Hình học và Đo lường
	112	
30	117	Hình học và Đo lường
	118	
	119	
	120	
32	125	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
	126	Hình học và Đo lường
	127	
	128	
34	133	Hình học và Đo lường
	134	
	135	
	136	

PHÂN PHỐI CHƯƠNG TRÌNH THEO TỪNG BÀI HỌC CỦA SÁCH HỌC SINH

TẬP MỘT – HỌC KÌ I (72 TIẾT)					
Số học và Đại số: 44 tiết – Hình học và Đo lường: 22 tiết Hoạt động thực hành và trải nghiệm: 6 tiết					
Tuần	**Tiết**	**Phân môn**	**Tuần**	**Tiết**	**Phân môn**
1	1	Bài 1. Phương trình quy về phương trình bậc nhất một ẩn	**2**	5	Bài 2. Phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn
	2			6	
	3			7	
	4			8	
3	9	Bài 3. Giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn	**4**	13	Bài tập cuối chương 1
	10			14	
	11			15	
	12			16	Bài 1. Bất đẳng thức
5	17	Bài 1. Bất đẳng thức	**6**	21	Bài 2. Bất phương trình bậc nhất một ẩn
	18			22	
	19	Bài 2. Bất phương trình bậc nhất một ẩn		23	Bài tập cuối chương 2
	20			24	
7	25	Bài 1. Căn bậc hai	**8**	29	Bài 2. Căn bậc ba
	26			30	
	27			31	Bài 3. Tính chất của phép khai phương
	28			32	
9	33	Bài 3. Tính chất của phép khai phương	**10**	37	Bài 4. Biến đổi đơn giản biểu thức chứa căn bậc hai
	34			38	
	35			39	
	36	Bài 4. Biến đổi đơn giản biểu thức chứa căn bậc hai		40	

11	41	Bài tập cuối chương 3
	42	
	43	
	44	Bài 1. Tỉ số lượng giác của góc nhọn
12	45	Bài 1. Tỉ số lượng giác của góc nhọn
	46	
	47	Bài 2. Hệ thức giữa cạnh và góc của tam giác vuông
	48	
13	49	Bài 2. Hệ thức giữa cạnh và góc của tam giác vuông
	50	
	51	Hoạt động 1. Làm giác kế đo góc nâng đơn giản (Làm dụng cụ đo góc nâng đơn giản)
	52	
14	53	Hoạt động 1. Làm giác kế đo góc nâng đơn giản (Thực hành đo chiều cao vật thật ngoài lớp)
	54	
	55	Bài tập cuối chương 4
	56	
15	57	Bài 1. Đường tròn
	58	
	59	
	60	Bài 2. Tiếp tuyến của đường tròn
16	61	Bài 2. Tiếp tuyến của đường tròn
	62	Bài 3. Góc ở tâm, góc nội tiếp
	63	
	64	
17	65	Bài 4. Hình quạt tròn và hình vành khuyên
	66	
	67	Bài tập cuối chương 5
	68	
18	69	Hoạt động 2. Vẽ đường tròn bằng phần mềm GeoGebra
	70	
	71	**KIỂM TRA HỌC KÌ I**
	72	

TẬP HAI – HỌC KÌ II (68 TIẾT)					
Số và Đại số: 16 tiết – Hình học và Đo lường: 28 tiết Một số yếu tố Thống kê và Xác suất: 20 tiết – Hoạt động thực hành và trải nghiệm: 4 tiết					
Tuần	**Tiết**	**Phân môn**	**Tuần**	**Tiết**	**TÊN BÀI HỌC**
19	73	Bài 1. Hàm số và đồ thị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$	**20**	77	Hoạt động 3. Vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ bằng phần mềm GeoGebra
	74			78	Bài 2. Phương trình bậc hai một ẩn
	75			79	
	76			80	
21	77	Bài 2. Phương trình bậc hai một ẩn	**22**	85	Bài 3. Định lí Viète
	78			86	
	79	Bài 3. Định lí Viète		87	Bài tập cuối chương 6
	80			88	
23	89	Bài tập cuối chương 6	**24**	93	Bài 2. Bảng tần số tương đối và biểu đồ tần số tương đối
	90	Bài 1. Bảng tần số và biểu đồ tần số		94	
	91			95	Bài 3. Biểu diễn số liệu ghép nhóm
	92	Bài 2. Bảng tần số tương đối và biểu đồ tần số tương đối		96	
25	97	Bài 3. Biểu diễn số liệu ghép nhóm	**26**	101	Bài tập cuối chương 7
	98			102	
	99	Hoạt động 4. Chuyển dữ liệu từ bảng vào biểu đồ trên phần mềm Microsoft		103	Bài 1. Không gian mẫu và biến cố
	100			104	

27	105	Bài 2. Xác suất của biến cố
	106	
	107	
	108	
29	113	Bài 1. Đường tròn ngoại tiếp tam giác. Đường tròn nội tiếp tam giác
	114	
	115	Bài 2. Tứ giác nội tiếp
	116	
31	121	Bài 3. Đa giác đều và phép quay
	122	
	123	
	124	
33	129	Bài 1. Hình trụ
	130	
	131	Bài 2. Hình nón
	132	
35	137	Bài tập cuối chương 10
	138	
	139	**KIỂM TRA HỌC KÌ II**
	140	

28	109	Bài tập cuối chương 8
	110	
	111	Bài 1. Đường tròn ngoại tiếp tam giác. Đường tròn nội tiếp tam giác
	112	
30	117	Bài 2. Tứ giác nội tiếp
	118	
	119	
	120	Bài 3. Đa giác đều và phép quay
32	125	Hoạt động 5. Cắt đa giác đều làm vòng quay may mắn
	126	Bài tập cuối chương 9
	127	
	128	
34	133	Bài 2. Hình nón
	134	Bài 3. Hình cầu
	135	
	136	Bài tập cuối chương 10

Phần hai

HƯỚNG DẪN DẠY HỌC THEO SÁCH GIÁO KHOA TOÁN 9

(Chân trời sáng tạo)

Phần SỐ VÀ ĐẠI SỐ

Chương 1 PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực chuyên môn

Phương trình quy về phương trình bậc nhất một ẩn

– Giải được phương trình tích có dạng $(a_1x + b_1).(a_2x + b_2) = 0$.

– Giải được phương trình chứa ẩn ở mẫu quy về phương trình bậc nhất.

Phương trình và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

– Nhận biết được khái niệm phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Nhận biết được khái niệm hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Nhận biết được khái niệm nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

Giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

– Giải được hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Tính được nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng máy tính cầm tay.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn (ví dụ: các bài toán liên quan đến cân bằng phương trình trong Hoá học, ...).

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

Bài 1. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Giải được phương trình tích có dạng $(a_1x + b_1).(a_2x + b_2) = 0$.

– Giải được phương trình chứa ẩn ở mẫu quy về phương trình bậc nhất.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống.

II. Một số chú ý

Đây là bài đầu tiên trong sách Toán 9 (Chân trời sáng tạo) và nội dung của bài học liên quan đến hai nội dung kiến thức ở lớp 8 là phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử và tìm điều kiện xác định (ĐKXĐ) của phân thức đại số. Do đó đầu tiết học GV nên dành một ít thời gian ôn tập lại hai nội dung kiến thức vừa nêu để giúp HS dễ dàng tiếp thu kiến thức mới.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

Hoạt động khởi động (HĐKĐ)



Độ cao h (mét) của một quả bóng gôn sau khi được đánh t giây được cho bởi công thức $h = t(20 – 5t)$. Có thể tính được thời gian bay của quả bóng từ khi được đánh đến khi chạm đất không?



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Kích thích khả năng tư duy sáng tạo, tìm hiểu của HS về phương trình quy về phương trình bậc nhất một ẩn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: HS tìm hiểu tình huống, thử tìm cách trả lời câu hỏi. GV theo dõi và phản hồi các ý kiến (nếu có) của HS.

1. Phương trình tích

Hoạt động khám phá 1 (HĐKP 1)



Cho phương trình $(x + 3)(2x – 5) = 0$. (1)

a) Các giá trị $x = –3$, $x = \frac{5}{2}$ có phải là nghiệm của phương trình không? Tại sao?

b) Nếu số x_0 khác $–3$ và khác $\frac{5}{2}$ thì x_0 có phải là nghiệm của phương trình không? Tại sao?

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận nhận biết được phương trình tích, nghiệm của phương trình tích.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV yêu cầu HS quan sát phương trình (1), đối chiếu và so sánh với phương trình bậc nhất một ẩn mà học sinh đã được học ở lớp 8, từ đó nhận biết được phương trình tích.

GV gọi HS trả lời các câu hỏi trong ***HĐKP 1***, rút ra được cách giải phương trình tích. GV đánh giá, chốt lại kiến thức.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Với $x = –3$ hoặc $x = \frac{5}{2}$ thì giá trị của vế trái bằng 0, do đó $x = –3$, $x = \frac{5}{2}$ là nghiệm của phương trình.

b) Với x_0 khác $–3$ và khác $\frac{5}{2}$ thì giá trị của vế trái khác 0, do đó x_0 khác $–3$ và khác $\frac{5}{2}$ không là nghiệm của phương trình.

Lưu ý: Ở Ví dụ 1, GV cần phân tích kĩ để HS hiểu rõ cách giải phương trình tích.

Sau Ví dụ 2, GV cần nhấn mạnh đối với một số phương trình ta có thể dùng phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử để đưa phương trình đó về dạng phương trình tích.

Thực hành 1. Giải các phương trình:

a) $(x – 7)(5x + 4) = 0$;

b) $(2x + 9)\left(\frac{2}{3}x – 5\right) = 0$.

– Mục đích của Thực hành 1: HS thực hành giải phương trình tích.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: Dựa vào Ví dụ 1, GV cho HS tự thực hiện Thực hành 1. HS trình bày lời giải và giải thích cách làm, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $x = 7$ hoặc $x = -\frac{4}{5}$.

b) $x = -\frac{9}{2}$ hoặc $x = \frac{15}{2}$.

Thực hành 2. Giải các phương trình:

a) $2x(x + 6) + 5(x + 6) = 0$; b) $x(3x + 5) – 6x – 10 = 0$.

– Mục đích của Thực hành 2: HS thực hành, luyện tập biến đổi một phương trình về phương trình tích bằng phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: Dựa vào Ví dụ 2, GV cho HS tự thực hiện Thực hành 2. HS trình bày kết quả, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $2x(x + 6) + 5(x + 6) = 0$

$(x + 6)(2x + 5) = 0$

$x = – 6$ hoặc $x = -\frac{5}{2}$.

b) $x(3x + 5) – 6x – 10 = 0$

$(3x + 5)(x – 2) = 0$

$x = -\frac{5}{3}$ hoặc $x = 2$.

Vận dụng 1. Giải bài toán trong  (trang 6).

– Mục đích của Vận dụng 1: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tiễn thông qua việc tính được thời gian bay của quả bóng từ khi được đánh cho đến khi chạm đất.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS viết và trình bày kết quả. Lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: Khi bóng chạm đất thì $h = 0$, ta có $t(20 – 5t) = 0$

$t = 0$ (loại) hoặc $t = 4$.

Thời gian bay của quả bóng từ khi được đánh cho đến khi chạm đất là 4 giây.

2. Phương trình chứa ẩn ở mẫu quy về phương trình bậc nhất

HĐKP 2



Xét hai phương trình

$$2x + \frac{1}{x-2} - 4 = \frac{1}{x-2} \quad (1) \qquad \text{và} \qquad 2x - 4 = 0 \quad (2).$$

a) Có thể biến đổi như thế nào để chuyển phương trình (1) về phương trình (2)?

b) $x = 2$ có là nghiệm của phương trình (2) không? Tại sao?

c) $x = 2$ có là nghiệm của phương trình (1) không? Tại sao?

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về điều kiện xác định của phương trình chứa ẩn ở mẫu.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: HS thảo luận theo nhóm, trình bày kết quả. Lớp nhận xét kết quả các nhóm; GV đánh giá, chốt kiến thức.

Lưu ý: GV cho HS đọc kĩ phần nhận xét và hướng dẫn cặn kẽ Ví dụ 3 để củng cố và nắm vững cách tìm ĐKXĐ của phương trình chứa ẩn ở mẫu.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Chuyển $\frac{1}{x-2}$ sang vế phải, ta được $2x - 4 = 0$.

b) $x = 2$ là nghiệm của phương trình (2) vì $2 \cdot 2 - 4 = 0$.

c) $x = 2$ không là nghiệm của phương trình (1) vì không thoả mãn ĐKXĐ là $x \neq 2$.

Thực hành 3. Tìm điều kiện xác định của mỗi phương trình sau:

a) $\frac{5}{x+7} = \frac{-14}{x-5}$;

b) $\frac{3}{3x-2} = \frac{x}{x+2} - 1$.

– Mục đích của Thực hành 3: Qua thực hành giúp HS rèn luyện kĩ năng tìm ĐKXĐ của phương trình theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS thực hiện cá nhân, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) ĐKXĐ: $x \neq -7$ và $x \neq 5$;

b) ĐKXĐ: $x \neq \frac{2}{3}$ và $x \neq -2$.

HĐKP 3

Cho phương trình $\frac{x}{x-2} = \frac{1}{x+1} + 1$.

a) Tìm điều kiện xác định của phương trình đã cho.

b) Xét các phép biến đổi như sau:

$$\frac{x}{x-2} = \frac{1}{x+1} + 1$$

$$\frac{x}{x-2} = \frac{x+2}{x+1}$$

$$\frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x+1)(x-2)}$$

$$x^2 + x = x^2 - 4$$

$$x = -4$$

Hãy giải thích cách thực hiện mỗi phép biến đổi trên.

c) $x = -4$ có là nghiệm của phương trình đã cho không?

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về cách giải phương trình chứa ẩn ở mẫu.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***: GV cho HS tự nghiên cứu các bước trong ***HĐKP 3***, giải thích các phép biến đổi. Lớp nhận xét; GV đánh giá, chốt kiến thức.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $x \neq -1$ và $x \neq 2$.

b) Quy đồng mẫu thức ở vế phải và rút gọn vế phải.

Quy đồng mẫu thức ở hai vế và khử mẫu.

Giải phương trình vừa nhận được.

$x = -4$ là nghiệm của phương trình vì thoả mãn ĐKXĐ.

Thực hành 4. Giải các phương trình:

a) $\frac{x+6}{x+5}+\frac{3}{2}=2$; b) $\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x-3}=\frac{3x-20}{(x-3)(x-2)}$.

– Mục đích của Thực hành 4: HS trải nghiệm thực hành giải phương trình chứa ẩn ở mẫu.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: HS tự thực hiện Thực hành 4 và trình bày kết quả. Lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) ĐKXĐ: $x \neq -5$.

Ta có: $\frac{x+6}{x+5}+\frac{3}{2}=2$

$\frac{(x+6).2}{2(x+5)}+\frac{3(x+5)}{2(x+5)}=\frac{2.2.(x+5)}{2(x+5)}$

$2(x+6)+3(x+5)=4(x+5)$

$2x+12+3x+15=4x+20$

$x=-7$ (thoả mãn ĐKXĐ).

Vậy nghiệm của phương trình là $x=-7$.

b) ĐKXĐ: $x \neq 2$ và $x \neq 3$

Ta có: $\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x-3}=\frac{3x-20}{(x-3)(x-2)}$

$\frac{2(x-3)}{(x-2)(x-3)}-\frac{3(x-2)}{(x-2)(x-3)}=\frac{3x-20}{(x-2)(x-3)}$

$2(x-3)-3(x-2)=3x-20$

$2x-6-3x+6=3x-20$

$-4x=-20$

$x=5$ (thoả mãn ĐKXĐ).

Vậy nghiệm của phương trình là $x=5$.

Vận dụng 2. Hai thành phố A và B cách nhau 120 km. Một ô tô di chuyển từ A đến B, rồi quay trở về A với tổng thời gian đi và về là 4 giờ 24 phút. Tính tốc độ lúc đi của ô tô, biết tốc độ lúc về lớn hơn tốc độ lúc đi 20%.

– Mục đích của Vận dụng 2: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tiễn tính tốc độ của ô tô, rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: HS thảo luận nhóm và trình bày kết quả theo yêu cầu. Lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: Gọi x (km/h) là tốc độ lúc đi của ô tô (x > 0).

Lập phương trình: $\frac{120}{x}+\frac{120}{(100\%+20\%)x}=\frac{22}{5}$

x = 50 (thoả mãn).

Vậy tốc độ lúc đi của ô tô là 50 km/h.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. a) x = 0 hoặc $x=\frac{3}{2}$;

b) $x=\frac{5}{2}$ hoặc x = –2;

c) $x=\frac{3}{2}$ hoặc x = –6;

d) t = 3 hoặc t = – 25.

2. a) (x – 4)(3x + 7) = 0

x = 4 hoặc $x=-\frac{7}{3}$;

b) (x + 6)(5x – 2) = 0

x = – 6 hoặc $x=\frac{2}{5}$;

c) (x – 1)(x – 5) = 0

x = 1 hoặc x = 5;

d) (4x + 4)(2x – 8) = 0

x = –1 hoặc x = 4.

3. a) ĐKXĐ: x ≠ 3.

x + 5 + 2(x – 3) = 2

x = 1 (thoả mãn ĐKXĐ).

Vậy nghiệm của phương trình là x = 1.

b) ĐKXĐ: x ≠ 0 và x ≠ –1.

x(3x + 5) + 2(x + 1) = 3x(x + 1)

$x=-\frac{1}{2}$ (thoả mãn ĐKXĐ).

Vậy nghiệm của phương trình là $x=-\frac{1}{2}$.

c) ĐKXĐ: x ≠ 2 và x ≠ 3.

$x^2 – 9 + x^2 – 4 = 2(x – 2)(x – 3)$

$x=\frac{5}{2}$ (thoả mãn ĐKXĐ).

Vậy nghiệm của phương trình là $x=\frac{5}{2}$.

d) ĐKXĐ: x ≠ 2 và x ≠ –2.

$(x + 2)^2 – (x – 2)^2 = 16$

x = 2 (không thoả mãn ĐKXĐ).

Vậy phương trình vô nghiệm.

4. Gọi x (km/h) là tốc độ của xe đạp (x > 0).

Lập phương trình: $\frac{60}{x}-\frac{60}{3x}=\frac{8}{3}$

x = 15 (thoả mãn).

Vậy tốc độ của xe đạp là 15 km/h, tốc độ của xe máy là 45 km/h.

5. Gọi x là số công nhân dự định tham gia hội thao lúc đầu ($x \in \mathbb{N}^*$).

Lập phương trình: $\frac{12\,600\,000}{0{,}8x}-\frac{12\,600\,000}{x}=105\,000$

x = 30 (thoả mãn).

Vậy số công nhân dự định tham gia hội thao lúc đầu là 30 người.

Bài 2. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Nhận biết được khái niệm phương trình bậc nhất hai ẩn, hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Nhận biết được khái niệm nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống.

II. Một số chú ý

1. Khi nói đến cặp số (a; b), ta đã kể đến thứ tự của hai số đó. Cần nhấn mạnh (a; b) và (b; a) là hai cặp số khác nhau.

Khi viết cặp số (a; b) là một nghiệm của phương trình hai ẩn x, y, ta luôn hiểu x = a và y = b.

2. GV không khai thác sâu việc biểu diễn tất cả các nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn, chỉ cần tiếp cận như sách giáo khoa là vừa đủ.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Bài toán cổ:

Một đàn em nhỏ đứng bên sông
To nhỏ bàn nhau chuyện chia hồng
Mỗi người năm trái thừa năm trái
Mỗi người sáu trái một người không
Hỡi người bạn trẻ đang dừng bước
Có mấy em thơ, mấy trái hồng?

Làm thế nào để tính được số em nhỏ (em thơ) và số trái hồng?



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Kích thích khả năng tư duy sáng tạo, tìm hiểu của HS về phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: HS tìm hiểu tình huống, thử tìm cách trả lời câu hỏi của bài toán. GV theo dõi và phản hồi các ý kiến (nếu có) của HS và có thể kết luận sau bài học này HS sẽ dễ dàng tìm được câu trả lời.

1. Phương trình bậc nhất hai ẩn

HĐKP 1

1 Để chuyển đổi từ độ F (kí hiệu x) sang độ C (kí hiệu y), ta dùng công thức:

$$y = \frac{5}{9}(x - 32).$$

a) Biến đổi công thức trên về dạng $x - 1{,}8y = 32$. (1)

b) Hỏi 20 °C tương ứng với bao nhiêu độ F?

c) Hỏi 98,6 °F tương ứng với bao nhiêu độ C?

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận nhận biết phương trình bậc nhất hai ẩn, xác định đúng các hệ số a, b, c.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV nêu câu hỏi, HS thực hiện viết đẳng thức tìm x, y trên giấy nháp. GV gọi HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá, chốt lại kiến thức.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $y : \frac{5}{9} = x - 32$ hay $1{,}8y = x - 32$ hay $x - 1{,}8y = 32$;

b) 68 °F;

c) 37 °C.

Lưu ý: Điều kiện a và b không đồng thời bằng 0 có nghĩa là ít nhất một trong hai số a, b phải khác 0.

Với Ví dụ 1, GV khai thác chậm để HS nhận biết phương trình bậc nhất hai ẩn, xác định rõ các hệ số a, b, c.

Thực hành 1. Xác định các hệ số a, b, c của mỗi phương trình bậc nhất hai ẩn sau:

a) $x + 5y = -4$; b) $\sqrt{3}x + y = 0$; c) $0x - \frac{3}{2}y = 6$; d) $2x + 0y = -1,5$.

– Mục đích của Thực hành 1: Qua thực hành giúp HS rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt. HS xác định được các hệ số a, b, c của phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: GV cho HS phát biểu, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $a = 1, b = 5, c = -4$; b) $a = \sqrt{3}, b = 1, c = 0$;

c) $a = 0, b = -\frac{3}{2}, c = 6$; d) $a = 2, b = 0, c = -1,5$.

Thực hành 2. Cho phương trình $3x + 2y = 4$. (1)

a) Trong hai cặp số (1; 2) và (2; –1), cặp số nào là nghiệm của phương trình (1)?

b) Tìm y_0 để cặp số $(4; y_0)$ là nghiệm của phương trình (1).

c) Tìm thêm hai nghiệm của phương trình (1).

d) Hãy biểu diễn tất cả các nghiệm của phương trình (1) trên mặt phẳng toạ độ Oxy.

– Mục đích của Thực hành 2: HS thực hành nhận biết nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn, rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS thực hiện cá nhân và trình bày kết quả theo yêu cầu. Lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Cặp số (1; 2) không là nghiệm của phương trình (1) vì $3 . 1 + 2 . 2 = 7 \neq 4$.

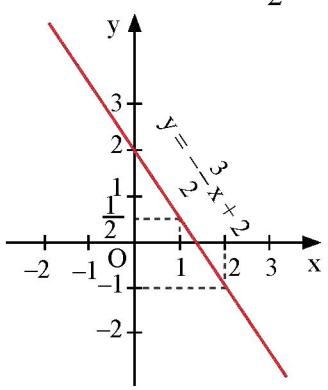
Cặp số (2; –1) là nghiệm của phương trình (1) vì $3 . 2 + 2 . (-1) = 4$.

b) Thay $x = 4$ và $y = y_0$ vào phương trình (1), ta được: $3 . 4 + 2y_0 = 4$ hay $y_0 = -4$.

c) Cặp số (–2; 5) là nghiệm của phương trình (1) vì $3 . (-2) + 2 . 5 = 4$.

Cặp số $\left(1; \frac{1}{2}\right)$ là nghiệm của phương trình (1) vì $3 . 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 4$.

d) $3x + 2y = 4$ hay $y = -\frac{3}{2}x + 2$.



2. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

HĐKP 2



Một ô tô đi từ A đến B, cùng lúc đó một xe máy đi từ B về A. Gọi x (km/h) là tốc độ của ô tô, y (km/h) là tốc độ của xe máy ($x > 0, y > 0$). Biết rằng:

(1) Tốc độ của ô tô hơn tốc độ xe máy 15 km/h;

(2) Quãng đường AB dài 210 km và hai xe gặp nhau sau 2 giờ.

a) Từ dữ kiện (1), hãy lập một phương trình hai ẩn x, y.

b) Từ dữ kiện (2), hãy lập thêm một phương trình hai ẩn x, y.

c) Bạn An khẳng định rằng tốc độ của ô tô và xe máy lần lượt là 60 km/h và 45 km/h. Có thể dùng hai phương trình lập được để kiểm tra khẳng định của bạn An là đúng hay sai không?

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, nhận biết hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: Tổ chức thảo luận nhóm và trình bày kết quả. Lớp nhận xét kết quả của các nhóm. GV đánh giá, chốt kiến thức.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $x - y = 15$; b) $2x + 2y = 210$;

c) Có thể dùng hai phương trình lập được để kiểm tra khẳng định của bạn An.

Thực hành 3. Trong các hệ phương trình sau, hệ phương trình nào là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn?

a) $\begin{cases} x + 3y = 0 \\ 4y - 3x = -4; \end{cases}$ b) $\begin{cases} \sqrt{3}x + 0y = -5 \\ 0x + \dfrac{4}{5}y = 3; \end{cases}$ c) $\begin{cases} 7x + 2y = -5 \\ 0x + 0y = 9. \end{cases}$

– Mục đích của Thực hành 3: Qua thực hành giúp HS rèn luyện kĩ năng nhận biết hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Hệ phương trình $\begin{cases} x + 3y = 0 \\ 4x - 3y = -4 \end{cases}$ là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

b) Hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{3}x + 0y = -5 \\ 0x + \dfrac{4}{5}y = 3 \end{cases}$ là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

c) Hệ phương trình $\begin{cases} 7x + 2y = -5 \\ 0x + 0y = 9 \end{cases}$ không phải là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

Thực hành 4. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + 5y = 10 \\ 2x - y = -13. \end{cases}$

Trong hai cặp số (0; 2) và (–5; 3), cặp số nào là nghiệm của hệ phương trình đã cho?

– Mục đích của Thực hành 4: Qua thực hành giúp HS rèn luyện kĩ năng nhận biết nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

Cặp số (0; 2) không là nghiệm của hệ phương trình vì $\begin{cases} 0 + 5.2 = 10 \\ 2.0 - 2 = -2 \ (\neq -13). \end{cases}$

Cặp số (–5; 3) là nghiệm của hệ phương trình vì $\begin{cases} -5 + 5.3 = 10 \\ 2.(-5) - 3 = -13. \end{cases}$

Vận dụng. Đối với bài toán trong  (trang 10), nếu gọi x là số em nhỏ, y là số quả hồng thì ta nhận được hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn nào?

– Mục đích của Vận dụng: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế tính số em nhỏ và số trái hồng có trong bài toán cổ.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng: HS thảo luận nhóm, trình bày bài giải và giải thích cách làm, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

Mỗi người 5 trái thừa 5 trái, ta có phương trình 5x + 5 = y hay 5x – y = –5.

Mỗi người 6 trái một người không, nghĩa là chỉ có x – 1 em nhỏ có trái hồng, ta có phương trình 6(x – 1) = y hay 6x – y = 6.

Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} 5x - y = -5 \\ 6x - y = 6. \end{cases}$

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. a) 2x + 5y = –7 là phương trình bậc nhất hai ẩn với a = 2, b = 5, c = –7.

b) 0x – 0y = 5 không là phương trình bậc nhất hai ẩn vì a = 0 và b = 0.

c) $0x - \frac{5}{4}y = 3$ là phương trình bậc nhất hai ẩn với a = 0, $b = -\frac{5}{4}$, c = 3.

d) 0,2x + 0y = –1,5 là phương trình bậc nhất hai ẩn với a = 0,2; b = 0; c = –1,5.

2. a) Cặp số (1; 1) là nghiệm của phương trình 4x + 3y = 7 vì 4 . 1 + 3 . 1 = 7.

Cặp số (–2; 5) là nghiệm của phương trình 4x + 3y = 7 vì 4 . (–2) + 3 . 5 = 7.

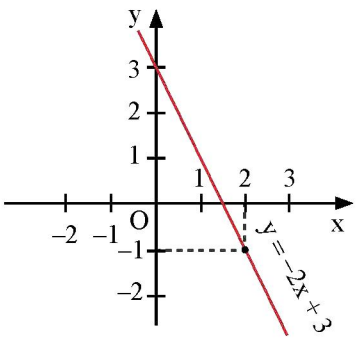
Cặp số (0; 2) không là nghiệm của phương trình 4x + 3y = 7 vì 4 . 0 + 3 . 2 = 6 (≠ 7).

b) Cặp số (1; 1) là nghiệm của phương trình 3x – 4y = –1 vì 3 . 1 – 4 . 1 = –1.

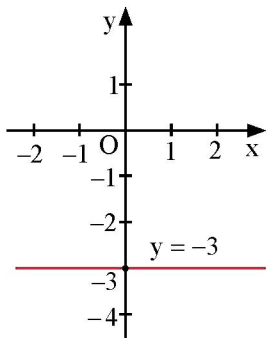
Cặp số (–2; 5) không là nghiệm của phương trình 3x – 4y = –1 vì 3.(–2) – 4.5 = –26 (≠ –1).

Cặp số (0; 2) không là nghiệm của phương trình 3x – 4y = –1 vì 3 . 0 – 4 . 2 = – 8 (≠ –1).

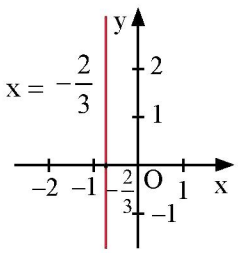
3. a) 2x + y = 3 hay y = –2x + 3.



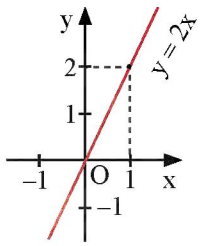
b) 0x – y = 3 hay y = –3.



c) –3x + 0y = 2 hay $x = -\frac{2}{3}$.



d) –2x + y = 0 hay y = 2x.

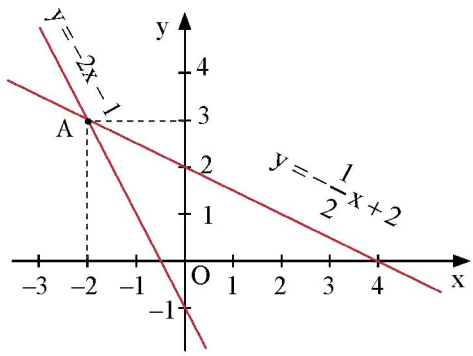


4. a) Cặp số (2; 2) không là nghiệm của hệ phương trình vì $\begin{cases} 4 . 2 - 2 = 6 \ (\neq 2) \\ 2 + 3 . 2 = 8 \ (\neq 7). \end{cases}$

b) Cặp số (1; 2) là nghiệm của hệ phương trình vì $\begin{cases} 4 . 1 - 2 = 2 \\ 1 + 3 . 2 = 7. \end{cases}$

c) Cặp số (–1; –2) không là nghiệm của hệ phương trình vì $\begin{cases} 4 . (-1) - (-2) = -2 \ (\neq 2) \\ (-1) + 3 . (-2) = -7 \ (\neq 7). \end{cases}$

5. a)



b) Toạ độ giao điểm A(–2; 3).

c) Toạ độ của điểm A(–2; 3) là nghiệm của hệ phương trình vì $\begin{cases} -2 + 2 . 3 = 4 \\ 2 . (-2) + 3 = -1. \end{cases}$

Bài 3. GIẢI HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Giải được hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Tính được nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng máy tính cầm tay.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn (ví dụ: các bài toán liên quan đến cân bằng phương trình trong Hoá học, ...).

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống.

II. Một số chú ý

Khi ứng dụng hệ phương trình bậc nhất hai ẩn để giải các bài toán liên quan đến cân bằng phương trình Hoá học, GV cần lưu ý lựa chọn các phương trình hoá học sao cho phù hợp, tránh sa đà vào các phương trình hoá học dẫn đến bài toán nhiều hơn hai ẩn.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Tại một cửa hàng, chị An mua 1,2 kg thịt lợn và 0,7 kg thịt bò hết 362 000 đồng; chị Ba mua 0,8 kg thịt lợn và 0,5 kg thịt bò cùng loại hết 250 000 đồng. Làm thế nào để tính được giá tiền 1 kg mỗi loại thịt lợn và thịt bò?



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Kích thích tính tò mò, tư duy, tìm hiểu về việc giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: HS tìm hiểu tình huống, thử tìm cách trả lời. GV theo dõi và phản hồi các ý kiến của HS.

Hướng dẫn – Đáp án:

Gọi x (đồng) là giá tiền 1 kg thịt lợn, y (đồng) là giá tiền 1 kg thịt bò (x > 0, y > 0).

Ta lập được hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn $\begin{cases} 1,2x + 0,7y = 362\,000 \\ 0,8x + 0,5y = 250\,000. \end{cases}$

Giải hệ phương trình trên ta tìm được giá tiền mỗi loại thịt lợn và thịt bò.

1. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

HĐKP 1



Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x - 2y = 1 & (1) \\ -2x + 3y = -1. & (2) \end{cases}$

Thực hiện giải hệ phương trình này theo hướng dẫn sau:

– Từ phương trình (1), hãy biểu diễn x theo y.

– Thế x được biểu diễn ở trên vào phương trình (2), để nhận được một phương trình ẩn y.

– Giải phương trình ẩn y đó, rồi suy ra nghiệm của hệ.

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về cách giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: Tổ chức thảo luận nhóm. Lớp nhận xét kết quả của các nhóm. GV đánh giá, chốt kiến thức.

Hướng dẫn – Đáp án: Từ phương trình (1), ta có x = 1 + 2y.

Thay x = 1 + 2y vào phương trình (2), ta được: –2(1+ 2y) + 3y = –1.

Giải phương trình này, ta được y = –1.

Thay y = –1 vào phương trình x = 1 + 2y, ta được x = –1.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (–1; –1).

Thực hành 1. Giải các hệ phương trình:

a) $\begin{cases} x + 2y = -2 \\ 5x - 4y = 11; \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - y = -5 \\ -2x + y = 11; \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 6x + 2y = 4. \end{cases}$

– Mục đích của Thực hành 1: HS thực hành giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: Tổ chức thảo luận nhóm. Lớp nhận xét kết quả của các nhóm. GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\begin{cases} x + 2y = -2 \\ 5x - 4y = 11 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -2y - 2 \\ 5(-2y - 2) - 4y = 11 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -2y - 2 \\ -14y = 21 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -2y - 2 \\ y = -\dfrac{3}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 \\ y = -\dfrac{3}{2} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = 1 \\ y = -\dfrac{3}{2}. \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - y = -5 \\ -2x + y = 11 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ -2x + (2x + 5) = 11 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ 0x = 6 \end{cases}$

Phương trình $0x = 6$ vô nghiệm.

Vậy hệ phương trình vô nghiệm.

c) $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 6x + 2y = 4 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2 - 3x \\ 6x + 2(2 - 3x) = 4 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2 - 3x \\ 0x = 0 \end{cases}$

Phương trình $0x = 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy hệ phương trình có vô số nghiệm. Các nghiệm của hệ được viết như sau: $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2 - 3x. \end{cases}$

2. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

HĐKP 2



Cho hai hệ phương trình:

$\begin{cases} 3x = 6 \\ x + y = 5; \end{cases}$ (I) $\qquad \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 5. \end{cases}$ (II)

a) Giải hệ phương trình (I) và hệ phương trình (II) bằng phương pháp thế. Có nhận xét gì về nghiệm của hai hệ này?

b) Bằng cách cộng từng vế hai phương trình của hệ (II), ta nhận được một phương trình mới. Thay phương trình thứ nhất của hệ (II) bằng phương trình mới đó. Có nhận xét gì về kết quả nhận được?

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, hiểu được cách giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp cộng đại số.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: Tổ chức thảo luận nhóm. Lớp nhận xét kết quả của các nhóm. GV đánh giá, chốt kiến thức.

Thực hành 2. Giải các hệ phương trình:

a) $\begin{cases} 2x - 5y = -14 \\ 2x + 3y = 2; \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x + 5y = 15 \\ 6x - 4y = 11. \end{cases}$

– Mục đích của Thực hành 2: Giúp HS thực hành giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp cộng đại số để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: Tổ chức thảo luận nhóm. Lớp nhận xét kết quả các nhóm. GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\begin{cases} 2x - 5y = -14 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} 8y = 16 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(-2; 2)$.

b) $\begin{cases} 4x + 5y = 15 \\ 6x - 4y = 11 \end{cases}$

$\begin{cases} 12x + 15y = 45 \\ -12x + 8y = -22 \end{cases}$

$\begin{cases} 23y = 23 \\ 4x + 5y = 15 \end{cases}$

$\begin{cases} x = \dfrac{5}{2} \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\left(\dfrac{5}{2}; 1\right)$.

Vận dụng 1. Xác định a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(2; -2)$ và $B(-1; 3)$.

– Mục đích của Vận dụng 1: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế ứng dụng việc giải hệ phương trình để tìm công thức hàm số bậc nhất.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp. GV có thể cho HS làm việc theo nhóm.

Hướng dẫn – Đáp án:

Thay toạ độ hai điểm $A(2; -2)$ và $B(-1; 3)$ vào $y = ax + b$, ta lập được hệ phương trình

$\begin{cases} 2a + b = -2 \\ -a + b = 3. \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} a = -\dfrac{5}{3} \\ b = \dfrac{4}{3}. \end{cases}$

3. Tìm nghiệm của hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng máy tính cầm tay

Thực hành 3. Tìm nghiệm của các hệ phương trình sau bằng máy tính cầm tay:

a) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x + 5y = -19; \end{cases}$ b) $\begin{cases} -3x + 5y = 12 \\ 2x + y = 5. \end{cases}$

– Mục đích của Thực hành 3: HS thực hành sử dụng máy tính cầm tay để giải hệ phương trình theo hướng dẫn.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS làm việc theo nhóm. GV có thể hướng dẫn thêm cho loại máy tính mà HS có.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\left(\frac{1}{13}; -\frac{50}{13}\right)$.

b) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất (1; 3).

4. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

HĐKP 3

3 Hai lớp 9A và 9B có tổng số 82 học sinh. Trong dịp tết trồng cây năm 2022, mỗi học sinh lớp 9A trồng được 3 cây, mỗi học sinh lớp 9B trồng được 4 cây nên cả hai lớp trồng được tổng số 288 cây.

Gọi x, y lần lượt là số học sinh lớp 9A và lớp 9B ($x \in \mathbb{N}^*$, $y \in \mathbb{N}^*$).

a) Từ dữ liệu đã cho, lập hai phương trình bậc nhất hai ẩn biểu thị số học sinh của hai lớp và số cây trồng được.

b) Giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn và cho biết mỗi lớp có bao nhiêu học sinh.

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, ứng dụng hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn vào giải các bài toán thực tế.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***: Tổ chức thảo luận nhóm. Lớp nhận xét kết quả của các nhóm. GV đánh giá, chốt kiến thức.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\begin{cases} x + y = 82 \\ 3x + 4y = 288; \end{cases}$

b) Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 40 \\ y = 42. \end{cases}$

Vậy lớp 9A có 40 học sinh, lớp 9B có 42 học sinh.

Thực hành 4. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 64 m. Nếu tăng chiều dài thêm 2 m và tăng chiều rộng thêm 3 m thì diện tích tăng thêm 88 m^2. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn đó.

– Mục đích của Thực hành 4: Giúp HS rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: Tổ chức thảo luận nhóm. Lớp nhận xét kết quả của các nhóm. GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

Gọi x (m), y (m) lần lượt là chiều dài và chiều rộng mảnh vườn ($x > 0, y > 0$).

Chu vi mảnh vườn là 64 m, nên ta có phương trình $x + y = 32$.

Sau khi tăng chiều dài thêm 2 m, tăng chiều rộng thêm 3 m thì diện tích tăng 88 m^2, nên ta có phương trình $(x + 2)(y + 3) = xy + 88$.

Khai triển và rút gọn ta được phương trình $3x + 2y = 82$.

Từ đó ta lập được hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 32 \\ 3x + 2y = 82. \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được $x = 18, y = 14$.

Vậy chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn lần lượt là 18 m và 14 m.

Thực hành 5. Cân bằng phương trình hoá học sau bằng phương pháp đại số.

$$NO + O_2 \rightarrow NO_2$$

– Mục đích của Thực hành 5: Giúp HS rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 5: Tổ chức thảo luận nhóm. Lớp nhận xét kết quả của các nhóm. GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án: Gọi x, y lần lượt là hệ số của NO và O_2 thoả mãn cân bằng phương trình hoá học

$$xNO + yO_2 \rightarrow NO_2$$

Cân bằng số nguyên tử N, số nguyên tử O ở hai vế, ta có hệ phương trình $\begin{cases} x = 1 \\ x + 2y = 2. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này ta được $x = 1, y = \frac{1}{2}$.

Đưa các hệ số vừa tìm được vào phương trình hoá học, ta có

$$NO + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow NO_2$$

Do các hệ số của phương trình hoá học phải là số nguyên nên nhân hai vế của phương trình hoá học trên với 2, ta được $2NO + O_2 \rightarrow 2NO_2$.

Vận dụng 2. Giải bài toán trong  (trang 15).

– Mục đích của Vận dụng 2: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tiễn thông qua việc viết và giải hệ phương trình để tìm giá tiền của 1 kg mỗi loại thịt.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: HS thảo luận nhóm, viết và trình bày kết quả theo yêu cầu. Lớp nhận xét. GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

Gọi x (đồng) là giá tiền 1 kg thịt lợn, y (đồng) là giá tiền 1 kg thịt bò ($x > 0$, $y > 0$).

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 1{,}2x + 0{,}7y = 362\,000 \\ 0{,}8x + 0{,}5y = 250\,000. \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được $x = 150\,000$, $y = 260\,000$.

Vậy 1 kg thịt lợn có giá 150 000 đồng, 1 kg thịt bò có giá 260 000 đồng.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. a) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3; \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = 10 \\ y = 7; \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 2; \end{cases}$ d) $\begin{cases} x = \dfrac{14}{9} \\ y = -\dfrac{5}{3}. \end{cases}$

2. a) Hệ phương trình vô nghiệm; b) $\begin{cases} x = 1 \\ y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}; \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{6}}{6} \\ y = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}; \end{cases}$ d) $\begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} \\ y = -\dfrac{13}{2}. \end{cases}$

3. a) Thay toạ độ hai điểm A(1; 2) và B(3; 8) vào $y = ax + b$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} a + b = 2 \\ 3a + b = 8. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được $a = 3$, $b = -1$.

b) Thay toạ độ hai điểm A(2; 1) và B(4; –2) vào $y = ax + b$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2a + b = 1 \\ 4a + b = -2. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được $a = -\dfrac{3}{2}$, $b = 4$.

4. Gọi x, y lần lượt là số chi tiết máy tổ một và tổ hai sản xuất được trong tháng thứ nhất ($x \in \mathbb{N}^*$, $y \in \mathbb{N}^*$).

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 800 \\ 1{,}15x + 1{,}2y = 945. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được $x = 300$, $y = 500$ (thoả mãn).

Vậy trong tháng thứ nhất tổ một sản xuất được 300 chi tiết máy, tổ hai sản xuất được 500 chi tiết máy.

5. Gọi x, y lần lượt là số áo tổ thứ nhất và tổ thứ hai may được trong một ngày ($x \in \mathbb{N}^*$, $y \in \mathbb{N}^*$).

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 7x + 5y = 1540 \\ x + 20 = y. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được $x = 120$, $y = 140$ (thoả mãn).

Vậy trong một ngày tổ một may được 120 chiếc áo, tổ hai may được 140 chiếc áo.

6. Gọi x (tấn/ha) là năng suất lúa giống mới trên 1 ha, y (tấn/ha) là năng suất lúa giống cũ trên 1 ha ($x > 0$, $y > 0$).

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 60x + 40y = 660 \\ 3x + 3 = 4y. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được $x = 7$, $y = 6$ (thoả mãn).

Vậy năng suất lúa giống mới trên 1 ha là 7 tấn/ha, năng suất lúa giống mới trên 1 ha là 6 tấn/ha.

7. a) Gọi x, y lần lượt là hệ số của Ag và Cl_2 thoả mãn cân bằng phương trình hoá học

$$xAg + yCl_2 \rightarrow AgCl$$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x = 1 \\ 2y = 1. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được $\begin{cases} x = 1 \\ y = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$

Đưa các hệ số vừa tìm được vào phương trình hoá học, ta có

$$Ag + \frac{1}{2}Cl_2 \rightarrow AgCl$$

Do hệ số của phương trình hoá học phải là số nguyên nên nhân hai vế của phương trình hoá học trên với 2, ta được $2Ag + Cl_2 \rightarrow 2AgCl$.

b) Gọi x, y lần lượt là hệ số của CO_2 và C thoả mãn cân bằng phương trình hoá học

$$xCO_2 + yC \rightarrow CO$$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x = 1. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2}. \end{cases}$

Đưa các hệ số vừa tìm được vào phương trình hoá học, ta có:

$$\frac{1}{2}CO_2 + \frac{1}{2}C \rightarrow CO$$

Do các hệ số của phương trình hoá học phải là số nguyên nên nhân hai vế của phương trình hoá học trên với 2, ta được $CO_2 + C \rightarrow 2CO$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 1

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. C **2.** C **3.** A **4.** D **5.** D **6.** C

BÀI TẬP TỰ LUẬN

7. a) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2; \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ y = 1; \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = \frac{19}{13} \\ y = \frac{14}{13}; \end{cases}$ d) Hệ phương trình có vô số nghiệm.

8. a) $x = -\frac{2}{5}$ hoặc $x = \frac{7}{2}$; b) $x = -10$ hoặc $x = -2$;

c) $y = 5$ hoặc $y = -2$; d) $x = \frac{1}{3}$ hoặc $x = 6$.

9. a) $x = \frac{3}{5}$; b) $x = 2$;

c) $x = -1$; d) $x = -2$.

10. Gọi x, y là hai số nguyên dương cần tìm.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1006 \\ x - 2y = 124. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được $x = 712$, $y = 294$.

Vậy hai số cần tìm là 712 và 294.

11. Gọi x là số trận thắng, y là số trận hoà của đội Arsenal ở mùa giải đó ($x \in \mathbb{N}^*$, $y \in \mathbb{N}^*$).

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 38 \\ 3x + y = 90. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được $x = 26$, $y = 12$ (thoả mãn).

Vậy đội Arsenal ở mùa giải đó đã có 26 trận thắng.

12. Gọi x (đồng) là giá niêm yết của mỗi cây bút bi, y (đồng) là giá niêm yết của mỗi quyển vở ($x > 0$, $y > 0$).

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 10x + 20y = 195\,000 \\ 8x + 18y = 172\,000. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được $\begin{cases} x = 3\,500 \\ y = 8\,000 \end{cases}$ (thoả mãn).

Vậy giá niêm yết của mỗi cây bút bi là 3 500 đồng và của mỗi quyển vở là 8 000 đồng.

13. Gọi x số cam, y là số quýt ($x \in \mathbb{N}^*$, $y \in \mathbb{N}^*$).

"Quýt, cam mười bảy quả tươi" nghĩa là tổng số quả cam và quýt là 17 quả, ta có phương trình $x + y = 17$. (1)

"Chia ba mỗi quả quýt rồi" nghĩa là mỗi quả quýt chia làm ba miếng, nên số miếng quýt là 3y.

"Còn cam mỗi quả chia mười vừa xinh" nghĩa là mỗi quả cam chia làm 10 miếng, nên số miếng cam là 10x.

"Trăm người, trăm miếng ngọt lành" nghĩa là sau khi chia cam và quýt thì có tất cả 100 miếng, ta có phương trình: $10x + 3y = 100$. (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 17 \\ 10x + 3y = 100. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được $\begin{cases} x = 7 \\ y = 10 \end{cases}$ (thoả mãn).

Vậy có 7 quả quýt, 10 quả cam.

14. Gọi x, y lần lượt là số bộ linh kiện điện tử tổ A và tổ B lắp ráp được trong một ngày ($x \in \mathbb{N}^*$, $y \in \mathbb{N}^*$).

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 5x + 4y = 1\,900 \\ x - y = 20. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được $\begin{cases} x = 220 \\ y = 200 \end{cases}$ (thoả mãn).

Vậy trong một ngày tổ A lắp ráp được 220 bộ linh kiện điện tử, tổ B lắp ráp được 200 bộ linh kiện điện tử.

15. a) Gọi x, y lần lượt là hệ số của Fe và Cl_2 thoả mãn cân bằng phương trình hoá học

$$xFe + yCl_2 \rightarrow FeCl_3$$

Cân bằng số nguyên tử Fe, số nguyên tử Cl ở hai vế, ta được hệ phương trình $\begin{cases} x = 1 \\ 2y = 3. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được $\begin{cases} x = 1 \\ y = \dfrac{3}{2}. \end{cases}$

Đưa các hệ số vừa tìm được vào phương trình hoá học, ta có

$$Fe + \frac{3}{2}Cl_2 \rightarrow FeCl_3$$

Do các hệ số của phương trình hoá học phải là số nguyên nên ta nhân hai vế của phương trình hoá học trên với 2, ta được $2Fe + 3Cl_2 \rightarrow 2FeCl_3$.

b) Gọi x, y lần lượt là hệ số của SO_2 và O_2 thoả mãn cân bằng phương trình hoá học

$$xSO_2 + yO_2 \xrightarrow[V_2O_5]{t^o} SO_3$$

Cân bằng số nguyên tử S, số nguyên tử O ở hai vế, ta được hệ phương trình $\begin{cases} x = 1 \\ 2x + 2y = 3. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được $\begin{cases} x = 1 \\ y = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$

Đưa các hệ số vừa tìm được vào phương trình hoá học, ta có

$$SO_2 + \frac{1}{2}O_2 \xrightarrow[V_2O_5]{t^o} SO_3$$

Do các hệ số của phương trình hoá học phải là số nguyên nên nhân hai vế của phương trình hoá học trên với 2, ta được $2SO_2 + O_2 \xrightarrow[V_2O_5]{t^o} 2SO_3$

c) Gọi x, y lần lượt là hệ số của Al và O_2 thoả mãn cân bằng phương trình hoá học

$$xAl + yO_2 \rightarrow Al_2O_3$$

Cân bằng số nguyên tử Al, số nguyên tử O ở hai vế, ta được hệ phương trình $\begin{cases} x = 2 \\ 2y = 3. \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được $\begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{3}{2}. \end{cases}$

Đưa các hệ số vừa tìm được vào phương trình hoá học, ta có:

$$2Al + \frac{3}{2}O_2 \rightarrow Al_2O_3$$

Do các hệ số của phương trình hoá học phải là số nguyên nên nhân hai vế của phương trình hoá học trên với 2, ta được $4Al + 3O_2 \rightarrow 2Al_2O_3$

16. Gọi x (tấn) là khối lượng thép chứa 10% carbon, y (tấn) là khối lượng thép chứa 20% carbon ($x > 0, y > 0$).

Khối lượng carbon có trong x tấn thép 10% carbon là $10\%x = 0,1x$ (tấn).

Khối lượng carbon có trong y tấn thép 20% carbon là $20\%y = 0,2y$ (tấn).

Theo đề bài, cần luyện được 1000 tấn thép chứa 16% carbon nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ 0,1x + 0,2y = 1000 \ . 16\% \end{cases}$$

Giải hệ phương trình này, ta được $\begin{cases} x = 400 \\ y = 600 \end{cases}$ (thoả mãn).

Vậy cần 400 tấn thép loại 10% carbon, 600 tấn thép loại 20% carbon.

Chương 2 BẤT ĐẲNG THỨC. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực chuyên môn

– Nhận biết thứ tự trên tập hợp số thực.

– Nhận biết được định nghĩa bất đẳng thức.

– Mô tả được một số tính chất cơ bản của bất đẳng thức (bắc cầu, cộng hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số, nhân hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số).

– Nhận biết được khái niệm bất phương trình bậc nhất một ẩn và nghiệm của nó.

– Giải được bất phương trình bậc nhất một ẩn và ứng dụng để giải quyết một số vấn đề thực tiễn.

2. Năng lực chung

Hình thành và phát triển:

– Năng lực tự chủ và tự học thông qua việc giúp HS biết cách lập luận chặt chẽ để chứng minh một bất đẳng thức.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác thông qua việc trình bày bài toán, dùng kí hiệu toán học để biểu diễn bài toán.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo thông qua việc giúp HS nhận biết tình huống có vấn đề và giải một bài toán thực tế.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

BÀI 1. BẤT ĐẲNG THỨC

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được thứ tự trên tập hợp số thực thông qua trục số.

– Nhận biết được định nghĩa bất đẳng thức, biết cách gọi tên bất đẳng thức với các dấu bất đẳng thức khác nhau ($>, \geq, <, \leq$).

– Vận dụng được dấu bất đẳng thức để biểu diễn các vấn đề trong thực tiễn.

– Mô tả được các tính chất cơ bản của bất đẳng thức.

– Giải được một số bài toán đơn giản ứng dụng tính chất cơ bản của bất đẳng thức.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

1. Ở các lớp dưới, HS đã biết dùng các dấu $>, <, \geq, \leq$ để biểu diễn các quan hệ giữa các số, đến đây tổng quát hoá thành khái niệm bất đẳng thức.

2. Bước đầu HS được học chứng minh bất đẳng thức dựa trên lập luận chặt chẽ.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Theo quy định của một hãng bay, khối lượng hành lí xách tay của khách hàng phổ thông không được vượt quá 12 kg. Gọi m là khối lượng hành lí xách tay của một khách hàng phổ thông. Hệ thức nào biểu diễn khối lượng hành lí đúng quy định của hãng bay?



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Giới thiệu một tình huống trong thực tế để mở đầu bài học: Dùng kí hiệu toán học để biểu diễn một vấn đề thực tế, từ đó dẫn tới khái niệm bất đẳng thức.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV sử dụng cơ hội để giới thiệu bài.

Lưu ý:

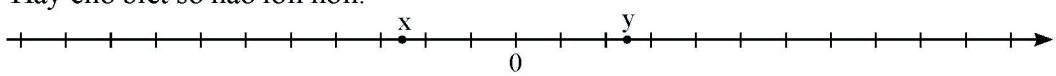
– Trước khi học bài này, HS chưa biết khái niệm bất đẳng thức, nhưng đã biết các dấu bất đẳng thức.

– GV không nên để thời gian quá nhiều cho hoạt động này.

1. Khái niệm bất đẳng thức

HĐKP 1

1 Cho hai số thực x và y được biểu diễn trên trục số (Hình 1).
Hãy cho biết số nào lớn hơn.



Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS hình dung được thứ tự của tập hợp số thực thông qua trục số.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: Ngoài yêu cầu trong sách, GV có thể dùng các kí hiệu khác như m, n thay cho x, y để yêu cầu HS trả lời, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án: y lớn hơn x (chưa dùng kí kiệu ">" ở giai đoạn này).

Lưu ý: GV cần quan tâm các phần tiếp theo được trình bày trong SGK để tạo cơ hội cho HS luyện tập cách viết và các cách đọc khác nhau của một bất đẳng thức. Chẳng hạn: GV có thể đặt câu hỏi:

+ Để diễn tả "m nhỏ hơn hay bằng n", ta viết thế nào?

+ $y \geq 0$ có thể đọc thế nào?

Thực hành 1. Hãy chỉ ra các bất đẳng thức diễn tả mỗi khẳng định sau:
a) x nhỏ hơn 5; b) a không lớn hơn b; c) m không nhỏ hơn n.

– Mục đích của Thực hành 1: Thực hành chuyển một bất đẳng thức được phát biểu bằng lời thành kí hiệu.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: GV yêu cầu mỗi HS tự ghi đáp án của mình vào giấy nháp. GV kiểm tra một vài HS để đánh giá mức độ hiểu bài và làm bài. GV tổng kết và cho đáp án.

Hướng dẫn – Đáp án:

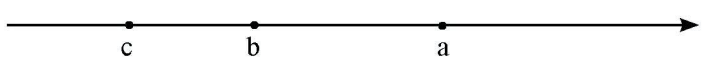
a) $x < 5$; b) $a \leq b$; c) $m \geq n$.

2. Tính chất của bất đẳng thức

Tính chất bắc cầu

HĐKP 2

2 Cho a, b, c là ba số thoả mãn $a > b$ và $b > c$. Trong hai số a và c, số nào lớn hơn? Vì sao?



Hình 3

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giới thiệu và dẫn dắt đến tính chất bắc cầu của bất đẳng thức.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV có thể thay các kí hiệu khác hoặc có thể thay chữ bằng số để thêm phong phú. Tính "bắc cầu" thể hiện ở chỗ b là *cầu nối* để biết mối liên hệ giữa a và c. GV có thể giải nghĩa cụm từ "bắc cầu" nhằm gây hứng thú cho HS.

Hướng dẫn – Đáp án:

a > b nên a ở bên phải b, (1)

và b > c nên b ở bên phải c. (2)

Từ (1) và (2), ta suy ra a ở bên phải c hay a > c.

Lưu ý: Lời giải như trình bày ở trên không phải là một chứng minh mà là một lập luận dựa trên quan sát.

Thực hành 2. So sánh hai số m và n, biết $m \le \pi$ và $n \ge \pi$.

– Mục đích của Thực hành 2: Giúp HS luyện tập sử dụng tính chất bắc cầu của bất đẳng thức để so sánh hai số.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: GV có thể thay số khác để HS luyện tập thêm, hoặc dùng thêm các dấu bất đẳng thức khác để luyện tập cho tính chất này.

Ví dụ: So sánh hai số x và y, biết: $x > 23^{101}$ và $y < 23^{101}$.

Hướng dẫn – Đáp án: $n \ge m$.

Tính chất liên hệ giữa thứ tự và phép cộng

HĐKP 3



Thay mỗi ? sau bằng dấu thích hợp (>, <):

a) $4 > 1$

$4 + 15 \boxed{?} 1 + 15$

b) $-10 < -5$

$-10 + (-15) \boxed{?} -5 + (-15)$

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Giúp HS từ những ví dụ cụ thể tổng quát thành tính chất "Cộng hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số".

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***: GV có thể cho thêm ví dụ khác với các dấu bất đẳng thức khác nhau.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $4 + 15 > 1 + 15$;

b) $-10 + (-15) < -5 + (-15)$.

Thực hành 3. So sánh hai số $-3 + 23^{50}$ và $-2 + 23^{50}$.

– Mục đích của Thực hành 3: Giúp HS luyện tập sử dụng tính chất "Cộng hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số".

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: Có thể thay số để giúp HS luyện tập thêm (các số nên là số không thể tính nhẩm được). Có thể cho thêm ví dụ với các dấu bất đẳng thức khác.

Hướng dẫn – Đáp án: $-3 + 23^{50} < -2 + 23^{50}$.

Thực hành 4. Cho hai số m và n thoả mãn $m > n$. Chứng tỏ $m + 5 > n + 4$.

– Mục đích của Thực hành 4: Rèn luyện việc kết hợp tính chất bắc cầu và cộng hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số để chứng minh bất đẳng thức. Rèn luyện tư duy lập luận và trình bày bài toán.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: GV nên tổ chức cho HS hoạt động theo nhóm để rèn luyện kĩ thực hành này.

Hướng dẫn – Đáp án:

Cộng hai vế của bất đẳng thức $m > n$ với 5, ta được: $m + 5 > n + 5$ (1)

Cộng hai vế của bất đẳng thức $5 > 4$ với n, ta được: $n + 5 > n + 4$ (2)

Từ (1) và (2), theo tính chất bắc cầu, ta được: $m + 5 > n + 4$.

Vận dụng 1. Gọi a là số tuổi của bạn Na, b là số tuổi của bạn Toàn, biết rằng bạn Toàn lớn tuổi hơn bạn Na. Hãy dùng bất đẳng thức để biểu diễn mối quan hệ về tuổi của hai bạn đó ở hiện tại và sau ba năm nữa.

– Mục đích của Vận dụng 1: Giúp HS biết cách dùng kí hiệu toán học để biểu diễn một mối quan hệ trong cuộc sống (phát triển năng lực giao tiếp toán học).

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: GV có thể cho HS tự đặt ra bài toán và trả lời bài toán.

Hướng dẫn – Đáp án: $b > a$; $b + 3 > a + 3$.

Tính chất liên hệ giữa thứ tự và phép nhân

HĐKP 4



Thay mỗi ? sau bằng dấu thích hợp (>, <):

a) $3 > 2$

$3 \cdot 17 \boxed{?} 2 \cdot 17$

b) $-10 < -2$

$(-10) \cdot 5 \boxed{?} (-2) \cdot 5$

c) $5 > 3$

$5 \cdot (-2) \boxed{?} 3 \cdot (-2)$

d) $-10 < -2$

$(-10) \cdot (-7) \boxed{?} (-2) \cdot (-7)$

– Mục đích của ***HĐKP 4***: Giúp HS từ những ví dụ cụ thể tổng quát thành tính chất "Nhân hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số".

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 4***: Cho HS thực hành theo nhóm và nêu nhận xét.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $3 \cdot 17 > 2 \cdot 17$;

b) $(-10) \cdot 5 < (-2) \cdot 5$;

c) $5 \cdot (-2) < 3 \cdot (-2)$;

d) $(-10) \cdot (-7) > (-2) \cdot (-7)$.

Thực hành 5. Hãy so sánh: $(-163) \cdot (-75)^{15}$ và $(-162) \cdot (-75)^{15}$.

– Mục đích của Thực hành 5: Giúp HS lưu ý tính chất "Nhân hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số âm thì bất đẳng thức đổi chiều".

– Gợi ý tổ chức Thực hành 5: Gọi HS trả lời, GV tổng kết. GV nên đưa thêm các bài tập tương tự cho HS thực hành để khắc sâu kiến thức này.

Hướng dẫn – Đáp án: Vì $(-75)^{15} < 0$, nên ta có $(-163) \cdot (-75)^{15} > (-162) \cdot (-75)^{15}$.

Lưu ý: HS phải nêu được lập luận: Vì $(-75)^{15} < 0$ nên mới có kết quả như đáp án. GV nên dành thời gian nhiều hơn cho hoạt động này.

Thực hành 6. Cho hai số m, n thoả mãn $0 < m^2 < n^2$. Chứng tỏ $\frac{3}{2}m^2 < 2n^2$.

– Mục đích của Thực hành 6: Giúp HS chứng minh bất đẳng thức dựa vào các tính chất của bất đẳng thức.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 6: GV nên chia lớp thành nhóm để làm bài. GV đánh giá, nhận xét, cho điểm các bài làm có lập luận chặt chẽ cao hơn các bài làm khác.

Hướng dẫn – Đáp án:

Vì $m^2 > 0$, nên nhân hai vế của bất đẳng thức $\frac{3}{2} < 2$ với m^2, ta được: $\frac{3m^2}{2} < 2m^2$. (1)

Nhân hai vế của bất đẳng thức $m^2 < n^2$ với 2, ta được: $2m^2 < 2n^2$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $\frac{3m^2}{2} < 2n^2$.

Vận dụng 2. Cho biết $-10m \leq -10n$, hãy so sánh m và n.

– Mục đích của Vận dụng 2: Rèn luyện tính chất "Nhân hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số".

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: GV có thể đặt câu hỏi gợi ý cho HS thực hiện bài làm. Chẳng hạn: Để so sánh được m và n ta phải làm mất đi hệ số –10 trong hai vế của bất đẳng thức đã cho. Muốn làm mất đi số –10 ở cả hai vế, ta làm thế nào?

GV có thể khắc sâu thêm ý nghĩa của bài học bằng cách nêu cách làm với đẳng thức. Chẳng hạn với $-10m = -10n$, ta có thể suy ra $m = n$ bằng cách "đơn giản" số –10 của hai vế, tuy nhiên với $-10m < -10n$ ta không thể thực hiện kiểu "đơn giản" như vậy.

Hướng dẫn – Đáp án: Nhân hai vế của bất đẳng thức $-10m < -10n$ với $-\frac{1}{10}$, ta được:

$$(-10m) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right) > (-10n) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right).$$

Rút gọn, ta suy ra: $m > n$.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. a) $v \leq 70$ (v tính theo km/h); b) $P \leq 10$ (P tính theo tấn).

2. a) $m > 8$; b) $n < 21$; c) $x \leq 4$; d) $y \geq 0$.

3. a) $m - 4 > 1$; b) $x^2 + 9 \leq y + 10$;
c) $3x + 2 > 5$; d) $m - 8 \leq -9$.

4. a) Cộng hai vế của bất đẳng thức $x + 5 > y + 5$ với -5, ta được $x > y$.

b) Nhân hai vế của bất đẳng thức $-11x \leq -11y$ với $-\frac{1}{11}$, ta được $x \geq y$.

c) Cộng hai vế của bất đẳng thức $3x - 5 < 3y - 5$ với 5, rồi nhân hai vế của bất đẳng thức nhận được với $\frac{1}{3}$, ta được $x < y$.

d) Cộng hai vế của bất đẳng thức $-7x + 1 > -7y + 1$ với -1, rồi nhân hai vế của bất đẳng thức nhận được với $-\frac{1}{7}$, ta được $x < y$.

5. a) Cộng hai vế của bất đẳng thức $a < b$ với $-a$, ta được $b - a > 0$.

b) Cộng hai vế của bất đẳng thức $-2 < -1$ với a, ta được $a - 2 < a - 1$. (1)

Cộng hai vế của bất đẳng thức $a < b$ với -1, ta được $a - 1 < b - 1$. (2)

Từ (1) và (2), ta suy ra $a - 2 < b - 1$.

c) Nhân hai vế của bất đẳng thức $a < b$ với 2, rồi cộng hai vế của bất đẳng thức nhận được với b, ta được $2a + b < 3b$.

d) Nhân hai vế của bất đẳng thức $a < b$ với -2, rồi cộng hai vế của bất đẳng thức nhận được với -3, ta được: $-2a - 3 > -2b - 3$.

Đố vui

Lỗi sai: b là số tuổi của bạn Mai, b không phải là số cân nặng của bạn Mai. Vì vậy không thể suy ra bạn Trang nhỏ tuổi hơn bạn Tín.

BÀI 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được khái niệm bất phương trình bậc nhất một ẩn, nghiệm của bất phương trình bậc nhất một ẩn.

– Giải được bất phương trình bậc nhất một ẩn.

– Áp dụng bất phương trình bậc nhất một ẩn để giải một số bài toán trong thực tiễn.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

1. Việc dùng bất phương trình bậc nhất một ẩn để giải một bài toán có thể thay bằng dùng phương trình bậc nhất một ẩn, tuy nhiên khi dùng bất phương trình để giải thì cách lập luận và phát biểu chặt chẽ hơn, ngắn gọn hơn.

2. Các bài toán dẫn đến việc dùng bất phương bậc nhất một ẩn để giải thường có các cụm từ "tối đa", "tối thiểu", "ít nhất", "nhỏ nhất", "bé nhất", "nhiều nhất", "lớn nhất", ...

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Để hưởng ứng phong trào "Trồng cây gây rừng", lớp 9A có kế hoạch trồng ít nhất 100 cây xanh. Lớp 9A đã trồng được 54 cây. Để đạt được kế hoạch đề ra, lớp 9A cần trồng thêm ít nhất bao nhiêu cây xanh nữa?



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Bước đầu giúp HS nhận biết được việc giải bài toán dẫn đến việc lập bất phương trình và giải bất phương trình đó.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV gọi HS đọc lại yêu cầu của bài toán, yêu cầu HS tóm tắt bài toán và trả lời câu hỏi. GV nhận xét và đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án: HS có thể trả lời như sau: 100 – 54 = 46 (cây).

Để đạt được kế hoạch đề ra, lớp 9A cần trồng thêm ít nhất 46 cây xanh nữa.

Lưu ý:

+ Câu trả lời bắt buộc phải có từ "***ít nhất***".

+ Đây là hoạt động mang tính gợi mở, vì vậy không nên dành nhiều thời gian cho hoạt động khởi động này.

1. Bất phương trình bậc nhất một ẩn, nghiệm của bất phương trình bậc nhất một ẩn

Bất phương trình bậc nhất một ẩn

HĐKP 1



Ông Trí dự định chạy bộ tổng cộng ít nhất 6 500 m vào buổi sáng và buổi chiều trong ngày. Buổi sáng ông Trí đã chạy được 4 000 m. Gọi x là số mét ông Trí chạy bộ vào buổi chiều. Viết hệ thức chứa x biểu thị điều kiện để ông Trí chạy được như dự định.

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS nhận biết các vấn đề trong đời sống cần sử dụng bất phương trình, nắm được cách viết hệ thức thoả mãn yêu cầu đề bài, rèn luyện kĩ năng viết hệ thức.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV đặt vấn đề: Ông Trí dự định chạy bộ tổng cộng ít nhất 6 500 m vào buổi sáng và buổi chiều trong ngày. Buổi sáng ông Trí đã chạy được 4 000 m. Gọi x là số mét ông Trí chạy bộ vào buổi chiều. Hỏi số mét ông Trí chạy bộ vào buổi chiều ít nhất là bao nhiêu?

Hoạt động 1:

+ GV gọi HS phát biểu ý kiến.

+ GV chốt lại: Số mét ông Trí chạy bộ vào buổi chiều ít nhất là

$6\,500 - 4\,000 = 2\,500$ (m).

Hoạt động 2:

+ GV yêu cầu HS viết hệ thức biểu thị điều kiện để ông Trí chạy được như dự định.

+ GV gọi HS phát biểu ý kiến.

+ GV chốt lại: Hệ thức biểu thị điều kiện để ông Trí chạy được như dự định là

$x + 4\,000 \geq 6\,500$.

Hướng dẫn – Đáp án: $x + 4\,000 \geq 6\,500$.

Thực hành 1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

$0x < 0$; $3x < 0$; $x^3 + 1 \geq 0$; $-x + 1 \leq 0$.

– Mục đích của Thực hành 1: Giúp HS nhận dạng được bất phương trình bậc nhất một ẩn.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: GV gọi HS trả lời, có thể yêu cầu HS giải thích, tuy nhiên tránh yêu cầu lí luận, giải thích một cách chặt chẽ.

Hướng dẫn – Đáp án: Các bất phương trình $3x < 0$ và $-x + 1 \leq 0$ là các bất phương trình bậc nhất một ẩn.

Nghiệm của bất phương trình bậc nhất một ẩn

HĐKP 2



Cho bất phương trình $x + 3 > 0$. (1)

Trong hai giá trị $x = 0$ và $x = -5$, giá trị nào thoả mãn bất phương trình?

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Dẫn dắt tới khái niệm nghiệm của bất phương trình bậc nhất một ẩn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV yêu cầu HS đọc và trả lời câu hỏi. GV chốt kiến thức như phần trình bày trong SGK. GV có thể cho HS luyện tập bằng các ví dụ đơn giản khác.

Thực hành 2. Tìm một số là nghiệm và một số không phải là nghiệm của bất phương trình $4x + 5 > 0$.

– Mục đích của Thực hành 2: Giúp HS khắc sâu khái niệm nghiệm của bất phương trình bậc nhất một ẩn.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: GV có thể gợi ý HS dùng phương pháp thử sai, để tìm ra kết quả. GV có thể gọi một vài HS trả lời rồi kết luận.

Hướng dẫn – Đáp án:

$4 . 0 + 5 > 0$: Đúng. Vậy 0 là nghiệm của bất phương trình đã cho.

$4 . (-2) + 5 > 0$: Sai. Vậy –2 không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

2. Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn

HĐKP 3



Hãy cho biết bất đẳng thức nhận được khi thực hiện các phép biến đổi sau:

a) Cộng hai vế của bất đẳng thức $x + 1 > 0$ với -1;

b) Nhân hai vế của bất đẳng thức $2x > 1$ với $\frac{1}{2}$;

c) Nhân hai vế của bất đẳng thức $-\frac{3}{2}x \le 1$ với $-\frac{2}{3}$.

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Từ một vài ví dụ tiêu biểu để dẫn đến cách tổng quát để giải một bất phương trình bậc nhất một ẩn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***: GV có thể tổ chức cho HS hoạt động nhóm thảo luận. Chỉ định một thành viên trong nhóm lên trình bày kết quả. GV đánh giá, kết luận.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $x > -1$; b) $x > \frac{1}{2}$; c) $x \ge -\frac{2}{3}$.

Thực hành 3. Giải các bất phương trình:

a) $5x - 3 < 0$; b) $-6x - 2 \geq 0$.

– Mục đích của Thực hành 3: Giúp HS rèn luyện kĩ năng giải bất phương trình bậc nhất một ẩn.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: GV yêu cầu HS làm vào giấy nháp, gọi vài HS lên bảng làm bài rồi tổng kết. GV có thể cho HS thực hiện ngay sau Ví dụ 3.

a) $5x - 3 < 0$

$5x < 3$

$x < \frac{3}{5}$

b) $-6x - 2 \geq 0$

$-6x \geq 2$

$x \leq -\frac{1}{3}$

Thực hành 4. Giải bất phương trình $5 + 7x > 4x - 7$.

– Mục đích của Thực hành 4: Giúp HS rèn luyện kĩ năng giải bất phương trình đưa được về dạng bất phương trình bậc nhất một ẩn.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: GV nên tổ chức lớp hoạt động theo nhóm. Mỗi nhóm trình bày trên một tờ giấy lớn. GV đánh giá và nhận xét từng bài rồi tổng kết (GV nên liên hệ với phương pháp giải phương trình bậc nhất một ẩn từ đó so sánh sự giống nhau và khác nhau khi giải phương trình bậc nhất một ẩn và bất phương trình bậc nhất một ẩn).

Hướng dẫn – Đáp án:

$5 + 7x > 4x - 7$

$7x - 4x > -7 - 5$

$3x > -12$

$x > -4$

Vận dụng. Giải bài toán trong  (trang 30) bằng cách lập bất phương trình bậc nhất một ẩn.

– Mục đích của Vận dụng: Giúp HS rèn luyện kĩ năng lập và giải bất phương trình bậc nhất một ẩn để giải một bài toán thực tế.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng: GV tổ chức lớp thành các nhóm để thực hiện. GV nhận xét, đánh giá kết quả của từng nhóm và đưa ra đáp án.

Hướng dẫn – Đáp án:

Gọi x là số cây lớp 9A cần trồng thêm.

Theo kế hoạch lớp 9A phải trồng ít nhất 100 cây nên ta phải có:

$x + 54 \geq 100$

$x \geq 46$

Lớp 9A trồng thêm ít nhất 46 cây.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. Bất phương trình ở câu a và câu b là các bất phương trình bậc nhất một ẩn.

2. a) $2x + 1 > 0$

$2x > -1$

$x > -\frac{1}{2}$

b) $3x - 5 < 0$

$3x < 5$

$x < \frac{5}{3}$

3. a) $x > 9$; b) $x > 10$; c) $x \le -\frac{1}{2}$ d) $x > 3$.

4. a) $x - 7 < 2 - x$

$2x < 9$

$x < \frac{9}{2}$

b) $x + 2 \le 2 + 3x$

$2x \ge 0$

$x \ge 0$

c) $4 + x > 5 - 3x$

$4x > 1$

$x > \frac{1}{4}$

d) $-x + 7 \ge x - 3$

$2x \le 10$

$x \le 5$

5. a) $\frac{2}{3}(2x+3) < 7 - 4x$

$\frac{4x}{3} + 2 < 7 - 4x$

$\frac{16x}{3} < 5$

$x < \frac{15}{16}$

b) $\frac{1}{4}(x-3) \le 3 - 2x$

$\frac{x}{4} - \frac{3}{4} \le 3 - 2x$

$\frac{9x}{4} \le \frac{15}{4}$

$x \le \frac{5}{3}$

6. Gọi x là điểm số của kĩ năng nói bạn Hà phải đạt được. Theo đề bài ta có:

$$\frac{x + 6,5 + 6,5 + 5,5}{4} \ge 6,25$$

$$x + 18,5 \ge 25$$

$$x \ge 6,5$$

Bạn Hà cần đạt ít nhất 6,5 điểm kĩ năng nói.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 2

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. D **2.** B **3.** C **4.** B **5.** A

BÀI TẬP TỰ LUẬN

6. Ta có: $a > b$. (1)

a) Cộng hai vế của bất đẳng thức (1) với -2.

b) Nhân hai vế của bất đẳng thức (1) với -5.

c) Nhân hai vế của bất đẳng thức (1) với 2, rồi cộng hai vế của bất đẳng thức nhận được với 3.

d) Nhân hai vế của bất đẳng thức (1) với -4, rồi cộng hai vế của bất đẳng thức nhận được với 10.

7. a) $3 - 0{,}2x < 13$

$-0{,}2x < 10$

$x > -50$

b) $\frac{1}{2} + \frac{x}{3} \geq \frac{1}{4}$

$6 + 4x \geq 3$

$4x \geq -3$

$x \geq -\frac{3}{4}$

c) $3 < \frac{2x-2}{8}$

$24 < 2x - 2$

$2x > 26$

$x > 13$

d) $\frac{2x-3}{3} \leq \frac{3x-2}{4}$

$8x - 12 \leq 9x - 6$

$-12 + 6 \leq 9x - 8x$

$x \geq -6$

8. a) $2x + 1 \geq 3x - 5$

$x \leq 6$

b) $2x + 1 \leq 3x - 5$

$x \geq 6$

9. Gọi x là số câu trả lời đúng. Ta có:

$$20 + 5x - 2(12 - x) \geq 50$$
$$20 + 5x - 24 + 2x \geq 50$$
$$7x \geq 54$$
$$x \geq \frac{54}{7} \ (\approx 7{,}71).$$

Thí sinh phải trả lời đúng ít nhất 8 câu.

10. a) Sai vì $-3x > 9$ không thể suy ra $x > 9 + 3$. Kết quả đúng là: $x < -3$.

b) Sai vì nhân hai vế của bất đẳng thức với $-\frac{3}{2}$ (số âm) thì bất đẳng thức phải đổi chiều.

Kết quả đúng là $x \geq -\frac{15}{2}$.

Chương 3 CĂN THỨC

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực chuyên môn

– Nhận biết được khái niệm căn bậc hai của số thực không âm, căn bậc ba của một số thực; khái niệm căn thức bậc hai, căn thức bậc ba của biểu thức đại số.

– Tính được giá trị (đúng hoặc gần đúng) căn bậc hai, căn bậc ba của một số hữu tỉ bằng máy tính cầm tay.

– Nhận biết được các tính chất của phép tính khai phương: căn bậc hai của bình phương, căn bậc hai của tích, căn bậc hai của thương. Vận dụng các tính chất này để thực hiện các phép tính, phép biến đổi đơn giản biểu thức chứa căn (căn bậc hai của một bình phương, căn bậc hai của một tích, căn bậc hai của một thương, đưa thừa số ra ngoài dấu căn bậc hai, đưa thừa số vào trong dấu căn bậc hai, trục căn thức ở mẫu, khử mẫu của biểu thức dưới dấu căn, rút gọn biểu thức chứa dấu căn).

2. Năng lực chung

Hình thành và phát triển:

– Năng lực tự chủ và tự học thông qua việc tích cực, chủ động tham gia các hoạt động học tập, hoàn thành các nhiệm vụ học tập.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác thông qua việc trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong khám phá, thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

1. Chương này có vị trí đặc biệt trong mạch nội dung Số và Đại số ở cấp Trung học cơ sở. Trước hết, HS được học về phép toán đại số mới: phép khai căn bậc hai và bậc ba, là phép toán ngược của phép toán lấy bình phương, lập phương của một số. HS được sử dụng các phép toán này kết hợp với các phép toán đã biết (cộng, trừ, nhân, chia, lấy luỹ thừa) để biểu thị, biến đổi, tính toán các đại lượng trong những tình huống khác nhau (tính cạnh của hình vuông khi biết diện tích, cạnh của hình lập phương khi biết thể tích, ...). Các kiến thức trong chương này cũng cần thiết để học các nội dung toán học khác về sau, trong đó có giải phương trình bậc hai.

2. Nhìn chung, các kiến thức của chương này là khá trừu tượng đối với HS cấp Trung học cơ sở. Trong quá trình dạy học, GV cần chú ý tạo cơ hội cho HS khám phá các khái niệm và tính chất theo con đường quy nạp, tức là HS thông qua trải nghiệm trên những ví dụ cụ thể, rồi khái quát hoá để hình thành khái niệm, tính chất tổng quát (mà không yêu cầu chứng minh).

3. Để tránh yêu cầu phức tạp, quá sức đối với HS (liên quan đến giải hệ bất phương trình, bất phương trình bậc cao, bất phương trình nhiều ẩn), ở phần lớn các bài tập có liên quan đến biểu thức chứa chữ, ta thường cho trước điều kiện của các chữ (ngoại trừ một số trường hợp chỉ liên quan đến giải một bất phương trình bậc nhất). Các điều kiện này đôi khi hẹp hơn điều kiện xác định của biểu thức.

4. GV sử dụng linh hoạt các phương pháp dạy học tích cực để tổ chức cho HS tham gia các hoạt động học tập (khởi động, khám phá, thực hành, vận dụng) dưới hình thức hoạt động cá nhân kết hợp với hoạt động theo nhóm. GV khuyến khích HS đặt câu hỏi, trình bày (viết và nói), thảo luận để củng cố, khắc sâu kiến thức cũng như phát triển năng lực giao tiếp toán học cho HS.

C. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

Bài 1. Căn bậc hai

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Nhận biết được khái niệm căn bậc hai của số thực không âm; sử dụng tính chất $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \left(-\sqrt{a}\right)^2 = \sqrt{a^2} = a$ $(a \geq 0)$ để tính giá trị của biểu thức số.

– Tính được giá trị (đúng hoặc gần đúng) căn bậc hai của một số hữu tỉ bằng máy tính cầm tay.

– Nhận biết được khái niệm căn thức bậc hai của một biểu thức đại số, viết điều kiện xác định của căn thức bậc hai, tính giá trị của căn thức bậc hai tại giá trị của biến.

– Vận dụng các khái niệm trên để tính toán các đại lượng đơn giản trong tình huống thực tiễn.

2. Năng lực chú trọng:

– Năng lực tư duy và lập luận toán học trong khám phá, thực hành và vận dụng khái niệm căn bậc hai, căn thức bậc hai.

– Năng lực giao tiếp toán học trong việc sử dụng các thuật ngữ (căn bậc hai, căn bậc hai số học, phép khai phương, căn thức bậc hai, biểu thức dưới dấu căn, ...), kí hiệu toán học ($\sqrt{\ }$) để thảo luận, trình bày nội dung bài học.

– Năng lực mô hình hoá toán học và giải quyết vấn đề toán học trong vận dụng kiến thức vào giải quyết các bài toán gắn với thực tiễn (biểu thị, tính toán đại lượng độ dài liên quan đến định lí Pythagore, ...).

– Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán trong việc sử dụng máy tính cầm tay để tính căn bậc hai, giá trị của căn thức bậc hai.

3. Tích hợp: Tích hợp nội môn (Số, Đại số, Hình học và Đo lường); Toán học và cuộc sống.

II. Một số chú ý

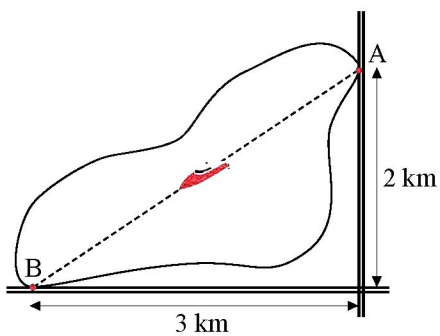
1. Lưu ý rằng, ở lớp 7, HS đã học về căn bậc hai số học của số không âm, so sánh căn bậc hai số học của hai số không âm (nếu $0 \le a < b$ thì $\sqrt{a} < \sqrt{b}$), sử dụng các kiến thức khi áp dụng định lí Pythagore ở lớp 8. GV cần nhấn mạnh và cho HS luyện tập để hiểu và phân biệt rõ hai khái niệm căn bậc hai và căn bậc hai số học của một số.

2. Chỉ yêu cầu HS tìm (hay viết) điều kiện xác định của căn thức bậc hai trong trường hợp biểu thức dưới dấu căn là biểu thức bậc nhất một biến (hoặc dễ dàng nhận thấy dấu của nó luôn không âm).

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Hai bến thuyền A và B nằm sát hai con đường vuông góc với nhau và cách chỗ giao nhau lần lượt là 2 km và 3 km (hình bên). Một ca nô chạy thẳng từ A đến B. Quãng đường ca nô đi được dài bao nhiêu kilômét?



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Thông qua tình huống thực tế liên quan đến sử dụng định lí Pythagore để tính một đại lượng độ dài, thu hút sự chú ý, tạo hứng thú cho HS bước vào bài học.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: HS làm việc cá nhân, thực hiện yêu cầu của bài toán, trình bày kết quả và giải thích cách làm.

Hướng dẫn – Đáp án: $AB = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ (km).

1. Căn bậc hai

HĐKP 1

1 Cho trục số được vẽ trên lưới ô vuông đơn vị như Hình 1.

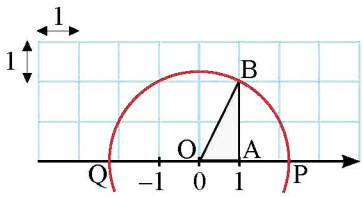
a) Tính độ dài cạnh huyền OB của tam giác vuông OAB.

b) Vẽ đường tròn tâm O bán kính OB, đường tròn này cắt trục số tại hai điểm P và Q.

Gọi x là số thực được biểu diễn bởi điểm P, y là số thực được biểu diễn bởi điểm Q.

Thay mỗi ? bằng số thích hợp để có các đẳng thức:

$x^2 = \boxed{?}$, $y^2 = \boxed{?}$.



Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Thông qua giải bài toán hình học gắn với trục số, HS trải nghiệm và nhận biết căn bậc hai của một số (là số có bình phương bằng số đó) cũng như biểu diễn của chúng trên trục số.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm, thực hiện yêu cầu của hoạt động, trình bày lời giải và giải thích cách làm. GV có thể yêu cầu HS nhận xét về vị trí của P và Q trên trục số (đối xứng nhau qua O), nhận xét về dấu và quan hệ giữa hai số x và y ($x > 0$, $y < 0$, x và y đối nhau).

Hướng dẫn – Đáp án: a) $OB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$.

b) $x^2 = OP^2 = OB^2 = 5$; $y^2 = OQ^2 = OB^2 = 5$.

Thực hành 1. Tìm các căn bậc hai của mỗi số sau:

a) 36; b) $\frac{4}{49}$; c) 1,44; d) 0.

– Mục đích của Thực hành 1: HS củng cố khái niệm căn bậc hai của một số thông qua nhận biết căn bậc hai của một số có dạng bình phương của một số hữu tỉ.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm hoặc cả lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Ta có $6^2 = 36$ nên căn bậc hai của 36 là 6 và –6.

b) Ta có $\left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{4}{49}$ nên căn bậc hai của $\frac{4}{49}$ là $\frac{2}{7}$ và $-\frac{2}{7}$.

c) 1,2 và –1,2.

d) 0.

Thực hành 2. Sử dụng dấu căn bậc hai để viết các căn bậc hai của mỗi số:

a) 11; b) 2,5; c) –0,09.

– Mục đích của Thực hành 2: HS củng cố khái niệm căn bậc hai thông qua việc sử dụng dấu $\sqrt{\ }$ để viết căn bậc hai của một số (không có dạng bình phương của một số hữu tỉ).

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm hoặc cả lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sqrt{11}$ và $-\sqrt{11}$;

b) $\sqrt{2,5}$ và $-\sqrt{2,5}$;

c) Do $-0,09 < 0$ nên $-0,09$ không có căn bậc hai.

Thực hành 3. Tính:

a) $\sqrt{1600}$; b) $\sqrt{0,81}$; c) $\sqrt{\frac{9}{25}}$.

– Mục đích của Thực hành 3: HS thực hành tìm căn bậc hai số học của số có dạng bình phương của một số hữu tỉ.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sqrt{1600} = \sqrt{40^2} = 40$; b) $\sqrt{0,81} = \sqrt{(0,9)^2} = 0,9$; c) $\sqrt{\frac{9}{25}} = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$.

Thực hành 4. Tính giá trị của các biểu thức:

a) $\left(\sqrt{12}\right)^2$; b) $\left(-\sqrt{0,36}\right)^2$; c) $\left(\sqrt{5}\right)^2 + \left(-\sqrt{1,21}\right)^2$.

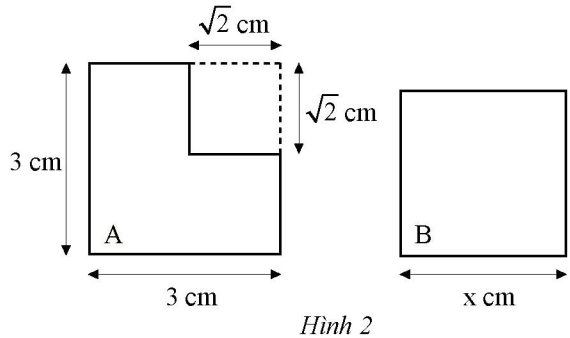
– Mục đích của Thực hành 4: HS thực hành sử dụng tính chất $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \left(-\sqrt{a}\right)^2 = \sqrt{a^2} = a$ (với $a \geq 0$) để tính giá trị biểu thức số.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm hoặc cả lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\left(\sqrt{12}\right)^2 = 12$; b) $\left(-\sqrt{0,36}\right)^2 = 0,36$; c) $\left(\sqrt{5}\right)^2 + \left(-\sqrt{1,21}\right)^2 = 5 + 1,21 = 6,21$.

Vận dụng 1. Biết rằng hình A và hình vuông B trong Hình 2 có diện tích bằng nhau. Tính độ dài cạnh x của hình vuông B.



Hình 2

– Mục đích của Vận dụng 1: HS vận dụng khái niệm căn bậc hai để tính đại lượng trong bài toán hình học đơn giản liên quan đến diện tích hình vuông.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS làm việc theo nhóm hoặc cá nhân, trình bày lời giải, giải thích cách làm, thảo luận theo nhóm.

Hướng dẫn – Đáp án:

Diện tích của hình A là: $S = 3^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2 = 9 - 2 = 7$ (cm^2).

Do hình A và hình vuông B có diện tích bằng nhau nên $x^2 = 7$. Suy ra $x = \sqrt{7}$ (vì $x > 0$).

2. Tính căn bậc hai bằng máy tính cầm tay

Thực hành 5. Sử dụng máy tính cầm tay, tính gần đúng các số sau (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba):

a) $\sqrt{11}$; b) $\sqrt{7,64}$; c) $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

– Mục đích của Thực hành 5: HS thực hành sử dụng máy tính cầm tay để tính căn bậc hai số học của một số.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 5: HS làm việc cá nhân, trình bày, so sánh kết quả và thảo luận theo nhóm.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sqrt{11} = 3,316624... \approx 3,317$;

b) $\sqrt{7,64} = 2,764054... \approx 2,764$;

c) $\sqrt{\frac{2}{3}} = 0,816496... \approx 0,816$.

Thực hành 6. Sử dụng máy tính cầm tay để:

a) Tìm các căn bậc hai của 10,08 (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ tư).

b) Tính giá trị của biểu thức $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ năm).

– Mục đích của Thực hành 6: HS thực hành sử dụng máy tính cầm tay để tính căn bậc hai của một số, giá trị của biểu thức số chứa dấu căn.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 6: HS làm việc cá nhân, trình bày kết quả, giải thích cách làm, thảo luận theo nhóm.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sqrt{10,08} = 3,174901... \approx 3,1749$. Suy ra 10,08 có hai căn bậc hai (làm tròn đến số thập phân thứ tư) là 3,1749 và –3,1749.

b) $\frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0,6180339... \approx 0,61803$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ năm).

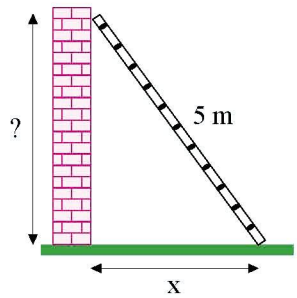
3. Căn thức bậc hai

HĐKP 2

2 Một chiếc thang dài 5 m tựa vào bức tường như Hình 3.

a) Nếu chân thang cách chân tường x (m) thì đỉnh thang ở độ cao bao nhiêu so với chân tường?

b) Tính độ cao trên khi x nhận giá trị lần lượt là 1; 2; 3; 4.



Hình 3

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Thông qua giải bài toán thực tế có sử dụng định lí Pythagore trong hình học, HS trải nghiệm với biểu thức dạng căn bậc hai của một biểu thức, qua đó hình thành khái niệm căn thức bậc hai (của một biểu thức đại số).

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: HS làm việc theo nhóm hoặc cá nhân, trình bày lời giải và thảo luận theo nhóm hoặc cả lớp. Cuối hoạt động, GV giới thiệu biểu thức $\sqrt{25-x^2}$ như một ví dụ của căn thức bậc hai, trước khi giới thiệu khái niệm căn thức bậc hai tổng quát.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) So với chân tường, đỉnh thang ở độ cao $h = \sqrt{5^2 - x^2} = \sqrt{25 - x^2}$ (m).

b) Khi x = 1 thì $h = \sqrt{25 - 1^2} = \sqrt{24} \approx 4{,}90$ (m);

Khi x = 2 thì $h = \sqrt{25 - 2^2} = \sqrt{21} \approx 4{,}58$ (m);

Khi x = 3 thì $h = \sqrt{25 - 3^2} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$ (m);

Khi x = 4 thì $h = \sqrt{25 - 4^2} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$ (m).

Thực hành 7. Với giá trị nào của x thì biểu thức $A = \sqrt{3x + 6}$ xác định? Tính giá trị của A khi x = 5 (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

– Mục đích của Thực hành 7: HS thực hành tìm điều kiện xác định của căn thức bậc hai (biểu thức dưới dấu căn là đa thức bậc nhất một biến), tính giá trị của căn thức bậc hai.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 7: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, nhận xét kết quả của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Biểu thức xác định khi $3x + 6 \geq 0$ hay $x \geq -2$.

b) Khi x = 5, $A = \sqrt{3.5 + 6} = \sqrt{21} \approx 4{,}58$.

Thực hành 8. Cho biểu thức $P = \sqrt{a^2 - b^2}$. Tính giá trị của P khi:

a) a = 5, b = 0; b) a = 5, b = –5; c) a = 2, b = –4.

– Mục đích của Thực hành 8: HS thực hành tính giá trị của căn thức bậc hai nhiều biến.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 8: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, nhận xét kết quả của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Khi a = 5, b = 0 thì $P = \sqrt{5^2 - 0^2} = \sqrt{5^2} = 5$;

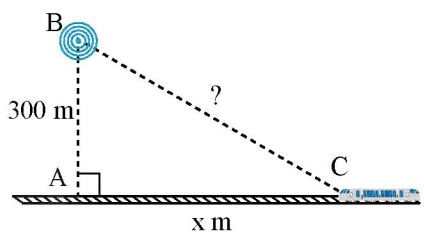
b) Khi a = 5, b = –5 thì $P = \sqrt{5^2 - (-5)^2} = \sqrt{25 - 25} = \sqrt{0} = 0$;

c) Khi a = 2, b = –4 thì $a^2 - b^2 = 2^2 - (-4)^2 = 4 - 16 = -12 < 0$ nên P không xác định.

Vận dụng 2. Một trạm phát sóng được đặt ở vị trí B cách đường tàu một khoảng AB = 300 m. Đầu tàu đang ở vị trí C, cách vị trí A một khoảng AC = x (m) (Hình 4).

a) Viết biểu thức (theo x) biểu thị khoảng cách từ trạm phát sóng đến đầu tàu.

b) Tính khoảng cách trên khi x = 400, x = 1 000 (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).



Hình 4

– Mục đích của Vận dụng 2: HS thiết lập căn thức bậc hai biểu thị đại lượng độ dài trong bài toán thực tiễn đơn giản và tính giá trị của căn thức bậc hai đó.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, nhận xét kết quả của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $BC = \sqrt{BA^2 + AC^2} = \sqrt{300^2 + x^2} = \sqrt{90\,000 + x^2}$.

b) Khi x = 400 thì $BC = \sqrt{90\,000 + 400^2} = \sqrt{90\,000 + 160\,000}$

$= \sqrt{250\,000} = \sqrt{500^2} = 500$ (m).

Khi x = 1 000 thì $BC = \sqrt{90\,000 + 1000^2} = \sqrt{90\,000 + 1\,000\,000}$

$= \sqrt{1\,090\,000} \approx 1044$ (m).

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. a) 4 và –4; b) 50 và –50;

c) $\frac{2}{9}$ và $-\frac{2}{9}$; d) 0,3 và –0,3.

2. a) $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$; b) $\sqrt{225} = \sqrt{15^2} = 15$;

c) $\sqrt{2,25} = \sqrt{(1,5)^2} = 1,5$; d) $\sqrt{\frac{16}{225}} = \sqrt{\left(\frac{4}{15}\right)^2} = \frac{4}{15}$.

3. Do $25^2 = 625$ nên 625 có hai căn bậc hai là 25 và –25.

Ta có $(0,25^2) = 0,0625$ nên 0,0625 có hai căn bậc hai là 0,25 và $-0,25$.

4. a) $\sqrt{54} = 7,348469... \approx 7,3485$;

b) $\sqrt{24,68} = 4,967896... \approx 4,9679$;

c) $\sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7} = 7,331309... \approx 7,3313$.

5. a) $\left(\sqrt{5,25}\right)^2 + \left(-\sqrt{1,75}\right)^2 = 5,25 + 1,75 = 7$;

b) $\left(\sqrt{102}\right)^2 - \sqrt{98^2} = 102 - 98 = 4$.

6. a) $x = 11, x = -11$; b) $x = \frac{3}{2}, x = -\frac{3}{2}$; c) $x = \sqrt{10}, x = -\sqrt{10}$.

7. a) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{16} + \sqrt{9} = \sqrt{4^2} + \sqrt{3^2} = 4 + 3 = 7$;

b) $\sqrt{x+y} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$;

c) $\frac{1}{2}\sqrt{xy} = \frac{1}{2}\sqrt{16.9} = \frac{1}{2}\sqrt{(4.3)^2} = \frac{1}{2}.4.3 = 6$;

d) $\frac{1}{6}x\sqrt{y} = \frac{1}{6}.16.\sqrt{9} = \frac{8}{3}.\sqrt{3^2} = \frac{8}{3}.3 = 8$.

8. a) Với $x = 3, y = -2$ ta có $x^2 - xy + 1 = 3^2 - 3 \,.\, (-2) + 1 = 16$.

Khi đó, $P = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$.

b) Với $x = 1, y = 4$ ta có $x^2 - xy + 1 = 1^2 - 1 \,.\, 4 + 1 = -2$.

Do $-2 < 0$ nên P không xác định tại $x = 1, y = 4$.

9. Chênh lệch độ cao giữa hai xà ngang c và d là: $45 - 20 = 25$ (m).

Xà chéo x là đường chéo của hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là 20 m và 25 m.

Độ dài của x là $\sqrt{20^2 + 25^2} = \sqrt{400 + 625} = \sqrt{1025} \approx 32$ (m).

Bài 2. Căn bậc ba

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Nhận biết được khái niệm căn bậc ba của một số thực.

– Tính được giá trị (đúng hoặc gần đúng) căn bậc ba của một số hữu tỉ bằng máy tính cầm tay.

– Nhận biết được khái niệm căn thức bậc ba của một biểu thức đại số, tính giá trị của căn thức bậc ba tại giá trị của biến.

2. Năng lực chú trọng

– Năng lực tư duy và lập luận toán học trong khám phá, thực hành và vận dụng khái niệm căn bậc ba, căn thức bậc ba.

– Năng lực giao tiếp toán học trong việc sử dụng các thuật ngữ (căn bậc ba, căn thức bậc ba, ...), kí hiệu toán học ($\sqrt[3]{\ }$) để thảo luận, trình bày nội dung bài học.

– Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán trong việc sử dụng máy tính cầm tay để tính căn bậc ba, giá trị của căn thức bậc ba.

3. Tích hợp: Tích hợp nội môn (Số, Đại số, Hình học và Đo lường); Toán học và cuộc sống.

II. Một số chú ý

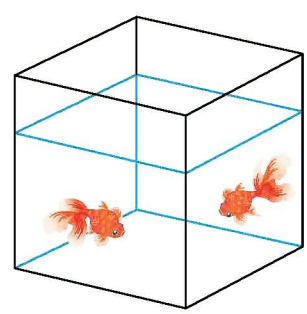
1. Phép lấy căn bậc ba là phép toán ngược của phép toán lấy lập phương của một số. Nó là phép toán một ngôi trong $\mathbb{R}$. Phép toán này xuất hiện trong bài toán điển hình là tìm độ dài cạnh của hình lập phương khi biết thể tích của nó.

2. Nội dung chính của bài học này là giới thiệu khái niệm căn bậc ba của một số, tính căn bậc ba của một số bằng máy tính cầm tay và căn thức bậc ba. Trong chương này, chúng ta sẽ không đề cập đến các tính chất của phép lấy căn bậc ba (khác với phép toán khai phương sẽ được nghiên cứu kĩ hơn ở hai bài học tiếp theo).

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Một bể cá hình lập phương có sức chứa 1 000 dm^3. Muốn tăng sức chứa của bể lên 10 lần (giữ nguyên hình dạng lập phương) thì phải tăng chiều dài mỗi cạnh lên bao nhiêu lần?



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Thông qua tình huống thực tế, HS nhận biết sự cần thiết của khái niệm căn bậc ba của một số, qua đó thu hút sự chú ý, tạo hứng thú bước vào bài học.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: HS cùng tìm hiểu tình huống, đưa ra dự đoán và thảo luận cả lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: Được trả lời tại hoạt động Vận dụng của Mục 2 (nếu gọi x là số lần cần tăng cạnh của bể thì $x = \sqrt[3]{10} \approx 2{,}15$ lần).

1. Căn bậc ba của một số

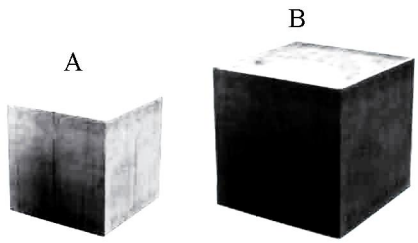
HĐKP 1

1 Có hai khối bê tông hình lập phương A và B có thể tích lần lượt là 8 dm^3 và 15 dm^3 (Hình 1).

a) Tính độ dài cạnh của khối bê tông A.

b) Gọi x (dm) là độ dài cạnh của khối bê tông B. Thay ? bằng số thích hợp để có đẳng thức:

$$x^3 = ?.$$



Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Thông qua giải bài toán thực tế liên quan đến tìm độ dài cạnh của hình lập phương có thể tích biết trước, HS trải nghiệm với bài toán tìm một số có lập phương bằng số đã cho, từ đó hình thành khái niệm căn bậc ba của một số.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm, thực hiện yêu cầu của hoạt động, trình bày lời giải và giải thích cách làm. GV giới thiệu tên gọi "căn bậc ba" của các số cụ thể 8 và 15 (nhấn mạnh sự duy nhất của chúng), trước khi giới thiệu khái niệm căn bậc ba của số thực bất kì.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Gọi độ dài cạnh của khối bê tông A là a thì $a^3 = 8$. Do có $2^3 = 8$ nên $a = 2$ (dm).

b) $x^3 = 15$.

Thực hành 1. Tìm căn bậc ba của mỗi số sau:

a) -1; b) 64; c) $-0{,}064$; d) $\frac{1}{27}$.

– Mục đích của Thực hành 1: HS thực hành tìm căn bậc ba của số có dạng lập phương của một số hữu tỉ.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Do $(-1)^3 = -1$ nên $\sqrt[3]{-1} = -1$;

b) Do $4^3 = 64$ nên $\sqrt[3]{64} = 4$;

c) Do $(-0,4)^3 = -0,064$ nên $\sqrt[3]{-0,064} = -0,4$;

d) Do $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$ nên $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$.

Thực hành 2. Tính giá trị của các biểu thức:

a) $A = \sqrt[3]{8000} + \sqrt[3]{0,125}$; b) $B = \sqrt[3]{12^3} - \sqrt[3]{(-11)^3}$; c) $C = \left(\sqrt[3]{4}\right)^3 + \left(\sqrt[3]{-5}\right)^3$.

– Mục đích của Thực hành 2: HS thực hành tính giá trị của biểu thức chứa các căn bậc ba của số có dạng là lập phương của số hữu tỉ.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS làm việc cá nhân, trao đổi theo nhóm, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $A = \sqrt[3]{8000} + \sqrt[3]{0,125} = \sqrt[3]{20^3} + \sqrt[3]{0,5^3} = 20 + 0,5 = 20,5$;

b) $B = \sqrt[3]{12^3} - \sqrt[3]{(-11)^3} = 12 - (-11) = 23$;

b) $C = \left(\sqrt[3]{4}\right)^3 + \left(\sqrt[3]{-5}\right)^3 = 4 - 5 = -1$.

2. Tính căn bậc ba bằng máy tính cầm tay

Thực hành 3. Sử dụng máy tính cầm tay, tìm căn bậc ba của các số sau (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba):

a) 25; b) -100; c) 8,5; d) $\frac{1}{5}$.

– Mục đích của Thực hành 3: HS thực hành sử dụng máy tính cầm tay để tính căn bậc ba của một số.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS làm việc cá nhân, trình bày, so sánh kết quả và thảo luận theo nhóm.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sqrt[3]{25} = 2,924017... \approx 2,924$;

b) $\sqrt[3]{-100} = -4,641588... \approx -4,642$;

c) $\sqrt[3]{8,5} = 2,040827... \approx 2,041$;

d) $\sqrt[3]{\frac{1}{5}} = 0,584803... \approx 0,585$.

Vận dụng. Trả lời câu hỏi trong (trang 42).

– Mục đích của Vận dụng: HS giải bài toán thực tế liên quan đến thể tích hình lập phương trong đó có vận dụng khái niệm căn bậc ba của một số.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng: HS làm việc theo nhóm, trình bài lời giải của nhóm mình, nhận xét lời giải của nhóm bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

Gọi a (dm) là độ dài cạnh của bể lúc đầu. Ta có $a^3 = 1\,000$ ($a = \sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 10$ (dm)).

Giả sử độ dài cạnh của bể tăng lên x lần. Khi đó độ dài cạnh của bể sau khi tăng là xa (dm).

Do đó $(xa)^3 = 10\,000$, suy ra $x^3a^3 = 10\,000$, suy ra $1000x^3 = 10\,000$, suy ra $x^3 = 10$. Vậy $x = \sqrt[3]{10} \approx 2{,}15$ (lần).

3. Căn thức bậc ba

HĐKP 2

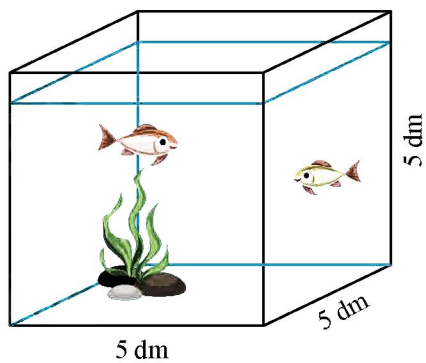
2 Ông An có một bể kính hình lập phương như Hình 2.

Ông An muốn làm thêm một bể kính mới hình lập phương có thể tích gấp n lần thể tích của bể kính cũ (bỏ qua bề dày của kính).

a) Gọi a (dm) là độ dài cạnh của bể kính mới. Thay mỗi ? bằng biểu thức thích hợp để nhận được các đẳng thức:

$a^3 =$? hay $a =$?.

b) Tính giá trị của a khi n = 8 và khi n = 4 (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Hình 2

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Thông qua giải bài toán thực tế liên quan đến tìm độ dài cạnh của hình lập phương theo thể tích của nó, HS trải nghiệm với biểu thức dạng căn bậc ba của một biểu thức, qua đó hình thành khái niệm căn thức bậc ba (của một biểu thức đại số).

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: HS làm việc theo nhóm hoặc cá nhân, trình bày lời giải và thảo luận theo nhóm hoặc cả lớp. Cuối hoạt động, GV giới thiệu biểu thức $\sqrt[3]{125n}$ như một ví dụ của căn thức bậc ba, trước khi giới thiệu khái niệm căn thức bậc ba tổng quát.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Thể tích của bể lúc đầu là $5^3 = 125$ (dm^3). Sau khi tăng thể tích n lần thì thể tích của bể là $125n$ dm^3.

Do đó, $a^3 = 125n$, suy ra $a = \sqrt[3]{125n}$.

b) Với n = 8, ta có $a = \sqrt[3]{125.8} = \sqrt[3]{(5.2)^3} = 5.2 = 10$ (dm).

Với n = 4, ta có $a = \sqrt[3]{125.4} = \sqrt[3]{500} \approx 7,94$ (dm).

Thực hành 4. Cho biểu thức $Q = \sqrt[3]{3x^2}$. Tính giá trị của Q khi x = 2 và khi x = –3 (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

– Mục đích của Thực hành 4: HS thực hành tính giá trị của căn thức bậc ba (làm tròn đến số thập phân theo yêu cầu).

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, nhận xét kết quả của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án: Khi x = 2 thì $Q = \sqrt[3]{3.2^2} = \sqrt[3]{12} \approx 2,29$.

Khi x = –3 thì $Q = \sqrt[3]{3.(-3)^2} = \sqrt[3]{3^3} = 3$.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. a) –4; b) 30; c) –0,5; d) $\frac{3}{2}$.

2. a) 0,1; b) $-\frac{1}{4}$; c) –11; d) –216.

3.

a	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
$\sqrt[3]{a}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

4. a) $\sqrt[3]{79} \approx 4,291$; b) $\sqrt[3]{-6,32} \approx -1,849$; c) $\frac{\sqrt[3]{19} + \sqrt[3]{20}}{2} \approx 2,691$.

5. a) $A = \sqrt[3]{8^3} + \left(\sqrt[3]{-7}\right)^3 = 8 - 7 = 1$;

b) $B = \sqrt[3]{1000\,000} - \sqrt[3]{0,027} = 100 - 0,3 = 99,7$.

6. a) x = –3; b) $x = \frac{4}{5}$; c) x = 512; d) x = –0,729.

7. Khi n = 1 thì $P = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$.

Khi n = –1 thì $P = \sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4)^3} = -4$.

Khi $n = \frac{1}{125}$ thì $P = \sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \sqrt[3]{\left(\frac{4}{5}\right)^3} = \frac{4}{5}$.

8. Mỗi khối gỗ hình lập phương nhỏ có thể tích $\frac{1000}{8} = 125$ (cm^3).

Cạnh của mỗi khối lập phương nhỏ là $a = \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$ (cm).

Bài 3. Tính chất của phép khai phương

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Nhận biết các tính chất của phép khai phương: căn bậc hai của bình phương, căn bậc hai của tích, căn bậc hai của thương.

– Vận dụng các tính chất trên để tính giá trị của biểu thức số, biến đổi đưa thừa số ra ngoài và vào trong dấu căn, rút gọn biểu thức.

2. Năng lực chú trọng:

– Năng lực tư duy và lập luận toán học trong khám phá, thực hành và vận dụng các tính chất của phép khai phương.

– Năng lực giao tiếp toán học trong việc sử dụng các thuật ngữ (căn bậc hai của một bình phương, một tích và một thương; đưa thừa số ra ngoài, vào trong dấu căn, ...), kí hiệu toán học để thảo luận, trình bày nội dung bài học.

– Năng lực mô hình hoá toán học trong thiết lập biểu thức, phương trình, ...

– Năng lực giải quyết vấn đề toán học trong vận dụng kiến thức vào giải quyết các bài toán gắn với thực tiễn.

3. Tích hợp: Tích hợp nội môn (Số, Đại số, Hình học và Đo lường); Toán học và cuộc sống.

II. Một số chú ý

1. Phép lấy căn bậc hai số học của số thực không âm là hàm số $\sqrt{\ }: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, $a \mapsto \sqrt{a}$. Ta cũng nói đây là phép toán một ngôi trong $\mathbb{R}^+$, gọi là phép toán *khai phương*. Bài này dành cho việc nghiên cứu các tính chất cơ bản của phép toán khai phương (khai phương của một bình phương, một tích và một thương). Phép toán khai phương là một đại diện quan trọng và điển hình của các phép toán khai căn nói chung sẽ được học ở cấp Trung học phổ thông.

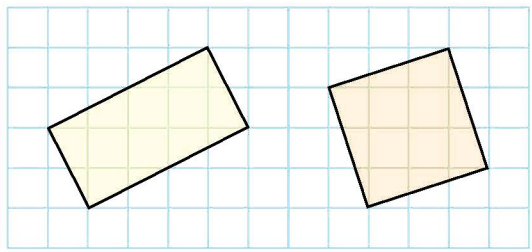
2. GV tổ chức cho HS khám các tính chất này từ những ví dụ cụ thể, rồi khái quát để nhận được tính chất (theo con đường quy nạp), không yêu cầu chứng minh tính chất cho trường hợp tổng quát. HS cần luyện tập để sử dụng thành thạo các tính chất của phép toán khai phương trong biến đổi biểu thức, tính toán các đại lượng.

3. Trong khi sử dụng các tính chất của phép khai phương để biến đổi, rút gọn biểu thức, ta thường thực hiện phép biến đổi đưa thừa số ra ngoài và vào trong dấu căn. Do đó, hai phép biến đổi này được giới thiệu trong mục "Căn bậc hai của một tích" (mà không đợi đến bài học sau).

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Một hình chữ nhật và một hình vuông được vẽ trên lưới ô vuông như hình bên.
Diện tích hai hình này có bằng nhau không? Giải thích bằng nhiều cách khác nhau.



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Thông qua câu hỏi về hình học liên quan đến diện tích hình vuông, hình chữ nhật được vẽ sẵn trên lưới ô vuông, gây sự tò mò, tạo hứng thú cho HS bước vào bài học.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: HS làm việc theo nhóm hoặc cá nhân, đưa ra ít nhất một phương án trả lời, nhận xét lời giải của bạn. GV đưa ra nhận xét: Ở bài học này, ta có thể giải bài toán theo cách khác, bằng cách sử dụng tính chất của phép khai phương.

Hướng dẫn – Đáp án:

Coi mỗi cạnh của ô vuông có độ dài bằng 1.

Cách 1 (Chia mỗi hình thành những hình con):

Diện tích hình chữ nhật: $S = 2.\frac{1}{2}.5.2 = 10.$

Diện tích hình vuông: $S' = 4 + 4.\frac{1}{2}.3.1 = 4 + 6 = 10.$

Vậy hai hình có diện tích bằng nhau.

(Có thể tích diện tích của hình chữ nhật/ hình vuông chứa mỗi hình trên, rồi trừ đi phần nằm ngoài chúng.)

Cách 2 (Tính các cạnh của mỗi hình, GV dùng để đặt vấn đề, không nhất thiết giới thiệu cách giải này ở đây):

Hình chữ nhật có chiều dài $\sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$; chiều rộng $\sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}.$

Từ đó, hình chữ nhật có diện tích $S = \sqrt{20}.\sqrt{5}.$ Ta có $S^2 = 20 \,.\, 5 = 100 = 10^2$, suy ra $S = 10.$

Hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$, do đó, có diện tích $S' = \left(\sqrt{10}\right)^2 = 10.$

Vậy hai hình có diện tích bằng nhau.

1. Căn thức bậc hai của một bình phương

HĐKP 1



Hoàn thành bảng sau vào vở.

a	–3	3	11	–11	100	–100	0
$\sqrt{a^2}$	3	?	?	?	?	?	?

Từ đó, nhận xét gì về căn bậc hai số học của bình phương của một số?

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Thông qua tìm giá trị $\sqrt{a^2}$ của một số giá trị của a, HS khám phá tính chất $\sqrt{a^2} = |a|$ về căn bậc hai của một bình phương.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: HS làm việc theo nhóm hoặc cá nhân, thảo luận theo nhóm hoặc cả lớp, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn. GV có thể yêu cầu HS khái quát để đưa ra công thức tổng quát ($\sqrt{a^2} = ?$ khi $a > 0$, $a < 0$ và $a \in \mathbb{R}$).

Hướng dẫn – Đáp án:

a	–3	3	11	–11	100	–100	0
$\sqrt{a^2}$	3	3	11	11	100	100	0

Nhận xét: $\sqrt{a^2} = a$ nếu $a \geq 0$, bằng $\sqrt{a^2} = -a$ nếu $a < 0$. Hay $\sqrt{a^2} = |a|$.

Thực hành 1. Tính:

a) $\sqrt{(-0,4)^2}$; b) $-\sqrt{\left(-\frac{4}{9}\right)^2}$; c) $-2\sqrt{3^2} + \left(-\sqrt{6}\right)^2$.

– Mục đích của Thực hành 1: HS thực hành tính giá trị của biểu thức số dạng $\sqrt{a^2}$ (hoặc chứa căn thức dạng này).

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sqrt{(-0,4)^2} = |-0,4| = 0,4$;

b) $-\sqrt{\left(-\frac{4}{9}\right)^2} = -\left|-\frac{4}{9}\right| = -\frac{4}{9}$;

c) $-2\sqrt{3^2} + \left(-\sqrt{6}\right)^2 = -2.3 + 6 = 0$.

Thực hành 2. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$; b) $\sqrt{a^2}+\sqrt{(-3a)^2}$ với $a > 0$.

– Mục đích của Thực hành 2: HS thực hành rút gọn biểu thức chứa căn thức dạng $\sqrt{a^2}$.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}| = \sqrt{5}-2$ (vì $\sqrt{5} > 2$);

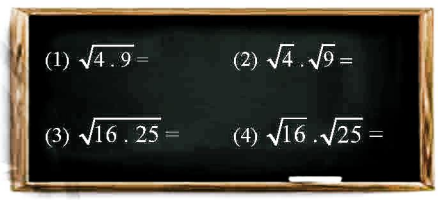
b) $\sqrt{a^2}+\sqrt{(-3a)^2} = |a|+|-3a| = a+3a = 4a$ (vì $a > 0$).

2. Căn thức bậc hai của một tích

HĐKP 2

2 a) Thực hiện các phép tính cho trên bảng trong Hình 1.

b) Từ đó, có nhận xét gì về căn bậc hai của tích hai số không âm?



Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Thông qua tính và so sánh giá trị của một số biểu thức đơn giản dạng $\sqrt{ab}$ và $\sqrt{a}.\sqrt{b}$ ($a \geq 0$, $b \geq 0$), HS khám phá tính chất căn bậc hai của một tích.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: HS làm việc theo nhóm hoặc cá nhân, thảo luận theo nhóm hoặc cả lớp, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sqrt{4.9} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$; $\sqrt{4}.\sqrt{9} = \sqrt{2^2}.\sqrt{3^2} = 2.3 = 6$;

$\sqrt{16.25} = \sqrt{(4.5)^2} = 4.5 = 20$; $\sqrt{16}.\sqrt{25} = \sqrt{4^2}.\sqrt{5^2} = 4.5 = 20$.

b) Nhận xét: Nếu a, b không âm thì $\sqrt{a.b} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$.

HĐKP 3

3 Thay mỗi ? bằng số thích hợp:

a) $\sqrt{50} = \sqrt{?}.\sqrt{2} = ?\sqrt{2}$; b) $\sqrt{3.(-4)^2} = \sqrt{?}.\sqrt{3} = ?\sqrt{3}$;

c) $3\sqrt{2} = \sqrt{?}.\sqrt{2} = \sqrt{?}$; d) $-2\sqrt{5} = -\sqrt{?}.\sqrt{5} = -\sqrt{?}$.

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Sử dụng tính chất căn bậc hai của một tích, HS thực hiện đưa thừa số ra ngoài, vào trong dấu căn trong một số trường hợp đơn giản (có sự gợi ý của đề bài). Qua đó, HS khám phá công thức đưa thừa số ra ngoài, vào trong dấu căn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***: HS làm việc theo nhóm hoặc cá nhân, thảo luận theo nhóm hoặc cả lớp, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sqrt{50} = \sqrt{25}.\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$;

b) $\sqrt{3.(-4)^2} = \sqrt{16}.\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$;

c) $3\sqrt{2} = \sqrt{9}.\sqrt{2} = \sqrt{18}$;

d) $-2\sqrt{5} = -\sqrt{4}.\sqrt{5} = -\sqrt{20}$.

Thực hành 3. Tính:

a) $\sqrt{0,16 \,.\, 64}$; b) $\sqrt{8,1 \,.\, 10^3}$; c) $\sqrt{12 \,.\, 250 \,.\, 1,2}$;

d) $\sqrt{28} \,.\, \sqrt{7}$; e) $\sqrt{4,9} \,.\, \sqrt{30} \,.\, \sqrt{12}$.

– Mục đích của Thực hành 3: HS thực hành tính giá trị của biểu thức số bằng cách vận dụng tính chất căn bậc hai của một tích (đưa về các căn bậc của một bình phương).

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sqrt{0,16.64} = \sqrt{0,16}.\sqrt{64} = \sqrt{0,4^2}.\sqrt{8^2} = 0,4.8 = 3,2$;

b) $\sqrt{8,1.10^3} = \sqrt{81.10^2} = \sqrt{81}.\sqrt{10^2} = 9.10 = 90$;

c) $\sqrt{12.250.1,2} = \sqrt{12^2.25} = \sqrt{12^2}.\sqrt{25} = 12.5 = 60$;

d) $\sqrt{28}.\sqrt{7} = \sqrt{4.7}.\sqrt{7} = 2\sqrt{7}.\sqrt{7} = 2.7 = 14$;

e) $\sqrt{4,9}.\sqrt{30}.\sqrt{12} = \sqrt{4,9.30.12} = \sqrt{49.3.3.4}$

$= \sqrt{7^2.3^2.2^2} = \sqrt{7^2}.\sqrt{3^2}.\sqrt{2^2} = 7.3.2 = 42$.

Thực hành 4. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{500}$; b) $\sqrt{5a} \,.\, \sqrt{20a}$ với $a \geq 0$; c) $\sqrt{18(2-a)^2}$ với $a > 2$.

– Mục đích của Thực hành 4: HS thực hành rút gọn biểu thức số và biểu thức chứa chữ, sử dụng tính chất căn bậc hai của một tích.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sqrt{500} = \sqrt{5.100} = 10\sqrt{5}$;

b) $\sqrt{5a}\,.\sqrt{20a} = \sqrt{5a.20a} = \sqrt{100.a^2} = \sqrt{100}.\sqrt{a^2} = 10a$ (do $a \geq 0$);

c) $\sqrt{18(2-a)^2} = \sqrt{9.2(2-a)^2} = \sqrt{9}.\sqrt{2}.\sqrt{(2-a)^2}$

$= 3\sqrt{2}|2-a| = 3\sqrt{2}(a-2)$ (do $a > 2$).

Thực hành 5. Đưa thừa số vào trong dấu căn bậc hai.

a) $5\sqrt{2}$; b) $-10\sqrt{7}$; c) $2a\sqrt{\dfrac{3}{10a}}$ với $a > 0$.

– Mục đích của Thực hành 5: HS thực hành đưa thừa số vào trong dấu căn bậc hai.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 5: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $5\sqrt{2} = \sqrt{5^2.2} = \sqrt{50}$;

b) $-10\sqrt{7} = -\sqrt{10^2.7} = -\sqrt{700}$;

c) $2a\sqrt{\dfrac{3}{10a}} = \sqrt{(2a)^2.\dfrac{3}{10a}} = \sqrt{\dfrac{6a}{5}}$ (vì $a > 0$).

Vận dụng 1. Tính diện tích của hình chữ nhật và hình vuông cho trong  (trang 46). Biết mỗi ô vuông nhỏ có độ dài cạnh là 1. Diện tích của hai hình đó có bằng nhau không?

– Mục đích của Vận dụng 1: Giải quyết vấn đề đặt ra tại hoạt động Khởi động bằng cách sử dụng tính chất của phép khai phương.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS làm việc theo nhóm hoặc cá nhân, thảo luận theo nhóm hoặc cả lớp, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

Hình chữ nhật có chiều dài $\sqrt{4^2+2^2} = \sqrt{20}$, chiều rộng $\sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}$.

Từ đó, hình chữ nhật có diện tích $S = \sqrt{20}.\sqrt{5} = \sqrt{20.5} = \sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$.

Hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10}$, do đó, có diện tích $S' = \left(\sqrt{10}\right)^2 = 10$.

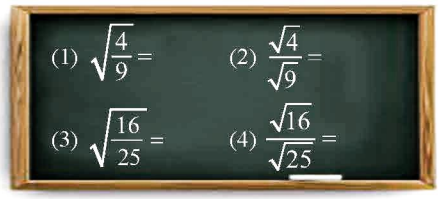
Vậy hai hình có diện tích bằng nhau.

3. Căn thức bậc hai của một thương

HĐKP 4

a) Thực hiện các phép tính có trên bảng trong Hình 2.

b) Từ đó, có nhận xét gì về căn bậc hai của thương hai số dương?



Hình 2

– Mục đích của ***HĐKP 4***: Thông qua tính và so sánh giá trị của một số biểu thức đơn giản dạng $\sqrt{\frac{a}{b}}$ và $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(a \geq 0, b > 0)$, HS khám phá tính chất căn bậc hai của một thương.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 4***: HS làm việc theo nhóm hoặc cá nhân, thảo luận theo nhóm hoặc cả lớp, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sqrt{\frac{4}{9}}=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$; $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\frac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{3^2}}=\frac{2}{3}$; $\sqrt{\frac{16}{25}}=\sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$; $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}=\frac{\sqrt{4^2}}{\sqrt{5^2}}=\frac{4}{5}$.

b) Nhận xét: $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(a \geq 0, b > 0)$.

Thực hành 6. Tính:

a) $\sqrt{\frac{9}{25}}$; b) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$; c) $\sqrt{150}:\sqrt{6}$; d) $\sqrt{\frac{3}{5}}:\sqrt{\frac{5}{12}}$.

– Mục đích của Thực hành 6: HS thực hành tính giá trị của biểu thức số bằng cách vận dụng tính chất căn bậc hai của một thương (đưa về các căn bậc hai của một bình phương).

– Gợi ý tổ chức Thực hành 6: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}}=\frac{3}{5}$;

b) $\sqrt{1\frac{9}{16}}=\sqrt{\frac{25}{16}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}}=\frac{5}{4}$;

c) $\sqrt{150}:\sqrt{6}=\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{150}{6}}=\sqrt{25}=5$;

d) $\sqrt{\frac{3}{5}}:\sqrt{\frac{5}{12}}=\sqrt{\frac{3}{5}:\frac{5}{12}}=\sqrt{\frac{3}{5}\cdot\frac{12}{5}}=\sqrt{\frac{6^2}{5^2}}=\frac{\sqrt{6^2}}{\sqrt{5^2}}=\frac{6}{5}$.

Thực hành 7. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\frac{\sqrt{555}}{\sqrt{111}}$; b) $\sqrt{\frac{a^2}{4b^4}}$ với $a \geq 0, b \neq 0$; c) $\frac{\sqrt{2a^2(1-a)^2}}{\sqrt{50}}$ với $a > 1$.

– Mục đích của Thực hành 7: HS thực hành rút gọn biểu thức số và biểu thức chứa chữ bằng cách sử dụng tính chất căn bậc hai của một thương.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 7: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

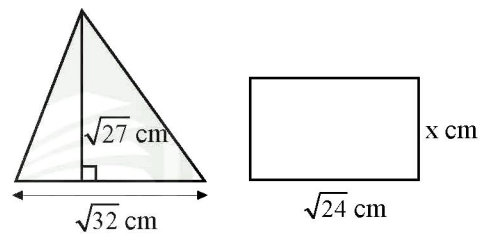
Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\frac{\sqrt{555}}{\sqrt{111}} = \sqrt{\frac{555}{111}} = \sqrt{5}$;

b) $\sqrt{\frac{a^2}{4b^4}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{4b^4}} = \frac{\sqrt{a^2}}{2\sqrt{b^4}} = \frac{a}{2b^2}$ với $a \geq 0, b \neq 0$;

c) $\frac{\sqrt{2a^2(1-a)^2}}{\sqrt{50}} = \frac{\sqrt{2}.\sqrt{a^2}.\sqrt{(1-a)^2}}{\sqrt{2}.\sqrt{25}} = \frac{a(a-1)}{5}$ với $a > 1$.

Vận dụng 2. Biết rằng hình tam giác và hình chữ nhật ở Hình 3 có diện tích bằng nhau. Tính chiều rộng x của hình chữ nhật.



Hình 3

– Mục đích của Vận dụng 2: HS giải bài toán hình học liên quan đến diện tích tam giác, diện tích hình chữ nhật trong đó cần thực hiện các phép tính đưa thừa số ra ngoài dấu căn bậc hai, căn bậc hai của tích, thương.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: HS làm việc theo nhóm hoặc cá nhân, thảo luận theo nhóm hoặc cả lớp, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án: $x = \frac{\frac{1}{2}.\sqrt{32}.\sqrt{27}}{\sqrt{24}} = \frac{4\sqrt{2}.3\sqrt{3}}{2.2\sqrt{6}} = 3$.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. a) 10; b) $\frac{2}{7}$; c) $(-\sqrt{2})^2 - \sqrt{25} = 2 - 5 = -3$;

d) $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 . \sqrt{0,09} = \frac{2}{3} \cdot 0,3 = \frac{1}{5}$.

2. a) $\sqrt{(3-\sqrt{10})^2} = \sqrt{10} - 3$ (vì $\sqrt{10} > 3$);

b) $2\sqrt{a^2} + 4a = 2|a| + 4a = -2a + 4a = 2a$ với $a < 0$;

c) $\sqrt{a^2} + \sqrt{(3-a)^2} = |a| + |3-a| = a + 3 - a = 3$ với $0 < a < 3$.

3. a) $\sqrt{16.0,25} = \sqrt{16}.\sqrt{0,25} = \sqrt{4^2}.\sqrt{0,5^2} = 4.0,5 = 2$;

b) $\sqrt{2^4.(-7)^2} = \sqrt{2^4}.\sqrt{(-7)^2} = 2^2.7 = 28$;

c) $\sqrt{0,9}.\sqrt{1000} = \sqrt{0,9.1000} = \sqrt{900} = \sqrt{30^2} = 30$;

d) $\sqrt{2}.\sqrt{5}.\sqrt{40} = \sqrt{2.5.40} = \sqrt{400} = \sqrt{20^2} = 20$.

4. a) $\sqrt{8^2.5} = \sqrt{8^2}.\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$;

b) $\sqrt{81a^2} = \sqrt{81}.\sqrt{a^2} = 9|a| = -9a$ với $a < 0$;

c) $\sqrt{5a}.\sqrt{45a} - 3a = \sqrt{5a.45a} - 3a = \sqrt{5^2.3^2.a^2} - 3a = \sqrt{5^2}.\sqrt{3^2}.\sqrt{a^2} - 3a$

$= 5.3.a - 3a = 12a$ với $a \geq 0$.

5. a) $\sqrt{\dfrac{0,49}{81}} = \dfrac{\sqrt{0,49}}{\sqrt{81}} = \dfrac{\sqrt{0,7^2}}{\sqrt{9^2}} = \dfrac{0,7}{9} = \dfrac{7}{90}$;

b) $\sqrt{2\dfrac{7}{9}} = \sqrt{\dfrac{25}{9}} = \dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \dfrac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{3^2}} = \dfrac{5}{3}$;

c) $\sqrt{\dfrac{1}{16}.\dfrac{9}{36}} = \sqrt{\dfrac{1}{16.4}} = \dfrac{1}{\sqrt{8^2}} = \dfrac{1}{8}$;

d) $\left(-\sqrt{52}\right) : \sqrt{13} = -\dfrac{\sqrt{52}}{\sqrt{13}} = -\sqrt{\dfrac{52}{13}} = -\sqrt{4} = -2$.

6. a) $\dfrac{\sqrt{5}.\sqrt{6}}{\sqrt{10}} = \sqrt{\dfrac{5.6}{10}} = \sqrt{3}$;

b) $\dfrac{\sqrt{24a^3}}{\sqrt{6a}} = \sqrt{\dfrac{24a^3}{6a}} = \sqrt{4a^2} = \sqrt{4}.\sqrt{a^2} = 2|a| = 2a$ với $a > 0$;

c) $\sqrt{\dfrac{3a^2b}{27}} = \sqrt{\dfrac{a^2b}{9}} = \dfrac{\sqrt{a^2}.\sqrt{b}}{\sqrt{9}} = \dfrac{|a|\sqrt{b}}{\sqrt{3^2}} = -\dfrac{a\sqrt{b}}{3}$ với $a \leq 0$, $b \geq 0$.

7. a) $S = ab = \sqrt{8}.\sqrt{32} = \sqrt{8.32} = \sqrt{16^2} = 16$ (cm^2).

b) $b = \dfrac{S}{a} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$ (cm).

8. Cạnh của hai mảnh hình vuông lần lượt là $a = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$; $b = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.

Diện tích của phần còn lại $S = 2ab = 2.2\sqrt{6}.2\sqrt{10} = 16\sqrt{15}$ (cm^2).

Đố vui

Sai ở phép biến đổi từ $\sqrt{(M-m)^2} = \sqrt{(m-M)^2}$ thành $M - m = m - M$.

Bài 4. Biến đổi đơn giản biểu thức chứa căn thức bậc hai

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

Thực hiện các biến đổi trục căn thức ở mẫu, khử mẫu của biểu thức lấy căn, rút gọn biểu thức chứa dấu căn.

2. Năng lực chú trọng:

– Năng lực tư duy và lập luận toán học trong thực hành, vận dụng kiến thức để tính toán, biến đổi biểu thức chứa căn thức.

– Năng lực giao tiếp toán học trong việc sử dụng các thuật ngữ, kí hiệu toán học để thảo luận, trình bày nội dung bài học.

– Năng lực mô hình hoá toán học và giải quyết vấn đề toán học trong vận dụng kiến thức vào giải quyết các bài toán gắn với thực tiễn (liên quan các đại lượng độ dài, chu vi, diện tích, ...).

3. Tích hợp: Tích hợp nội môn (Số, Đại số, Hình học và Đo lường); Toán học và cuộc sống.

II. Một số chú ý

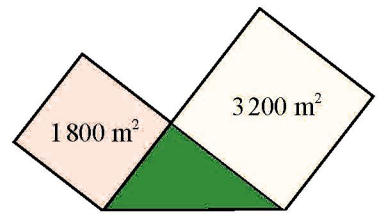
1. Ngay trong các bài học trước, HS đã thực hiện biến đổi, rút gọn, tính giá trị biểu thức. Bài học này tập trung vào hai dạng biến đổi là trục căn thức ở mẫu và rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai, trong đó có thực hiện cộng, trừ các căn thức đồng dạng. Tuy nhiên, chúng ta không giới thiệu khái niệm căn thức đồng dạng, HS nhận biết thông qua những ví dụ cụ thể.

2. HS cần luyện tập nhiều để thành thạo các phép biến đổi đơn giản biểu thức chứa căn thức bậc hai.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Một khu đất hình tam giác vuông tiếp giáp với hai thửa ruộng hình vuông có diện tích như hình bên. Khu đất hình tam giác vuông có chu vi bằng chu vi thửa ruộng bé không? Kiểm tra bằng cách nào?



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Thông qua câu hỏi về hình học liên quan đến diện tích, chu vi hình vuông, tam giác vuông, gây sự tò mò, tạo hứng thú cho HS bước vào bài học.

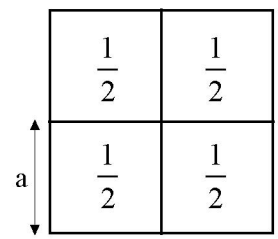
– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: HS làm việc theo nhóm hoặc cá nhân. Với kiến thức đã biết, HS có thể đưa ra câu trả lời trọn vẹn. Nếu HS chưa đưa ra được câu trả lời, GV có thể thông báo: Ta sẽ giải bài toán này tại Vận dụng 2 của bài học.

Hướng dẫn – Đáp án: Xem lời giải của Vận dụng 2.

1. Trục căn thức ở mẫu

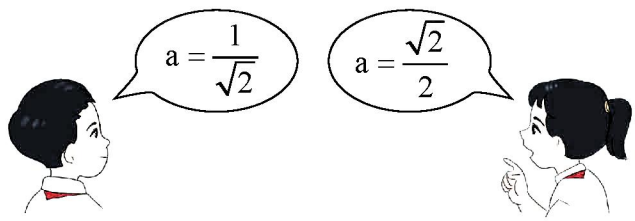
HĐKP 1

Bốn ô cửa hình vuông diện tích $\frac{1}{2}$ m^2 ghép thành cửa sổ như Hình 1.



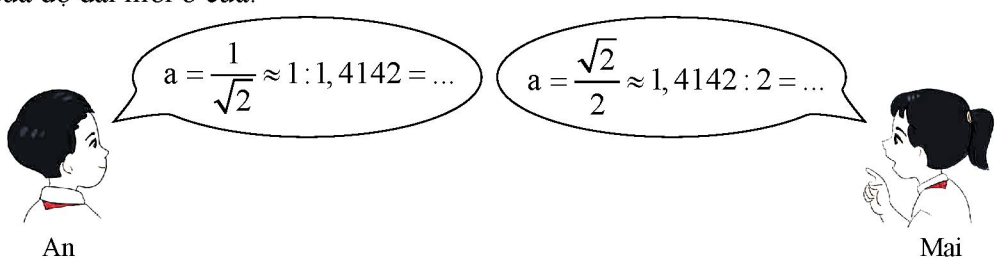
Hình 1

a) Hai bạn An và Mai tính độ dài cạnh a (m) của mỗi ô cửa.



Kết quả của mỗi bạn có đúng không? Giải thích.

b) Biết rằng $\sqrt{2} \approx 1,4142$. Không dùng máy tính cầm tay, hai bạn tìm giá trị gần đúng của độ dài mỗi ô cửa.



Theo em, bạn nào sẽ tìm ra đáp số nhanh hơn?

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Thông qua những cách khác nhau để tính độ dài cạnh của ô cửa hình vuông, HS nhận biết sự cần thiết của phép biến đổi trục căn thức ở mẫu.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: HS làm việc theo nhóm, thực hiện yêu cầu của hoạt động, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Kết quả của hai bạn đều đúng.

Có thể giải thích (có những cách giải thích khác):

Ban An lấy căn bậc hai số học của diện tích mỗi ô cửa sổ;

Bạn Mai tính cạnh của cả cửa sổ rồi chia cho 2.

b) Bạn Mai sẽ tìm đáp số dễ dàng và nhanh hơn.

Thực hành 1. Trục căn thức ở mẫu các biểu thức sau:

a) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$; b) $-\frac{10}{3\sqrt{5}}$; c) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{40}}$; d) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$.

– Mục đích của Thực hành 1: HS thực hành biến đổi trục căn thức ở mẫu.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{7}.\sqrt{3}}{\sqrt{3}.\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{21}}{3}$; b) $-\frac{10}{3\sqrt{5}}=-\frac{10\sqrt{5}}{3\sqrt{5}.\sqrt{5}}=-\frac{10\sqrt{5}}{3.5}=-\frac{2\sqrt{5}}{3}$;

c) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{40}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{4.2.5}}=\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}.\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}.\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$;

d) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{10}+2}{3}$.

Thực hành 2. Khử mẫu của biểu thức lấy căn:

a) $\sqrt{\frac{11}{6}}$; b) $a\sqrt{\frac{2}{5a}}$ với $a>0$; c) $4x\sqrt{\frac{3}{4xy}}$ với $x>0, y>0$.

– Mục đích của Thực hành 2: HS thực hành khử mẫu của biểu thức lấy căn.

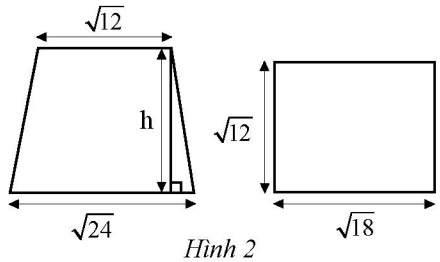
– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sqrt{\frac{11}{6}}=\sqrt{\frac{11.6}{6^2}}=\frac{\sqrt{66}}{6}$; b) $a\sqrt{\frac{2}{5a}}=a\sqrt{\frac{2.5a}{(5a)^2}}=a\frac{\sqrt{10a}}{5a}=\frac{\sqrt{10a}}{5}$ $(a>0)$;

c) $4x\sqrt{\frac{3}{4xy}}=4x\sqrt{\frac{3xy}{4(xy)^2}}=4x\frac{\sqrt{3xy}}{2xy}=\frac{2\sqrt{3xy}}{y}$ $(x>0, y>0)$.

Vận dụng 1. Biết rằng hình thang và hình chữ nhật ở Hình 2 có diện tích bằng nhau. Tính chiều cao h của hình thang.



Hình 2

– Mục đích của Vận dụng 1: HS giải bài toán hình học liên quan đến diện tích hình thang, hình chữ nhật trong đó cần thực hiện các phép tính đưa thừa số ra ngoài dấu căn bậc hai, khử căn thức ở mẫu.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS làm việc theo nhóm hoặc cá nhân, thảo luận theo nhóm hoặc cả lớp, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

$$h=\frac{\sqrt{12}.\sqrt{18}}{\frac{1}{2}\left(\sqrt{24}+\sqrt{12}\right)}=\frac{2\sqrt{3}.3\sqrt{2}}{\frac{1}{2}\left(2\sqrt{6}+2\sqrt{3}\right)}=\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}=6\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)=6\left(2-\sqrt{2}\right).$$

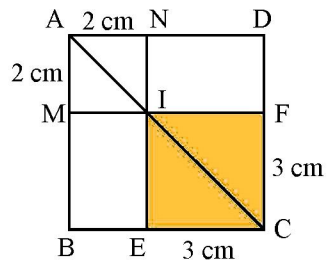
2. Rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai

HĐKP 2

2 Hình vuông ABCD được chia thành hai hình vuông và hai hình chữ nhật như Hình 3.

a) Tính độ dài đường chéo của hai hình vuông AMIN và CEIF.

b) Tính độ dài đường chéo của hình vuông ABCD theo hai cách khác nhau.



Hình 3

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Thông qua bài toán hình học liên quan đến tính độ dài đường chéo của hình vuông, HS được trải nghiệm về rút gọn biểu thức chứa dấu căn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: HS làm việc theo nhóm hoặc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $AI=\sqrt{2AN^2}=\sqrt{2.2^2}=2\sqrt{2}$ (cm); $IC=\sqrt{2EC^2}=\sqrt{2.3^2}=3\sqrt{2}$ (cm).

b) **Cách 1:** $AD=AN+EC=2+3=5$ (cm); $AC=\sqrt{2AD^2}=\sqrt{2.5^2}=5\sqrt{2}$ (cm).

Cách 2: $AC=AI+IC=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=(2+3)\sqrt{2}$ (tính chất phân phối)

$=5\sqrt{2}$ (cm).

Thực hành 3. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{20}-\sqrt{5}$; b) $\sqrt{32}-\sqrt{18}+\dfrac{4}{\sqrt{2}}$; c) $(2-\sqrt{10})(\sqrt{2}-\sqrt{5})$.

– Mục đích của Thực hành 3: HS thực hành rút gọn biểu thức số đơn giản chứa dấu căn bậc hai.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sqrt{20}-\sqrt{5}=\sqrt{2^2.5}-\sqrt{5}=2\sqrt{5}-\sqrt{5}=\sqrt{5}$;

b) $\sqrt{32}-\sqrt{18}+\dfrac{4}{\sqrt{2}}=\sqrt{4^2.2}-\sqrt{3^2.2}+\dfrac{4\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$;

c) $(2-\sqrt{10})(\sqrt{2}-\sqrt{5})=2\sqrt{2}-2\sqrt{5}-\sqrt{10}.\sqrt{2}+\sqrt{10}.\sqrt{5}$

$=2\sqrt{2}-2\sqrt{5}-2\sqrt{5}+5\sqrt{2}=7\sqrt{2}-4\sqrt{5}$.

Thực hành 4. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\dfrac{2}{3}\sqrt{9x^3}+4x\sqrt{\dfrac{x}{4}}-x^2\sqrt{\dfrac{1}{x}}$ với $x>0$; b) $\dfrac{a^2-5}{a+\sqrt{5}}$ với $a\neq-\sqrt{5}$.

– Mục đích của Thực hành 4: HS thực hành rút gọn biểu thức chứa chữ chứa dấu căn bậc hai.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\dfrac{2}{3}\sqrt{9x^3}+4x\sqrt{\dfrac{x}{4}}-x^2\sqrt{\dfrac{1}{x}}=\dfrac{2}{3}\cdot3\sqrt{x^2x}+4x\dfrac{\sqrt{x}}{2}-x^2\sqrt{\dfrac{x}{x^2}}$

$=2x\sqrt{x}+2x\sqrt{x}-x\sqrt{x}=3x\sqrt{x}$ $(x>0)$;

b) $\dfrac{a^2-5}{a+\sqrt{5}}=\dfrac{a^2-(\sqrt{5})^2}{a+\sqrt{5}}=\dfrac{(a+\sqrt{5})(a-\sqrt{5})}{a+\sqrt{5}}=a-\sqrt{5}$ $(a\neq-\sqrt{5})$.

Vận dụng 2. Trả lời câu hỏi trong  (trang 52).

– Mục đích của Vận dụng 2: Sử dụng kiến thức mới của bài học để giải quyết vấn đề đặt ra tại hoạt động Khởi động.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – Đáp án:

Cạnh của thửa ruộng bé: $a = \sqrt{1800} = \sqrt{3^2.2.10^2} = 30\sqrt{2}$ (m).

Cạnh của thửa ruộng lớn: $b = \sqrt{3\,200} = \sqrt{4^2.2.10^2} = 40\sqrt{2}$ (m).

Chu vi của thửa ruộng bé: $p = 4a = 4.30\sqrt{2} = 120\sqrt{2}$ (m).

Cạnh huyền của khu đất hình tam giác vuông:

$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1800 + 3\,200} = \sqrt{5\,000} = \sqrt{5^2.2.10^2} = 50\sqrt{2}$ (m).

Chu vi của khu đất này là $p' = a + b + c = 30\sqrt{2} + 40\sqrt{2} + 50\sqrt{2} = 120\sqrt{2}$ (m).

Vậy $p = p'$.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. a) $\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{5}.\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \dfrac{2\sqrt{5.2}}{2} = \sqrt{10}$;

b) $\dfrac{10}{3\sqrt{5}} = \dfrac{10\sqrt{5}}{3(\sqrt{5})^2} = \dfrac{10\sqrt{5}}{3.5} = \dfrac{2\sqrt{5}}{3}$;

c) $-\dfrac{3\sqrt{a}}{\sqrt{12a}} = -\dfrac{3\sqrt{a}}{\sqrt{2^2.3a}} = -\dfrac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{3}.\sqrt{a}} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $(a > 0)$.

2. a) $\sqrt{\dfrac{4}{7}} = \sqrt{\dfrac{2^2.7}{7^2}} = \dfrac{\sqrt{2^2.7}}{\sqrt{7^2}} = \dfrac{2\sqrt{7}}{7}$;

b) $\sqrt{\dfrac{5}{24}} = \sqrt{\dfrac{5}{2^2.6}} = \sqrt{\dfrac{5.6}{2^2.6^2}} = \dfrac{\sqrt{30}}{\sqrt{2^2.6^2}} = \dfrac{\sqrt{30}}{2.6} = \dfrac{\sqrt{30}}{12}$;

c) $\sqrt{\dfrac{2}{3a^3}} = \sqrt{\dfrac{2}{3a^2.a}} = \sqrt{\dfrac{2.3a}{3^2.a^2.a^2}} = \dfrac{\sqrt{6a}}{\sqrt{3^2a^4}} = \dfrac{\sqrt{6a}}{3a^2}$ $(a > 0)$;

d) $2ab\sqrt{\dfrac{a^2}{2b}} = 2ab\sqrt{\dfrac{a^2.2b}{2^2b^2}} = 2ab\cdot\dfrac{\sqrt{a^2.2b}}{\sqrt{2^2b^2}} = 2ab\cdot\dfrac{-a\sqrt{2b}}{2b} = -a^2\sqrt{2b}$ $(a < 0, b > 0)$.

3. a) $\dfrac{4}{\sqrt{13}-3} = \dfrac{4(\sqrt{13}+3)}{(\sqrt{13}-3)(\sqrt{13}+3)} = \dfrac{4(\sqrt{13}+3)}{13-9} = 3 + \sqrt{13}$;

b) $\dfrac{10}{5+2\sqrt{5}} = \dfrac{10(5-2\sqrt{5})}{(5+2\sqrt{5})(5-2\sqrt{5})} = \dfrac{10(5-2\sqrt{5})}{25-20} = 10 - 4\sqrt{5}$;

c) $\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \dfrac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \dfrac{a+b-2\sqrt{ab}}{a-b}$ $(a > 0, b > 0, a \neq b)$.

4. a) $2\sqrt{3}-\sqrt{27}=2\sqrt{3}-\sqrt{3^2.3}=2\sqrt{3}-3\sqrt{3}=-\sqrt{3}$;

b) $\sqrt{45}-\sqrt{20}+\sqrt{5}=\sqrt{3^2.5}-\sqrt{2^2.5}+\sqrt{5}=3\sqrt{5}-2\sqrt{5}+\sqrt{5}=2\sqrt{5}$;

c) $\sqrt{64a}-\sqrt{18}-a\sqrt{\dfrac{9}{a}}+\sqrt{50}=\sqrt{8^2.a}-\sqrt{3^2.2}-a\sqrt{\dfrac{3^2.a}{a^2}}+\sqrt{5^2.2}$

$=8\sqrt{a}-3\sqrt{2}-3\sqrt{a}+5\sqrt{2}=5\sqrt{a}+2\sqrt{2}$ $(a>0)$

5. a) $\left(\sqrt{\dfrac{4}{3}}+\sqrt{3}\right).\sqrt{6}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{6}+\sqrt{3}.\sqrt{6}=2\sqrt{\dfrac{6}{3}}+\sqrt{3.6}$

$=2\sqrt{2}+\sqrt{3^2.2}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$;

b) $\sqrt{18}:\sqrt{6}+\sqrt{8}\cdot\sqrt{\dfrac{27}{2}}=\sqrt{\dfrac{18}{6}}+2\sqrt{2}\cdot\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}+6\sqrt{3}=7\sqrt{3}$;

c) $\left(1-2\sqrt{5}\right)^2=1^2-2.2\sqrt{5}+\left(2\sqrt{5}\right)^2=1-4\sqrt{5}+20=21-4\sqrt{5}$.

6. a) $\dfrac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}:\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{ab}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{\sqrt{ab}}\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$

$=\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{b}\right)^2=a-b$;

b) $\left(1+\dfrac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}\right)\left(1-\dfrac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}\right)=\left[1+\dfrac{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+1\right)}{\sqrt{a}+1}\right]\left[1-\dfrac{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-1\right)}{\sqrt{a}-1}\right]$

$=\left(1+\sqrt{a}\right)\left(1-\sqrt{a}\right)=1-a$.

7. $AB=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$; $BC=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=\sqrt{2^2.5}=2\sqrt{5}$;

$AC=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$.

Ta có $AB^2+BC^2=\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2=5+20=25=AC^2$ nên tam giác ABC vuông tại B.

Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.BC=\dfrac{1}{2}.\sqrt{5}.2\sqrt{5}=5$ (cm^2).

Chu vi tam giác ABC là: $p=AB+BC+AC=\sqrt{5}+2\sqrt{5}+5=5+3\sqrt{5}$ (cm).

8. Độ dài cạnh của thửa X là: $x=\sqrt{32}=\sqrt{4^2.2}=4\sqrt{2}$ (m).

Độ dài cạnh của thửa Y là: $y=\sqrt{18}=\sqrt{3^2.2}=3\sqrt{2}$ (m).

Độ dài cạnh của thửa Z là: $z=\sqrt{8}=\sqrt{2^2.2}=2\sqrt{2}$ (m).

Chu vi của vườn hoa là

$p=4x+2y+2z=4.4\sqrt{2}+2.3\sqrt{2}+2.2\sqrt{2}=26\sqrt{2}$ (m).

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 3

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. D

2. D

Điều kiện xác định: $16 - x \geq 0$ hay $x \leq 16$ (x là số tự nhiên).

Ta có $0 \leq 16 - x \leq 16$. Do đó, $\sqrt{16-x}$ là số nguyên khi $16 - x$ nhận các giá trị: 0; 1; 4; 9; 16 hay x nhận các giá trị 16; 15; 12; 7; 0. Tất cả có 5 giá trị của x thoả mãn.

3. A **4.** D **5.** C **6.** C **7.** A

8. C

$$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{3a}} = \frac{(\sqrt{6}-\sqrt{3})\sqrt{3a}}{3a} = \frac{(\sqrt{2}-1)\sqrt{a}}{a}.$$

9. B

10. A

$$\frac{1}{2\sqrt{a}+\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{a}-\sqrt{2}} = \frac{-2\sqrt{2}}{4a-2} = \frac{\sqrt{2}}{1-2a}.$$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

11. a) $x = \sqrt{10}$, $x = -\sqrt{10}$; b) $x = 64$; c) $x = -0{,}3$; d) $x = -\frac{8}{27}$.

12. $A = \sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{(a-5)^2} = |a-1| + |a-5| = a - 1 + 5 - a = 4$ $(1 < a < 5)$.

13. a) $\frac{4-2\sqrt{6}}{\sqrt{48}} = \frac{4-2\sqrt{6}}{4\sqrt{3}} = \frac{2(2-\sqrt{6})\sqrt{3}}{4.(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{6}$;

b) $\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} = \frac{(3-\sqrt{5})^2}{3^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{14-6\sqrt{5}}{4} = \frac{7-3\sqrt{5}}{2}$;

c) $\frac{a}{a-\sqrt{a}} = \frac{a(a+\sqrt{a})}{a^2-(\sqrt{a})^2} = \frac{a(a+\sqrt{a})}{a(a-1)} = \frac{a+\sqrt{a}}{a-1}$ $(a > 0, a \neq 1)$.

14. $A = a\sqrt{\frac{12b}{a}} + b\sqrt{\frac{3a}{b}} = \sqrt{12ab} + \sqrt{3ab} = 3\sqrt{3ab} = 3\sqrt{3.16} = 12\sqrt{3}$.

15. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} - \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$= 5 + 2\sqrt{6} - (5 - 2\sqrt{6}) = 4\sqrt{6}$.

16. a) $OA = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$. Ta có OM = ON = OA = $\sqrt{10}$. Suy ra điểm M biểu diễn số $-\sqrt{10}$, điểm N biểu diễn số $\sqrt{10}$.

b) BP = BQ = BC = $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$. Suy ra điểm P biểu diễn số $6 + \sqrt{2}$, điểm Q biểu diễn số $6 - \sqrt{2}$.

17. a) $V = \sqrt{12}.\sqrt{8}.\sqrt{6} = 2\sqrt{3}.2\sqrt{2}.\sqrt{6} = 24$ (cm^3).

b) $S_{xq} = 2\left(\sqrt{12} + \sqrt{8}\right).\sqrt{6} = 2\left(2\sqrt{3}.\sqrt{6} + 2\sqrt{2}\sqrt{6}\right)$

$= 2\left(2.3\sqrt{2} + 2.2\sqrt{3}\right) = 12\sqrt{2} + 8\sqrt{3}$ (cm^2).

18. a) $\left(a\sqrt{\frac{3}{a}} + 3\sqrt{\frac{a}{3}} + \sqrt{12a^3}\right) : \sqrt{3a} = \left(a\sqrt{\frac{3a}{a^2}} + 3\sqrt{\frac{3a}{3^2}} + \sqrt{4a^2.3a}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3a}}$

$= \left(\sqrt{3a} + \sqrt{3a} + 2a\sqrt{3a}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3a}}$

$= \left(2 + 2a\right)\sqrt{3a} \cdot \frac{1}{\sqrt{3a}} = 2a + 2;$

b) $\frac{1-a}{1+\sqrt{a}} + \frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} = \frac{1-\left(\sqrt{a}\right)^2}{1+\sqrt{a}} + \frac{1-\left(\sqrt{a}\right)^3}{1-\sqrt{a}} = 1-\sqrt{a}+1+\sqrt{a}+a = 2+a.$

19. a) $P = \left(\frac{1}{a+\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{a}+1}\right) : \frac{\sqrt{a}-1}{a+2\sqrt{a}+1} = \left[\frac{1}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+1\right)} - \frac{1}{\sqrt{a}+1}\right] \cdot \frac{\left(\sqrt{a}+1\right)^2}{\sqrt{a}-1}$

$= \frac{1-\sqrt{a}}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+1\right)} \cdot \frac{\left(\sqrt{a}+1\right)^2}{\sqrt{a}-1} = -\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}.$

b) Khi a = 0,25, ta có $P = -\frac{\sqrt{0,25}+1}{\sqrt{0,25}} = -\frac{\sqrt{0,5^2}+1}{\sqrt{0,5^2}} = -\frac{0,5+1}{0,5} = -\frac{1,5}{0,5} = -3.$

Phần HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG

HÌNH HỌC PHẲNG

Chương 4 HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực chuyên môn

– Nhận biết được các tỉ số lượng giác của góc nhọn.

– Giải thích được tỉ số lượng giác của các góc nhọn đặc biệt và của hai góc phụ nhau.

– Tính được giá trị (đúng hoặc gần đúng) tỉ số lượng giác của góc nhọn bằng máy tính cầm tay.

– Giải thích được một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với tỉ số lượng giác của góc nhọn và hệ thức lượng trong tam giác vuông như: Tính độ dài đoạn thẳng, độ lớn góc, áp dụng giải tam giác vuông, ...

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

BÀI 1. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được các giá trị sin *(sine)*, côsin *(cosine)*, tang *(tangent)*, côtang *(cotangent)* của góc nhọn.

– Giải thích được tỉ số lượng giác của các góc nhọn đặc biệt (góc 30^o, 45^o, 60^o) và của hai góc phụ nhau.

– Tính được giá trị (đúng hoặc gần đúng) tỉ số lượng giác của góc nhọn bằng máy tính cầm tay và ngược lại, tìm được số đo của góc nhọn khi biết một tỉ số lượng giác của góc đó.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với tỉ số lượng giác của góc nhọn (ví dụ: Tính độ dài đoạn thẳng, độ lớn góc, ...).

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

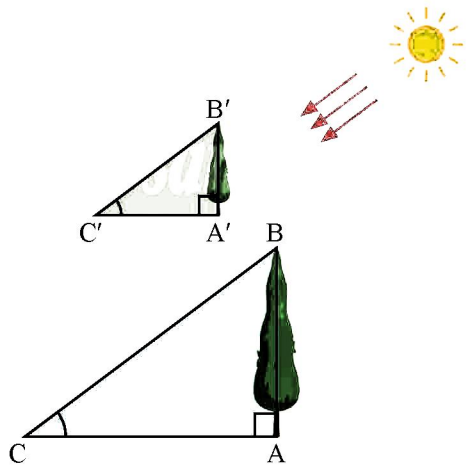
1. HS cần thấy được ý nghĩa của các tỉ số lượng giác của góc nhọn thông qua nhận biết tỉ số giữa các cạnh của các tam giác vuông đồng dạng.

2. Cần tạo cơ hội để HS thực hành trải nghiệm tính các tỉ số lượng giác của góc nhọn trong nhiều tình huống thực tế để tăng tính hấp dẫn và giúp HS thấy được ứng dụng của toán học.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Tại một thời điểm, khi những tia nắng chiếu, cây và bóng tạo thành các tam giác vuông như hình bên. Với $\widehat{C} = \widehat{C'}$, so sánh các tỉ số $\frac{AB}{AC}$ và $\frac{A'B'}{A'C'}$.



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Giúp HS có cơ hội phát hiện tỉ số lượng giác của góc nhọn thông qua thực tế quan sát các tam giác vuông đồng dạng tạo bởi các tia nắng chiếu, cây và bóng của cây. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV sử dụng cơ hội để giới thiệu bài.

Lưu ý: GV nên có phần ôn tập nhanh về điều kiện đồng dạng của hai tam giác vuông.

1. Định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn

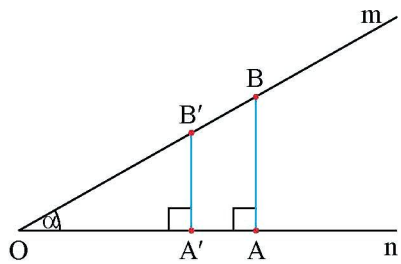
HĐKP 1

1 Cho góc nhọn $\widehat{mOn} = \alpha$. Lấy hai điểm A và A′ trên On, kẻ hai đường thẳng qua A và A′ vuông góc với On và cắt Om lần lượt tại B và B′.

a) Có nhận xét gì về hai tam giác OAB và OA′B′?

b) So sánh các cặp tỉ số:

$\frac{AB}{OA}$ và $\frac{A'B'}{OA'}$; $\frac{AB}{OB}$ và $\frac{A'B'}{OB'}$; $\frac{OA}{OB}$ và $\frac{OA'}{OB'}$.



Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS có cơ hội làm quen với khái niệm tỉ số lượng giác của góc nhọn.

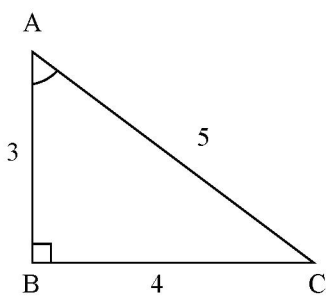
– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá. GV có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án:

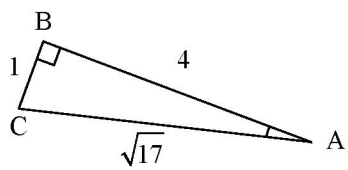
a) Hai tam giác OAB và OA′B′ đồng dạng (g.g).

b) Do hai tam giác OAB và OA′B′ đồng dạng nên các cặp tỉ số đã cho bằng nhau.

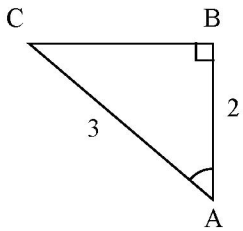
Thực hành 1. Tính các tỉ số lượng giác của góc nhọn A trong mỗi tam giác vuông ABC có $\widehat{B} = 90^\circ$ ở Hình 5 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



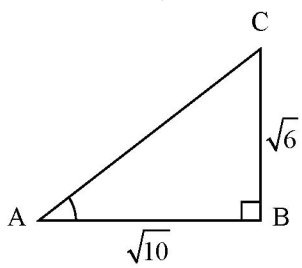
a)



b)



c)



d)

Hình 5

– Mục đích của Thực hành 1: HS thực hành tính các tỉ số lượng giác của góc nhọn để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

Hình 5a: $\sin A = \frac{4}{5} = 0,8$; $\cos A = \frac{3}{5} = 0,6$; $\tan A = \frac{4}{3} \approx 1,33$; $\cot A = \frac{3}{4} = 0,75$.

Hình 5b: $\sin A = \frac{1}{\sqrt{17}} \approx 0,24$; $\cos A = \frac{4}{\sqrt{17}} \approx 0,97$; $\tan A = \frac{1}{4} = 0,25$; $\cot A = \frac{4}{1} = 4$.

Hình 5c: $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{3} \approx 0,75$; $\cos A = \frac{2}{3} \approx 0,67$; $\tan A = \frac{\sqrt{5}}{2} \approx 1,12$; $\cot A = \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0,89$.

Hình 5d: $\sin A = \frac{\sqrt{6}}{4} \approx 0,61$; $\cos A = \frac{\sqrt{10}}{4} \approx 0,79$; $\tan A = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}} \approx 0,77$;

$\cot A = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}} \approx 1,29$.

Vận dụng 1. Sử dụng tỉ số lượng giác để giải thích tình huống trong  (trang 60).

– Mục đích của Vận dụng 1: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế sử dụng tỉ số lượng giác trong quan sát góc tạo bởi tia nắng, cây và bóng của cây.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

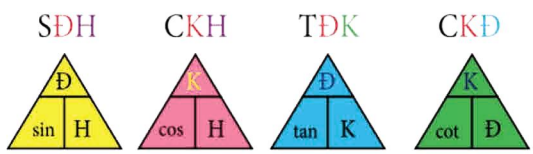
Hướng dẫn – Đáp án:

Vì $\tan C = \tan C'$ nên $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$.

Lưu ý: GV có thể giúp HS phân biệt định nghĩa của các tỉ số lượng giác bằng sơ đồ hoặc câu thơ vui như sau:

Tìm sin lấy đối chia huyền
Côsin ta lấy kề huyền chia nhau
Còn tang ta hãy tính sau
Đối trên kề dưới chia nhau ra liền.

Sin đi học, cứ khóc hoài, thôi đừng khóc, có kẹo đây.

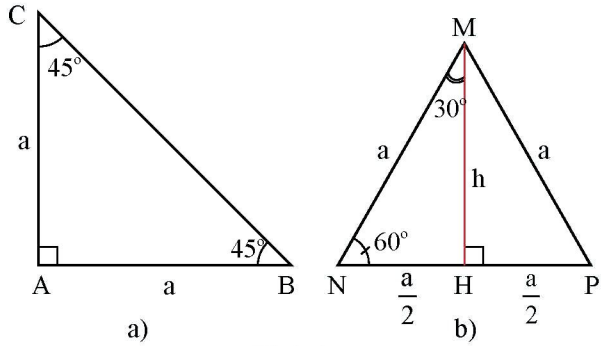


Tỉ số lượng giác của các góc nhọn đặc biệt (góc 30^o, 45^o, 60^o)

HĐKP 2

a) Cho tam giác ABC vuông cân tại A có cạnh góc vuông bằng a (Hình 6a). Tính độ dài cạnh huyền BC theo a, rồi tính các tỉ số lượng giác của góc 45^o.

b) Cho tam giác đều MNP có cạnh bằng a (Hình 6b). Tính độ dài đường cao MH theo a, rồi tính các tỉ số lượng giác của góc 30^o và góc 60^o.



Hình 6

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS có cơ hội vận dụng trực tiếp định lí Pythagore đã học để tính độ dài cạnh, từ đó tính tỉ số lượng giác của các góc nhọn đặc biệt (45^o, 30^o, 60^o).

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá. GV có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Tam giác ABC vuông cân tại A, suy ra $BC = a\sqrt{2}$. Ta có:

$$\sin 45^o = \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2};\ \cos 45^o = \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\tan 45^o = \tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{a}{a} = 1;\ \cot 45^o = \cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{a}{a} = 1.$$

b) $MH = \sqrt{MN^2 - NH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Ta có:

$$\sin 30^o = \sin \widehat{NMH} = \frac{NH}{MN} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2};\ \cos 30^o = \cos \widehat{NMH} = \frac{MH}{MN} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\tan 30^o = \tan \widehat{NMH} = \frac{NH}{MH} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3};\ \cot 30^o = \cot \widehat{NMH} = \frac{MH}{NH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3};$$

$$\sin 60^o = \sin \widehat{MNH} = \frac{MH}{MN} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2};\ \cos 60^o = \cos \widehat{MNH} = \frac{NH}{MN} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2};$$

$$\tan 60^o = \tan \widehat{MNH} = \frac{MH}{NH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3};\ \cot 60^o = \cot \widehat{MNH} = \frac{NH}{MH} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Thực hành 2. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \dfrac{2\cos 45^\circ}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}\tan 30^\circ$;

b) $B = \dfrac{2\sin 60^\circ}{\sqrt{3}} - \cot 45^\circ$.

– Mục đích của Thực hành 2: HS thực hành sử dụng tỉ số lượng giác của các góc đặc biệt trong việc tính giá trị của các biểu thức lượng giác để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

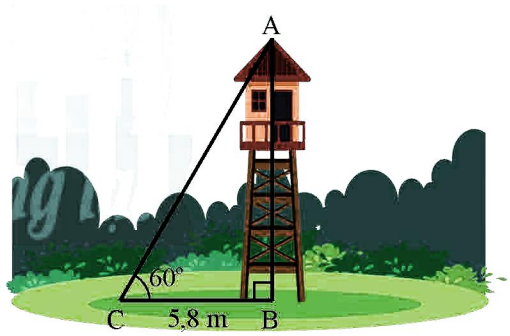
– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS viết và trình bày kết quả. Lớp nhận xét, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $A = \dfrac{2\cos 45^\circ}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}\tan 30^\circ = \dfrac{2.\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = 1 + 1 = 2;$

b) $B = \dfrac{2\sin 60^\circ}{\sqrt{3}} - \cot 45^\circ = \dfrac{2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} - 1 = 1 - 1 = 0.$

Vận dụng 2. Tìm chiều cao của tháp canh trong Hình 7 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Hình 7

– Mục đích của Vận dụng 2: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế sử dụng tỉ số lượng giác để tính chiều cao của tháp canh.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

Ta có $\tan C = \dfrac{AB}{BC}$, suy ra $AB = BC \cdot \tan C = 5{,}8 \cdot \tan 60^\circ = 5{,}8.\sqrt{3} \approx 10{,}05$ (m).

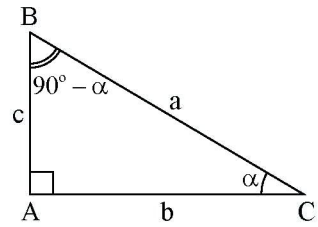
Vậy chiều cao của tháp canh là khoảng 10,05 m.

2. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

HĐKP 3

a) Tính các tỉ số lượng giác của góc α và của góc $90^\circ - \alpha$ trong Hình 8 theo a, b, c.

b) So sánh $\sin\widehat{B}$ và $\cos\widehat{C}$, $\cos\widehat{B}$ và $\sin\widehat{C}$, $\tan\widehat{B}$ và $\cot\widehat{C}$, $\tan\widehat{C}$ và $\cot\widehat{B}$.



Hình 8

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Giúp HS khám phá mối liên hệ giữa tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sin\alpha = \frac{c}{a}$; $\cos\alpha = \frac{b}{a}$; $\tan\alpha = \frac{c}{b}$; $\cot\alpha = \frac{b}{c}$;

$\sin(90^\circ - \alpha) = \frac{b}{a}$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \frac{c}{a}$; $\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{b}{c}$; $\cot(90^\circ - \alpha) = \frac{c}{b}$.

b) $\sin\widehat{B} = \cos\widehat{C}$; $\cos\widehat{B} = \sin\widehat{C}$; $\tan\widehat{B} = \cot\widehat{C}$; $\tan\widehat{C} = \cot\widehat{B}$.

Thực hành 3.

a) So sánh: $\sin 72^\circ$ và $\cos 18^\circ$; $\cos 72^\circ$ và $\sin 18^\circ$; $\tan 72^\circ$ và $\cot 18^\circ$.

b) Cho biết $\sin 18^\circ \approx 0{,}31$; $\tan 18^\circ \approx 0{,}32$. Tính $\cos 72^\circ$ và $\cot 72^\circ$.

– Mục đích của Thực hành 3: HS thực hành sử dụng tỉ số lượng giác của các góc phụ nhau để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

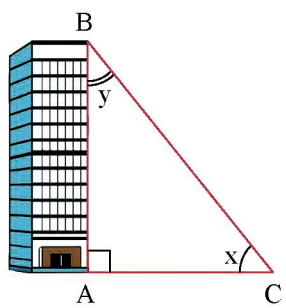
Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sin 72^\circ = \cos(90^\circ - 72^\circ) = \cos 18^\circ$; $\cos 72^\circ = \sin(90^\circ - 72^\circ) = \sin 18^\circ$;

$\tan 72^\circ = \cot(90^\circ - 72^\circ) = \cot 18^\circ$.

b) $\cos 72^\circ = \sin 18^\circ \approx 0{,}31$; $\cot 72^\circ = \tan(90^\circ - 72^\circ) = \tan 18^\circ \approx 0{,}32$.

Vận dụng 3. Tia nắng chiếu qua điểm B của nóc toà nhà tạo với mặt đất một góc x và tạo với cạnh AB của toà nhà một góc y (Hình 9). Cho biết $\cos x \approx 0{,}78$ và $\cot x \approx 1{,}25$. Tính $\sin y$ và $\tan y$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Hình 9

– Mục đích của Vận dụng 3: HS có cơ hội vận dụng tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau vào thực tế đo đạc góc trong xây dựng.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 3: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp. GV có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án: Vì $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ là hai góc phụ nhau nên $\sin y = \cos x \approx 0{,}78$; $\tan y = \cot x \approx 1{,}25$.

3. Tính tỉ số lượng giác của góc nhọn bằng máy tính cầm tay

Thực hành 4.

a) Sử dụng máy tính cầm tay, tính tỉ số lượng giác của các góc sau (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn):

22°; 52°; $15^\circ 20'$; $52^\circ 18'$.

b) Tìm các góc nhọn x, y, z, t trong mỗi trường hợp sau (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm hoặc đến phút):

$\sin x = 0{,}723$; $\cos y = 0{,}828$; $\tan z = 3{,}77$; $\cot t = 1{,}54$.

– Mục đích của Thực hành 4: HS thực hành tính tỉ số lượng giác của các góc nhọn bằng máy tính cầm tay để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sin 22^\circ \approx 0{,}375$; $\cos 22^\circ \approx 0{,}927$; $\tan 22^\circ \approx 0{,}404$; $\cot 22^\circ \approx 2{,}475$.

$\sin 52^\circ \approx 0{,}788$; $\cos 52^\circ \approx 0{,}616$; $\tan 52^\circ \approx 1{,}280$; $\cot 52^\circ \approx 0{,}781$.

$\sin 15^\circ 20' \approx 0{,}264$; $\cos 15^\circ 20' \approx 0{,}964$; $\tan 15^\circ 20' \approx 0{,}274$; $\cot 15^\circ 20' \approx 3{,}647$.

$\sin 52^\circ 18' \approx 0{,}791$; $\cos 52^\circ 18' \approx 0{,}612$; $\tan 52^\circ 18' \approx 1{,}294$; $\cot 52^\circ 18' \approx 0{,}773$.

b) $\sin x = 0{,}723$ suy ra $x \approx 46^\circ 18'$; $\cos y = 0{,}828$ suy ra $y \approx 34^\circ 6'$;

$\tan z = 3{,}77$ suy ra $z \approx 75^\circ 9'$; $\cot t = 1{,}54$ suy ra $t \approx 33^\circ$.

Vận dụng 4.

a) Vẽ một tam giác vuông có một góc bằng 40°. Đo độ dài các cạnh rồi dùng các số đo để tính các tỉ số lượng giác của góc 40°. Kiểm tra lại các kết quả vừa tính bằng máy tính cầm tay.

b) Vẽ một tam giác vuông có ba cạnh bằng 3 cm, 4 cm, 5 cm. Tính các tỉ số lượng giác của mỗi góc nhọn. Dùng thước đo góc để đo các góc nhọn. Kiểm tra lại các kết quả bằng máy tính cầm tay.

– Mục đích của Vận dụng 4: HS có cơ hội vận dụng hai cách tính tỉ số lượng giác của góc nhọn để kiểm tra lẫn nhau.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 4: HS thảo luận theo nhóm, trình bày kết quả. Lớp nhận xét kết quả của các nhóm, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sin 40^\circ \approx 0{,}643$; $\cos 40^\circ \approx 0{,}766$; $\tan 40^\circ \approx 0{,}839$; $\cot 40^\circ \approx 1{,}192$.

b) Vẽ tam giác ABC vuông tại A có AC = 3 cm, AB = 4 cm, BC = 5 cm.

Tính các tỉ số lượng giác, đo góc rồi dùng máy tính cầm tay để kiểm tra kết quả. Chẳng hạn:

$\sin B = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{3}{5}$ suy ra $\widehat{B} \approx 36{,}87^\circ$; $\sin C = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{4}{5}$ suy ra $\widehat{C} \approx 53{,}13^\circ$.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. a) Xét ΔABC vuông tại A có $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (định lí Pythagore),

suy ra $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 5^2 - 3^2 = 16$ hay AC = 4 cm.

Ta có: $\sin B = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$; $\cos B = \dfrac{3}{5} = 0{,}6$; $\tan B = \dfrac{4}{3} \approx 1{,}33$; $\cot B = \dfrac{3}{4} = 0{,}75$.

b) Xét ΔABC vuông tại A có $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (định lí Pythagore),

suy ra $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 13^2 - 12^2 = 25$ hay AB = 5 cm.

Ta có: $\sin B = \dfrac{12}{13} \approx 0{,}92$; $\cos B = \dfrac{5}{13} \approx 0{,}38$; $\tan B = \dfrac{12}{5} \approx 2{,}4$; $\cot B = \dfrac{5}{12} \approx 0{,}42$.

c) Xét ΔABC vuông tại A có $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (định lí Pythagore),

suy ra $AC^2 = BC^2 - AB^2 = (5\sqrt{2})^2 - 5^2 = 25$ hay AC = 5 cm.

Ta có: $\sin B = \dfrac{5}{5\sqrt{2}} \approx 0{,}71$; $\cos B = \dfrac{5}{5\sqrt{2}} \approx 0{,}71$; $\tan B = \dfrac{5}{5} = 1$; $\cot B = \dfrac{5}{5} = 1$.

d) Xét ΔABC vuông tại A có $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (định lí Pythagore),

suy ra $BC^2 = (a\sqrt{3})^2 + a^2 = 4a^2$ hay BC = 2a cm.

Ta có: $\sin B = \dfrac{a}{2a} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$; $\cos B = \dfrac{a\sqrt{3}}{2a} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}87$;

$\tan B = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \approx 0{,}58$; $\cot B = \dfrac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \approx 1{,}73$.

2. a) $A = \dfrac{\sin 30^\circ . \cos 30^\circ}{\cot 45^\circ} = \dfrac{\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \approx 0{,}43$;

b) $B = \dfrac{\tan 30^\circ}{\cos 45^\circ . \cos 60^\circ} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \dfrac{2\sqrt{6}}{3} \approx 1{,}63$.

3. a) $\sin 60^\circ = \cos (90^\circ - 60^\circ) = \cos 30^\circ$;

b) $\cos 75^\circ = \sin (90^\circ - 75^\circ) = \sin 15^\circ$;

c) $\tan 80^\circ = \cot (90^\circ - 80^\circ) = \cot 10^\circ$.

4. a) $\sin 26^\circ \approx 0{,}44$; $\cos 26^\circ \approx 0{,}90$; $\tan 26^\circ \approx 0{,}49$; $\cot 26^\circ \approx 2{,}05$.

b) $\sin 72^\circ \approx 0{,}95$; $\cos 72^\circ \approx 0{,}31$; $\tan 72^\circ \approx 3{,}08$; $\cot 72^\circ \approx 0{,}32$.

c) $\sin 81^\circ 27' \approx 0{,}99$; $\cos 81^\circ 27' \approx 0{,}15$; $\tan 81^\circ 27' \approx 6{,}65$; $\cot 81^\circ 27' \approx 0{,}15$.

5. a) $\alpha \approx 51{,}13^\circ$. b) $\alpha \approx 36{,}87^\circ$.

6. $\tan\alpha = \dfrac{21}{15}$ suy ra $\alpha \approx 54^\circ$.

7. $\sin\alpha = \dfrac{7}{12}$ suy ra $\alpha \approx 35^\circ 41'$.

BÀI 2. HỆ THỨC GIỮA CẠNH VÀ GÓC CỦA TAM GIÁC VUÔNG

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt

– Giải thích được một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông (cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với côsin góc kề; cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân với tang góc đối hoặc nhân với côtang góc kề).

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với hệ thức lượng trong tam giác vuông (ví dụ: Tính độ dài đoạn thẳng, độ lớn góc; áp dụng giải tam giác vuông, ...).

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

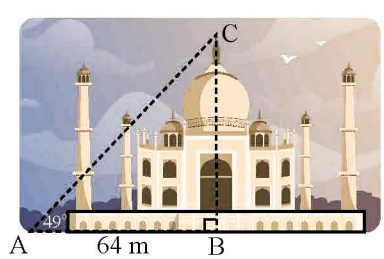
1. GV giúp HS giải thích được các hệ thức giữa cạnh và góc của tam giác vuông được suy ra từ định nghĩa của các tỉ số lượng giác.

2. Cần cung cấp phong phú các cơ hội để HS vận dụng các hệ thức giữa cạnh và góc vào việc giải tam giác vuông trong thực tế đo đạc, tính toán khoảng cách.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Làm thế nào để tính chiều cao BC khi biết khoảng cách AB và góc A trong hình bên?



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Giúp HS có cơ hội phát hiện các hệ thức giữa cạnh và góc của tam giác vuông thông qua việc tính chiều cao của một công trình kiến trúc. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV sử dụng cơ hội để giới thiệu bài.

Hướng dẫn – Đáp án: $\tan A = \dfrac{BC}{AB}$ suy ra $BC = AB \,.\, \tan A$.

Lưu ý: GV có thể sử dụng các hình ảnh di tích lịch sử hoặc công trình kiến trúc của địa phương để tăng trải nghiệm kết nối và thu hút sự chú ý của HS.

1. Hệ thức giữa cạnh và góc của tam giác vuông

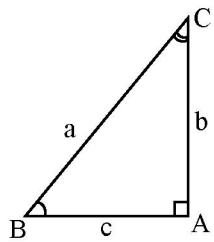
HĐKP 1



Cho tam giác ABC vuông tại A (Hình 1).

a) Hãy tính sin B theo b và a, cos B theo c và a. Sử dụng các kết quả tính được để giải thích tại sao ta lại có các đẳng thức: $b = a \,.\, \sin B$; $c = a \,.\, \cos B$.

b) Hãy tính tan B theo b và c, cot B theo c và b. Sử dụng các kết quả tính được ở trên để giải thích tại sao ta lại có các đẳng thức: $b = c \,.\, \tan B$; $c = b \,.\, \cot B$.



Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS có cơ hội tự khám phá các hệ thức giữa cạnh và góc của tam giác vuông thông qua vận dụng định nghĩa các tỉ số lượng giác của góc nhọn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá. GV có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\sin B = \dfrac{b}{a}$ suy ra $b = a \,.\, \sin B$; $\cos B = \dfrac{c}{a}$ suy ra $c = a \,.\, \cos B$;

b) $\tan B = \dfrac{b}{c}$ suy ra $b = c \,.\, \tan B$; $\cot B = \dfrac{c}{b}$ suy ra $c = b \,.\, \cot B$.

Thực hành 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có độ dài cạnh huyền bằng 20 cm. Tính độ dài các cạnh góc vuông trong mỗi trường hợp sau (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm):

a) $\widehat{B} = 36^\circ$;

b) $\widehat{C} = 41^\circ$.

– Mục đích của Thực hành 1: HS thực hành sử dụng hệ thức giữa cạnh và góc của tam giác vuông vào việc tính độ dài cạnh để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Tam giác ABC vuông tại A có BC = 20 cm, $\widehat{B} = 36^o$, khi đó:

AB = BC . cos B = 20 . cos $36^o \approx 16{,}18$ (cm);

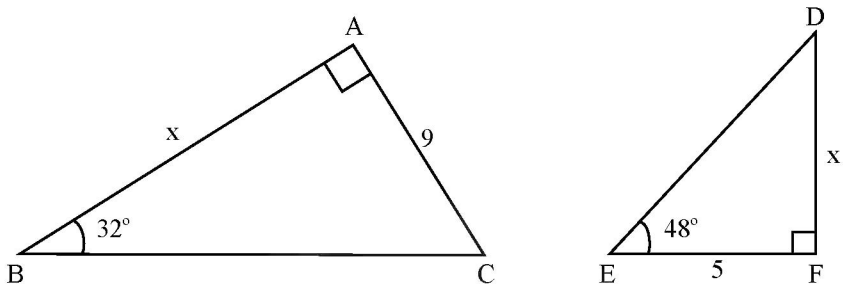
AC = BC . sin B = 20 . sin $36^o \approx 11{,}76$ (cm).

b) Tam giác ABC vuông tại A có BC = 20 cm, $\widehat{C} = 41^o$, khi đó:

AC = BC . cos C = 20 . cos $41^o \approx 15{,}09$ (cm);

AB = BC . sin C = 20 . sin $41^o \approx 13{,}12$ (cm).

Thực hành 2. Tính độ dài cạnh góc vuông x của mỗi tam giác vuông trong Hình 3 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Hình 3

– Mục đích của Thực hành 2: HS thực hành sử dụng hệ thức giữa cạnh và góc của tam giác vuông để tính độ dài cạnh chưa biết của tam giác.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

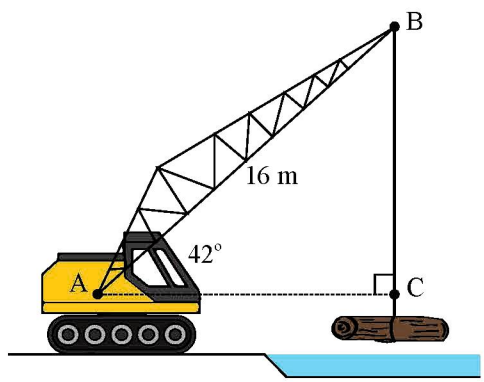
a) Tam giác ABC vuông tại A có AC = 9, $\widehat{B} = 32^o$, khi đó:

x = 9 . cot $32^o \approx 14{,}40$.

b) Tam giác DEF vuông tại F có EF = 5, $\widehat{E} = 48^o$, khi đó:

x = 5 . tan $48^o \approx 5{,}55$.

Vận dụng 1. Một cần cẩu đang nâng một khối gỗ trên sông. Biết tay cẩu AB có chiều dài là 16 m và nghiêng một góc 42° so với phương nằm ngang (Hình 4). Tính chiều dài BC của đoạn dây cáp (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Hình 4

– Mục đích của Vận dụng 1: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế tính chiều dài đoạn dây cáp của cần cẩu.

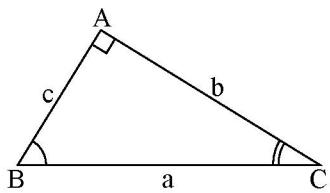
– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: BC = AB . sin A = 16 . sin 42° ≈ 10,7 (m).

2. Giải tam giác vuông

HĐKP 2

2 Cho tam giác ABC (Hình 5). Em hãy cho biết trong các trường hợp nào sau đây, ta có thể tính được tất cả các cạnh và các góc của tam giác. Giải thích cách tính.



Hình 5

Trường hợp	a	b	c	$\hat{B}$	$\hat{C}$
1	10	4	?	?	?
2	?	?	?	20°	70°
3	16	?	?	35°	?

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS làm quen với khái niệm giải tam giác vuông.

Lưu ý: Giải tam giác vuông là tìm tất cả các cạnh và góc còn lại của tam giác vuông khi biết một số cạnh và góc đủ để xác định tam giác vuông đó.

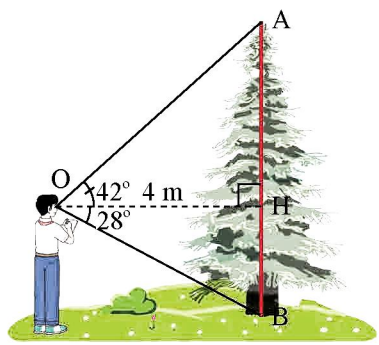
– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

– Trong trường hợp 1 và 3, ta có thể tính được tất cả các cạnh và các góc còn lại của ΔABC nhờ sử dụng định lí Pythagore và các tỉ số lượng giác của góc nhọn.

– Trong trường hợp 2, ta có thể tính được góc còn lại nhưng chưa tính được các cạnh của ΔABC.

Vận dụng 2. Trong Hình 9, cho OH = 4 m, $\widehat{AOH} = 42°$, $\widehat{HOB} = 28°$. Tính chiều cao AB của cây.



Hình 9

– Mục đích của Vận dụng 2: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế, vận dụng tổng hợp các kĩ năng thông qua việc tính chiều cao của cây.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp. GV có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án:

Trong tam giác OHB vuông tại H, ta có:

HB = HO . tan 28° = 4 . tan 28° ≈ 2,13 (m).

Trong tam giác OHA vuông tại H, ta có:

HA = HO . tan 42° = 4 . tan 42° ≈ 3,6 (m).

Vậy chiều cao của cây là: AB = HA + HB ≈ 3,6 + 2,13 = 5,73 (m).

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

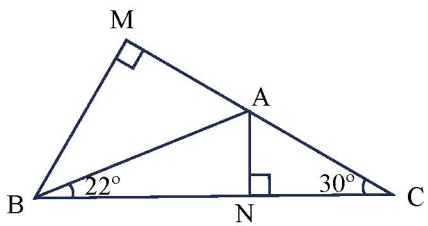
1. $BC = AC.\sin\widehat{BAC} = 16 . \sin 68^\circ \approx 14{,}8$ (cm).

$AB = AC.\cos\widehat{BAC} = 16 . \cos 68^\circ \approx 6$ (cm).

2. a) Kẻ BM ⊥ AC tại M.

Khoảng cách từ B đến AC là:

BM = BC . sin C = 20 . sin 30° = 10 (cm).



b) Ta có: $\widehat{BAC} = 180^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) = 180^\circ - (22^\circ + 30^\circ) = 128^\circ$;

$\widehat{MAB} = 180^\circ - \widehat{BAC} = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$.

Trong tam giác MAB vuông tại M, ta có

$BM = AB . \sin\widehat{MAB}$, suy ra $AB = \dfrac{BM}{\sin\widehat{MAB}} = \dfrac{10}{\sin 52^\circ} \approx 12{,}7$ (cm);

$AM = BM . \cot\widehat{MAB} = 10 . \cot 52^\circ \approx 7{,}8$ (cm).

Trong tam giác MBC vuông tại M, ta có

$CM = BM . \cot\widehat{MCB} = 10 . \cot 30^\circ \approx 17{,}3$ (cm).

Suy ra AC = CM – AM ≈ 17,3 – 7,8 = 9,5 (cm).

Vậy các cạnh và góc còn lại của ΔABC là $\widehat{A} = 128^\circ$; AB ≈ 12,7 cm; AC ≈ 9,5 cm.

c) Kẻ AN ⊥ BC tại N, AN là khoảng cách từ A đến BC.

Trong tam giác ABN vuông tại N, ta có AN = AB . sin B ≈ 12,7 . sin 22° ≈ 4,8 (cm).

3. Độ cao của vật so với mặt đất là h = 4 . sin 35° ≈ 2,3 (m).

4. a) Trong tam giác HAC vuông tại H, ta có CH = HA . tan A = HA . tan 6°, suy ra

$$HA = \frac{CH}{\tan 6^\circ}.$$

Trong tam giác HBC vuông tại H, ta có CH = HB . tan B = HB . tan 4°, suy ra

$$HB = \frac{CH}{\tan 4^\circ}.$$

Vì HA + HB = 762 nên $\frac{CH}{\tan 6^o} + \frac{CH}{\tan 4^o} = 762$, suy ra CH ≈ 32 (m).

Vậy chiều cao con dốc khoảng 32 m.

b) Trong tam giác HAC vuông tại H, ta có CH = CA . sin A, suy ra

$CA = \frac{CH}{\sin A} \approx \frac{32}{\sin 6^o} \approx 306,1$ (m) = 0,3061 (km).

Thời gian đi lên dốc là $\frac{0,3061}{4} \approx 0,077$ (giờ) ≈ 4,6 (phút).

Trong tam giác HBC vuông tại H, ta có CH = CB . sin B, suy ra

$CB = \frac{CH}{\sin B} = \frac{32}{\sin 4^o} \approx 458,7$ (m) = 0,4587 (km).

Thời gian xuống dốc là $\frac{0,4587}{19} \approx 0,024$ (giờ) ≈ 1,4 (phút).

Thời gian đi từ nhà đến trường là 4,6 + 1,4 = 6 (phút).

Vậy bạn An đến trường lúc 6 giờ 6 phút.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 4

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. C **2.** C **3.** B **4.** A **5.** D **6.** B **7.** A **8.** D

BÀI TẬP TỰ LUẬN

9. a) $\alpha \approx 14^o 29'$; b) $\alpha \approx 41^o 25'$; c) $\alpha = 45^o$; d) $\alpha \approx 26^o 34'$.

10. $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{18^2 + 24^2} = 30$;

$\sin B = \cos C = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$; $\cos B = \sin C = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$;

$\tan B = \cot C = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$; $\cot B = \tan C = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$.

11. Trong tam giác ABC vuông tại A, ta có: $\sin B = \frac{AC}{BC}$; $\sin C = \frac{AB}{BC}$.

Suy ra $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}} = \frac{AC}{AB}$.

12. $\alpha \approx 53^o 8'$; $\cos\alpha \approx 0{,}6$; $\tan\alpha \approx 1{,}3$; $\cot\alpha \approx 0{,}7$.

13. a) $A = 4 - \sin^2 45^o + 2\cos^2 60^o - 3\cot^3 45^o = 4 - \frac{1}{2} + 2.\frac{1}{4} - 3.1 = 1$;

b) $B = \tan 45^o \,.\, \cos 30^o \,.\, \cot 30^o = 1.\frac{\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \frac{3}{2}$;

c) $C = \sin 15^o + \sin 75^o - \cos 15^o - \cos 75^o + \sin 30^o$

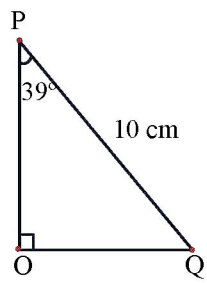
$= \cos(90^o - 15^o) + \cos(90^o - 75^o) - \cos 15^o - \cos 75^o + \sin 30^o$

$= \cos 75^o + \cos 15^o - \cos 15^o - \cos 75^o + \sin 30^o = \frac{1}{2}$.

14. Ta có $\widehat{Q} = 90^o - 39^o = 51^o$;

$OQ = PQ \,.\, \sin P = 10 \,.\, \sin 39^o \approx 6{,}3$ (cm);

$OP = PQ \,.\, \cos P = 10.\cos 39^o \approx 7{,}8$ (cm).



15. Ta có $NP = MN \,.\, \cot 38^o$; $NQ = MN \,.\, \cot 44^o$;

$PQ = NP - NQ = MN \,.\, (\cot 38^o - \cot 44^o)$.

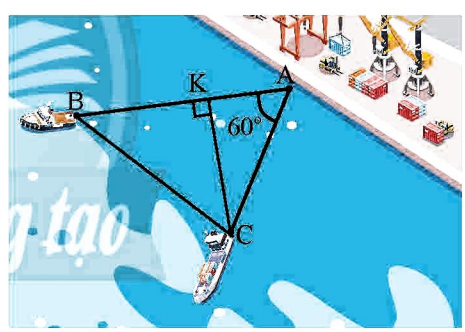
Suy ra $MN = \dfrac{PQ}{\cot 38^o - \cot 44^o} = \dfrac{203}{\cot 38^o - \cot 44^o} \approx 830{,}6$ (m).

16. Quãng đường tàu B đi được sau 1,5 giờ là

$20 \,.\, 1{,}5 = 30$ (hải lí).

Quãng đường tàu C đi được sau 1,5 giờ là

$15 \,.\, 1{,}5 = 22{,}5$ (hải lí).



Kẻ $CK \perp AB$ tại K. Vì ΔKAC vuông tại K nên

$AC^2 = KC^2 + AK^2$, suy ra $KC^2 = AC^2 - AK^2$.

Trong ΔKBC vuông tại K, ta có: $BC^2 = BK^2 + KC^2 = BK^2 + AC^2 - AK^2$

$= (AB - AK)^2 + AC^2 - AK^2$

$= AB^2 - 2AB \,.\, AK + AK^2 + AC^2 - AK^2$

$= AB^2 - 2AB \,.\, AK + AC^2$.

Mà $AK = AC.\cos\widehat{BAC}$, do đó $BC^2 = AB^2 - 2AB \,.\, AK + AC^2$

$= AB^2 + AC^2 - 2AB \,.\, AC.\cos\widehat{BAC}$

$= 30^2 + (22{,}5)^2 - 2 \,.\, 30 \,.\, 22{,}5 \,.\, \cos 60^o \approx 731{,}3$.

Suy ra $BC = \sqrt{731{,}3} \approx 27$ (hải lí).

Vậy hai tàu cách nhau khoảng 27 hải lí.

Chương 5 ĐƯỜNG TRÒN

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực chuyên môn

– Đường tròn. Tính đối xứng của đường tròn.

– So sánh được độ dài của đường kính và dây.

– Mô tả được ba vị trí tương đối của hai đường tròn (hai đường tròn cắt nhau, hai đường tròn tiếp xúc nhau, hai đường tròn không giao nhau).

– Mô tả được ba vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn (đường thẳng và đường tròn cắt nhau, đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau, đường thẳng và đường tròn không giao nhau).

– Giải thích được dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn và tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau.

– Góc ở tâm, góc nội tiếp. Cung và số đo cung. Hình quạt tròn, hình vành khuyên.

– Giải thích được mối liên hệ giữa số đo của cung với số đo góc ở tâm, số đo góc nội tiếp.

– Giải thích được mối liên hệ giữa số đo góc nội tiếp và số đo góc ở tâm cùng chắn một cung.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với đường tròn.

2. Năng lực chung

Hình thành và phát triển:

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

BÀI 1. ĐƯỜNG TRÒN

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Nhận biết được tâm, bán kính, đường kính, dây của đường tròn.

– Nhận biết được tâm đối xứng, trục đối xứng của đường tròn.

– So sánh được độ dài của đường kính và dây.

– Mô tả được ba vị trí tương đối của hai đường tròn (hai đường tròn không giao nhau, hai đường tròn cắt nhau, hai đường tròn tiếp xúc nhau).

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

1. GV cần giúp HS thấy được vai trò của đường tròn trong thực tế sản xuất, kiến trúc, văn hoá, nghệ thuật, ...

2. GV cần tạo nhiều cơ hội trải nghiệm để HS khám phá các tính chất hình học của đường tròn.

3. Cần giảm bớt các bài toán chứng minh mang tính lí thuyết phức tạp và tăng cường các bài tập vận dụng.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Hãy chỉ ra các bộ phận có dạng đường tròn của chiếc xe đạp trong hình dưới đây. Em hãy tìm thêm một số hình ảnh về đường tròn trong thực tế.



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Giúp HS có cơ hội nhận biết các vật dụng quen thuộc có dạng đường tròn thông qua việc quan sát các bộ phận của một chiếc xe đạp để chuẩn bị đưa đến định nghĩa chính xác khái niệm đường tròn. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV sử dụng cơ hội để giới thiệu bài.

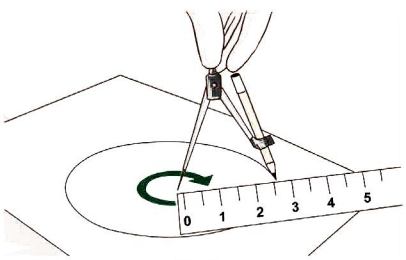
Hướng dẫn – Đáp án: Bánh xe, vành xe (niềng xe), vành đĩa, líp, ... có dạng đường tròn.

Lưu ý: GV có thể yêu cầu HS chỉ ra các vật dụng quen thuộc khác có dạng đường tròn để tạo hứng thú và huy động sự tham gia của cả lớp.

1. Khái niệm đường tròn

HĐKP 1

1 Mở một chiếc compa sao cho hai đầu compa cách nhau một khoảng R cho trước. Tì đầu nhọn của compa lên một điểm O cố định trên tờ giấy, xoay compa để đầu bút M của compa vạch trên giấy một đường cong. Nêu nhận xét về các khoảng cách từ một điểm M tuỳ ý trên đường cong vừa vẽ đến điểm O.



Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS có cơ hội khám phá khái niệm đường tròn và các yếu tố xác định một đường tròn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án: Các khoảng cách từ một điểm M tuỳ ý trên đường cong đến điểm O không đổi vì bằng khoảng cách giữa hai đầu compa.

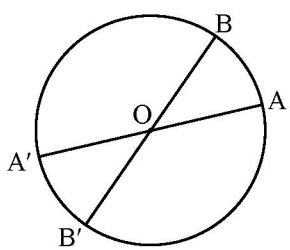
2. Tính đối xứng của đường tròn

HĐKP 2

2 a) Cho đường tròn (O; R).

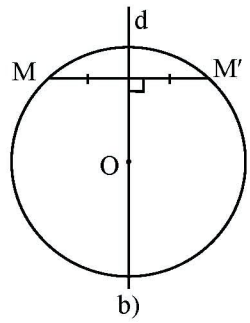
i) Lấy điểm A nằm trên đường tròn. Vẽ đường thẳng AO cắt đường tròn tại điểm A′ khác A. Giải thích tại sao O là trung điểm của đoạn thẳng AA′.

ii) Lấy điểm B khác A thuộc đường tròn (O; R). Tìm điểm B′ sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng BB′. Điểm B′ có thuộc đường tròn (O; R) không? Giải thích.



a)

b) Cho đường tròn (O; R), d là đường thẳng đi qua tâm O. Lấy điểm M nằm trên đường tròn. Vẽ điểm M′ sao cho d là đường trung trực của đoạn thẳng MM′ (khi M thuộc d thì lấy M′ trùng với M). Điểm M′ có thuộc đường tròn (O; R) không? Giải thích.



Hình 4

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS khám phá tâm đối xứng và trục đối xứng của đường tròn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

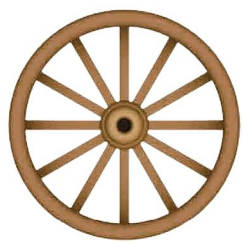
a) i) O nằm giữa A, A′ và OA = OA′ = R.

ii) OB′ = OB = R, suy ra B′ thuộc (O; R).

b) Khi M không thuộc d, gọi H là giao điểm của d và MM′.

Ta chứng minh được ΔOMH = OM′H (c.g.c), suy ra OM′ = OM = R. Vậy M′ thuộc (O; R).

Thực hành 1. Xác định tâm đối xứng và trục đối xứng của bánh xe trong Hình 7. Giải thích cách làm.



Hình 7

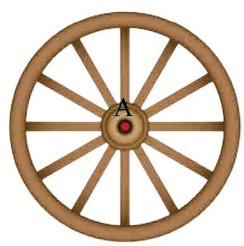
– Mục đích của Thực hành 1: HS thực hành xác định tâm đối xứng và trục đối xứng của các vật thể có dạng đường tròn để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

Tâm đối xứng của bánh xe là điểm A ở hình bên (tâm đường tròn).

Trục đối xứng của bánh xe là đường thẳng đi qua hai nan hoa thẳng hàng (đường kính).



Vận dụng 1. Nêu cách chia một cái bánh có dạng hình tròn tâm O (Hình 8) thành hai phần bằng nhau.



Hình 8

– Mục đích của Vận dụng 1: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế, áp dụng kiến thức liên môn, vận dụng tổng hợp các kĩ năng thông qua việc quan sát tính đối xứng của đồ vật có dạng hình tròn như bánh pizza. GV khuyến khích HS tìm ra các đồ vật khác có dạng hình tròn và mô tả tính đối xứng của chúng.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án: Cắt bánh bằng một đường thẳng đi qua tâm O.

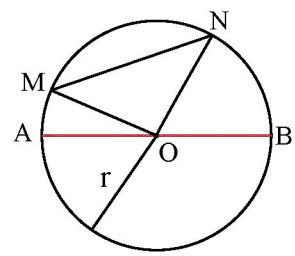
3. Đường kính và dây cung của đường tròn

HĐKP 3

3 Trên đường tròn (O; R), lấy bốn điểm A, B, M, N sao cho AB đi qua O và MN không đi qua O (Hình 9).

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB theo R.

b) So sánh độ dài của MN và OM + ON. Từ đó, so sánh độ dài của MN và AB.



Hình 9

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Giúp HS khám phá khái niệm đường kính và dây cung của đường tròn.

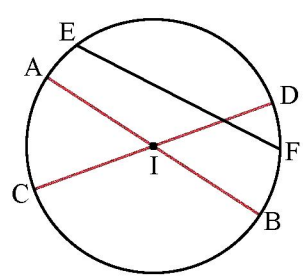
– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) AB = OA + OB = 2R.

b) MN < OM + ON = 2R = AB

Thực hành 2. Cho đường tròn (I) có các dây cung AB, CD, EF. Cho biết AB và CD đi qua tâm I, EF không đi qua I (Hình 11). Hãy so sánh độ dài AB, CD, EF.



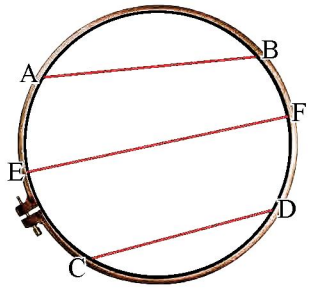
Hình 11

– Mục đích của Thực hành 2: HS thực hành so sánh độ dài các dây cung với đường kính của đường tròn để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: Ta có AB = CD = 2R > EF.

Vận dụng 2. Bạn Mai căng ba đoạn chỉ AB, CD, EF có độ dài lần lượt là 16 cm, 14 cm và 20 cm trên một khung thêu hình tròn bán kính 10 cm (Hình 12). Trong ba dây trên, dây nào đi qua tâm của đường tròn? Giải thích.



Hình 12

– Mục đích của Vận dụng 2: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế quan sát và so sánh độ dài của các đoạn chỉ căng trên một khung thêu dạng đường tròn là hình ảnh minh hoạ dây cung và đường kính của một đường tròn.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

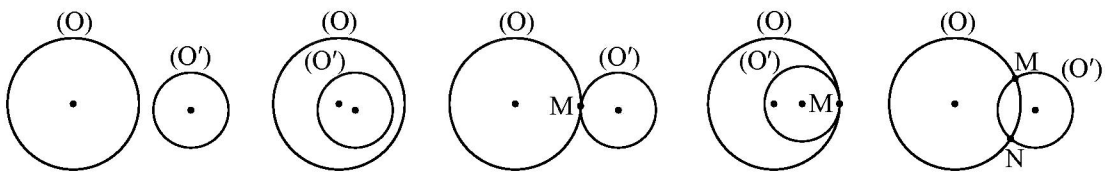
Hướng dẫn – Đáp án: Dây EF = 20 cm = 2R, suy ra dây EF là đường kính nên đi qua tâm của đường tròn.

4. Vị trí tương đối của hai đường tròn

HĐKP 4



Tìm số điểm chung của hai đường tròn (O) và (O′) trong mỗi trường hợp sau:



Hình 13

– Mục đích của ***HĐKP 4***: Giúp HS khám phá vị trí tương đối của hai đường tròn thông qua việc nhận biết số điểm chung.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 4***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

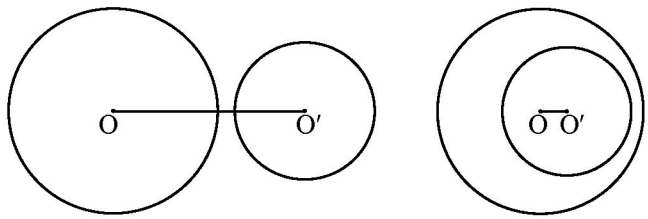
Hướng dẫn – Đáp án: Hình a và b: 0 điểm chung;

Hình c và d: 1 điểm chung;

Hình e: 2 điểm chung.

HĐKP 5

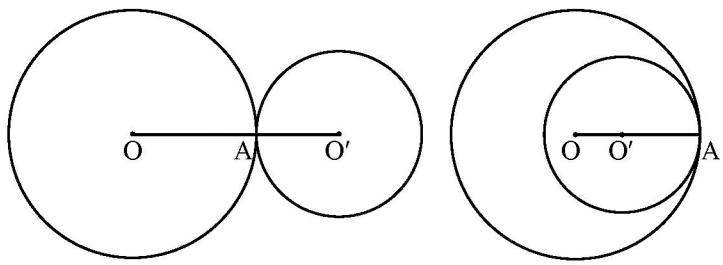
Cho hai đường tròn phân biệt (O; R) và (O′; R′) với R ≥ R′.
Hãy so sánh OO′ với R + R′ và R – R′ trong mỗi trường hợp sau:
Trường hợp 1: (O; R) và (O′; R′) không có điểm chung (Hình 15).



a) b)

Hình 15

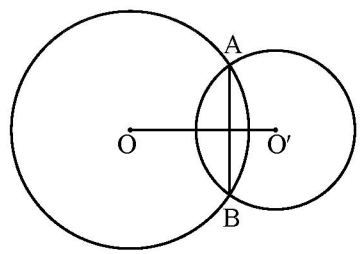
Trường hợp 2: (O; R) và (O′; R′) chỉ có một điểm chung (Hình 16).



a) b)

Hình 16

Trường hợp 3: (O; R) và (O′; R′) có đúng hai điểm chung (Hình 17).



Hình 17

– Mục đích của ***HĐKP 5***: Giúp HS khám phá vị trí tương đối của hai đường tròn thông qua việc nhận biết số điểm chung.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 5***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án: Hình 15a: OO′ > R + R′; Hình 15b: OO′ < R – R′;

Hình 16a: OO′ = R + R′; Hình 16b: OO′ = R – R′;

Hình 17: R – R′ < OO′ < R + R′.

Thực hành 3. Xác định vị trí tương đối giữa hai đường tròn (I; R) và (J; R′) trong mỗi trường hợp sau:

a) IJ = 5; R = 3; R′ = 2;

b) IJ = 4; R = 11; R′ = 7;

c) IJ = 6; R = 9; R′ = 4;

d) IJ = 10; R = 4; R′ = 1.

– Mục đích của Thực hành 3: HS thực hành xác định vị trí tương đối của hai đường tròn biết độ dài hai bán kính và khoảng cách giữa hai tâm đường tròn để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

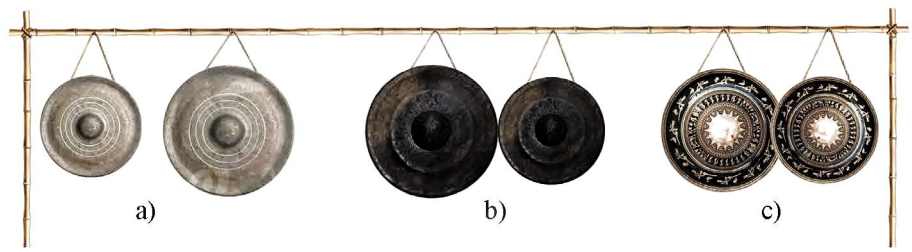
a) IJ = R + R′, suy ra (I; R) và (J; R′) tiếp xúc ngoài;

b) IJ = R – R′, suy ra (I; R) và (J; R′) tiếp xúc trong;

c) R – R′ < IJ < R + R′, suy ra (I; R) và (J; R′) cắt nhau;

d) IJ > R + R′, suy ra (I; R) và (J; R′) ở ngoài nhau.

Vận dụng 3. Mô tả vị trí tương đối giữa mỗi cặp đường tròn trong hình chụp bộ cồng chiêng Tây Nguyên trong Hình 18.



Hình 18

– Mục đích của Vận dụng 3: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế quan sát vị trí tương đối của các cặp đường tròn trong hình chụp bộ cồng chiêng Tây Nguyên.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 3: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

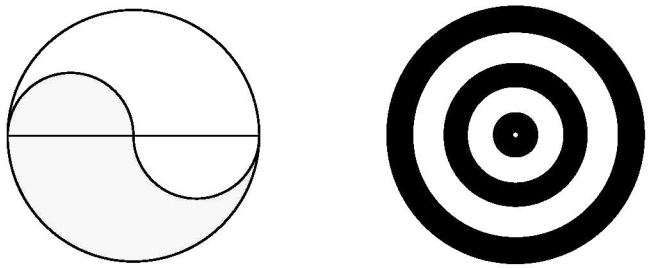
Hướng dẫn – Đáp án:

a) Hai đường tròn nằm ngoài nhau;

b) Hai đường tròn tiếp xúc ngoài;

c) Hai đường tròn cắt nhau.

Vận dụng 4. Dùng compa đo bán kính và vẽ lại các hình trong Hình 19.



a) b)

Hình 19

– Mục đích của Vận dụng 4: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế sử dụng compa đo bán kính và vẽ các hình đồ hoạ trang trí có dạng hình tròn.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 4: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp hoặc có thể cho HS làm bài kiểm tra thường xuyên tại lớp.

Lưu ý: GV có thể yêu cầu HS lập bảng tổng kết về vị trí tương đối của hai đường tròn để giúp HS dễ phân biệt các trường hợp.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

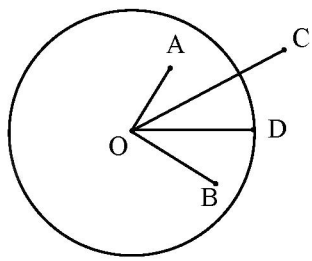
1. Gọi R là bán kính của đường tròn (O) thì R = 5 cm.

Ta có:

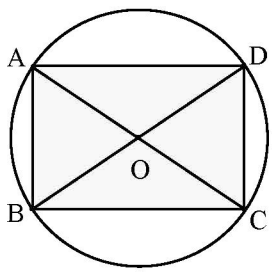
OA < R và OB < R suy ra hai điểm A, B nằm trong đường tròn (O);

OC > R suy ra điểm C nằm ngoài đường tròn (O);

OD = R suy ra điểm D nằm trên đường tròn (O).



2. Hình chữ nhật ABCD có hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại trung điểm O của mỗi đường nên OA = OB = OC = OD. Do đó bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc đường tròn tâm O, bán kính $\frac{AC}{2}$.

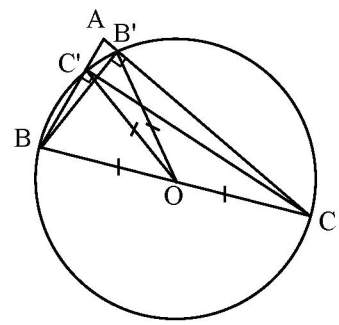


Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông ADC, ta có:

$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 18^2 + 12^2 = 468 \Rightarrow AC = \sqrt{468} = 6\sqrt{13}$ (cm).

Bán kính của đường tròn là $\frac{AC}{2} = 3\sqrt{13}$ (cm).

3. a) Tam giác BB′C vuông tại B′ có B′O là đường trung tuyến nên B′O = BO = CO.

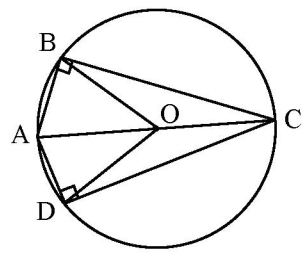


Ta có tam giác BC′C vuông tại C′ có C′O là đường trung tuyến nên C′O = BO = CO.

Do đó OB′ = OB = OC = OC′ nên đường tròn tâm O bán kính OB′ đi qua B, C, C′.

b) Ta có (O; OB′) có BC là đường kính, B′C′ là dây cung không đi qua tâm nên BC > B′C′.

4. a) Gọi O là trung điểm của AC.



Tam giác ABC vuông tại B có BO là đường trung tuyến nên OA = OB = OC. (1)

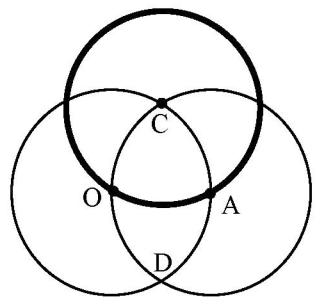
Tam giác ADC vuông tại D có DO là đường trung tuyến nên OA = OC = OD. (2)

Từ (1) và (2) suy ra OA = OB = OC = OD.

Vậy bốn điểm A, B, C, D cùng nằm trên đường tròn (O).

b) Ta có AC là đường kính của đường tròn (O), BD là dây cung (có thể đi qua tâm) nên BD ≤ AC.

5. a) HS tự vẽ hình.



b) Đường tròn (C; 2 cm) đi qua hai điểm O và A vì CO = CA = 2 cm.

6. a) Do C thuộc đường tròn (A; 6 cm) nên CA = 6 cm.

Do C thuộc đường tròn (B; 4 cm) nên CB = 4 cm.

Do D thuộc đường tròn (A; 6 cm) nên DA = 6 cm.

Do D thuộc đường tròn (B; 4 cm) nên DB = 4 cm.

b) Điểm I nằm giữa hai điểm A và B nên AI + IB = AB. Suy ra AI + 4 = 8 hay AI = 4 cm.

Do đó AI = BI = 4 cm nên I là trung điểm của AB.

c) Vì điểm I nằm giữa hai điểm A và K nên AI + IK = AK hay 4 + IK = 6, suy ra IK = 2 cm.

7. a) (O; R) và (O′; R′) ở ngoài nhau;

b) (O; R) đựng (O′; R′);

c) (O; R) và (O′; R′) tiếp xúc ngoài;

d) (O; R) và (O′; R′) cắt nhau.

BÀI 2. TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Mô tả được ba vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn (đường thẳng và đường tròn cắt nhau, đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau, đường thẳng và đường tròn không giao nhau).

– Giải thích được dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn và tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau.

– Vận dụng được tính chất tiếp tuyến của đường tròn vào giải toán và giải quyết các tình huống thực tế liên quan đến tiếp tuyến.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

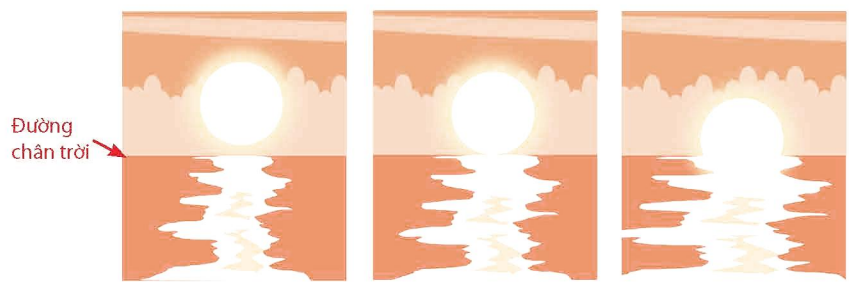
1. GV giúp HS nhận biết ba vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn thông qua việc quan sát các tình huống thực tế và mô tả lại chính xác hơn bằng ngôn ngữ hình học.

2. GV tạo nhiều cơ hội và tình huống thực tế để HS được vận dụng tính chất của tiếp tuyến nhằm khắc sâu kiến thức.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Hãy mô tả các vị trí của Mặt Trời so với đường chân trời ở các thời điểm Mặt Trời lặn khác nhau trong hình dưới đây.



a) b) c)

– Mục đích của ***HĐKĐ***: Giúp HS có cơ hội khám phá vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn thông qua việc quan sát hình ảnh Mặt Trời và đường chân trời tại ba thời điểm khác nhau. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV sử dụng cơ hội để giới thiệu bài.

Hướng dẫn – Đáp án:

Hình a: Hình ảnh Mặt trời và đường chân trời không có điểm chung;

Hình b: Hình ảnh Mặt trời và đường chân trời chỉ có một điểm chung;

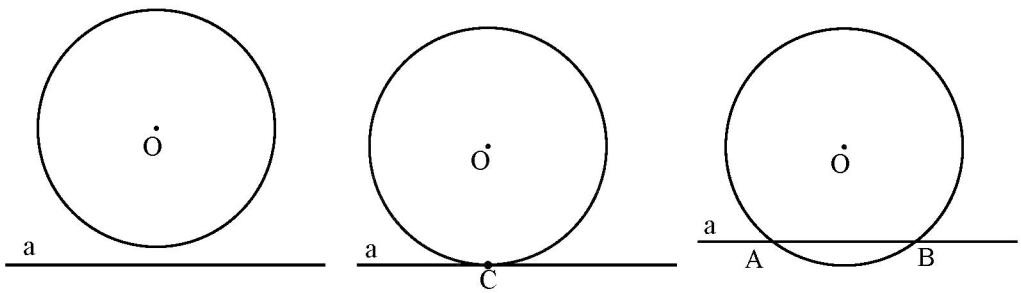
Hình c: Hình ảnh Mặt trời và đường chân trời có hai điểm chung.

Lưu ý: Đây là câu hỏi mở, tạo sự chú ý và kết nối. GV không cần đánh giá câu trả lời của HS là đúng hay sai. Tinh thần chung của HĐKĐ là: Mọi câu trả lời đều được ghi nhận, muốn biết đúng – sai, học xong bài này sẽ rõ.

1. Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn

HĐKP 1

1 Nêu nhận xét về số điểm chung của đường thẳng a và đường tròn (O) trong mỗi hình sau:



a) b) c)

Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS có cơ hội khám phá ba vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn thông qua việc quan sát số điểm chung.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án:

Hình a: Đường thẳng và đường tròn không có điểm chung;

Hình b: Đường thẳng và đường tròn có một điểm chung;

Hình c: Đường thẳng và đường tròn có hai điểm chung.

Lưu ý: Từ việc xây dựng vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn thông qua quan sát số điểm chung, GV chuyển sang việc so sánh bán kính R và khoảng cách d từ tâm đường tròn đến đường thẳng.

Thực hành 1. Cho đường tròn (J; 5 cm) và đường thẳng c. Gọi K là chân đường vuông góc vẽ từ J xuống c, d là độ dài của đoạn thẳng JK. Xác định vị trí tương đối của đường thẳng c và đường tròn (J; 5 cm) trong mỗi trường hợp sau:

a) d = 4 cm; b) d = 5 cm; c) d = 6 cm.

– Mục đích của Thực hành 1: HS thực hành xác định vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) d < R, suy ra c cắt (J; 5 cm);

b) d = R, suy ra c tiếp xúc (J; 5 cm);

c) d > R, suy ra c và (J; 5 cm) không giao nhau.

Vận dụng 1. Một diễn viên xiếc đi xe đạp một bánh trên sợi dây cáp căng được cố định ở hai đầu dây. Biết đường kính bánh xe là 72 cm, tính khoảng cách từ trục bánh xe đến dây cáp.



Hình 4

– Mục đích của Vận dụng 1: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế tính khoảng cách từ (trục) bánh xe (tâm đường tròn) đến dây cáp (xem như đường thẳng).

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: d = R = 36 cm.

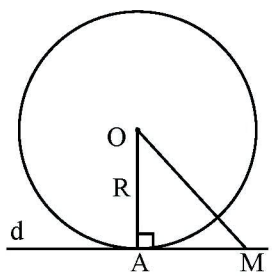
2. Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn

HĐKP 2

Cho điểm A nằm trên đường tròn (O; R), đường thẳng d đi qua A và vuông góc với OA. Gọi M là một điểm trên d (M khác A).

a) Giải thích tại sao ta có OA = R và OM > R.

b) Giải thích tại sao d và (O) không thể có điểm chung nào khác ngoài A.



Hình 5

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS khám phá dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn thông qua việc vận dụng kiến thức về đường vuông góc và đường xiên.

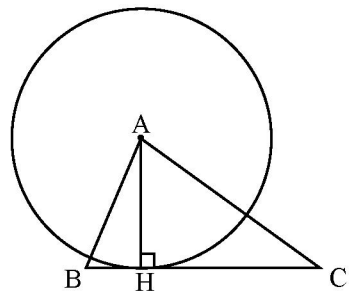
– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Do điểm A nằm trên đường tròn nên OA = R; OM là đường xiên, suy ra OM > R.

b) Giả sử có điểm chung M khác A, suy ra OM = R và OM > R (mâu thuẫn).

Thực hành 2. Cho tam giác ABC có đường cao AH (Hình 8). Tìm tiếp tuyến của đường tròn (A; AH) tại H.



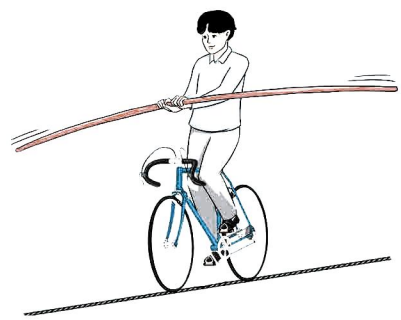
Hình 8

– Mục đích của Thực hành 2: HS thực hành sử dụng dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: Ta có BC vuông góc với AH tại H, suy ra BC là tiếp tuyến của đường tròn (A; AH) tại H.

Vận dụng 2. Một diễn viên xiếc đi xe đạp trên một sợi dây cáp căng (Hình 9). Ta coi sợi dây là tiếp tuyến của mỗi bánh xe, xác định các tiếp điểm.



Hình 9

– Mục đích của Vận dụng 2: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế quan sát diễn viên xiếc đi xe đạp trên dây, nhận biết tiếp điểm của dây (xem như đường thẳng) và bánh xe dạng đường tròn.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp. Có thể lấy làm câu hỏi kiểm tra.

Hướng dẫn – Đáp án: Tiếp điểm là chân đường vuông góc hạ từ tâm đường tròn (trục bánh xe) xuống đường thẳng (sợi dây).

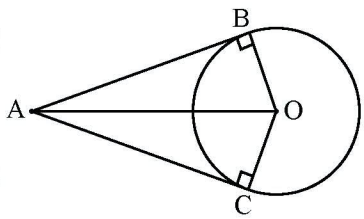
3. Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau

HĐKP 3

Cho đường tròn (O) và hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại điểm A (Hình 10).

a) Chứng minh hai tam giác ABO và ACO bằng nhau.

b) Tìm các đoạn thẳng bằng nhau và các góc bằng nhau trong Hình 10.



Hình 10

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Giúp HS khám phá tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau thông qua việc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Ta có AB ⊥ OB nên ΔABO vuông tại B và AC ⊥ OC nên ΔACO vuông tại C.

Xét ΔABO vuông tại B và ΔACO vuông tại C có OB = OC = R, OA là cạnh chung, suy ra ΔABO = ΔACO theo trường hợp cạnh huyền và một cạnh góc vuông.

b) Ta có OB = OC và $\widehat{OBA} = \widehat{OCA} = 90^o$. Ngoài ra, ta có ΔABO = ΔACO, suy ra AB = AC và $\widehat{BAO} = \widehat{CAO}$, $\widehat{BOA} = \widehat{COA}$.

Thực hành 3. Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (I; 6 cm) và ME, MF là hai tiếp tuyến của đường tròn này tại E và F. Cho biết $\widehat{EMF} = 60^o$.

a) Tính số đo $\widehat{EMI}$ và $\widehat{EIF}$.

b) Tính độ dài MI.

– Mục đích của Thực hành 3: HS thực hành sử dụng tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

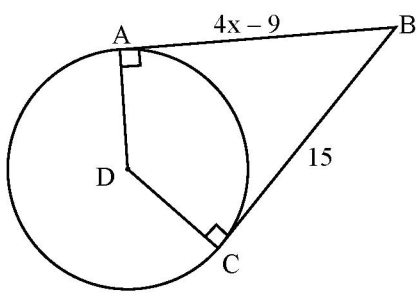
a) $\widehat{EMI} = 30^o$, $\widehat{EIF} = 120^o$; b) MI = 12 cm.

Thực hành 4. Tìm giá trị của x trong Hình 12.

– Mục đích của Thực hành 4: HS thực hành sử dụng tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: x = 6.



Hình 12

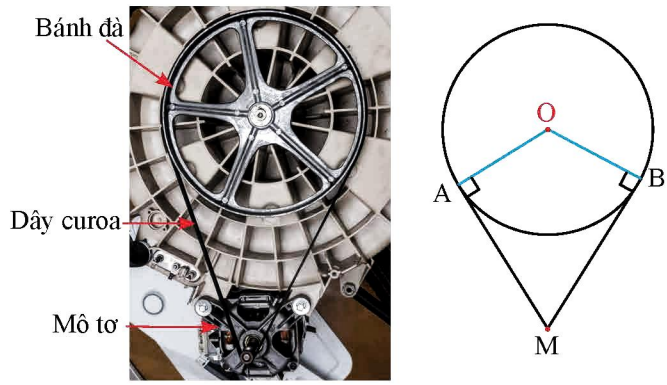
Vận dụng 3. Bánh đà của một động cơ được thiết kế có dạng là một đường tròn tâm O, bán kính 15 cm được kéo bởi một dây curoa. Trục của mô tơ truyền lực được biểu diễn bởi điểm M (Hình 13). Cho biết khoảng cách OM là 35 cm.

a) Tính độ dài của hai đoạn dây curoa MA và MB (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

b) Tính số đo $\widehat{AMB}$ tạo bởi hai tiếp tuyến AM, BM và số đo $\widehat{AOB}$ (kết quả làm tròn đến phút).

– Mục đích của Vận dụng: HS có cơ hội vận dụng tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau vào thực tế tính thành phần kết cấu trong máy giặt.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp. Có thể lấy làm câu hỏi mở khi kiểm tra thường xuyên.



a) b)

Hình 13

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $MA = MB = \sqrt{35^2 - 15^2} \approx 31{,}6$ (cm).

b) $\sin\widehat{AMO} = \dfrac{OA}{OM} = \dfrac{15}{35} = \dfrac{3}{7}$ suy ra $\widehat{AMO} \approx 25^o23'$.

Vậy $\widehat{AMB} = 2\widehat{AMO} \approx 50^o46'$ và $\widehat{AOB} \approx 129^o14'$.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. Xét tứ giác MBOC, ta có:

$\widehat{CMB} = 360^o - \widehat{OBM} - \widehat{OCM} - \widehat{COB} = 360^o - 90^o - 90^o - 130^o = 50^o$.

2. Do AB, AC lần lượt là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B, C nên AB = AC, suy ra $7x - 4 = 3x + 8$ hay $x = 3$.

3. Do BC là đường kính của đường tròn (O) nên $B \in (O)$.

Hơn nữa, ta có $AC^2 = 15^2 = 12^2 + 9^2 = BC^2 + AB^2$, suy ra tam giác ABC vuông tại B hay $AB \perp BO$.

Vậy AB là tiếp tuyến của đường tròn (O).

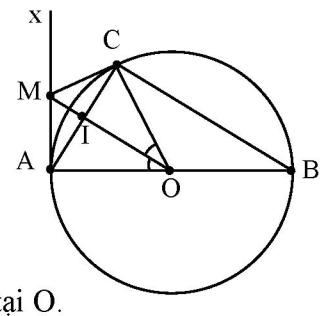
4. Do tam giác ABC có đường tròn (O) nằm trong và tiếp xúc với ba cạnh của tam giác nên AB, AC, BC là các tiếp tuyến cắt nhau của đường tròn (O).

Khi đó AE = AM = 6 cm; BM = BP = 3 cm; CP = CE = 8 cm.

Chu vi tam giác ABC là: $AB + BC + CA = AM + MB + BP + PC + CE + EA$

$= 6 + 3 + 3 + 8 + 8 + 6 = 34$ (cm).

5. a) Tam giác ACB có CO là đường trung tuyến ứng với cạnh AB, đồng thời OA = OB = OC = R, suy ra tam giác ACB vuông tại C. Do đó $\widehat{ACB} = 90^o$.



Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác ACB vuông tại C, ta có $AB^2 = AC^2 + BC^2$, suy ra

$BC^2 = AB^2 - AC^2 = (2R)^2 - R^2 = 3R^2$, suy ra $BC = R\sqrt{3}$.

b) Tam giác OAC có OA = OC = R nên tam giác OAC cân tại O.

Vì I là trung điểm của dây AC nên OI là đường trung tuyến đồng thời là tia phân giác của $\widehat{COA}$.

Vậy OM là tia phân giác của $\widehat{COA}$.

c) Xét ΔOAM và ΔOCM, ta có:

OM là cạnh chung;

OA = OC = R (giả thiết);

$\widehat{AOM} = \widehat{COM}$ (OM là tia phân giác của $\widehat{COA}$).

Suy ra ΔOAM = ΔOCM (c.g.c). Do đó $\widehat{OCM} = \widehat{OAM}$.

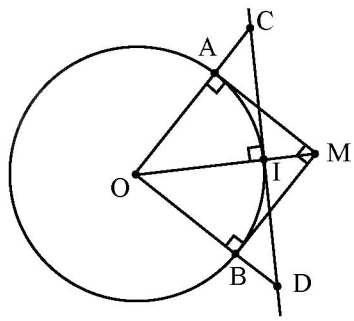
Vì Ax là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A nên $\widehat{OAM} = 90^o$, suy ra $\widehat{OCM} = 90^o$.

Ta có MC ⊥ OC tại C và C ∈ (O; R) nên MC là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).

6. a) Ta có MA và MB là hai tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại M nên MA = MB.

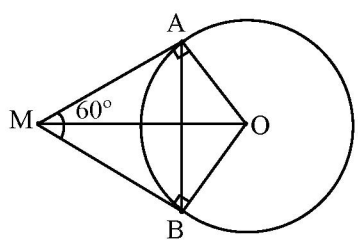
Tứ giác OAMB có $\widehat{A} = \widehat{M} = \widehat{B} = 90^o$ và MA = MB nên tứ giác OAMB là hình vuông.

Khi đó MA = MB = OA = 5 cm.



b) Tam giác OCD vuông tại O có OI vừa là đường cao vừa là đường phân giác nên tam giác OCD vuông cân tại O và OI cũng là đường trung tuyến nên CD = 2OI = 2 . 5 = 10 (cm).

7. Ta có MA, MB là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) cắt nhau tại M nên MA = MB. Tam giác MAB có MA = MB và $\widehat{AMB} = 60^o$ nên là tam giác đều, suy ra MA = MB = AB.



Chu vi tam giác MAB là 18 cm nên

MA + MB + AB = 18, suy ra 3AB = 18 hay AB = 6 (cm).

8. a) Do AB là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B nên $\widehat{ABO} = 90^o$.

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác AOB vuông tại B,

ta có $AO^2 = AB^2 + BO^2$ hay $(r + 2)^2 = 4^2 + r^2$, suy ra $r^2 + 4r + 4 = 16 + r^2$ hay r = 3.

b) Ta có OA = OC + CA = r + 2 = 3 + 2 = 5.

BÀI 3. GÓC Ở TÂM, GÓC NỘI TIẾP

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Nhận biết được góc ở tâm, góc nội tiếp.

– Giải thích được mối liên hệ giữa số đo của cung với số đo góc ở tâm, số đo góc nội tiếp.

– Giải thích được mối liên hệ giữa số đo góc nội tiếp và số đo góc ở tâm cùng chắn một cung.

– Vận dụng được các tính chất của góc ở tâm và góc nội tiếp vào các tình huống thực tế đơn giản.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

1. GV giúp HS nhận biết khái niệm góc ở tâm và góc nội tiếp thông qua việc quan sát các hình ảnh thực tế quen thuộc để tăng hứng thú và chú ý của HS.

2. GV cần hỗ trợ HS chứng minh định lí về số đo góc nội tiếp.

3. GV nên tạo nhiều cơ hội thực tế để HS vận dụng tính chất của góc ở tâm và góc nội tiếp.

4. Chương trình không yêu cầu trình bày khái niệm cung chứa góc, nhưng GV có thể minh hoạ hoặc giải thích thêm tuỳ theo trình độ và mức tiếp thu của HS.

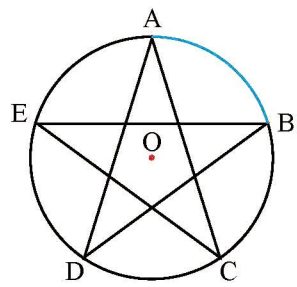
III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Hình ngôi sao năm cánh trong Hình a được vẽ lại như Hình b. Phần tô màu xanh trên đường tròn từ điểm A đến điểm B được gọi là gì? Làm thế nào để biểu diễn số đo của nó?



a)



b)

– Mục đích của ***HĐKĐ***: Giúp HS có cơ hội khám phá khái niệm cung tròn thông qua việc quan sát vòng dây bao quanh một lồng đèn ông sao. Hình ảnh quen thuộc này có khả năng thu hút HS vào bài học.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV sử dụng cơ hội để giới thiệu bài.

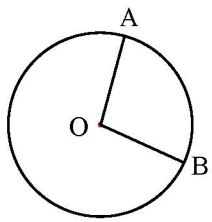
Hướng dẫn – Đáp án: Phần màu xanh được gọi là cung tròn. Có thể biểu diễn số đo của phần này theo số đo của góc $\widehat{AOB}$.

Lưu ý: Đây là câu hỏi mở, tạo sự chú ý và kết nối. GV không cần đánh giá câu trả lời của HS đúng hay sai. Tinh thần chung của ***HĐKĐ*** là: Mọi câu trả lời đều được ghi nhận, muốn biết đúng – sai, học xong bài này sẽ rõ!

1. Góc ở tâm

HĐKP 1

1 Cho hai điểm A, B trên đường tròn (O; R). Nêu nhận xét về đỉnh và cạnh của $\widehat{AOB}$.



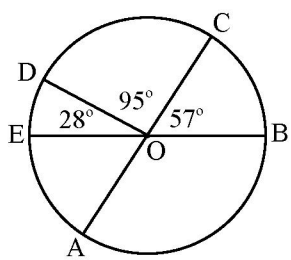
Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về khái niệm góc ở tâm của đường tròn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án: Đỉnh của góc trùng với tâm đường tròn và hai cạnh của góc chứa hai bán kính.

Thực hành 1. Tính số đo góc ở tâm $\widehat{EOA}$ và $\widehat{AOB}$ trong Hình 3. Biết AC và BE là hai đường kính của đường tròn (O).



Hình 3

– Mục đích của Thực hành 1: HS thực hành tính số đo góc ở tâm để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: $\widehat{EOA} = 180^o - 95^o - 28^o = 57^o$, $\widehat{AOB} = 180^o - 57^o = 123^o$.

Vận dụng 1. Tính số đo góc ở tâm được tạo thành khi kim giờ quay:
a) Từ 7 giờ đến 9 giờ; b) Từ 9 giờ đến 12 giờ.

– Mục đích của Vận dụng 1: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế tính số đo góc ở tâm tạo bởi kim đồng hồ khi di chuyển.

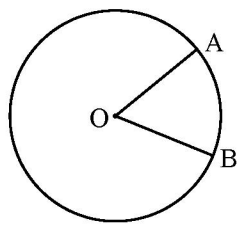
– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: a) 60^o; b) 90^o.

2. Số đo cung

Cung

2 Vẽ vào vở đường tròn (O) và hai điểm A, B nằm trên (O). Dùng bút chì khác màu tô hai phần của đường tròn được phân chia bởi hai điểm A và B.



Hình 4

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS làm quen với khái niệm cung thông qua thao tác tô màu một phần của đường tròn giới hạn bởi hai điểm nằm trên đường tròn.

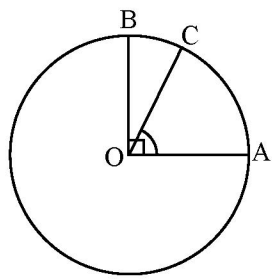
– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV vẽ đường tròn trên bảng lớp, yêu cầu một HS lên sử dụng phấn màu để tô màu.

Số đo cung

3 Cho OA và OB là hai bán kính vuông góc với nhau của đường tròn (O), C là điểm trên cung nhỏ AB (Hình 7). Ta coi số đo của một cung nhỏ là số đo của góc ở tâm chắn cung đó.

a) Xác định số đo của cung AB.

b) So sánh số đo của hai cung $\overset{\frown}{AC}$ và $\overset{\frown}{AB}$.



Hình 7

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Giúp HS làm quen với khái niệm số đo cung thông qua số đo góc ở tâm đường tròn.

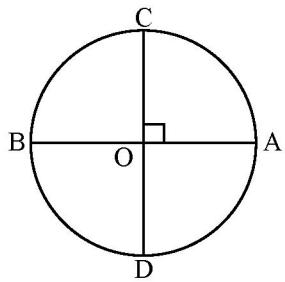
– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Số đo của $\overset{\frown}{AB}$ là 90^o.

b) Số đo của $\overset{\frown}{AB}$ lớn hơn số đo của $\overset{\frown}{AC}$.

Thực hành 2. Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau (Hình 9). Xác định số đo của các cung $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{AC}$ và $\overset{\frown}{AD}$.



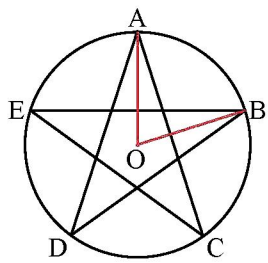
Hình 9

– Mục đích của Thực hành 2: HS thực hành tính số đo cung để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: sđ $\overset{\frown}{AB} = 180^o$, sđ $\overset{\frown}{AC} = 90^o$, sđ $\overset{\frown}{AD} = 90^o$.

Vận dụng 2. Xác định số đo cung AB trong hình ngôi sao năm cánh (Hình 10).



Hình 10

– Mục đích của Vận dụng 2: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế tìm số đo cung trong hình ngôi sao năm cánh.

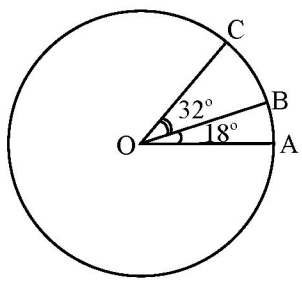
– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: sđ $\overset{\frown}{AOB} = \dfrac{360^o}{5} = 72^o$.

HĐKP 4



Trên đường tròn (O), vẽ hai cung nhỏ $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$ sao cho $\overset{\frown}{AOB} = 18^o$, $\overset{\frown}{BOC} = 32^o$ và tia OB ở giữa hai tia OA, OC (Hình 11). Tính số đo của các cung $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{AC}$.



Hình 11

– Mục đích của ***HĐKP 4***: Giúp HS khám phá công thức cộng số đo cung.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 4***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án: sđ $\overset{\frown}{AB} = 18^o$, sđ $\overset{\frown}{BC} = 32^o$, sđ $\overset{\frown}{AC} = 50^o$.

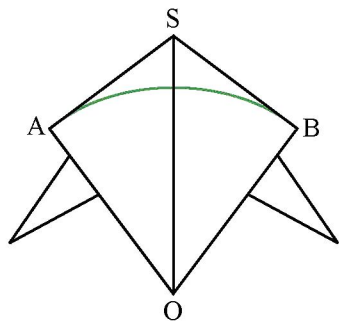
Thực hành 3. Trên cung AB có số đo 90^o của đường tròn (O), lấy điểm M sao cho cung AM có số đo 15^o. Tính số đo của cung MB.

– Mục đích của Thực hành 3: HS thực hành tính số đo cung bằng cách sử dụng công thức cộng số đo cung để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: sđ $\overset{\frown}{MB}$ = sđ $\overset{\frown}{AB}$ – sđ $\overset{\frown}{AM}$ = $90^o - 15^o = 75^o$.

Vận dụng 3. Bạn Hùng làm một cái diều với thân diều là hình tứ giác SAOB sao cho OS là đường phân giác của $\overset{\frown}{AOB}$ và $\overset{\frown}{ASB} = 106^o$. Thanh tre màu xanh lá được uốn cong thành cung AB của đường tròn tâm O và SA, SB là hai tiếp tuyến của (O) (Hình 12). Tính số đo của $\overset{\frown}{AB}$.



Hình 12

– Mục đích của Vận dụng 3: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế tính số đo cung trong hình con diều.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 3: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Lưu ý: GV có thể khuyến khích HS thiết kế các con diều với các kích thước khác nhau và đo đạc các số đo cung của các thiết kế đó nhằm tăng hứng thú cho HS.

Hướng dẫn – Đáp án:

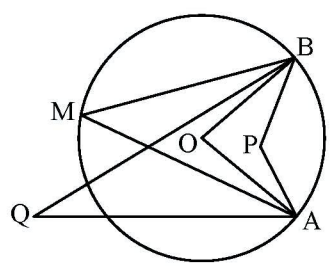
Do SA và SB là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) nên ta có SA ⊥ OA, SB ⊥ OB.

Trong tứ giác SAOB, ta có $\overset{\frown}{AOB} = 360^o - 90^o - 90^o - 106^o = 74^o$. Trên đường tròn (O), ta lại có $\overset{\frown}{AOB}$ là góc ở tâm chắn $\overset{\frown}{AB}$, suy ra sđ $\overset{\frown}{AB} = 74^o$.

3. Góc nội tiếp

Nhận biết góc nội tiếp

5 Quan sát Hình 13. Hãy cho biết trong các góc $\overset{\frown}{APB}$, $\overset{\frown}{AOB}$, $\overset{\frown}{AMB}$, $\overset{\frown}{AQB}$, góc nào có đỉnh nằm trên đường tròn (O).



Hình 13

– Mục đích của ***HĐKP 5***: Giúp HS nhận biết góc có đỉnh nằm trên đường tròn, từ đó dẫn đến khái niệm góc nội tiếp.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 5***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án: Góc $\overset{\frown}{AMB}$ có đỉnh nằm trên đường tròn.

Thực hành 4. Cho tam giác đều MNP có ba đỉnh nằm trên đường tròn (I). Hãy chỉ ra các góc nội tiếp của đường tròn (I) và tính số đo của các góc nội tiếp đó.

– Mục đích của Thực hành 4: HS thực hành nhận dạng góc nội tiếp để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: Các góc nội tiếp của đường tròn (I) là $\widehat{MNP}$, $\widehat{NPM}$, $\widehat{PMN}$.

Ta có MNP là tam giác đều, suy ra ba góc nói trên đều có số đo bằng 60°.

Vận dụng 4. Cho hai điểm E và F nằm trên đường tròn (O). Có bao nhiêu góc nội tiếp chắn cung EF?

– Mục đích của Vận dụng 4: HS có cơ hội khám phá tính chất trên đường tròn có vô số góc nội tiếp chắn cùng một cung.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 4: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án: Lấy một điểm M bất kì nằm trên đường tròn khác với E, F. Ta có $\widehat{EMF}$ là góc nội tiếp chắn $\overset{\frown}{EF}$, suy ra có vô số góc nội tiếp chắn $\overset{\frown}{EF}$.

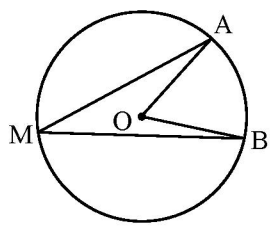
Số đo góc nội tiếp

HĐKP 6 Quan sát Hình 15. Ta có góc nội tiếp $\widehat{AMB}$ chắn cung AB trên đường tròn (O). Cho biết $\widehat{AOB} = 60^\circ$.

a) Tính số đo $\overset{\frown}{AB}$.

b) Dùng thước đo góc để tìm số đo $\widehat{AMB}$.

c) Có nhận xét gì về hai số đo của $\widehat{AMB}$ và $\overset{\frown}{AB}$?



Hình 15

– Mục đích của ***HĐKP 6***: Giúp HS khám phá định lí về số đo của góc nội tiếp.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 6***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) sđ $\overset{\frown}{AB} = 60^\circ$; b) $\widehat{AMB} = 30^\circ$; c) sđ $\overset{\frown}{AB} = 2\widehat{AMB}$.

Thực hành 5. Cho ba điểm A, B, C nằm trên đường tròn (O) sao cho $\widehat{AOB} = 50^\circ$, $\widehat{BOC} = 30^\circ$, điểm B thuộc cung nhỏ AC. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên hai cung nhỏ $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{AC}$ và chia mỗi cung đó thành hai cung bằng nhau. Tìm số đo các góc sau:

a) $\widehat{BCA}$, $\widehat{BAC}$; b) $\widehat{MBA}$, $\widehat{BAN}$.

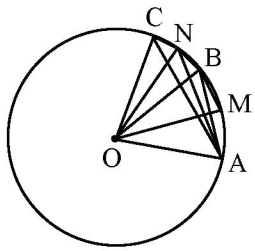
– Mục đích của Thực hành 5: HS thực hành tính số đo của góc nội tiếp theo số đo của cung bị chắn để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 5: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

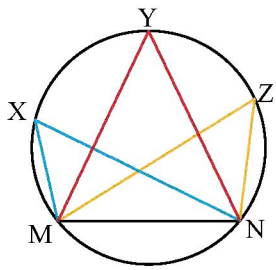
Hướng dẫn – Đáp án:

a) $\overset{\frown}{BCA} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BOA} = 25^o$; $\overset{\frown}{BAC} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BOC} = 15^o$;

b) $\overset{\frown}{MBA} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{MOA} = 12,5^o$; $\overset{\frown}{BAN} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BON} = 7,5^o$.



Vận dụng 5. Một huấn luyện viên cho cầu thủ tập sút bóng vào cầu môn MN (Hình 20). Nếu bóng được đặt ở điểm X thì $\overset{\frown}{MXN}$ gọi là góc sút từ vị trí X. Hãy so sánh các góc sút $\overset{\frown}{MXN}$, $\overset{\frown}{MYN}$, $\overset{\frown}{MZN}$.



Hình 20

– Mục đích của Vận dụng 5: HS có cơ hội vận dụng kiến thức về các góc nội tiếp cùng chắn một cung vào thực tế so sánh các góc sút vào cầu môn của cầu thủ bóng đá.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 5: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án: $\overset{\frown}{MXN} = \overset{\frown}{MYN} = \overset{\frown}{MZN}$ (cùng chắn cung MN).

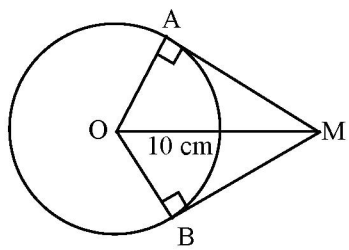
IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. Trong tam giác OAM vuông tại A, ta có

$\cos\overset{\frown}{AOM} = \frac{OA}{OM} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, suy ra $\overset{\frown}{AOM} = 60^o$.

Hơn nữa, do MA và MB là hai tiếp tuyến cắt nhau của đường tròn (O) nên OM là tia phân giác của $\overset{\frown}{AOB}$, suy ra $\overset{\frown}{AOB} = 2.\overset{\frown}{AOM} = 2.60^o = 120^o$.

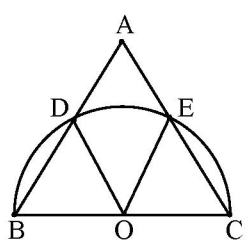
Vậy số đo góc ở tâm tạo bởi hai tia OA và OB là 60^o.



2. Gọi O là trung điểm của BC.

Vì OB = OD nên ΔBOD cân tại O. Hơn nữa $\overset{\frown}{ABC} = 60^o$ (ΔABC đều) nên ΔBOD là tam giác đều. Suy ra $\overset{\frown}{BOD} = 60^o$.

Tương tự, ΔOEC đều nên $\overset{\frown}{EOC} = 60^o$.

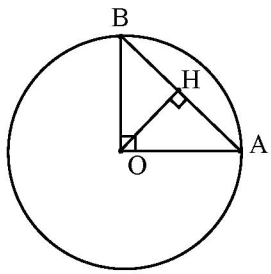


Ta có $\overset{\frown}{BOD} + \overset{\frown}{DOE} + \overset{\frown}{EOC} = 180^o$, suy ra $\overset{\frown}{DOE} = 60^o$.

Do đó $\overset{\frown}{BOD} = \overset{\frown}{DOE} = \overset{\frown}{EOC}$ hay sđ$\overset{\frown}{BD}$ = sđ$\overset{\frown}{DE}$ = sđ$\overset{\frown}{EC}$.

3. a) Do dây AB chia đường tròn thành hai cung, cung lớn có số đo bằng ba lần cung nhỏ nên cung nhỏ $\overset{\frown}{AB}$ có số đo là $360^o : 4 = 90^o$, cung lớn $\overset{\frown}{AB}$ có số đo là $3 \cdot 90^o = 270^o$.

b) Kẻ OH ⊥ AB (H ∈ AB).

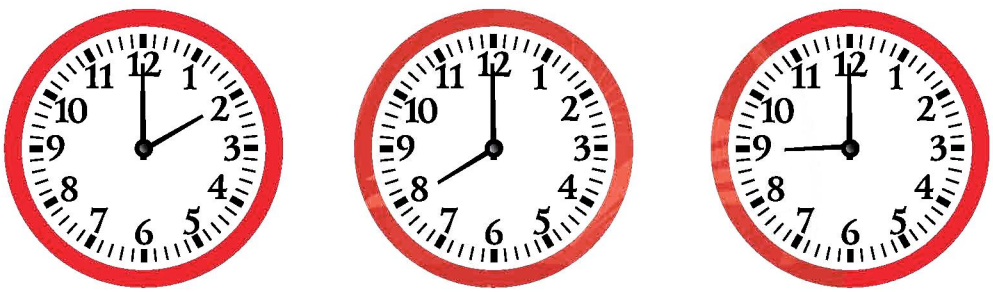


Ta có $\overset{\frown}{AOB}$ là góc ở tâm chắn cung nhỏ $\overset{\frown}{AB}$,

suy ra $\overset{\frown}{AOB}$ = sđ$\overset{\frown}{AB}$ = 90^o.

Tam giác OAB có $\overset{\frown}{AOB} = 90^o$ và OA = OB nên là tam giác vuông cân tại O. Mà OH là đường cao, suy ra OH cũng là đường trung tuyến của ΔOAB. Do đó $OH = \dfrac{AB}{2}$.

4. Đồng hồ được chia thành 12 cung (mỗi cung tính từ một số đến số tiếp theo) có số đo bằng nhau và bằng $360^o : 12 = 30^o$.



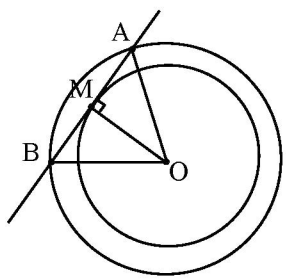
a) b) c)

a) Lúc 2 giờ, kim giờ và kim phút tạo thành một góc ở tâm có số đo là $30^o \cdot 2 = 60^o$.

b) Lúc 8 giờ, kim giờ và kim phút tạo thành một góc ở tâm có số đo là $30^o \cdot 4 = 120^o$.

c) Lúc 21 giờ, kim giờ và kim phút tạo thành một góc ở tâm có số đo là $30^o \cdot 3 = 90^o$.

5. Gọi M là tiếp điểm của tiếp tuyến với đường tròn $\left(O; \dfrac{R\sqrt{3}}{2}\right)$.



Ta có OM ⊥ AB hay $\overset{\frown}{OMA} = 90^o$; OA = R và $OM = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác OMA vuông tại M, ta có: $\cos\overset{\frown}{MOA} = \dfrac{OM}{OA} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

suy ra $\overset{\frown}{MOA} = 30^o$. Khi đó $\overset{\frown}{AOB} = 2\overset{\frown}{MOA} = 2.30^o = 60^o$.

Vậy sđ$\overset{\frown}{AB}$ = $\overset{\frown}{AOB} = 60^o$.

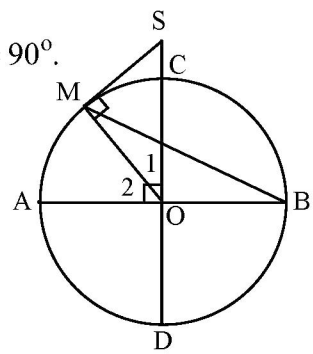
6. Hình 21a: sđ $\overset{\frown}{AC} = 2\overset{\frown}{ABC} = 120^o$; sđ $\overset{\frown}{BC} = 2\overset{\frown}{BAC} = 134^o$;

$$\text{sđ}\overset{\frown}{AB} = 360^o - (120^o + 134^o) = 106^o.$$

Hình 21b: sđ $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AOC} = 135^o$; sđ $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AOB} = 60^o$;

$$\text{sđ}\overset{\frown}{BC} = 360^o - (135^o + 60^o) = 165^o.$$

7. Vì SM là tiếp tuyến của (O) tại M, nên OM ⊥ MS hay $\overset{\frown}{OMS} = 90^o$.



Do đó $\hat{O}_1 + \overset{\frown}{OSM} = 90^o$.

Hơn nữa $\hat{O}_2 + \hat{O}_1 = 90^o$, suy ra $\overset{\frown}{OSM} = \hat{O}_2$. (1)

Vì $\hat{O}_2 = \text{sđ}\overset{\frown}{AM}$ và $\overset{\frown}{MBA} = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{AM}$ nên $\hat{O}_2 = 2\overset{\frown}{MBA}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\overset{\frown}{MSD} = 2\overset{\frown}{MBA}$.

Bài 4. HÌNH QUẠT TRÒN VÀ HÌNH VÀNH KHUYÊN

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Nhận biết được hình quạt tròn, hình vành khuyên.

– Tính được độ dài cung tròn, diện tích hình quạt tròn, diện tích hình vành khuyên.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với đường tròn (ví dụ: một số bài toán liên quan đến chuyển động tròn trong Vật lí; tính được diện tích một số hình phẳng có thể đưa về những hình phẳng gắn với hình tròn, chẳng hạn hình viên phân, ...).

2. Năng lực chú trọng: Tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

1. GV giúp HS nhận biết các khái niệm hình quạt tròn, hình vành khuyên thông qua việc quan sát các hình ảnh quen thuộc trong thực tế.

2. GV tạo nhiều cơ hội để HS vận dụng các công thức vào thực tế giải toán và giải quyết các vấn đề có liên quan đến hình quạt tròn và hình vành khuyên.

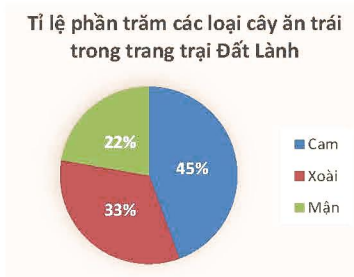
3. Nên giảm bớt các bài tập đơn thuần chứng minh lí thuyết, tăng cường các bài tập tính toán với các tình huống thực tế.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Số lượng cây ăn trái của trang trại Đất Lành được cho trong bảng sau:

Số lượng cây ăn trái của trang trại Đất Lành	
Cam	16
Xoài	12
Mận	8



Số liệu trên được biểu diễn trong biểu đồ hình quạt tròn bên.

Hình các phần được chia từ hình tròn trong biểu đồ bên gọi là gì? Làm thế nào để vẽ được chúng?

– Mục đích của ***HĐKĐ***: Giúp HS có cơ hội nhận biết khái niệm hình quạt tròn thông qua việc quan sát các biểu đồ thống kê quen thuộc. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV sử dụng cơ hội để giới thiệu bài.

Lưu ý: Trong phần thống kê của những năm học trước, SGK không yêu cầu HS vẽ biểu đồ hình quạt tròn. Từ phần này trở đi, HS sẽ được học cách vẽ và tính diện tích hình quạt tròn.

1. Độ dài cung tròn

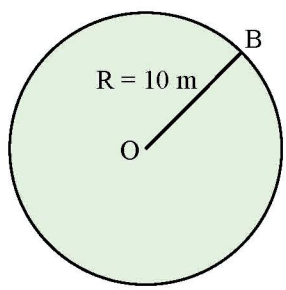
HĐKP 1

1 Một hàng rào bao quanh một sân cỏ hình tròn có bán kính 10 m (Hình 1) được ghép bởi 360 phần bằng nhau. Hãy tính:

a) Độ dài của toàn bộ hàng rào.

b) Độ dài của mỗi phần hàng rào.

c) Độ dài của n phần hàng rào.



Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS khám phá cách tính độ dài của một cung tròn theo bán kính đường tròn và số đo cung.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $2\pi R = 20\pi$ (m); b) $\frac{2\pi R}{360} = \frac{20\pi}{360} = \frac{\pi}{18}$ (m); c) n. $\frac{2\pi R}{360} = \frac{20\pi n}{360} = \frac{n\pi}{18}$ (m).

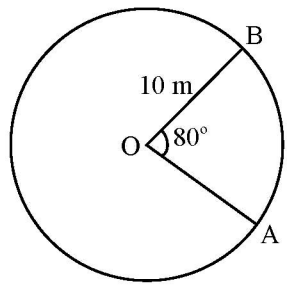
Thực hành 1. Tính độ dài cung 72^o của một đường tròn có bán kính 25 cm.

– Mục đích của Thực hành 1: HS thực hành tính độ dài cung tròn theo công thức để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: $l = \frac{\pi Rn}{180} = \frac{\pi.25.72}{180} = 10\pi \approx 31{,}42$ (cm).

Vận dụng 1. Tính độ dài của đoạn hàng rào từ A đến B của sân cỏ trong Hình 3, cho biết $\overset{\frown}{AOB} = 80^o$.



Hình 3

– Mục đích của Vận dụng 1: HS có cơ hội vận dụng công thức tính độ dài cung tròn theo bán kính đường tròn và số đo cung vào thực tế tính độ dài của một hàng rào có dạng cung tròn.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: $l = \frac{\pi Rn}{180} = \frac{\pi.10.80}{180} = \frac{40\pi}{9} \approx 13{,}96$ (m).

2. Hình quạt tròn

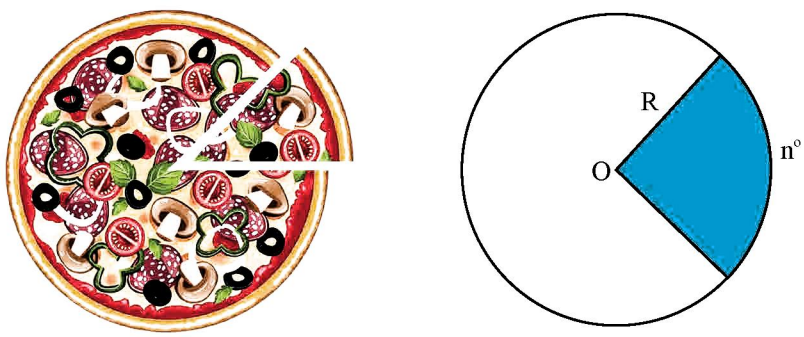
HĐKP 2

2 a) Ta có thể tính diện tích của miếng bánh pizza trong Hình 4a theo góc ở tâm và bán kính của ổ bánh hay không?

b) Chia một hình tròn bán kính R thành 360 phần bằng nhau.

i) Tính diện tích của mỗi phần đó.

ii) Tính diện tích phần hình tròn ghép bởi n phần bằng nhau nói trên (Hình 4b).



a) b)

Hình 4

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS khám phá khái niệm hình quạt tròn và cách tính diện tích hình quạt tròn dựa vào số đo cung và bán kính hình tròn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Thực hành 2. Tính diện tích hình quạt tròn bán kính R = 20 cm, ứng với cung 72°.

– Mục đích của Thực hành 2: HS thực hành tính diện tích hình quạt tròn theo bán kính và số đo cung tương ứng để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: $S = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi .20^2 .72}{360} = 80\pi \approx 251,33\,(cm^2)$.

Vận dụng 2. Tính diện tích của miếng bánh pizza có dạng hình quạt tròn trong Hình 8. Biết OA = 15 cm và $\widehat{AOB} = 55°$.



Hình 8

– Mục đích của Vận dụng 2: HS có cơ hội vận dụng công thức tính diện tích hình quạt tròn vào thực tế tính diện tích của miếng bánh pizza.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án: $S = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi .15^2 .55}{360} = \frac{275\pi}{8} \approx 107,99\,(cm^2)$.

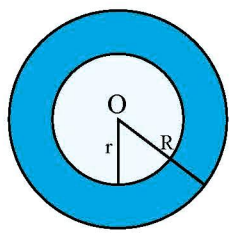
3. Hình vành khuyên

HĐKP 3

a) Vẽ đường tròn (C) tâm O bán kính r = 5 cm và đường tròn (C′) tâm O bán kính R = 8 cm.

b) Tính diện tích S của (C) và diện tích S′ của (C′).

c) Hãy cho biết hiệu số (S′ – S) biểu diễn diện tích của phần nào trên Hình 9.



Hình 9

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Giúp HS khám phá khái niệm và cách tính diện tích hình vành khuyên.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

b) $S = \pi r^2 = 25\pi \approx 78,54\ (cm^2)$; $S' = \pi R^2 = 64\pi \approx 201,06\ (cm^2)$.

c) Hiệu số (S′ – S) biểu diễn diện tích của phần tô màu xanh đậm.

Thực hành 3. Tính diện tích hình vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn (O; 10 cm) và (O; 20 cm) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

– Mục đích của Thực hành 3: HS thực hành tính diện tích hình vành khuyên để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

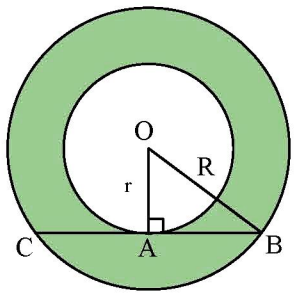
– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: $S = \pi(R^2 - r^2) = \pi(20^2 - 10^2) = 300\pi \approx 942{,}48$ (cm^2).

Vận dụng 3. Cho hình vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn (O; r) và (O; R) với R > r. Trên đường tròn (O; R) lấy hai điểm B, C sao cho BC vừa là dây cung của (O; R), vừa là tiếp tuyến của đường tròn (O; r) tại A (Hình 11).

a) Tính độ dài đoạn thẳng BC theo r và R.

b) Cho BC = $a\sqrt{3}$. Tính diện tích hình vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn (O; r) và (O; R) theo a.



Hình 11

– Mục đích của Vận dụng 3: HS có cơ hội vận dụng công thức tính diện tích hình vành khuyên vào thực tế giải toán hình học.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 3: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $BC = 2AB = 2\sqrt{R^2 - r^2}$;

b) $S = \pi(R^2 - r^2) = \pi AB^2 = \dfrac{\pi BC^2}{4} = \dfrac{3\pi a^2}{4}$.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. Cung 30°, bán kính R = 6 cm có độ dài là: $l = \dfrac{\pi Rn}{180} = \dfrac{\pi.6.30}{180} = \pi \approx 3{,}14\,(\text{cm})$.

Cung 90°, bán kính R = 6 cm có độ dài là: $l = \dfrac{\pi Rn}{180} = \dfrac{\pi.6.90}{180} = 3\pi \approx 9{,}42\,(\text{cm})$.

Cung 120°, bán kính R = 6 cm có độ dài là: $l = \dfrac{\pi Rn}{180} = \dfrac{\pi.6.120}{180} = 4\pi \approx 12{,}57\,(\text{cm})$.

2. Hình quạt tròn bán kính R = 12 cm, ứng với cung 30° có diện tích là:

$$S = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi.12^2.30}{360} = 12\pi \approx 37{,}70\ (\text{cm}^2).$$

Hình quạt tròn bán kính R = 12 cm, ứng với cung 90° có diện tích là:

$$S = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi.12^2.90}{360} = 36\pi \approx 113{,}10\ (\text{cm}^2).$$

Hình quạt tròn bán kính R = 12 cm, ứng với cung 120^o có diện tích là:

$$S = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi .12^2 .120}{360} = 48\pi \approx 150,80\ (cm^2).$$

3. Ta có $S = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi Rn}{180} \cdot \frac{R}{2} = \frac{lR}{2}$.

Diện tích hình quạt tròn bán kính R = 5 cm, ứng với cung có độ dài 8 cm là:

$$S = \frac{lR}{2} = \frac{8.5}{2} = 20\ (cm^2).$$

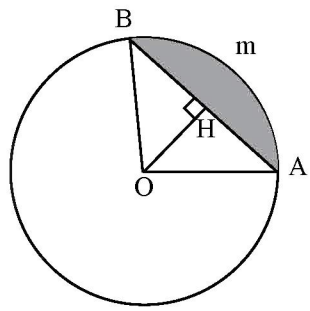
Diện tích hình quạt tròn bán kính R = 5 cm, ứng với cung có độ dài 15 cm là:

$$S = \frac{lR}{2} = \frac{15.5}{2} = 37,5\ (cm^2).$$

4. Diện tích hình vành khuyên giới hạn bởi (O; 9 cm) và (O; 12 cm) là:

$$S = \pi(R^2 - r^2) = \pi(12^2 - 9^2) = 63\pi \approx 197,92\ (cm^2).$$

5. Gọi AmB là hình viên phân giới hạn bởi dây cung có độ dài là 55 cm và cung có số đo 95^o.



Vẽ OH ⊥ AB tại H. Khi đó H là trung điểm của AB.

Suy ra $AH = BH = \frac{AB}{2} = \frac{55}{2} = 27,5$ (cm).

Ta có OA = OB = R nên ΔOAB cân tại O.

Mà OH ⊥ AB nên OH là tia phân giác của góc AOB,

suy ra $\widehat{AOH} = \frac{\widehat{AOB}}{2} = \frac{95^o}{2} = 47,5^o$.

Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong ΔAOH vuông tại H, ta có:

$OH = AH \cdot \cot\widehat{AOH} = 27,5 \cdot \cot 47,5^o \approx 25,2$ (cm);

$$OA = \frac{AH}{\sin\widehat{AOH}} = \frac{27,5}{\sin 47,5^o} \approx 37,3\ (cm).$$

Diện tích của tam giác OAB là $S_{OAB} = \frac{1}{2} OH.AB \approx \frac{1}{2}.25,2.55 = 693\ (cm^2)$. (1)

Diện tích hình quạt tròn OAmB là

$$S_{OAmB} = \frac{\pi R^2 n}{360} \approx \frac{\pi .(37,3)^2 .95}{360} \approx 1153,42\ (cm^2).$$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra diện tích hình viên phân AmB là:

$$S_{AmB} = S_{OAmB} - S_{OAB} \approx 1153,42 - 693 = 460,42\ (cm^2).$$

6. Chu vi của bánh sau là $C = 2\pi R = 2\pi \cdot \frac{124}{2} = 124\pi$ (cm).

Chu vi của bánh trước là $C' = 2\pi r = 2\pi \cdot \frac{80}{2} = 80\pi$ (cm).

Khi bánh xe sau lăn được 20 vòng thì đi được quãng đường là $124\pi \cdot 20 = 2480\pi$ (cm).

Bánh xe trước lăn được số vòng là $\frac{2480\pi}{80\pi} = 31$ (vòng).

7. Mỗi vòng kinh tuyến của Trái Đất dài khoảng 40 000 km nên bán kính của Trái Đất là

$R = \frac{C}{2\pi} \approx \frac{40000}{2\pi} = \frac{20000}{\pi}$ (km).

Đổi $11^o58' = \left(11 + \frac{58}{60}\right)^o = \left(\frac{359}{30}\right)^o$.

Độ dài cung kinh tuyến từ Đà Lạt đến xích đạo là

$l = \frac{\pi Rn}{180} = \frac{\pi \cdot \frac{20000}{\pi} \cdot \frac{359}{30}}{180} \approx 1329,63$ (km).

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 5

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. C **2.** A **3.** D **4.** B **5.** C **6.** C **7.** A **8.** D **9.** C **10.** D

BÀI TẬP TỰ LUẬN

11. a) $\overset{\frown}{AOB}$, $\overset{\frown}{AOC}$, $\overset{\frown}{AOD}$, $\overset{\frown}{BOC}$, $\overset{\frown}{BOD}$, $\overset{\frown}{COD}$.

b) Ta có: $\overset{\frown}{AOD} = 120^o$; $\overset{\frown}{AOC} = 90^o$ (do $OA \perp OC$); $\overset{\frown}{BOD} = 90^o$ (do $OB \perp OD$);

$\overset{\frown}{AOB} = \overset{\frown}{AOD} - \overset{\frown}{BOD} = 120^o - 90^o = 30^o$; $\overset{\frown}{COD} = \overset{\frown}{AOD} - \overset{\frown}{AOC} = 120^o - 90^o = 30^o$;

$\overset{\frown}{COB} = \overset{\frown}{AOC} - \overset{\frown}{AOB} = 90^o - 30^o = 60^o$.

c) Ta có $\overset{\frown}{AOB} = \overset{\frown}{COD} = 30^o$, suy ra sđ $\overset{\frown}{AB}$ = sđ $\overset{\frown}{CD}$ hay hai cung $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$ bằng nhau;

$\overset{\frown}{BOD} = \overset{\frown}{AOC} = 90^o$, suy ra sđ $\overset{\frown}{BD}$ = sđ $\overset{\frown}{AC}$ hay hai cung $\overset{\frown}{BD}$, $\overset{\frown}{AC}$ bằng nhau.

d) Vì sđ $\overset{\frown}{AB}$ = sđ $\overset{\frown}{CD}$ nên hai cung $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$ bằng nhau.

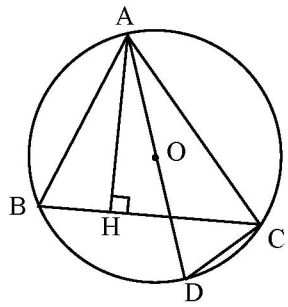
12. a) Vì $\overset{\frown}{ACD}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\overset{\frown}{ACD} = 90^o$ hay $AC \perp DC$.

b) Ta có $\overset{\frown}{ABC}$, $\overset{\frown}{ADC}$ là hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AC}$, do đó $\overset{\frown}{ABC} = \overset{\frown}{ADC}$.

c) Xét ΔAHB và ΔACD có: $\widehat{AHB} = \widehat{ACD} = 90^o$; $\widehat{ABH} = \widehat{ADC}$.

Do đó ΔAHB ∽ ΔACD (g.g).

Suy ra $\frac{AB}{AD} = \frac{AH}{AC}$ hay AB . AC = AH . AD.



13.

Bán kính R	20 cm	6,7 cm	12 cm	32,6 cm	366,9 cm
Số đo n° của cung tròn	160°	144°	286,6°	42°	15°
Độ dài *l* của cung tròn	55,8 cm	16,8 cm	60 cm	23,9 cm	96 cm

14. a) Ta có OO′ = OB + BO′. Do đó đường tròn (O) và (O′) tiếp xúc ngoài tại B.

b) Ta có H là trung điểm DE (do AB ⊥ DE tại H);

H là trung điểm AC.

Suy ra tứ giác ADCE là hình bình hành.

Mặt khác DE ⊥ AC nên hình bình hành ADCE là hình thoi.

c) Ta có $\widehat{AEB} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)) hay EB ⊥ AE.

Mà AE // DC (do ADCE là hình thoi) nên EB ⊥ CD. (1)

Lại có $\widehat{BFC} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O′)),

suy ra BF ⊥ CF hay BF ⊥ CD. (2)

Từ (1) và (2) suy ra EB, BF trùng nhau. Vậy ba điểm F, B, E thẳng hàng.

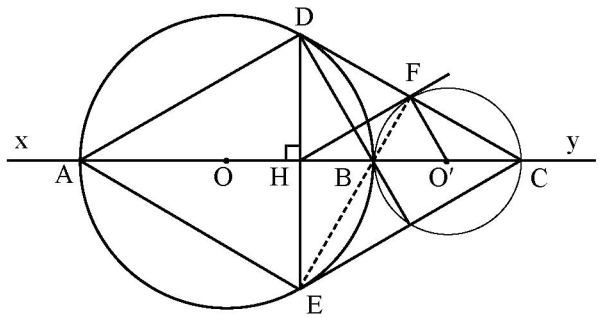
d) Tam giác FDE vuông tại F có FH là đường trung tuyến, suy ra FH = DH. Do đó ΔFHD cân tại H, suy ra $\widehat{HFD} = \widehat{HDC}$.

Vì O′F = O′C nên ΔO′FC cân tại O′, suy ra $\widehat{O'FC} = \widehat{HCD}$.

Mà $\widehat{HDC} + \widehat{HCD} = 90^o$ (vì ΔHDC vuông tại H). Suy ra $\widehat{HFD} + \widehat{O'FC} = 90^o$.

Do đó $\widehat{HFO'} = 180^o - (\widehat{HFD} + \widehat{O'FC}) = 180^o - 90^o = 90^o$.

Ta có $\widehat{HFO'} = 90^o$ và điểm F thuộc đường tròn (O′) nên HF là tiếp tuyến của đường tròn (O′).



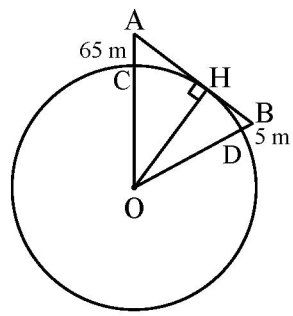
15. Ngọn của hải đăng là điểm A và mắt người quan sát ở vị trí B. Khi người quan sát thấy ngọn hải đăng thì AB là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại H.

Suy ra $OH \perp AB$ (tính chất của tiếp tuyến).

Xét tam giác OAH vuông tại H có: $OH \approx 6\,400$ (km);

$OA = AC + CO \approx 0{,}065 + 6\,400 = 6\,400{,}065$ (km);

$AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{6\,400{,}065^2 - 6\,400^2} \approx 28{,}84$ (km).



Xét tam giác OBH vuông tại H, ta có:

$OB = BD + DO \approx 0{,}005 + 6\,400 = 6\,400{,}005$ (km);

$BH = \sqrt{OB^2 - OH^2} \approx \sqrt{6\,400{,}005^2 - 6\,400^2} \approx 8$ (km).

Ta có $AB = AH + HB \approx 28{,}84 + 8 = 36{,}84$ (km).

Vậy với khoảng cách khoảng 36,84 km thì người quan sát trên tàu bắt đầu trông thấy ngọn của hải đăng.

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực chuyên môn

– Vận dụng các kiến thức và kĩ năng để giải quyết một số vấn đề thực tiễn.

– Thực hành tích hợp nội môn ba mạch Toán học: Số và Đại số; Hình học và Đo lường; Một số yếu tố Thống kê và Xác suất.

– Thực hành tích hợp liên môn giữa Toán học với các môn Khoa học tự nhiên và Khoa học xã hội.

– Thực hành giáo dục STEM trong trải nghiệm Toán.

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

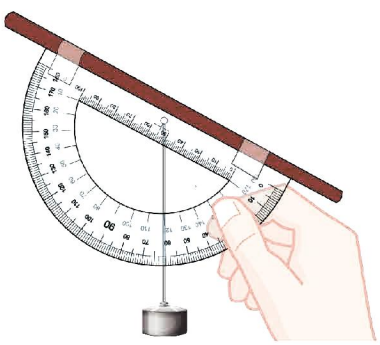
Hoạt động 1. LÀM GIÁC KẾ ĐO GÓC NÂNG ĐƠN GIẢN

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Vận dụng tích hợp các kiến thức liên môn giữa Toán học, Công nghệ và Khoa học tự nhiên để làm sản phẩm STEM là giác kế đo góc nâng đơn giản.

– Vận dụng các kiến thức đã học về tỉ số lượng giác của góc nhọn và giải tam giác vuông để sử dụng giác kế vào việc tính các chiều cao trong thực tế.



2. Năng lực chú trọng: mô hình hoá toán học; giải quyết vấn đề toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống.

II. Chuẩn bị



– Giấy bìa, ống hút loại lớn (có đường kính 12 mm), thước đo góc bằng nhựa, compa, cuộn chỉ, một vài đinh ốc, băng keo trong.

– Bút chì, bộ dụng cụ học tập hình học.

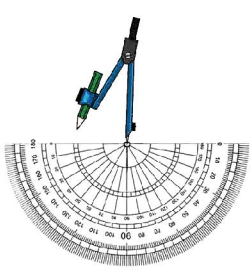
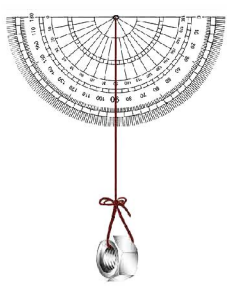
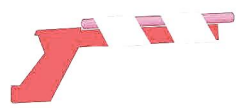
– Sách giáo khoa Toán 9, tập một – Chân trời sáng tạo.

III. Tổ chức hoạt động

1. Hướng dẫn cách làm

a) Nội dung nhiệm vụ:

– Làm được giác kế để đo góc nâng đơn giản.

Bước 1	Bước 2	Bước 3	Bước 4
– Đục một lỗ tại tâm O của một cái thước đo góc (có thể hơ lửa nóng đầu nhọn của compa rồi dùi xuyên qua thước). 	– Xỏ một sợi chỉ qua lỗ vừa đục và buộc hai đầu sợi chỉ vào một vật nặng tạo thành một dây dọi. 	– Dùng băng keo dán một cái ống hút dọc theo cạnh thẳng của thước đo góc để làm ống ngắm. 	– Gắn bộ đo góc vào thước bằng keo dán. 

– Sử dụng được giác kế để đo chiều cao của vật thật trong thực tế.

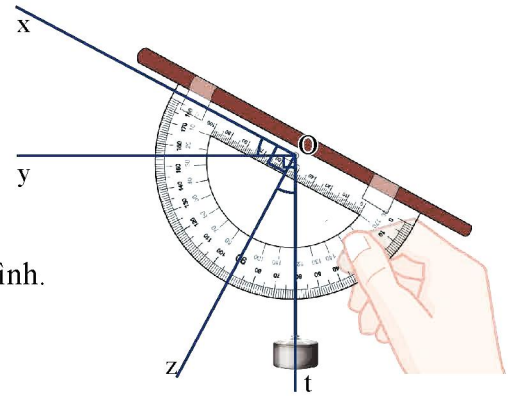
– Báo cáo trước lớp về sản phẩm của nhóm, cách sử dụng và kết quả đo được.

b) Biện pháp kiểm tra HS hiểu rõ nhiệm vụ:

– Yêu cầu HS nhóm trưởng nhắc lại tóm tắt nội dung của SGK và các kiến thức về tỉ số lượng giác có liên quan đến cách chế tạo và sử dụng giác kế.

– GV điều chỉnh, bổ sung các thiếu sót.

2. Tổ chức thực hiện



a) HS thực hiện:

– Thảo luận, lên ý tưởng thiết kế.

– Phân công thực hiện sản phẩm.

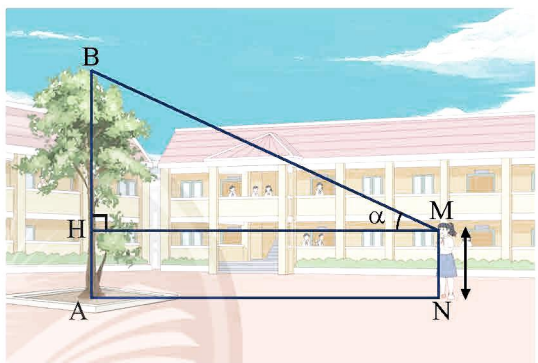
– Sử dụng giác kế đã làm để đo đạc vật thật.

– Thu thập thông tin để làm báo cáo thuyết trình.

b) GV hỗ trợ (khắc phục khó khăn HS dự kiến sẽ gặp): GV kiểm tra sản phẩm và góp ý để HS tự điều chỉnh.

c) HS sử dụng sản phẩm để đo đạc:

Để tính chiều cao của một cái cây hoặc cột cờ trong sân trường, nhóm trưởng phân công các bạn thực hiện các việc:



– Đo khoảng cách AN từ gốc cây đến vị trí quan sát.

– Đo độ cao MN từ mắt người quan sát đến mặt đất.

– Dùng dụng cụ vừa làm để đo góc nâng $\alpha = \widehat{HMB}$ từ M khi nhìn thấy ngọn cây như hình bên.

– Tính chiều cao AB của cây theo công thức:

$$AB = MN + AN \cdot \tan\alpha.$$

3. Kiểm tra đánh giá

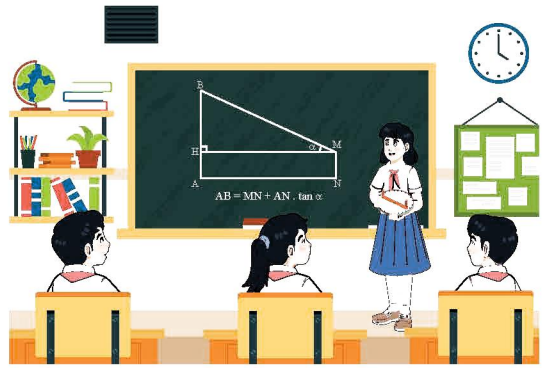
a) GV có thể sử dụng tiêu chí sau:

Mức độ	Nội dung hoàn thành
Tốt	– Phân công trong nhóm hợp lí. – Làm được sản phẩm đẹp, hoạt động tốt. – Báo cáo rõ ràng, đầy đủ và chính xác.
Đạt	– Có phân công trong nhóm. – Làm được sản phẩm có thể sử dụng được. – Báo cáo rõ ràng, đầy đủ và chính xác.
Chưa đạt	– Thiếu một trong các nội dung của mức độ Đạt.

b) GV hướng dẫn báo cáo, thảo luận:

Giải pháp lựa chọn nhóm HS báo cáo: Đại diện các nhóm lần lượt lên báo cáo.

HS báo cáo thảo luận: Thuyết trình trước lớp với sản phẩm kèm theo.



4. Kết luận, nhận định

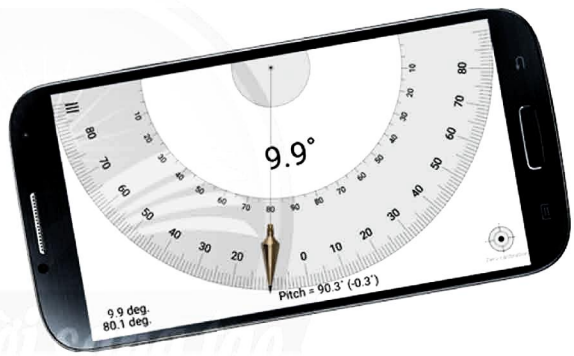
a) Phân tích sản phẩm: GV phân tích dựa theo bảng tiêu chí đã thiết lập.

b) Đánh giá các mức độ hoàn thành của HS: GV đánh giá dựa theo bảng tiêu chí.

c) Đề xuất phát triển: Dùng Internet tìm hiểu thêm các cách khác để thiết kế và chế tạo giác kế.

d) GV có thể hướng dẫn HS về nhà cài đặt giác kế kĩ thuật số như sau:





– Dùng điện thoại cài ứng dụng miễn phí Protractor, thước đo kĩ thuật số, ...

– Ứng dụng này cho phép HS sử dụng điện thoại như một giác kế.

– Ống ngắm chính là một cạnh của điện thoại. Khi nghiêng điện thoại để ngắm ứng dụng sẽ tự động tính góc nghiêng và hiển thị ra màn hình, HS bấm nút khoá để cố định góc ngắm và dùng máy tính cầm tay để tính chiều cao thực tế theo cách đã học.

Hoạt động 2. VẼ ĐƯỜNG TRÒN BẰNG PHẦN MỀM GeoGebra

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Thực hành sử dụng phần mềm GeoGebra để vẽ các đường tròn.

– Xem xét sự thay đổi của diện tích hình tròn khi thay đổi bán kính.

– Ôn tập và minh hoạ các tính chất đã học về đường tròn.

– Thực hành sử dụng phần mềm để thiết kế đồ hoạ liên quan đến đường tròn.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học, giải quyết vấn đề toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống.

II. Chuẩn bị

– Máy tính cá nhân có cài đặt GeoGebra hoặc có kết nối Internet, máy chiếu hoặc màn hình ti vi lớn.

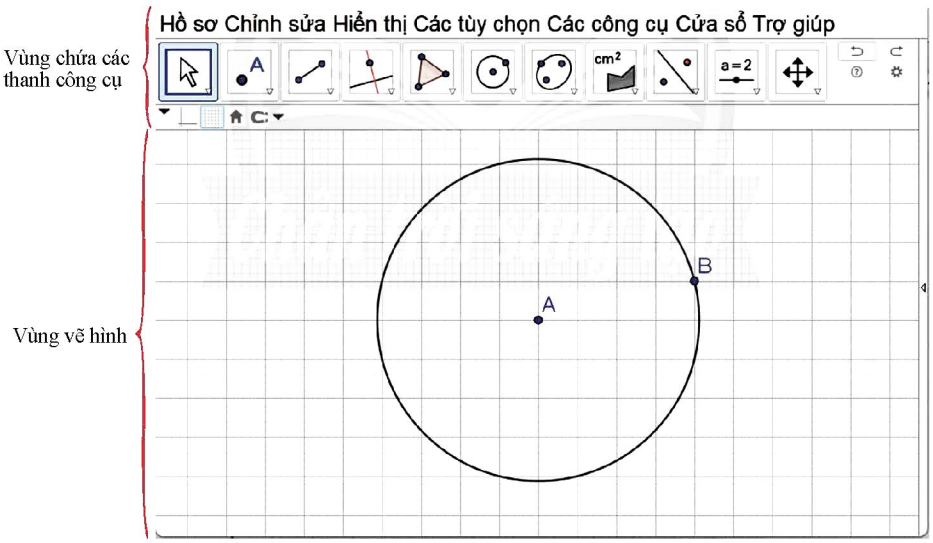
– Thực hành trong phòng máy nếu các trường có điều kiện.

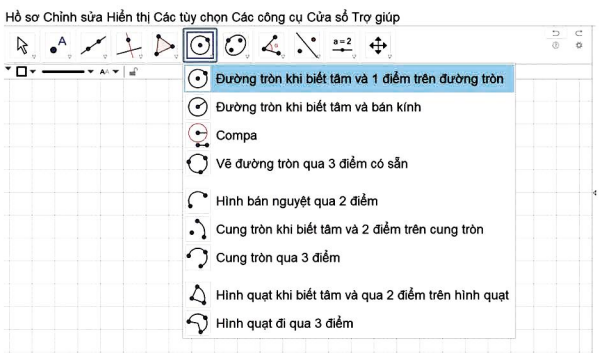
– Sách giáo khoa Toán 9, tập một – Chân trời sáng tạo.

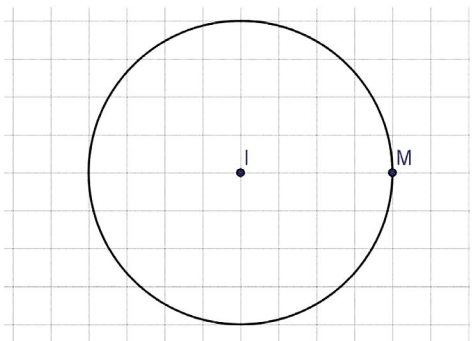
III. Tổ chức hoạt động

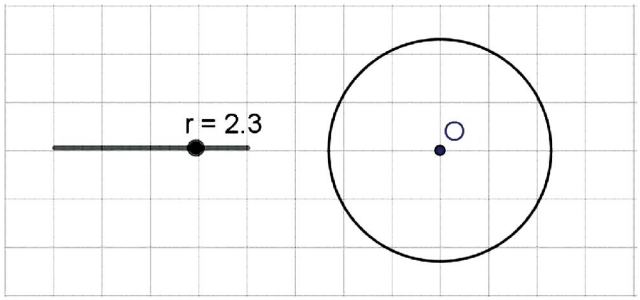
1. Hướng dẫn cách làm

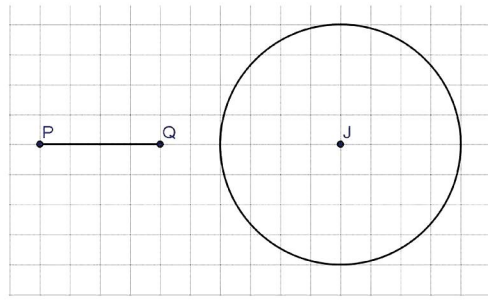
a) Nội dung nhiệm vụ: GV hướng dẫn chung cả lớp về cách sử dụng GeoGebra để vẽ đường tròn.

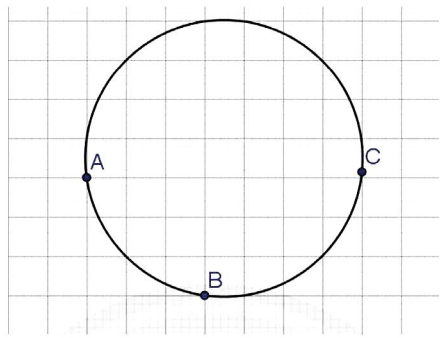


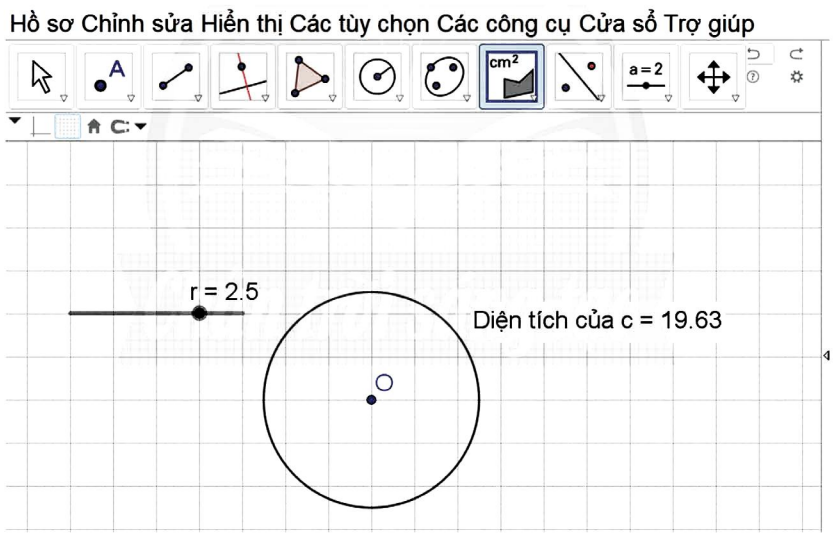












b) Biện pháp kiểm tra HS hiểu rõ nhiệm vụ:

– Yêu cầu HS nhóm trưởng nhắc lại tóm tắt nội dung của SGK và các kiến thức đã học có liên quan đến đường tròn.

– GV điều chỉnh, bổ sung các thiếu sót.

2. Tổ chức thực hiện

a) HS thực hiện: Vẽ đường tròn bằng phần mềm theo các cách đã hướng dẫn trong SGK.

b) GV hỗ trợ (khắc phục khó khăn HS dự kiến sẽ gặp): GV kiểm tra và hướng dẫn các thao tác trên phần mềm.

3. Kiểm tra đánh giá

a) GV dự kiến mức độ hoàn thành của HS:

Mức độ	Nội dung hoàn thành
Tốt	– Vẽ được được đầy đủ và chính xác đường tròn theo các cách như hướng dẫn trong SGK. – Sáng tạo thêm được nhiều cách vẽ khác với SGK. – Vận dụng cách vẽ để minh hoạ các bài tập đã làm.
Đạt	– Vẽ được đường tròn theo một vài cách như hướng dẫn trong SGK. – Có cố gắng tìm hiểu thêm một cách vẽ khác với SGK. – Có cố gắng vận dụng cách vẽ để minh hoạ một bài tập.
Chưa đạt	– Thiếu 1 trong 3 các nội dung của mức độ đạt.

b) GV hướng dẫn báo cáo, thảo luận:

Giải pháp lựa chọn nhóm HS báo cáo: Đại diện các nhóm lần lượt lên báo cáo.

HS báo cáo thảo luận: Thuyết trình trước lớp với sản phẩm kèm theo.

4. Kết luận, nhận định

a) Phân tích sản phẩm: GV phân tích dựa theo bảng tiêu chí đã thiết lập.

b) Đánh giá các mức độ hoàn thành của HS: GV đánh giá dựa theo bảng tiêu chí.

c) Đề xuất phát triển: Sử dụng Internet tìm hiểu thêm các cách dùng GeoGebra để vẽ các hoa văn trang trí có sử dụng đường tròn.

Phần SỐ VÀ ĐẠI SỐ

Chương 6

HÀM SỐ $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ VÀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực chuyên môn

Hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$:

– Thiết lập được bảng giá trị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

– Vẽ được đồ thị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

– Nhận biết được tính đối xứng (trục) và trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ và đồ thị (ví dụ: các bài toán liên quan đến chuyển động trong Vật lí, ...).

Phương trình bậc hai một ẩn:

– Nhận biết được khái niệm phương trình bậc hai một ẩn.

– Giải được phương trình bậc hai một ẩn.

– Tính được nghiệm phương trình bậc hai một ẩn bằng máy tính cầm tay.

– Vận dụng được phương trình bậc hai vào giải quyết bài toán thực tiễn.

Định lí Viète:

– Giải thích được định lí Viète và ứng dụng (ví dụ: tính nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai, tìm hai số biết tổng và tích của chúng, ...).

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

Bài 1. Hàm số và đồ thị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Thiết lập được bảng giá trị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

– Vẽ được đồ thị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

– Nhận biết được tính đối xứng (trục) và trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với đồ thị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống.

II. Một số chú ý

Lập bảng giá trị của hàm số: GV cần rèn cho HS thực hiện một cách thuần thục với các hàm số có giá trị của a thường gặp, tránh các hệ số a lớn không thuận lợi cho việc vẽ đồ thị sau này.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ



Một vật được thả rơi tự do từ độ cao 45 m. Quãng đường chuyển động s (m) của vật theo thời gian rơi t (giây) được cho bởi công thức $s = 5t^2$. Sau khi thả 2 giây, quãng đường vật di chuyển được là bao nhiêu mét?



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Kích thích HS khả năng tư duy sáng tạo, tìm hiểu về hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét; GV sử dụng cơ hội để giới thiệu bài.

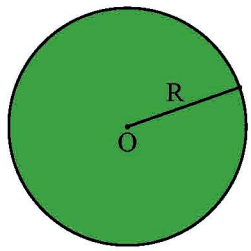
1. Hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$

HĐKP 1

1 Diện tích S của hình tròn được tính bởi công thức $S = \pi R^2$, trong đó R là bán kính của hình tròn và $\pi \approx 3,14$.

a) Tính diện tích của hình tròn với R = 10 cm.

b) Diện tích S có phải là hàm số của biến số R không?



Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận, nhận biết hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV nêu câu hỏi, HS thực hiện tính toán trên giấy nháp. GV gọi HS trả lời, lớp nhận xét; GV đánh giá, chốt lại kiến thức.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $S = 3,14 \cdot 10^2 = 314$ (cm^2).

b) Diện tích S là hàm số của biến số R.

Thực hành 1.

a) Xác định hệ số của x^2 trong các hàm số sau: $y = 0,75x^2$; $y = -3x^2$; $y = \frac{1}{4}x^2$.

b) Với mỗi hàm số đã cho ở câu a), tính giá trị của y khi $x = -2$; $x = 2$.

– Mục đích của Thực hành 1: HS trải nghiệm nhận biết hệ số của x^2, tính được giá trị của hàm số tương ứng với giá trị của x.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: GV cho HS phát biểu, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Hệ số của các hàm số $y = 0,75x^2$, $y = -3x^2$, $y = \frac{1}{4}x^2$ lần lượt là 0,75; –3; $\frac{1}{4}$.

b)

x	–2	2
$y = 0,75x^2$	3	3
$y = -3x^2$	–12	–12
$y = \frac{1}{4}x^2$	1	1

Vận dụng 1. Gọi x (cm) là chiều dài cạnh của một viên gạch lát nền hình vuông.

a) Viết công thức tính diện tích S (cm^2) của viên gạch đó.

b) Tính S khi x = 20; x = 30; x = 60.

– Mục đích của Vận dụng 1: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tiễn thông qua việc viết công thức tính diện tích S của viên gạch, tính được giá trị của S tương ứng với mỗi giá trị của x, củng cố việc nhận biết hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$).

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS thảo luận nhóm và trình bày kết quả theo yêu cầu, lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $S = x^2$.

b) Khi x = 20 thì S = 400; x = 30 thì S = 900; x = 60 thì S = 3 600.

2. Bảng giá trị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

HĐKP 2



Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$. Hoàn thành bảng giá trị sau:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$y = \frac{1}{2}x^2$	?	?	?	?	?	?	?

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, lập được bảng giá trị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$).

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: Tổ chức thảo luận nhóm; lớp nhận xét kết quả các nhóm; GV đánh giá, chốt kiến thức.

Hướng dẫn – Đáp án:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$y = \frac{1}{2}x^2$	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$

Thực hành 2. Lập bảng giá trị của hai hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ và $y = -\frac{1}{4}x^2$ với x lần lượt bằng –4; –2; 0; 2; 4.

– Mục đích của Thực hành 2: Qua thực hành HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học, củng cố việc lập bảng giá trị của hàm số, rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS làm bài vào vở và trình bày kết quả theo yêu cầu, lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

x	– 4	–2	0	2	4
$y = \frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4
$y = -\frac{1}{4}x^2$	–4	–1	0	–1	–4

Vận dụng 2. Một vật rơi tự do từ độ cao 125 m so với mặt đất. Quãng đường chuyển động s (m) của vật phụ thuộc vào thời gian t (giây) được cho bởi công thức $s = 5t^2$.

a) Sau 2 giây, vật này cách mặt đất bao nhiêu mét? Tương tự, sau 3 giây vật này cách mặt đất bao nhiêu mét?

b) Sau bao lâu thì vật này tiếp đất?

– Mục đích của Vận dụng 2: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tiễn, củng cố, khắc sâu kiến thức vừa học.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: HS thực hiện cá nhân và trình bày kết quả theo yêu cầu, lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $t = 2$ thì $s = 5 . 2^2 = 20$. Vậy sau 2 giây, vật cách mặt đất $125 – 20 = 105$ (m).

$t = 3$ thì $s = 5 . 3^2 = 45$. Vậy sau 3 giây, vật cách mặt đất $125 – 45 = 80$ (m).

b) Khi vật tiếp đất thì $s = 5t^2 = 125$, suy ra $t = 5$ hay $t = –5$ (loại).

Vậy sau 5 giây thì vật tiếp đất.

3. Đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

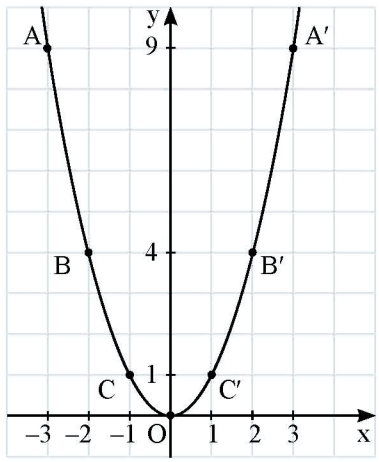
HĐKP 3



Cho hàm số $y = x^2$. Ta lập bảng giá trị sau:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9

Từ bảng trên, ta lấy các điểm A(–3; 9), B(–2; 4), C(–1; 1), O(0; 0), C′(1; 1), B′(2; 4), A′(3; 9) trên mặt phẳng toạ độ Oxy. Đồ thị của hàm số $y = x^2$ là một đường cong đi qua các điểm nêu trên và có dạng như Hình 2.



Hình 2

Từ đồ thị ở Hình 2, hãy trả lời các câu hỏi sau:

a) Đồ thị của hàm số có vị trí như thế nào so với trục hoành?

b) Có nhận xét gì về vị trí của các cặp điểm A và A′, B và B′, C và C′ so với trục tung?

c) Điểm nào là điểm thấp nhất của đồ thị?

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, nhận biết một số tính chất đơn giản của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$).

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***: Tổ chức thảo luận nhóm; lớp nhận xét kết quả các nhóm; GV đánh giá, chốt kiến thức.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Đồ thị của hàm số nằm phía trên trục hoành.

b) Các cặp điểm A và A′, B và B′, C và C′ đối xứng với nhau qua trục tung.

c) O là điểm thấp nhất của đồ thị.

HĐKP 4

Cho hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$.

a) Lập bảng giá trị của hàm số khi x lần lượt nhận các giá trị –2; –1; 0; 1; 2.

b) Vẽ đồ thị của hàm số. Có nhận xét gì về đồ thị của hàm số đó?

– Mục đích của ***HĐKP 4***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, lập được bảng giá trị hàm số và vẽ được đồ thị của hàm số.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 4***: GV cho HS thảo luận nhóm, thực hiện trên giấy nháp, trình bày bài trước lớp; lớp nhận xét kết quả các nhóm; GV đánh giá, chốt kiến thức.

Hướng dẫn – Đáp án:

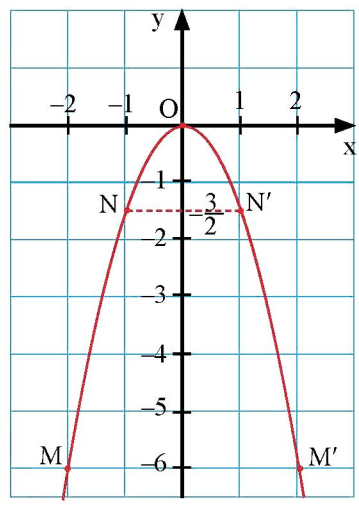
a) Bảng giá trị:

x	–2	–1	0	1	2
$y = -\frac{3}{2}x^2$	–6	$-\frac{3}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	–6

b) Đồ thị của hàm số được vẽ như hình bên.

Đồ thị của hàm số nằm phía dưới trục hoành.

Các cặp điểm M và M′, N và N′ đối xứng với nhau qua trục tung, O là điểm cao nhất của đồ thị.



Thực hành 3. Vẽ đồ thị của hàm số $y = 2x^2$.

– Mục đích của Thực hành 3: Qua thực hành, HS củng cố việc vẽ đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$), rèn luyện kĩ năng cần đạt theo yêu cầu.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS làm bài vào vở và trình bày kết quả theo yêu cầu, lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Vận dụng 3. Động năng (tính bằng J) của một quả bưởi nặng 1 kg rơi với tốc độ v (m/s) được tính bằng công thức $K = \frac{1}{2}v^2$.

a) Tính động năng của quả bưởi đạt được khi nó rơi với tốc độ lần lượt là 3 m/s, 4 m/s.

b) Tính tốc độ rơi của quả bưởi tại thời điểm quả bưởi đạt được động năng 32 J.

– Mục đích của Vận dụng 3: Giúp HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tiễn, rèn luyện kĩ năng cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 3: HS làm bài và trình bày kết quả theo yêu cầu, lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Với v = 3 m/s thì $K = \frac{9}{2}$ J; v = 4 m/s thì K = 8 J.

b) K = 32 J thì v = 8 m/s.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. HS tự lập bảng giá trị và vẽ đồ thị.

2. a) HS tự vẽ đồ thị.

b) Điểm $C\left(\frac{2}{3};\frac{2}{9}\right)$ thuộc đồ thị của hàm số đã cho.

3. Bảng giá trị:

x	–4	–2	0	2	4
$y=\frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4
$y=-\frac{1}{4}x^2$	–4	–1	0	–1	–4

HS tự vẽ đồ thị.

4. a) Thay toạ độ của điểm M(2; 6) vào $y = ax^2$ ta tính được $a=\frac{3}{2}$.

b) Ta có $y=\frac{3}{2}x^2$. Bảng giá trị:

x	–2	–1	0	1	2
$y=\frac{3}{2}x^2$	6	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	6

HS tự vẽ đồ thị.

c) $y = 9$ thì $\frac{3}{2}x^2 = 9$, suy ra $x = \sqrt{6}$ hoặc $x = -\sqrt{6}$.

Tìm được hai điểm thuộc đồ thị hàm số có tung độ bằng 9 là $(\sqrt{6}; 9)$ và $(-\sqrt{6}; 9)$.

5. a) $S = 6x^2$.

b) Bảng giá trị:

x	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{2}{3}$	2	3
$S = 6x^2$	$\frac{3}{2}$	6	$\frac{8}{3}$	24	54

c) Khi $S = 6x^2 = 54$ thì $x = 3$ ($x > 0$). Vậy độ dài cạnh của hình lập phương là 3 cm.

6. a) Thay $v = 3$, $F = 180$ vào $F = av^2$, ta tính được $a = 20$.

b) Ta có $F = 20v^2$. Khi $v = 15$ m/s thì $F = 20 . 15^2 = 4\,500$ (N).

Khi $v = 26$ m/s thì $F = 20 . 26^2 = 13\,520$ (N).

c) 90 km/h = 25 m/s.

Thay F = 14 580 vào $F = 20v^2$, ta được: $14\,580 = 20v^2$ hay $v^2 = 729$.

Suy ra v = 27 (m/s) (vì v > 0).

Vậy tốc độ tối đa của thuyền có thể đi là 27 m/s. Vì 27 m/s > 25 m/s, do đó thuyền có thể đi trong gió bão với tốc độ gió 90 km/h.

Bài 2. Phương trình bậc hai một ẩn

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Nhận biết được khái niệm phương trình bậc hai một ẩn.

– Giải được phương trình bậc hai một ẩn.

– Tính được nghiệm phương trình bậc hai một ẩn bằng máy tính cầm tay.

– Vận dụng được phương trình bậc hai vào giải quyết bài toán thực tiễn.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống.

II. Một số chú ý

Việc giải một số phương trình bậc hai một ẩn dạng đặc biệt chủ yếu dựa vào phương pháp đặt nhân tử chung để chuyển về phương trình tích, do đó GV nên cho HS nhắc lại các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử mà HS đã học ở lớp 8 và để HS tự áp dụng để tìm ra cách giải. Từ đó dễ dàng tiếp cận ***HĐKP 3*** trong việc thành lập công thức nghiệm của phương trình bậc hai.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ



Sau khi được ném theo chiều từ dưới lên, độ cao h (m) của một quả bóng theo thời gian t (giây) được xác định bởi công thức $h = 2 + 9t - 5t^2$. Thời gian từ lúc ném cho đến khi bóng chạm đất là bao lâu?





– Mục đích của ***HĐKĐ***: Kích thích khả năng tư duy sáng tạo của HS, giúp HS tìm hiểu về phương trình bậc hai một ẩn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: HS tìm hiểu tình huống, tìm cách trả lời câu hỏi của bài toán; GV sử dụng cơ hội để giới thiệu bài.

1. Phương trình bậc hai một ẩn

HĐKP 1



Một tấm thảm hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 2 m. Biết diện tích tấm thảm bằng 24 m^2. Gọi x (m) là chiều rộng tấm thảm ($x > 0$). Hãy viết phương trình với ẩn x biểu thị mối quan hệ giữa chiều dài, chiều rộng và diện tích của tấm thảm.

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, nhận biết được phương trình bậc hai một ẩn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: HS thảo luận nhóm, trình bày kết quả và giải thích cách làm; lớp nhận xét kết quả các nhóm; GV đánh giá, chốt kiến thức.

Hướng dẫn – Đáp án: $x^2 + 2x - 24 = 0$.

Thực hành 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc hai một ẩn? Chỉ rõ các hệ số a, b, c của mỗi phương trình bậc hai một ẩn đó.

a) $-7x^2 = 0$;

b) $-12x^2 + 7x - \sqrt{3} = 0$;

c) $x^3 + 5x - 6 = 0$;

d) $x^2 - (m + 2)x + 7 = 0$ (m là số đã cho).

– Mục đích của Thực hành 1: Qua thực hành HS được rèn luyện, củng cố việc nhận biết phương trình bậc hai một ẩn.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: GV cho HS nhận xét và trình bày trước lớp, lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $-7x^2 = 0$ là phương trình bậc hai một ẩn với $a = -7$; $b = 0$; $c = 0$.

b) $-12x^2 + 7x - \sqrt{3} = 0$ là phương trình bậc hai một ẩn với $a = -12$; $b = 7$; $c = -\sqrt{3}$.

c) $x^3 + 5x - 6 = 0$ không là phương trình bậc hai một ẩn.

d) $x^2 - (m + 2)x + 7 = 0$ (m là số đã cho) là phương trình bậc hai một ẩn với $a = 1$; $b = -(m + 2)$; $c = 7$.

2. Giải một số phương trình bậc hai dạng đặc biệt

HĐKP 2



a) Bằng cách đưa về phương trình tích, hãy giải các phương trình sau:

i) $3x^2 - 12x = 0$; ii) $x^2 - 16 = 0$.

b) Để đưa các phương trình bậc hai dạng đặc biệt trên về phương trình tích ta đã dùng các phép biến đổi nào?

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, tìm hiểu về cách giải phương trình bậc hai một ẩn dạng đặc biệt.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: HS thảo luận nhóm, trình bày kết quả và giải thích cách làm; lớp nhận xét kết quả các nhóm; GV đánh giá, chốt kiến thức.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) i) $3x^2 - 12x = 0$

$3x(x - 4) = 0$

$x = 0$ hoặc $x = 4$;

ii) $x^2 - 16 = 0$

$(x + 4)(x - 4) = 0$

$x = -4$ hoặc $x = 4$.

b) Để đưa các phương trình bậc hai dạng đặc biệt trên về phương trình tích ta đã dùng phương pháp đặt nhân tử chung và sử dụng hằng đẳng thức.

Thực hành 2. Giải các phương trình:

a) $3x^2 - 27 = 0$; b) $x^2 - 10x + 25 = 16$.

– Mục đích của Thực hành 2: Qua thực hành HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học để giải phương trình bậc hai một ẩn dạng đặc biệt, rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS làm bài vào vở và trình bày kết quả theo yêu cầu, lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $3x^2 - 27 = 0$

$x^2 - 9 = 0$

$(x + 3)(x - 3) = 0$

$x = -3$ hoặc $x = 3$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x = -3$ và $x = 3$.

b) $x^2 - 10x + 25 = 16$

$(x - 5)^2 - 16 = 0$

$(x - 1)(x - 9) = 0$

$x = 1$ hoặc $x = 9$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = 9$.

3. Công thức nghiệm của phương trình bậc hai

HĐKP 3



Cho phương trình bậc hai $x^2 - 4x + 3 = 0$.

a) Thay mỗi dấu ? bằng số thích hợp để viết lại phương trình đã cho thành:

$x^2 - 4x + 4 =$? hay $(x - 2)^2 =$?. (*)

b) Giải phương trình (*), từ đó tìm nghiệm phương trình đã cho.

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, tìm hiểu về cách giải phương trình bậc hai một ẩn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***: HS thảo luận nhóm, trình bày kết quả; lớp nhận xét kết quả các nhóm; GV đánh giá, chốt kiến thức.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $x^2 - 4x + 4 = 1$ hay $(x - 2)^2 = 1$.

b) $(x - 2)^2 = 1$

$(x - 2)^2 - 1 = 0$

$(x - 3)(x - 1) = 0$

$x = 3$ hoặc $x = 1$.

Thực hành 3. Giải các phương trình:

a) $7x^2 - 3x + 2 = 0$; b) $3x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$; c) $-2x^2 + 5x + 2 = 0$.

– Mục đích của Thực hành 3: HS vận dụng kiến thức vừa học để giải phương trình bậc hai một ẩn, từ đó rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS làm bài vào vở và trình bày kết quả theo yêu cầu, lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $7x^2 - 3x + 2 = 0$

$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 7 \cdot 2 = -47 < 0$.

Vậy phương trình vô nghiệm.

b) $3x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$

$\Delta = (-2\sqrt{3})^2 - 4.3.1 = 0$

Vậy phương trình có nghiệm kép là

$x_1 = x_2 = \dfrac{-(-2\sqrt{3})}{2.3} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

c) $-2x^2 + 5x + 2 = 0$

$\Delta = 5^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 2 = 41 > 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt là

$x_1 = \dfrac{-5 + \sqrt{41}}{2.(-2)} = \dfrac{5 - \sqrt{41}}{4}$, $x_2 = \dfrac{-5 - \sqrt{41}}{2.(-2)} = \dfrac{5 + \sqrt{41}}{4}$.

Thực hành 4. Dùng công thức nghiệm thu gọn để giải các phương trình sau:

a) $5x^2 - 12x + 4 = 0$; b) $5x^2 - 2\sqrt{5}x + 1 = 0$.

– Mục đích của Thực hành 4: HS thực hành dùng công thức nghiệm thu gọn để giải phương trình bậc hai.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: HS làm bài theo nhóm và trình bày kết quả theo yêu cầu, lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) $5x^2 - 12x + 4 = 0$

$\Delta' = (-6)^2 - 5 \cdot 4 = 16 > 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = \frac{6+\sqrt{16}}{5} = 2$, $x_2 = \frac{6-\sqrt{16}}{5} = \frac{2}{5}$.

b) $5x^2 - 2\sqrt{5x} + 1 = 0$

$\Delta' = (-\sqrt{5})^2 - 5 \cdot 1 = 0$.

Vậy phương trình có nghiệm kép là $x_1 = x_2 = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Vận dụng. Trả lời câu hỏi trong  (trang 11).

– Mục đích của Vận dụng: HS vận dụng kiến thức vào thực tiễn tính thời gian từ lúc ném bóng cho đến khi bóng chạm đất, rèn luyện kĩ năng cần đạt theo yêu cầu.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng: HS làm bài cá nhân và trình bày kết quả theo yêu cầu, lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

Khi bóng chạm đất thì $h = 0$, nghĩa là $2 + 9t - 5t^2 = 0$ hay $-5t^2 + 9t + 2 = 0$.

Giải phương trình ta được $t = 2$ (thoả mãn), $t = -\frac{1}{5}$ (loại).

Vậy thời gian từ lúc ném cho đến khi bóng chạm đất là 2 giây.

4. Tìm nghiệm của phương trình bậc hai một ẩn bằng máy tính cầm tay

Thực hành 5. Tìm các nghiệm của mỗi phương trình sau bằng máy tính cầm tay.

a) $3x^2 - 8x + 4 = 0$; b) $5x^2 - 2\sqrt{5}x + 12 = 0$; c) $2x^2 - 8x + 8 = 0$.

– Mục đích của Thực hành 5: HS có cơ hội trải nghiệm sử dụng máy tính cầm tay để giải phương trình bậc hai.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 5: HS làm bài vào vở, lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp. GV có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x = 2$ và $x = \frac{2}{3}$.

b) Phương trình vô nghiệm.

c) Phương trình có nghiệm kép là $x = 2$.

5. Giải bài toán bằng cách lập phương trình bậc hai

HĐKP 4



Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 100 m, diện tích 576 m^2.

Gọi x (m) là chiều rộng của mảnh đất ($0 < x < 50$).

Hãy lập phương trình biểu thị mối liên hệ giữa chiều rộng, chiều dài và diện tích của mảnh đất.

– Mục đích của ***HĐKP 4***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, tìm hiểu về việc giải bài toán bằng cách lập phương trình bậc hai một ẩn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 4***: HS thảo luận nhóm, trình bày kết quả và giải thích cách làm; lớp nhận xét kết quả các nhóm; GV đánh giá, chốt kiến thức.

Hướng dẫn – Đáp án:

Chiều dài của mảnh đất là $50 - x$ (m).

Diện tích mảnh đất là 576 m^2, ta có phương trình: $x(50 - x) = 576$.

Thực hành 6. Một sân khấu ngoài trời có dạng hình chữ nhật, chiều dài hơn chiều rộng 2 m, độ dài đường chéo là 10 m. Tính diện tích của sân khấu đó.

– Mục đích của Thực hành 6: HS có cơ hội trải nghiệm, vận dụng kiến thức vào thực tế tính diện tích sân khấu, rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 6: HS làm bài vào vở và trình bày kết quả theo yêu cầu, lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

Gọi x (m) là chiều rộng của sân khấu ($x > 0$).

Chiều dài của sân khấu là $x + 2$ (m).

Theo định lí Pythagore, ta có:

$x^2 + (x + 2)^2 = 10^2$

$x^2 + 2x - 48 = 0$

$x = 6$ (thoả mãn), $x = -8$ (loại).

Suy ra chiều rộng của sân khấu là 6 m, chiều dài của sân khấu là 8 m.

Vậy diện tích của sân khấu là 48 m^2.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. a) $5x^2 + 7x = 0$

$x(5x + 7) = 0$

$x = 0$ hoặc $x = \frac{-7}{5}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x = 0$ và $x = \frac{-7}{5}$.

b) $5x^2 - 15 = 0$

$(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) = 0$

$x = -\sqrt{3}$ hoặc $x = \sqrt{3}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x = -\sqrt{3}$ và $x = \sqrt{3}$.

2. a) $x^2 - x - 20 = 0$

$\Delta = 81 > 0$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = 5, x_2 = -4$.

b) $6x^2 - 11x - 35 = 0$

$\Delta = 961 > 0$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = \frac{7}{2}, \ x_2 = \frac{-5}{3}$.

c) $16y^2 + 24y + 9 = 0$

$\Delta = 0$.

Phương trình có nghiệm kép là $x_1 = x_2 = -\frac{3}{4}$.

d) $3x^2 + 5x + 3 = 0$

$\Delta = -11 < 0$.

Phương trình vô nghiệm.

e) $x^2 - 2\sqrt{3}x - 6 = 0$

$\Delta = 36 > 0$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = \sqrt{3} + 3, \ x_2 = \sqrt{3} - 3$.

g) $x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 2\sqrt{3} = 0$

$\Delta = (2 - \sqrt{3})^2 > 0$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = 2, \ x_2 = \sqrt{3}$.

3. a) $x(x + 8) = 20$

$x^2 + 8x - 20 = 0$

$\Delta' = 36 > 0$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = 2, x_2 = -10$.

b) $x(3x - 4) = 2x^2 + 5$

$x^2 - 4x - 5 = 0$.

$\Delta' = 9 > 0$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = 5, x_2 = -1$.

c) $(x - 5)^2 + 7x = 65$

$x^2 - 3x - 40 = 0$.

$\Delta = 169 > 0$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = 8, x_2 = -5$.

d) $(2x + 3)(2x - 3) = 5(2x + 3)$

$2x^2 - 5x - 12 = 0$.

$\Delta = 121 > 0$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = 4, \ x_2 = \frac{-3}{2}$.

4. Gọi x (km/h) là tốc độ ô tô thứ nhất ($x > 10$).

Tốc độ ô tô thứ hai là $x - 10$ (km/h).

Thời gian ô tô thứ nhất chạy từ A đến B là $\frac{150}{x}$ (giờ).

Thời gian ô tô thứ hai chạy từ A đến B là $\frac{150}{x - 10}$ (giờ).

Ta có phương trình $\frac{150}{x - 10} - \frac{150}{x} = \frac{1}{2}$. Biến đổi phương trình, ta được $x^2 - 10x - 3\,000 = 0$.

Giải phương trình ta được $x_1 = 60$ (thoả mãn), $x_2 = -50$ (loại).

Vậy tốc độ ô tô thứ nhất là 60 km/h, tốc độ ô tô thứ hai là 50 km/h.

5. Gọi x (m) là chiều dài của khu vườn ($0 < x < 140$).

Chiều rộng của khu vườn là $140 - x$ (m).

Chiều dài phần đất trồng rau là $x - 4$ (m).

Chiều rộng phần đất trồng rau $140 - x - 4 = 136 - x$ (m).

Ta có phương trình: $(x - 4)(136 - x) = 4256$.

Biến đổi phương trình trên, ta được: $x^2 - 140x + 4800 = 0$.

Giải phương trình trên, ta được: $x_1 = 80$, $x_2 = 60$.

Chiều dài của khu vườn là 80 m, chiều rộng của khu vườn là 60 m.

6. Gọi x (g) là khối lượng nước lúc đầu có trong dung dịch ($x > 0$).

Khối lượng dung dịch lúc đầu là $x + 50$ (g).

Khối lượng dung dịch lúc sau là $x + 50 + 250 = x + 300$ (g).

Nồng độ dung dịch lúc đầu là $\frac{50}{x+50}$.

Nồng độ dung dịch lúc sau là $\frac{50}{x+300}$.

Ta có phương trình: $\frac{50}{x+50} - \frac{50}{x+300} = \frac{1}{10}$.

Biến đổi phương trình trên, ta được: $x^2 + 350x - 110\,000 = 0$.

Giải phương trình ta được $x_1 = 200$ (thoả mãn), $x_2 = -550$ (loại).

Khối lượng nước lúc đầu có trong dung dịch là 200 g.

Nồng độ dung dịch lúc đầu là $\frac{50}{200+50} = 0,2 = 20\%$.

7. Gọi x là số xe chở hàng được điều đến ($x \in \mathbb{N}^*$).

Số xe thực tế chở hàng là $x - 2$ (xe).

Số hàng mỗi xe phải chở lúc đầu là $\frac{90}{x}$ (tấn).

Số hàng mỗi xe phải chở lúc sau là $\frac{90}{x-2}$ (tấn).

Mỗi xe lúc sau chở nhiều hơn mỗi xe lúc đầu 0,5 tấn nên ta có phương trình:

$$\frac{90}{x-2} - \frac{90}{x} = 0,5.$$

Giải phương trình ta được $x = 20$ (thoả mãn), $x = -18$ (loại).

Vậy số xe được điều đến chở hàng là 20 xe.

Bài 3. ĐỊNH LÍ VIÈTE

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Giải thích được định lí Viète và ứng dụng (ví dụ: tính nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai, tìm hai số biết tổng và tích của chúng, ...).

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống.

II. Một số chú ý

Việc tiếp cận định lí Viète chủ yếu dựa vào công thức nghiệm của phương trình bậc hai, do đó đối với ***HĐKP 1***, GV nên khai thác triệt để hoạt động nhóm để HS tự khám phá ra kiến thức cần đạt, kích thích tính tìm tòi, sáng tạo của HS.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Khu vườn nhà kính hình chữ nhật của bác Thanh có nửa chu vi bằng 60 m, diện tích 884 m^2. Làm thế nào để tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn?



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Kích thích khả năng tư duy sáng tạo của HS, tìm hiểu về định lí Viète.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV sử dụng cơ hội để giới thiệu bài.

1. Định lí Viète

HĐKP 1

1 Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có hai nghiệm x_1, x_2.
Tính $x_1 + x_2$ và $x_1 . x_2$.

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, tìm hiểu về định lí Viète, thiết lập được công thức tính tổng và tích các nghiệm của phương trình bậc hai.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: HS thảo luận nhóm và trình bày kết quả; lớp nhận xét kết quả các nhóm; GV đánh giá, chốt kiến thức.

Hướng dẫn – Đáp án: $x_1 + x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\dfrac{b}{a}$;

$x_1.x_2 = \left(\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right).\left(\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right) = \dfrac{b^2-\Delta}{4a^2} = \dfrac{b^2-(b^2-4ac)}{4a^2} = \dfrac{c}{a}$.

Thực hành 1. Tính tổng và tích các nghiệm (nếu có) của mỗi phương trình:

a) $x^2 - 2\sqrt{7}x + 7 = 0$; b) $15x^2 - 2x - 7 = 0$; c) $35x^2 - 12x + 2 = 0$.

– Mục đích của Thực hành 1: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học để tính được tổng và tích hai nghiệm của phương trình bậc hai.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: HS làm bài vào vở và trình bày kết quả theo yêu cầu. Lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Ta có: $\Delta = (-2\sqrt{7})^2 - 4.7 = 0$ nên phương trình có nghiệm kép.

Theo định lí Viète, ta có $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = -2\sqrt{7}$, $x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} = 7$.

b) Ta có: $\Delta = (-2)^2 - 4 \,.\, 15 \,.\, (-7) = 424 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Theo định lí Viète, ta có $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = \dfrac{2}{15}$, $x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-7}{15}$.

c) Ta có $\Delta = (-12)^2 - 4 \,.\, 35 \,.\, 2 = -136 < 0$ nên phương trình vô nghiệm.

Thực hành 2. Cho phương trình $x^2 + 4x - 21 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của các biểu thức:

a) $\dfrac{2}{x_1} + \dfrac{2}{x_2}$; b) $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$.

– Mục đích của Thực hành 2: HS có cơ hội vận dụng định lí Viète để tính giá trị biểu thức, rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS thảo luận nhóm và trình bày kết quả, lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

Phương trình $x^2 + 4x - 21 = 0$ có $\Delta = 100 > 0$ nên nó có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Theo định lí Viète, ta có: $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = -4$; $x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} = -21$.

a) Ta có: $\dfrac{2}{x_1} + \dfrac{2}{x_2} = \dfrac{2x_1 + 2x_2}{x_1x_2} = \dfrac{2(x_1 + x_2)}{x_1x_2} = \dfrac{2.(-4)}{-21} = \dfrac{8}{21}$.

b) Ta có: $(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$.

Suy ra $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$.

Vậy $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = (-4)^2 - 3 \cdot (-21) = 79$.

Thực hành 3. Tính nhẩm nghiệm của các phương trình:

a) $-315x^2 - 27x + 342 = 0$; b) $2022x^2 + 2023x + 1 = 0$.

– Mục đích của Thực hành 3: HS thực hành ứng dụng định lí Viète để tính nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS làm bài vào vở và trình bày kết quả theo yêu cầu, lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Phương trình $-315x^2 - 27x + 342 = 0$ có $a + b + c = -315 + (-27) + 342 = 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{342}{315} = -\frac{38}{35}$.

b) Phương trình $2022x^2 + 2023x + 1 = 0$ có $a - b + c = 2022 - 2023 + 1 = 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{1}{2022}$.

2. Tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng

HĐKP 2



2 Cho hai số u và v có tổng $u + v = 8$ và tích $uv = 15$.

a) Từ $u + v = 8$, biểu diễn u theo v rồi thay vào $uv = 15$, ta nhận được phương trình ẩn v nào?

b) Nếu biểu diễn v theo u thì nhận được phương trình ẩn u nào?

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, khám phá cách tìm hai số khi biết tổng và tích.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: HS thảo luận nhóm và trình bày kết quả; lớp nhận xét kết quả các nhóm; GV đánh giá, chốt kiến thức.

Thực hành 4.

a) Tìm hai số, biết tổng của chúng bằng 15 và tích của chúng bằng 44.

b) Có tồn tại hai số a và b có tổng bằng 7 và tích bằng 13 không?

– Mục đích của Thực hành 4: HS có cơ hội trải nghiệm, vận dụng kiến thức để tìm hai số khi biết tổng và tích, rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: HS làm bài vào vở và trình bày kết quả theo yêu cầu, lớp nhận xét, GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Hai số cần tìm là nghiệm của phương trình $x^2 - 15x + 44 = 0$.

Giải phương trình ta được $x_1 = 11$, $x_2 = 4$. Vậy hai số cần tìm là 11 và 4.

b) Ta có $S = a + b = 7$, $P = a \cdot b = 13$.

$S^2 - 4P = 7^2 - 4 \cdot 13 = -3 < 0$.

Vậy không tồn tại hai số a và b có tổng là 7 và tích là 13.

Vận dụng. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn trong  (trang 18).

– Mục đích của Vận dụng: HS vận dụng kiến thức vào thực tiễn tìm chiều dài và chiều rộng của khu vườn, rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng: HS thảo luận nhóm, trình bày kết quả và giải thích cách làm; lớp nhận xét; GV sửa bài chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

Gọi a (m), b (m) lần lượt là chiều dài và chiều rộng khu vườn ($a > 0$, $b > 0$).

Theo đề, ta có: $a + b = 60$ và $a \cdot b = 884$.

Vậy a và b là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 60x + 884 = 0$.

Giải phương trình ta được $x_1 = 34$, $x_2 = 26$.

Vậy chiều dài của khu vườn là 36 m, chiều rộng của khu vườn là 26 m.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. a) Phương trình $3x^2 - 9x + 5 = 0$ có $\Delta = 21 > 0$ nên nó có hai nghiệm phân biệt.

Theo định lí Viète, ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 3$; $x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$.

b) Phương trình $25x^2 - 20x + 4 = 0$ có $\Delta = 0$ nên nó có nghiệm kép.

Theo định lí Viète, ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{4}{5}$; $x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = \frac{4}{25}$.

c) Phương trình $5x^2 - 9x + 15 = 0$ có $\Delta = -219 < 0$ nên nó vô nghiệm.

d) Phương trình $5x^2 - 2\sqrt{3}x - 3 = 0$ có $\Delta = 72 > 0$ nên nó có hai nghiệm phân biệt.

Theo định lí Viète, ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{5}$; $x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{3}{5}$.

2. a) Phương trình $24x^2 - 19x - 5 = 0$ có $a + b + c = 24 + (-19) + (-5) = 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{5}{24}$.

b) Phương trình $2,5x^2 + 7,2x + 4,7 = 0$ có $a - b + c = 2,5 - 7,2 + 4,7 = 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x_1 = -1,\ x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{47}{25}$.

c) Phương trình $\frac{3}{2}x^2 + 5x + \frac{7}{2} = 0$ có $a - b + c = \frac{3}{2} - 5 + \frac{7}{2} = 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x_1 = -1,\ x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{7}{3}$.

d) Phương trình $2x^2 - (2+\sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$ có $a + b + c = 2 + [-(2+\sqrt{3})] + \sqrt{3} = 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x_1 = 1,\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. a) $u + v = 29$, $uv = 154$.

u và v là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 29x + 154 = 0$.

Giải phương trình, ta được $x_1 = 22$, $x_2 = 7$. Vậy $u = 22$, $v = 7$ hay $u = 7$, $v = 22$.

b) $u + v = -6$, $uv = -135$.

u và v là hai nghiệm của phương trình $x^2 + 6x - 135 = 0$.

Giải phương trình, ta được $x_1 = 9$, $x_2 = -15$. Vậy $u = 9$, $v = -15$ hay $u = -15$, $v = 9$.

c) $S = u + v = 5$, $P = uv = 24$.

Ta có $S^2 - 4P = 5^2 - 4 \cdot 24 = -71 < 0$. Vậy không có hai số thoả mãn điều kiện đã cho.

4. Phương trình $x^2 - 19x - 5 = 0$ có a và c trái dấu ($a = 1$, $c = -5$) nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Theo định lí Viète, ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 19$; $x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = -5$.

a) $A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 19^2 - 2 \cdot (-5) = 371$.

b) $B = \frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = \frac{2(x_1 + x_2)}{x_1x_2} = \frac{2.19}{-5} = -\frac{38}{5}$.

c) $C = \frac{3}{x_1 + 2} + \frac{3}{x_2 + 2} = \frac{3(x_2 + 2) + 3(x_1 + 2)}{(x_1 + 2)(x_2 + 2)} = \frac{3(x_1 + x_2) + 12}{x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4}$

$= \frac{3.19 + 12}{-5 + 2.19 + 4} = \frac{69}{37}$.

5. Gọi x (m), y (m) lần lượt là chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn ($x > 0$, $y > 0$).

Theo đề, ta có: $x + y = 58$ và $x . y = 805$.

Vậy x và y là hai nghiệm của phương trình $X^2 - 58X + 805 = 0$.

Giải phương trình, ta được $X_1 = 35$, $X_2 = 23$.

Vậy chiều dài của mảnh vườn là 35 m, chiều rộng của mảnh vườn là 23 m.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 6

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

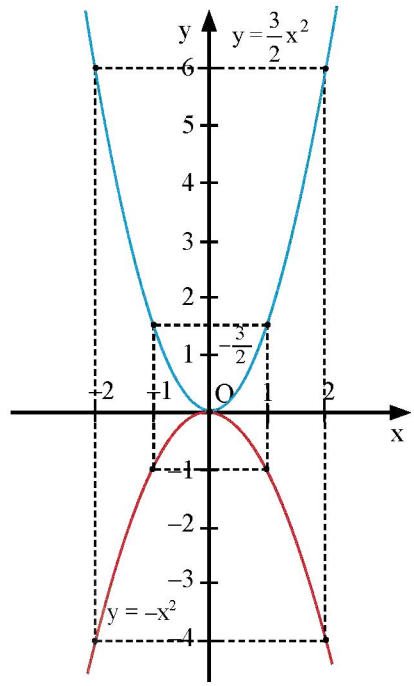
1. D **2.** B **3.** C **4.** D **5.** D **6.** D **7.** C **8.** B

BÀI TẬP TỰ LUẬN

9. Bảng giá trị:

x	–2	–1	0	1	2
$y = \frac{3}{2}x^2$	6	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	6
$y = -x^2$	–4	–1	0	–1	–4

Đồ thị của hai hàm số như hình bên.



10. a) Thay toạ độ của điểm M(2; 2) vào $y = ax^2$ ta tính được $a = \frac{1}{2}$.

b) Ta có $y = \frac{1}{2}x^2$. HS tự vẽ đồ thị.

c) Khi y = 8 thì $\frac{1}{2}x^2 = 8$, suy ra x = 4 hoặc x = –4. Vậy tìm được hai điểm thuộc đồ thị có tung độ y = 8 là (–4; 8) và (4; 8).

11. a) $x_1 = 0, x_2 = 12$;

b) $x_1 = 1, x_2 = -\frac{38}{13}$.

c) $x_1 = x_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$;

d) $x_1 = 4, x_2 = -4$.

12. a) Phương trình $14x^2 - 13x - 27 = 0$ có a – b + c = 14 – (–13) + (–27) = 0.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a} = \frac{27}{14}$.

b) Phương trình $5{,}4x^2 + 8x + 2{,}6 = 0$ có a – b + c = 5,4 – 8 + 2,6 = 0.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{13}{27}$.

c) Phương trình $\frac{2}{3}x^2 + 2x - \frac{8}{3} = 0$ có $a + b + c = \frac{2}{3} + 2 + \left(-\frac{8}{3}\right) = 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x_1 = 1,\ x_2 = \frac{c}{a} = -4$.

d) Phương trình $3x^2 - (3+\sqrt{5})x + \sqrt{5} = 0$ có $a + b + c = 3 + [-(3+\sqrt{5})] + \sqrt{5} = 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x_1 = 1,\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

13. a) $u + v = -2$, $uv = -35$.

u và v là hai nghiệm của phương trình $x^2 + 2x - 35 = 0$.

Giải phương trình, ta được $x_1 = 5$, $x_2 = -7$. Vậy $u = 5$, $v = -7$ hay $u = -7$, $v = 5$.

b) $u + v = 8$, $uv = -105$.

u và v là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 8x - 105 = 0$.

Giải phương trình, ta được $x_1 = 15$, $x_2 = -7$. Vậy $u = 15$, $v = -7$ hay $u = -7$, $v = 15$.

14. Phương trình $2x^2 - 7x + 6 = 0$ có $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 1 > 0$ nên nó có hai nghiệm phân biệt.

Theo định lí Viète, ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{7}{2}$; $x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = 3$.

Ta có: $A = (x_1 + 2x_2)(x_2 + 2x_1) - x_1^2x_2^2 = x_1x_2 + 2x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_1x_2 - x_1^2x_2^2$

$= 2(x_1 + x_2)^2 + x_1x_2 - x_1^2x_2^2 = 2.\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 3 - 3^2 = \frac{37}{2}$.

15. Gọi x (km/h) là tốc độ của xe đạp khi đi từ A đến B ($x > 0$).

Tốc độ khi từ B trở về A là $x + 4$ (km/h).

Thời gian khi đi từ A đến B là $\frac{24}{x}$ (giờ).

Thời gian khi từ B trở về A là $\frac{24}{x+4}$ (giờ).

Thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x+4} = \frac{1}{2}.$$

Biến đổi phương trình trên, ta được: $x^2 + 4x - 192 = 0$.

Giải phương trình, ta được $x_1 = 12$ (thoả mãn), $x_2 = -16$ (loại).

Vậy tốc độ của xe đạp khi đi từ A đến B là 12 km/h.

16. Gọi x (tấn) là số tấn than mỗi ngày đội thợ phải khai thác theo kế hoạch ($x > 0$).

Thời gian khai thác dự định là $\frac{216}{x}$ (ngày).

Số tấn than ba ngày đầu khai thác được là 3x (tấn).

Sau ba ngày đầu, mỗi ngày khai thác vượt mức 8 tấn. Do đó sau ba ngày đầu, số tấn than đội khai thác được mỗi ngày là x + 8 (tấn).

Đội khai thác được 232 tấn nên thời gian khai thác thực tế là $\frac{232-3x}{x+8}+3$ (ngày).

Do thời gian thực tế xong trước thời gian dự định 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{216}{x}-1=\frac{232-3x}{x+8}+3.$$

Biến đổi phương trình trên, ta được: $x^2 + 48x - 1\,728 = 0$.

Giải phương trình, ta được $x_1 = 24$ (thoả mãn), $x_2 = -72$ (loại).

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày đội phải khai thác 24 tấn than.

17. Gọi x (g/cm^3) là khối lượng riêng của miếng kim loại thứ nhất (x > 9).

Khối lượng riêng của miếng kim loại thứ hai là x – 9 (g/cm^3).

Thể tích của miếng kim loại thứ nhất là $\frac{585}{x}$ (cm^3).

Thể tích của miếng kim loại thứ hai là $\frac{420}{x-9}$ (cm^3).

Thể tích của miếng kim loại thứ nhất nhỏ hơn thể tích của miếng kim loại thứ hai 10 cm^3 nên có phương trình:

$$\frac{420}{x-9}-\frac{585}{x}=10.$$

Biến đổi phương trình trên, ta được: $10x^2 + 74x - 5\,265 = 0$.

Giải phương trình, ta được $x_1 \approx 19{,}54$ (thoả mãn), $x_2 \approx -26{,}94$ (loại).

Vậy khối lượng riêng của miếng kim loại thứ nhất là khoảng 19,54 g/cm^3, khối lượng riêng của miếng kim loại thứ hai là khoảng 10,54 g/cm^3.

18. Gọi x (kg) là khối lượng dung dịch I ($0 < x < 220$).

Khối lượng dung dịch II là 220 – x (kg).

Nồng độ muối trong dung dịch I là $\frac{5}{x}$.

Nồng độ muối trong dung dịch II là $\frac{4,8}{220-x}$.

Ta có phương trình: $\frac{5}{x}-\frac{4,8}{220-x}=\frac{1}{100}$.

Biến đổi phương trình trên, ta được: $x^2 - 1\,200x + 110\,000 = 0$.

Giải phương trình, ta được $x_1 = 1\,100$ (loại), $x_2 = 100$ (thoả mãn).

Vậy khối lượng dung dịch I là 100 kg, khối lượng dung dịch II là 120 kg.

Phần MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

Chương 7 MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực chuyên môn

Thu thập và tổ chức dữ liệu

– Lí giải và thiết lập được dữ liệu vào bảng, biểu đồ thích hợp ở dạng: bảng thống kê; biểu đồ tranh; biểu đồ dạng cột/cột kép (column chart), biểu đồ hình quạt tròn (pie chart); biểu đồ đoạn thẳng (line graph).

– Phát hiện và lí giải được số liệu không chính xác dựa trên mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn trong những ví dụ đơn giản.

– Lí giải và thực hiện được cách chuyển dữ liệu từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.

Phân tích và xử lí dữ liệu

– Xác định được tần số (frequency) của một giá trị.

– Thiết lập được bảng tần số, biểu đồ tần số (biểu diễn các giá trị và tần số của chúng ở dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng).

– Giải thích được ý nghĩa và vai trò của tần số trong thực tiễn.

– Xác định được tần số tương đối (relative frequency) của một giá trị.

– Thiết lập được bảng tần số tương đối, biểu đồ tần số tương đối (biểu diễn các giá trị và tần số tương đối của chúng ở dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ hình quạt tròn).

– Giải thích được ý nghĩa và vai trò của tần số tương đối trong thực tiễn.

– Thiết lập được bảng tần số ghép nhóm, bảng tần số tương đối ghép nhóm.

– Thiết lập được biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm (histogram) (ở dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng).

– Nhận biết được mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức của các môn học khác trong Chương trình lớp 9 và trong thực tiễn.

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

– Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán thể hiện qua việc sử dụng bảng, biểu đồ, máy tính cầm tay.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

Bài 1. Bảng tần số và biểu đồ tần số

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Xác định được tần số của một giá trị.

– Thiết lập được bảng tần số, biểu đồ tần số (biểu diễn các giá trị và tần số của chúng ở dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng).

– Giải thích được ý nghĩa và vai trò của tần số trong thực tiễn.

– Lí giải và thiết lập được dữ liệu vào bảng, biểu đồ thích hợp ở dạng: bảng thống kê; biểu đồ cột; biểu đồ đoạn thẳng.

– Lí giải và thực hiện được cách chuyển dữ liệu từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

1. Bảng tần số giúp cho việc trình bày, lưu trữ và xử lý số liệu được thuận tiện hơn.

2. SGK đưa thêm khái niệm "cỡ mẫu" so với Chương trình 2018. Việc đưa thêm khái niệm này giúp cho việc xác định tần số tương đối được dễ dàng hơn.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Bạn Châu ghi lại điểm bài kiểm tra, đánh giá định kì môn Toán của một số bạn học sinh khối 9 như sau:

6	9	9	8	10
8	8	6	9	7
8	8	6	10	9
7	6	9	10	9
7	7	7	9	10
10	7	8	8	7



Có thể thu gọn bảng số liệu trên được không?

– Mục đích của ***HĐKĐ***: Đưa HS vào một tình huống có vấn đề từ đó nảy sinh ra nhu cầu xây dựng bảng tần số cho mẫu số liệu.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV đặt câu hỏi, HS thảo luận theo nhóm để tìm phương án giải quyết và trình bày ngắn gọn trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: Có thể thu gọn bảng số liệu bằng cách chỉ ra mỗi điểm số xuất hiện bao nhiêu lần.

1. Tần số và bảng tần số

HĐKP 1

1 Hãy thực hiện kiểm đếm và hoàn thành bảng bên từ số liệu mà bạn Châu thu thập được ở .

Điểm số	Kiểm đếm	Số học sinh
6	||||	?
7	𝍸 ||	?
8	?	?
9	?	?
10	?	?

– Mục đích của ***HĐKP 1***: HS trải nghiệm việc rút gọn bảng số liệu ban đầu thông qua kiểm đếm.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV đặt yêu cầu, HS làm việc nhóm để kiểm đếm và trình bày kết quả.

Hướng dẫn – Đáp án: Dựa vào bảng số liệu ở , kiểm đếm và hoàn thành bảng thống kê.

Thực hành 1. Số cuộc gọi đến một tổng đài hỗ trợ khách hàng mỗi ngày trong tháng 4/2022 được ghi lại như sau:

4	2	6	3	6	3	2	5	4	2	5	4	3	3	3
3	5	4	4	3	4	6	5	3	6	3	5	3	5	5

a) Xác định cỡ mẫu.

b) Lập bảng tần số cho mẫu số liệu trên.

c) Có bao nhiêu giá trị có tần số lớn hơn 4?

– Mục đích của Thực hành 1: HS củng cố khái niệm "tần số", "cỡ mẫu", kĩ năng "lập bảng tần số". HS thực hành lấy thông tin từ bảng tần số.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: GV nêu vấn đề, HS làm việc cá nhân để giải quyết vấn đề.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Cỡ mẫu: 30.

b) Bảng tần số:

Số cuộc gọi	2	3	4	5	6
Tần số	3	10	6	7	4

c) Có 3 giá trị có tần số lớn hơn 4.

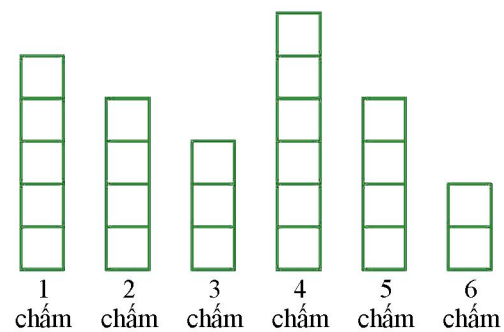
2. Biểu đồ tần số

HĐKP 2



Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất 24 lần. Sau mỗi lần gieo, vẽ thêm một ô vuông lên trên cột ghi kết quả tương ứng như hình bên.

Độ cao của mỗi cột cho ta biết thông tin gì về kết quả của 24 lần gieo?



– Mục đích của ***HĐKP 2***: HS trải nghiệm dựng biểu đồ tần số dạng cột.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV nêu vấn đề, HS làm việc nhóm: gieo xúc xắc, ghi lại kết quả, vẽ ô vuông trên các cột. Các nhóm trình bày, sau đó nhận xét, so sánh kết quả.

Hướng dẫn – Đáp án: Độ cao mỗi cột cho ta biết số lần mỗi mặt xuất hiện.

Thực hành 2. Bác An thống kê lại số cuộc gọi điện thoại mà mình thực hiện mỗi ngày trong tháng 7 ở bảng tần số như sau:

Số cuộc gọi	5	6	7	8	9
Tần số (số ngày)	2	5	9	11	4

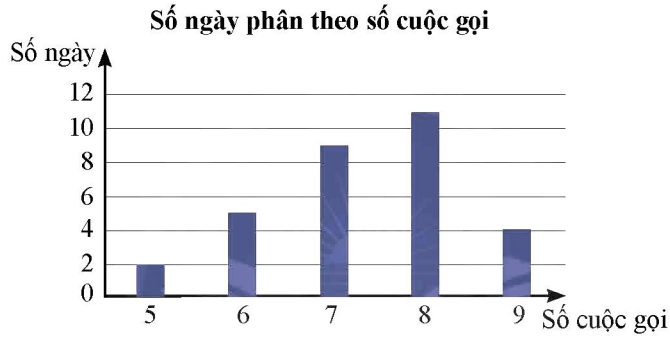
Hãy vẽ biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn mẫu số liệu trên.

– Mục đích của Thực hành 2: HS củng cố kĩ năng vẽ biểu đồ tần số từ bảng tần số cho trước.

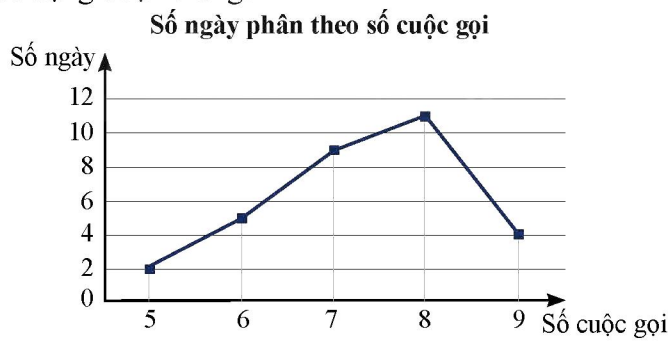
– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: GV nêu vấn đề, HS làm việc cá nhân, GV kiểm tra, nhận xét.

Hướng dẫn – Đáp án:

Biểu đồ tần số dạng cột:



Biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng:



Vận dụng. Một địa phương cho trẻ em từ 12 tháng tuổi trở lên tiêm vắc xin phòng viêm não Nhật Bản. Bảng sau thống kê số mũi vắc xin phòng viêm não Nhật Bản mà 50 trẻ em từ 12 đến 24 tháng tuổi tại địa phương này đã tiêm:

Số mũi tiêm	0	1	2	3
Số trẻ	4	?	26	8

a) Hoàn thành bảng tần số trên.

b) Trẻ em từ 12 đến 24 tháng tuổi cần hoàn thành 3 mũi tiêm cơ bản của vắc xin phòng viêm não Nhật Bản. Hỏi có bao nhiêu trẻ em đã được thống kê ở trên cần phải hoàn thành lộ trình tiêm vắc xin này?

c) Hãy vẽ biểu đồ cột biểu diễn mẫu số liệu trên.

– Mục đích của Vận dụng: HS củng cố kĩ năng hoàn thành bảng tần số, thu thập số liệu từ bảng tần số và vẽ biểu đồ tần số dạng cột.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng: GV nêu vấn đề, HS làm việc cá nhân, GV kiểm tra, nhận xét.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Số trẻ em tiêm đúng 1 mũi là: 50 – (4 + 26 + 8) = 12 (trẻ em).

Bảng tần số:

Số mũi tiêm	0	1	2	3
Số trẻ	4	12	26	8

b) Số trẻ cần phải hoàn thành lộ trình tiêm vắc xin là: 4 + 12 + 26 = 42 (trẻ em).

c) Biểu đồ tần số dạng cột:



IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. a) Các y tá của phòng khám có thời gian công tác (tính theo năm) nhận những giá trị là: 1; 2; 3; 4; 5; 6 và 7 năm. Tần số của các giá trị này lần lượt là: 6; 5; 5; 7; 9; 5; 2.

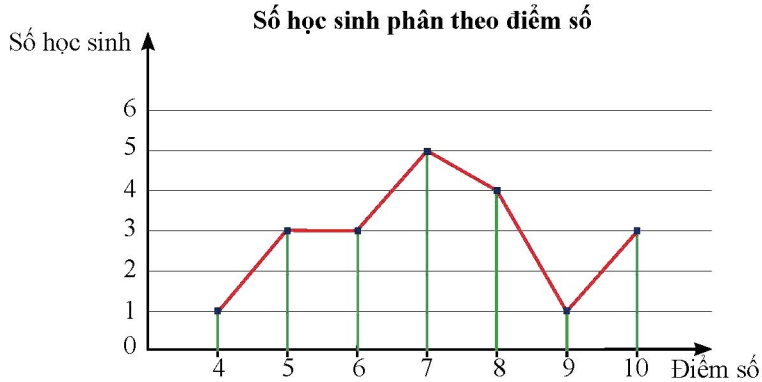
b) Phòng khám có tổng số y tá là: 6 + 5 + 5 + 7 + 9 + 5 + 2 = 39 (y tá).

c) Số y tá đã công tác ở phòng khám ít nhất 3 năm là: 5 + 7 + 9 + 5 + 2 = 28 (y tá).

2. a) Bảng tần số theo điểm số của học sinh:

Điểm thi	4	5	6	7	8	9	10
Tần số	1	3	3	5	4	1	3

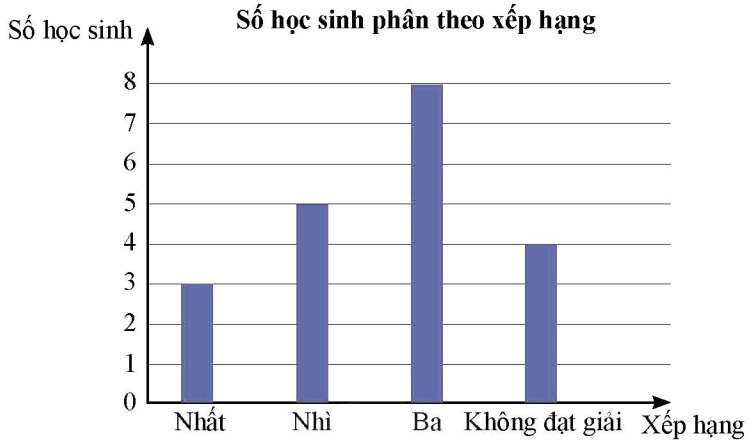
Như vậy, ta có biểu đồ đoạn thẳng tương ứng:



b) Bảng tần số theo xếp hạng của học sinh:

Xếp hạng	Nhất	Nhì	Ba	Không đạt giải
Tần số	3	5	8	4

Như vậy, ta có biểu đồ cột tương ứng:



Bài 2. Bảng tần số tương đối và biểu đồ tần số tương đối

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Xác định được tần số tương đối của một giá trị.

– Thiết lập được bảng tần số tương đối, biểu đồ tần số tương đối (biểu diễn các giá trị và tần số tương đối của chúng ở dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ hình quạt tròn).

– Giải thích được ý nghĩa và vai trò của tần số tương đối trong thực tiễn.

– Lí giải và thiết lập được dữ liệu vào bảng, biểu đồ thích hợp ở dạng: bảng thống kê; biểu đồ tranh; biểu đồ dạng cột; biểu đồ hình quạt tròn.

– Lí giải và thực hiện được cách chuyển dữ liệu từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.

– Phát hiện và lí giải được số liệu không chính xác dựa trên mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn trong những ví dụ đơn giản.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

GV nên nhắc lại cho HS phương pháp xác định tỉ lệ và tỉ lệ phần trăm.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Tại một trại hè thanh thiếu niên quốc tế, người ta tìm hiểu xem mỗi đại biểu tham dự có thể sử dụng được bao nhiêu ngoại ngữ. Kết quả được biểu diễn như bảng sau.

Số ngoại ngữ	1	2	3	4	≥ 5
Số đại biểu	84	64	24	16	12

Hãy tính tỉ lệ phần trăm đại biểu sử dụng được ít nhất hai ngoại ngữ.



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Nhắc lại khái niệm tỉ lệ phần trăm.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV yêu cầu HS nhắc lại công thức tính tỉ lệ phần trăm. HS áp dụng để tính và so sánh đáp số với bạn.

Hướng dẫn – Đáp án: Tỉ lệ phần trăm của số đại biểu sử dụng được 2; 3; 4 và ít nhất 5 ngoại ngữ lần lượt là: 32%; 12%; 8% và 6%.

1. Bảng tần số tương đối

HĐKP 1

1 Điều tra về "Loại nhạc cụ bạn muốn chơi nhất" đối với các bạn trong lớp, bạn Dương thu được ý kiến trả lời và ghi lại như dưới đây:

Đàn piano	Trống	Đàn bầu	Đàn piano	Đàn guitar
Đàn guitar	Sáo	Đàn guitar	Đàn guitar	Đàn piano
Sáo	Đàn piano	Sáo	Kèn harmonica	Đàn violin
Trống	Đàn guitar	Đàn bầu	Đàn piano	Đàn piano
Đàn violin	Đàn piano	Đàn violin	Sáo	Trống
Kèn harmonica	Đàn violin	Đàn piano	Đàn piano	Đàn guitar

a) Có bao nhiêu loại nhạc cụ được các bạn nêu ra?

b) Hãy xác định tỉ lệ phần trăm học sinh chọn mỗi loại nhạc cụ.

– Mục đích của ***HĐKP 1***: HS củng cố phương pháp tìm tỉ lệ phần trăm của các giá trị từ bảng số liệu ban đầu. Đây là tiền đề để HS làm quen với khái niệm "tần số tương đối".

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV nêu vấn đề, HS làm việc nhóm để thực hiện nhiệm vụ.

Thực hành 1. Trong bảng số liệu sau có một số liệu không chính xác. Hãy tìm số liệu đó và sửa lại cho đúng.

Tần số	4	9	7	5
Tần số tương đối	16%	46%	28%	20%

– Mục đích của Thực hành 1: HS vận dụng tính chất của bảng tần số tương đối để kiểm tra tính hợp lí của số liệu.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: GV nêu vấn đề, HS làm việc cá nhân.

Hướng dẫn – Đáp án: Vì 16% + 46% + 28% + 20% = 110% > 100% nên một trong các số liệu về tần số tương đối không chính xác. Do chỉ có một số liệu không chính xác nên các tần số là chính xác. Tính lại các tần số tương đối theo tần số đã có ở trên thì số liệu 46% là sai. Số liệu đúng phải là 36%.

Vận dụng 1.

a) Hãy lập bảng tần số tương đối cho bài toán ở  (trang 31).

b) Tại trại hè thanh thiếu niên quốc tế tổ chức 1 năm trước đó, có 54 trong tổng số 220 đại biểu tham dự có thể sử dụng được từ 3 ngoại ngữ trở lên. Có ý kiến cho rằng: "Tỉ lệ đại biểu sử dụng được từ 3 ngoại ngữ trở lên có tăng giữa hai năm đó". Ý kiến đó đúng hay sai? Giải thích.

– Mục đích của Vận dụng 1: HS củng cố kĩ năng lập bảng tần số tương đối. HS vận dụng tần số tương đối để giải quyết vấn đề thực tiễn.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: GV nêu vấn đề, HS làm việc cá nhân.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Bảng tần số tương đối:

Số ngoại ngữ	1	2	3	4	≥ 5
Tần số tương đối	42%	32%	12%	8%	6%

b) Tỉ lệ đại biểu sử dụng được từ 3 ngoại ngữ trở lên ở trại hè năm trước là:

$\frac{54}{220}.100\% \approx 24{,}55\%$.

Tỉ lệ đại biểu sử dụng được từ 3 ngoại ngữ trở lên ở trại hè năm nay là:

12% + 8% + 6% = 26%.

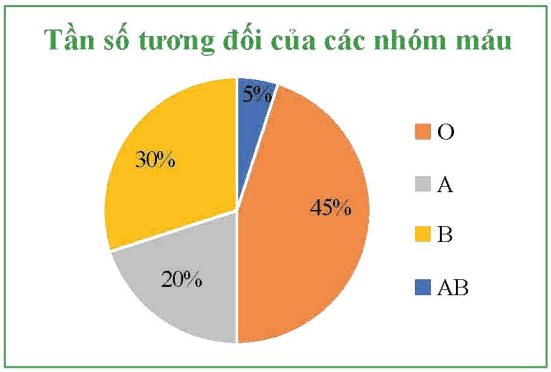
Vậy ý kiến cho rằng "Tỉ lệ đại biểu sử dụng được từ 3 ngoại ngữ trở lên có tăng giữa hai năm đó" là đúng.

2. Biểu đồ tần số tương đối

HĐKP 2

Khảo sát ngẫu nhiên 200 người về nhóm máu của họ. Kết quả thu được thể hiện ở biểu đồ hình quạt tròn như hình bên.

Hãy cho biết nhóm máu nào phổ biến nhất, nhóm máu nào hiếm nhất.



– Mục đích của ***HĐKP 2***: HS làm quen với biểu đồ tần số tương đối.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV nêu vấn đề, HS thảo luận nhóm để giải quyết vấn đề.

Hướng dẫn – Đáp án: Nhóm máu O phổ biến nhất, nhóm máu AB hiếm nhất.

Thực hành 2. Bạn Mai phỏng vấn một số bạn học sinh cùng trường về màu mực mỗi bạn yêu thích nhất. Kết quả được cho ở bảng sau:

Màu mực	Xanh đen	Đen	Tím đậm	Tím hồng
Tần số	18	6	16	10

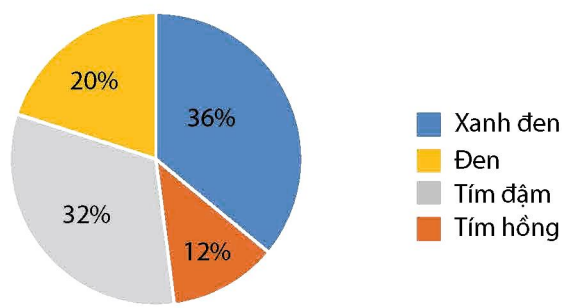
Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng hình quạt tròn để biểu diễn mẫu số liệu điều tra của bạn Mai.

– Mục đích của Thực hành 2: HS củng cố kĩ năng vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng hình quạt tròn.

– Gợi ý tổ chức Thực hành: GV nêu vấn đề, HS làm việc cá nhân.

Hướng dẫn – Đáp án:

Tần số tương đối của số học sinh phân theo màu mực yêu thích



Vận dụng 2. Một cửa hàng thống kê lại số điện thoại di động bán được trong tháng 4/2022 và tháng 4/2023 ở bảng sau:

Thương hiệu	A	B	C	D	Các thương hiệu khác
Tháng 4/2022	54	48	32	96	20
Tháng 4/2023	60	56	60	120	24

a) Hãy lựa chọn và vẽ biểu đồ phù hợp để thấy được xu thế thay đổi lựa chọn thương hiệu điện thoại giữa hai đợt thống kê.

b) Hãy cho biết trong các thương hiệu điện thoại A, B, C, D, thương hiệu nào tăng trưởng cao nhất, thương hiệu nào tăng trưởng thấp nhất.

– Mục đích của Vận dụng 2: HS củng cố kĩ năng lựa chọn biểu đồ để biểu diễn dữ liệu.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: GV nêu vấn đề, HS làm việc cá nhân.

Lưu ý: Có nhiều cách khác nhau để đánh giá sự tăng trưởng.

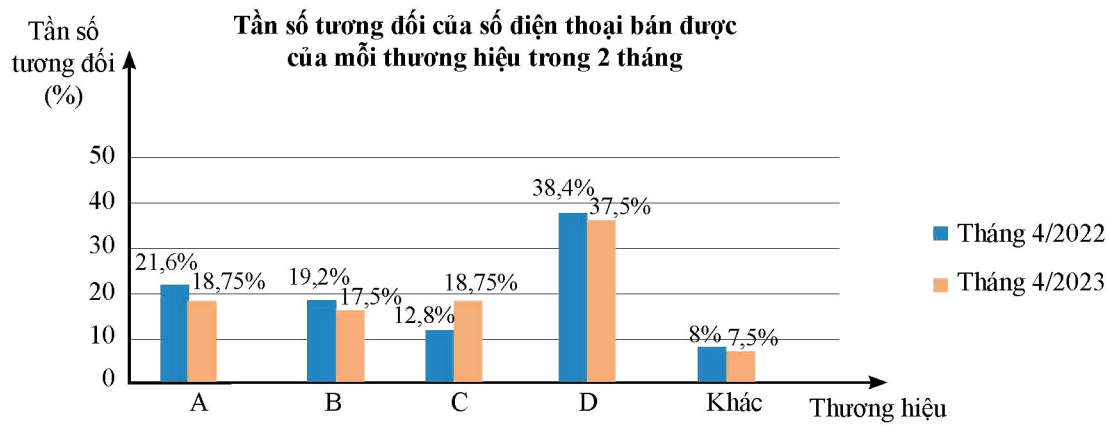
Hướng dẫn – Đáp án:

a) Do ta cần so sánh số lượng điện thoại bán được trong hai tháng giữa bốn thương hiệu điện thoại nên biểu đồ tần số tương đối dạng cột kép là phù hợp.

Bảng tần số tương đối:

Thương hiệu	A	B	C	D	Các thương hiệu khác
Tháng 4/2022	21,6%	19,2%	12,8%	38,4%	8%
Tháng 4/2023	18,75%	17,5%	18,75%	37,5%	7,5%

Biểu đồ tần số tương đối dạng cột kép:



b) Nếu so sánh sự tăng trưởng theo tần số tương đối thì thương hiệu điện thoại C tăng trưởng cao nhất (5,95%), thương hiệu A tăng trưởng thấp nhất (–2,85%).

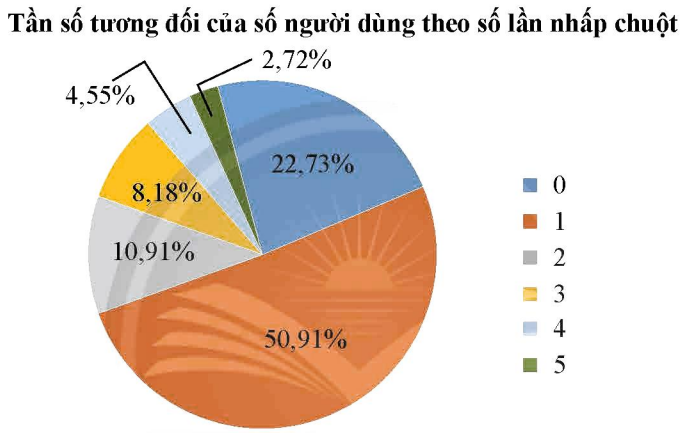
Tỉ lệ phần trăm số điện thoại bán được vào tháng 4/2023 so với cùng kì năm 2022 của các thương hiệu A, B, C, D lần lượt là 111,1%, 116,7%, 187,5% và 125%. Vậy nếu so sánh sự tăng trưởng theo tỉ lệ phần trăm số điện thoại bán được vào tháng 4/2023 so với cùng kì năm 2022 thì thương hiệu C tăng trưởng cao nhất (tăng 87,5%), thương hiệu A tăng trưởng thấp nhất (tăng 11,1%).

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. a) Ta có bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu như sau:

Số lượt nháy chuột	0	1	2	3	4	5
Tần số tương đối	22,73%	50,91%	10,91%	8,18%	4,55%	2,72%

b) Như vậy, ta có biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn mẫu số liệu như sau:



2. a) Quan sát biểu đồ hình quạt tròn, ta có thể thấy ngôn ngữ lập trình Python được sử dụng phổ biến nhất khi viết 200 phần mềm đó.

b) Bảng tần số:

Ngôn ngữ lập trình	**Tần số**
Python	68
JavaScript	58
Java	36
C++	24
Các ngôn ngữ khác	14

3. a) Chỉ số CSAT của cửa hàng A là:

$$\frac{9+25}{2+4+2+9+25}\cdot 100\% \approx 80,95\%.$$

b) Bảng tần số tương đối về mức độ hài lòng của người dùng dành cho mỗi cửa hàng A và B như sau:

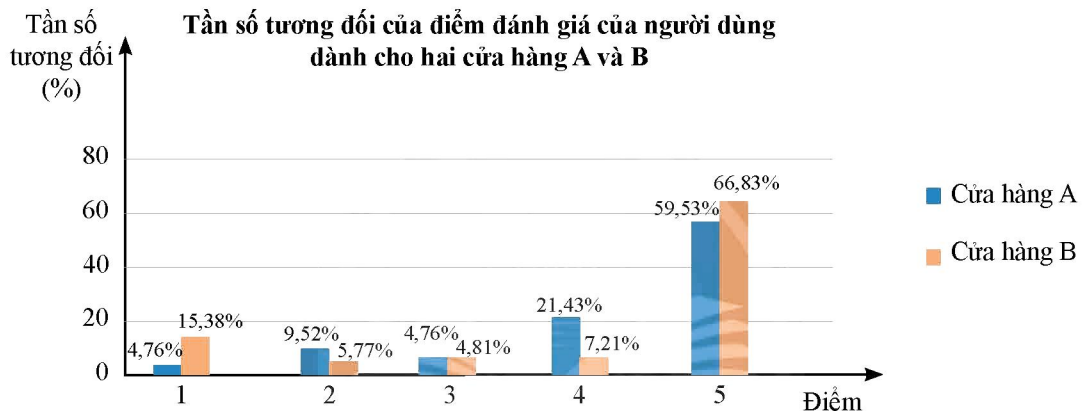
Cửa hàng A

Điểm	1	2	3	4	5
Tần số tương đối	4,76%	9,52%	4,76%	21,43%	59,53%

Cửa hàng B

Điểm	1	2	3	4	5
Tần số tương đối	15,38%	5,77%	4,81%	7,21%	66,83%

Ta lựa chọn biểu đồ cột kép để so sánh mức độ hài lòng của người dùng dành cho mỗi cửa hàng A và B.



Do số lượng người đánh giá dành cho mỗi cửa hàng A, B là khác nhau nên ta không nên dựa vào số lượng người đánh giá để so sánh mà nên dựa vào tần số tương đối của từng điểm đánh giá ở từng cửa hàng.

Tần số tương đối người dùng đánh giá từ 4 điểm trở lên dành cho cửa hàng A là

$59,53\% + 21,43\% = 80,96\%$.

Tần số tương đối người dùng đánh giá từ 4 điểm trở lên dành cho cửa hàng B là

$66,83\% + 7,21\% = 74,04\%$.

Vì $80,96\% > 74,04\%$ nên chưa thể kết luận là cửa hàng B được yêu thích hơn cửa hàng A.

4. Vì $24\% + 34\% + 24\% + 18\% = 100\%$ nên các số liệu tần số tương đối không thể sai (nếu sai thì phải có ít nhất 2 số liệu không chính xác, điều này mâu thuẫn với thông tin chỉ có 1 số liệu không chính xác). Do đó trong các số liệu tần số có một số liệu không chính xác.

Ta có $\frac{12}{24} = \frac{17}{34} = \frac{9}{18} \neq \frac{15}{24}$ nên giá trị không chính xác là 15. Giá trị đúng phải là 12.

Bài 3. Biểu diễn số liệu ghép nhóm

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Thiết lập được bảng tần số ghép nhóm, bảng tần số tương đối ghép nhóm.

– Thiết lập được biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và dạng biểu đồ đoạn thẳng.

– Lí giải và thiết lập được dữ liệu vào bảng thích hợp.

– Lí giải và thực hiện được cách chuyển dữ liệu từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.

– Nhận biết được mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức của các môn học khác trong Chương trình lớp 9 và trong thực tiễn.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

Khi phân nhóm dữ liệu, thống nhất viết các nhóm ở dạng $a \le X < b$ hay $[a; b)$.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ



Sau một khoá tập huấn, học viên được xếp loại A, B, C, D theo điểm kiểm tra mà mỗi người đạt được như sau:

Điểm kiểm tra (X)	$0 \le X < 2,5$	$2,5 \le X < 5$	$5 \le X < 7,5$	$7,5 \le X < 10$
Xếp loại	D	C	B	A

Điểm kiểm tra của các học viên được ghi lại ở bảng sau đây:

6,5	1,4	3,5	6,8	9,2	7,6	7,8	9,3	5,6	9,5
8,3	8,2	6,3	9,1	7,2	4,7	7	7,4	9,1	9,9
8,5	7,5	6,7	1,7	9	8,7	7,2	3,2	8,1	6,4

Hỏi có bao nhiêu học viên được xếp loại A?

– Mục đích của ***HĐKĐ***: HS làm quen với việc phân nhóm dữ liệu.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV nêu vấn đề, HS thảo luận để giải quyết.

Hướng dẫn – Đáp án: Có 15 học viên được xếp loại A.

1. Bảng tần số ghép nhóm

HĐKP 1

1 Bác Mai cân các quả dưa trong cửa hàng và ghi lại cân nặng (đơn vị: kg) của từng quả như sau:

4,4	5,1	4,3	4,2	5,1
5,6	4,1	4,8	5,1	4,6
5,6	4,0	4,7	4,1	5,6
5,4	4,3	5,7	4,1	4,9



Để thuận tiện cho việc kinh doanh, bác Mai chia dưa thành 4 nhóm theo cân nặng (kí hiệu là X):

$4 \le X < 4,5$; $4,5 \le X < 5$; $5 \le X < 5,5$; $5,5 \le X < 6$.

Hãy hoàn thành bảng số liệu sau:

Cân nặng (X) (kg)	$4 \le X < 4,5$	$4,5 \le X < 5$	$5 \le X < 5,5$	$5,5 \le X < 6$
Số quả dưa	8	?	?	?

– Mục đích của ***HĐKP 1***: HS thực hiện kiểm điếm, phân nhóm dữ liệu.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV nêu vấn đề, HS làm việc nhóm để giải quyết vấn đề.

Hướng dẫn – Đáp án:

Cân nặng (X) (kg)	$4 \le X < 4,5$	$4,5 \le X < 5$	$5 \le X < 5,5$	$5,5 \le X < 6$
Số quả dưa	8	4	4	4

Thực hành 1. Bảng sau ghi lại thời gian một bác sĩ khám cho một số bệnh nhân (đơn vị: phút):

10,0	7,7	9,4	9,1	6,7	5,9	6,7	11,7	6,9	5,4
6,0	5,8	8,7	6,4	5,3	12,3	7,4	9,1	11,8	6,5

a) Hãy chia số liệu thành 5 nhóm, với nhóm thứ nhất là các bệnh nhân có thời gian khám từ 5 phút đến dưới 6,5 phút và lập bảng tần số ghép nhóm.

b) Xác định nhóm có tần số cao nhất và nhóm có tần số thấp nhất.

– Mục đích của Thực hành 1: Củng cố kĩ năng lập bảng số liệu ghép nhóm.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: GV nêu vấn đề, HS làm việc các nhân.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Do các nhóm có độ rộng bằng nhau nên các nhóm số liệu là [5; 6,5), [6,5; 8), [8; 9,5); [9,5; 11), [11; 12,5).

Bảng tần số ghép nhóm:

Thời gian khám (phút)	[5; 6,5)	[6,5; 8)	[8; 9,5)	[9,5; 11)	[11; 12,5)
Tần số	6	6	4	1	3

b) Các nhóm có tần số cao nhất là [5; 6,5), [6,5; 8); nhóm có tần số thấp nhất là [9,5; 11).

2. Bảng tần số tương đối ghép nhóm

HĐKP 2



Bác Quảng ghi lại thời gian truy cập Internet của mình mỗi ngày (đơn vị: giờ) trong vòng 1 tháng như sau:

1,2	3,2	2,4	2,7	0,5	2,6	4,8	2,4	4,2	2,4
3,7	2,3	3,5	4,9	0,4	0,6	1,5	4,6	1,7	3,4
3,9	2,1	3,4	2,7	1,5	1,8	2,9	3,5	3,9	1,6

Bác Quảng đánh giá mức độ sử dụng Internet mỗi ngày của mình theo bảng tiêu chí sau:

Thời gian (giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)	[4; 5)
Mức độ	Rất ít	Ít	Bình thường	Nhiều	Rất nhiều

Hãy xác định tỉ lệ các ngày trong tháng bác Quảng truy cập Internet ở mức độ "Rất nhiều".

– Mục đích của ***HĐKP 2***: HS làm quen với việc tính tần số tương đối của nhóm số liệu.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV nêu vấn đề, HS làm việc nhóm để giải quyết vấn đề.

Hướng dẫn – Đáp án:

Số ngày trong tháng là 30.

Số ngày bác Quảng truy cập Internet ở mức độ "Rất nhiều" là 4.

Tỉ lệ các ngày bác Quảng truy cập Internet ở mức độ "Rất nhiều" là $\frac{4}{30}\cdot 100\% \approx 13,3\%$

Thực hành 2. Cô Loan ghi lại chiều cao (đơn vị: cm) của các cây bạch đàn giống vừa được chuyển đến nông trường ở bảng sau:

16,4	19	29,6	18,3	21,8	20,6	22,2	27,1	23,3	19,5
21,2	15,9	28,6	18	29,8	27,2	18,1	28,4	18,8	23,5
29,2	23,8	29,6	25	24,4	15,4	23,8	16	17,2	23,5
23,2	17	17,8	19,8	16,8	18,4	21,9	24,3	27,3	21

Hãy chia dữ liệu trên thành 5 nhóm, với nhóm đầu tiên gồm các cây có chiều cao từ 15 cm đến dưới 18 cm và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm tương ứng.

– Mục đích của Thực hành 2: HS củng cố kĩ năng phân nhóm dữ liệu và tính tần số tương đối của mỗi nhóm.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: GV nêu vấn đề, HS làm việc cá nhân.

Hướng dẫn – Đáp án:

Các nhóm số liệu lần lượt là [15; 18), [18; 21), [21; 24), [24; 27), [27; 30). Tần số của các nhóm lần lượt là 8; 9; 11; 3; 9.

Bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Nhóm	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)
Tần số tương đối	20,0%	22,5%	27,5%	7,5%	22,5%

Vận dụng 1. Bác Minh thống kê chiều cao của một số cây bạch đàn 5 năm tuổi ở một lâm trường vào bảng dưới đây (đơn vị: mét). Do sơ suất nên bác Minh ghi thiếu một số số liệu. Hãy giúp bác Minh hoàn thành bảng thống kê.

Chiều cao (m)	[7; 8)	?	[?; 10)
Tần số	?	24	8
Tần số tương đối	?	30%	?

– Mục đích của Vận dụng 1: HS vận dụng kiến thức về bảng tần số ghép nhóm – tần số tương đối ghép nhóm để tìm số liệu còn thiếu.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: GV nêu vấn đề, HS làm việc cá nhân.

Hướng dẫn – Đáp án:

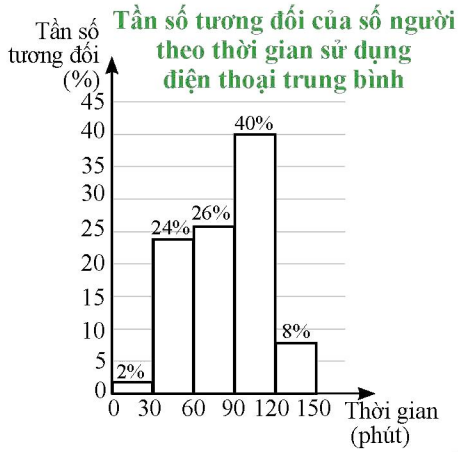
Chiều cao (m)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Tần số	48	24	8
Tần số tương đối	60%	30%	10%

3. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm

HĐKP 3

Khảo sát ngẫu nhiên 150 người về thời gian sử dụng điện thoại di động trung bình mỗi ngày của họ (đơn vị: phút). Kết quả được thể hiện ở biểu đồ bên.

Hãy chỉ ra khoảng thời gian sử dụng điện thoại di động phổ biến nhất. Xác định số người được hỏi có thời gian sử dụng điện thoại thuộc khoảng đó?



– Mục đích của ***HĐKP 3***: HS làm quen với việc đọc biểu đồ tỉ lệ của nhóm.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***: GV nêu vấn đề, HS thảo luận để tìm câu trả lời.

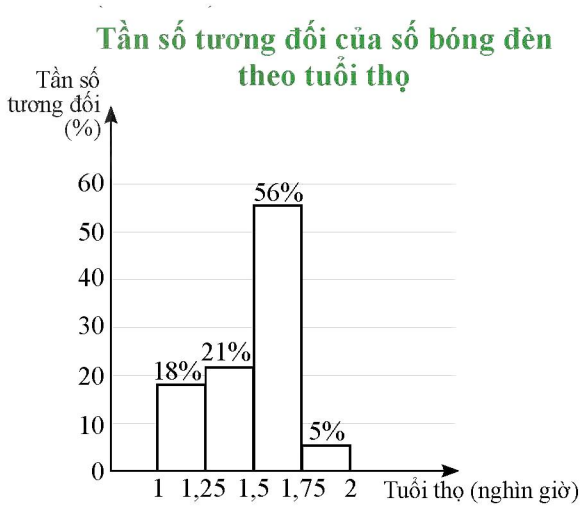
Hướng dẫn – Đáp án: Khoảng thời gian dùng điện thoại phổ biến nhất là từ 90 đến 120 phút. Khoảng này có tần số tương đối là 40% nên số người thuộc nhóm này là 40% . 150 = 60 (người).

Thực hành 3. Biểu đồ cột bên mô tả tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của 100 chiếc bóng đèn dây tóc trong một lô sản xuất.

a) Hãy lập bảng tần số mô tả dữ liệu ở biểu đồ bên.

b) Một bóng đèn được cho là thuộc loại I nếu có tuổi thọ từ 1500 giờ trở lên. Hỏi có bao nhiêu bóng đèn thuộc loại I trong số các bóng đèn được thống kê?

c) Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn dữ liệu ở biểu đồ bên.



– Mục đích của Thực hành 3: HS củng cố kĩ năng thu thập dữ liệu từ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: GV nêu vấn đề, HS làm việc các nhân giải quyết vấn đề.

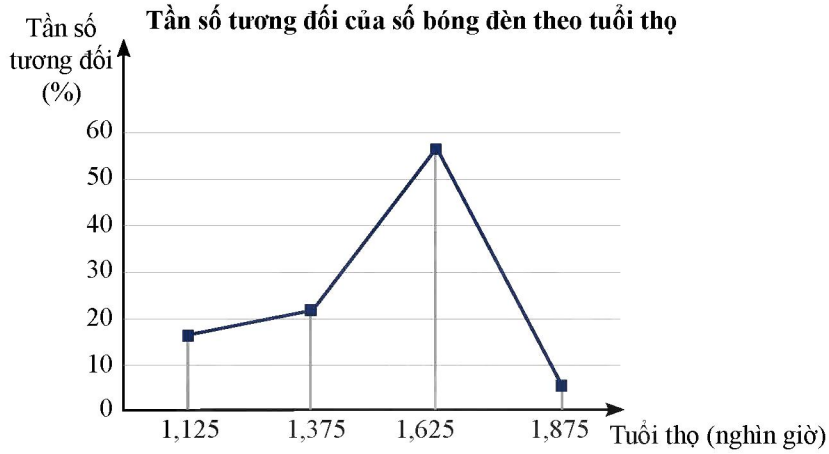
Hướng dẫn – Đáp án:

a) Bảng tần số:

Tuổi thọ (nghìn giờ)	[1; 1,25)	[1,25; 1,5)	[1,5; 1,75)	[1,75; 2)
Tần số	18	21	56	5

b) Số lượng bóng đèn loại I là 56 + 5 = 61 (chiếc).

c) Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng:



Thực hành 4. Bảng tần số ghép nhóm sau biểu diễn kết quả khảo sát cân nặng (đơn vị: kg) của một số trẻ sơ sinh ở một khu vực.

Cân nặng (kg)	[2,9; 3,1)	[3,1; 3,3)	[3,3; 3,5)	[3,5; 3,7)	[3,7; 3,9)
Số trẻ sơ sinh	3	7	5	3	2

a) Hãy lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.

b) Hãy vẽ các biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu trên.

– Mục đích của Thực hành 4: HS củng cố kĩ năng lập bảng tần số tương đối ghép nhóm và vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và dạng đoạn thẳng.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: GV nêu vấn đề, HS làm việc cá nhân để giải quyết vấn đề.

Hướng dẫn – Đáp án:

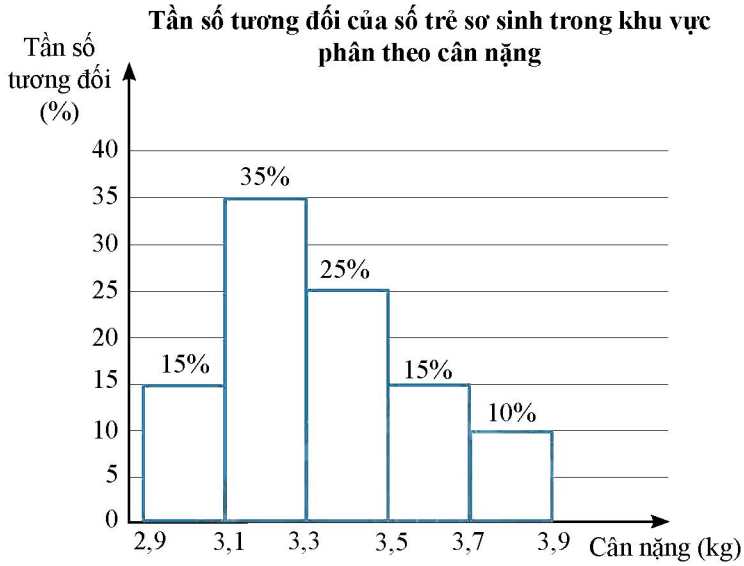
a) Tổng số trẻ sơ sinh được khảo sát là: 3 + 7 + 5 + 3 + 2 = 20 (trẻ sơ sinh).

Tần số tương đối của các nhóm số liệu lần lượt là 15%, 35%, 25%, 15% và 10%.

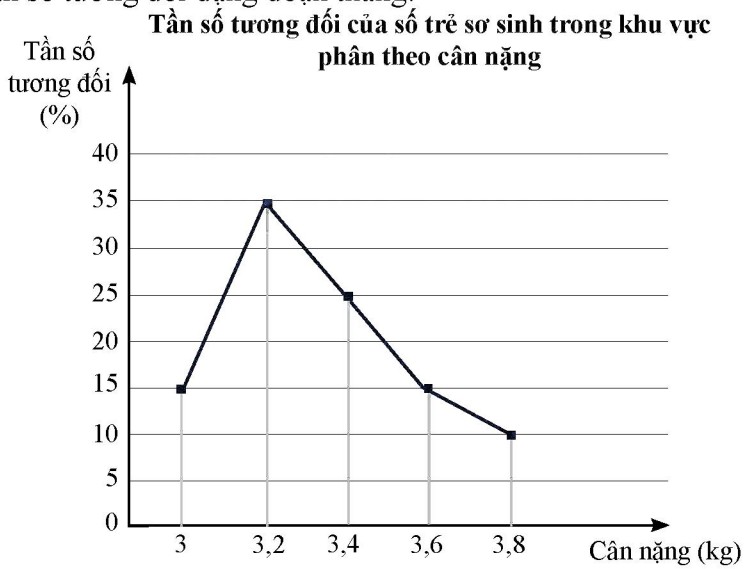
Bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Cân nặng (kg)	[2,9; 3,1)	[3,1; 3,3)	[3,3; 3,5)	[3,5; 3,7)	[3,7; 3,9)
Tần số tương đối	15%	35%	25%	15%	10%

b) Biểu đồ tần số tương đối dạng cột:

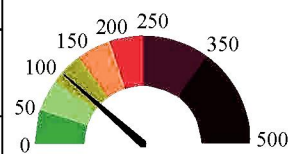


Biểu đồ tần số tương đối dạng đoạn thẳng:



Vận dụng 2. Hai bạn Hà và Hồng thống kê lại chỉ số chất lượng không khí (AQI) nơi mình ở tại thời điểm 12:00 mỗi ngày trong tháng 9/2022 ở bảng sau:

Chỉ số	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)
Tại nơi ở của Hà	12	8	6	4
Tại nơi ở của Hồng	16	6	5	3



a) Hãy vẽ trên cùng một hệ trục hai biểu đồ dạng đoạn thẳng biểu diễn tần số tương đối cho bảng chỉ số chất lượng không khí tại nơi ở của bạn Hà và tại nơi ở của bạn Hồng.

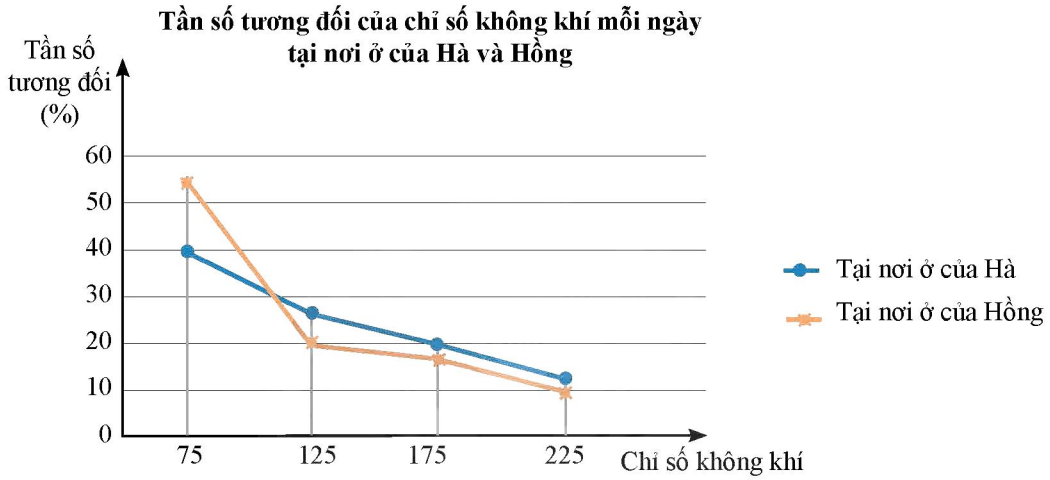
b) Chỉ số AQI từ 150 trở lên được coi là không lành mạnh. Dựa vào biểu đồ tần số tương đối trên, hãy so sánh tỉ lệ số ngày chất lượng không khí được coi là không lành mạnh ở mỗi khu vực.

– Mục đích của Vận dụng 2: HS vận dụng biểu đồ đoạn thẳng để phân tích số liệu.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: GV nêu vấn đề, HS làm việc các nhân giải quyết vấn đề.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Biểu đồ tần số tương đối dạng đoạn thẳng:



b) Tỉ lệ số ngày chất lượng không khí được coi là không lành mạnh tại nơi ở của Hồng thấp hơn tại nơi ở của Hà.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. a) Để thu gọn bảng dữ liệu thì ta nên chọn bảng tần số ghép nhóm vì các số liệu đang ở dạng số thực và có phân bố không đều nhau.

b) Ta chia số liệu thành 4 nhóm: [3,5; 4), [4; 4,5), [4,5; 5), [5; 5,5).

Ta có bảng tần số ghép nhóm sau đây:

Cự li nhảy xa (m)	[3,5; 4)	[4; 4,5)	[4,5; 5)	[5; 5,5)
Tần số	5	11	10	6

Ta cũng có bảng tần số tương đối ghép nhóm như sau:

Cự li nhảy xa (m)	[3,5; 4)	[4; 4,5)	[4,5; 5)	[5; 5,5)
Tần số tương đối	15,625%	34,375%	31,25%	18,75%

2. a) Chia số liệu thành 4 nhóm, ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Tốc độ (km/h)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	3	10	5	3	4

Từ đó, ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm sau:

Tốc độ (km/h)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số tương đối	12%	40%	20%	12%	16%

b) Nhóm có tần số tương đối cao nhất là [45; 50). Các nhóm có tần số tương đối thấp nhất là [40; 45) và [55; 60).

3. a) Vì 5 học sinh ứng với 12,5% tổng số học sinh làm bài kiểm tra nên suy ra tổng số học sinh làm bài kiểm tra là $5 : 12{,}5 \cdot 100 = 40$ (học sinh).

b)

Thời gian (phút)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)
Tần số	25	10	5
Tần số tương đối	62,5%	25%	12,5%

4. a) Quan sát vào biểu đồ, ta thấy đại biểu từ 25 đến 35 tuổi chiếm 33,75% tổng số đại biểu.

Như vậy, số đại biểu tham dự hội nghị là:

$54 : 33{,}75 \cdot 100 = 160$ (đại biểu).

b) Bảng tần số ghép nhóm:

Độ tuổi của đại biểu	[25; 35)	[35; 45)	[45; 55)	[55; 65)
Tần số	54	46	42	18

c) Dựa vào biểu đồ đã cho ở đề bài, ta thấy rằng tần số tương đối của nhóm [25; 35) và [35; 45) là 33,75% + 28,75% = 62,5%.

Do đó có thể kết luận rằng khả năng rất cao có trên 50% số đại biểu tham dự đại hội có độ tuổi nhỏ hơn 45.

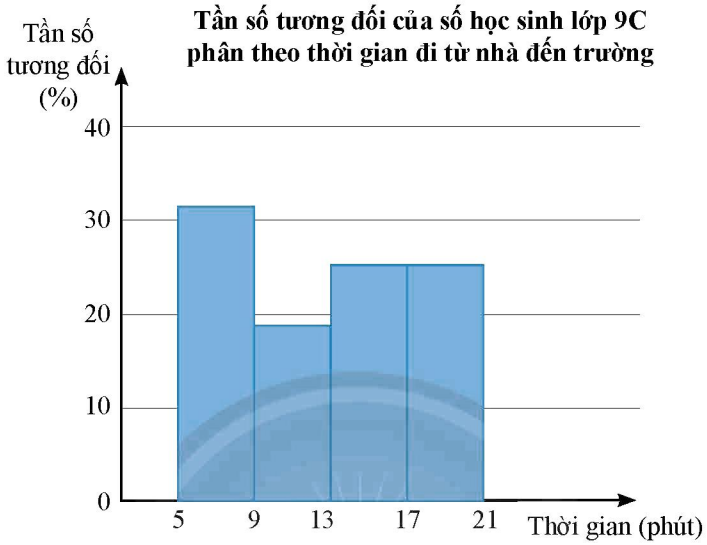
5. Ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

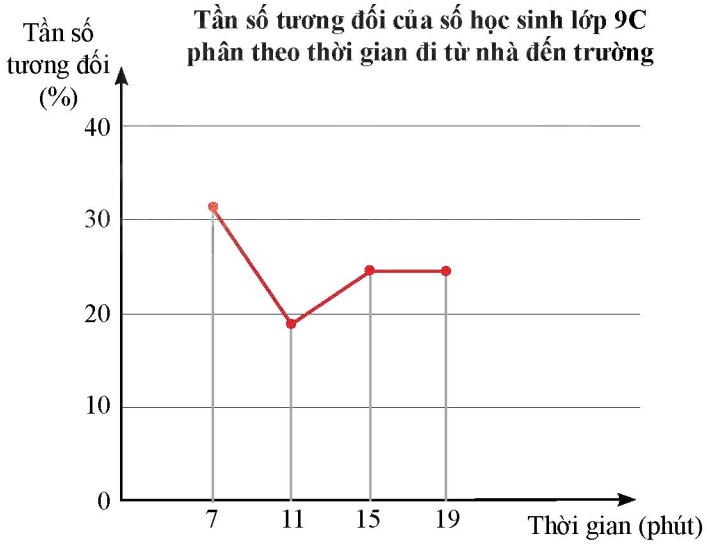
Thời gian đi từ nhà đến trường (phút)	[5; 9)	[9; 13)	[13; 17)	[17; 21)
Tần số	11	7	9	9

Từ đó, ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm như sau:

Thời gian đi từ nhà đến trường (phút)	[5; 9)	[9; 13)	[13; 17)	[17; 21)
Tần số tương đối	30,56%	19,44%	25%	25%

b)





BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 7

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. a) B b) C c) A

2. a) B b) A c) B

3. a) D b) B c) A d) A

BÀI TẬP TỰ LUẬN

4. a) Tỉ lệ số bạn sử dụng mạng xã hội trên 4,5 giờ là 3,3%.

Như vậy, số bạn học sinh tham gia cuộc khảo sát là:

$4 : 3{,}3 \cdot 100 \approx 121$ (học sinh).

b) Ta lập bảng tần số tương đối ghép nhóm như sau:

Thời gian sử dụng mạng xã hội mỗi ngày (giờ)	[0; 1,5)	[1,5; 3)	[3; 4,5)	[4,5; 6)
Tần số tương đối	46,7%	40%	10%	3,3%

Dựa vào bảng tần số tương đối ghép nhóm, ta thấy tần số của số học sinh sử dụng mạng xã hội từ 3 giờ trở lên mỗi ngày là

$10\% + 3{,}3\% = 13{,}3\%$.

Nên nhận định có trên 50% học sinh tham gia khảo sát sử dụng mạng xã hội trên 3 giờ mỗi ngày là một nhận định sai.

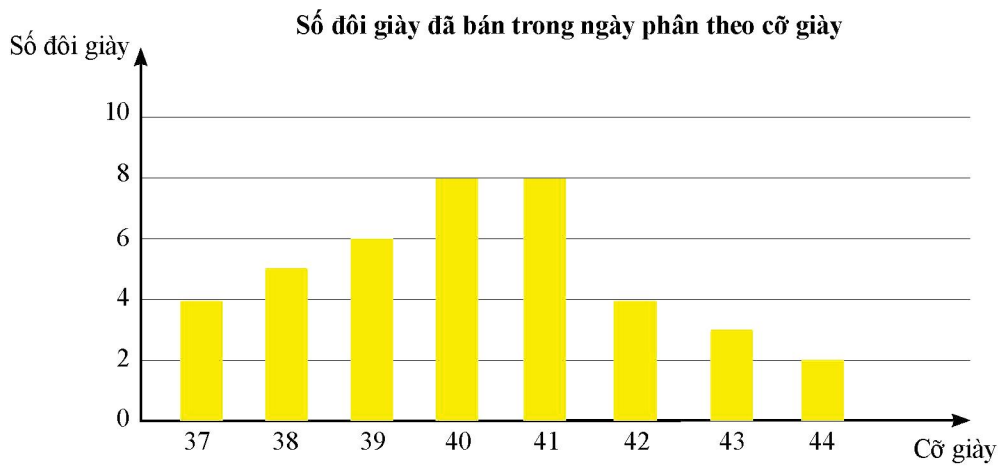
5. a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là 40. Bảng tần số của mẫu số liệu:

Cỡ giày	37	38	39	40	41	42	43	44
Tần số	4	5	6	8	8	4	3	2

Từ đó, ta có bảng tần số tương đối của mẫu số liệu:

Cỡ giày	37	38	39	40	41	42	43	44
Tần số tương đối	10%	12,5%	15%	20%	20%	10%	7,5%	5%

b)



c) Quan sát biểu đồ, ta thấy nên nhập về cỡ giày 40 và 41 nhiều nhất, nhập về cỡ giày 44 ít nhất.

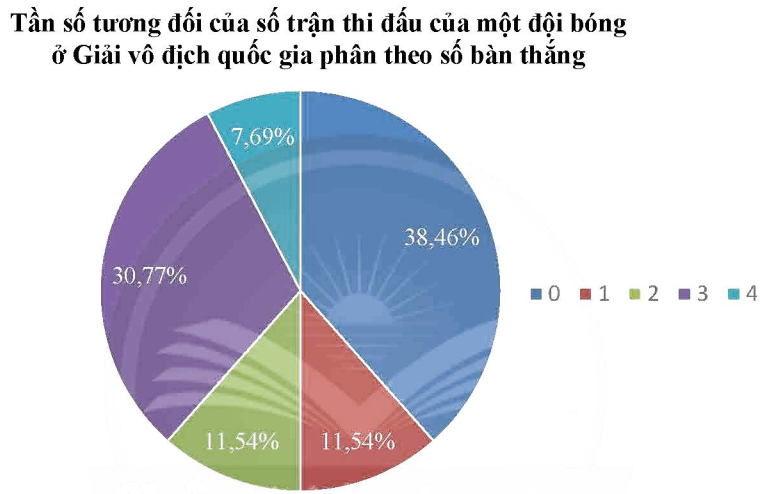
6. a) Ta có bảng tần số:

Số bàn thắng ghi được trong một trận đấu	0	1	2	3	4
Tần số	10	3	3	8	2

Từ đó, ta cũng có bảng tần số tương đối:

Số bàn thắng ghi được trong một trận đấu	0	1	2	3	4
Tần số tương đối	38,46%	11,54%	11,54%	30,77%	7,69%

b) Ta có biểu đồ hình quạt tròn mô tả tần số tương đối của bảng số liệu như sau:



7. a) Bác lái xe có thể thu thập dữ liệu bằng cách:

Vào thời điểm bắt đầu mỗi ngày, bác lái xe quan sát và ghi lại số hiển thị trên đồng hồ cây số trước khi lái xe. Sau khi kết thúc chuyến cuối cùng của ngày, bác lái xe quan sát và ghi lại số hiển thị trên đồng hồ cây số. Lấy hiệu của số sau và số trước khi lái xe sẽ được số liệu cần có trong ngày hôm đó.

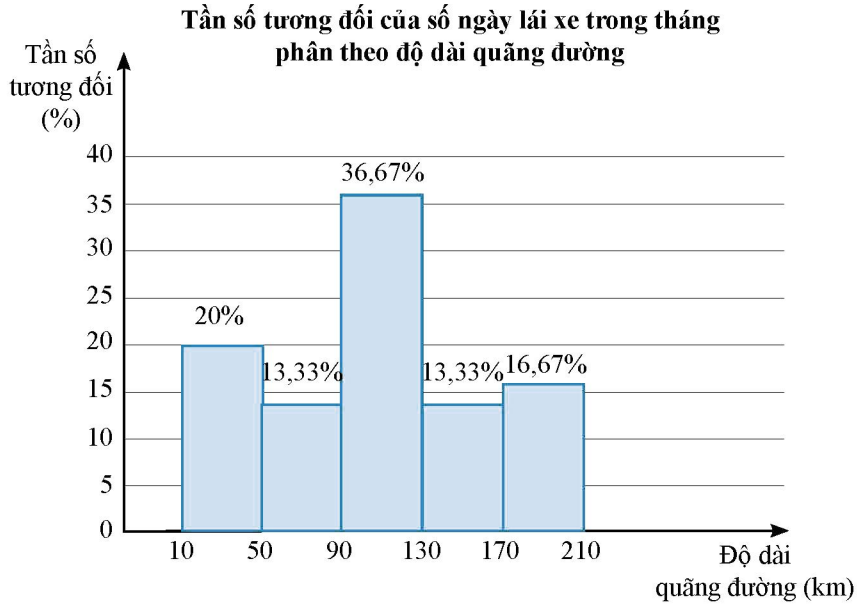
b) Từ bảng số liệu, ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Độ dài quãng đường (km)	[10; 50)	[50; 90)	[90; 130)	[130; 170)	[170; 210)
Tần số	6	4	11	4	5

Từ đó, ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm như sau:

Độ dài quãng đường (km)	[10; 50)	[50; 90)	[90; 130)	[130; 170)	[170; 210)
Tần số tương đối	20%	13,33%	36,67%	13,33%	16,67%

Như vậy, ta có biểu đồ cột mô tả bảng tần số tương đối ghép nhóm như sau:



8. Do 48% + 32% + 15% + 8% = 103% nên có một giá trị tần số tương đối bị sai.

Do bảng số liệu chỉ có một số liệu sai nên các giá trị tần số là chính xác. Tính tần số tương đối theo tần số, ta được các giá trị lần lượt là 48%, 32%, 12% và 8%. Vậy số liệu sai là 15%. Số liệu đúng là 12%.

Chương 8 MỘT SỐ YẾU TỐ XÁC SUẤT

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực chuyên môn

– Nhận biết được phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu.

– Tính được xác suất của biến cố bằng cách kiểm đếm số trường hợp có thể và số trường hợp thuận lợi trong một số mô hình xác suất đơn giản.

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

BÀI 1. KHÔNG GIAN MẪU VÀ BIẾN CỐ

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

Nhận biết được phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu.

2. Năng lực chú trọng: mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

1. Ở lớp 8, HS đã làm quen với các khái niệm biến cố, biến cố không thể, biến cố chắc chắn và biến cố ngẫu nhiên; HS cũng đã biết xác định kết quả thuận lợi của biến cố. Trong bài này, HS sẽ được học khái niệm mới là "không gian mẫu".

2. GV lưu ý HS về các từ khoá *lần lượt, đồng thời, một lần, hai lần* và cách xác định không gian mẫu tương ứng với các từ khoá đó.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Một túi chứa 4 viên bi được đánh số như hình bên. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ túi. Bạn Long và bạn Hà có ý kiến về số các kết quả có thể xảy ra như sau:





Theo em, bạn nào nói đúng?

– Mục đích của ***HĐKĐ***: Nhắc lại cho HS khái niệm "kết quả có thể" của phép thử. Đây là tiền đề để HS học khái niệm "không gian mẫu".

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV đưa ra một tình huống có vấn đề, trong đó có hai cách hiểu khái niệm "kết quả có thể" khác nhau để HS thảo luận.

Hướng dẫn – Đáp án: Bạn Hà nói đúng: Có 4 kết quả có thể xảy ra do 4 viên bi là khác nhau.

Lưu ý: GV phân biệt cho HS cách hiểu khái niệm "kết quả" của một phép thử. Nếu chỉ xét về mặt màu sắc của các viên bi thì có 2 kết quả như bạn Long nói. Tuy nhiên, khi nói về kết quả có thể của phép thử thì có 4 kết quả tương ứng với 4 viên bi ở trong túi.

1. Không gian mẫu

HĐKP 1

1 Hộp thứ nhất có 1 viên bi xanh. Hộp thứ hai có 1 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Bạn Xuân lấy ra 1 viên bi từ hộp thứ nhất. Bạn Thu lấy ra 1 viên bi từ hộp thứ hai.

a) Phép thử của bạn Xuân có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

b) Phép thử của bạn Thu có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Nhằm nhắc lại kiến thức về "phép thử ngẫu nhiên" thông qua việc phân biệt giữa phép thử ngẫu nhiên (có từ 2 kết quả trở lên) và phép thử không ngẫu nhiên (chỉ có 1 kết quả).

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV nêu tình huống, HS thảo luận, GV chốt kiến thức về phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu.

Thực hành 1. Trong các hoạt động sau, hoạt động nào là phép thử ngẫu nhiên? Tại sao?

a) Chọn ra lần lượt hai tấm thẻ từ hộp có 2 tấm thẻ như Hình 3a.

b) Chọn bất kì 1 quyển sách từ giá như Hình 3b.

c) Chọn 1 cây bút chì từ ống bút như Hình 3c.



a)



b)



c)

Hình 3

– Mục đích của Thực hành 1: HS củng cố khái niệm "phép thử ngẫu nhiên" trong một số tình huống đơn giản.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: HS làm việc nhóm, trình bày kết quả. GV theo dõi, hỗ trợ.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Phép thử chọn ra lần lượt 2 tấm thẻ từ hộp là phép thử ngẫu nhiên vì có 2 kết quả có thể xảy ra: lấy thẻ màu xanh trước rồi lấy thẻ màu đỏ hoặc ngược lại.

b) Phép thử chọn 1 quyển sách từ giá là phép thử ngẫu nhiên do có nhiều hơn 1 kết quả có thể xảy ra.

c) Phép thử chọn 1 bút chì từ hộp bút không là phép thử ngẫu nhiên do chỉ có 1 kết quả có thể xảy ra.

Thực hành 2. Xác định không gian mẫu của các phép thử sau:

a) Gieo 2 lần một đồng xu có 1 mặt xanh và 1 mặt đỏ.

b) Lấy ra 1 quả bóng từ một hộp chứa 3 quả bóng được đánh số 1; 2; 3, xem số, trả lại hộp rồi lại lấy ra 1 quả bóng từ hộp đó.

– Mục đích của Thực hành 2: HS củng cố khái niệm "không gian mẫu" trong một số tình huống đơn giản.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS làm việc nhóm, trình bày kết quả. GV theo dõi, hỗ trợ.

Lưu ý: Phép thử ở câu b) là phép thử lấy bóng có hoàn lại. Quả bóng lấy ra lần thứ hai có thể chính là quả bóng lấy ra ở lần thứ nhất.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Kí hiệu (X, X) là kết quả gieo đồng xu thứ nhất và thứ hai đều xuất hiện mặt xanh; (X, Đ) là kết quả gieo đồng xu lần thứ nhất xuất hiện mặt xanh và gieo đồng xu lần thứ hai xuất hiện mặt đỏ, …. Không gian mẫu của phép thử là:

$\Omega = \{(X, X); (X, Đ); (Đ, X); (Đ, Đ)\}$.

b) Kí hiệu (i; j) là kết quả bóng lấy ra lần thứ nhất được đánh số i và lần thứ hai lần lượt được đánh số j. Không gian mẫu của phép thử là:

$\Omega = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (2; 1); (2; 2); (2; 3); (3; 1); (3; 2); (3; 3)\}$.

Vận dụng 1. Xác định không gian mẫu của phép thử trong  (trang 52).

– Mục đích của Vận dụng 1: Giúp HS trả lời trọn vẹn vấn đề đặt ra ở ***HĐKĐ***.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS làm việc cá nhân, trình bày kết quả.

Hướng dẫn – Đáp án: Kí hiệu i là kết quả lấy được viên bi ghi số i với i = 1; 2; 3; 4. Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{1; 2; 3; 4\}$.

2. Biến cố

HĐKP 2



Xét phép thử gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Giả sử kết quả của phép thử là con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 1 chấm, con xúc xắc thứ hai xuất hiện mặt 6 chấm. Trong các biến cố sau, biến cố nào xảy ra, biến cố nào không xảy ra?

A: "Tổng số chấm xuất hiện lớn hơn 1";

B: "Tích số chấm xuất hiện là số chẵn";

C: "Hai mặt xuất hiện có cùng số chấm".



Hình 4

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Kiểm tra xem một biến cố có xảy ra hay không khi biết kết quả của phép thử. Đây là tiền đề cho khái niệm "kết quả thuận lợi" cho một biến cố.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV nêu vấn đề, HS thảo luận nhóm và trình bày kết quả.

Hướng dẫn – Đáp án: Biến cố A, B xảy ra; biến cố C không xảy ra.

Thực hành 3. Một hộp có 4 quả bóng được đánh số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Trọng và bạn Thuỷ lần lượt lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp.

a) Xác định không gian mẫu của phép thử.

b) Xác định các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

A: "Số ghi trên quả bóng của bạn Trọng lớn hơn số ghi trên quả bóng của bạn Thuỷ";

B: "Tổng các số ghi trên 2 quả bóng lấy ra lớn hơn 7".

– Mục đích của Thực hành 3: HS tìm hiểu cách xác định không gian mẫu của phép thử lấy lần lượt hai vật, củng cố khái niệm "kết quả thuận lợi".

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: GV nêu vấn đề, HS làm việc cá nhân, GV theo dõi, hỗ trợ.

Hướng dẫn – Đáp án: Kí hiệu (i; j) là kết quả bạn Trọng lấy được quả bóng ghi số i, bạn Thuỷ lấy được quả bóng ghi số j.

a) Không gian mẫu của phép thử là: $\Omega = \{(1; 2); (1; 3); (1; 4); (2; 1); (2; 3); (2; 4); (3; 1); (3; 2); (3; 4); (4; 1); (4; 2); (4; 3)\}$.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: (2; 1); (3; 1); (3; 2); (4; 1); (4; 2); (4; 3).

Không có kết quả nào thuận lợi cho biến cố B.

Vận dụng 2. Ba khách hàng M, N, P đến quầy thu ngân cùng một lúc. Nhân viên thu ngân sẽ lần lượt chọn ngẫu nhiên từng người để thanh toán.

a) Xác định không gian mẫu của phép thử.

b) Xác định các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

A: "M được thanh toán cuối cùng";

B: "N được thanh toán trước P";

C: "M được thanh toán".

– Mục đích của Vận dụng 2: HS tìm hiểu cách xác định không gian mẫu của phép thử sắp xếp 3 đối tượng theo thứ tự. Đây là tiền đề để HS học khái niệm hoán vị ở lớp 10.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: GV nêu vấn đề, HS thảo luận và trình bày lời giải.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Không gian mẫu của phép thử là: $\Omega = \{(M, N, P); (M, P, N); (N, M, P); (N, P, M); (P, M, N); (P, N, M)\}$.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: (N, P, M); (P, N, M).

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: (M, N, P); (N, M, P); (N, P, M).

C là biến cố chắc chắn, mọi kết quả đều thuận lợi cho biến cố C.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. Kí hiệu quả bóng màu xanh, vàng, đỏ lần lượt là X, V, Đ.

a) Hoạt động lấy bất kì 1 quả bóng từ hộp là phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là: $\Omega = \{X; V; Đ\}$.

b) Hoạt động lấy ra đồng thời 3 quả bóng từ hộp không là phép thử ngẫu nhiên vì chỉ có 1 kết quả có thể xảy ra.

c) Hoạt động lấy lần lượt 3 quả bóng từ hộp một cách ngẫu nhiên là phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:

$\Omega = \{(X, Đ, V); (X, V, Đ); (Đ, X, V); (Đ, V, X); (V, X, Đ); (V, Đ, X)\}$.

2. a) Không gian mẫu của phép thử là: $\Omega = \{10; 11; 12; \ldots; 99\}$.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: 16; 25; 36; 49; 64; 81.

3. a) Kí hiệu sách Ngữ văn, Mĩ thuật và Công nghệ lần lượt là N, M, C. Kí hiệu XY là kết quả bạn Hà lấy được sách X, bạn Thuý lấy được sách Y. Không gian mẫu của phép thử là

$\Omega = \{NM; NC; MN; MC; CN; CM\}$.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: NM, NC, MN, CN.

Không có kết quả nào thuận lợi cho biến cố B.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố C là: NM, MN.

4. a) Kí hiệu (i; j; k) là kết quả bạn Việt giải lần lượt các bài i, j và k. Không gian mẫu của phép thử là:

$\Omega = \{(1; 2; 3); (1; 3; 2); (2; 1; 3); (2; 3; 1); (3; 1; 2); (3; 2; 1)\}$.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: (2; 1; 3); (2; 3; 1).

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: (1; 2; 3); (1; 3; 2); (2; 1; 3).

BÀI 2. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

Tính được xác suất của biến cố bằng cách kiểm đếm số trường hợp có thể và số trường hợp thuận lợi trong một số mô hình xác suất đơn giản.

2. Năng lực chú trọng: mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

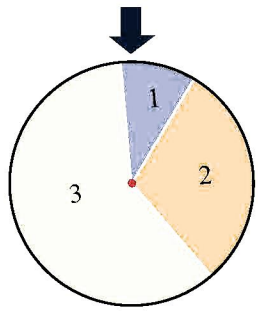
1. Ở lớp 8, HS đã làm quen với việc mô tả xác suất của biến cố ngẫu nhiên thông qua tỉ số giữa số kết quả thuận lợi và số kết quả có thể xảy ra.

2. Giáo viên nhấn mạnh cho HS công thức tính xác suất trong bài chỉ áp dụng được khi tất cả các kết quả của phép thử có cùng khả năng xảy ra. Để biết các kết quả có cùng khả năng xảy ra, HS chú ý đến các từ khoá liên quan đến phép thử: đồng xu, xúc xắc *cân đối và đồng chất*; các thẻ *cùng loại*, *cùng kích thước*; quả bóng, viên bi có *cùng kích thước và khối lượng*.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Bạn Dương xoay tấm bìa hình tròn như hình bên và quan sát xem khi tấm bìa dừng lại, mũi tên chỉ vào hình quạt tròn ghi số nào. Kết quả 20 lần quay được ghi lại ở bảng sau:



Kết quả	1	2	3
Tần số	2	7	11

Các kết quả 1; 2; 3 có cùng khả năng xảy ra không? Tại sao?

– Mục đích của ***HĐKĐ***: HS so sánh khả năng xảy ra của các kết quả của phép thử căn cứ vào tính chất của phép thử cũng như kết quả thực nghiệm.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV nêu vấn đề, HS thảo luận và trình bày kết quả.

Hướng dẫn – Đáp án: Các kết quả không có cùng khả năng xảy ra vì về mặt lí thuyết, các hình quạt có diện tích khác nhau; về mặt thực nghiệm, tần số xuất hiện của các kết quả có sự chênh lệch rõ ràng.

1. Kết quả đồng khả năng

HĐKP 1

1 Các kết quả của mỗi phép thử sau có cùng khả năng xảy ra không? Tại sao?

a) Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất.

b) Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ một hộp có 10 viên bi giống nhau được đánh số từ 1 đến 10.

c) Lấy ngẫu nhiên 1 tấm thẻ từ một hộp chứa 2 tấm thẻ ghi số 5 và 5 tấm thẻ ghi số 2 và xem số của nó.

– Mục đích của ***HĐKP 1***: HS so sánh khả năng xảy ra của các kết quả, từ đó hình thành khái niệm "kết quả đồng khả năng".

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV nêu vấn đề, HS thảo luận tìm đáp án. GV lưu ý cho HS các từ khoá *cân đối và đồng chất, giống nhau*.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Các kết quả của phép thử có cùng khả năng xảy ra do mỗi kết quả có xác suất là 0,5.

b) Các kết quả của phép thử có cùng khả năng xảy ra do mỗi kết quả có xác suất là 0,1.

c) Các kết quả của phép thử không có cùng khả năng xảy ra do có nhiều thẻ ghi số 2 hơn.

Thực hành 1. Kết quả của mỗi phép thử sau có đồng khả năng không? Tại sao?

a) Rút ngẫu nhiên 1 tấm thẻ từ 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 10.

b) Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh từ danh sách lớp.

c) Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ một hộp chứa 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ và 8 viên bi trắng rồi quan sát màu của nó, biết rằng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng.

– Mục đích của Thực hành 1: HS củng cố khái niệm "kết quả đồng khả năng" trong một số phép thử đơn giản.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: GV nêu vấn đề, HS làm việc cá nhân.

Hướng dẫn – Đáp án:

Các kết quả của phép thử ở câu a) và câu b) là đồng khả năng.

Các kết quả của phép thử ở câu c) là không đồng khả năng, vì ta chỉ quan tâm đến màu của viên bi lấy ra nên kết quả lấy được viên bi màu trắng sẽ có khả năng cao hơn kết quả lấy được viên bi có màu khác.

Vận dụng 1. Kết quả của các phép thử sau có cùng khả năng xảy ra không? Tại sao?

a) Gặp ngẫu nhiên 1 người ở Đồng Tháp và hỏi xem người đó sinh ở huyện/ thành phố nào.

b) Rút ngẫu nhiên 1 lá bài từ bộ bài tây 52 lá.

– Mục đích của Vận dụng 1: HS thực hành vận dụng khái niệm "kết quả đồng khả năng" trong thực tế.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: GV nêu vấn đề, HS thảo luận tìm đáp án.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Các kết quả của phép thử không đồng khả năng vì số lượng người ở mỗi huyện/ thành phố là khác nhau.

b) Các kết quả của phép thử là đồng khả năng vì 52 lá bài cùng loại.

2. Xác suất của biến cố

HĐKP 2



Bạn An gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Bạn Trang tung một đồng xu cân đối và đồng chất. So sánh khả năng xảy ra của các biến cố sau:

A: "An gieo được mặt có chẵn chấm";

B: "An gieo được mặt có 2 chấm";

C: "Trang tung được mặt sấp".

– Mục đích của ***HĐKP 2***: HS sử dụng xác suất để so sánh khả năng xảy ra của các biến cố liên quan đến hai phép thử khác nhau.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV nêu vấn đề, dẫn dắt HS thảo luận tìm không gian mẫu, tính xác suất và so sánh khả năng xảy ra của các biến cố.

Hướng dẫn – Đáp án: Khả năng xảy ra của biến cố A và biến cố C bằng nhau và cùng lớn hơn khả năng xảy ra của biến cố B.

Thực hành 2. Một hộp chứa 4 tấm thẻ cùng loại được đánh số 1; 4; 7; 9. Bạn Khuê và bạn Hương lần lượt mỗi người lấy ra 1 tấm thẻ từ hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Tích các số ghi trên 2 tấm thẻ là số lẻ";

B: "Tổng các số ghi trên 2 tấm thẻ là số lẻ";

C: "Số ghi trên tấm thẻ của bạn Khuê nhỏ hơn số ghi trên tấm thẻ của bạn Hương".

– Mục đích của Thực hành 2: HS củng cố kĩ năng tính xác suất của biến cố.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: GV nêu vấn đề, HS làm việc cá nhân.

Hướng dẫn – Đáp án: Kí hiệu (i; j) là kết quả bạn Khuê lấy được thẻ được đánh số i và bạn Hương lấy được thẻ được đánh số j. Không gian mẫu của phép thử là:

$\Omega = \{(1; 4); (1; 7); (1; 9); (4; 1); (4; 7); (4; 9); (7; 1); (7; 4); (7; 9); (9; 1); (9; 4); (9; 7)\}$.

Ta thấy $n(\Omega) = 12$.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: (1; 7); (1; 9); (7; 1); (7; 9); (9; 1); (9; 7).

Do đó $n(A) = 6$. Vậy $P(A) = 0,5$.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: (1; 4); (4; 1); (4; 7); (4; 9); (7; 4); (9; 4).

Do đó $n(B) = 6$. Vậy $P(B) = 0,5$.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố C là: (1; 4); (1; 7); (1; 9); (4; 7); (4; 9); (7; 9).

Do đó $n(C) = 6$. Vậy $P(C) = 0,5$.

Vận dụng 2. Bạn Thắng có n tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến n. Bạn Thắng rút ngẫu nhiên 1 tấm thẻ. Biết rằng xác suất của biến cố "Lấy được tấm thẻ ghi số có một chữ số" là 0,18. Hỏi bạn Thắng có bao nhiêu tấm thẻ?

– Mục đích của Vận dụng 2: HS vận dụng xác suất để giải quyết một tình huống thực tế đơn giản.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: GV nêu vấn đề, HS làm việc cá nhân.

Hướng dẫn – Đáp án: Vì xác suất lấy được tấm thẻ ghi số có một chữ số là $0,18 < 1$ nên $n > 9$. Ta có xác suất lấy được thẻ ghi số có một chữ số là $\frac{9}{n} = 0,18$ hay $n = 50$.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: (1; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4); (5; 5); (6; 6). Suy ra n(A) = 6.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: (3; 6); (4; 5); (4; 6); (5; 6); (6; 6). Suy ra n(B) = 5.

Vì số kết quả thuận lợi cho biến cố A lớn hơn số kết quả thuận lợi cho biến cố B và các kết quả đều có cùng khả năng xảy ra nên biến cố A có khả năng xảy ra cao hơn biến cố B.

2. a) Kí hiệu (i; j) là kết quả lấy được thẻ đánh số i và thẻ đánh số j. Không gian mẫu của phép thử là: Ω = {(3; 5); (3; 6); (3; 7); (3; 9); (5; 6); (5; 7); (5; 9); (6; 7); (6; 9); (7; 9)}.

Số kết quả có thể xảy ra là n(Ω) = 10.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: (3; 5); (3; 6); (3; 7); (3; 9); (5; 6); (5; 9); (6; 7); (6; 9); (7; 9). Suy ra n(A) = 9.

Xác suất của biến cố A là P(A) = 0,9.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: (5; 9); (6; 9); (7; 9). Suy ra n(B) = 3.

Xác suất của biến cố B là P(B) = 0,3.

3. a) Kí hiệu X là viên bi màu xanh, Đ là viên bi màu đỏ và T là viên bi màu trắng. Kí hiệu (M, N, P) là kết quả lấy lần lượt 3 viên bi M, N và P. Không gian mẫu của phép thử là:

Ω = {(X, Đ, T); (X, T, Đ); (Đ, X, T); (Đ, T, X); (T, X, Đ); (T, Đ, X)}.

b) Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố A là (Đ, T, X) và (T, Đ, X) nên n(A) = 2. Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{1}{3}$.

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố B là (X, T, Đ); (T, X, Đ) và (T, Đ, X) nên n(B) = 3. Xác suất của biến cố B là P(B) = 0,5.

Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố C là (X, Đ, T); (X, T, Đ); (Đ, X, T) và (Đ, T, X) nên n(C) = 4. Xác suất của biến cố C là $P(C) = \frac{2}{3}$.

4. Giả sử trong túi có n viên bi màu đỏ. Khi đó tổng số viên bi có trong túi là n + 3 viên bi. Vì các viên bi có cùng kích thước và khối lượng nên xác suất được lấy của mỗi viên bi là như nhau. Do đó, xác suất của biến cố "Lấy được viên bi màu xanh" là $\frac{3}{n+3}$.

Giải phương trình $\frac{3}{n+3} = 0,6$ hay n + 3 = 5 ta được n = 2.

Vậy trong túi có 5 viên bi.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 8

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. a) D b) D c) D d) B e) C

2. a) D b) B c) A d) B e) A

BÀI TẬP TỰ LUẬN

3. a) Phép thử lấy bất kì 1 tấm thẻ từ hộp là phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:

$\Omega = \{5; 10; 15\}$.

b) Phép thử lấy đồng thời 3 tấm thẻ từ hộp không là phép thử ngẫu nhiên vì chỉ có 1 kết quả có thể xảy ra.

c) Phép thử lấy lần lượt 3 tấm thẻ từ hộp một cách ngẫu nhiên là phép thử ngẫu nhiên. Kí hiệu (i; j; k) là kết quả lấy được 3 tấm thẻ đánh số lần lượt là i; j; k. Không gian mẫu của phép thử là:

$\Omega = \{(5; 10; 15); (5; 15; 10); (10; 5; 15); (10; 15; 5); (15; 5; 10); (15; 10; 5)\}$.

4. a) Không gian mẫu của phép thử là: $\Omega = \{100; 101; 102; \ldots; 999\}$. Ta thấy $n(\Omega) = 900$.

b) Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: {125; 216; 343; 512; 729}. Suy ra $n(A) = 5$.

Do đó $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{5}{900} = \dfrac{1}{180}$.

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $\{100; 101; \ldots; 499\}$. Suy ra $n(B) = 400$.

Do đó $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega)} = \dfrac{400}{900} = \dfrac{4}{9}$.

5. Kí hiệu (i; j) là kết quả hai con xúc xắc có số chấm xuất hiện là i và j. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 36$.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: (2; 6); (6; 2); (3; 4); (4; 3). Suy ra $n(A) = 4$.

Do đó $P(A) = \dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9}$.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: (2; 6); (3; 5); (4; 4); (5; 3); (6; 2). Suy ra $n(B) = 5$.

Do đó $P(A) = \dfrac{5}{36}$.

6. a) Kí hiệu (i; j) là kết quả lấy được 2 tấm thẻ được đánh số i và j. Không gian mẫu của phép thử là:

Ω = {(1; 4); (1; 9); (1; 10); (1; 16); (4; 9); (4; 10); (4; 16); (9; 10); (9; 16); (10; 16)}.

Do đó n(Ω) = 10.

b) Vì n(A) = 4 nên P(A) = 0,4; vì n(B) = 5 nên P(B) = 0,5.

7. a) Kí hiệu X là tấm thẻ màu xanh, V là tấm thẻ màu vàng, H là tấm thẻ màu hồng.

Kí hiệu (M, N, P) là kết quả lấy lần lượt các thẻ màu M, màu N và màu P.

Không gian mẫu của phép thử là:

Ω = {(X, V, H); (X, H, V); (V, X, H); (V, H, X); (H, X, V); (H, V, X)}.

b) n(Ω) = 6; n(A) = 2; n(B) = 3; n(C) = 4.

Do đó $P(A) = \frac{1}{3}$; $P(B) = \frac{1}{2}$; $P(C) = \frac{2}{3}$.

Phần HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG

HÌNH HỌC PHẲNG

Chương 9 TỨ GIÁC NỘI TIẾP. ĐA GIÁC ĐỀU

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực chuyên môn

Nhận biết các khái niệm:

– Đường tròn ngoại tiếp tam giác. Đường tròn nội tiếp tam giác.

– Tứ giác nội tiếp.

– Đa giác đều. Phép quay.

Xác định được:

– Tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.

– Tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác.

– Tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật, hình vuông.

– Các phép quay biến đa giác đều thành chính nó.

Giải thích được "Tổng hai góc đối diện của một tứ giác nội tiếp bằng 180^o".

Vận dụng được tính chất của đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác, tứ giác nội tiếp, đa giác đều, phép quay để giải quyết một số vấn đề trong thực tế.

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

Bài 1. Đường tròn ngoại tiếp tam giác. Đường tròn nội tiếp tam giác

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Nhận biết được định nghĩa đường tròn ngoại tiếp tam giác, đường tròn nội tiếp tam giác.

– Xác định được tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác, trong đó có tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông, tam giác đều.

– Nhận biết được định nghĩa đường tròn nội tiếp tam giác.

– Xác định được tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác, trong đó có tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đều.

– Vẽ được đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác.

– Vận dụng được tính chất của đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác để giải quyết một số vấn đề trong thực tế.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

1. GV cần giúp HS giải thích được cách xác định tâm đường tròn ngoại tiếp và tâm đường tròn nội tiếp tam giác suy ra từ tính chất đồng quy của ba đường trung trực và ba đường phân giác trong tam giác.

2. Cần nhấn mạnh tính chất mọi tam giác đều có đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp.

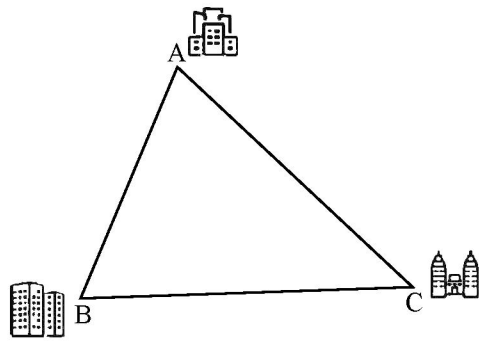
3. GV cần tạo nhiều cơ hội để HS sử dụng khái niệm đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp tam giác trong các tình huống thực tế khác nhau.

4. Giảm bớt các bài tập thiên về chứng minh mang tính lí thuyết phức tạp có liên quan đến đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp tam giác.

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Ba cụm dân cư A, B, C nối với nhau bởi ba con đường AB, BC, CA như trong hình dưới đây. Người ta muốn tìm địa điểm O để xây một trường học và địa điểm I để lập một trạm cứu hộ xe, sao cho O cách đều ba điểm A, B, C và I cách đều ba con đường. Làm thế nào để xác định hai điểm O và I?



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Giúp HS có cơ hội phát hiện khái niệm tâm đường tròn ngoại tiếp và tâm đường tròn nội tiếp tam giác thông qua việc giải quyết một nhu cầu thiết kế xây dựng. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV sử dụng cơ hội để giới thiệu bài.

Lưu ý: Đây là câu hỏi mở, tạo sự chú ý và kết nối. GV không cần đánh giá câu trả lời của HS đúng hay sai. Tinh thần chung của ***HĐKĐ*** là: Mọi câu trả lời đều được ghi nhận, muốn biết đúng – sai, học xong bài này sẽ rõ!

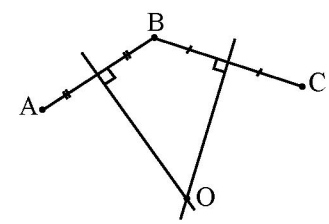
1. Đường tròn ngoại tiếp tam giác

HĐKP 1

1 Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Gọi O là giao điểm của hai đường trung trực của đoạn thẳng AB và BC (Hình 1).

a) So sánh độ dài của các đoạn thẳng OA, OB và OC.

b) Vẽ đường tròn đi qua ba điểm A, B, C.



Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS khám phá cách xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác thông qua việc vận dụng kiến thức về đường trung trực đã học ở lớp dưới.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Do O nằm trên đường trung trực của AB và BC, suy ra OA = OB = OC.

b) Vẽ đường tròn tâm O bán kính OA đi qua A, B, C.

Thực hành 1. Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp mỗi tam giác sau:

a) Tam giác đều MNP có cạnh bằng 4 cm;

b) Tam giác EFG có EF = 5 cm; EG = 3 cm; FG = 4 cm.

– Mục đích của Thực hành 1: HS thực hành xác định tâm và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

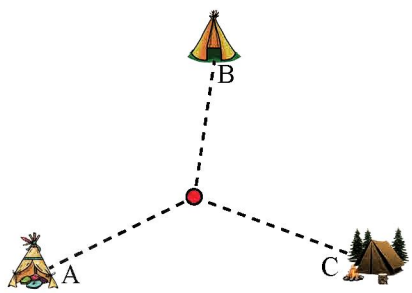
– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Tâm O trùng với trọng tâm của ΔMNP và có bán kính $R = \frac{2}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ (cm).

b) Ta có $EF^2 = EG^2 + FG^2$, suy ra ΔEFG vuông tại G. Tâm O trùng với trung điểm của EF và có bán kính $R = \frac{EF}{2} = \frac{5}{2}$ (cm).

Vận dụng 1. Có ba tổ dựng lều ở ba vị trí A, B, C như Hình 6. Ban tổ chức đặt ba thùng có dung tích bằng nhau tại một điểm tập kết chung. Mỗi tổ có sáu người, được phát một chiếc gàu giống nhau, các thành viên trong tổ chia thành từng cặp cõng nhau, múc nước từ trại của mình về đổ vào thùng tại điểm tập kết. Thùng của tổ nào đầy trước thì tổ đó chiến thắng. Để trò chơi công bằng, cần tìm điểm tập kết cách đều ba lều. Hãy xác định điểm đó.



Hình 6

– Mục đích của Vận dụng 1: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế trò chơi vận động tìm điểm đặt thùng nước cách đều ba vị trí cho trước.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Lưu ý: GV có thể yêu cầu HS thiết kế các trò chơi tương tự để tăng hứng thú cho tiết học.

Hướng dẫn – Đáp án: Điểm tập kết là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác có ba đỉnh là vị trí của ba trại.

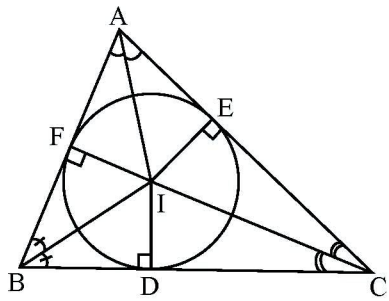
2. Đường tròn nội tiếp tam giác

HĐKP 2

Gọi I là giao điểm ba đường phân giác của tam giác ABC. Vẽ ID, IE, IF lần lượt vuông góc với các cạnh BC, AC và AB (Hình 7).

a) Chứng minh rằng IE = IF = ID.

b) Vẽ đường tròn tâm I bán kính IE. Có nhận xét gì về vị trí của đường tròn này với ba cạnh của tam giác ABC?



Hình 7

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS khám phá cách xác định tâm đường tròn nội tiếp tam giác thông qua việc ứng dụng tính chất đồng quy của ba đường phân giác trong tam giác và tính chất một điểm nằm trên đường phân giác của một góc luôn cách đều hai cạnh của góc đó.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Ta có I thuộc đường phân giác của góc A nên IF = IE. Tương tự, ta cũng có IF = ID, ID = IE. Do đó IE = IF = ID.

b) Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của tam giác ABC.

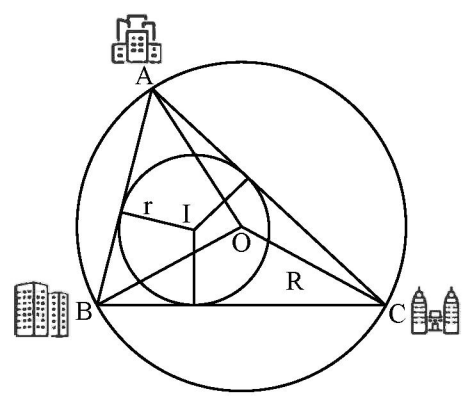
Thực hành 2. Xác định tâm và tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đều MNP có độ dài cạnh bằng 8 cm.

– Mục đích của Thực hành 2: HS thực hành xác định tâm và tính bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: Tâm I trùng với trọng tâm của tam giác MNP và có bán kính $r = \frac{1}{3} \cdot \frac{8\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ (cm).

Vận dụng 2. Theo gợi ý trong Hình 10, nêu cách xác định hai điểm I và O của tình huống trong (trang 65).



Hình 10

– Mục đích của Vận dụng 2: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học về cách xác định tâm và bán kính của đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp tam giác vào thực tế xác định điểm xây dựng trường học và trạm cứu hộ xe trong thiết kế xây dựng quy hoạch đô thị.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án:

Điểm xây trường học trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Điểm lập trạm cứu hộ xe trùng với tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1.

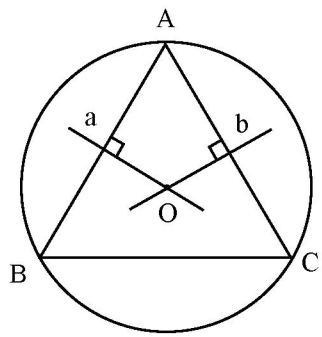
a) Cách vẽ:

– Vẽ đường trung trực a của đoạn thẳng AB.

– Vẽ đường trung trực b của đoạn thẳng AC.

– Gọi O là giao điểm của a và b.

– Vẽ đường tròn tâm O bán kính OA.



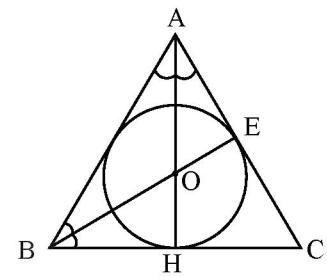
b) Cách vẽ:

– Vẽ đường phân giác AH của góc BAC.

– Vẽ đường phân giác BE của góc ABC.

– Gọi O là giao điểm của AH và BE.

– Vẽ đường tròn tâm O bán kính OH.

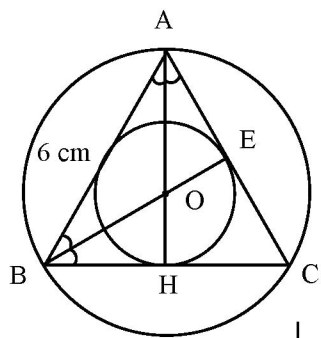


c) Ta có ΔABC đều nên O là trọng tâm của ΔABC.

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}.$$

Suy ra: $R = OA = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3}.3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ (cm);

$$r = OH = \frac{1}{3}AH = \frac{1}{3}.3\sqrt{3} = \sqrt{3} \text{ (cm)}.$$



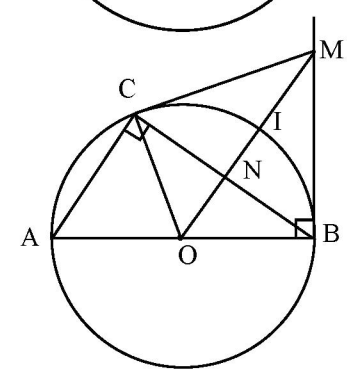
2. a) Ta có $\overset{\frown}{ACB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Suy ra AC ⊥ BC. Mà AC // OI. Do đó OI ⊥ BC.

b) Gọi N là giao điểm của BC và OI.

Tam giác OBC có OB = OC = R nên ΔOBC cân tại O.

Ta có ON là đường cao của ΔOBC cân tại O.



Suy ra ON đồng thời cũng là đường phân giác của $\widehat{COB}$.

Do đó $\widehat{CON} = \widehat{NOB}$.

Xét ΔCOM và ΔBOM có: OM là cạnh chung; $\widehat{COM} = \widehat{MOB}$; OB = OC = R. Suy ra ΔCOM = ΔBOM (c.g.c).

Do đó $\widehat{OCM} = \widehat{OBM}$ (cặp góc tương ứng bằng nhau).

Mà $\widehat{OBM} = 90^o$ (BM là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B).

Suy ra $\widehat{OCM} = \widehat{OBM} = 90^o$. Suy ra OC ⊥ MC tại C. Mà C thuộc đường tròn (O).

Vậy MC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

3. a) Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có: AD = AF, BD = BE, CE = CF.

Suy ra AB + AC – BC = (AD + BD) + (AF + CF) – (BE + CE)

= (AD + AF) + (CF – CE) + (BD – BE)

= 2AD.

Vậy 2AD = AB + AC – BC.

b) Các hệ thức tương tự như hệ thức ở câu a là:

2AF = AB + AC – BC;

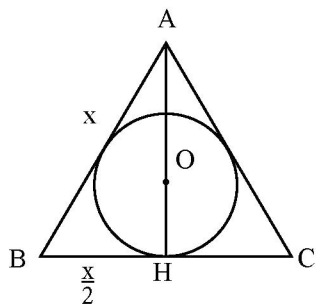
2BD = AB + BC – AC; 2BE = AB + BC – AC;

2CE = AC + BC – AB; 2CF = AC + BC – AB.

4. Gọi (O; 1) là đường tròn nội tiếp tam giác đều ABC có cạnh bằng x (cm) (x > 0).

Khi đó O là trọng tâm của ΔABC.

Vẽ đường trung tuyến AH của ΔABC.



Ta có $r = \frac{1}{3}AH$, suy ra AH = 3r = 3 . 1 = 3 (cm).

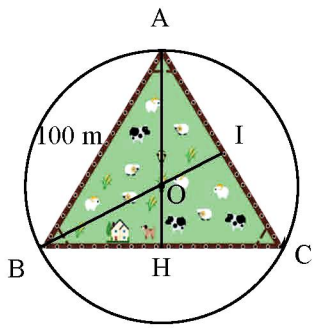
Theo định lí Pythagore, ta có $AB^2 = AH^2 + HB^2$,

suy ra $x^2 = 3^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$, suy ra $x^2 = 12$,

suy ra $x = -2\sqrt{3}$ (loại) hoặc $x = 2\sqrt{3}$.

Diện tích ΔABC là $S = \frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2}.3.2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ (cm²).

5. Gọi trại có dạng tam giác đều ABC có cạnh bằng 100 m và O là vị trí đặt đèn.



Vì vị trí đặt đèn cách đều ba đỉnh của tam giác nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Vẽ hai đường trung tuyến AH và BI, O là giao điểm của AH và BI. Suy ra O là trọng tâm của ΔABC.

Theo định lí Pythagore, ta có:

$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{100^2 - 50^2} = 50\sqrt{3}$ (m).

Suy ra $R = OA = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3}.50\sqrt{3} \approx 57,7$ (m).

Vậy khoảng cách từ điểm đặt đèn đến ba đỉnh của tam giác là khoảng 57,7 m.

Bài 2. Tứ giác nội tiếp

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Nhận biết được tứ giác nội tiếp đường tròn.

– Giải thích được định lí về tổng hai góc đối của tứ giác nội tiếp bằng 180^o.

– Xác định được tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật, hình vuông.

– Vận dụng được tính chất của tứ giác nội tiếp để giải quyết một số vấn đề trong thực tế.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

1. GV giúp HS nhận biết khái niệm tứ giác nội tiếp thông qua việc quan sát các hình ảnh đồ hoạ quen thuộc trong cuộc sống.

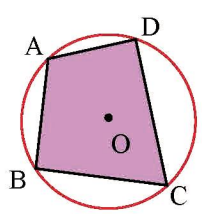
2. GV cần tạo nhiều cơ hội để HS có thể vận dụng tính chất của tứ giác nội tiếp vào việc giải quyết các vấn đề đơn giản có liên quan.

3. Cần giảm bớt các bài tập mang tính hàn lâm lí thuyết thiên về chứng minh một tứ giác là nội tiếp đường tròn.

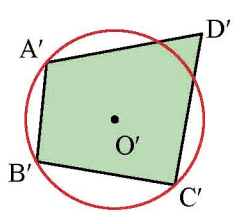
III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Quan sát hai hình tứ giác ABCD và A′B′C′D′, hãy nêu nhận xét sự khác biệt về vị trí các đỉnh của mỗi hình đối với đường tròn trong hình đó.



a)



b)

– Mục đích của ***HĐKĐ***: Giúp HS có cơ hội quan sát và khám phá khái niệm tứ giác nội tiếp.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV sử dụng cơ hội để giới thiệu bài.

Hướng dẫn – Đáp án: Hình a: Các đỉnh của tứ giác đều nằm trên đường tròn (O).

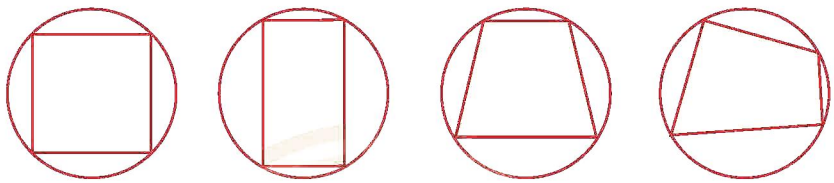
Hình b: Đỉnh D′ không nằm trên đường tròn (O′).

1. Định nghĩa tứ giác nội tiếp

HĐKP 1



Các tứ giác trong Hình 1 có đặc điểm gì giống nhau?



a) b) c) d)

Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS khám phá đặc điểm chung của các tứ giác nội tiếp đó là cả bốn đỉnh nằm trên một đường tròn.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

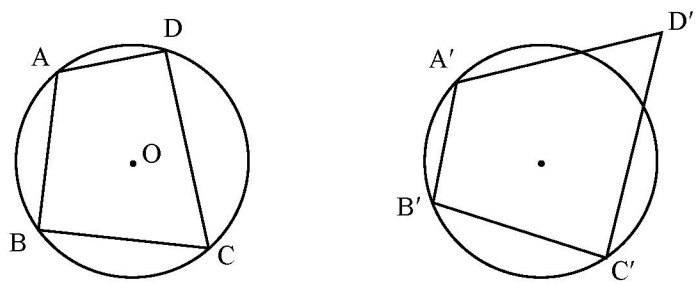
Hướng dẫn – Đáp án: Các tứ giác đều có bốn đỉnh nằm trên cùng một đường tròn.

Thực hành 1. Vẽ một tứ giác nội tiếp đường tròn và một tứ giác không nội tiếp đường tròn.

– Mục đích của Thực hành 1: HS thực hành vẽ để phân biệt tứ giác nội tiếp và tứ giác không nội tiếp, giúp HS rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: HS thực hiện yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:



Vận dụng 1. Có nhận xét gì về tứ giác trong hình hoa văn trang trí mặt lưng của chiếc ghế với đường tròn trong Hình 3.



Hình 3

– Mục đích của Vận dụng 1: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế nhận biết tứ giác nội tiếp trong các hoa văn trang trí mặt lưng của một chiếc ghế.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: Tứ giác trong hình hoa văn có bốn đỉnh nằm trên đường tròn nên là tứ giác nội tiếp.

2. Tính chất

HĐKP 2

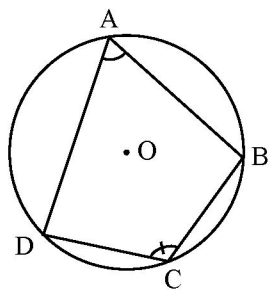
2 Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) (Hình 4).

a) Chỉ ra các cung chắn bởi mỗi góc nội tiếp $\widehat{DAB}$ và $\widehat{DCB}$.

b) Tính tổng số đo của các cung vừa tìm được.

c) Nêu kết luận về tổng số đo của hai góc $\widehat{DAB}$ và $\widehat{DCB}$.

d) Có nhận xét gì về tổng số đo của hai góc đối diện còn lại của tứ giác ABCD?



Hình 4

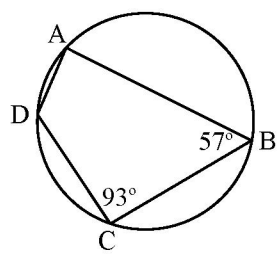
– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS khám phá tính chất tổng hai góc đối nhau của một tứ giác nội tiếp luôn bằng 180^o thông qua việc vận dụng số đo cung và số đo góc nội tiếp.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Thực hành 2. Tìm số đo các góc chưa biết của tứ giác ABCD trong Hình 6.

– Mục đích của Thực hành 2: HS thực hành tìm số đo của các góc trong tứ giác nội tiếp thông qua việc vận dụng định lí về tổng số đo hai góc đối nhau của một tứ giác nội tiếp để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

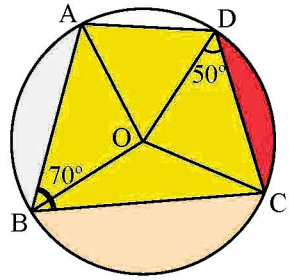


Hình 6

Hướng dẫn – Đáp án:

$\widehat{A} = 180^o - \widehat{C} = 180^o - 93^o = 87^o$; $\widehat{D} = 180^o - \widehat{B} = 180^o - 57^o = 123^o$.

Vận dụng 2. Trong hình vẽ minh hoạ của học sinh có một tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm O (Hình 7). Cho biết $\widehat{ABC} = 70^o$, $\widehat{ODC} = 50^o$. Tìm góc $\widehat{AOD}$.



Hình 7

– Mục đích của Vận dụng 2: HS có cơ hội vận dụng tính chất của tứ giác nội tiếp vào thực tế hội hoạ.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án: $\widehat{ADC} = 180^o - \widehat{ABC} = 180^o - 70^o = 110^o$;

$\widehat{ADO} = \widehat{ADC} - \widehat{ODC} = 110^o - 50^o = 60^o$.

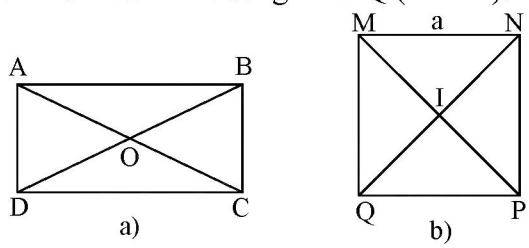
Tam giác OAD đều suy ra $\widehat{AOD} = 60^o$.

3. Đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật, hình vuông

HĐKP 3



Cho hình chữ nhật ABCD và hình vuông MNPQ (Hình 8).



Hình 8

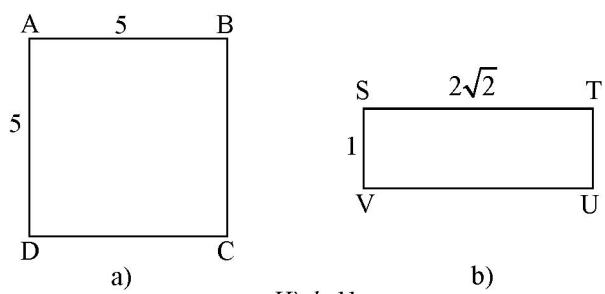
a) Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. So sánh độ dài các đoạn thẳng OA, OB, OC, OD. Nêu nhận xét về tâm và đường kính của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật ABCD.

b) Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp hình vuông MNPQ có cạnh bằng a.

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Giúp HS khám phá cách xác định tâm và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật và hình vuông dựa theo độ dài các cạnh thông qua việc vận dụng tính chất đường trung tuyến bằng nửa cạnh huyền của tam giác vuông.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Thực hành 3. Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp hình vuông và hình chữ nhật trong Hình 11.



Hình 11

– Mục đích của Thực hành 3: HS có cơ hội thực hành xác định tâm và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp hình vuông, hình chữ nhật.

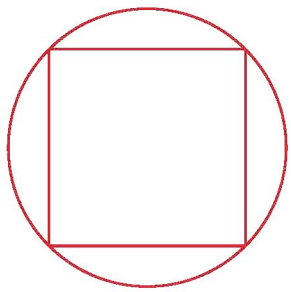
– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: HS thực hiện yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án:

Đường tròn ngoại tiếp hình vuông ABCD có tâm I (với I là giao điểm của hai đường chéo) và bán kính $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật STUV có tâm J (với J là giao điểm của hai đường chéo) và bán kính $R = \frac{SU}{2} = \frac{3}{2}$.

Vận dụng 3. Một người muốn thiết kế một bảng hiệu gồm một hình vuông nội tiếp một đường tròn có bán kính R = 3 cm (Hình 12). Tính diện tích hình vuông đó.



– Mục đích của Vận dụng 3: HS có cơ hội vận dụng cách xác định tâm và tính bán kính của hình vuông vào thực tế thiết kế một bảng hiệu.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 3: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án: Hình vuông có cạnh bằng $R\sqrt{2}$, suy ra diện tích hình vuông bằng $2R^2 = 18$ (cm^2).

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1.

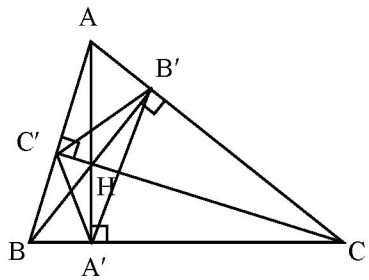
Góc \ Trường hợp	1	2	3	4
$\widehat{A}$	90°	100°	91°	66°
$\widehat{B}$	120°	110°	75°	92°
$\widehat{C}$	90°	80°	89°	114°
$\widehat{D}$	60°	70°	105°	88°

2. Ta có $\Delta AB'H$ vuông tại B′ và $\Delta AC'H$ vuông tại C′ cùng nội tiếp đường tròn đường kính AH, suy ra tứ giác AB′HC′ nội tiếp đường tròn đường kính AH.

Tương tự, ta có tứ giác BA′HC′ nội tiếp đường tròn đường kính BH và tứ giác CA′HB′ nội tiếp đường tròn đường kính CH.

Ta lại có ΔAB′B vuông tại B′ và ΔAA′B vuông tại A′ cùng nội tiếp đường tròn đường kính AB, suy ra tứ giác AB′A′B nội tiếp đường tròn đường kính AB.

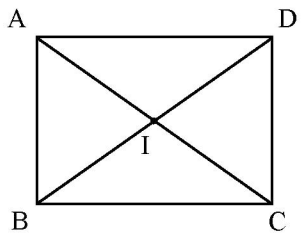
Tương tự, ta có tứ giác BC′B′C nội tiếp đường tròn đường kính BC và tứ giác AC′A′C nội tiếp đường tròn đường kính AC.



3. a) Hình chữ nhật ABCD có I là giao điểm của hai đường chéo và có độ dài đường chéo

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ (cm).

Suy ra đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật ABCD có tâm I và có bán kính $R = \dfrac{AC}{2} = 5$ cm.

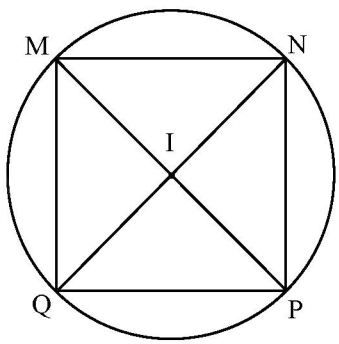


b) Hình chữ nhật ABCD có I là giao điểm của hai đường chéo và có độ dài đường chéo AC = 9 cm. Suy ra đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật ABCD có tâm I và có bán kính $R = \dfrac{AC}{2} = 4,5$ cm.

4. Đường tròn ngoại tiếp hình vuông MNPQ có tâm I và có bán kính $R = \dfrac{MP}{2}$, suy ra MP = 2R.

ΔMPQ vuông tại Q có $\sqrt{MQ^2 + QP^2} = MP$, suy ra $\sqrt{2MQ^2} = 2R$, suy ra $MQ = R\sqrt{2}$.

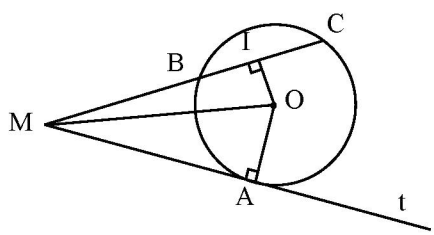
Hình vuông MNPQ có độ dài cạnh và đường chéo lần lượt là $R\sqrt{2}$ và 2R.



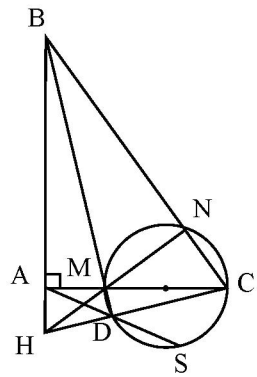
5. Vì MA là tiếp tuyến của (O) nên MA ⊥ OA hay $\widehat{OAM} = 90^\circ$.

Vì I là trung điểm của BC của ΔOBC cân tại O nên OI ⊥ BC hay $\widehat{OIM} = 90^\circ$.

Ta có ΔOAM vuông tại A và ΔOIM vuông tại I cùng nội tiếp đường tròn đường kính MO, suy ra AMIO là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MO.



6. a) Xét đường tròn đường kính MC có $\overset{\frown}{MDC} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).



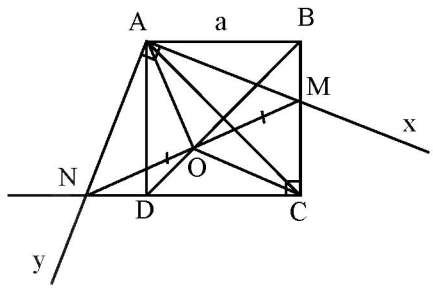
Ta có ΔBAC vuông tại A và ΔBDC vuông tại D cùng nội tiếp đường tròn đường kính BC, suy ra ABCD là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính BC.

b) Xét đường tròn đường kính MC có $\overset{\frown}{MNC} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Xét ΔMBC có: NC ⊥ MN, suy ra BC ⊥ MN; MC ⊥ AB; MB ⊥ CD. Hay MN, AB, CD là các đường cao trong ΔMBC.

Khi đó MN, AB, CD cùng đi qua một điểm (trực tâm H).

7. a) Xét ΔABM và ΔADN có: AB = AD = a; $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^o$; $\overset{\frown}{MAB} = \overset{\frown}{NAD}$ (cùng phụ với $\overset{\frown}{DAx}$). Suy ra ΔABM = ΔADN (cạnh góc vuông – góc nhọn).



b) Vì ΔABM = ΔADN nên AM = AN (hai cạnh tương ứng), suy ra ΔNAM cân tại A.

Vì O là trung điểm của MN nên AO là trung tuyến đồng thời là đường cao của ΔNAM hay AO ⊥ MN.

ΔABM vuông tại B và ΔAOM vuông tại O cùng nội tiếp đường tròn đường kính AM, suy ra ABMO là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AM.

ΔADN vuông tại D và ΔAON vuông tại O cùng nội tiếp đường tròn đường kính AN, suy ra AODN là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AN.

c) Ta có: BA = BC suy ra điểm B thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AC; (1)

DA = DC suy ra điểm D thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AC. (2)

Tứ giác AMCN có $\overset{\frown}{NAM} = \overset{\frown}{MCN} = 90^o$, suy ra tứ giác AMCN nội tiếp đường tròn đường kính MN. Điểm O là trung điểm MN nên là tâm đường tròn.

Ta có OA = OC suy ra điểm O thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AC. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra ba điểm B, D, O cùng thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AC.

Vậy ba điểm B, D, O thẳng hàng.

Bài 3. Đa giác đều và phép quay

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Nhận dạng được đa giác đều.

– Nhận biết được phép quay.

– Mô tả được các phép quay giữ nguyên hình đa giác đều.

– Nhận biết được những hình phẳng đều trong tự nhiên, nghệ thuật, kiến trúc, công nghệ chế tạo, ...

– Nhận biết được vẻ đẹp của thế giới tự nhiên biểu hiện qua tính đều.

– Vận dụng được tính chất của đa giác đều, phép quay, để giải quyết một số vấn đề trong thực tế.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. Một số chú ý

1. GV giúp HS nhận biết khái niệm đa giác lồi, cạnh và góc của đa giác lồi.

2. GV giúp học sinh nhận biết phép quay một cách trực quan thông qua thao tác quay đa giác đều quanh tâm đối xứng đến khi đa giác đều trùng với chính nó.

3. Từ khái niệm đa giác đều, GV hướng dẫn khái quát đến các hình phẳng có tính đều.

4. Cần tạo nhiều cơ hội thực tế để HS vận dụng khái niệm đa giác đều và phép quay.

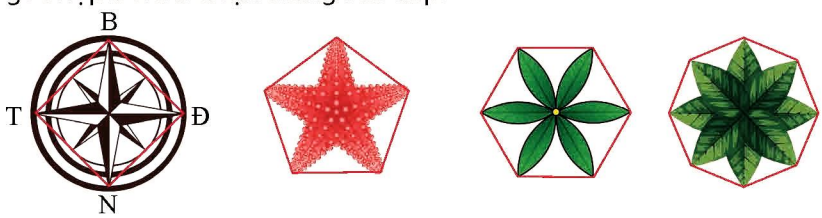
III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Trong mỗi đường gấp khúc khép kín nối các đỉnh của mỗi hình dưới đây, nhận xét về:

– độ dài các đoạn thẳng;

– góc hợp bởi hai đoạn thẳng liên tiếp.



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Giúp HS có cơ hội nhận biết khái niệm đa giác đều thông qua việc quan sát các hình có tính đối xứng trong tự nhiên và trong thiết kế, sản xuất, mĩ thuật, ...

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV sử dụng cơ hội để giới thiệu bài.

Lưu ý: Đây là câu hỏi mở, tạo sự chú ý và kết nối. GV không cần đánh giá câu trả lời của HS là đúng hay sai. Tinh thần chung của HĐKĐ là: Mọi câu trả lời đều được ghi nhận, muốn biết đúng – sai, học xong bài này sẽ rõ!

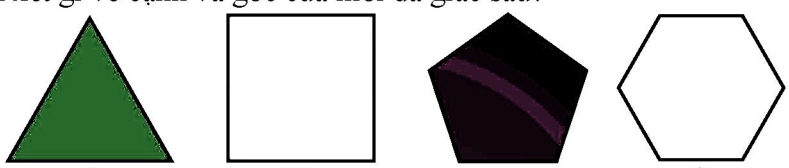
Hướng dẫn – Đáp án: Trong mỗi hình, độ dài các đoạn thẳng bằng nhau, độ lớn các góc hợp bởi hai đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau.

1. Khái niệm đa giác đều

HĐKP 1



Có nhận xét gì về cạnh và góc của mỗi đa giác sau?



a) b) c) d)

Hình 2

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS làm quen với khái niệm đa giác đều thông qua việc quan sát các cạnh và các góc của đa giác đó.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá. Có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án: Các cạnh của mỗi đa giác bằng nhau và các góc của mỗi đa giác bằng nhau.

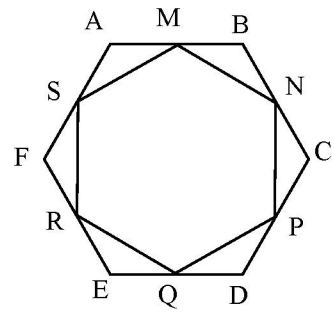
Thực hành 1. **Cho đường tròn (O; R), trên đó lấy các điểm M, N, P, Q, R sao cho số đo các cung $\overset{\frown}{MN}$, $\overset{\frown}{NP}$, $\overset{\frown}{PQ}$, $\overset{\frown}{QR}$, $\overset{\frown}{RM}$ bằng nhau. Đa giác MNPQR có là đa giác đều không? Vì sao?**

– Mục đích của Thực hành 1: HS thực hành nhận biết các đa giác đều để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: Các tam giác OMN, ONP, OPQ, OQR, ORM bằng nhau (c.g.c), suy ra đa giác MNPQR có các cạnh bằng nhau và các góc bằng nhau nên là đa giác đều.

Vận dụng 1. Cho lục giác đều ABCDEF có M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DE, EF, FA. Đa giác MNPQRS có là đa giác đều không? Vì sao?



– Mục đích của Vận dụng 1: HS có cơ hội vận dụng khái niệm đa giác đều để chứng minh một đa giác là đa giác đều.

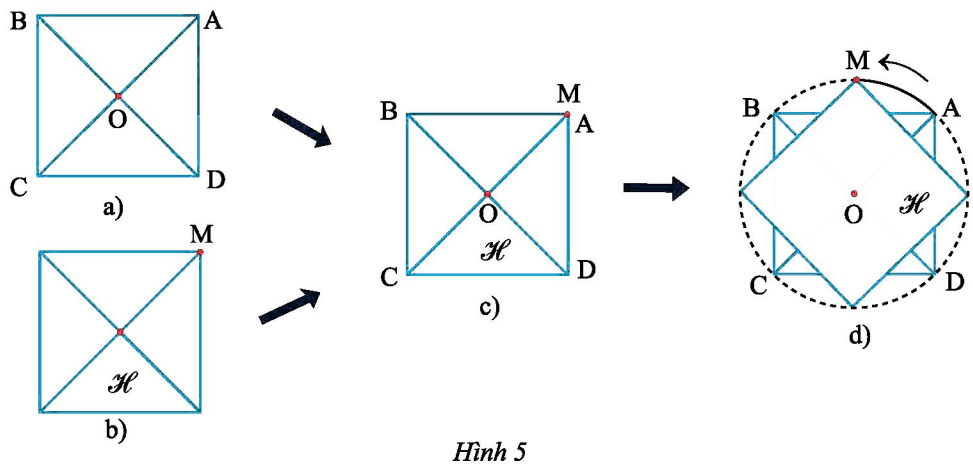
– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: Các tam giác BMN, CNP, DPQ, EQR, FRS, ASM bằng nhau (c.g.c), suy ra đa giác MNPQRS có các cạnh bằng nhau và các góc bằng nhau. Do đó đa giác MNPQRS là lục giác đều.

2. Phép quay

HĐKP 2

2 Vẽ hình vuông ABCD tâm O (Hình 5a). Cắt một tấm bìa hình vuông (gọi là $\mathscr{H}$) cùng độ dài cạnh với hình vuông ABCD (Hình 5b). Đặt hình vuông $\mathscr{H}$ trùng khít lên hình vuông ABCD sao cho đỉnh M của $\mathscr{H}$ trùng với điểm A, rồi dùng đinh ghim cố định tâm của $\mathscr{H}$ tại tâm O của hình vuông ABCD (Hình 5c). Quay hình vuông $\mathscr{H}$ quanh điểm O ngược chiều kim đồng hồ cho đến khi đỉnh M của $\mathscr{H}$ trùng lại với đỉnh A (Hình 5d).



Hình 5

a) Khi điểm M trùng với B thì M vạch nên một cung tròn có số đo bao nhiêu?

b) Trong quá trình trên, hình vuông $\mathscr{H}$ trùng khít với hình vuông ABCD bao nhiêu lần (không tính vị trí ban đầu trước khi quay)? Ứng với mỗi lần đó, điểm M vạch nên cung có số đo bao nhiêu?

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS làm quen với khái niệm phép quay thông qua việc quan sát các thao tác quay một hình vuông quanh tâm đường tròn ngoại tiếp để biến đa giác này trùng với chính nó.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Khi điểm M trùng B thì M vạch nên cung tròn có số đo 90^o.

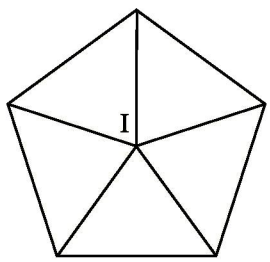
b) Bốn lần; 90^o, 180^o, 270^o, 360^o.

Thực hành 2. **Tìm phép quay biến hình ngũ giác đều tâm I thành chính nó (Hình 8).**

– Mục đích của Thực hành 2: HS thực hành nhận biết phép quay biến đa giác đều thành chính nó để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – Đáp án: Phép quay 72^o, 144^o, 216^o, 288^o hoặc 360^o tâm I cùng chiều hoặc ngược chiều kim đồng hồ biến ngũ giác đều tâm I thành chính nó.



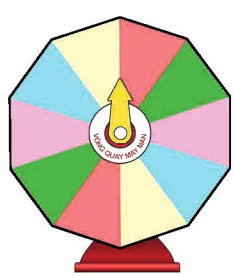
Hình 8

Vận dụng 2. **Một vòng quay may mắn có dạng hình đa giác đều 10 cạnh (Hình 9). Tìm các phép quay biến đa giác này thành chính nó.**

– Mục đích của Vận dụng 2: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế xác định phép quay có trong một vòng quay may mắn.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp. GV có thể tổ chức cho HS làm việc nhóm hoặc thuyết trình.

Hướng dẫn – Đáp án: Gọi O là tâm đối xứng của đa giác đều 10 cạnh. Phép quay 36^o, 72^o, 108^o, 144^o, 180^o, 216^o, 252^o, 288^o, 324^o hoặc 360^o tâm O cùng chiều hoặc ngược chiều kim đồng hồ biến đa giác đều 10 cạnh thành chính nó.



Hình 9

3. Hình phẳng đều trong thực tế

Lưu ý:

– GV cần khuyến khích HS sưu tầm các hình phẳng có tính đối xứng trong tự nhiên, sản xuất và thiết kế đồ hoạ. HS có thể trình bày các hình ảnh sưu tầm dưới dạng báo cáo thuyết trình hoặc trình chiếu.

– Trong báo cáo, GV cần hướng dẫn HS chỉ ra mối liên hệ giữa các hình phẳng có tính đối xứng và các đa giác đều cùng phép quay biến mỗi đa giác này thành chính nó.

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1.

Hình	Tên đa giác đều	Góc quay
11a	Tam giác đều	120^o, 240^o, 360^o tâm O
11b	Tứ giác đều	90^o, 180^o, 270^o, 360^o tâm I
11c	Ngũ giác đều	72^o, 144^o, 216^o, 288^o, 360^o tâm A
11d	Lục giác đều	60^o, 120^o, 180^o, 240^o, 300^o, 360^o tâm B
e	Bát giác đều	45^o, 90^o, 135^o, 180^o, 225^o, 270^o, 315^o, 360^o tâm C

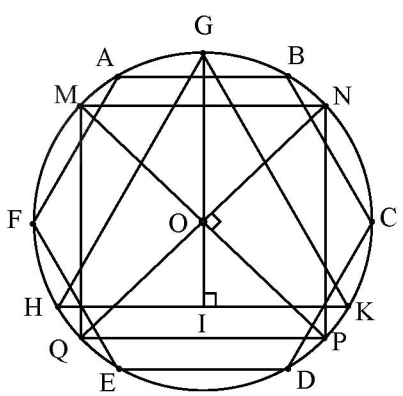
2. a) Nối tâm O và 9 đỉnh của đa giác đều đã cho, ta được 9 tam giác cân bằng nhau (c.c.c). Khi đó $\widehat{AOB} = \frac{360^o}{9} = 40^o$, $\widehat{ABO} = \widehat{CBO} = \frac{180^o - 40^o}{2} = 70^o$, $\widehat{ABC} = \widehat{ABO} + \widehat{CBO} = 140^o$.

b) Phép quay tâm O với góc quay 40^o, 80^o, 120^o, ..., 360^o cùng chiều hoặc ngược chiều kim đồng hồ biến đa giác đều 9 cạnh thành chính nó.

3. Đường viền ngoài của chiếc đồng hồ được làm theo hình bát giác đều.

Gọi O là tâm đối xứng của bát giác đều. Phép quay 45^o, 90^o, 135^o, ..., 360^o tâm O cùng chiều hoặc ngược chiều kim đồng hồ biến bát giác đều thành chính nó.

4. a) Hình tam giác đều GHK, hình vuông MNPQ, hình lục giác đều ABCDEF có các đỉnh nằm trên (O; R) được vẽ như hình bên.



b)

• Xét tam giác đều GHK.

Kẻ đường cao GI, I ∈ HK. Xét tam giác GIK vuông tại I, ta có:

$$GI = \frac{3}{2}GO = \frac{3}{2}R;$$

GI = GK . sin K, suy ra $GK = \frac{GI}{\sin K} = \frac{\frac{3}{2}R}{\sin 60^o} = \frac{\frac{3}{2}R}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = R\sqrt{3}$.

• Xét hình vuông MNPQ.

Tam giác NOP vuông cân tại O.

Theo định lí Pythagore, ta có: $NP^2 = ON^2 + OP^2 = R^2 + R^2 = 2R^2$, suy ra $NP = R\sqrt{2}$.

• Xét lục giác đều ABCDEF.

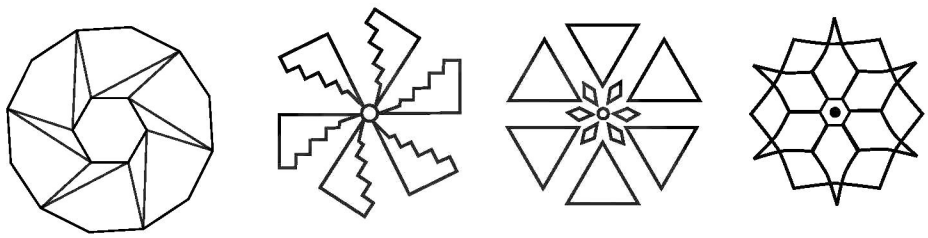
Tam giác AOB có OA = OB và $\overset{\frown}{AOB} = \frac{360^o}{6} = 60^o$ nên là tam giác đều,

suy ra AB = OA = OB = R.

5. a) Các hình phẳng có tính đều trong tự nhiên như con sao biển, bông hoa, lát cam, ...



b) Các hình phẳng có tính đều trong sản xuất, thiết kế, mĩ thuật như các hình vẽ hoa văn trang trí sau:



6. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp của đa giác đều 12 cạnh. Phép quay 30°, 60°, 90°, ..., 360° tâm O cùng hoặc ngược chiều kim đồng hồ biến đa giác đều 12 cạnh thành chính nó.

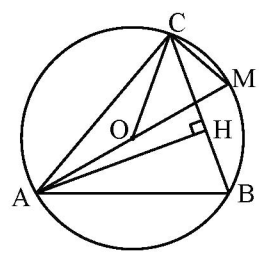
Bài tập cuối chương 9

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. B **2.** A **3.** C **4.** C **5.** B **6.** C **7.** C **8.** A **9.** D

BÀI TẬP TỰ LUẬN

10. Ta có $\overset{\frown}{ACM} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).



Xét ΔAHB và ΔACM có:

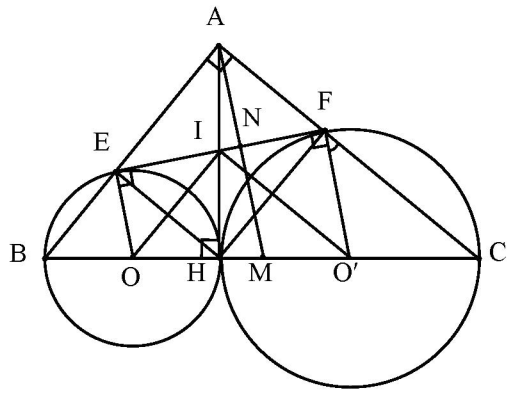
$\overset{\frown}{AHB} = \overset{\frown}{ACM} = 90^o$; $\overset{\frown}{ABH} = \overset{\frown}{AMC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

Suy ra ΔAHB ∽ ΔACM (g.g).

Suy ra $\overset{\frown}{MAC} = \overset{\frown}{BAH}$ (hai góc tương ứng).

Vậy $\overset{\frown}{OAC} = \overset{\frown}{BAH}$.

11.



a) Đường tròn (O) có bán kính là OH, đường tròn (O′) có bán kính là O′H.

Vì OO′ = OH + HO′ nên (O) và (O′) tiếp xúc ngoài.

b) Ta có $\widehat{BEH} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)). Suy ra HE ⊥ AB hay $\widehat{HEA} = 90^o$.

Tương tự, $\widehat{CFH} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O′)). Suy ra HF ⊥ AC hay $\widehat{HFA} = 90^o$.

Tứ giác AEHF có $\widehat{EAF} = 90^o$, $\widehat{HEA} = 90^o$, $\widehat{HFA} = 90^o$ nên tứ giác AEHF là hình chữ nhật.

c) Gọi I là giao điểm AH và EF, ta có IA = IE = IH = IF (tính chất hình chữ nhật).

• Xét ΔIEO và ΔIHO có: OI là cạnh chung; IE = IH; OE = OH.

Do đó ΔIEO = ΔIHO (c.c.c), suy ra $\widehat{OEI} = \widehat{OHI} = 90^o$ (hai góc tương ứng).

Vì $\widehat{OEF} = 90^o$ và E thuộc đường tròn (O) nên EF là tiếp tuyến của (O). (1)

• Xét ΔIFO′ và ΔIHO′ có: O′I là cạnh chung; IF = IH; O′F = O′H.

Do đó ΔIFO′ = ΔIHO′ (c.c.c), suy ra $\widehat{O'FI} = \widehat{O'HI} = 90^o$ (hai góc tương ứng).

Vì $\widehat{O'FE} = 90^o$ và F thuộc đường tròn (O′) nên EF là tiếp tuyến của (O′). (2)

Từ (1) và (2) suy ra EF là tiếp tuyến của (O) và đồng thời là tiếp tuyến của (O′).

d) Tam giác ABC vuông tại A có AM là đường trung tuyến, suy ra $AM = BM = CM = \frac{1}{2}BC$.

Do đó ΔAMC cân tại M, suy ra $\widehat{MAC} = \widehat{MCA}$. (3)

Tam giác O′FC cân tại O′ (vì O′F = O′C) suy ra $\widehat{O'FC} = \widehat{O'CF}$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{MAC} = \widehat{O'FC}$.

Mà $\widehat{MAC}$, $\widehat{O'FC}$ là hai góc đồng vị nên AM // O′F.

Mặt khác O′F ⊥ EF, suy ra AM ⊥ EF tại N.

Xét tam giác ABC vuông tại A có

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ (cm)}.$$

Diện tích tam giác ABC là

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot AC$, suy ra $AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4{,}8$ (cm).

Suy ra EF = AH = 4,8 cm.

Vì $\Delta AHF \backsim \Delta ACH$ (g.g) nên $\frac{AH}{AC} = \frac{AF}{AH}$. Suy ra $AF = \frac{AH^2}{AC} = \frac{4{,}8^2}{8} = 2{,}88$ (cm).

Vì $\Delta AEF \backsim \Delta NAF$ (g.g) nên $\frac{AF}{NF} = \frac{EF}{AF}$. Suy ra $NF = \frac{AF^2}{EF} = \frac{2{,}88^2}{4{,}8} = 1{,}728$ (cm).

Xét tam giác AFN vuông tại A, ta có

$$AN = \sqrt{AF^2 - NF^2} = \sqrt{2{,}88^2 - 1{,}728^2} = 2{,}304 \text{ (cm)}.$$

Diện tích tam giác AFN là $S_{\Delta AFN} = \frac{1}{2} AN \cdot NF = \frac{1}{2} \cdot 2{,}304 \cdot 1{,}728 \approx 2$ (cm^2).

12. Đa giác đều 12 cạnh.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp của đa giác đều 12 cạnh. Phép quay 30°, 60°, 90°, ..., 360° tâm O cùng hoặc ngược chiều kim đồng hồ biến đa giác đều 12 cạnh thành chính nó.

HÌNH HỌC TRỰC QUAN

Chương 10 CÁC HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực chuyên môn

– Mô tả được đường sinh, chiều cao, bán kính đáy của hình trụ; đỉnh, đường sinh, chiều cao, bán kính đáy của hình nón; tâm, bán kính của hình cầu, mặt cầu.

– Tính được diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ, hình nón.

– Tính được diện tích của mặt cầu, thể tích của hình cầu.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính diện tích xung quanh, thể tích của hình trụ, hình nón, hình cầu.

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận, làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu thiên nhiên, ham thích danh lam thắng cảnh.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

1. Bên cạnh Hình học phẳng, phần Hình học và Đo lường trong Chương trình giáo dục phổ thông năm 2018 có thêm phần Hình học trực quan, kéo dài từ lớp 1 tới lớp 9 (trước đây Hình học trực quan chỉ được học từ lớp 1 tới lớp 5).

2. Quan điểm chủ đạo của Hình học trực quan là: Dựa vào quan sát, tương tác, đo đạc, so sánh để tìm ra tính chất của hình, không đi sâu vào lập luận chứng minh.

3. Với Hình học trực quan, HS có thêm nhiều cơ hội để yêu thích môn Toán, rèn luyện năng lực "Sử dụng công cụ, phương tiện học toán", một trong năm năng lực đặc thù của môn Toán. Điều nay giúp HS có nhiều lựa chọn cho giai đoạn hướng nghiệp về sau.

4. Hình ảnh ở đầu chương là hình các công trình kiến trúc có dạng hình trụ, hình nón, hình cầu ở khu du lịch Bà Nà (Đà Nẵng) giúp HS gắn liền toán học và thực tế cuộc sống.

C. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

Bài 1. Hình trụ

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Mô tả được đường sinh, chiều cao, bán kính đáy của hình trụ, tạo lập được hình trụ.

– Tính được diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống.

II. Một số chú ý

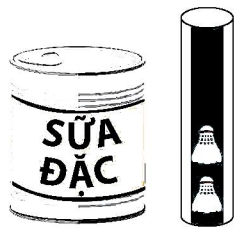
1. GV có thể chuẩn bị một số dụng cụ trực quan như hộp sữa, cuộn giấy hoặc các hình ảnh trong cuộc sống có dạng hình trụ.

2. Khuyến khích GV dạy hình học trực quan bằng đồ dùng thực tế; sử dụng công nghệ thông tin, các video và các hình vẽ 3D (nếu có điều kiện); ...

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Cuộn giấy in trong nhà máy, hộp sữa, hộp đựng quả cầu lông như hình bên có đặc điểm gì chung? Trong thực tế có đồ vật nào có hình dạng tương tự?



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Dẫn dắt HS tới khái niệm hình trụ bằng các đồ vật trực quan.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV cho HS thảo luận nhóm. Dựa vào ý của các nhóm, GV tổng kết và bổ sung.

Lưu ý: Đây là câu hỏi mở, không yêu cầu HS trả lời đầy đủ và chính xác.

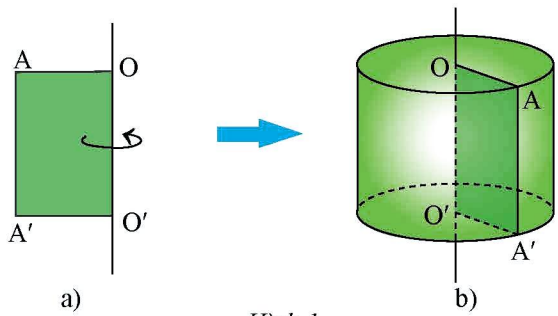
Hướng dẫn – Đáp án: HS có thể trả lời một số ý như sau: Đặc điểm chung của các đồ vật ở hình bên là có hai mặt đáy hình tròn bằng nhau; đồ vật dạng này dễ di chuyển, dễ sắp đặt; hình thể chắc chắn, khó bị phá huỷ.

Những đồ vật trong thực tế có hình dạng tương tự: cái cột nhà, thùng đựng xăng dầu, ống nước, ...

1. Hình trụ

HĐKP 1

Cho tấm bìa có dạng hình chữ nhật AA′O′O (Hình 1a). Khi quay tấm bìa một vòng quanh cạnh OO′ cố định thì hình tạo ra giống với đồ vật quen thuộc nào?



a) b)

Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS hiểu được khái niệm hình trụ và cách tạo ra hình trụ bằng cách quay một tấm bìa hình chữ nhật quanh một cạnh của nó. Thông qua phép quay, giúp HS bước đầu hình thành được một số tính chất của hình trụ. Phát triển khả năng quan sát, phân tích, suy luận và tư duy logic. Tăng cường hứng thú học tập môn hình học.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***:

+ GV chuẩn bị một tấm bìa có dạng hình chữ nhật được gắn với một trục OO′ như Hình 1a và một số đồ vật quen thuộc có dạng hình trụ.

+ GV chia HS thành các nhóm, mỗi nhóm được phát một tấm bìa và một số đồ vật quen thuộc.

+ GV yêu cầu các nhóm thực hiện các bước sau:

• Quan sát và nhận xét hình dạng của tấm bìa.

• Quay tấm bìa một vòng quanh cạnh OO′ cố định.

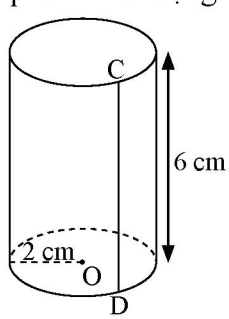
• So sánh hình tạo ra với các đồ vật quen thuộc.

+ GV yêu cầu các nhóm trình bày kết quả của mình.

+ GV tổng kết và đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án: HS có thể trả lời hình tạo ra giống các đồ vật ở phần Khởi động hoặc các đồ vật quen thuộc có dạng hình trụ mà GV đã chuẩn bị.

Thực hành 1. Quan sát và cho biết đường sinh, độ dài bán kính đáy và chiều cao của hình trụ trong Hình 4.



Hình 4

– Mục đích của Thực hành 1: Giúp HS nhận biết các yếu tố của hình trụ.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: GV yêu cầu HS đọc đề bài rồi trả lời.

GV có thể yêu cầu HS vẽ vào giấy nháp một hình trụ với độ dài bán kính đáy và độ dài đường sinh cho trước và ghi kích thước vào hình vẽ.

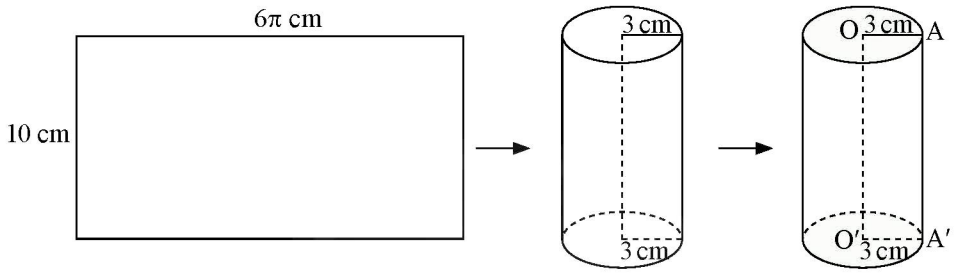
Hướng dẫn – Đáp án: Đường sinh CD, độ dài bán kính đáy là 2 cm, chiều cao là 6 cm.

Thực hành 2. Tạo lập chiếc hộp dạng hình trụ có chiều cao 10 cm, bán kính đáy 3 cm theo hướng dẫn sau:

Bước 1: Cắt một tấm bìa hình chữ nhật có cạnh 10 cm và cạnh 6π cm (≈ 19 cm) (Hình 5a).

Bước 2: Ghép hai cạnh 10 cm của tấm bìa lại với nhau sao cho hai cạnh 6π cm được uốn cong tạo thành hai đường tròn như Hình 5b.

Bước 3: Cắt hai tấm bìa hình tròn bán kính 3 cm rồi dán vào hai đường tròn vừa tạo thành ở Bước 2, ta được chiếc hộp như yêu cầu (Hình 5c).



Hình 5

– Mục đích của Thực hành 2: Giúp HS vận dụng kiến thức về hình trụ để tạo ra một sản phẩm thực tế; phát triển khả năng tư duy, sáng tạo và kĩ năng thực hành.

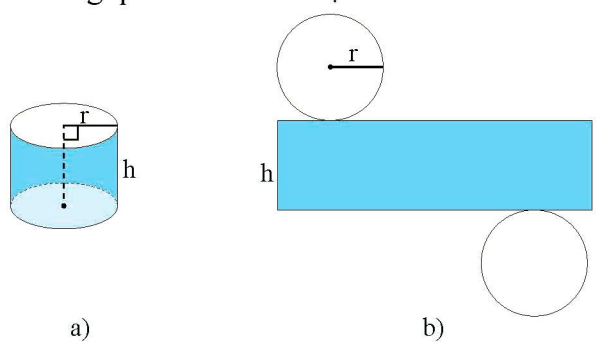
– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: GV tổ chức thành các nhóm thực hiện. Mỗi nhóm chuẩn bị các dụng cụ và vật dụng như trong bài. GV đánh giá và cho điểm với các tiêu chí chính xác, chắc chắn, đẹp.

2. Diện tích xung quanh của hình trụ

HĐKP 2

2 Hình khai triển của một hình trụ có bán kính đáy r, chiều cao h (Hình 6a) gồm hai hình tròn và một hình chữ nhật (Hình 6b). Diện tích của hình chữ nhật trong Hình 6b được gọi là *diện tích xung quanh của hình trụ*.

Hãy tính diện tích xung quanh của hình trụ theo r và h.



Hình 6

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS hiểu được khái niệm về diện tích xung quanh của hình trụ; biết được cách tính diện tích xung quanh của hình trụ; vận dụng kiến thức về diện tích xung quanh của hình trụ để giải quyết các bài toán thực tế; phát triển khả năng tư duy, sáng tạo và kĩ năng giải quyết vấn đề.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV tổ chức thành các nhóm thực hiện. GV so sánh bài làm của các nhóm, nhận xét và đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án: Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh$.

Vận dụng. Một nhà máy dự định sản xuất thùng phuy đựng dầu nhớt dạng hình trụ có đường kính đáy 0,6 m và chiều cao 0,9 m (Hình 7). Bỏ qua diện tích các mép thùng, hãy tính diện tích thép cần để sản xuất 100 thùng phuy như vậy (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Hình 7

– Mục đích của Vận dụng: Vận dụng kiến thức về diện tích xung quanh của hình trụ để giải quyết các bài toán thực tế.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng: GV tổ chức HS thành các nhóm thực hiện. GV so sánh bài làm của các nhóm, nhận xét và đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

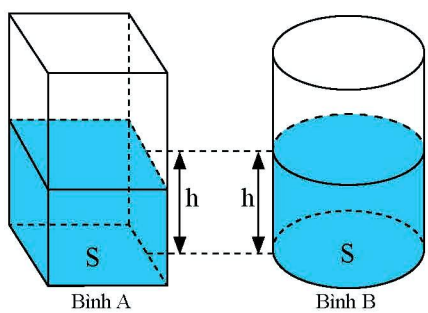
Bán kính của thùng phuy là $\frac{0,6}{2} = 0,3$ (m).

Diện tích thép của 1 thùng là $2 . \pi . 0,3 . 0,9 + 2 . \pi . (0,3)^2 = 0,72\pi$ (m^2).

Diện tích thép của 100 thùng (không tính hao hụt) là $0,72\pi . 100 \approx 226,19$ (m^2).

3. Thể tích của hình trụ

3 Cho hai cái bình có cùng diện tích đáy: bình A có dạng hình hộp chữ nhật, bình B có dạng hình trụ. Ban đầu cả hai bình đều không chứa nước. Người ta đổ cùng một lượng nước vào hai bình thì thấy chiều cao của mực nước ở hai bình bằng nhau (Hình 8). Gọi S là diện tích đáy và h là chiều cao của mực nước ở mỗi bình.



Hình 8

a) Tính thể tích V của lượng nước trong bình A theo S và h. Từ đó, dự đoán thể tích của lượng nước trong bình B.

b) Gọi r là bán kính đáy của bình B. Hãy tính thể tích lượng nước trong bình B theo r và h.

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Giúp HS hiểu và tính được thể tích của hình trụ thông qua cách tính thể tích của hình hộp chữ nhật đã biết. Qua hoạt động, HS phát triển khả năng tư duy, sáng tạo và kĩ năng giải quyết vấn đề.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***:

+ GV yêu cầu HS nhắc lại công thức tính thể tích của hình hộp chữ nhật khi biết diện tích đáy và chiều cao.

+ Yêu cầu HS tính thể tích nước ở bình A.

+ Nêu câu trả lời dự đoán thể tích nước ở bình B.

+ Yêu cầu HS tính thể tích nước ở bình B theo S và h. Từ đó tính thể tích nước ở bình B theo r và h.

+ GV có thể tổ chức lớp thành các nhóm hoặc yêu cầu HS làm vào giấy nháp.

Lưu ý: GV có thể thay nước bằng cát.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Thể tích của lượng nước trong bình A là S . h.

Thể tích của lượng nước trong bình B là S . h.

b) Thể tích của lượng nước trong bình B tính theo r và h là $\pi r^2 h$.

Thực hành 3. Phần bên trong của một cái bể hình trụ có chiều cao 2,1 m và bán kính đáy 1,5 m. Tính thể tích lượng nước trong bể biết mực nước bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bể (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

– Mục đích của Thực hành 3: Thực hành tính thể tích của một đối tượng trong thực tế có dạng hình trụ, biết cách dùng máy tính để tính gần đúng.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: GV yêu cầu từng HS tính. GV sửa bài, yêu cầu HS tự kiểm tra và đánh giá bài làm của mình.

Hướng dẫn – Đáp án:

Thể tích của bể là $\pi . (1,5)^2 . 2,1 = 4,725\pi$ (m^3).

Thể tích của lượng nước trong bể là $\frac{2}{3} . 4,725\pi \approx 10$ (m^3).

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. Hình 10b, Hình 10d là các hình trụ.

2. Hình 11a có chiều cao là 10 cm, bán kính đáy là 2 cm, $S_{xq} = 2 . \pi . 2 . 10 = 40\pi$ (cm^2), $V = \pi . 2^2 . 10 = 40\pi$ (cm^3).

Hình 11b có chiều cao là 8 cm, bán kính đáy là 4 cm, $S_{xq} = 2 . \pi . 4 . 8 = 64\pi$ (cm^2), $V = \pi . 4^2 . 8 = 128\pi$ (cm^3).

Hình 11c có chiều cao là 7 cm, bán kính đáy là 3 cm, $S_{xq} = 2 . \pi . 3 . 7 = 42\pi$ (cm^2), $V = \pi . 3^2 . 7 = 63\pi$ (cm^3).

3. Bước 1: Cắt một tấm bìa hình chữ nhật có cạnh là 8π cm (≈ 25 cm) và cạnh 7 cm.

Bước 2: Ghép hai mép của cạnh 7 cm lại với nhau sao cho hai cạnh 8π được uốn cong tạo thành hai đường tròn. Khi đó mặt của tấm bìa tạo thành mặt xung quanh của hình trụ.

Bước 3: Cắt hai tấm bìa hình tròn có bán kính 4 cm dán vào đường tròn vừa tạo thành. Ta được hình trụ phải tạo lập.

4. Diện tích xung quanh của phần bên trong chiếc thùng: $2 \cdot \pi \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8 = 0{,}96\pi$ (m^2).

Diện tích cần sơn: $0{,}96\pi + \pi \cdot (0{,}6)^2 = 1{,}32\pi \approx 4{,}15$ (m^2).

5. Dung tích của bể: $\pi \cdot (1{,}2 - 0{,}05)^2 \cdot 1{,}6 \approx 6{,}65$ (m^3).

BÀI 2. HÌNH NÓN

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Mô tả được đỉnh, đường sinh, chiều cao, bán kính đáy của hình nón, tạo lập được hình nón.

– Tính được diện tích xung quanh và thể tích của hình nón.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống.

II. Một số chú ý

1. GV có thể chuẩn bị một số dụng cụ trực quan như mũ chú hề, chiếc nón lá hoặc các hình ảnh trong cuộc sống có dạng hình nón.

2. Khuyến khích GV dạy hình học trực quan bằng dụng cụ thực tế; sử dụng công nghệ thông tin, các video và các hình vẽ 3D (nếu có điều kiện); …

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Vỏ kem ốc quế, chao đèn trang trí, chiếc nón lá ở hình bên có đặc điểm gì chung?

Tìm một số vật thể trong thực tế có hình dạng tương tự.



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Dẫn dắt HS tới khái niệm hình nón bằng các vật thể trực quan.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV cho HS thảo luận nhóm. Dựa vào ý của các nhóm, GV tổng kết và bổ sung.

Lưu ý: Đây là câu hỏi mở nên không yêu cầu HS phải phát biểu chính xác.

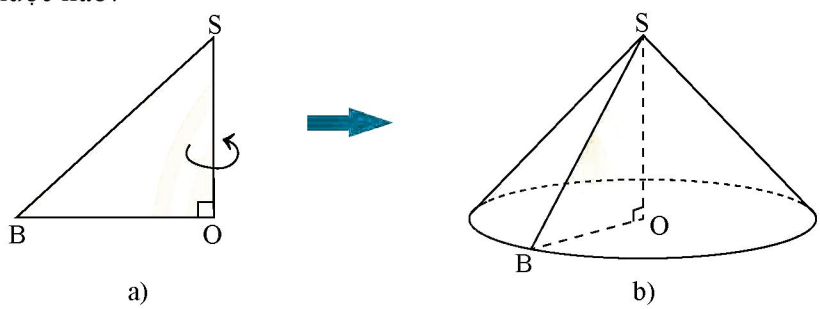
Hướng dẫn – Đáp án: HS có thể trả lời một vài ý như sau: Đặc điểm chung của các vật ở hình bên là có đáy là hình tròn, có 1 đỉnh, một mặt cong, khoảng cách nối từ đỉnh đến một điểm trên đường tròn đáy thì bằng nhau.

Nhiều vật thể trong thực tế có dạng tương tự: củ cà rốt, cọc nhọn, đầu bút chì, …

1. Hình nón

HĐKP 1

1 Cho tấm bìa có dạng hình tam giác OSB vuông tại O, cạnh SO cố định (Hình 1a). Khi quay tấm bìa một vòng quanh cạnh SO thì hình tạo ra giống với đồ vật quen thuộc nào?



a) b)

Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS hiểu được khái niệm hình nón và cách tạo ra hình nón bằng cách quay một tấm bìa hình tam giác vuông quanh một cạnh góc vuông. Thông qua phép quay này hình thành được một số tính chất của hình nón. Từ đó, phát triển khả năng quan sát, phân tích, suy luận và tư duy logic; tăng cường hứng thú học tập môn hình học cho HS.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***:

+ GV chuẩn bị một tấm bìa hình tam giác vuông và một số đồ vật quen thuộc có dạng hình nón.

+ GV chia HS thành các nhóm.

+ Mỗi nhóm được phát một tấm bìa và một số đồ vật quen thuộc.

+ GV yêu cầu các nhóm thực hiện các bước sau:

• Quan sát và nhận xét hình dạng của tấm bìa.

• Quay tấm bìa một vòng quanh một cạnh góc vuông.

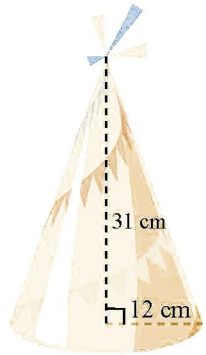
• So sánh hình tạo ra với các đồ vật quen thuộc.

+ GV yêu cầu các nhóm trình bày kết quả của mình.

+ GV tổng kết và đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án: HS có thể trả lời hình tạo ra giống các đồ vật ở phần Khởi động hoặc các đồ vật quen thuộc có dạng hình nón mà GV đã chuẩn bị.

Thực hành 1. Chiếc mũ ở Hình 4 có dạng hình nón. Cho biết bán kính đáy, chiều cao và độ dài đường sinh của hình nón đó.



Hình 4

– Mục đích của Thực hành 1: Giúp HS nhận dạng các yếu tố của hình nón, tính được độ dài đường sinh thông qua bán kính và chiều cao.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: GV yêu cầu HS đọc đề bài rồi trả lời. GV gọi một vài HS trả lời kết quả.

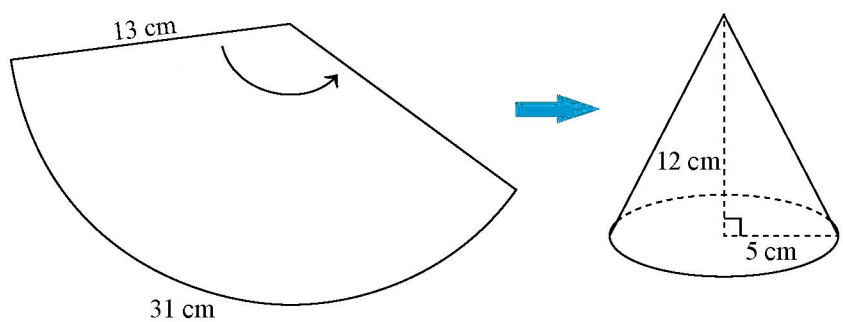
Hướng dẫn – Đáp án: Bán kính đáy r = 12 cm, chiều cao h = 31 cm, độ dài đường sinh $l = \sqrt{12^2 + 31^2} = \sqrt{1105}$ (cm).

Thực hành 2. Tạo lập hình nón có chiều cao 12 cm và bán kính đáy 5 cm theo hướng dẫn sau:

– Cắt tấm bìa hình quạt tròn có bán kính bằng độ dài đường sinh $l = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ (cm), độ dài cung của hình quạt tròn bằng 10π cm ≈ 31 cm (Hình 5a).

– Cắt tấm bìa hình tròn bán kính 5 cm.

– Ghép và dán hai mép hình quạt tròn lại với nhau sao cho cung của nó tạo thành đường tròn, rồi dán tấm bìa hình tròn ở trên vào làm đáy, ta được hình nón như Hình 5b.



a) b)

Hình 5

– Mục đích của Thực hành 2: Giúp HS vận dụng kiến thức về hình nón để tạo ra một sản phẩm thực tế. Qua thực hành HS, phát triển khả năng tư duy, sáng tạo và kĩ năng thực hành.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: GV tổ chức HS thành các nhóm thực hiện. Mỗi nhóm chuẩn bị các dụng cụ và vật dụng như trong bài. GV đánh giá và cho điểm với các tiêu chí chính xác, chắc chắn, đẹp.

2. Diện tích xung quanh của hình nón

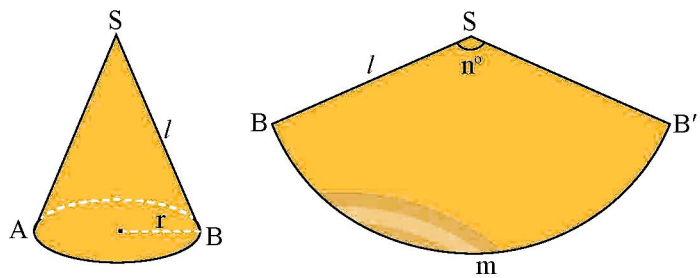
HĐKP 2

2 Cho một hình nón có bán kính r, độ dài đường sinh l (Hình 6a). Cắt mặt xung quanh của hình nón theo một đường sinh của nó rồi trải phẳng ra, ta được một hình quạt tròn (Hình 6b). Tính theo r và l:

a) Độ dài cung BB′;

b) Số đo cung BB′;

c) Diện tích của hình quạt tròn.



Hình 6

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS biết được cách tính diện tích xung quanh của hình nón. Qua hoạt động, HS phát triển khả năng tư duy, sáng tạo và kĩ năng giải quyết vấn đề.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV tổ chức thành các nhóm thực hiện. GV yêu cầu HS nhắc lại công thức tính chu vi hình tròn, công thức liên hệ độ dài cung và số đo cung của hình quạt tròn, công thức tính diện tích của hình quạt tròn. GV so sánh bài làm của các nhóm, nhận xét và đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

a) Độ dài m của cung BB′ bằng chu vi đường tròn đáy, ta có $m = 2\pi r$. (1)

b) Gọi n là số đo cung BB′ của hình quạt tròn.

Áp dụng công thức liên hệ số đo cung n và độ dài cung m của hình quạt tròn ta có:

$$n = \frac{m.180}{\pi l} \text{ (với } l \text{ là bán kính hình quạt tròn).} \quad (2)$$

Thay m ở (1) vào (2), ta được $n = \frac{360r}{l}$. (3)

c) Ta có công thức tính diện tích hình quạt tròn với bán kính l và số đo cung n là

$$S = \frac{\pi l^2 n}{360}. \quad (4)$$

Thế n ở (3) vào (4), ta được $S = \pi r l$.

Thực hành 3. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón có đường kính của đáy d = 10 m và chiều cao h = 12 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

– Mục đích của Thực hành 3: Giúp HS tính được diện tích xung quanh của hình nón, vận dụng kiến thức về diện tích xung quanh của hình nón để giải quyết các bài toán thực tế.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: GV tổ chức HS thành các nhóm thực hiện theo yêu cầu. GV so sánh bài làm của các nhóm, nhận xét và đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

Bán kính của đáy là $r = \frac{d}{2} = \frac{10}{2} = 5$ (m).

Độ dài đường sinh là $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ (m).

Diện tích xung quanh là $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 5 \cdot 13 = 65\pi$ (m^2).

Diện tích đáy là $S_{đáy} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi$ (m^2).

Diện tích toàn phần là $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = 90\pi \approx 282{,}74$ (m^2).

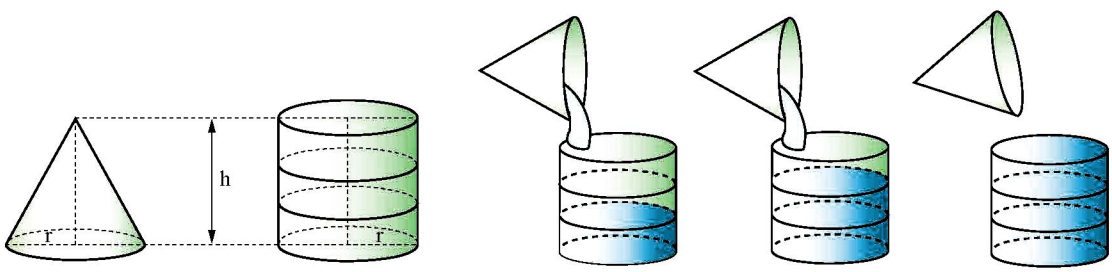
3. Thể tích của hình nón

HĐKP 3

3 Lấy một cái gàu hình nón và một cái bình hình trụ (Hình 8a) có cùng bán kính đáy r và chiều cao h. Múc đầy nước vào cái gàu rồi đổ qua cái bình. Sau ba lần đổ nước như thế thì cái bình vừa đầy nước (Hình 8b). Tính theo r và h:

a) Thể tích của bình hình trụ;

b) Thể tích của gàu hình nón.



a) b)

Hình 8

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Giúp HS hiểu được mối quan hệ giữa thể tích của hình nón và thể tích hình trụ có cùng bán kính đáy và chiều cao; tìm được công thức tính thể tích hình nón thông qua thể tích hình trụ; rèn luyện khả năng tính toán, vận dụng kiến thức vào thực tế.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***:

Hoạt động 1:

+ GV yêu cầu HS quan sát Hình 8, sau đó đặt câu hỏi:

• Gàu và bình có cùng bán kính đáy và chiều cao. Vậy thể tích của gàu và bình bằng nhau hay khác nhau?

• Nếu khác nhau thì thể tích gàu và thể tích bình có mối quan hệ như thế nào?

+ HS thảo luận nhóm để tìm câu trả lời.

+ GV tổng hợp ý kiến của HS và đưa ra kết luận: Thể tích của hình nón bằng $\frac{1}{3}$ thể tích của hình trụ có cùng bán kính đáy và chiều cao.

Hoạt động 2:

+ GV yêu cầu HS tính thể tích của cái bình hình trụ, từ đó suy ra thể tích cái gàu hình nón.

Hoạt động 3:

+ GV kiểm tra kết quả tính toán của HS.

+ GV đưa ra kết luận cuối cùng như phần kiến thức trọng tâm.

Hướng dẫn – Đáp án:

Thể tích của cái bình hình trụ là: $\pi r^2 h$.

Thể tích của cái gàu hình nón là: $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

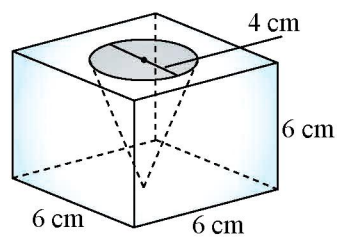
Thực hành 4. Tính thể tích của hình nón có bán kính đáy 6 cm, chiều cao 4 cm.

– Mục đích của Thực hành 4: HS tính được thể tích của hình nón.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 4: GV yêu cầu HS thực hiện yêu cầu vào giấy nháp. HS thực hiện cá nhân rồi trao đổi đáp án với bạn. GV kiểm tra và đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án: $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}.\ \pi.6^2\ .\ 4 = 48\pi\ (cm^3)$.

Vận dụng. Từ một khối gỗ có dạng hình lập phương cạnh 6 cm, người ta khoét một hình nón có đường kính mặt đáy là 4 cm và đỉnh của hình nón chạm vào mặt đáy của khối gỗ (Hình 10). Hãy tính thể tích của phần khối gỗ còn lại (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Hình 10

– Mục đích của Vận dụng: Ôn lại công thức tính thể tích hình trụ. Vận dụng kiến thức về thể tích của hình nón, hình trụ để giải quyết các bài toán thực tế.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng: GV yêu cầu HS thực hiện yêu cầu vào giấy nháp. HS thực hiện cá nhân rồi trao đổi đáp án với bạn, tự tìm lỗi sai. GV kiểm tra và đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

Bán kính mặt đáy của phần khoét hình nón là $r = \frac{4}{2} = 2$ (cm).

Thể tích phần khoét hình nón là $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} . \pi . 2^2 . 6 = 8\pi$ (cm^3).

Thể tích phần khối gỗ còn lại = Thể tích khối gỗ ban đầu – Thể tích hình nón

$= 6^3 - 8\pi \approx 191$ (cm^3).

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. Hình 11b, 11d là các hình nón.

2. Hình 12a có chiều cao là 6 cm, bán kính đáy là 3 cm, độ dài đường sinh là

$\sqrt{6^2 + 3^2} = 3\sqrt{5}$ (cm), $S_{xq} = \pi . 3 . 3\sqrt{5} = 9\sqrt{5}\,\pi$ (cm^2).

Hình 12b có chiều cao là $\sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ (cm), bán kính đáy là 3 cm, độ dài đường sinh là 5 (cm), $S_{xq} = \pi . 3 . 5 = 15\pi$ (cm^2).

Hình 12c có chiều cao là $\sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ (cm), bán kính đáy là 9 cm, độ dài đường sinh là 15 (cm), $S_{xq} = \pi . 9 . 15 = 135\pi$ (cm^2).

3. Bước 1: Tính độ dài đường sinh: $l = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65} \approx 8$ (cm).

Cắt tấm bìa hình quạt tròn có bán kính bằng độ dài đường sinh bằng 8 cm, độ dài cung của hình quạt tròn bằng 8π cm ≈ 25 cm.

Bước 2: Cắt tấm bìa hình tròn có bán kính 4 cm.

Bước 3: Gấp và dán hai mép hình quạt tròn lại với nhau sao cho cung của nó tạo thành đường tròn, rồi dán tấm bìa hình tròn ở trên vào đáy. Ta được hình nón phải tạo lập.

4. a) $V = \frac{1}{3} . \pi . 6^2 . 12 = 144\pi$ (cm^3).

b) $r = \frac{7}{2} = 3{,}5$ (m), $V = \frac{1}{3} . \pi . 3{,}5^2 . 10 = \frac{245}{6}\pi$ (m^3).

c) $r = \sqrt{\frac{152}{\pi}}$ (cm), $V = \frac{1}{3} . \pi . \left(\sqrt{\frac{152}{\pi}}\right)^2 . 6 = 304$ (cm^3).

d) $r = \frac{130}{2\pi} = \frac{65}{\pi}$, $V = \frac{1}{3} . \pi . \left(\frac{65}{\pi}\right)^2 . 24 = \frac{33800}{\pi}$ (cm^3).

5. Bán kính đáy của phần mũ hình nón là $r = \frac{35 - 10 . 2}{2} = 7{,}5$ (cm).

Diện tích xung quanh của phần mũ hình nón là $S_{xq} = \pi r l = \pi . 7{,}5 . 30 = 225\pi$ (cm^2).

Diện tích của phần vành mũ là $S = \pi . \left(\frac{35}{2}\right)^2 - \pi . 7{,}5^2 = 250\pi$ (cm^2).

Tổng diện tích giấy làm nên chiếc mũ là $250\pi + 225\pi = 475\pi \approx 1492$ (cm^2).

BÀI 3. HÌNH CẦU

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Mô tả được tâm, bán kính của hình cầu, tạo lập được hình cầu, mặt cầu.

– Nhận biết được phần chung của mặt phẳng và hình cầu.

– Tính được diện tích của mặt cầu và thể tích của hình cầu.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính diện tích xung quanh và thể tích của hình cầu.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống.

II. Một số chú ý

1. GV có thể chuẩn bị một số dụng cụ trực quan như trái bóng tennis, viên bi, quả địa cầu.

2. Khuyến khích GV dạy hình học trực quan bằng dụng cụ thực tế; sử dụng máy tính, các video và các hình vẽ 3D (nếu có điều kiện); …

III. Gợi ý các hoạt động cụ thể

HĐKĐ

Các vật thể quen thuộc ở hình bên có đặc điểm gì chung? Hãy kể tên một vài vật thể có hình dạng tương tự.



– Mục đích của ***HĐKĐ***: Dẫn dắt HS tới khái niệm hình cầu bằng các vật thể trực quan.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKĐ***: GV cho HS thảo luận nhóm. Dựa vào ý của các nhóm, GV tổng kết và bổ sung.

Lưu ý: Đây là câu hỏi mở nên không yêu cầu HS phải phát biểu chính xác.

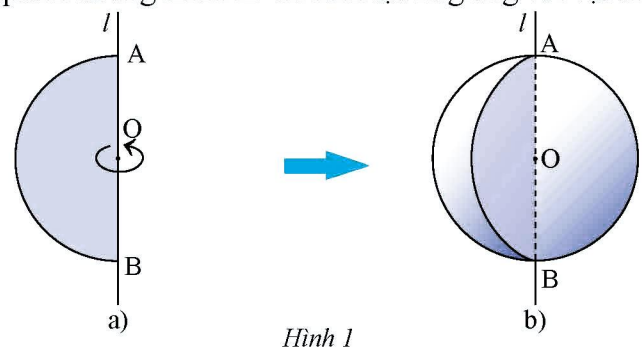
Hướng dẫn – Đáp án: HS có thể trả lời một vài ý như sau: Các vật này có đặc điểm chung là có một tâm và khoảng cách từ tâm đến một điểm trên bề mặt không đổi, khi cắt các vật này bằng một mặt phẳng thì sẽ được một hình tròn.

Nhiều vật thể trong thực tế có dạng tương tự: quả bóng đá, viên bi, …

1. Hình cầu

HĐKP 1

1 Cho tấm bìa có dạng nửa hình tròn tâm O và đường kính AB cố định (Hình 1a). Quay tấm bìa quanh đường kính AB thì hình tạo ra giống với vật thể quen thuộc nào?



Hình 1

– Mục đích của ***HĐKP 1***: Giúp HS hiểu được khái niệm hình cầu bằng cách quay một tấm bìa có dạng nửa hình tròn quanh đường kính của nó. Thông qua phép quay này hình thành được một số tính chất của hình cầu. Từ đó, phát triển khả năng quan sát, phân tích, suy luận và tư duy logic; tăng cường hứng thú học tập môn hình học cho HS.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 1***:

+ GV chuẩn bị một tấm bìa dạng nửa hình tròn và một số đồ vật quen thuộc có dạng hình cầu.

+ GV chia HS thành các nhóm.

+ Mỗi nhóm được phát một tấm bìa và một số đồ vật quen thuộc.

+ GV yêu cầu các nhóm thực hiện các bước sau:

• Quan sát và nhận xét hình dạng của tấm bìa.

• Quay tấm bìa một vòng quanh đường kính AB.

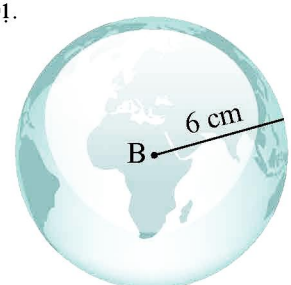
• So sánh hình tạo ra với các đồ vật quen thuộc.

+ GV yêu cầu các nhóm trình bày kết quả của mình.

+ GV tổng kết và đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án: HS có thể trả lời hình tạo ra giống các đồ vật ở hình Khởi động hoặc các đồ vật quen thuộc có dạng hình cầu mà GV đã chuẩn bị.

Thực hành 1. Quả địa cầu bằng pha lê ở Hình 4 có dạng hình cầu. Quan sát và cho biết tâm và bán kính của hình quả địa cầu đó.



Hình 4

– Mục đích của Thực hành 1: Giúp HS biết cách nhận dạng tâm và bán kính của hình cầu.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 1: GV gọi một số HS trả lời câu hỏi. GV có thể yêu cầu HS vẽ một hình cầu với tâm và bán kính cho trước.

Lưu ý: Với các hình cầu không trong suốt, vẽ bán kính của hình cầu (nét đứt) khác với vẽ bán kính hình tròn.

Hướng dẫn – Đáp án: Tâm B, bán kính là 6 cm.

Phần chung của mặt phẳng và hình cầu

HĐKP 2



Quan sát Hình 5 và cho biết mặt cắt quả cam có dạng hình gì.



Hình 5

– Mục đích của ***HĐKP 2***: Giúp HS biết cách nhận biết phần chung của mặt phẳng và hình cầu.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 2***: GV nên chuẩn bị đồ dùng dạy học. GV đặt câu hỏi để HS dự đoán mặt cắt là hình gì. HS trả lời, GV kết luận.

Hướng dẫn – Đáp án: Mặt cắt quả cam có dạng hình tròn.

Thực hành 2. Mặt trên của bình gốm (Hình 8) được xem là phần chung của mặt phẳng và mặt cầu. Mặt trên của bình gốm có dạng hình gì?



Hình 8

– Mục đích của Thực hành 2: Giúp HS biết cách nhận biết phần chung của mặt phẳng và mặt cầu.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 2: GV nên chuẩn bị dụng cụ một bình gốm hoặc vật dụng như Hình 8. GV yêu cầu HS đọc kĩ đề bài và trả lời. GV chú ý kết quả: Mặt trên bình gốm có dạng đường tròn.

Hướng dẫn – Đáp án: Mặt trên của bình gốm có dạng đường tròn.

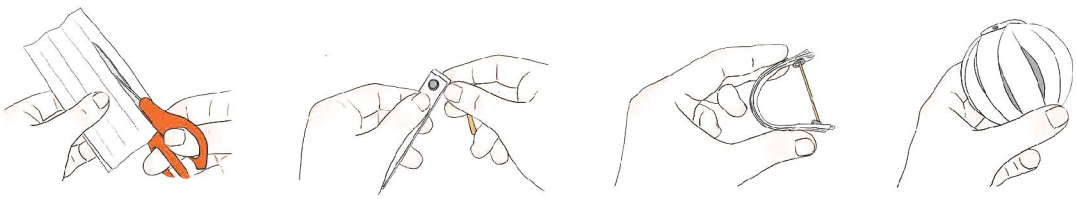
Vận dụng 1. Gấp chiếc đèn trang trí dạng hình cầu (mặt cầu) theo hướng dẫn sau:

– Cắt các mảnh giấy hình chữ nhật có chiều dài 20 cm, chiều rộng 1 cm (Hình 9a).

– Đục lỗ rồi dùng nút gắn vào nhau (Hình 9b).

– Cố định hai lỗ bằng que tre có độ dài bằng $\frac{2x}{\pi}$ (khoảng 0,6x) với x là khoảng cách giữa hai cái lỗ (Hình 9c).

– Tách các mảnh giấy ra và trải đều, hình được tạo thành có dạng hình cầu (Hình 9d).



a) b) c) d)

Hình 9

– Mục đích của Vận dụng 1: HS vận dụng kiến thức về hình cầu để tạo ra một sản phẩm thực tế. Từ đó, phát triển khả năng tư duy, sáng tạo và kĩ năng thực hành.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 1: GV tổ chức HS thành các nhóm thực hiện. Mỗi nhóm chuẩn bị các dụng cụ và vật dụng như trong bài. GV đánh giá và cho điểm với các tiêu chí chính xác, chắc chắn, đẹp.

Lưu ý: Cách gấp trên tạo ra một hình có dạng giống như hình cầu (mặt cầu). Tuy nhiên xét về mặt toán học, cách gấp này không thể tạo ra một hình cầu (mặt cầu) như định nghĩa.

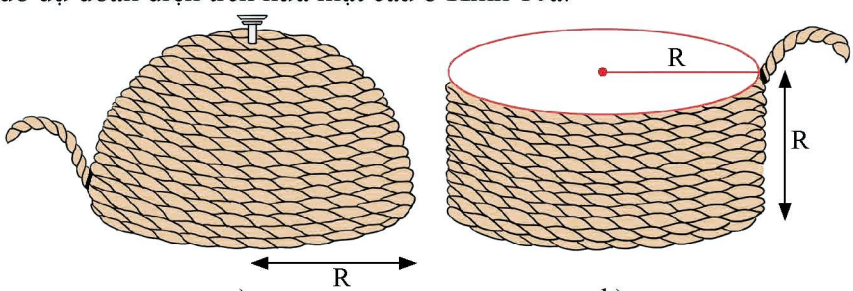
2. Diện tích của mặt cầu

HĐKP 3

3 Nhà khoa học cổ đại Archimèdes đã khám phá ra cách tính diện tích của mặt cầu như sau: Lấy một nửa hình cầu bán kính R và một hình trụ có bán kính đáy R. Dùng sợi dây quấn quanh nửa mặt cầu như Hình 10a, rồi cùng đoạn dây đó người ta quấn quanh hình trụ như Hình 10b thì thấy chiều cao của phần hình trụ được quấn dây bằng bán kính R.

a) Tính theo R diện tích xung quanh của phần hình trụ được quấn dây ở Hình 10b.

b) Từ đó dự đoán diện tích nửa mặt cầu ở Hình 10a.



a) b)

Hình 10

– Mục đích của ***HĐKP 3***: Giúp HS biết được cách tính diện tích mặt cầu thông qua diện tích xung quanh của hình trụ. Phát triển khả năng tư duy, sáng tạo và kĩ năng giải quyết vấn đề của HS.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 3***: GV tổ chức HS thành các nhóm thực hiện yêu cầu của đề bài. GV yêu cầu HS nhắc lại công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ. GV so sánh bài làm của các nhóm, nhận xét và đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

Diện tích xung quanh của phần hình trụ được quấn dây là $S = 2\pi R \,.\, R = 2\pi R^2$.

Diện tích nửa mặt cầu là $2\pi R^2$.

Lưu ý: Mặc dù về mặt toán học cách quấn dây để tìm diện tích mặt cầu không thuyết phục, tuy nhiên hoạt động này có tính thực tế và nêu được lịch sử toán học. Nhờ thí nghiệm này mà nhà khoa học Archimèdes tìm ra công thức tính diện tích mặt cầu.

Vận dụng 2. Tìm diện tích bề mặt của Mặt Trăng, biết đường kính của Mặt Trăng là khoảng 3 474 km.

– Mục đích của Vận dụng 2: Vận dụng công thức tính diện tích mặt cầu vào việc giải quyết vấn đề thực tiễn. Phát triển khả năng tư duy, sáng tạo và kĩ năng giải quyết vấn đề.

– Gợi ý tổ chức Vận dụng 2: GV tổ chức HS thành các nhóm thực hiện yêu cầu của đề bài. GV so sánh bài làm của các nhóm, nhận xét và đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

Bán kính của mặt trăng là $R = \dfrac{3\,474}{2} = 1\,737$ (km).

Diện tích bề mặt của mặt trăng là $S = 4\pi R^2 = 4 \,.\, \pi \,.\, 1\,737^2 = 12\,068\,676\pi$ (km^2).

3. Thể tích của hình cầu

HĐKP 4

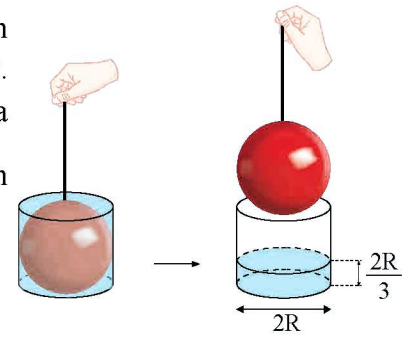


Một quả cầu có bán kính R nằm khít trong chiếc bình hình trụ đổ đầy nước có chiều cao h = 2R (Hình 12a). Rút quả cầu ra khỏi bình nước, ta thấy chiều cao của mực nước bằng $\dfrac{1}{3}$ chiều cao h (Hình 12b). Hãy tính theo R:

a) Thể tích của chiếc bình hình trụ;

b) Thể tích của nước ở trong bình;

c) Thể tích của hình cầu.



Hình 12

– Mục đích của ***HĐKP 4***: Giúp HS biết được cách tính thể tích của hình cầu thông qua công thức tính thể tích hình trụ. Phát triển khả năng tư duy, sáng tạo và kĩ năng giải quyết vấn đề.

– Gợi ý tổ chức ***HĐKP 4***: GV tổ chức HS thành các nhóm thực hiện yêu cầu của đề bài. GV yêu cầu HS nhắc lại công thức tính thể tích của hình trụ. GV so sánh bài làm của các nhóm, nhận xét và đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

Thể tích của chiếc bình hình trụ là $\pi . R^2 . 2R = 2\pi R^3$.

Thể tích của nước ở trong bình là $\pi . R^2 . \frac{2R}{3} = \frac{2\pi R^3}{3}$.

Thể tích của của hình cầu là $2\pi R^3 - \frac{2\pi R^3}{3} = \frac{4\pi R^3}{3}$.

Thực hành 3. Một quả bóng rổ (khi bơm căng) có đường kính 24 cm (Hình 14). Tìm thể tích của quả bóng rổ đó (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Hình 14

– Mục đích của Thực hành 3: Giúp HS vận dụng công thức tính thể tích hình cầu vào giải quyết vấn đề thực tiễn. Phát triển khả năng tư duy, sáng tạo và kĩ năng giải quyết vấn đề.

– Gợi ý tổ chức Thực hành 3: GV tổ chức HS thành các nhóm thực hiện yêu cầu của đề bài. GV so sánh bài làm của các nhóm, nhận xét và đánh giá.

Hướng dẫn – Đáp án:

Bán kính quả bóng rổ khi bơm căng là $R = \frac{24}{2} = 12$ (cm).

Thể tích quả bóng rổ khi bơm căng là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} . \pi . 12^3 \approx 7238$ (cm^3).

IV. Hướng dẫn giải các bài tập

1. Quả bóng ở Hình 15b có dạng hình cầu.

2. Mặt cầu ở Hình 16 có tâm là A, bán kính là 6 cm.
   Diện tích mặt cầu là $4 . \pi . 6^2 = 144\pi$ (cm^2).
   Thể tích hình cầu là $\frac{4}{3} . \pi . 6^3 = 288\pi$ (cm^3).

3. Mặt nước trong bể cá ở Hình 17 có dạng hình tròn.

4. Diện tích cần sơn là $S = \pi . 5^2 + 2 . \pi . 5^2 \approx 236$ (cm^2).

5. Thể tích của phần kem là $V = \frac{1}{3} . \pi . 2^2 . \sqrt{8^2 - 2^2} + \frac{2}{3} . \pi . 2^3 \approx 49$ (cm^3).

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 10

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. A **2.** C **3.** A **4.** D **5.** C **6.** D **7.** C **8.** C **9.** D

BÀI TẬP TỰ LUẬN

10. Đồ vật ở Hình 1d có dạng hình trụ, Hình 1c có dạng hình nón, Hình 1a có dạng hình cầu.

11. Diện tích cần sơn mặt bên trong của chao đèn hình nón là

$$S = \pi rl = \pi \cdot 20 \cdot 30 \approx 1\,885 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

12. Diện tích da cần dùng để chế tạo quả bóng đá là

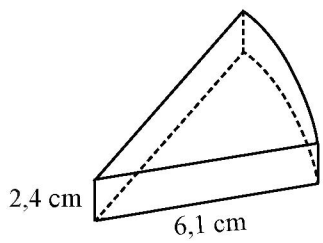
$$S = 4\pi R^2 = 4 \cdot \pi \cdot 12^2 \approx 1\,810 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

13. a) Bán kính đáy là $r = \dfrac{12,2}{2} = 6,1$ (cm).

Thể tích hộp phô mai là $V = \pi \cdot (6,1)^2 \cdot 2,4$ (cm^3).

Thể tích một miếng phô mai là $\dfrac{\pi \cdot (6,1)^2 \cdot 2,4}{8} \approx 35$ (cm^3).

b) Gọi S là diện tích giấy để gói một miếng phô mai; $S_{đáy}$, $S_{bên}$, S_{cong} lần lượt là diện tích một mặt đáy, diện tích một mặt bên hình chữ nhật và diện tích mặt cong của một miếng phô mai.



Diện tích phần giấy gói một miếng phô mai là

$$S = 2S_{đáy} + 2S_{bên} + S_{cong} = \frac{2.\pi.(6,1)^2}{8} + 2 \cdot 2,4 \cdot 6,1 + \frac{2.\pi.6,1.2,4}{8} \approx 70 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

14. Thể tích nước cần để đổ đầy ống nghiệm là

$$V = \pi \cdot \left(\frac{2}{2}\right)^2 \cdot 8 + \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (4,25)^3 \approx 347 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

15. a) Bán kính quả bóng tennis là $R = \dfrac{6,5}{2} = 3,25$ (cm).

Diện tích của mỗi quả bóng là $S = 4\pi R^2 = 4 \cdot \pi \cdot 3,25^2 \approx 133$ (cm^2).

Thể tích của mỗi quả bóng là $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3,25^3 \approx 144$ (cm^3).

b) Diện tích xung quanh của hộp bóng là $S_{xq} = 2 \cdot \pi \cdot 3,25 \cdot (3 \cdot 6,5) \approx 398$ (cm^2).

Thể tích của hộp bóng là $V = \pi \cdot 3,25^2 \cdot (3 \cdot 6,5) \approx 647$ (cm^3).

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực chuyên môn

– Vận dụng các kiến thức và kĩ năng để giải quyết một số vấn đề thực tiễn.

– Thực hành tích hợp nội môn ba mạch Toán học: Số và Đại số; Hình học và Đo lường; một số yếu tố Thống kê và Xác suất.

– Thực hành tích hợp liên môn giữa Toán học với các môn Khoa học tự nhiên và Khoa học xã hội.

– Thực hành giáo dục STEM trong trải nghiệm Toán.

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

Hoạt động 3. VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC HAI $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ BẰNG PHẦN MỀM GeoGebra

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Thực hành sử dụng phần mềm GeoGebra để vẽ đồ thị của hàm số $y = ax^2$ trên mặt phẳng toạ độ.

– Xem xét sự thay đổi hình dạng của đồ thị hàm số $y = ax^2$ (parabol) khi thay đổi hệ số a trong công thức hàm số.

– Ôn tập và minh hoạ các tính chất đã học về hàm số $y = ax^2$.

– Thực hành sử dụng phần mềm để thiết kế đồ hoạ liên quan đến đồ thị hàm số $y = ax^2$.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; giải quyết vấn đề toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống.

II. Chuẩn bị

– Máy tính xách tay có cài đặt GeoGebra hoặc có kết nối Internet.

– Máy chiếu hoặc màn hình ti vi lớn.

– Thực hành trong phòng máy nếu các trường có điều kiện.

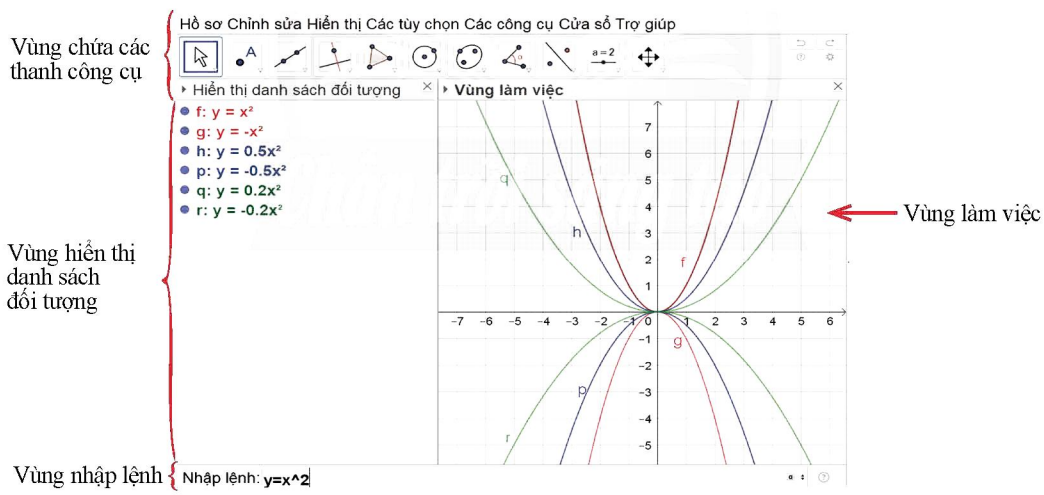
– Sách giáo khoa Toán 9, tập hai – Chân trời sáng tạo.

III. Tổ chức hoạt động

1. Hướng dẫn cách làm

a) Nội dung nhiệm vụ:

– HS tự đọc hướng dẫn của SGK về chức năng vẽ đồ thị của GeoGebra.



– HS vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$ với a nhập vào từ bàn phím.

– HS vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$ với tham số a thay đổi bằng con trượt.

b) Biện pháp kiểm tra HS hiểu rõ nhiệm vụ:

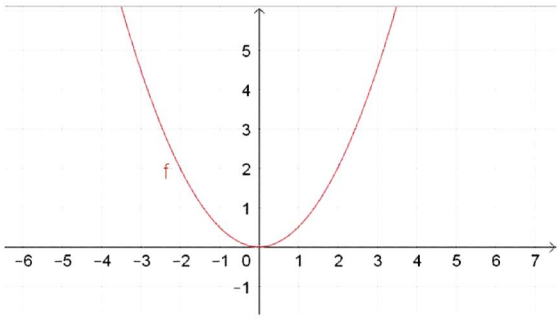
– Yêu cầu HS nhóm trưởng nhắc lại tóm tắt các thao tác vẽ đồ thị trên phần mềm và các kiến thức đã học có liên quan đến đồ thị hàm số $y = ax^2$.

– GV điều chỉnh, bổ sung các thiếu sót.

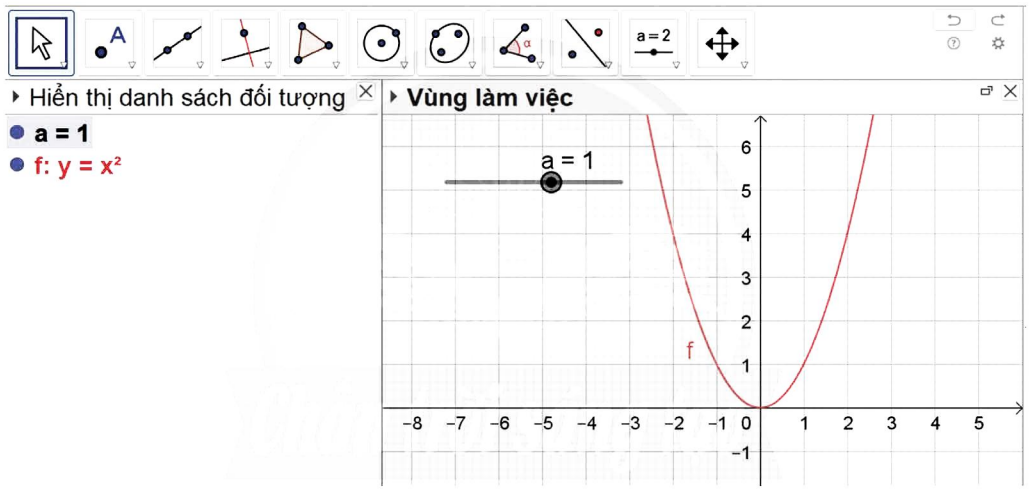
2. Tổ chức thực hiện

a) HS thực hiện:

– HS vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$ với a nhập vào từ bàn phím.



– HS vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$ với tham số a thay đổi bằng con trượt.



– HS chụp ảnh màn hình để làm báo cáo thuyết trình.

b) GV hỗ trợ (khắc phục khó khăn HS dự kiến sẽ gặp): GV kiểm tra thao tác và các hình vẽ của HS trên màn hình.

3. Kiểm tra đánh giá

a) GV dự kiến mức độ hoàn thành của HS:

Mức độ	Nội dung hoàn thành
Tốt	– Vẽ nhanh và chính xác đồ thị hàm số $y = ax^2$ với a nhập vào từ bàn phím. – Vẽ nhanh và chính xác đồ thị hàm số $y = ax^2$ với tham số a thay đổi bằng con trượt. – Chụp được ảnh của màn hình để làm báo cáo thuyết trình.

Đạt	– Vẽ được đồ thị hàm số $y = ax^2$ với a nhập vào từ bàn phím. – Vẽ được đồ thị hàm số $y = ax^2$ với tham số a thay đổi bằng con trượt. – Chụp được ảnh của màn hình để làm báo cáo thuyết trình.
Chưa đạt	– Thiếu một trong các nội dung của mức độ Đạt.

b) GV hướng dẫn báo cáo, thảo luận:

Giải pháp lựa chọn nhóm HS báo cáo: Đại diện các nhóm lần lượt lên báo cáo.

HS báo cáo thảo luận: Thuyết trình trước lớp với sản phẩm kèm theo.

4. Kết luận, nhận định

a) Phân tích sản phẩm: GV phân tích dựa theo bảng tiêu chí đã thiết lập.

b) Đánh giá các mức độ hoàn thành của HS: GV đánh giá dựa theo bảng tiêu chí.

c) Đề xuất phát triển: Sử dụng Internet tìm hiểu thêm các phần mềm vẽ đồ thị khác.

Hoạt động 4. CHUYỂN DỮ LIỆU TỪ BẢNG VÀO BIỂU ĐỒ TRÊN PHẦN MỀM MICROSOFT WORD

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Thực hành chuyển dữ liệu từ dạng bảng vào các dạng biểu đồ: cột, cột kép, hình quạt tròn, đoạn thẳng.

– Thực hành vẽ các dạng biểu đồ bằng phần mềm soạn thảo văn bản Microsoft Word.

– Hỗ trợ thực hiện các báo cáo thống kê.

2. Năng lực chú trọng: mô hình hoá toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống.

II. Chuẩn bị

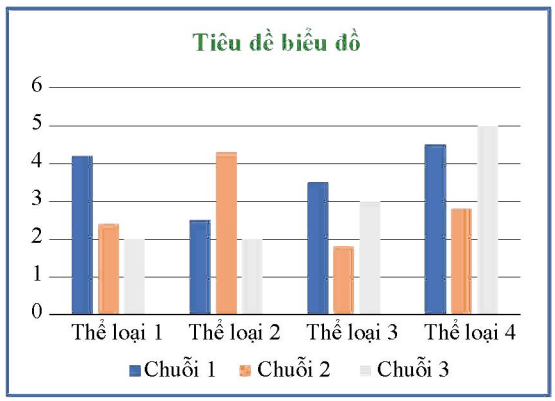
– Máy tính xách tay có cài đặt phần mềm soạn thảo văn bản Microsoft Word.

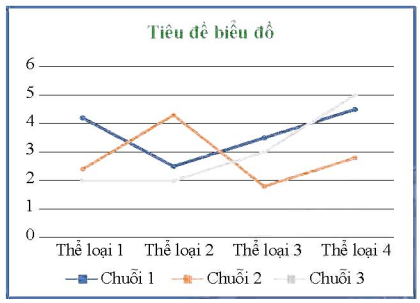
– Sách giáo khoa Toán 9, tập hai – Chân trời sáng tạo.

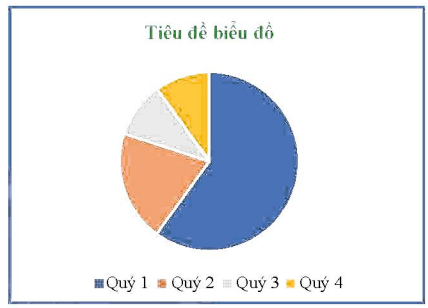
III. Tổ chức hoạt động

1. Hướng dẫn cách làm

a) Nội dung nhiệm vụ: GV viên hướng dẫn HS các chức năng tạo biểu đồ của Microsoft Word.







b) Biện pháp kiểm tra HS hiểu rõ nhiệm vụ:

– Yêu cầu HS nhắc lại các loại biểu đồ đã học và chức năng tạo biểu đồ trong Microsoft Word theo hướng dẫn của SGK.

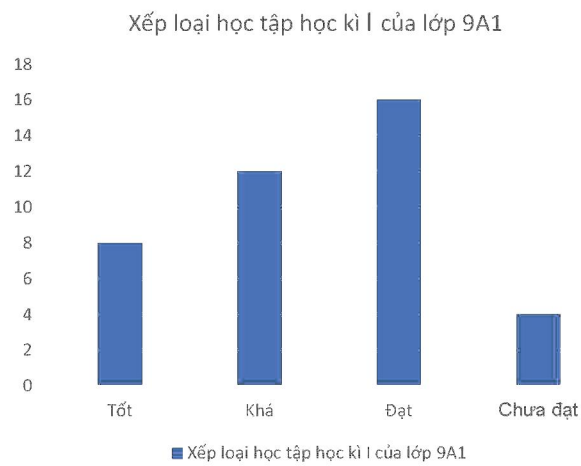
– GV điều chỉnh, bổ sung các thiếu sót.

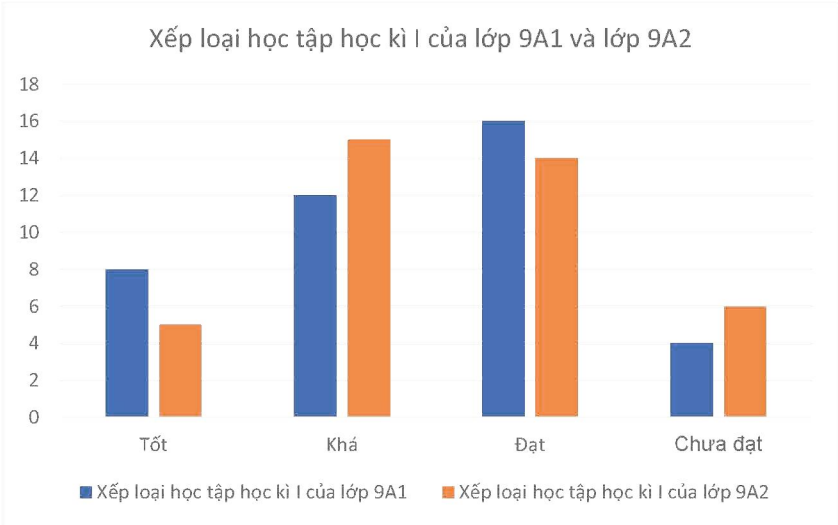
2. Tổ chức thực hiện

a) HS thực hiện:

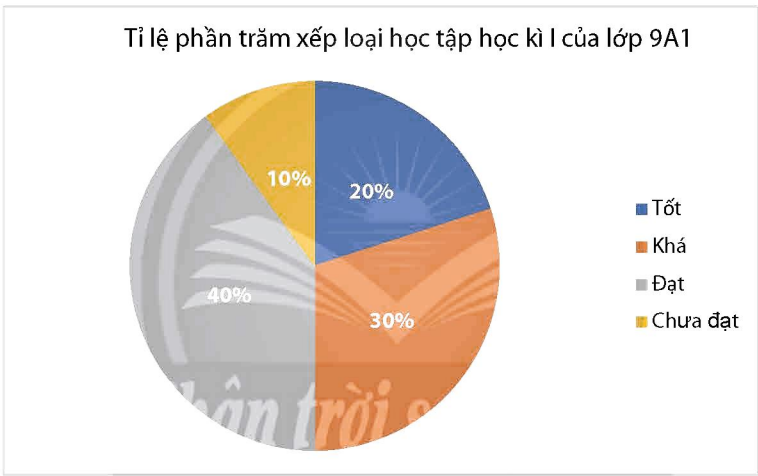
HS thực hiện chuyển dữ liệu vào các loại biểu đồ sau:

– Biểu đồ cột và biểu đồ cột kép:

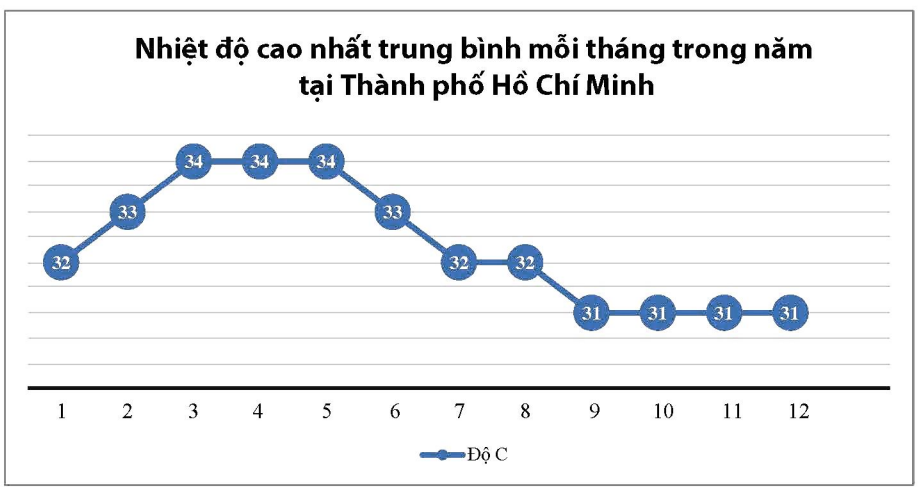




– Biểu đồ hình quạt tròn:



– Biểu đồ đoạn thẳng:



b) GV hỗ trợ (khắc phục khó khăn HS dự kiến sẽ gặp): GV kiểm tra và hướng dẫn các thao tác khó.

3. Kiểm tra đánh giá

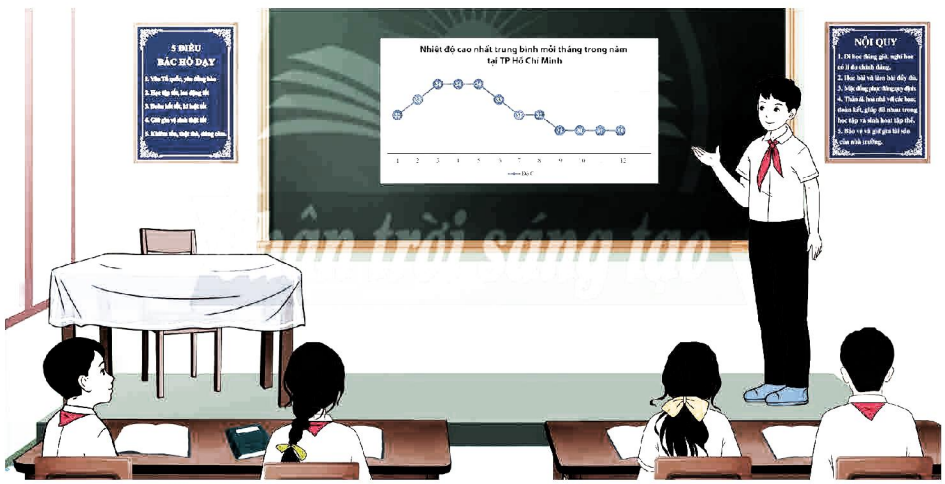
a) GV dự kiến mức độ hoàn thành của HS:

Mức độ	Nội dung hoàn thành
Tốt	– Chuyển được nhanh và chính xác dữ liệu vào đầy đủ các dạng biểu đồ. – Làm được báo cáo thống kê có chèn biểu đồ minh hoạ phù hợp. – Vận dụng tốt biểu đồ để báo cáo thuyết trình một cách thuyết phục.
Đạt	– Chuyển được dữ liệu vào một số dạng biểu đồ. – Có cố gắng làm báo cáo thống kê có biểu đồ minh hoạ. – Vận dụng được biểu đồ để báo cáo thuyết trình.
Chưa đạt	– Thiếu một trong các nội dung của mức độ Đạt.

b) GV hướng dẫn báo cáo, thảo luận:

Giải pháp lựa chọn nhóm HS báo cáo: Đại diện các nhóm lần lượt lên báo cáo.

HS báo cáo thảo luận: Thuyết trình trước lớp với sản phẩm kèm theo.



4. Kết luận, nhận định

a) Phân tích sản phẩm: GV phân tích dựa theo bảng tiêu chí đã thiết lập.

b) Đánh giá các mức độ hoàn thành của HS: GV đánh giá dựa theo bảng tiêu chí.

c) Đề xuất phát triển: Sử dụng Internet tìm hiểu thêm một số phần mềm khác để tạo biểu đồ như: Microsoft Excel, GeoGebra, Graph, …

Hoạt động 5. CẮT ĐA GIÁC ĐỀU LÀM VÒNG QUAY MAY MẮN

I. Mục tiêu

1. Yêu cầu cần đạt:

– Thực hành vẽ đa giác đều có các đỉnh nằm trên một đường tròn.

– Cắt giấy làm vòng quay may mắn.

– Ôn tập và minh hoạ các tính chất đã học về đa giác đều.

– Ôn tập xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm.

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; giải quyết vấn đề toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống.

II. Chuẩn bị

– Giấy trắng, compa, thước kẻ, thước đo góc, bút chì.

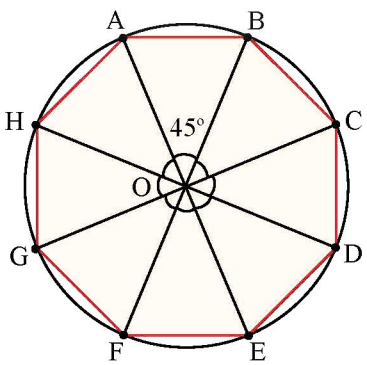
– Giấy bìa hộp tái chế, kéo, băng keo, hồ dán, đinh ghim.

– Sách giáo khoa Toán 9, tập hai – Chân trời sáng tạo.

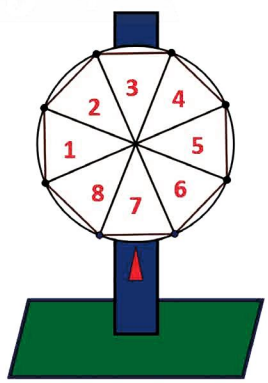
III. Tổ chức hoạt động

1. Hướng dẫn cách làm

a) Nội dung nhiệm vụ:



Hình 1



– Vẽ đa giác đều bằng dụng cụ học tập trên giấy bìa tái chế và cắt đa giác đều đó để làm vòng quay may mắn.

– Sử dụng sản phẩm để thực hành và ôn tập về phép quay, xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm.

b) Biện pháp kiểm tra HS hiểu rõ nhiệm vụ:

– Yêu cầu HS nhóm trưởng nhắc lại định nghĩa đa giác đều và phép quay đã học.

– GV điều chỉnh, bổ sung các thiếu sót.

2. Tổ chức thực hiện

a) HS thực hiện:

– Chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm có từ 8 đến 10 HS.

– Mỗi nhóm phân công thực hiện các nhiệm vụ: Vẽ đa giác đều bằng dụng cụ học tập trên giấy bìa tái chế và cắt đa giác đều đó để làm vòng quay may mắn, sử dụng sản phẩm để làm báo cáo thuyết trình ôn tập về phép quay, xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm.

b) GV hỗ trợ (khắc phục khó khăn HS dự kiến sẽ gặp): GV kiểm tra và hướng dẫn các thao tác khó.

3. Kiểm tra đánh giá

a) GV dự kiến mức độ hoàn thành của HS:

Mức độ	Nội dung hoàn thành
Tốt	– Phân công hợp lí nhiệm vụ cho các thành viên trong nhóm. – Làm được sản phẩm sáng tạo, đẹp, hoạt động tốt. – Báo cáo thuyết trình chính xác, đầy đủ và sinh động.
Đạt	– Có phân công nhiệm vụ cho các thành viên. – Làm được sản phẩm hoạt động tốt. – Có cố gắng làm báo cáo thuyết trình đầy đủ.
Chưa đạt	– Thiếu một trong các nội dung của mức độ Đạt.

b) GV hướng dẫn báo cáo, thảo luận:

Giải pháp lựa chọn nhóm HS báo cáo: Đại diện các nhóm lần lượt lên báo cáo.

HS báo cáo thảo luận: Thuyết trình trước lớp với sản phẩm kèm theo.

4. Kết luận, nhận định

a) Phân tích sản phẩm: GV phân tích dựa theo bảng tiêu chí đã thiết lập.

b) Đánh giá các mức độ hoàn thành của HS: GV đánh giá dựa theo bảng tiêu chí.

c) Đề xuất phát triển: Sử dụng Internet tìm hiểu thêm các cách làm vòng quay may mắn khác, hoặc cài đặt các phần mềm vòng quay may mắn, sử dụng và so sánh với sản phẩm của nhóm.



HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH



BỘ SÁCH GIÁO VIÊN LỚP 9 – CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

1. NGỮ VĂN 9, TẬP MỘT
   Sách giáo viên
2. NGỮ VĂN 9, TẬP HAI
   Sách giáo viên
3. TOÁN 9
   Sách giáo viên
4. TIẾNG ANH 9
   Friends Plus - Teacher's Guide
5. GIÁO DỤC CÔNG DÂN 9
   Sách giáo viên
6. KHOA HỌC TỰ NHIÊN 9
   Sách giáo viên
7. LỊCH SỬ VÀ ĐỊA LÍ 9
   Sách giáo viên
8. TIN HỌC 9
   Sách giáo viên
9. CÔNG NGHỆ 9 – Định hướng nghề nghiệp
   Sách giáo viên
10. CÔNG NGHỆ 9 – Trải nghiệm nghề nghiệp
    Mô đun Lắp đặt mạng điện trong nhà
    Sách giáo viên
11. CÔNG NGHỆ 9 – Trải nghiệm nghề nghiệp
    Mô đun Nông nghiệp 4.0
    Sách giáo viên
12. CÔNG NGHỆ 9 – Trải nghiệm nghề nghiệp
    Mô đun Cắt may
    Sách giáo viên
13. GIÁO DỤC THỂ CHẤT 9
    Sách giáo viên
14. ÂM NHẠC 9
    Sách giáo viên
15. MĨ THUẬT 9 (1)
    Sách giáo viên
16. MĨ THUẬT 9 (2)
    Sách giáo viên
17. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM, HƯỚNG NGHIỆP 9 (1)
    Sách giáo viên
18. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM, HƯỚNG NGHIỆP 9 (2)
    Sách giáo viên

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: http://hanhtrangso.nxbgd.vn

ISBN 978-604-0-40365-0

9 786040 403650

Giá: 55.000đ