

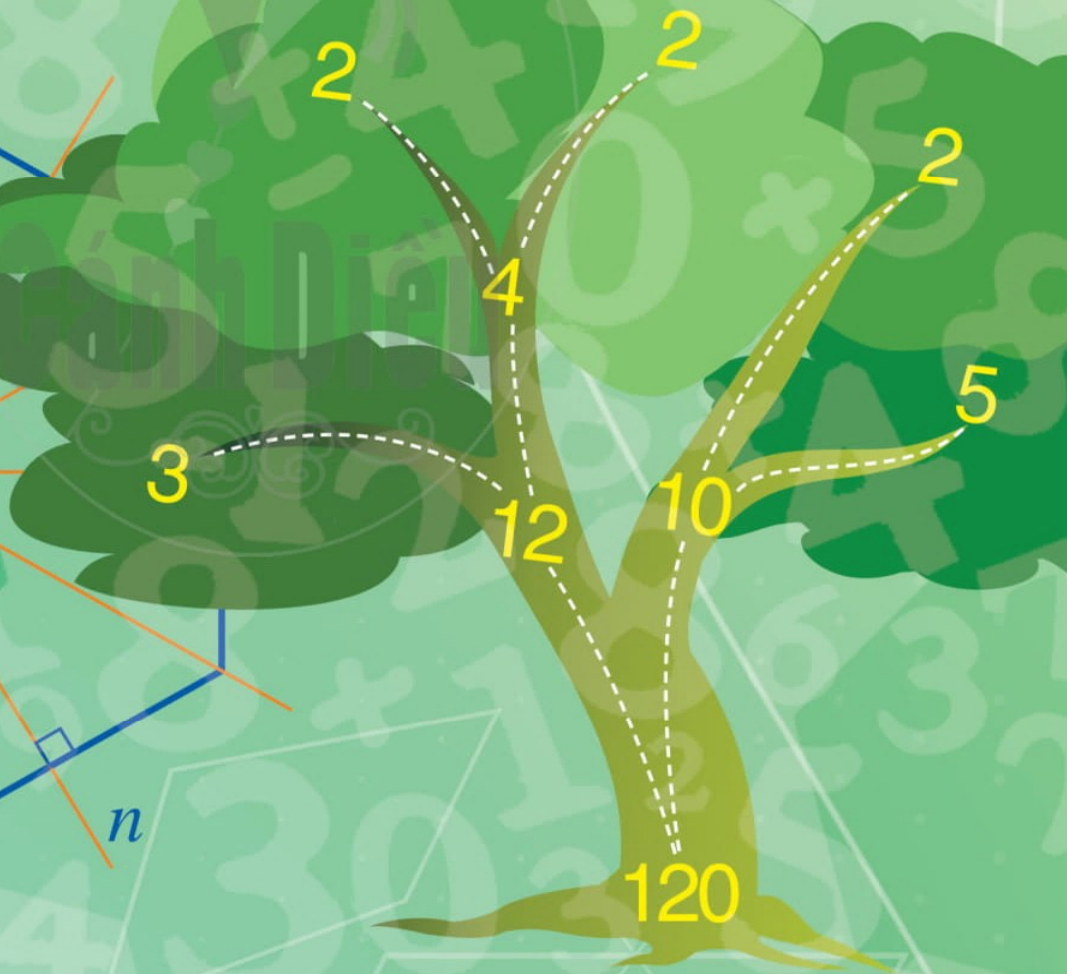
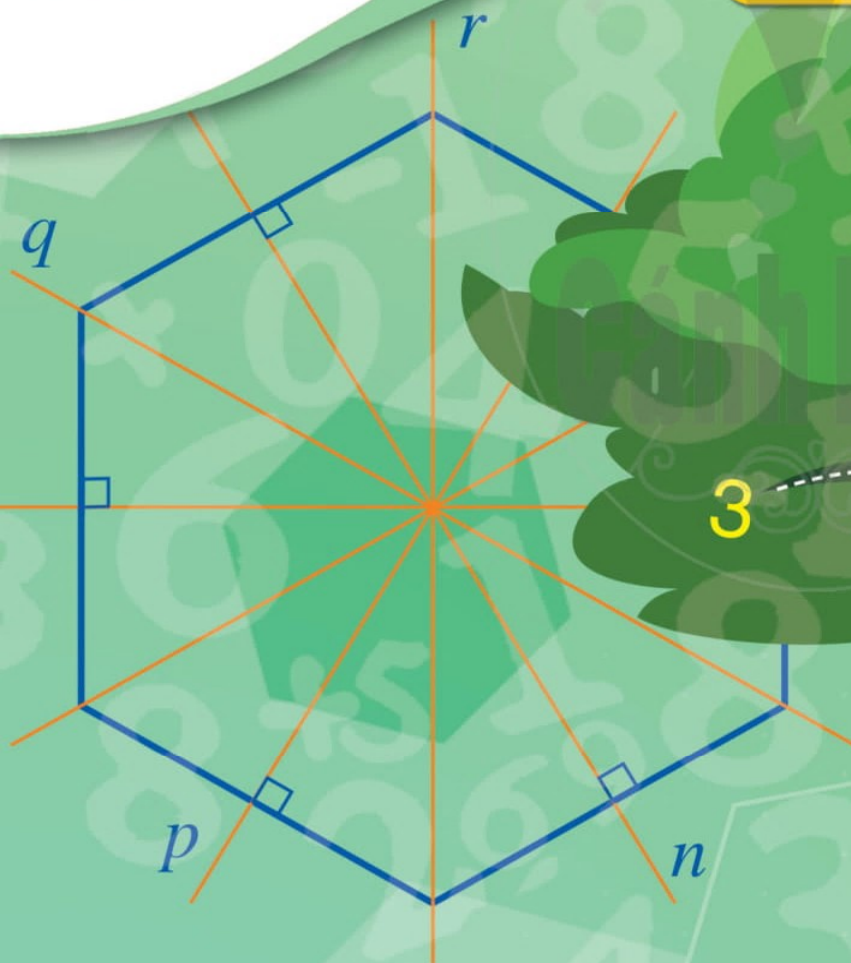


ĐỖ ĐỨC THÁI

BÀI TẬP

Toán 6

TẬP MỘT



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

ĐỖ ĐỨC THÁI

BÀI TẬP

Toán 6

TẬP MỘT

Cánh Diều

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Địa chỉ: Tầng 6, toà nhà số 128 đường Xuân Thủy, quận Cầu Giấy, TP. Hà Nội

Điện thoại: 024.37547735

Email: nxb@hnue.edu.vn | Website: www.nxbdhsp.edu.vn

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc: NGUYỄN BÁ CƯỜNG

Chịu trách nhiệm nội dung:

Tổng biên tập: ĐỖ VIỆT HÙNG

Chịu trách nhiệm tổ chức bản thảo và bản quyền nội dung:

CÔNG TY ĐẦU TƯ XUẤT BẢN – THIẾT BỊ GIÁO DỤC VIỆT NAM

Chủ tịch Hội đồng Quản trị kiêm Tổng Giám đốc: NGUYỄN NGÔ TRẦN ÁI

Biên tập:

TẠ THỊ ÁNH

Thiết kế sách và ảnh

ĐINH THỊ BÌNH

Trình bày bìa:

NGUYỄN THỊ HƯƠNG

Sửa bản in:

VŨ MẠNH HUY – VŨ THỊ MINH THẢO

Trong sách có sử dụng tư liệu, hình ảnh của một số tác giả. Trân trọng cảm ơn.

Bài tập TOÁN 6 – TẬP MỘT

Mã số:

Mã ISBN:

In cuốn, khổ 17 x 24 cm, tại

Địa chỉ:

Số xác nhận đăng kí xuất bản:

Quyết định xuất bản số:

In xong và nộp lưu chiểu

LỜI NÓI ĐẦU

Sách **Bài tập Toán 6** (gồm 2 tập) được biên soạn tương thích với sách giáo khoa Toán 6 (Tổng Chủ biên kiêm Chủ biên – GS.TSKH Đỗ Đức Thái). Nội dung hai cuốn sách hướng đến tạo cơ hội hình thành và phát triển năng lực toán học, phát huy hứng thú học tập, tính chủ động và tiềm năng của mỗi học sinh; bảo đảm tính tích hợp, phân hoá trong dạy học bộ môn Toán.

Nội dung mỗi bài trong sách được thể hiện qua các phần: Kiến thức cần nhớ – Ví dụ – Bài tập.

Các bài tập cơ bản gồm những bài tập giúp học sinh củng cố, kết nối các kiến thức cốt lõi, trọng tâm được học trong mỗi chủ đề. Ngoài ra, có những bài tập nâng cao ở mức độ vận dụng phát triển và gắn với một số ứng dụng của toán học trong đời sống. Qua đó tạo cơ hội để học sinh nâng cao dần năng lực tư duy, vận dụng giải quyết vấn đề và hình thành niềm yêu thích môn Toán.

Tác giả hi vọng sách có thể giúp học sinh học tốt môn Toán theo định hướng phát triển năng lực, đồng thời hỗ trợ tài liệu cho các thầy cô giáo, cha mẹ học sinh nhằm tham gia vào việc nâng cao khả năng tự học, tự thực hành giải quyết vấn đề ở lớp, ở nhà cho học sinh.

Mặc dù đã có nhiều cố gắng trong khi biên soạn, song cuốn sách khó tránh khỏi sơ suất, rất mong nhận được sự góp ý của đông đảo bạn đọc để cuốn sách được hoàn thiện hơn trong các lần tái bản sau.

Mọi ý kiến đóng góp xin gửi về: Công ty Đầu tư Xuất bản – Thiết bị Giáo dục Việt Nam, tầng 5, toà nhà hỗn hợp AZ Lâm Viên, 107 đường Nguyễn Phong Sắc, phường Dịch Vọng Hậu, quận Cầu Giấy, TP. Hà Nội.

Xin chân thành cảm ơn.

Tác giả

CHƯƠNG I. SỐ TỰ NHIÊN	5
§1. Tập hợp	5
§2. Tập hợp các số tự nhiên	7
§3. Phép cộng, phép trừ các số tự nhiên	9
§4. Phép nhân, phép chia các số tự nhiên	12
§5. Phép tính lũy thừa với số mũ tự nhiên	16
§6. Thứ tự thực hiện các phép tính	18
§7. Quan hệ chia hết. Tính chất chia hết	21
§8. Dấu hiệu chia hết cho 2, cho 5	23
§9. Dấu hiệu chia hết cho 3, cho 9	26
§10. Số nguyên tố. Hợp số	28
§11. Phân tích một số ra thừa số nguyên tố	30
§12. Ước chung và ước chung lớn nhất	32
§13. Bội chung và bội chung nhỏ nhất	35
Bài tập cuối chương I	37
Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số	39
CHƯƠNG II. SỐ NGUYÊN	70
§1. Số nguyên âm	70
§2. Tập hợp các số nguyên	72
§3. Phép cộng các số nguyên	75
§4. Phép trừ số nguyên. Quy tắc dấu ngoặc	77
§5. Phép nhân các số nguyên	80
§6. Phép chia hết hai số nguyên. Quan hệ chia hết trong tập hợp số nguyên	84
Bài tập cuối chương II	87
Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số	89
CHƯƠNG III. HÌNH HỌC TRỰC QUAN	104
§1. Tam giác đều. Hình vuông. Lục giác đều	104
§2. Hình chữ nhật. Hình thoi	106
§3. Hình bình hành	109
§4. Hình thang cân	111
§5. Hình có trục đối xứng	114
§6. Hình có tâm đối xứng	116
Bài tập cuối chương III	117
Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số	120

§1 TẬP HỢP

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Tên tập hợp thường được viết bằng các chữ cái in hoa: A ; B ; C ; ...
- Có hai cách cho một tập hợp:
 - + Liệt kê các phần tử của tập hợp;
 - + Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử của tập hợp đó:

- $A = \{x \mid x \text{ là số tự nhiên, } 3 < x \leq 5\}$;
- $B = \{x \mid x \text{ là số tự nhiên chẵn, } 10 < x < 18\}$;
- $C = \{x \mid x \text{ là số tự nhiên lẻ, } 100 < x < 110\}$.

Giải

- Các số tự nhiên x sao cho $3 < x \leq 5$ là 4; 5.
Vậy $A = \{4; 5\}$.
- Các số tự nhiên chẵn x sao cho $10 < x < 18$ là 12; 14; 16.
Vậy $B = \{12; 14; 16\}$.
- Các số tự nhiên lẻ x sao cho $100 < x < 110$ là 101; 103; 105; 107; 109.
Vậy $C = \{101; 103; 105; 107; 109\}$.

Ví dụ 2 Viết mỗi tập hợp sau bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp đó:

- $A = \{10; 20; 30; \dots; 90\}$;
- $B = \{8; 12; 16; 20; 24; 28; 32\}$.

Giải

- $A = \{10 \times n \mid n \text{ là số tự nhiên, } 1 \leq n \leq 9\}$.
- $B = \{4 \times n \mid n \text{ là số tự nhiên, } 2 \leq n \leq 8\}$.

C. BÀI TẬP

1. Liệt kê các phần tử của mỗi tập hợp sau:

- a) A là tập hợp các ngày trong tuần;
- b) B là tập hợp các chữ cái xuất hiện trong từ “HAM HỌC”;
- c) C là tập hợp các chữ số xuất hiện trong số 303 530.

2. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; x; y\}$ và $B = \{3; m; n; p\}$. Chọn kí hiệu “ $\in$ ”, “ $\notin$ ” thích hợp cho $\boxed{?}$:

- a) $2 \boxed{?} A$;
- b) $3 \boxed{?} A$;
- c) $x \boxed{?} A$;
- d) $p \boxed{?} A$;
- e) $3 \boxed{?} B$;
- g) $1 \boxed{?} B$;
- h) $m \boxed{?} B$;
- i) $y \boxed{?} B$.

3. Hiện nay các nước trên thế giới có xu hướng sản xuất năng lượng tái tạo bao gồm năng lượng gió, năng lượng Mặt Trời, năng lượng địa nhiệt vì tiết kiệm và không gây ô nhiễm môi trường. Việt Nam chúng ta cũng đã sản xuất nguồn năng lượng gió và năng lượng Mặt Trời. Trong các dạng năng lượng đã nêu, hãy viết tập hợp X gồm các dạng năng lượng tái tạo trên thế giới và tập hợp Y gồm các dạng năng lượng tái tạo mà Việt Nam sản xuất.

4. Khi bố chở bạn Linh rẽ vào một đoạn đường, bạn Linh nhìn thấy ba biển báo giao thông như Hình 1:



a) (Viền đỏ, nền trắng)



b) (Nền xanh)



c) (Nền xanh)

Hình 1

Tìm hiểu về các biển báo giao thông trên, rồi viết tập hợp A gồm các loại phương tiện được phép lưu thông và tập hợp B gồm các loại phương tiện không được phép lưu thông trên đoạn đường đó dưới dạng liệt kê các phần tử của tập hợp.

5. Viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử của tập hợp đó:

- a) $A = \{x \mid x \text{ là số tự nhiên chẵn, } 20 < x < 35\}$;
- b) $B = \{x \mid x \text{ là số tự nhiên lẻ, } 150 \leq x < 160\}$.

6. Viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử của tập hợp đó:

- a) $C = \{x \mid x \text{ là số tự nhiên, } x + 3 = 10\}$;
- b) $D = \{x \mid x \text{ là số tự nhiên, } x - 12 = 23\}$;
- c) $E = \{x \mid x \text{ là số tự nhiên, } x : 16 = 0\}$;
- d) $G = \{x \mid x \text{ là số tự nhiên, } 0 : x = 0\}$.

7. Viết mỗi tập hợp sau bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp đó:
- a) $A = \{13; 15; 17; \dots; 29\}$; b) $B = \{22; 24; 26; \dots; 42\}$;
 c) $C = \{7; 11; 15; 19; 23; 27\}$; d) $D = \{4; 9; 16; 25; 36; 49\}$.
8. Lớp 6A có 15 học sinh thích môn Ngữ văn, 20 học sinh thích môn Toán. Trong số các học sinh thích môn Ngữ văn hoặc môn Toán có 8 học sinh thích cả hai môn Ngữ văn và Toán. Ngoài ra, trong lớp vẫn còn có 10 học sinh không thích môn nào (trong cả hai môn Ngữ văn và Toán). Lớp 6A có tất cả bao nhiêu học sinh?

§2 TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Tập hợp $\mathbb{N}$ và tập hợp $\mathbb{N}^*$:

+ Tập hợp các số tự nhiên kí hiệu là $\mathbb{N}$ và $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$. Tập hợp các số tự nhiên khác 0 kí hiệu là $\mathbb{N}^*$ và $\mathbb{N}^* = \{1; 2; 3; 4; \dots\}$.

+ Các số tự nhiên được biểu diễn trên tia số. Mỗi số tự nhiên ứng với một điểm trên tia số.



– So sánh các số tự nhiên:

+ Trong hai số tự nhiên khác nhau, có một số nhỏ hơn số kia. Trên tia số, điểm biểu diễn số nhỏ hơn nằm bên trái điểm biểu diễn số lớn hơn.

+ Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$.

+ Số 0 là số tự nhiên nhỏ nhất. Không có số tự nhiên lớn nhất.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Biểu diễn các số tự nhiên 0, 1, 2, ..., 10 trên tia số.

Giải. Hình 2 biểu diễn các số tự nhiên 0, 1, 2, ..., 10 trên tia số.



Hình 2

Ví dụ 2 Từ ba chữ số 6, 3, 1 hãy viết tất cả các số có ba chữ số khác nhau nhỏ hơn 140.

Giải. Từ ba chữ số 6, 3, 1 để viết thành các số có ba chữ số khác nhau nhỏ hơn 140 thì số đó phải có chữ số hàng trăm là 1, chữ số hàng chục là 3. Vậy chỉ có một số thoả mãn là 136.

Ví dụ 3

- a) Đọc các số La Mã sau: IX và XXI.
b) Viết các số sau bằng số La Mã: 18 và 24.

Giải

- a) IX đọc là chín, XXI đọc là hai mươi một.
b) 18 viết là XVIII, 24 viết là XXIV.

C. BÀI TẬP

9. a) Biểu diễn các số tự nhiên 0, 1, 2, ..., 10, 11, 12 trên tia số.

b) Chọn kí hiệu “<”, “>”, “=” thích hợp cho $\boxed{?}$:

$$\overline{1a26} + \overline{4b4} + \overline{57c} \boxed{?} \overline{abc} + 2\,000.$$

10. a) Tìm số tự nhiên lớn nhất có ba chữ số.

b) Tìm số tự nhiên lớn nhất có ba chữ số khác nhau.

c) Tìm số tự nhiên chẵn nhỏ nhất có năm chữ số.

d) Tìm số tự nhiên chẵn lớn nhất có năm chữ số khác nhau.

11. Người ta thường sản xuất điện năng từ hai nguồn năng lượng tái tạo và không tái tạo. Điện năng từ nguồn năng lượng tái tạo là điện năng được sản xuất từ sức nước, sức gió, sinh khối (rác, chất thải, ...), địa nhiệt (sức nóng của Trái Đất) và Mặt Trời. Điện năng từ nguồn năng lượng không tái tạo là nhiệt điện, được sản xuất từ các nhiên liệu tự nhiên như than, dầu, khí ga tự nhiên hay khí hiđro. Bảng sau cho biết sản lượng điện năm 2017 của các nước Mỹ, Ca-na-đa (Canada), Đức, Nhật Bản từ nguồn năng lượng tái tạo (không bao gồm thủy điện) và từ nguồn thủy điện (1 GWh = 1 000 000 kWh):

Quốc gia \ Sản lượng điện	Từ nguồn năng lượng tái tạo (không bao gồm thủy điện) (GWh)	Từ nguồn thủy điện (GWh)
Mỹ	418 959	296 541
Ca-na-đa	45 520	396 862
Đức	197 989	19 887
Nhật Bản	98 995	79 107

(Nguồn: BP Statistical Review of World Energy, June 2018)

- a) Năm 2017, nước nào trong bốn nước nói trên có sản lượng điện từ nguồn thủy điện thấp nhất?

b) Sắp xếp các nước đó theo thứ tự tăng dần của sản lượng điện năm 2017 từ nguồn năng lượng tái tạo (không bao gồm thủy điện).

12. Bác Na cần mua một chiếc điện thoại thông minh. Giá chiếc điện thoại mà bác Na định mua ở năm cửa hàng như sau:

Cửa hàng	Bình An	Phú Quý	Hải Thịnh	Gia Thành	Thế Nhật
Giá (đồng)	6 100 000	6 200 000	6 150 000	6 200 000	6 250 000

Bác Na nên mua điện thoại ở cửa hàng nào thì có giá rẻ nhất?

13. Tìm chữ số thích hợp ở dấu * sao cho:

a) $12\ 345 < \overline{123*5} < 12\ 365$; b) $98\ 761 < \overline{98*61} < 98\ 961$.

14. a) Đọc các số La Mã sau: IV, XXVII, XXX, M.

b) Viết các số sau bằng số La Mã: 7, 15, 29.

c) Cho chín que diêm được sắp xếp như dưới đây:



Hãy chuyển chỗ một que diêm để được một phép tính đúng.

§3 PHÉP CỘNG, PHÉP TRỪ CÁC SỐ TỰ NHIÊN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Phép cộng

– Phép cộng hai số tự nhiên a và b :

$$\begin{array}{ccccccc} a & + & b & = & c \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{Số hạng} & & \text{Số hạng} & & \text{Tổng} \end{array}$$

– Tính chất của phép cộng các số tự nhiên: giao hoán, kết hợp, cộng với số 0.

Phép trừ

– Phép trừ hai số tự nhiên a và b ($a \geq b$):

$$\begin{array}{ccccccc} a & - & b & = & c \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{Số bị trừ} & & \text{Số trừ} & & \text{Hiệu} \end{array}$$

– Nếu $a - b = c$ thì $a = b + c$ và $b = a - c$.

– Nếu $a + b = c$ thì $a = c - b$ và $b = c - a$.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Tính một cách hợp lí:

a) $150 + 27 + 123$;

b) $22 + 24 + 26 + 28 + 30$.

Giải

a) $150 + 27 + 123$

$= 150 + (27 + 123)$ (tính chất kết hợp)

$= 150 + 150$

$= 300$.

b) $22 + 24 + 26 + 28 + 30$

$= 22 + 28 + 24 + 26 + 30$ (tính chất giao hoán)

$= (22 + 28) + (24 + 26) + 30$ (tính chất kết hợp)

$= 50 + 50 + 30$

$= 100 + 30$

$= 130$.

Ví dụ 2 Tìm số tự nhiên x , biết:

a) $x + 1\,234 = 5\,678$;

b) $3\,222 - (x - 235) = 2\,357$.

Giải

a) $x + 1\,234 = 5\,678$

$x = 5\,678 - 1\,234$

$x = 4\,444$.

b) $3\,222 - (x - 235) = 2\,357$

$x - 235 = 3\,222 - 2\,357$

$x - 235 = 865$

$x = 865 + 235$

$x = 1\,100$.

Ví dụ 3 Tìm chữ số x , biết: $514 + 21 < \overline{53x} < 737 - 200$.

Giải

Ta có: $514 + 21 < \overline{53x} < 737 - 200$

$535 < \overline{53x} < 537$.

Suy ra $\overline{53x} = 536$. Vậy $x = 6$.

C. BÀI TẬP

15. Cửa khẩu Hữu Nghị, Lạng Sơn, Bắc Ninh, Hà Nội theo thứ tự nằm trên Quốc lộ 1A. Số liệu của Tổng cục Đường bộ Việt Nam cho biết trên Quốc lộ 1A: Quãng đường Cửa khẩu Hữu Nghị – Lạng Sơn dài khoảng: 16 km; Quãng đường Lạng Sơn – Bắc Ninh dài khoảng: 123 km; Quãng đường Bắc Ninh – Hà Nội dài khoảng: 31 km. Tính độ dài các quãng đường: Hà Nội – Lạng Sơn, Bắc Ninh – Cửa khẩu Hữu Nghị trên Quốc lộ 1A.

16. Tính một cách hợp lí:

a) $17 + 188 + 183$;

b) $122 + 2\,116 + 278 + 84$;

c) $11 + 13 + 15 + 17 + 19$.

17. Tính bằng cách tách một số hạng thành tổng của hai số hạng khác (theo mẫu):

Mẫu: $185 + 1\,005 = 185 + (5 + 1\,000) = (185 + 5) + 1\,000 = 190 + 1\,000 = 1\,190$.

a) $79 + 1\,011$;

b) $292 + 20\,008 + 250$;

c) $1\,811 + 15 + 189 + 185$.

18. Tìm chữ số x , biết:

a) $534 + 1\,266 < \overline{x80x} < 635 + 1\,167$;

b) $197 \leq \overline{xx} + \overline{xx} < 199$.

19. Trong bảng dưới đây có ghi tổng diện tích và diện tích biển của các khu bảo tồn biển Nam Yết, Lý Sơn, Hải Vân – Sơn Chà:

Khu bảo tồn biển	Tổng diện tích (ha)	Diện tích biển (ha)
Nam Yết	35 000	20 000
Lý Sơn	7 925	7 113
Hải Vân – Sơn Chà	17 039	7 626

(Nguồn: Quyết định số 742/QĐ-TTg ngày 26/5/2010 của Thủ tướng Chính phủ)

a) Tổng diện tích khu bảo tồn biển Hải Vân – Sơn Chà ít hơn tổng diện tích khu bảo tồn biển Nam Yết bao nhiêu héc-ta?

b) Diện tích biển của khu bảo tồn biển Nam Yết nhiều hơn tổng diện tích biển của hai khu bảo tồn biển Lý Sơn và Hải Vân – Sơn Chà bao nhiêu héc-ta?

20. Nhà trường tổ chức hội chợ để gây quỹ ủng hộ “Trái tim cho em”. Lớp 6B vẽ một bức tranh và đem bán đấu giá với giá dự kiến là 370 000 đồng. Người thứ nhất trả cao hơn giá dự kiến là 40 000 đồng. Người thứ hai trả cao hơn người thứ nhất là 100 000 đồng và mua được bức tranh. Bức tranh được bán với giá bao nhiêu?

21. Cho 2 021 số tự nhiên, trong đó tổng của năm số bất kì đều là một số lẻ. Hỏi tổng của 2 021 số tự nhiên đó là số lẻ hay số chẵn?

22. Trên bảng có bộ ba số 2, 6, 9. Cứ sau mỗi phút, người ta thay đồng thời mỗi số trên bảng bằng tổng của hai số còn lại thì được một bộ ba số mới. Nếu cứ làm như vậy sau 30 phút thì hiệu của số lớn nhất và số bé nhất trong bộ ba số trên bảng bằng bao nhiêu?

§4 PHÉP NHÂN, PHÉP CHIA CÁC SỐ TỰ NHIÊN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Phép nhân

– Phép nhân hai số tự nhiên a và b :

$$\begin{array}{ccccc} a & \times & b & = & c \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{Thừa số} & & \text{Thừa số} & & \text{Tích} \end{array}$$

– Tính chất của phép nhân: giao hoán, kết hợp, phân phối đối với phép cộng và phép trừ, nhân với số 1.

Phép chia

– Phép chia hết: Phép chia hết một số tự nhiên a cho một số tự nhiên b ($b \neq 0$) cho ta một số tự nhiên duy nhất gọi là thương của chúng:

$$\begin{array}{ccccc} a & : & b & = & c \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{Số bị chia} & & \text{Số chia} & & \text{Thương} \end{array}$$

– Phép chia có dư: Cho hai số tự nhiên m và n với $n \neq 0$. Khi đó luôn tìm được đúng hai số tự nhiên q và r sao cho $m = nq + r$, trong đó $0 \leq r < n$.

+ Khi $r = 0$ ta có phép chia hết.

+ Khi $r \neq 0$ ta có phép chia có dư. Ta nói: m chia cho n được thương là q và số dư là r .

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Tính một cách hợp lí:

a) $8 \cdot 17 \cdot 125$;

b) $212 \cdot 47 + 212 \cdot 52 + 212$.

Giải

a) $8 \cdot 17 \cdot 125$

$= 17 \cdot 8 \cdot 125$ (tính chất giao hoán)

$= 17 \cdot (8 \cdot 125)$ (tính chất kết hợp)

$= 17 \cdot 1\,000$

$= 17\,000.$

b) $212 \cdot 47 + 212 \cdot 52 + 212$

$= 212 \cdot (47 + 52 + 1)$ (tính chất phân phối)

$= 212 \cdot 100$

$= 21\,200.$

Ví dụ 2 Tìm số tự nhiên nhỏ nhất biết rằng khi chia số này cho 9 thì dư 5 và chia cho 11 thì dư 9.

Giải

Gọi a là số tự nhiên phải tìm.

Vì a chia cho 9 dư 5 và a chia cho 11 dư 9 nên $a = 9p + 5$ và $a = 11q + 9$ với p, q là số tự nhiên, $p > q$. Do đó $9p + 5 = 11q + 9$. Suy ra $9(p - q) = 4 + 2q$. (1)

Ta thấy: $4 + 2q$ là số chẵn khác 0 nên $9(p - q)$ phải là số chẵn khác 0 hay $(p - q)$ là số chẵn khác 0. (2)

Theo giả thiết, a nhỏ nhất nên q phải nhỏ nhất hay $4 + 2q$ nhỏ nhất.

Do đó từ (1) và (2) suy ra $(p - q)$ là số chẵn nhỏ nhất khác 0 nên $(p - q) = 2$.

Thay $(p - q) = 2$ vào (1) ta có: $9 \cdot 2 = 4 + 2q$, suy ra $q = 7$.

Vậy số phải tìm là: $a = 11 \cdot 7 + 9 = 86$.

C. BÀI TẬP

23. Tính một cách hợp lí:

a) $17 \cdot 88 + 17 \cdot 12$;

b) $25 \cdot 32 + 4 \cdot 92 \cdot 25$;

c) $3\,119 \cdot 121 - 3\,119 \cdot 11 \cdot 11$;

d) $24 \cdot (123 + 87) + (87 + 123) \cdot 76$.

24. Tính bằng cách áp dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng và phép trừ (theo mẫu):

Mẫu: $106 \cdot 21 = (100 + 6) \cdot 21 = 100 \cdot 21 + 6 \cdot 21$

$= 2\,100 + 6 \cdot (20 + 1) = 2\,100 + 120 + 6 = 2\,226.$

a) $35 \cdot 29$;

b) $403 \cdot 54$;

c) $9\,998 \cdot 12$.

25. So sánh tích $2\,020 \cdot 2\,020$ và tích $2\,019 \cdot 2\,021$ mà không tính cụ thể giá trị của chúng.

26. Tìm chữ số x , biết:

a) $(\overline{80x} - 801) \cdot 12 = 0$;

b) $(\overline{x1} - 10) \cdot 32 = 32$;

c) $x \cdot x = 16$;

d) $(\overline{xx} + \overline{xx}) \cdot 0 = 0$.

27. Nhờ tổ chức cuộc họp trực tuyến, công ty A đã giảm nhiều khoản chi phí. Dưới đây là bảng các chi phí mà công ty A đã cắt giảm:

Chi phí	Số lượng	Đơn giá
Vé máy bay chặng Hà Nội – TP. Hồ Chí Minh	9	1 209 000 đồng/vé
Vé máy bay chặng Hà Nội – Đà Nẵng	5	538 000 đồng/vé
Hội trường	2	1 500 000 đồng/hội trường
In ấn tài liệu	60	18 000 đồng/tài liệu

Tổng chi phí công ty A đã cắt giảm là bao nhiêu?

28. Sử dụng giấy dán tường cho các mảng tường là xu thế đang được ưa chuộng. Ngày càng có nhiều loại giấy dán tường đẹp, mẫu mã sinh động, đa dạng và nhiều màu sắc. Sau đây là bảng báo giá giấy dán tường của một cửa hàng:

Giấy dán tường	Đơn giá theo cuộn (đồng/cuộn)	Đơn giá theo mét vuông (đồng/m ²)
Nhóm giấy giá rẻ	920 000	90 000
Nhóm giấy giá trung bình	1 100 000	100 000
Nhóm giấy cao cấp	1 250 000	120 000

a) Nếu bác Lan mua 2 cuộn giấy dán tường giá rẻ và 25 m² giấy dán tường giá trung bình thì theo bảng giá trên bác phải trả bao nhiêu tiền?

b) Do là khách quen nên cửa hàng đã giảm giá cho bác Lan với mức giá giấy dán tường cao cấp như sau:

- Mua từ 1 m² đến 20 m² thì giá là 120 000 đồng/m²;
- Mua từ 21 m² đến 40 m² thì giá là 115 000 đồng/m²;
- Mua từ 41 m² đến 60 m² thì giá là 102 000 đồng/m²;
- Mua nhiều hơn 60 m² thì giá là 95 000 đồng/m².

Nếu bác Lan mua 1 cuộn giấy dán tường giá trung bình và 42 m^2 giấy dán tường cao cấp thì bác phải trả bao nhiêu tiền?

29. Bình Ngô đại cáo ra đời năm nào?

Năm $\overline{abcd}$ Nguyễn Trãi viết Bình Ngô đại cáo tổng kết thắng lợi của cuộc kháng chiến do Lê Lợi lãnh đạo chống quân Minh. Biết rằng $\overline{ab}$ gấp đôi số ngày trong một tuần lễ, còn $\overline{cd}$ gấp đôi $\overline{ab}$. Tính xem năm đó là năm nào.

30. a) Tích các số tự nhiên từ 16 đến 57 có chữ số tận cùng là chữ số nào?

b) Tích tất cả các số tự nhiên lẻ có ba chữ số có chữ số tận cùng là chữ số nào?

31. Đặt tính rồi tính:

a) $5\,292 : 12$; b) $534\,127 : 11$; c) $9\,564 : 123$; d) $209\,943 : 321$.

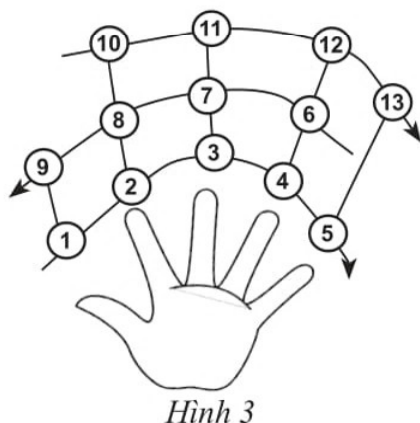
32. Một thư viện cần xếp 5 628 quyển sách vào các giá sách. Mỗi giá sách có 11 ngăn, mỗi ngăn có thể xếp 32 quyển sách. Cần ít nhất bao nhiêu giá sách để xếp hết số sách trên?

33. Có 1 000 cán bộ công nhân viên trên địa bàn thành phố Hà Nội đã tham gia ngày “Toàn dân hiến máu tình nguyện 7/4”. Mỗi người hiến tặng 450 ml máu của mình. Với số máu được hiến tặng trên sẽ cấp cứu được cho bao nhiêu bệnh nhân, biết rằng trung bình mỗi bệnh nhân cần 1 500 ml máu?

34. Bạn Tú cần mua hai đôi giày thể thao có giá niêm yết là 810 000 đồng và 1 290 000 đồng. Cửa hàng A giảm nửa giá các loại giày trên. Cửa hàng B khuyến mãi các loại giày đó: nếu mua một đôi giày thì tặng một đôi giày tùy chọn (giá không hơn đôi đã mua). Bạn Tú nên mua giày ở cửa hàng nào thì có giá rẻ hơn?

35. Bạn Hoa đã thực hiện phép chia hai số tự nhiên có số chia bằng 27 được kết quả có số dư lớn hơn 24 và tổng của số bị chia và thương bằng 361. Tìm số bị chia và thương của phép chia mà bạn Hoa đã thực hiện.

36. Bạn Chi đố bạn Đức xòe bàn tay ra và đếm các ngón tay như sau: Bắt đầu đếm từ ngón cái đến ngón út với các số 1, 2, 3, 4, 5; quay lại từ ngón áp út đến ngón cái với các số 6, 7, 8, 9; đếm tiếp từ ngón trỏ đến ngón út với các số 10, 11, 12, 13 (Hình 3). Nếu bạn Đức cứ đếm như vậy thì số 85 rơi vào ngón tay nào?



Hình 3

PHÉP TÍNH LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Lũy thừa bậc n của a , kí hiệu a^n , là tích của n thừa số a :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ thừa số } a} \text{ với } n \in \mathbb{N}^*.$$

Số a được gọi là cơ số, n được gọi là số mũ.

– Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng các số mũ:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

– Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số (khác 0), ta giữ nguyên cơ số và trừ các số mũ:

$$a^m : a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0; m \geq n).$$

Quy ước: $a^0 = 1$ với $a \neq 0$.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Viết các tích sau dưới dạng lũy thừa:

- a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$; b) $p \cdot p \cdot p \cdot p$; c) $3^3 \cdot 3^4$; d) $7^7 : 7^4$.

Giải

- a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^5$. b) $p \cdot p \cdot p \cdot p = p^4$.
c) $3^3 \cdot 3^4 = 3^{3+4} = 3^7$. d) $7^7 : 7^4 = 7^{7-4} = 7^3$.

Ví dụ 2 Tìm số tự nhiên x , biết:

- a) $2^3 \cdot 2^x = 32$; b) $(3x + 2)^3 = 11 \cdot 121$.

Giải. Ta có:

- a) $2^3 \cdot 2^x = 32$ b) $(3x + 2)^3 = 11 \cdot 121$
 $2^{3+x} = 2^5$ $(3x + 2)^3 = 11^3$
 $3 + x = 5$ $3x + 2 = 11$
 $x = 2$ $3x = 9$
Vậy $x = 2$. $x = 3$.
 Vậy $x = 3$.

C. BÀI TẬP

37. a) Viết mỗi số sau thành bình phương của một số tự nhiên:

36; 64; 169; 225; 361; 10 000.

b) Viết mỗi số sau thành lập phương của một số tự nhiên:

8; 27; 125; 216; 343; 8 000.

38. Cho các số 16, 20, 25, 60, 81, 90, 625, 1 000, 1 331. Trong các số đó, số nào viết được dưới dạng lũy thừa của một số tự nhiên với số mũ lớn hơn 1? (Chú ý rằng có những số có nhiều cách viết dưới dạng lũy thừa)

39. Viết kết quả mỗi phép tính sau dưới dạng một lũy thừa, một tích các lũy thừa hoặc một tổng các lũy thừa:

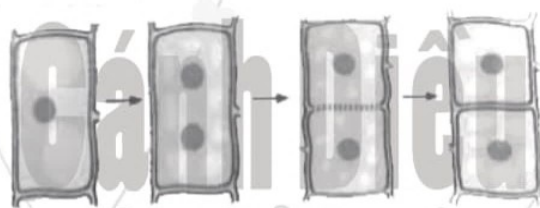
a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$;

b) $y \cdot y \cdot y \cdot y$;

c) $5 \cdot p \cdot 5 \cdot p \cdot 2 \cdot q \cdot 4 \cdot q$;

d) $a \cdot a + b \cdot b + c \cdot c + d \cdot d \cdot d$.

40. Tế bào lớn lên đến một kích thước nhất định thì phân chia. Quá trình đó diễn ra như sau: Đầu tiên từ 1 nhân thành 2 nhân tách xa nhau. Sau đó chất tế bào được phân chia, xuất hiện một vách ngăn, ngăn đôi tế bào cũ thành 2 tế bào con. Các tế bào con tiếp tục lớn lên cho đến khi bằng tế bào mẹ. Các tế bào này lại tiếp tục phân chia thành 4, rồi thành 8, ... tế bào.



Sơ đồ sự phân chia tế bào

Như vậy từ một tế bào mẹ thì: sau khi phân chia lần 1 được 2 tế bào con; lần 2 được $2^2 = 4$ (tế bào con); lần 3 được $2^3 = 8$ (tế bào con). Hãy tính số tế bào con có được ở lần phân chia thứ 5, thứ 8 và thứ 11.

41. Một nền nhà có dạng hình vuông gồm a hàng, mỗi hàng lát a viên gạch. Bạn An đếm được 113 viên gạch được lát trên nền nhà đó. Theo em, bạn An đếm đúng hay sai? Vì sao?

42. So sánh:

a) 2^6 và 6^2 ;

b) 7^{3+1} và $7^3 + 1$;

c) $13^{14} - 13^{13}$ và $13^{15} - 13^{14}$;

d) 3^{2+n} và 2^{3+n} ($n \in \mathbb{N}^*$).

43. Rút gọn mỗi biểu thức sau:

a) $A = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{99} + 3^{100}$;

b) $B = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} - 2^{97} + \dots - 2^3 + 2^2 - 2 + 1$.

44. Viết kết quả mỗi phép tính sau dưới dạng một lũy thừa:

a) $7^4 \cdot 7^5 \cdot 7^6$;

b) $(54 : 3)^7 \cdot 324$;

c) $[(8 + 2)^2 \cdot 10^{100}] : (10^0 \cdot 10^{94})$; d) $a^9 : a^9 (a \neq 0)$.

45. a) Viết các số: 123; 2 355; $\overline{abcde}$ dưới dạng tổng các lũy thừa của 10.

b) Tìm số $\overline{abcdef} (d \neq 0)$ sao cho $\overline{abcdef} = 999 \cdot \overline{abc} + 200$.

46. Tìm số tự nhiên x , biết:

a) $2^x + 12 = 44$;

b) $2 \cdot 5^{x+1} - 1\,100 = 6 \cdot 5^2$;

c) $2 \cdot 3^{x+1} = 10 \cdot 3^{12} + 8 \cdot 3^{12}$;

d) $2^x + 2^{x+3} = 144$.

47. So sánh:

a) $2^{200} \cdot 2^{100}$ và $3^{100} \cdot 3^{100}$;

b) 21^{15} và $27^5 \cdot 49^8$;

c) 3^{39} và 11^{21} .

48. Tìm chữ số tận cùng của kết quả mỗi phép tính sau:

a) 54^{10} ;

b) 49^{15} ;

c) $11^{20} + 119^{21} + 2\,000^{22}$;

d) $138^{33} - 2\,020^{14}$.

49. a) Cho $A = 4 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2005}$. Chứng tỏ rằng A là một lũy thừa của cơ số 2.

b) Cho $B = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2021}$. Chứng tỏ rằng $B + 8$ không thể là bình phương của một số tự nhiên.



THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Thứ tự thực hiện các phép tính trong biểu thức không chứa dấu ngoặc:

+ Khi biểu thức chỉ có các phép tính cộng và trừ (hoặc chỉ có các phép tính nhân và chia), ta thực hiện phép tính theo thứ tự từ trái sang phải.

+ Khi biểu thức có các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, ta thực hiện phép tính nhân và chia trước, rồi đến cộng và trừ.

+ Khi biểu thức có các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa, ta thực hiện phép tính nâng lên lũy thừa trước, rồi đến nhân và chia, cuối cùng đến cộng và trừ.

– Thứ tự thực hiện các phép tính trong biểu thức chứa dấu ngoặc:

+ Khi biểu thức có chứa dấu ngoặc, ta thực hiện các phép tính trong dấu ngoặc trước.

+ Nếu biểu thức chứa các dấu ngoặc $()$, $[]$, $\{ \}$ thì thứ tự thực hiện các phép tính như sau: $() \rightarrow [] \rightarrow \{ \}$.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Tính giá trị của biểu thức:

a) $108 - 19 + 2\,991$;

b) $625 : 25 \cdot 114$;

c) $345 + 306 : 17 - 123$;

d) $4^3 - 5^2 \cdot 2 + 31\,231$.

Giải

a) $108 - 19 + 2\,991 = 89 + 2\,991 = 3\,080$.

b) $625 : 25 \cdot 114 = 25 \cdot 114 = 2\,850$.

c) $345 + 306 : 17 - 123 = 345 + 18 - 123 = 363 - 123 = 240$.

d) $4^3 - 5^2 \cdot 2 + 31\,231$
 $= 64 - 25 \cdot 2 + 31\,231$
 $= 64 - 50 + 31\,231$
 $= 14 + 31\,231$
 $= 31\,245$.

Ví dụ 2 Tính giá trị của biểu thức:

a) $(1\,262 + 12 - 20) : 114$;

b) $63 - [(125 - 123)^3 : 4] \cdot 27$;

c) $2\,345 + [129 - (4\,117 - 4\,110)^2 + 12]$.

Giải

a) $(1\,262 + 12 - 20) : 114 = (1\,274 - 20) : 114 = 1\,254 : 114 = 11$.

b) $63 - [(125 - 123)^3 : 4] \cdot 27$
 $= 63 - [2^3 : 4] \cdot 27$
 $= 63 - [8 : 4] \cdot 27$
 $= 63 - 2 \cdot 27$
 $= 63 - 54 = 9$.

$$\begin{aligned}
& \text{c) } 2\,345 + [129 - (4\,117 - 4\,110)^2 + 12] \\
&= 2\,345 + [129 - 7^2 + 12] \\
&= 2\,345 + [129 - 49 + 12] \\
&= 2\,345 + [80 + 12] \\
&= 2\,345 + 92 \\
&= 2\,437.
\end{aligned}$$

C. BÀI TẬP

50. Tính giá trị của biểu thức:

a) $1\,000 : 125 \cdot 35$;

b) $(2\,121 + 12 \cdot 21) : 21$;

c) $234 \cdot 2 + 169 : 13$;

d) $57 - 24 : 3 \cdot 4 + 17$.

51. Tính giá trị của biểu thức:

a) $10^2 \cdot 3^2 + 5^3$;

b) $12^4 : 12^3 + 7^3 : 7$;

c) $(21 + 19)^4 : 40^2 + 31 - 1\,600$;

d) $(572 - 72)^2 + 3^3 \cdot 2 - 20\,000$.

52. Tính một cách hợp lí:

a) $46 \cdot (2\,020 + 40 \cdot 102) + 54 \cdot (2\,020 + 40 \cdot 102)$;

b) $2\,345 + [11^2 - (575 - 572)^3 + 6]^2$;

c) $18\,576 : \{105^0 + [2 \cdot (102 + 101 - 100 - 99 + 98 + 97 - 96 - 95 + \dots + 6 + 5 - 4 - 3 + 2 + 1) - 201]\}^3$.

53. Một cầu thủ sinh năm $19ab$. Tính đến năm 2019 thì cầu thủ đó có số tuổi bằng tổng các chữ số của năm sinh. Đến năm 2021 thì cầu thủ đó bao nhiêu tuổi?

54. Hai bạn An và Bình cùng đi vào cửa hàng mua sách. Tổng số tiền ban đầu của hai bạn là 106 000 đồng. Bạn An mua hết 52 000 đồng và bạn Bình mua hết 33 000 đồng. Khi đó số tiền còn lại của bạn An gấp hai lần số tiền còn lại của bạn Bình. Tính số tiền ban đầu của mỗi bạn.

55. Vào dịp Tết cổ truyền, một nhà hàng mua 50 kg gạo nếp, 20 kg thịt lợn và 10 kg đậu xanh, 2 kg muối để làm bánh chưng. Tổng số tiền nhà hàng phải thanh toán là 4 492 000 đồng. Tính giá tiền 1 kg muối, biết giá tiền 1 kg gạo nếp là 30 000 đồng, 1 kg thịt lợn là 125 000 đồng, 1 kg đậu xanh là 48 000 đồng.

56. Anh Lâm vào cửa hàng mua 18 quyển sổ tay giá 22 000 đồng/quyển; 2 quyển truyện giá 115 000 đồng/quyển; 4 ram giấy A4 giá 53 000 đồng/ram. Anh đã trả bằng ba phiếu mua hàng, mỗi phiếu trị giá 50 000 đồng. Anh Lâm còn phải trả thêm bao nhiêu tiền?

57. Gia đình bác Khanh dùng bóng đèn tiết kiệm điện và thực hiện nhiều biện pháp tiết kiệm điện nên trong tháng Giêng, gia đình bác chỉ dùng hết 95 kWh và phải trả 161 930 đồng. Biết mức tiêu thụ sinh hoạt điện được quy định như sau:

Mức	Điện năng tiêu thụ
1	50 kWh đầu tiên
2	50 kWh tiếp theo

Trong đó, giá 1 kWh điện sinh hoạt ở mức 2 nhiều hơn giá 1 kWh điện sinh hoạt ở mức 1 là 56 đồng. Tính giá 1 kWh điện sinh hoạt ở mức 1.

§7 QUAN HỆ CHIA HẾT. TÍNH CHẤT CHIA HẾT

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Khái niệm về chia hết:

+ Nếu số dư trong phép chia số tự nhiên m cho số tự nhiên n ($n \neq 0$) bằng 0 thì m chia hết cho n . Khi đó, ta nói m là bội của n và n là ước của m .

+ Nếu số dư trong phép chia số tự nhiên m cho số tự nhiên n ($n \neq 0$) khác 0 thì m không chia hết cho n .

– Cách tìm bội và ước của một số:

+ Để tìm các bội của n ($n \in \mathbb{N}^*$), ta có thể lần lượt nhân n với 0, 1, 2, 3, ... Khi đó, các kết quả nhận được đều là bội của n .

+ Để tìm các ước của số tự nhiên n lớn hơn 1, ta có thể lần lượt chia n cho các số tự nhiên từ 1 đến n . Khi đó, các phép chia hết cho ta số chia là ước của n .

– Tính chất chia hết:

+ Nếu tất cả các số hạng của tổng đều chia hết cho cùng một số thì tổng chia hết cho số đó.

+ Nếu số bị trừ và số trừ đều chia hết cho cùng một số thì hiệu chia hết cho số đó.

+ Nếu một thừa số của tích chia hết cho một số thì tích chia hết cho số đó.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Tìm các ước của a , biết:

a) $a = 15$;

b) $a = 141$.

Giải

a) Các ước của 15 là: 1, 3, 5, 15.

b) Các ước của 141 là: 1, 3, 47, 141.

Ví dụ 2 Chỉ ra năm bội của b , biết:

a) $b = 11$;

b) $b = 212$.

Giải. Chẳng hạn:

a) Năm bội của 11 là: 11, 33, 44, 77, 121;

b) Năm bội của 212 là: 212, 424, 636, 848, 1 060.

Ví dụ 3 Không tính giá trị biểu thức, hãy giải thích tại sao:

a) $A = 1\,111 + 1\,096 + 99\,908$ không chia hết cho 2;

b) $B = 2 \cdot 51 \cdot 456 \cdot 7\,809$ chia hết cho 17.

Giải

a) Các số 1 096, 99 908 chia hết cho 2, nhưng 1 111 không chia hết cho 2 nên A không chia hết cho 2.

b) Ta thấy 51 chia hết cho 17 nên tích $B = 2 \cdot 51 \cdot 456 \cdot 7\,809$ chia hết cho 17.

C. BÀI TẬP

58. a) Trong các số sau: 3, 4, 7, 14, 16, 23, 36, 48, 96, số nào là ước của 96?

b) Tìm các ước lớn hơn 10 của 115.

c) Tìm các bội lớn hơn 100 và nhỏ hơn 200 của 15.

d) Tìm các ước của 32.

59. Cho các số 44, 7 345, 18 488, 66 713, 289 935, 1 987 650, 369 121 600.

a) Viết tập hợp A gồm các số chia hết cho 2 trong các số trên.

b) Viết tập hợp B gồm các số chia hết cho 5 trong các số trên.

c) Viết tập hợp C gồm các số chia hết cho cả 2 và 5 trong các số trên.

60. Không tính giá trị biểu thức, hãy giải thích tại sao: $C = 13 + 13^3 + 177 \cdot 13^5 - 12$ không chia hết cho 13.

61. Một người bán năm rổ cam và xoài. Mỗi rổ chỉ đựng một loại quả cam hoặc xoài với số lượng quả ở năm rổ như sau: 20 quả, 25 quả, 30 quả, 35 quả, 40 quả. Sau khi bán một rổ xoài trong năm rổ trên thì người ấy thấy rằng số cam gấp 2 lần số xoài còn lại. Tính số quả cam lúc đầu.

62. Chứng tỏ rằng:

- a) $(a + 2\,021) \cdot (a + 2\,020)$ là bội của 2 với mọi số tự nhiên a ;
- b) $(2a + 1) \cdot (2a + 2) \cdot (2a + 3)$ là bội của 3 với mọi số tự nhiên a ;
- c) $(7a)^{2020}$ là bội của 49 với mọi số tự nhiên a .

63. Chứng tỏ rằng:

- a) $A = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{10} + 3^{11}$ chia hết cho cả 5 và 8;
- b) $B = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^7 + 5^8$ chia hết cho 31.

64. Cho a, b là các số tự nhiên thoả mãn điều kiện a chia 51 dư 2 và b chia 17 dư 3. Hỏi $2a + 3b$ có là bội của 17 không?

65. Tìm số tự nhiên $n > 1$, sao cho:

- a) $n + 5$ chia hết cho $n + 1$;
- b) $2n + 1$ chia hết cho $n - 1$.

DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 2, CHO 5

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Dấu hiệu chia hết cho 2: Các số có chữ số tận cùng là 0, 2, 4, 6, 8 thì chia hết cho 2 và chỉ những số đó mới chia hết cho 2.
- Dấu hiệu chia hết cho 5: Các số có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5 và chỉ những số đó mới chia hết cho 5.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Cho các số 14, 115, 300, 4 629, 55 660, 987 655, 5 349 788. Trong các số đó:

- a) Số nào chia hết cho 2?
- b) Số nào chia hết cho 5?

Giải. Trong các số 14, 115, 300, 4 629, 55 660, 987 655, 5 349 788:

- a) Các số chia hết cho 2 là 14, 300, 55 660, 5 349 788 vì các số đó có chữ số tận cùng là 4, 0, 8;
- b) Các số chia hết cho 5 là 115, 300, 55 660, 987 655 vì các số đó có chữ số tận cùng là 5, 0.

Ví dụ 2 Tìm chữ số x để số $\overline{13x6}$ thoả mãn mỗi điều kiện sau:

a) Chia hết cho 2;

b) Chia hết cho 5.

Giải

a) Vì số $\overline{13x6}$ có chữ số tận cùng là 6 nên $\overline{13x6}$ luôn chia hết cho 2 với mọi chữ số x .
Vậy $x \in \{0; 1; 2; \dots; 8; 9\}$.

b) Vì số $\overline{13x6}$ có chữ số tận cùng là 6 nên $\overline{13x6}$ không chia hết cho 5 với mọi chữ số x . Vậy không tìm được chữ số x nào để số $\overline{13x6}$ chia hết cho 5.

C. BÀI TẬP

66. Cho các số 23, 45, 714, 815, 2 300, 2 369, 13 110, 25 555, 4 123 458. Trong các số đó:

a) Số nào chia hết cho 2?

b) Số nào chia hết cho 5?

c) Số nào chia hết cho 2, nhưng không chia hết cho 5?

d) Số nào chia hết cho 5, nhưng không chia hết cho 2?

67. Tìm chữ số x để số $\overline{5x80}$ thoả mãn mỗi điều kiện sau:

a) Chia hết cho 2;

b) Chia hết cho 5;

c) Chia hết cho cả 2 và 5.

68. Tìm chữ số x để số $\overline{x987}$ thoả mãn mỗi điều kiện sau:

a) Chia hết cho 2;

b) Chia hết cho 5.

69. Tìm chữ số x để số $\overline{2345x8}$ thoả mãn mỗi điều kiện sau:

a) Chia hết cho 4;

b) Chia hết cho 8.

70. Từ các chữ số 0, 5, 7, hãy viết tất cả các số có ba chữ số khác nhau sao cho:

a) Các số đó chia hết cho 2;

b) Các số đó chia hết cho 5;

c) Các số đó chia hết cho 5, nhưng không chia hết cho 2;

d) Các số đó chia hết cho cả 2 và 5.

71. Không tính giá trị biểu thức, hãy giải thích tại sao mỗi biểu thức sau chia hết cho 2:

a) $A = 1\,234 + 42\,312 + 5\,436 + 10\,988$;

b) $B = 2\,335 + 983\,333 + 3\,142\,311 + 5\,437$;

c) $C = 11 + 22 + 33 + \dots + 88 + 99 + 2\,021$;

d) $D = 8 \cdot 51 \cdot 633 \cdot 4\,445 - 777 \cdot 888 + 2\,020$.

72. Tìm số tự nhiên có ba chữ số giống nhau, biết rằng số đó không chia hết cho 2 nhưng chia hết cho 5.

73. a) Có bao nhiêu số có hai chữ số chia cho 5 dư 4?

b) Có bao nhiêu số có ba chữ số chia cho 2 và cho 5 có cùng số dư?

c) Từ 1 đến 555 có bao nhiêu số chia hết cho 2?

d) Từ 500 đến 1 000 có bao nhiêu số chia hết cho 5?

74. Một cửa hàng mỹ phẩm miễn thuế ở sân bay có khuyến mãi như sau: Khách cứ mua 10 hộp mỹ phẩm thì được tặng 1 hộp. Mỗi hộp có giá 53 USD. Công ty A mua 48 hộp mỹ phẩm ở cửa hàng đó. Hỏi số USD công ty A phải trả để mua 48 mỹ phẩm trên có chia hết cho 5 không? Vì sao?

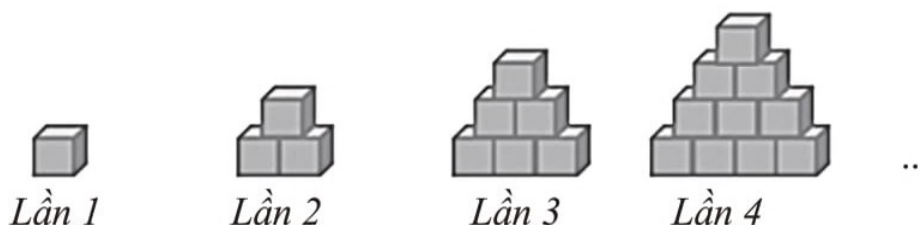
75. Chứng tỏ rằng:

a) Tổng của 2 020 số lẻ bất kì luôn chia hết cho 2;

b) $11^{11} + 22^{22} + 33^{33} + 44^{44} + 55^{55}$ không chia hết cho 2;

c) $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{59} + 2^{60} + 5^{61}$ chia hết cho 5.

76. Bạn Duyên sử dụng các khối lập phương để xếp hình. Các hình bạn Duyên xếp được qua các lần được biểu diễn như dưới đây:



Hỏi số khối lập phương bạn Duyên dùng cho lần xếp hình thứ 100 có chia hết cho cả 2 và 5 không?

DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 3, CHO 9

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Dấu hiệu chia hết cho 3: Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3 và chỉ những số đó mới chia hết cho 3.
- Dấu hiệu chia hết cho 9: Các số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9 và chỉ những số đó mới chia hết cho 9.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Cho các số 108, 125, 3 006, 7 657, 58 750, 92 667, 633 978, 1 324 576. Trong các số đó:

a) Số nào chia hết cho 3?

b) Số nào chia hết cho 9?

Giải. Trong các số 108, 125, 3 006, 7 657, 58 750, 92 667, 633 978, 1 324 576:

- a) Các số chia hết cho 3 là: 108, 3 006, 92 667, 633 978 vì các số đó đều có tổng các chữ số chia hết cho 3;
- b) Các số chia hết cho 9 là: 108, 3 006, 633 978 vì các số đó đều có tổng các chữ số chia hết cho 9.

Ví dụ 2 Không tính giá trị biểu thức, hãy giải thích tại sao:

- a) $A = 81 + 1\,236 + 54\,369$ chia hết cho 3;
- b) $B = 125 + 9\,336 + 54\,243 + 6\,124\,302$ không chia hết cho 3;
- c) $C = 14 + 76 + 153 + 8\,766 + 900\,540$ chia hết cho 9;
- d) $D = 81 \cdot 6\,334 - 17 \cdot 88 + 4\,012\,020$ không chia hết cho 9.

Giải

- a) Các số 81, 1 236, 54 369 chia hết cho 3 nên A chia hết cho 3.
- b) Các số 9 336, 54 243, 6 124 302 chia hết cho 3 mà 125 không chia hết cho 3 nên B không chia hết cho 3.
- c) Ta có: $C = 14 + 76 + 153 + 8\,766 + 900\,540$
 $= (14 + 76) + 153 + 8\,766 + 900\,540$
 $= 90 + 153 + 8\,766 + 900\,540.$

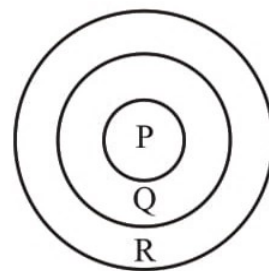
Các số 90, 153, 8 766, 900 540 chia hết cho 9 nên $90 + 153 + 8\,766 + 900\,540$ chia hết cho 9 hay C chia hết cho 9.

- d) Ta thấy 81 chia hết cho 9 nên tích $81 \cdot 6\,334$ chia hết cho 9; các số 17 và 88 đều không chia hết cho 3 nên tích $17 \cdot 88$ không chia hết cho 9. Mặt khác, ta lại có $4\,012\,020$ chia hết cho 9 nên D không chia hết cho 9.

C. BÀI TẬP

77. Cho các số 27, 45, 881, 916, 2 100, 2 439, 13 118, 35 550, 5 223 411. Trong các số đó:
- Số nào chia hết cho 3?
 - Số nào lớn hơn 2 000 không chia hết cho 3?
 - Số nào chia hết cho 9?
 - Số nào nhỏ hơn 3 000 không chia hết cho 9?
78. Tìm chữ số x để số $\overline{x1269}$ thỏa mãn mỗi điều kiện sau:
- Chia hết cho 3;
 - Chia hết cho 9;
 - Chia hết cho 3, nhưng không chia hết cho 9.
79. Có bao nhiêu số có dạng $\overline{11a10b}$ chia cho 5 dư 1 và chia hết cho 9?
80. Không tính giá trị biểu thức, hãy giải thích tại sao mỗi biểu thức sau chia hết cho 3:
- $A = 1\,233 + 42\,312 + 72\,036$;
 - $B = 111 + 222 + 333 + \dots + 999$.
81. Không tính giá trị biểu thức, hãy giải thích tại sao mỗi biểu thức sau chia hết cho 9:
- $P = 81 + 108 + 918$;
 - $M = 12 \cdot 585 + 13 \cdot 63\,333 + 14 \cdot 378\,225 + 18 \cdot 5\,142\,312$;
 - $N = 11 + 22 + 33 + \dots + 99 + 2\,021 \cdot 60\,021$.
82. Tìm các số tự nhiên a, b sao cho:
- $\overline{a26b}$ chia hết cho cả 2, 3, 5 và 9;
 - $123 \cdot a + 9\,873 \cdot b = 2\,227\,691$.
83. a) Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số chia cho 3 dư 1?
b) Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số chia cho 9 dư 2?
c) Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số $\overline{ab}$ sao cho $\overline{ab} + \overline{ba}$ chia hết cho 9?

84. Bạn Minh chơi trò phi tiêu với ba cái tiêu. Lần thứ nhất, bạn Minh phi 2 tiêu vào vùng Q và 1 tiêu vào vùng R thì được 12 điểm. Lần thứ hai, bạn Minh phi 2 tiêu vào vùng P và 1 tiêu vào vùng R thì được 18 điểm. Lần thứ ba, bạn Minh phi trúng mỗi vùng một tiêu. Hỏi số điểm lần thứ ba của bạn Minh có chia hết cho cả 3 và 5 không? Tại sao?



85. Cho a là số tự nhiên có 2 004 chữ số và chia hết cho 9. Gọi b là tổng các chữ số của a ; c là tổng các chữ số của b và d là tổng các chữ số của c . Tính d .
86. Viết liên tiếp các số tự nhiên từ 10 đến 99 liền nhau ta được một số tự nhiên. Hỏi số đó có chia hết cho 9 hay không? Vì sao?

87. Không thực hiện phép tính, hãy giải thích tại sao phép nhân sau là sai:

$$7\,654 \cdot 658 = 5\,136\,332.$$

88. Một công ty có 9 container hàng với khối lượng hàng mỗi container là: 193 tạ, 239 tạ, 277 tạ, 297 tạ, 316 tạ, 321 tạ, 329 tạ, 346 tạ, 355 tạ. Trong sáu tháng đầu năm, công ty đó đã xuất khẩu 8 container hàng, trong đó lượng hàng xuất khẩu của Quý II gấp 8 lần Quý I. Container hàng còn lại có khối lượng bằng bao nhiêu?

§10 SỐ NGUYÊN TỐ. HỢP SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1, chỉ có hai ước là 1 và chính nó.
- Hợp số là số tự nhiên lớn hơn 1, có nhiều hơn hai ước.
- Số 0 và số 1 không là số nguyên tố và cũng không là hợp số.
- Để chứng tỏ số tự nhiên a lớn hơn 1 là hợp số, ta chỉ cần tìm một ước của a khác 1 và khác a .

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Cho các số 2, 7, 32, 37, 45, 124, 3 355. Trong các số đó:

- Số nào là số nguyên tố? Vì sao?
- Số nào là hợp số? Vì sao?

Giải

- a) Các số 2, 7, 37 là số nguyên tố vì chúng đều là các số tự nhiên lớn hơn 1, chỉ có hai ước là 1 và chính nó.
- b) Các số 32, 45, 124, 3 355 là hợp số vì chúng đều là các số tự nhiên lớn hơn 1 có nhiều hơn hai ước.

Ví dụ 2 Tìm số tự nhiên a sao cho a , $a + 1$ và $a + 2$ đều là các số nguyên tố.

Giải

- Nếu a là số chẵn thì $a + 2$ cũng là số chẵn. Mà chỉ có duy nhất một số nguyên tố chẵn nên a và $a + 2$ không thể đều là các số nguyên tố (không thoả mãn).
 - Nếu a là số lẻ thì $a + 1$ là số chẵn, mà $a + 1$ là số nguyên tố suy ra $a + 1 = 2$ hay $a = 1$. Mà 1 không phải là số nguyên tố nên a không là số nguyên tố (không thoả mãn).
- Vậy không có số tự nhiên a sao cho a , $a + 1$ và $a + 2$ đều là các số nguyên tố.

C. BÀI TẬP

89. Cho các số 3, 13, 17, 18, 25, 39, 41. Trong các số đó:

- a) Số nào là số nguyên tố? Vì sao?
b) Số nào là hợp số? Vì sao?

90. a) Tìm các ước nguyên tố của các số sau: 12, 36, 43.

b) Tìm các ước không phải là số nguyên tố của các số sau: 21, 35, 47.

91. Hai bạn Ân và Huệ tranh luận tính đúng, sai của các phát biểu sau:

- a) Có ba số lẻ liên tiếp đều là số nguyên tố;
b) Có hai số nguyên tố mà tổng của chúng là một số lẻ;
c) Mọi số nguyên tố đều là số lẻ;
d) Tổng của hai số nguyên tố bất kì là một số chẵn.

Hãy giúp hai bạn tìm ra phát biểu đúng và phát biểu sai. Cho ví dụ cụ thể.

92. Ba số nguyên tố phân biệt có tổng là 106. Số lớn nhất trong ba số nguyên tố đó có thể lớn nhất bằng bao nhiêu?

93. Tìm số nguyên tố p thoả mãn mỗi điều kiện sau:
- $p + 1$ cũng là số nguyên tố;
 - $p + 2$ và $p + 4$ đều là số nguyên tố;
 - $p + 2, p + 6, p + 14, p + 18$ đều là số nguyên tố.
94. Tìm số tự nhiên n sao cho:
- $7n$ là số nguyên tố;
 - $3^n + 18$ là số nguyên tố.
95. Chứng tỏ rằng các tổng sau đây là hợp số:
- $\overline{abcabc} + 22$;
 - $\overline{abcabc} + 39$.
96. Chứng tỏ rằng mọi ước nguyên tố của $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2\,020 \cdot 2\,021 - 1$ đều lớn hơn $2\,021$.
97. Tìm chữ số x để mỗi số sau là hợp số:
- $\overline{2x}$;
 - $\overline{7x}$.
98. Tìm số tự nhiên a để trong 10 số tự nhiên sau: $a + 1, a + 2, \dots, a + 9, a + 10$ có nhiều số nguyên tố nhất.

§11 PHÂN TÍCH MỘT SỐ RA THỪA SỐ NGUYÊN TỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Để tìm một ước nguyên tố của số tự nhiên n lớn hơn 1, ta có thể làm như sau: Lần lượt thực hiện phép chia n cho các số nguyên tố theo thứ tự tăng dần 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... Khi đó, phép chia hết đầu tiên cho ta số chia là một ước nguyên tố của n .
- Phân tích một số tự nhiên lớn hơn 1 ra thừa số nguyên tố là viết số đó dưới dạng một tích các thừa số nguyên tố.

B. VÍ DỤ

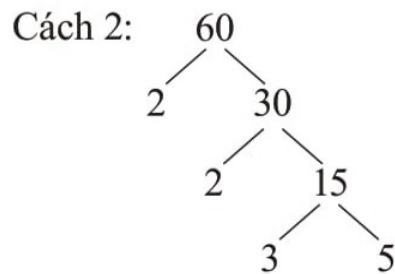
Ví dụ 1

- Phân tích số 60 ra thừa số nguyên tố.
- Số 60 chia hết cho những số nguyên tố nào?

Giải

a) Cách 1:

60	2
30	2
15	3
5	5
1	



Vậy ta phân tích được: $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

b) Dựa vào kết quả phân tích 60 ra thừa số nguyên tố trên, ta thấy 60 chia hết cho những số nguyên tố sau: 2, 3, 5.

Ví dụ 2 Có bao nhiêu số có ba chữ số mà tích các chữ số của số đó bằng 5?

Giải

Gọi số có ba chữ số đó là $\overline{abc}$ ($a \neq 0$), có $a \cdot b \cdot c = 5$ mà 5 là số nguyên tố nên bộ ba các số a, b, c chỉ có thể là 1, 1, 5. Từ ba chữ số 1, 1, 5, ta lập được các số 115, 151, 511. Vậy có 3 số có ba chữ số mà tích các chữ số của số đó bằng 5.

C. BÀI TẬP

99. Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố: 16, 23, 120, 625.

100. Thực hiện mỗi phép tính sau, rồi phân tích kết quả ra thừa số nguyên tố:

a) $777 : 7 + 361 : 19^2$;

b) $3 \cdot 5^2 - 3 \cdot 17 + 4^3 \cdot 7$.

101. Phân tích 225 và 1 200 ra thừa số nguyên tố rồi cho biết mỗi số đó chia hết cho những số nguyên tố nào.

102. Bạn Lan khẳng định: “Khi phân tích số tự nhiên a ra thừa số nguyên tố, nếu $a = p \cdot q^2$ thì a có tất cả 6 ước”. Theo em, bạn Lan khẳng định đúng hay sai? Vì sao?

103. Cho $a = 7^2 \cdot 11^3$. Trong các số $7a$, $11a$ và $13a$, số nào có nhiều ước nhất?

104. Tìm số tự nhiên n , biết:

a) $2 + 4 + 6 + \dots + 2 \cdot (n - 1) + 2n = 210$;

b) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 3) + (2n - 1) = 225$.

105. Bạn Khanh có 16 cái bút. Bạn Khanh muốn chia số bút đó vào các hộp sao cho số bút của các hộp bằng nhau và mỗi hộp có ít nhất 2 cái. Bạn Khanh có thể xếp 16 cái bút đó vào mấy hộp? (Kể cả trường hợp xếp vào một hộp)
106. Một trường học có 1 015 học sinh, cần phải xếp mỗi hàng bao nhiêu học sinh để số học sinh trong mỗi hàng là như nhau? Biết rằng số hàng không quá 40 hàng và không ít hơn 10 hàng.
107. Học sinh lớp 6A được nhận phần thưởng từ Liên đội nhà trường, mỗi học sinh đều được nhận số phần thưởng như nhau. Cô tổng phụ trách đã phát hết 215 quyển vở và 129 quyển truyện cho học sinh lớp 6A. Số học sinh lớp 6A là bao nhiêu, biết rằng số học sinh của lớp nhiều hơn 10 học sinh?
108. Tìm số tự nhiên n sao cho:
- a) $3n + 13$ chia hết cho $n + 1$; b) $5n + 19$ chia hết cho $2n + 1$.



§12 ƯỚC CHUNG VÀ ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Ước chung và ước chung lớn nhất:
- + Số tự nhiên n được gọi là ước chung của hai số a và b nếu n vừa là ước của a vừa là ước của b .
- + Số lớn nhất trong các ước chung của a và b được gọi là ước chung lớn nhất của a và b .
- + Ước chung của hai số là ước của ước chung lớn nhất của chúng.
- + Hai số nguyên tố cùng nhau là hai số có ước chung lớn nhất bằng 1.
- Tìm ước chung lớn nhất bằng cách phân tích các số ra thừa số nguyên tố:

Bước 1. Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố

Bước 2. Chọn ra các thừa số nguyên tố chung

Bước 3. Với mỗi thừa số nguyên tố chung, ta chọn lũy thừa với số mũ nhỏ nhất

Bước 4. Lấy tích của các lũy thừa đã chọn, ta nhận được ước chung lớn nhất cần tìm.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1

a) Tìm các ước của 125 và 250.

b) Tìm ƯCLN(125, 250).

Giải

a) Các ước của 125 là: 1, 5, 25, 125.

Các ước của 250 là: 1, 2, 5, 10, 25, 50, 125, 250.

b) $\text{ƯCLN}(125, 250) = 125$.

Ví dụ 2 Cho n là số tự nhiên khác 0. Chứng tỏ rằng $\text{ƯCLN}(2n + 1, 3n + 2) = 1$.

Giải

Đặt $\text{ƯCLN}(2n + 1, 3n + 2) = d$ thì $2n + 1$ chia hết cho d và $3n + 2$ chia hết cho d .
Suy ra $3(2n + 1)$ chia hết cho d và $2(3n + 2)$ chia hết cho d .

Khi đó $2(3n + 2) - 3(2n + 1) = 1$ chia hết cho d nên $d = 1$.

Vậy $\text{ƯCLN}(2n + 1, 3n + 2) = 1$.

Ví dụ 3 Rút gọn các phân số sau về phân số tối giản: $\frac{5}{15}$; $\frac{13}{65}$; $\frac{520}{1\,248}$; $\frac{9\,435}{10\,455}$.

Giải

• $\text{ƯCLN}(5, 15) = 5$. Vậy $\frac{5}{15} = \frac{5 : 5}{15 : 5} = \frac{1}{3}$.

• $\text{ƯCLN}(13, 65) = 13$. Vậy $\frac{13}{65} = \frac{13 : 13}{65 : 13} = \frac{1}{5}$.

• $\text{ƯCLN}(520, 1\,248) = 104$. Vậy $\frac{520}{1\,248} = \frac{520 : 104}{1\,248 : 104} = \frac{5}{12}$.

• $\text{ƯCLN}(9\,435, 10\,455) = 255$. Vậy $\frac{9\,435}{10\,455} = \frac{9\,435 : 255}{10\,455 : 255} = \frac{37}{41}$.

C. BÀI TẬP

109. a) Số nào là ước chung của 15 và 105 trong các số sau: 1, 5, 13, 15, 35, 53?

b) Tìm $\text{ƯCLN}(27, 156)$.

c) Tìm $\text{ƯCLN}(106, 318)$, từ đó tìm các ước chung của 424 và 636.

110. a) Tìm các ước chung của 18, 27, 30, từ đó tìm ước chung lớn nhất của chúng.

b) Tìm ước chung lớn nhất của 51, 102, 144, từ đó tìm các ước chung của chúng.

111. Một lớp học có 27 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chia lớp đó thành các tổ sao cho số học sinh nam và học sinh nữ ở mỗi tổ là như nhau? Cách chia nào để mỗi tổ có số học sinh ít nhất?

112. Ba khối 6, 7 và 8 lần lượt có 300 học sinh, 276 học sinh và 252 học sinh xếp thành các hàng dọc để diễu hành sao cho số hàng dọc của mỗi khối như nhau. Có thể xếp nhiều nhất thành mấy hàng dọc để mỗi khối đều không có ai lẻ hàng? Khi đó ở mỗi hàng dọc của mỗi khối có bao nhiêu học sinh?

113. Tìm số tự nhiên a , biết:

a) 388 chia cho a thì dư 38, còn 508 chia cho a thì dư 18;

b) 1 012 và 1 178 khi chia cho a đều cho số dư bằng 16.

114. Tìm số tự nhiên n để hai số sau nguyên tố cùng nhau:

a) $n + 2$ và $n + 3$;

b) $2n + 1$ và $9n + 4$.

115. Tìm các số tự nhiên a, b , biết:

a) $a + b = 192$ và $\text{UCLN}(a, b) = 24$;

b) $ab = 216$ và $\text{UCLN}(a, b) = 6$.

116. Cho a, b là hai số nguyên tố cùng nhau. Chứng tỏ rằng $5a + 2b$ và $7a + 3b$ cũng là hai số nguyên tố cùng nhau.

117. Rút gọn các phân số sau về phân số tối giản:

a) $\frac{12}{24}, \frac{13}{39}, \frac{35}{105}$;

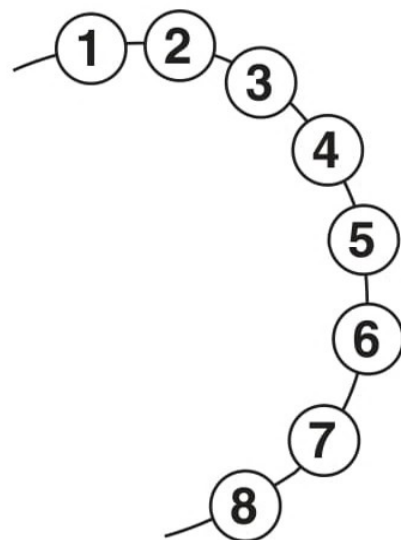
b) $\frac{120}{245}, \frac{134}{402}, \frac{213}{852}$;

c) $\frac{234}{1\,170}, \frac{1\,221}{3\,663}, \frac{2\,133}{31\,995}$;

118. Một số học sinh đứng nắm tay nhau xếp thành vòng tròn lớn tham gia hoạt động tập thể. Thầy An đi quanh vòng tròn và gán cho mỗi học sinh một số thứ tự 1, 2, 3, 4, 5, ... (Hình 4) và nhận thấy học sinh được gán số 12 đứng đối diện với học sinh được gán số 30. Thầy tách các học sinh được gán số từ số 1 đến số 12 vào nhóm 1, từ số 13 đến số cuối cùng trên vòng tròn vào nhóm 2. Thầy muốn chia các học sinh của mỗi nhóm vào các câu lạc bộ (số câu lạc bộ nhiều hơn 1) sao cho số học sinh ở từng nhóm của mỗi câu lạc bộ là như nhau.

a) Thầy An có bao nhiêu cách để chia học sinh vào các câu lạc bộ?

b) Số câu lạc bộ nhiều nhất mà thầy An có thể chia là bao nhiêu?



Hình 4



BỘI CHUNG VÀ BỘI CHUNG NHỎ NHẤT

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Bội chung và bội chung nhỏ nhất:

+ Số tự nhiên n được gọi là bội chung của hai số a và b nếu n vừa là bội của a vừa là bội của b .

+ Số nhỏ nhất khác 0 trong các bội chung của hai số a và b được gọi là bội chung nhỏ nhất của a và b .

+ Bội chung của nhiều số là bội của bội chung nhỏ nhất của chúng.

+ Để tìm bội chung của nhiều số, ta có thể lấy bội chung nhỏ nhất của chúng lần lượt nhân với 0, 1, 2, ...

– Tìm bội chung nhỏ nhất bằng cách phân tích các số ra thừa số nguyên tố:

Bước 1. Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố

Bước 2. Chọn ra các thừa số nguyên tố chung và các thừa số nguyên tố riêng

Bước 3. Với mỗi thừa số nguyên tố chung và riêng, ta chọn lũy thừa với số mũ lớn nhất

Bước 4. Lấy tích các lũy thừa đã chọn, ta nhận được bội chung nhỏ nhất cần tìm.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Tìm BCNN(102, 600).

Giải

Ta có: $102 = 2 \cdot 3 \cdot 17$; $600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$.

Vậy $BCNN(102, 600) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 17 = 10\,200$.

Ví dụ 2 Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số là bội chung của 6 và 14?

Giải

Ta có: $6 = 2 \cdot 3$; $14 = 2 \cdot 7$. Do đó $BCNN(6, 14) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. Các số tự nhiên có hai chữ số là bội chung của 6 và 14 cũng chính là các số tự nhiên có hai chữ số là bội của 42. Các số tự nhiên có hai chữ số là bội của 42 là: 42 và 84. Vậy có 2 số tự nhiên có hai chữ số là bội chung của 6 và 14.

Ví dụ 3 Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{7}{15} + \frac{19}{54}$;

b) $\frac{12}{25} + \frac{23}{75} - \frac{1}{4}$.

Giải

a) • $\text{BCNN}(15, 54) = 270$.

• $270 : 15 = 18; 270 : 54 = 5$.

• Ta có: $\frac{7}{15} = \frac{7 \cdot 18}{15 \cdot 18} = \frac{126}{270}; \quad \frac{19}{54} = \frac{19 \cdot 5}{54 \cdot 5} = \frac{95}{270}$.

Vậy $\frac{7}{15} + \frac{19}{54} = \frac{126}{270} + \frac{95}{270} = \frac{221}{270}$.

b) • $\text{BCNN}(25, 75, 4) = 300$.

• $300 : 25 = 12; 300 : 75 = 4; 300 : 4 = 75$.

• Ta có: $\frac{12}{25} = \frac{12 \cdot 12}{25 \cdot 12} = \frac{144}{300}; \quad \frac{23}{75} = \frac{23 \cdot 4}{75 \cdot 4} = \frac{92}{300}; \quad \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 75}{4 \cdot 75} = \frac{75}{300}$.

Vậy $\frac{12}{25} + \frac{23}{75} - \frac{1}{4} = \frac{144}{300} + \frac{92}{300} - \frac{75}{300} = \frac{161}{300}$.

C. BÀI TẬP

119. Tìm bội chung nhỏ nhất của:

- a) 19 và 46; b) 27 và 315; c) 60, 72, 63; d) 60, 100, 140.

120. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số là bội chung của 11 và 12?

121. Lịch cập cảng của ba tàu như sau: tàu thứ nhất cứ 5 ngày cập cảng một lần; tàu thứ hai cứ 8 ngày cập cảng một lần; tàu thứ ba cứ 10 ngày cập cảng một lần. Vào một ngày nào đó, ba tàu cùng cập cảng. Sau ít nhất bao nhiêu ngày thì cả ba tàu lại cùng cập cảng?

122. Trong một đợt trồng cây, học sinh của lớp 6B đã trồng được một số cây. Số đó là số tự nhiên nhỏ nhất thỏa mãn chia 3 dư 2, chia 4 dư 3, chia 5 dư 4, chia 10 dư 9. Học sinh lớp 6B đã trồng được bao nhiêu cây?

123. Học sinh của một trường trung học cơ sở khi xếp hàng 20 học sinh, hàng 25 học sinh và hàng 30 học sinh thì đều thừa 15 học sinh, nhưng xếp vào hàng 41 học sinh thì vừa đủ. Tính số học sinh của trường đó, biết số học sinh của trường ít hơn 1 200 học sinh.

124. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho số đó chia cho 3 dư 1, chia cho 4 dư 3, chia cho 5 dư 1.

125. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho số đó chia cho 3 dư 2, chia cho 5 dư 3, chia cho 7 dư 4.
126. Tìm số tự nhiên có dạng $\overline{956xy}$ sao cho số đó chia hết cho cả 6, 7, 11 và 27.
127. Tìm hai số tự nhiên a, b sao cho: $0 < a < b$, $a + b = 42$ và $\text{BCNN}(a, b) = 72$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I

128. Thực hiện các phép tính sau:

- a) $56 : 4 + 4 \cdot (40 - 25) + 2\,000 : 2 - 15 \cdot 12$;
 b) $140 \cdot (5^3 - 5^3 : 5^2) - 3^6 : 3^4 - 15 \cdot 11 \cdot (12 - 9)$;
 c) $784 : \{300 : [536 - (2^3 \cdot 3 \cdot 29 - 174) + 5^0] + 6^2\}$;
 d) $34\,567 - [4 \cdot (73 - 69)^3 - 8^2 \cdot (102 - 98)]^2$;
 e) $527 + \{[2 \cdot (2 \cdot 2^3 + 3^2 + 4^2 - 5^2) + 678^0]^3 : 33^2\}$.

129. Tìm số tự nhiên x , biết:

- a) $225 : 15 + 3 \cdot (2x + 1) = 270$;
 b) $19 \cdot (2 + 3 + 4 - 5 + 6 - 7)^2 - 9 \cdot (7x - 2) = 0$;
 c) $3 \cdot (2x + 1)^3 = 81$;
 d) $(x + 1)^5 = 243$;
 e) $2 \cdot 11^x = (3^2 + 2)^3 : (5^3 - 2^5 : 2^3) \cdot 22$;
 g) $7^x + 7^{x+1} + 7^{x+2} = 3 \cdot 19 \cdot 343$.

130. Gọi $\mathcal{P}$ là tập hợp các số nguyên tố. Chọn kí hiệu “ $\in$ ”, “ $\notin$ ” thích hợp cho $\boxed{?}$:

- a) $12 \boxed{?} \mathcal{P}$; b) $23 \boxed{?} \mathcal{P}$; c) $12 + 17 \boxed{?} \mathcal{P}$;
 d) $a \boxed{?} \mathcal{P}$ với $a = 2 \cdot 4 \cdot 5 + 13$; e) $b \boxed{?} \mathcal{P}$ với $b = 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 37 + 133 \cdot 37$.

131. Số tự nhiên A có hai chữ số thoả mãn A chia cho 9 dư 1 và chia cho 10 dư 3. Khi đó, A chia cho 13 có số dư là bao nhiêu?

132. Mật khẩu ATM của một ngân hàng gồm năm chữ số, mỗi chữ số có thể nhận các giá trị từ 0 đến 9. Có thể có nhiều nhất bao nhiêu mật khẩu, biết rằng không có mật khẩu nào bắt đầu bằng dãy số 7233?

133. Trong một kì Á vận hội có 216 vận động viên tranh tài ở bộ môn chạy 100 m. Có 6 đường chạy nên chỉ có 6 vận động viên tranh tài mỗi lượt đua. Kết thúc mỗi lượt đua, 5 người thua cuộc sẽ bị loại và chỉ có duy nhất một người chiến thắng được tham gia ở các vòng đua sau. Cần phải tổ chức bao nhiêu lượt đua để tìm được nhà vô địch?

134. Bạn Minh dùng tờ tiền mệnh giá 200 000 đồng để mua một quyển truyện 17 000 đồng. Cô bán hàng có các tờ tiền mệnh giá 50 000 đồng, 20 000 đồng, 10 000 đồng, 5 000 đồng, 2 000 đồng, 1 000 đồng. Bạn Minh nhận được ít nhất bao nhiêu tờ tiền từ cô bán hàng?

135. Tìm hai số tự nhiên m, n sao cho: $220m + 1\,544n = 105\,322$.

136. Cho p và $p + 4$ là các số nguyên tố ($p > 3$). Chứng tỏ rằng $p + 8$ là hợp số.

137. Tìm ước chung lớn nhất của:

- a) 44 và 121; b) 18 và 57; c) 36, 108, 1 224.

138. Tìm bội chung nhỏ nhất của:

- a) 13 và 338; b) 321 và 225; c) 62, 124, 1 364.

139. Tìm hai số tự nhiên a, b sao cho:

$$a + 2b = 48, a < 24 \text{ và } \text{UCLN}(a, b) + 3 \cdot \text{BCNN}(a, b) = 114.$$

140. Hầu hết các ngọn núi cao nhất thế giới đều thuộc dãy Himalaya và dãy Karakoram, nằm ở vùng biên giới giữa các nước Ấn Độ, Trung Quốc, Pakistan và Nepal. Sau đây là danh sách tám ngọn núi cao nhất thế giới:

a) Viết tập hợp A gồm bốn ngọn núi cao nhất thế giới trong danh sách trên.

b) Sắp xếp tám ngọn núi trong danh sách theo thứ tự độ cao giảm dần.

c) Viết tập hợp B gồm các ngọn núi có độ cao lớn hơn 8 400 m.

Tên núi	Độ cao (m)	Vị trí
Everest	8 848	Nepal
Manaslu	8 163	Nepal
K2	8 611	Pakistan
Dhaulagiri	8 167	Nepal
Cho Oyu	8 188	Nepal – Trung Quốc
Lhotse	8 516	Nepal – Trung Quốc
Makalu	8 463	Nepal – Trung Quốc
Kangchenjunga	8 586	Nepal – Ấn Độ

(Nguồn: <https://cacnuoc.vn/tin/top-10-ngon-nui-cao-nhat-the-gioi-hien-nay/>)

- $A = \{\text{thứ Hai; thứ Ba; thứ Tư; thứ Năm; thứ Sáu; thứ Bảy; Chủ nhật}\}.$
 - $B = \{H; A; M; O; C\}.$
 - $C = \{3; 0; 5\}.$
- $2 \in A;$
 - $3 \notin A;$
 - $x \in A;$
 - $p \notin A;$
 - $3 \in B;$
 - $1 \notin B;$
 - $m \in B;$
 - $y \notin B.$
- $X = \{\text{năng lượng gió; năng lượng Mặt Trời; năng lượng địa nhiệt}\}.$
 $Y = \{\text{năng lượng gió; năng lượng Mặt Trời}\}.$
- $A = \{\text{ô tô; xe máy}\}, B = \{\text{xe đạp}\}.$
- $A = \{22; 24; 26; 28; 30; 32; 34\}.$
 - $B = \{151; 153; 155; 157; 159\}.$
- $C = \{7\}$ vì $x + 3 = 10$ nên $x = 10 - 3 = 7.$
 - $D = \{35\}$ vì $x - 12 = 23$ nên $x = 12 + 23 = 35.$
 - $E = \{0\}$ vì $x : 16 = 0$ nên $x = 0 : 16 = 0.$
 - $G = \{1; 2; 3; \dots\}$ vì $0 : x = 0$ với mọi số tự nhiên x khác 0.
- $A = \{2 \times x + 1 \mid x \text{ là số tự nhiên}, 6 \leq x \leq 14\}.$
 - $B = \{2 \times x \mid x \text{ là số tự nhiên}, 11 \leq x \leq 21\}.$
 - $C = \{4 \times x + 3 \mid x \text{ là số tự nhiên}, 1 \leq x \leq 6\}.$
 - $D = \{x \times x \mid x \text{ là số tự nhiên}, 2 \leq x \leq 7\}.$
- Biểu diễn các học sinh lớp 6A thích môn Ngữ văn và môn Toán như *Hình 5*. Có 8 học sinh thích cả hai môn Ngữ văn và Toán nằm ở phần hình chung của Ngữ văn và Toán.

Số học sinh chỉ thích môn Ngữ văn là:

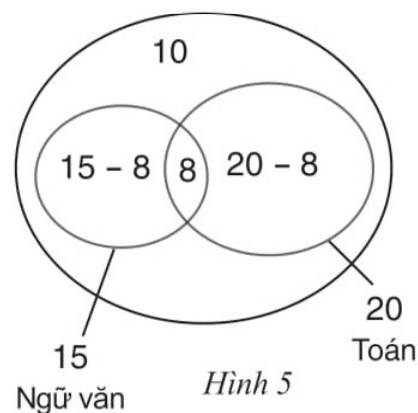
$$15 - 8 = 7 \text{ (học sinh).}$$

Số học sinh chỉ thích môn Toán là:

$$20 - 8 = 12 \text{ (học sinh).}$$

Dựa vào *Hình 5* ta có số học sinh của lớp 6A là:

$$10 + 7 + 8 + 12 = 37 \text{ (học sinh).}$$



9. a) Học sinh tự làm.

b) Ta có: $\overline{1a26} + \overline{4b4} + \overline{57c}$

$$\begin{aligned} &= 1\,000 + a \times 100 + 20 + 6 + 400 + b \times 10 + 4 + 500 + 70 + c \\ &= (1\,000 + 20 + 6 + 400 + 4 + 500 + 70) + (a \times 100 + b \times 10 + c) \\ &= 2\,000 + \overline{abc}. \end{aligned}$$

Vậy kí hiệu thích hợp cho $\boxed{?}$ là kí hiệu “=”.

10. a) 999. b) 987. c) 10 000. d) 98 764.

11. a) Đức.

b) Ca-na-đa, Nhật bản, Đức, Mỹ.

12. Bác Na nên mua điện thoại ở cửa hàng Bình An thì có giá rẻ nhất.

13. a) $*$ = 5.

b) $*$ = 8.

14. a) IV đọc là bốn, XXVII đọc là hai mươi bảy, XXX đọc là ba mươi, M đọc là một nghìn.

b) 7 viết là VII, 15 viết là XV, 29 viết là XXIX.

c) Ta có thể chuyển chỗ một que diêm theo các cách sau:

Cách 1: 

Cách 2: 

Cách 3: 

15. Quãng đường Hà Nội – Lạng Sơn dài là: $31 + 123 = 154$ (km).

Quãng đường Bắc Ninh – Cửa khẩu Hữu Nghị dài là: $123 + 16 = 139$ (km).

16. a) $17 + 188 + 183 = 17 + 183 + 188 = (17 + 183) + 188 = 200 + 188 = 388$.

$$\begin{aligned} &b) 122 + 2\,116 + 278 + 84 \\ &= 122 + 278 + 2\,116 + 84 \\ &= (122 + 278) + (2\,116 + 84) \\ &= 400 + 2\,200 \\ &= 2\,600. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{c) } 11 + 13 + 15 + 17 + 19 \\
 &= 11 + 19 + 13 + 17 + 15 \\
 &= (11 + 19) + (13 + 17) + 15 \\
 &= 30 + 30 + 15 \\
 &= 75.
 \end{aligned}$$

17. a) $79 + 1\,011 = 79 + (1 + 1\,010) = (79 + 1) + 1\,010 = 80 + 1\,010 = 1\,090.$

$$\begin{aligned}
 & \text{b) } 292 + 20\,008 + 250 \\
 &= 292 + (8 + 20\,000) + 250 \\
 &= (292 + 8) + 20\,000 + 250 \\
 &= 300 + 20\,000 + 250 \\
 &= 20\,550.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{c) } 1\,811 + 15 + 189 + 185 \\
 &= 1\,811 + 189 + 15 + 185 \\
 &= (1\,800 + 11) + (89 + 100) + 15 + (85 + 100) \\
 &= 1\,800 + (11 + 89) + 100 + (15 + 85) + 100 \\
 &= 1\,800 + 100 + 100 + 100 + 100 \\
 &= 2\,200.
 \end{aligned}$$

18. a) Ta có: $534 + 1\,266 < \overline{x80x} < 635 + 1\,167$
 $1\,800 < \overline{x80x} < 1\,802.$

Suy ra $\overline{x80x} = 1\,801$. Vậy $x = 1$.

b) Do $197 \leq \overline{xx} + \overline{xx} < 199$ nên $197 \leq 2 \times \overline{xx} < 199$.

Suy ra $2 \times \overline{xx} = 198$ hay $\overline{xx} = 99$. Vậy $x = 9$.

19. a) Tổng diện tích khu bảo tồn biển Hải Vân – Sơn Chà ít hơn tổng diện tích khu bảo tồn biển Nam Yết là: $35\,000 - 17\,039 = 17\,961$ (ha).

b) Diện tích biển của khu bảo tồn biển Nam Yết nhiều hơn tổng diện tích biển của hai khu bảo tồn biển Lý Sơn và Hải Vân – Sơn Chà là:

$$20\,000 - (7\,113 + 7\,626) = 5\,261 \text{ (ha).}$$

20. Người thứ nhất đầu giá bức tranh với giá: $370\,000 + 40\,000 = 410\,000$ (đồng).

Người thứ hai trả đầu giá bức tranh với giá: $410\,000 + 100\,000 = 510\,000$ (đồng).

Vậy bức tranh được bán với giá là 510 000 đồng.

21. Vì tổng của năm số bất kì trong 2 021 số tự nhiên đã cho đều là một số lẻ nên trong 2 021 số đó có ít nhất một số là số lẻ. Gọi số lẻ đó là a . Chia 2 020 số còn lại (sau khi đã loại số a) thành 404 nhóm, mỗi nhóm có năm số. Khi đó tổng năm số trong mỗi nhóm là số lẻ, do đó tổng của 404 nhóm trên là số chẵn. Vậy tổng của 2 021 số tự nhiên đó là số lẻ.

22. Tổng của hai trong ba số a, b, c ($a < b < c$) là $a + b; b + c; c + a$.

Vì $a < b < c$ nên $a + b < c + a < b + c$.

Hiệu giữa hai tổng bất kì trong ba tổng trên bằng hiệu của hai trong ba số:

$$(b + c) - (a + b) = c - a;$$

$$(b + c) - (c + a) = b - a;$$

$$(c + a) - (a + b) = c - b.$$

Vậy cứ làm theo yêu cầu đề bài sau 30 phút thì hiệu của số lớn nhất và số bé nhất trong bộ ba số trên bằng là: $9 - 2 = 7$.

23. a) $17 \cdot 88 + 17 \cdot 12 = 17 \cdot (88 + 12) = 17 \cdot 100 = 1\,700$.

$$\begin{aligned} \text{b) } & 25 \cdot 32 + 4 \cdot 92 \cdot 25 \\ &= 25 \cdot 4 \cdot 8 + 4 \cdot 25 \cdot 92 \\ &= 100 \cdot 8 + 100 \cdot 92 \\ &= 100 \cdot (8 + 92) \\ &= 100 \cdot 100 \\ &= 10\,000. \end{aligned}$$

$$\text{c) } 3\,119 \cdot 121 - 3\,119 \cdot 11 \cdot 11 = 3\,119 \cdot 121 - 3\,119 \cdot 121 = 0.$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & 24 \cdot (123 + 87) + (87 + 123) \cdot 76 \\ &= 24 \cdot 210 + 210 \cdot 76 \\ &= 210 \cdot (24 + 76) \\ &= 210 \cdot 100 \\ &= 21\,000. \end{aligned}$$

24. a) $35 \cdot 29 = 35 \cdot (30 - 1) = 35 \cdot 30 - 35 = 1\,050 - 35 = 1\,015$.

$$\begin{aligned} \text{b) } & 403 \cdot 54 \\ &= 403 \cdot (50 + 4) \\ &= 403 \cdot 50 + 403 \cdot 4 \\ &= (400 + 3) \cdot 50 + (400 + 3) \cdot 4 \\ &= 400 \cdot 50 + 3 \cdot 50 + 400 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \\ &= 20\,000 + 150 + 1\,600 + 12 \\ &= 21\,762. \end{aligned}$$

$$c) 9\,998 \cdot 12 = (10\,000 - 2) \cdot 12 = 10\,000 \cdot 12 - 2 \cdot 12 = 120\,000 - 24 = 119\,976.$$

25. Ta có: $2\,020 \cdot 2\,020 = (2\,019 + 1) \cdot 2\,020 = 2\,019 \cdot 2\,020 + 2\,020;$

$$2\,019 \cdot 2\,021 = 2\,019 \cdot (2\,020 + 1) = 2\,019 \cdot 2\,020 + 2\,019.$$

Mà $2\,020 > 2\,019$ nên $2\,020 \cdot 2\,020 > 2\,019 \cdot 2\,021.$

26. a) Do $(\overline{80x} - 801) \cdot 12 = 0$ nên $\overline{80x} - 801 = 0$ hay $\overline{80x} = 801.$ Vậy $x = 1.$

b) Do $(\overline{x1} - 10) \cdot 32 = 32$ nên $\overline{x1} - 10 = 1$ hay $\overline{x1} = 11.$ Vậy $x = 1.$

c) Do $x \cdot x = 16$, ta thấy $4 \cdot 4 = 16$ nên $x = 4.$ Vậy $x = 4.$

d) Do $(\overline{xx} + \overline{xx}) \cdot 0 = 0$, ta thấy mọi số tự nhiên nhân với 0 đều bằng 0 nên x là chữ số khác 0. Vậy các chữ số x thỏa mãn là: 1, 2, 3, ..., 9.

27. Tổng chi phí công ty A đã cắt giảm được là:

$$1\,209\,000 \cdot 9 + 538\,000 \cdot 5 + 1\,500\,000 \cdot 2 + 18\,000 \cdot 60 = 17\,651\,000 \text{ (đồng)}.$$

28. a) Bác Lan mua 2 cuộn giấy dán tường giá rẻ và 25 m^2 giấy dán tường giá trung bình thì bác phải trả số tiền là:

$$920\,000 \cdot 2 + 100\,000 \cdot 25 = 4\,340\,000 \text{ (đồng)}.$$

b) Nếu bác Lan mua 1 cuộn giấy dán tường giá trung bình và 42 m^2 giấy dán tường cao cấp thì bác phải trả số tiền là:

$$1\,100\,000 + 102\,000 \cdot 42 = 5\,384\,000 \text{ (đồng)}.$$

29. Do $\overline{ab}$ gấp đôi số ngày trong một tuần lễ nên $\overline{ab} = 14.$ Mà $\overline{cd}$ gấp đôi $\overline{ab}$ do đó $\overline{cd} = 28.$

Vậy Bình Ngô đại cáo ra đời năm 1428.

30. a) Do một số bất kì nhân với một số tròn chục cho kết quả là một số có chữ số tận cùng bằng 0 nên tích các số tự nhiên từ 16 đến 57 có chữ số tận cùng là 0.

b) Do một số lẻ bất kì nhân với một số có chữ số tận cùng bằng 5 cho kết quả là một số có chữ số tận cùng bằng 5 nên tích tất cả các số tự nhiên lẻ có ba chữ số có chữ số tận cùng là 5.

31. Học sinh tự làm.

32. Số quyển sách có thể xếp trên mỗi giá là: $32 \cdot 11 = 352$ (quyển).

Ta thấy: $5\,628 : 352 = 15$ (dư 348) nên phải cần ít nhất 16 giá sách để xếp hết 5 628 quyển sách.

33. Lượng máu đã hiến tặng của 1 000 cán bộ công nhân viên là:

$$450 \cdot 1\,000 = 450\,000 \text{ (ml)}.$$

Với số máu được hiến tặng trên sẽ cấp cứu được cho số bệnh nhân là:

$$450\,000 : 1\,500 = 300 \text{ (bệnh nhân)}.$$

34. Giá mua hai đôi giày ở cửa hàng A là:

$$810\,000 : 2 + 1\,290\,000 : 2 = 1\,050\,000 \text{ (đồng)}.$$

Ta thấy $810\,000 < 1\,290\,000$ nên để mua hai đôi giày ở cửa hàng B theo khuyến mãi thì bạn Tú nên mua đôi giày giá là 1 290 000 đồng để được khuyến mãi đôi giày giá 810 000 đồng. Như vậy, để mua hai đôi giày ở cửa hàng B thì bạn Tú phải trả 1 290 000 đồng.

Vì $1\,050\,000 < 1\,290\,000$ nên bạn Tú mua giày ở cửa hàng A thì có giá rẻ hơn.

35. Gọi a là số bị chia, q là thương và r là số dư trong phép chia mà bạn Hoa đã thực hiện.

Ta có: $a = 27q + r$ với $24 < r < 27$ và $a + q = 361$. Suy ra $r = 25$ hoặc $r = 26$.

• Nếu $r = 25$ thì $a = 27q + 25$, khi đó $a + q = 28q + 25 = 361$. Suy ra $q = 12$. Do đó $a = 27 \cdot 12 + 25 = 349$ (thỏa mãn).

• Nếu $r = 26$ thì $a = 27q + 26$, khi đó $a + q = 28q + 26 = 361$. Ta thấy $28q + 26$ sẽ cho kết quả là một số chẵn mà 361 là một số lẻ nên không có giá trị nào của q thỏa mãn.

Vậy số bị chia là 349 và thương là 12.

36. Ta thấy các số rơi vào ngón cái là các số 1, 9, 17, 25, ... tức là các số chia 8 dư 1. Do số 81 chia 8 dư 1 nên số 81 rơi vào ngón cái. Đếm tiếp bốn số nữa thì số 85 sẽ rơi vào ngón út.

37. a) $36 = 6^2$; $64 = 8^2$; $169 = 13^2$; $225 = 15^2$; $361 = 19^2$; $10\,000 = 100^2$.

b) $8 = 2^3$; $27 = 3^3$; $125 = 5^3$; $216 = 6^3$; $343 = 7^3$; $8\,000 = 20^3$.

38. Các số viết được dưới dạng lũy thừa của một số tự nhiên với số mũ lớn hơn 1 là:
 $16 = 4^2$; $25 = 5^2$; $81 = 9^2$; $625 = 5^4$; $1\,000 = 10^3$; $1\,331 = 11^3$.

39. a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$.

b) $y \cdot y \cdot y \cdot y = y^4$.

c) $5 \cdot p \cdot 5 \cdot p \cdot 2 \cdot q \cdot 4 \cdot q = 5 \cdot p \cdot 5 \cdot p \cdot 2 \cdot q \cdot 2 \cdot 2 \cdot q = 2^3 \cdot 5^2 \cdot p^2 \cdot q^2$.

d) $a \cdot a + b \cdot b + c \cdot c + d \cdot d \cdot d \cdot d = a^2 + b^2 + c^3 + d^4$.

40. Từ một tế bào mẹ thì: sau khi phân chia lần 5 được $2^5 = 32$ (tế bào con); lần 8 được $2^8 = 256$ (tế bào con); lần 11 được $2^{11} = 2\,048$ (tế bào con).
41. Để lát đủ nền nhà đó cần a . $a = a^2$ (viên gạch). Ta thấy chữ số tận cùng của a^2 chỉ có thể bằng 0, 1, 4, 5, 6, 9. Vậy bạn An đếm sai vì 113 có chữ số tận cùng là 3.
42. a) Ta có: $2^6 = 64$; $6^2 = 36$. Do $64 > 36$ nên $2^6 > 6^2$.
- b) Ta có: $7^3 + 1 = 7^4 = 2\,401$; $7^3 + 1 = 343 + 1 = 344$.
Do $2\,401 > 344$ nên $7^{3+1} > 7^3 + 1$.
- c) Ta có: $13^{14} - 13^{13} = 13^{13}(13 - 1) = 13^{13} \cdot 12$;
 $13^{15} - 13^{14} = 13^{14}(13 - 1) = 13^{14} \cdot 12 = 13 \cdot 13^{13} \cdot 12$.
Do đó $13^{14} - 13^{13} < 13^{15} - 13^{14}$.
- d) *Nhận xét:* Với $a, b \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}^*$: Nếu $a > b$ thì $a^n > b^n$.
Ta có: $3^{2+n} = 3^2 \cdot 3^n = 9 \cdot 3^n$; $2^{3+n} = 2^3 \cdot 2^n = 8 \cdot 2^n$.
Do $9 > 8$ và $3 > 2$ nên $3^{2+n} > 2^{3+n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$).
43. *Nhận xét:* $a - (b + c) = a - b - c$.
- a) Đặt $A = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{99} + 3^{100}$. (1)
Nhân hai vế của (1) với 3, ta được:
 $3A = 3 \cdot (1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{99} + 3^{100}) = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{100} + 3^{101}$.
Khi đó ta có:
 $3A - A = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{100} + 3^{101} - (1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{99} + 3^{100})$.
Suy ra $2A = 3^{101} - 1$. Vậy $A = \frac{3^{101} - 1}{2}$.
- b) Đặt $B = 2^{100} - 2^{99} + \dots - 2^3 + 2^2 - 2 + 1$. (2)
Nhân hai vế của (2) với 2, ta được:
 $2B = 2 \cdot (2^{100} - 2^{99} + \dots - 2^3 + 2^2 - 2 + 1) = 2^{101} - 2^{100} + \dots - 2^4 + 2^3 - 2^2 + 2$.
Khi đó ta có:
 $2B + B = 2^{101} - 2^{100} + \dots - 2^4 + 2^3 - 2^2 + 2 + (2^{100} - 2^{99} + \dots - 2^3 + 2^2 - 2 + 1)$.
Suy ra $3B = 2^{101} + 1$. Vậy $B = \frac{2^{101} + 1}{3}$.
44. a) $7^4 \cdot 7^5 \cdot 7^6 = 7^{4+5+6} = 7^{15}$.
- b) $(54 : 3)^7 \cdot 324 = 18^7 \cdot 18^2 = 18^{7+2} = 18^9$.
- c) $[(8 + 2)^2 \cdot 10^{100}] : (10^0 \cdot 10^{94}) = [10^2 \cdot 10^{100}] : 10^{94} = 10^{102} : 10^{94} = 10^8$.
- d) $a^9 : a^9 = a^{9-9} = a^0$.

45. a) $123 = 100 + 20 + 3 = 1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$.

$$2\,355 = 2\,000 + 300 + 50 + 5$$

$$= 2 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 5 \cdot 1$$

$$= 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

$$\overline{abcde} = a \cdot 10\,000 + b \cdot 1\,000 + c \cdot 100 + d \cdot 10 + e \cdot 1$$

$$= a \cdot 10^4 + b \cdot 10^3 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10^1 + e \cdot 10^0.$$

b) Ta có: $\overline{abcdef} = \overline{abc000} + \overline{def} = 1\,000 \cdot \overline{abc} + \overline{def}$.

Do $\overline{abcdef} = 999 + \overline{abc} + 200$ nên $1\,000 \cdot \overline{abc} + \overline{def} = 999 + \overline{abc} + 200$

hay $\overline{abc} + \overline{def} = 200$ (1)

Vì $\overline{abc}$, $\overline{def}$ là các số có ba chữ số nên $\overline{abc} + \overline{def} \geq 200$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\overline{abc} = \overline{def} = 100$. Vậy $\overline{abcdef} = 100\,100$.

46. a) Ta có: $2^x + 12 = 44$ suy ra $2^x = 32$ hay $2^x = 2^5$. Vậy $x = 5$.

b) Ta có: $2 \cdot 5^{x+1} - 1\,100 = 6 \cdot 5^2$

$$2 \cdot 5^{x+1} - 1\,100 = 150$$

$$2 \cdot 5^{x+1} = 1\,250$$

$$5^{x+1} = 625$$

$$5^{x+1} = 5^4$$

$$x + 1 = 4$$

$$x = 3.$$

Vậy $x = 3$.

c) Ta có: $10 \cdot 3^{12} + 8 \cdot 3^{12} = 3^{12} \cdot (10 + 8) = 3^{12} \cdot 18 = 3^{12} \cdot 9 \cdot 2 = 2 \cdot 3^{14}$.

Do $2 \cdot 3^{x+1} = 10 \cdot 3^{12} + 8 \cdot 3^{12}$ nên $2 \cdot 3^{x+1} = 2 \cdot 3^{14}$ hay $3^{x+1} = 3^{14}$.

Suy ra $x + 1 = 14$ hay $x = 13$. Vậy $x = 13$.

d) Ta có: $2^x + 2^{x+3} = 2^x + 2^x \cdot 2^3 = 2^x \cdot (1 + 2^3) = 2^x \cdot (1 + 8) = 2^x \cdot 9$.

Do $2^x + 2^{x+3} = 144$ nên $2^x \cdot 9 = 144$ hay $2^x = 16 = 2^4$. Vậy $x = 4$.

47. a) Nhận xét: $(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m}_{n \text{ thừa số}} = a^{\underbrace{m+m+\dots+m}_{n \text{ số hạng}}} = a^{m \cdot n} = (a^m)^n$.

Ta có: $2^{200} \cdot 2^{100} = 2^{300} = 2^3 \cdot 100 = (2^3)^{100} = 8^{100}$;

$$3^{100} \cdot 3^{100} = 3^{200} = 3^2 \cdot 100 = (3^2)^{100} = 9^{100}.$$

Do $8 < 9$ nên $2^{200} \cdot 2^{100} < 3^{100} \cdot 3^{100}$.

b) Nhận xét: $(a \cdot b)^m = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \dots (a \cdot b)}_{m \text{ tích } (a \cdot b)} = \underbrace{a \cdot a \dots a}_{m \text{ thừa số } a} \cdot \underbrace{b \cdot b \dots b}_{m \text{ thừa số } b} = a^m \cdot b^m$.

Ta có: $21^{15} = (3 \cdot 7)^{15} = 3^{15} \cdot 7^{15}$;

$$27^5 \cdot 49^8 = (3^3)^5 \cdot (7^2)^8 = 3^{3 \cdot 5} \cdot 7^{2 \cdot 8} = 3^{15} \cdot 7^{16}.$$

Do $7^{15} < 7^{16}$ nên $21^{15} < 27^5 \cdot 49^8$.

c) Ta có: $3^{39} < 3^{40} = 3^2 \cdot 20 = (3^2)^{20} = 9^{20} < 11^{20} < 11^{21}$. Vậy $3^{39} < 11^{21}$.

48. Áp dụng nhận xét ở bài 47.

a) Ta có: $54^{10} = (54^2)^5 = 2\,916^5$ là số có chữ số tận cùng là 6. Vậy chữ số tận cùng của 54^{10} là 6.

b) Ta có: $49^{15} = 49^{14} \cdot 49 = (49^2)^7 \cdot 49 = 2\,401^7 \cdot 49$ là số có chữ số tận cùng là 9 (vì $2\,401^7$ là số có chữ số tận cùng là 1). Vậy chữ số tận cùng của 49^{15} là 9.

c) Ta có:

11^{20} là số có chữ số tận cùng là 1;

$119^{21} = 119^{20} \cdot 119 = (119^2)^{10} \cdot 119 = 14\,161^{10} \cdot 119$ là số có chữ số tận cùng là 9 (vì $14\,161^{10}$ là số có chữ số tận cùng là 1);

$2\,000^{22}$ là số có chữ số tận cùng là 0.

Vậy chữ số tận cùng của $11^{20} + 119^{21} + 2\,000^{22}$ là 0.

d) Ta có: $138^{33} = 138^{32} \cdot 138 = (138^4)^8 \cdot 138$. Do 138^4 là số có tận cùng là 6, suy ra $(138^4)^8$ là số có chữ số tận cùng là 6 hay $138^{33} = (138^4)^8 \cdot 138$ là số có chữ số tận cùng là 8.

Mặt khác, $2\,020^{14}$ là số có chữ số tận cùng là 0.

Vậy chữ số tận cùng của $138^{33} - 2\,020^{14}$ là 8.

49. a) Ta có: $A = 4 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2005}$. (1)

Nhân hai vế của (1) với 2, ta được:

$$2A = 2 \cdot (4 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2005}) = 8 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2006}.$$

Khi đó ta có: $2A - A = 8 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2006} - (4 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2005})$.

Suy ra $A = 2^{2006}$. Vậy A là một lũy thừa của cơ số 2.

b) Ta thấy các lũy thừa của cơ số 5 là một số có chữ số tận cùng là 5 mà B có 2 021 số hạng là lũy thừa của cơ số 5 nên chữ số tận cùng của B là 5. Suy ra $B + 8$ sẽ cho kết quả là một số có chữ số tận cùng là 3 nên $B + 8$ không thể là bình phương của một số tự nhiên.

50. a) $1\,000 : 125 \cdot 35 = 8 \cdot 35 = 280.$

b) $(2\,121 + 12 \cdot 21) : 21 = (2\,121 + 252) : 21 = 2\,373 : 21 = 113.$

c) $234 \cdot 2 + 169 : 13 = 468 + 13 = 481.$

d) $57 - 24 : 3 \cdot 4 + 17 = 57 - 8 \cdot 4 + 17 = 57 - 32 + 17 = 25 + 17 = 42.$

51. a) $10^2 \cdot 3^2 + 5^3 = 100 \cdot 9 + 125 = 900 + 125 = 1\,025.$

b) $12^4 : 12^3 + 7^3 : 7 = 12^1 + 7^2 = 12 + 49 = 61.$

c) $(21 + 19)^4 : 40^2 + 31 - 1\,600$

$= 40^4 : 40^2 + 31 - 1\,600$

$= 40^2 + 31 - 1\,600$

$= 1\,600 + 31 - 1\,600$

$= 31.$

d) $(572 - 72)^2 + 3^3 \cdot 2 - 20\,000$

$= 500^2 + 27 \cdot 2 - 20\,000$

$= 250\,000 + 54 - 20\,000$

$= 230\,054.$

52. a) $46 \cdot (2\,020 + 40 \cdot 102) + 54 \cdot (2\,020 + 40 \cdot 102)$

$= (2\,020 + 40 \cdot 102) \cdot (46 + 54)$

$= (2\,020 + 4\,080) \cdot 100$

$= 6\,100 \cdot 100$

$= 610\,000.$

b) $2\,345 + [11^2 - (575 - 572)^3 + 6]^2$

$= 2\,345 + [121 - 3^3 + 6]^2$

$= 2\,345 + [121 - 27 + 6]^2$

$= 2\,345 + 100^2$

$= 2\,345 + 10\,000$

$= 12\,345.$

c) $102 + 101 - 100 - 99 + 98 + 97 - 96 - 95 + \dots + 6 + 5 - 4 - 3 + 2 + 1$

$= (102 + 101 - 100 - 99) + (98 + 97 - 96 - 95) + \dots + (6 + 5 - 4 - 3) + 2 + 1$

$= 4 + 4 + \dots + 4 + 3 \quad (25 \text{ số hạng } 4)$

$= 4 \cdot 25 + 3$

$= 100 + 3$

$= 103.$

$$\begin{aligned}
& \text{Vậy } 18\,576 : \{105^0 + [2 \cdot (102 + 101 - 100 - 99 + 98 + 97 - 96 - 95 + \dots + 6 + 5 \\
& \quad - 4 - 3 + 2 + 1) - 201]\}^3 \\
& = 18\,576 : \{1 + 2 \cdot 103 - 201\}^3 \\
& = 18\,576 : \{1 + 206 - 201\}^3 \\
& = 18\,576 : 6^3 \\
& = 18\,576 : 216 \\
& = 86.
\end{aligned}$$

- 53.** Tính đến năm 2019 thì cầu thủ đó có số tuổi bằng tổng các chữ số của năm sinh nên

$$2\,019 - \overline{19ab} = 1 + 9 + a + b$$

$$2\,009 = \overline{19ab} + a + b$$

$$2\,009 = 1\,900 + 10a + b + a + b$$

$$11a + 2b = 109.$$

Khi đó, ta có $a = 9$ vì nếu $a \leq 8$ thì $21 \leq 2b$ suy ra vô lí. Do đó $a = 9$, $b = 5$ và cầu thủ đó sinh năm 1995.

Vậy đến năm 2021 cầu thủ đó có số tuổi là: $2\,021 - 1\,995 = 26$ (tuổi).

- 54.** Số tiền còn lại của hai bạn An và Bình sau khi mua sách là:

$$106\,000 - 52\,000 - 33\,000 = 21\,000 \text{ (đồng)}.$$

Do số tiền còn lại của bạn An gấp hai lần số tiền còn lại của bạn Bình nên số tiền còn lại của bạn An là: $21\,000 : (2 + 1) \cdot 2 = 14\,000$ (đồng).

Số tiền ban đầu của bạn An là: $52\,000 + 14\,000 = 66\,000$ (đồng).

Số tiền ban đầu của bạn Bình là: $106\,000 - 66\,000 = 40\,000$ (đồng).

- 55.** Số tiền mua 50 kg gạo nếp, 20 kg thịt lợn và 10 kg đậu xanh là:

$$30\,000 \cdot 50 + 125\,000 \cdot 20 + 48\,000 \cdot 10 = 4\,480\,000 \text{ (đồng)}.$$

Giá tiền 1 kg muối là: $(4\,492\,000 - 4\,480\,000) : 2 = 6\,000$ (đồng).

- 56.** Anh Lâm mua hết số tiền là:

$$22\,000 \cdot 18 + 115\,000 \cdot 2 + 53\,000 \cdot 4 = 838\,000 \text{ (đồng)}.$$

Anh Lâm còn phải trả thêm số tiền là: $838\,000 - 50\,000 \cdot 3 = 688\,000$ (đồng).

- 57.** Vì gia đình bác Khanh dùng hết 95 kWh nên trong đó có 50 kWh ở mức 1 và 45 kWh ở mức 2.

Giá 45 kWh ở mức 2 nhiều hơn giá 45 kWh ở mức 1 là: $56 \cdot 45 = 2\,520$ (đồng).

Vậy giá 1 kWh điện sinh hoạt ở mức 1 là: $(161\,930 - 2\,520) : 95 = 1\,678$ (đồng).

- 58.** a) Trong các số đã cho, các số là ước của 96 là: 3, 4, 16, 48, 96.
 b) Các ước lớn hơn 10 của 115 là: 23, 115.
 c) Các bội lớn hơn 100 và nhỏ hơn 200 của 15 là: 105, 120, 135, 150, 165, 180, 195.
 d) Các ước của 32 là: 1, 2, 4, 8, 16, 32.
- 59.** a) $A = \{44; 18\,488; 1\,987\,650; 369\,121\,600\}$.
 b) $B = \{7\,345; 289\,935; 1\,987\,650; 369\,121\,600\}$.
 c) $C = \{1\,987\,650; 369\,121\,600\}$.

60. Ta thấy 13^5 chia hết cho 13 nên tích $177 \cdot 13^5$ chia hết cho 13. Mặt khác, ta lại có 13, 13^3 chia hết cho 13 và 12 không chia hết cho 13 nên C không chia hết cho 13.

61. Tổng số cam và xoài lúc đầu là: $20 + 25 + 30 + 35 + 40 = 150$ (quả).

Vì sau khi bán một rổ xoài thì số cam gấp 2 lần số xoài còn lại nên tổng số cam và xoài còn lại phải chia hết cho 3. Mà ta thấy 150 cũng chia hết cho 3; do đó số xoài của rổ đã bán cũng phải chia hết cho 3. Trong các số 20, 25, 30, 35, 40 chỉ có 30 chia hết cho 3 nên rổ xoài đã bán có 30 quả.

Số cam và xoài còn lại là: $150 - 30 = 120$ (quả).

Mặt khác, số cam gấp 2 lần số xoài còn lại nên số cam lúc đầu là:

$$120 : (2 + 1) \cdot 2 = 80 \text{ (quả)}.$$

62. a) Ta có hai trường hợp của số tự nhiên a :

- Nếu a chẵn thì $(a + 2\,020)$ chia hết cho 2 do đó $(a + 2\,021) \cdot (a + 2\,020)$ chia hết cho 2 hay $(a + 2021) \cdot (a + 2020)$ là bội của 2.
- Nếu a lẻ thì $(a + 2021)$ chia hết cho 2 do đó $(a + 2\,021) \cdot (a + 2\,020)$ chia hết cho 2 hay $(a + 2021) \cdot (a + 2020)$ là bội của 2.

Vậy tích $(a + 2\,021) \cdot (a + 2\,020)$ là bội của 2 với mọi số tự nhiên a .

b) Ta có ba trường hợp của số tự nhiên a :

- Nếu a chia hết cho 3 thì $2a + 3$ chia hết cho 3 do đó $(2a + 1) \cdot (2a + 2) \cdot (2a + 3)$ chia hết cho 3 hay $(2a + 1) \cdot (2a + 2) \cdot (2a + 3)$ là bội của 3.
- Nếu a chia cho 3 dư 1 thì $2a + 1$ chia hết cho 3 do đó $(2a + 1) \cdot (2a + 2) \cdot (2a + 3)$ chia hết cho 3 hay $(2a + 1) \cdot (2a + 2) \cdot (2a + 3)$ là bội của 3.

• Nếu a chia cho 3 dư 2 thì $2a + 2$ chia hết cho 3 do đó $(2a + 1) \cdot (2a + 2) \cdot (2a + 3)$ chia hết cho 3 hay $(2a + 1) \cdot (2a + 2) \cdot (2a + 3)$ là bội của 3.

Vậy tích $(2a + 1) \cdot (2a + 2) \cdot (2a + 3)$ là bội của 3 với mọi số tự nhiên a .

c) Ta có $(7a)^{2020} = 7^{2020} \cdot a^{2020} = 7^2 \cdot 7^{2018} \cdot a^{2020} = 49 \cdot 7^{2018} \cdot a^{2020}$ chia hết cho 49 suy ra $(7a)^{2020}$ chia hết cho 49. Vậy $(7a)^{2020}$ là bội của 49 với mọi số tự nhiên a .

63. a) Ta có: $A = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{10} + 3^{11}$

$$= (1 + 3 + 3^2 + 3^3) + (3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7) + (3^8 + 3^9 + 3^{10} + 3^{11})$$

$$= (1 + 3 + 3^2 + 3^3) + 3^4 \cdot (1 + 3 + 3^2 + 3^3) + 3^8 \cdot (1 + 3 + 3^2 + 3^3)$$

$$= (1 + 3 + 3^2 + 3^3) \cdot (1 + 3^4 + 3^8)$$

$$= 40 \cdot (1 + 3^4 + 3^8) \text{ chia hết cho } 40.$$

Mà 40 chia hết cho 5 và 8 nên A chia hết cho cả 5 và 8.

b) Ta có: $B = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^7 + 5^8$

$$= (1 + 5 + 5^2) + (5^3 + 5^4 + 5^5) + (5^6 + 5^7 + 5^8)$$

$$= (1 + 5 + 5^2) + 5^3 \cdot (1 + 5 + 5^2) + 5^6 \cdot (1 + 5 + 5^2)$$

$$= (1 + 5 + 5^2) \cdot (1 + 5^3 + 5^6)$$

$$= 31 \cdot (1 + 5^3 + 5^6) \text{ chia hết cho } 31.$$

Vậy B chia hết cho 31.

64. Vì a chia 51 dư 2 mà 51 chia hết cho 17 nên a chia 17 dư 2, suy ra $2a$ chia 17 dư 4. Mặt khác b chia 17 dư 3 nên $3b$ chia 17 dư 9. Do đó $2a + 3b$ chia 17 dư 13.

Vậy $2a + 3b$ không chia hết cho 17 hay $2a + 3b$ không là bội của 17.

65. a) Ta có $n + 5 = (n + 1) + 4$ chia hết cho $n + 1$. Mà $(n + 1)$ chia hết cho $(n + 1)$ nên 4 chia hết cho $(n + 1)$ hay $(n + 1)$ là ước của 4.

Vì $n > 1$ nên $(n + 1) > 2$ mặt khác $(n + 1)$ là ước của 4 suy ra $n + 1 = 4$.

Vậy $n = 3$.

b) Ta có $2n + 1 = 2 \cdot (n - 1) + 3$ chia hết cho $n - 1$. Mà $2 \cdot (n - 1)$ chia hết cho $(n - 1)$ nên 3 chia hết cho $(n - 1)$ hay $(n - 1)$ là ước của 3.

Suy ra $n - 1 \in \{1; 3\}$ hay $n \in \{2; 4\}$.

66. Trong các số 23, 45, 714, 815, 2 300, 2 369, 13 110, 25 555, 4 123 458:

a) Các số chia hết cho 2 là 714, 2 300, 13 110, 4 123 458 vì các số đó có chữ số tận cùng là 4, 0, 8;

- b) Các số chia hết cho 5 là 45, 815, 2 300, 13 110, 25 555 vì các số đó có chữ số tận cùng là 5, 0;
- c) Các số chia hết cho 2, nhưng không chia hết cho 5 là 714, 4 123 458;
- d) Các số chia hết cho 5, nhưng không chia hết cho 2 là 45, 815, 25 555.
- 67.** Vì số $\overline{5x80}$ có chữ số tận cùng bằng 0 nên $\overline{5x80}$ chia hết cho cả 2 và 5.
 Vậy với $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ thì $\overline{5x80}$ chia hết cho 2; chia hết 5; chia hết cho cả 2 và 5.
- 68.** Vì số $\overline{x987}$ có chữ số tận cùng là 7 nên $\overline{x987}$ không chia hết cho 2; không chia hết cho 5 với mọi chữ số x . Vậy không tìm được chữ số x nào để số $\overline{x987}$ chia hết cho 2; chia hết cho 5.
- 69.** a) Ta có: $\overline{2345x8} = 234\,508 + 10 \cdot x$, mà 234 508 chia hết cho 4 nên $10 \cdot x$ phải chia hết cho 4. Vậy $x \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.
 b) Ta có: $\overline{2345x8} = 234\,508 + 10 \cdot x = 234\,504 + 4 + 10 \cdot x$, mà 234 504 chia hết cho 8 nên $4 + 10 \cdot x$ chia hết cho 8. Vậy $x \in \{2; 6\}$.
- 70.** Tất cả các số có ba chữ số khác nhau được viết từ các chữ số 0, 5, 7 và:
 a) Chia hết cho 2 là: 570, 750;
 b) Chia hết cho 5 là: 570, 705, 750;
 c) Chia hết cho 5, nhưng không chia hết cho 2 là: 705;
 d) Chia hết cho cả 2 và 5 là: 570, 750.
- 71.** a) Các số 1 234, 42 312, 5 436, 10 988 chia hết cho 2 nên A chia hết cho 2.
 b) Các số 2 335, 983 333, 3 142 311, 5 437 là các số lẻ, tổng của bốn số lẻ là một số chẵn nên B chia hết cho 2.
 c) Các số 11, 33, 55, 77, 99, 2 021 là các số lẻ, tổng của sáu số lẻ là một số chẵn. Mặt khác, các số 22, 44, 66, 88 chia hết cho 2 nên C chia hết cho 2.
 d) Ta thấy 8 và 888 chia hết cho 2 nên tích $8 \cdot 51 \cdot 633 \cdot 4\,445$ và $777 \cdot 888$ chia hết cho 2. Mặt khác, ta lại có 2 020 chia hết cho 2 nên D chia hết cho 2.
- 72.** Ta thấy một số không chia hết cho 2 nhưng chia hết cho 5 thì có chữ số tận cùng bằng 5. Vậy số tự nhiên phải tìm là 555.

73. a) Các số có hai chữ số chia cho 5 dư 4 là: 14, 19, 24, ..., 94, 99. Vậy số các số có hai chữ số chia cho 5 dư 4 là: $(99 - 14) : 5 + 1 = 18$ (số).

b) Một số chia cho 2 sẽ có số dư là 0 hoặc 1; chia cho 5 sẽ có số dư là 0, 1, 2, 3, 4. Do đó, một số chia cho 2 và cho 5 có cùng số dư thì số đó phải chia hết cho cả 2 và 5 hoặc chia cho 2 và cho 5 cùng dư 1.

• Trường hợp 1: Các số có ba chữ số cùng chia hết cho 2 và 5 là: 100, 110, 120, ..., 980, 990. Suy ra số các số có ba chữ số cùng chia hết cho 2 và 5 là:

$$(990 - 100) : 10 + 1 = 90 \text{ (số)}.$$

• Trường hợp 2: Các số có ba chữ số chia cho 2 và cho 5 cùng dư 1 là: 101, 111, 121, ..., 991. Suy ra số các số có ba chữ số chia cho 2 và cho 5 cùng dư 1 là:

$$(991 - 101) : 10 + 1 = 90 \text{ (số)}.$$

Vậy số các số có ba chữ số chia cho 2 và cho 5 có cùng số dư là:

$$90 + 90 = 180 \text{ (số)}.$$

c) Số các số chia hết cho 2 từ 1 đến 555 là: $(554 - 2) : 2 + 1 = 277$ (số).

d) Số các số chia hết cho 5 từ 500 đến 1 000 là: $(1\,000 - 500) : 5 + 1 = 101$ (số).

74. Vì khách cứ mua 10 hộp mỹ phẩm thì được tặng 1 hộp nên nếu mua 40 hộp thì được tặng 4 hộp. Do đó, công ty A mua 48 hộp mỹ phẩm thì thực chất chỉ phải trả số tiền mua $48 - 4 = 44$ (hộp).

Số tiền công ty A phải trả là: $53 \cdot 44 = 2\,332$ (USD).

Do 2 332 không chia hết cho 5 nên số USD công ty phải trả cho cửa hàng để mua 48 hộp mỹ phẩm không chia hết cho 5.

75. a) Tổng của hai số lẻ bất kì là một số chẵn do đó tổng của 2 020 số lẻ bất kì cũng là một số chẵn. Vậy tổng của 2 020 số lẻ bất kì luôn chia hết cho 2.

b) Tích của hai số lẻ bất kì là một số lẻ nên 11^{11} , 33^{33} , 55^{55} là các số lẻ. Mà tổng của ba số lẻ bất kì là một số lẻ, do đó $11^{11} + 33^{33} + 55^{55}$ là một số lẻ. Tích của hai số chẵn bất kì là một số chẵn nên 22^{22} , 44^{44} là các số chẵn, suy ra $22^{22} + 44^{44}$ là một số chẵn. Vậy $11^{11} + 22^{22} + 33^{33} + 44^{44} + 55^{55}$ là một số lẻ nên không chia hết cho 2.

c) Xét:

$$\begin{aligned} & 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{59} + 2^{60} \\ &= (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + (2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8) + \dots + (2^{57} + 2^{58} + 2^{59} + 2^{60}) \\ &= (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + 2^4 \cdot (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + \dots + 2^{56} \cdot (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) \\ &= (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) \cdot (1 + 2^4 + \dots + 2^{56}) \\ &= 30 \cdot (1 + 2^4 + \dots + 2^{56}). \end{aligned}$$

Ta thấy 30 chia hết cho 5 nên tích $30 \cdot (1 + 2^4 + \dots + 2^{56})$ chia hết cho 5 hay $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{59} + 2^{60}$ chia hết cho 5. Mặt khác 5^{61} chia hết cho 5 nên $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{59} + 2^{60} + 5^{61}$ chia hết cho 5.

76. Dựa vào những lần xếp các khối lập phương của bạn Duyên ta thấy số khối lập phương bạn Duyên dùng cho lần 1, lần 2, lần 3, ..., lần 100 lần lượt là:

$$1; 1 + 2; 1 + 2 + 3; \dots; 1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100.$$

Số khối lập phương bạn Duyên dùng cho lần xếp hình thứ 100 là:

$$(1 + 100) \cdot 100 : 2 = 5\,050 \text{ (khối lập phương).}$$

Ta thấy 5 050 chia hết cho cả 2 và 5 nên số khối lập phương bạn Duyên dùng cho lần xếp hình thứ 100 chia hết cho cả 2 và 5.

77. Trong các số 27, 45, 881, 916, 2 100, 2 439, 13 118, 35 550, 5 223 411:

a) Các số chia hết cho 3 là: 27, 45, 2 100, 2 439, 35 550, 5 223 411 vì các số đó đều có tổng các chữ số chia hết cho 3;

b) Các số lớn hơn 2 000 không chia hết cho 3 là: 13 118 vì số đó có tổng các chữ số không chia hết cho 3;

c) Các số chia hết cho 9 là: 27, 45, 2 439, 35 550, 5 223 411 vì các số đó đều có tổng các chữ số chia hết cho 9;

d) Các số nhỏ hơn 3 000 không chia hết cho 9 là: 881, 916, 2 100 vì các số đó đều có tổng các chữ số không chia hết cho 9.

78. a) Vì $\overline{x1269}$ chia hết cho 3 nên $1 + 2 + 6 + 9 + x = 18 + x$ chia hết cho 3. Mà $18 : 3$ nên $x : 3$ và x là chữ số khác 0 suy ra $x \in \{3; 6; 9\}$.

b) Vì $\overline{x1269}$ chia hết cho 9 nên $18 + x$ chia hết cho 9. Mà $18 : 9$ nên $x : 9$ và x là chữ số khác 0 suy ra $x = 9$.

c) Vì $\overline{x1269}$ chia hết cho 3 nên theo câu a, ta có: $x \in \{3; 6; 9\}$. Mặt khác $\overline{x1269}$ không chia hết cho 9 nên $x + 18$ không chia hết cho 9. Vậy $x \in \{3; 6\}$.

79. Do $\overline{11a10b}$ chia cho 5 dư 1 nên $b = 1$ hoặc $b = 6$.

• Nếu $b = 1$ thì $\overline{11a10b}$ có dạng $\overline{11a101}$. Vì $\overline{11a101}$ chia hết cho 9 nên $(4 + a)$ chia hết cho 9 mà a là chữ số suy ra $a = 5$.

• Nếu $b = 6$ thì $\overline{11a10b}$ có dạng $\overline{11a106}$. Vì $\overline{11a106}$ chia hết cho 9 nên $(9 + a)$ chia hết cho 9 mà a là chữ số suy ra $a = 0$ hoặc $a = 9$.

Vậy có ba số dạng $\overline{11a10b}$ chia cho 5 dư 1 và chia hết cho 9, đó là các số: 115 101, 110 106, 119 106.

80. a) Các số 1 233, 42 312, 72 036 chia hết cho 3 nên A chia hết cho 3.

b) Ta có: $B = 111 + 222 + 333 + \dots + 999$
 $= (111 + 888) + (222 + 777) + (333 + 666) + (444 + 555) + 999$
 $= 999 + 999 + 999 + 999 + 999.$

Vì 999 chia hết cho 3 nên $999 + 999 + 999 + 999 + 999$ chia hết cho 3 hay B chia hết cho 3.

81. a) Các số 81, 108, 918 đều chia hết cho 9 nên P chia hết cho 9.

b) Ta thấy 585, 63 333, 378 225, 5 142 312 chia hết cho 9 nên các tích $12 \cdot 585$, $13 \cdot 63 333$, $14 \cdot 378 225$, $18 \cdot 5 142 312$ chia hết cho 9. Do đó M chia hết cho 9.

c) Ta có:

$$\begin{aligned} N &= 11 + 22 + 33 + \dots + 99 + 2\,021 \cdot 60\,021 \\ &= (11 + 88) + (22 + 77) + (33 + 66) + (44 + 55) + 99 + 2\,021 \cdot 60\,021 \\ &= 99 + 99 + 99 + 99 + 99 + 2\,021 \cdot 60\,021. \end{aligned}$$

Ta thấy 60 021 chia hết cho 9 nên tích $2\,021 \cdot 60\,021$ chia hết cho 9. Mặt khác ta lại có 99 chia hết cho 9 nên $99 + 99 + 99 + 99 + 99 + 2\,021 \cdot 60\,021$ chia hết cho 9 hay N chia hết cho 9.

82. a) Vì $\overline{a26b}$ chia hết cho cả 2 và 5 suy ra $b = 0$. Ta thấy nếu $\overline{a26b}$ chia hết cho 9 thì $\overline{a26b}$ chia hết cho 3 do đó chỉ cần tìm a để $\overline{a26b}$ chia hết cho 9. Vì vậy $a + 2 + 6 + 0 = a + 8$ chia hết cho 9. Mà a là chữ số và a khác 0 suy ra $a = 1$. Vậy $a = 1, b = 0$.

b) Ta thấy 123 và 9 873 chia hết cho 3 nên các tích $123 \cdot a$ và $9\,873 \cdot b$ chia hết cho 3. Suy ra $123 \cdot a + 9\,873 \cdot b$ chia hết cho 3, mà 2 227 691 không chia hết cho 3 nên không tìm được các số tự nhiên a, b nào thỏa mãn yêu cầu đề bài.

83. a) Các số tự nhiên có hai chữ số chia cho 3 dư 1 là: 10, 13, 16, ..., 94, 97. Vậy số các số tự nhiên có hai chữ số chia cho 3 dư 1 là:

$$(97 - 10) : 3 + 1 = 30 \text{ (số).}$$

- b) Các số tự nhiên có ba chữ số chia cho 9 dư 2 là: 101, 110, 119, ..., 983, 992. Vậy số các số tự nhiên có ba chữ số chia cho 9 dư 2 là:

$$(992 - 101) : 9 + 1 = 100 \text{ (số).}$$

- c) Ta có: $\overline{ab} + \overline{ba} = 10a + b + 10b + a = 11a + 11b = 11 \cdot (a + b)$ chia hết cho 9 suy ra $a + b$ chia hết cho 9 hay $\overline{ab}$ chia hết cho 9. Do đó $\overline{ab} \in \{18; 27; 36; 45; 54; 63; 72; 81; 90; 99\}$ mà b khác 0 nên $\overline{ab} = 90$ không thoả mãn. Vậy $\overline{ab} \in \{18; 27; 36; 45; 54; 63; 72; 81; 99\}$.

84. Tổng số điểm của bạn Minh ở hai lần đầu là: $12 + 18 = 30$ (điểm).

Vì bạn Minh đã phi 2 tiêu vào vùng Q, 1 tiêu vào vùng R ở lần thứ nhất và đã phi 2 tiêu vào vùng P, 1 tiêu vào vùng R ở lần thứ hai nên ở lần thứ nhất và lần thứ hai bạn Minh đã phi 2 tiêu vào vùng P, 2 tiêu vào vùng Q, 2 tiêu vào vùng R.

Suy ra tổng số điểm của ba vùng P, Q, R là: $30 : 2 = 15$ (điểm).

Do bạn Minh phi trúng mỗi vùng một tiêu ở lần thứ ba nên số điểm lần thứ ba của bạn Minh là 15 điểm. Ta thấy 15 chia hết cho cả 3 và 5 nên số điểm lần thứ ba của bạn Minh chia hết cho cả 3 và 5.

85. Do a chia hết cho 9 nên tổng các chữ số của a chia hết cho 9. Mặt khác b là tổng các chữ số của a ; c là tổng các chữ số của b ; d là tổng các chữ số của c nên b, c, d đều chia hết cho 9.

Vì a là số tự nhiên có 2 004 chữ số, mỗi chữ số của a đều không vượt quá 9 nên $b \leq 9 \cdot 2\,004 = 18\,036$. Suy ra $c < 9 \cdot 5 = 45$. Mặt khác c khác 0 và c chia hết cho 9 suy ra $c \in \{9; 18; 27; 36\}$.

Dù trong trường hợp nào thì d cũng bằng 9. Vậy $d = 9$.

86. Gọi A là số tự nhiên được viết bởi 90 số từ 10 đến 99.

Tổng các chữ số hàng đơn vị của 90 số này là: $(0 + 1 + \dots + 8 + 9) \cdot 9 = 405$.

Tổng các chữ số hàng chục của 90 số này là: $(1 + 2 + \dots + 8 + 9) \cdot 10 = 450$.

Vậy tổng các chữ số của A là: $405 + 450 = 855$.

Ta thấy 855 chia hết cho 9 nên A chia hết cho 9.

87. Ta thấy: 7 654 có tổng các chữ số là 22 nên 7 654 chia cho 9 dư 4;

658 có tổng các chữ số là 19 nên 658 chia cho 9 dư 1.

Suy ra tích $7\,654 \cdot 658$ chia cho 9 dư 4.

Mặt khác, ta lại có 5 136 332 có tổng các chữ số là 23 nên 5 136 332 chia cho 9 dư 5. Vậy phép nhân $7\,654 \cdot 658 = 5\,136\,332$ là sai.

88. Tổng khối lượng của 9 contenơ là:

$$193 + 239 + 277 + 297 + 316 + 321 + 329 + 346 + 355 = 2\,673 \text{ (tạ)}.$$

Ta thấy 2 673 chia hết cho 9 nên tổng khối lượng của 9 contenơ là một số chia hết cho 9. Do lượng hàng xuất khẩu của Quý II gấp 8 lần Quý I nên tổng lượng hàng xuất khẩu trong sáu tháng đầu năm là một số chia hết cho 9. Suy ra khối lượng contenơ hàng còn lại phải là một số chia hết cho 9. Trong các số 193, 239, 277, 297, 316, 321, 329, 346, 355 chỉ có số 297 chia hết cho 9 nên khối lượng contenơ hàng còn lại là 297 tạ.

89. a) Các số 3, 13, 17, 41 là số nguyên tố vì chúng đều là các số tự nhiên lớn hơn 1 và chỉ có hai ước là 1 và chính nó.

b) Các số 18, 25, 39 là hợp số vì chúng đều là các số tự nhiên lớn hơn 1, có nhiều hơn hai ước.

90. a) Các tập hợp ước nguyên tố của 12, 36, 43 lần lượt là: $\{2; 3\}$, $\{2; 3\}$, $\{43\}$.

b) Các tập hợp ước không phải là số nguyên tố của 21, 35, 47 lần lượt là: $\{1; 21\}$, $\{1; 35\}$, $\{1\}$.

91. Phát biểu a) đúng, ví dụ: 3, 5, 7 là ba số lẻ liên tiếp và đều là số nguyên tố.

Phát biểu b) đúng, ví dụ: 2, 3 là hai số nguyên tố và $2 + 3 = 5$ là một số lẻ.

Phát biểu c) sai, ví dụ: 2 là số nguyên tố chẵn duy nhất.

Phát biểu d) sai, ví dụ: 2, 5 là hai số nguyên tố và $2 + 5 = 7$ là một số lẻ.

92. Ta có tổng ba số nguyên tố phân biệt là 106 mà 106 là số chẵn nên trong ba số cần tìm phải có một số nguyên tố chẵn là 2. Suy ra tổng hai số nguyên tố còn lại là $106 - 2 = 104$ và chúng đều lớn hơn 2 nên hai số còn lại phải nhỏ hơn 102. Ta thấy 101 là số nguyên tố lớn nhất nhỏ hơn 102 và $104 - 101 = 3$ là số nguyên tố. Vậy số cần tìm là 101.

93. a) Ta xét hai trường hợp:

- Nếu $p = 2$ thì $p + 1 = 3$ là số nguyên tố (thoả mãn).
- Nếu $p > 2$ thì p là số lẻ lớn hơn 2 suy ra $p + 1$ là số chẵn lớn hơn 2. Do đó $p + 1$ không là số nguyên tố (không thoả mãn).

Vậy $p = 2$.

b) Ta xét ba trường hợp:

- Nếu $p = 2$ thì $p + 2 = 4$ không là số nguyên tố (không thoả mãn).
- Nếu $p = 3$ thì $p + 2 = 5$ và $p + 4 = 7$ là các số nguyên tố (thoả mãn).
- Nếu $p > 3$ và p là số nguyên tố nên p chia cho 3 dư 1 hoặc dư 2. Xét:
 - + Nếu p chia 3 dư 1 thì $p + 2$ chia hết cho 3 và $p + 2 > 3$ suy ra $p + 2$ không là số nguyên tố (không thoả mãn).
 - + Nếu p chia 3 dư 2 thì $p + 4$ chia hết cho 3 và $p + 4 > 3$ suy ra $p + 4$ không là số nguyên tố (không thoả mãn).

Vậy $p = 3$.

c) Giải tương tự b) ta có $p = 5$.

94. a) Ta xét ba trường hợp:

- Nếu $n = 0$ thì $7n = 0$ không là số nguyên tố (không thoả mãn).
- Nếu $n = 1$ thì $7n = 7$ là số nguyên tố (thoả mãn).
- Nếu $n > 1$ thì $7n > 7$ mà $7n$ chia hết cho 7 nên $7n$ không là số nguyên tố (không thoả mãn).

Vậy $n = 1$.

b) Ta xét hai trường hợp:

- Nếu $n = 0$ thì $3^n + 18 = 19$ là số nguyên tố (thoả mãn).
- Nếu $n \geq 1$ thì $3^n + 18 > 3$ và $3^n + 18$ chia hết cho 3 nên $3^n + 18$ không là số nguyên tố (không thoả mãn).

Vậy $n = 0$.

95. a) Ta có: $\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot 1\,001 = \overline{abc} \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ chia hết cho 11 mà 22 chia hết cho 11 nên $\overline{abcabc} + 22$ chia hết cho 11. Mặt khác, ta lại có $\overline{abcabc} + 22 > 11$ nên $\overline{abcabc} + 22$ là hợp số.

b) Ta có: $\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot 1\,001 = \overline{abc} \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ chia hết cho 13 mà 39 chia hết

cho 13 nên $\overline{abcabc} + 39$ chia hết cho 13. Mặt khác, ta lại có $\overline{abcabc} + 39 > 13$ nên $\overline{abcabc} + 39$ là hợp số.

- 96.** Đặt $A = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2\,020 \cdot 2\,021 - 1$. Giả sử k là một ước nguyên tố của A và $k \leq 2\,021$. Do k là một ước nguyên tố của A nên A chia hết cho k . Mặt khác, $k \leq 2\,021$ nên $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2\,020 \cdot 2\,021$ cũng chia hết cho k . Suy ra 1 chia hết cho k hay $k = 1$ (vô lí).

Vậy mọi ước nguyên tố của $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2\,020 \cdot 2\,021 - 1$ đều lớn hơn 2 021.

- 97.** a) Nếu $x \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$ thì $\overline{2x}$ chia hết cho 2 nên $\overline{2x}$ là hợp số.

Nếu $x = 5$ thì $\overline{2x}$ chia hết cho 5 nên $\overline{2x}$ là hợp số.

Nếu $x \in \{1; 7\}$ thì $\overline{2x}$ chia hết cho 3 nên $\overline{2x}$ là hợp số.

Nếu $x \in \{3; 9\}$ thì $\overline{2x} = 23$ hoặc $\overline{2x} = 29$ là số nguyên tố (loại).

Vậy $x \in \{0; 1; 2; 4; 5; 6; 7; 8\}$.

b) Giải tương tự a) ta có $x \in \{0; 2; 4; 5; 6; 7; 8\}$.

- 98.** Ta xét ba trường hợp:

- Nếu $a = 1$ thì trong 10 số tự nhiên 2, 3, 4, ..., 10, 11 có năm số nguyên tố là 2, 3, 5, 7, 11.

- Nếu $a > 1$ và a lẻ thì $a + 1, a + 3, a + 5, a + 7, a + 9$ là các số chẵn lớn hơn 2 nên chúng là các hợp số. Năm số còn lại chắc chắn có một số là hợp số (tồn tại ít nhất một số chia hết cho 3), nên số các số nguyên tố trong các số $a + 1, a + 2, \dots, a + 10$ nhỏ hơn 5.

- Nếu $a > 1$ và a chẵn thì $a + 2, a + 4, a + 6, a + 8, a + 10$ là các số chẵn lớn hơn 2 nên chúng là các hợp số. Năm số còn lại chắc chắn có một hợp số (tồn tại ít nhất một số chia hết cho 3), nên số các số nguyên tố trong các số $a + 1, a + 2, \dots, a + 10$ nhỏ hơn 5.

Vậy với $a = 1$ thì trong 10 số tự nhiên $a + 1, a + 2, \dots, a + 9, a + 10$ có nhiều số nguyên tố nhất.

- 99.** $16 = 2^4$; $23 = 23$; $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$; $625 = 5^4$.

- 100.** a) $777 : 7 + 361 : 19^2 = 112$.

Kết quả phân tích ra thừa số nguyên tố: $112 = 2^4 \cdot 7$.

b) $3 \cdot 5^2 - 3 \cdot 17 + 4^3 \cdot 7 = 472$.

Kết quả phân tích ra thừa số nguyên tố: $472 = 2^3 \cdot 59$.

101. Ta có: $225 = 3^2 \cdot 5^2$. Số 225 chia hết cho những số nguyên tố là 3, 5.

Ta có: $1\,200 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$. Số 1 200 chia hết cho những số nguyên tố là 2, 3, 5.

102. Khi phân tích a ra thừa số nguyên tố, nếu $a = p \cdot q^2$ thì a có các ước là 1; p ; q ; q^2 ; $p \cdot q$ và $p \cdot q^2$. Suy ra a có tất cả 6 ước. Vậy bạn Lan đã khẳng định đúng.

103. Ta có $7a = 7^3 \cdot 11^3$ nên $7a$ có các ước sau: 1; 7; 7^2 ; 7^3 ; $7 \cdot 11$; $7 \cdot 11^2$; $7 \cdot 11^3$; $7^2 \cdot 11$; $7^2 \cdot 11^2$; $7^2 \cdot 11^3$; $7^3 \cdot 11$; $7^3 \cdot 11^2$; $7^3 \cdot 11^3$; 11; 11^2 ; 11^3 . Vậy $7a$ có tất cả 16 ước.

Tương tự ta có: $11a$ có tất cả 15 ước và $13a$ có tất cả 24 ước. Vậy trong các số $7a$, $11a$ và $13a$ thì số $13a$ có nhiều ước nhất.

104.a) Dãy số 2, 4, 6, ..., $2 \cdot (n-1)$, $2n$ có $(2n-2) : 2 + 1 = n$ (số).

Suy ra $2 + 4 + 6 + \dots + 2 \cdot (n-1) + 2n = (2n+2) \cdot n : 2 = n \cdot (n+1)$.

Mà $2 + 4 + 6 + \dots + 2 \cdot (n-1) + 2n = 210$ nên $n \cdot (n+1) = 210$.

Ta thấy n , $n+1$ là hai số tự nhiên liên tiếp mà $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 14 \cdot 15$ nên $n = 14$. Vậy $n = 14$.

b) Ta có: $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-3) + (2n-1) = n \cdot n = n^2$.

Mà $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-3) + (2n-1) = 225$ suy ra $n^2 = 225 = 15^2$. Vậy $n = 15$.

105. Để chia 16 cái bút vào các hộp với số bút của các hộp bằng nhau và mỗi hộp có ít nhất 2 cái thì số bút mỗi hộp phải là ước lớn hơn hoặc bằng 2 của 16. Mặt khác ta lại có $16 = 2^4$ nên các kết quả được thể hiện ở bảng sau:

Số bút ở mỗi hộp	Số hộp
2	8
4	4
8	2
16	1

Vậy bạn Khanh có thể xếp 16 cái bút đó vào 8, 4, 2 hoặc 1 hộp.

106. Để xếp 1 015 học sinh vào các hàng sao cho số học sinh trong mỗi hàng là như nhau và xếp không quá 40 hàng, không ít hơn 10 hàng thì số hàng phải là ước lớn hơn hoặc bằng 10, nhỏ hơn hoặc bằng 40 của 1 015. Mặt khác ta lại có $1\,015 = 5 \cdot 7 \cdot 29$ nên có thể xếp thành 29 hàng hoặc 35 hàng.

Số học sinh mỗi hàng nếu xếp thành 29 hàng là: $1\ 015 : 29 = 35$ (học sinh).

Số học sinh mỗi hàng nếu xếp thành 35 hàng là: $1\ 015 : 35 = 29$ (học sinh).

Vậy cần phải xếp mỗi hàng 35 học sinh hoặc 29 học sinh.

107. Vì cô tổng phụ trách đã phát hết 215 quyển vở và 129 quyển truyện và số học sinh của lớp nhiều hơn 10 học sinh nên số học sinh phải là ước lớn hơn 10 của cả 215 và 129. Mặt khác ta lại có $215 = 5 \cdot 43$ và $129 = 3 \cdot 43$ nên số học sinh lớp 6A là 43 học sinh.

108.a) Ta có $3n + 13$ chia hết cho $n + 1$ hay $3 \cdot (n + 1) + 10$ chia hết cho $n + 1$. Mà $3 \cdot (n + 1)$ chia hết cho $n + 1$ nên 10 chia hết cho $n + 1$. Suy ra $n + 1$ là ước của 10.

Ta có các kết quả thể hiện ở bảng sau:

$n + 1$	1	2	5	10
n	0	1	4	9

Vậy $n \in \{0; 1; 4; 9\}$.

b) Ta có $5n + 19$ chia hết cho $2n + 1$ suy ra $2 \cdot (5n + 19)$ chia hết cho $2n + 1$ hay $5 \cdot (2n + 1) + 33$ chia hết cho $2n + 1$. Mà $5 \cdot (2n + 1)$ chia hết cho $2n + 1$ nên 33 chia hết cho $2n + 1$. Suy ra $2n + 1$ là ước của 33. Ta có các kết quả thể hiện ở bảng sau:

$2n + 1$	1	3	11	33
n	0	1	5	16

Vậy $n \in \{0; 1; 5; 16\}$.

109.a) 1, 5 và 15 là ước chung của 15 và 105.

b) $\text{ƯCLN}(27, 156) = 3$.

c) $\text{ƯCLN}(106, 318) = 106$. Mặt khác ta lại có $424 = 106 \cdot 4$ và $636 = 106 \cdot 6$ nên $\text{ƯCLN}(424, 636) = 106 \cdot 2 = 212$. Vậy các ước chung của 424 và 636 là 1, 2, 4, 53, 106, 212.

110.a) $\text{ƯC}(18, 27, 30) = \{1; 3\}$, suy ra $\text{ƯCLN}(18, 27, 30) = 3$.

b) $\text{ƯCLN}(51, 102, 144) = 3$, suy ra $\text{ƯC}(51, 102, 144) = \{1; 3\}$.

- 111.** Để số học sinh nam và học sinh nữ ở mỗi tổ là như nhau thì số tổ phải là ước chung của 18 và 27. Mà $ƯC(18, 27) = \{1; 3; 9\}$ suy ra có ba cách chia tổ để số học sinh nam và học sinh nữ ở mỗi tổ là như nhau. Ta có bảng sau:

Cách chia	Số tổ	Số học sinh nữ ở mỗi tổ	Số học sinh nam ở mỗi tổ
I	1	18	27
II	3	6	9
III	9	2	3

Dựa vào bảng trên ta có nếu chia thành 9 tổ thì mỗi tổ có số học sinh ít nhất.

- 112.** Để chia mỗi khối 300 học sinh, 276 học sinh, 252 học sinh thành số hàng dọc nhiều nhất, số hàng dọc của mỗi khối như nhau, mỗi khối đều không có ai lẻ hàng thì số hàng dọc phải là ước chung lớn nhất của 300, 276, 252.

Kết quả phân tích 300, 276, 252 ra thừa số nguyên tố lần lượt là:

$$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2; \quad 276 = 2^2 \cdot 3 \cdot 23; \quad 252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7.$$

Suy ra $ƯCLN(300, 276, 252) = 2^2 \cdot 3 = 12$. Vậy có thể xếp mỗi khối nhiều nhất thành 12 hàng dọc. Khi đó, số học sinh mỗi hàng dọc của mỗi khối 6, 7, 8 lần lượt là 25 học sinh, 23 học sinh, 21 học sinh.

- 113.a)** Ta có: 388 chia a dư 38 suy ra $388 - 38 = 350$ chia hết cho a và $a > 38$;

$$508 \text{ chia } a \text{ dư } 18 \text{ suy ra } 508 - 18 = 490 \text{ chia hết cho } a \text{ và } a > 18.$$

Từ đó suy ra $a > 38$ và $a \in ƯC(350, 490)$.

$$\text{Ta có: } 350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7; 490 = 2 \cdot 5 \cdot 7^2 \text{ nên } ƯCLN(350, 490) = 2 \cdot 5 \cdot 7 = 70.$$

$$\text{Suy ra } ƯC(350, 490) = \{1; 2; 5; 7; 10; 14; 35; 70\}. \text{ Vậy } a = 70.$$

- b) Ta có: 1 012 và 1 178 khi chia a đều cho số dư bằng 16 nên 996 và 1 162 cùng chia hết cho a và $a > 16$. Từ đó suy ra $a > 16$ và $a \in ƯC(996, 1\,162)$.

$$\text{Ta có: } 996 = 2^2 \cdot 3 \cdot 83; 1\,162 = 2 \cdot 7 \cdot 83 \text{ nên } ƯCLN(996, 1\,162) = 2 \cdot 83 = 166.$$

$$\text{Suy ra } ƯC(996, 1\,162) = \{1; 2; 83; 166\}. \text{ Vậy } a = 83 \text{ hoặc } a = 166.$$

- 114.a)** Đặt $d = ƯCLN(n+2, n+3)$. Suy ra $n+2$ và $n+3$ chia hết cho d . Khi đó, ta có $(n+3) - (n+2) = 1$ chia hết cho d hay $d = 1$. Vậy $n+2, n+3$ là hai số nguyên tố cùng nhau với mọi số tự nhiên n .

b) Đặt $d = \text{ƯCLN}(2n + 1, 9n + 4)$. Suy ra $2n + 1$ và $9n + 4$ chia hết cho d . Khi đó ta có $9(2n + 1) - 2(9n + 4) = 1$ chia hết cho d hay $d = 1$. Vậy $2n + 1$ và $9n + 4$ là hai số nguyên tố cùng nhau với mọi số tự nhiên n .

115. a) Vì $\text{ƯCLN}(a, b) = 24$ nên $a = 24p$ và $b = 24q$ với p, q là số tự nhiên và $\text{ƯCLN}(p, q) = 1$.

Thay $a = 24p, b = 24q$ vào $a + b = 192$ ta được $24p + 24q = 24(p + q) = 192$ hay $p + q = 8$. Mặt khác $\text{ƯCLN}(p, q) = 1$ cho nên tìm được các cặp $(p; q)$ sau: $(1; 7); (7; 1); (3; 5); (5; 3)$.

Vậy ta có các cặp $(a; b)$ sau: $(24; 168); (168; 24); (72; 120); (120; 72)$.

b) Vì $\text{ƯCLN}(a, b) = 6$ nên $a = 6p; b = 6q$ với p, q là số tự nhiên và $\text{ƯCLN}(p, q) = 1$. Thay $a = 6p, b = 6q$ vào $ab = 216$ ta được $6p \cdot 6q = 36pq = 216$ hay $pq = 6$. Mặt khác $\text{ƯCLN}(p, q) = 1$ nên tìm được các cặp $(p; q)$ sau: $(1; 6); (6; 1); (2; 3); (3; 2)$. Vậy ta có các cặp $(a; b)$ sau: $(6; 36); (12; 18)$.

116. Đặt $d = \text{ƯCLN}(5a + 2b, 7a + 3b)$. Suy ra $5a + 2b$ và $7a + 3b$ chia hết cho d .

Khi đó, ta có: $5(7a + 3b) - 7(5a + 2b) = b$ chia hết cho d ;

$$3(5a + 2b) - 2(7a + 3b) = a \text{ chia hết cho } d.$$

Từ đó suy ra d là ước chung của a, b . Mà a, b là hai số nguyên tố cùng nhau nên $d = 1$. Vậy $5a + 2b$ và $7a + 3b$ cũng là hai số nguyên tố cùng nhau.

117.a) $\frac{12}{24} = \frac{12 : 12}{24 : 12} = \frac{1}{2}; \quad \frac{13}{39} = \frac{13 : 13}{39 : 13} = \frac{1}{3}; \quad \frac{35}{105} = \frac{35 : 35}{105 : 35} = \frac{1}{3}.$

b) $\frac{120}{245} = \frac{120 : 5}{245 : 5} = \frac{24}{49}; \quad \frac{134}{402} = \frac{134 : 134}{402 : 134} = \frac{1}{3}; \quad \frac{213}{852} = \frac{213 : 213}{852 : 213} = \frac{1}{4}.$

c) $\frac{234}{1\,170} = \frac{234 : 234}{1\,170 : 234} = \frac{1}{5}; \quad \frac{1\,221}{3\,663} = \frac{1\,221 : 1\,221}{3\,663 : 1\,221} = \frac{1}{3};$

$$\frac{2\,133}{31\,995} = \frac{2\,133 : 2\,133}{31\,995 : 2\,133} = \frac{1}{15}.$$

118. a) Ta có học sinh được gán số 12 đứng đối diện với học sinh được gán số 30 nên số học sinh tham gia hoạt động tập thể là: $(30 - 12) \cdot 2 = 36$ (học sinh). Vì thầy An tách các học sinh được gán số từ số 1 đến số 12 vào nhóm 1, từ số 13 đến số cuối cùng trên vòng tròn vào nhóm 2 suy ra nhóm 1 có 12 học sinh, nhóm 2 có 24 học sinh.

Để chia 12 học sinh nhóm 1 và 24 học sinh nhóm 2 vào các câu lạc bộ (số câu lạc bộ nhiều hơn 1), số học sinh ở từng nhóm của mỗi câu lạc bộ là như nhau thì số câu lạc bộ phải là ước chung lớn hơn 1 của 12 và 24. Mà ước chung lớn hơn 1 của 12 và 24 là 2, 3, 4, 6, 12 nên có 5 cách chia học sinh vào các câu lạc bộ.

b) Để số câu lạc bộ nhiều nhất thì số câu lạc bộ phải là ước chung lớn nhất của 12 và 24. Vậy thầy An có thể chia học sinh vào nhiều nhất 12 câu lạc bộ.

119. a) Ta có: 19 là số nguyên tố; $46 = 2 \cdot 23$.

Vậy $\text{BCNN}(19, 46) = 2 \cdot 19 \cdot 23 = 874$.

b) Ta có: $27 = 3^3$; $315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$.

Vậy $\text{BCNN}(27, 315) = 3^3 \cdot 5 \cdot 7 = 945$.

c) Ta có: $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$; $72 = 2^3 \cdot 3^2$; $63 = 3^2 \cdot 7$.

Vậy $\text{BCNN}(60, 72, 63) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2\,520$.

d) Ta có: $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$; $100 = 2^2 \cdot 5^2$; $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$.

Vậy $\text{BCNN}(60, 100, 140) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 2\,100$.

120. Ta có: 11 là số nguyên tố; $12 = 2^2 \cdot 3$. Do đó $\text{BCNN}(11, 12) = 2^2 \cdot 3 \cdot 11 = 132$.

Do đó, các số tự nhiên có ba chữ số là bội chung của 11 và 12 là: 132, 264, 396, 528, 660, 792, 924. Vậy có 7 số có ba chữ số là bội chung của 11 và 12.

121. Ta có: $\text{BCNN}(5, 8, 10) = 40$. Như vậy, nếu vào một ngày nào đó, ba tàu cùng cập cảng thì sau ít nhất 40 ngày thì cả ba tàu lại cùng cập cảng.

122. Gọi số cây học sinh lớp 6B trồng được là a cây (a nhỏ nhất). Theo đề bài, ta có a chia 3 dư 2, chia 4 dư 3, chia 5 dư 4, chia 10 dư 9 nên $a + 1$ chia hết cho 3, 4, 5, 10. Mặt khác, a nhỏ nhất suy ra $a + 1$ là bội chung nhỏ nhất của 3, 4, 5, 10. Mà $\text{BCNN}(3, 4, 5, 10) = 60$ nên $a + 1 = 60$ hay $a = 59$. Vậy số cây học sinh lớp 6B trồng được là 59 cây.

123. Gọi số học sinh của trường học đó là a học sinh ($a > 15$). Vì khi xếp học sinh thành hàng 20 học sinh, hàng 25 học sinh và hàng 30 học sinh thì đều thừa 15 học sinh nên $a - 15$ chia hết cho 20, 25, 30 hay $a - 15$ là bội chung của 20, 25, 30. Mà $\text{BCNN}(20, 25, 30) = 300$ nên $a - 15 \in \{300; 600; 900; 1\,200; \dots\}$ hay $a \in \{315; 615; 915; 1\,215; \dots\}$. Mặt khác, khi xếp học sinh thành hàng 41 học sinh thì vừa đủ và số học sinh trường đó chưa đến 1 200 học sinh nên a chia hết cho 41 và a nhỏ hơn 1 200 suy ra $a = 615$. Vậy số học sinh trường đó là 615 học sinh.

124. Gọi số tự nhiên cần tìm là x ($x > 1$). Do x chia cho 3 và 5 đều dư 1 nên $x - 1$ chia hết cho cả 3 và 5. Mặt khác x chia cho 4 dư 3 nên x có dạng $4a + 3$ (a là số tự nhiên). Suy ra $x - 1 = 4a + 3 - 1 = 4a + 2$ chia hết cho cả 3, 5. Mà ta thấy $4a + 2$ chia hết cho 2 nên $4a + 2$ là bội chung của 2, 3, 5. Như vậy để x là số tự nhiên nhỏ nhất thoả mãn yêu cầu đề bài thì $4a + 2$ phải là bội chung nhỏ nhất của 2, 3, 5. Vì $\text{BCNN}(2, 3, 5) = 30$ nên $4a + 2 = 30$, suy ra $a = 7$.

Vậy $x = 4 \cdot 7 + 3 = 31$ là số cần tìm.

125. Gọi số tự nhiên cần tìm là a ($a > 1$). Do a chia cho 3 dư 2, chia cho 5 dư 3, chia cho 7 dư 4 nên $2a$ chia cho 3, 5, 7 đều dư 1. Suy ra $2a - 1$ chia hết cho cả 3, 5, 7 hay $2a - 1$ là bội chung của 3, 5, 7. Như vậy để a số tự nhiên nhỏ nhất thoả mãn yêu cầu đề bài thì $2a - 1$ phải là bội chung nhỏ nhất của 3, 5, 7.

Vì $\text{BCNN}(3, 5, 7) = 105$ nên $2a - 1 = 105$ suy ra $a = 53$. Vậy số cần tìm là 53.

126. Vì $\overline{956xy}$ chia hết cho cả 6, 7, 11 và 27 nên $\overline{956xy}$ là bội chung của 6, 7, 11 và 27. Ta có $\text{BCNN}(6, 7, 11, 27) = 4\,158$ nên $\overline{956xy}$ là bội của 4 158 hay $\overline{956xy}$ có dạng $4\,158k$ (k là số tự nhiên). Mặt khác $95\,600 \leq \overline{956xy} \leq 95\,699$ nên $95\,600 \leq 4\,158k \leq 95\,699$ hay $22 < k < 24$. Suy ra $k = 23$.

Do đó $\overline{956xy} = 4\,158 \cdot 23 = 95\,634$ là số cần tìm.

127. Ta thấy $\text{BCNN}(a, b) = 72$ chia hết cho 2 nên trong hai số a, b có ít nhất một số chia hết cho 2. Giả sử a chia hết cho 2, mà $a + b = 42$ chia hết cho 2 nên b chia hết cho 2. Như vậy, a và b đều chia hết cho 2. Tương tự ta có a, b đều chia hết cho 3. Do đó hai số a, b đều chia hết cho 6 hay a, b là bội của 6.

Mặt khác $0 < a < b$, $a + b = 42$ và $\text{BCNN}(a, b) = 72$ nên ta có bảng giá trị sau:

a	6	12	18
b	36	30	24
	Loại	Loại	Thoả mãn

Vậy $a = 18$ và $b = 24$.

128. a) $56 : 4 + 4 \cdot (40 - 25) + 2\,000 : 2 - 15 \cdot 12$

$$= 14 + 4 \cdot 15 + 1\,000 - 180$$

$$= 14 + 60 + 1\,000 - 180$$

$$= 894.$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & 140 \cdot (5^3 - 5^3 : 5^2) - 3^6 : 3^4 - 15 \cdot 11 \cdot (12 - 9) \\
 & = 140 \cdot (5^3 - 5) - 3^2 - 15 \cdot 11 \cdot 3 \\
 & = 140 \cdot (125 - 5) - 9 - 165 \cdot 3 \\
 & = 140 \cdot 120 - 9 - 495 \\
 & = 16\,800 - 9 - 495 \\
 & = 16\,296.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } & 784 : \{300 : [536 - (2^3 \cdot 3 \cdot 29 - 174) + 5^0] + 6^2\} \\
 & = 784 : \{300 : [536 - (8 \cdot 3 \cdot 29 - 174) + 1] + 36\} \\
 & = 784 : \{300 : [536 - (696 - 174) + 1] + 36\} \\
 & = 784 : \{300 : [536 - 522 + 1] + 36\} \\
 & = 784 : \{300 : 15 + 36\} \\
 & = 784 : \{20 + 36\} \\
 & = 784 : 56 \\
 & = 14.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } & 34\,567 - [4 \cdot (73 - 69)^3 - 8^2 \cdot (102 - 98)]^2 \\
 & = 34\,567 - [4 \cdot 4^3 - 8^2 \cdot 4]^2 \\
 & = 34\,567 - [4 \cdot 64 - 64 \cdot 4]^2 \\
 & = 34\,567 - 0 \\
 & = 34\,567.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } & 527 + \{[2 \cdot (2 \cdot 2^3 + 3^2 + 4^2 - 5^2) + 678^0]^3 : 33^2\} \\
 & = 527 + \{[2 \cdot (2 \cdot 8 + 9 + 16 - 25) + 1]^3 : 33^2\} \\
 & = 527 + \{[2 \cdot (16 + 9 + 16 - 25) + 1]^3 : 33^2\} \\
 & = 527 + \{[2 \cdot 16 + 1]^3 : 33^2\} \\
 & = 527 + \{33^3 : 33^2\} \\
 & = 527 + 33 \\
 & = 560.
 \end{aligned}$$

129.a) Ta có: $225 : 15 + 3 \cdot (2x + 1) = 270$

$$15 + 3 \cdot (2x + 1) = 270$$

$$3 \cdot (2x + 1) = 255$$

$$2x + 1 = 85$$

$$2x = 84$$

$$x = 42.$$

Vậy $x = 42$.

$$\begin{aligned}
 \text{b) Ta có: } 19 \cdot (2 + 3 + 4 - 5 + 6 - 7)^2 - 9 \cdot (7x - 2) &= 0 \\
 19 \cdot 3^2 - 9 \cdot (7x - 2) &= 0 \\
 19 \cdot 9 - 9 \cdot (7x - 2) &= 0 \\
 9 \cdot (7x - 2) &= 19 \cdot 9 \\
 7x - 2 &= 19 \\
 7x &= 21 \\
 x &= 3.
 \end{aligned}$$

Vậy $x = 3$.

$$\begin{aligned}
 \text{c) Ta có: } 3 \cdot (2x + 1)^3 &= 81 \\
 (2x + 1)^3 &= 27 \\
 (2x + 1)^3 &= 3^3 \\
 2x + 1 &= 3 \\
 2x &= 2 \\
 x &= 1.
 \end{aligned}$$

Vậy $x = 1$.

$$\begin{aligned}
 \text{d) Ta có: } (x + 1)^5 &= 243 \\
 (x + 1)^5 &= 3^5 \\
 x + 1 &= 3 \\
 x &= 2.
 \end{aligned}$$

Vậy $x = 2$.

$$\text{e) Ta có: } (3^2 + 2)^3 : (5^3 - 2^5 : 2^3) \cdot 22 = 11^3 : 121 \cdot 11 \cdot 2 = 11^2 \cdot 2.$$

$$\text{Mà } 2 \cdot 11^x = (3^2 + 2)^3 : (5^3 - 2^5 : 2^3) \cdot 22 \text{ nên } 2 \cdot 11^x = 11^2 \cdot 2 \text{ suy ra } 11^x = 11^2.$$

Vậy $x = 2$.

$$\begin{aligned}
 \text{g) Ta có: } 7^x + 7^{x+1} + 7^{x+2} &= 3 \cdot 19 \cdot 343 \\
 7^x(1 + 7 + 7^2) &= 57 \cdot 343 \\
 7^x \cdot 57 &= 57 \cdot 7^3 \\
 7^x &= 7^3.
 \end{aligned}$$

Vậy $x = 3$.

$$130. \text{a) } 12 \notin \mathcal{P}.$$

$$\text{b) } 23 \in \mathcal{P}.$$

$$\text{c) } 12 + 17 \in \mathcal{P}.$$

$$\text{d) } a \in \mathcal{P}.$$

$$\text{e) } b \notin \mathcal{P}.$$

131. Các số có hai chữ số chia cho 10 dư 3 là: 13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93.

Các số có hai chữ số chia cho 9 dư 1 là: 10, 19, 28, 37, 46, 55, 64, 73, 82, 91.

Như vậy chỉ có duy nhất số 73 chia cho 9 dư 1 và chia cho 10 dư 3. Ta thấy 73 chia 13 dư 8, do đó A chia cho 13 dư 8.

132. Nếu không có điều kiện “không có mật khẩu nào bắt đầu bằng dãy số 7233” thì có 10^5 mật khẩu. Trong đó có 10 mật khẩu bắt đầu bằng dãy số 7233. Vì vậy có thể có nhiều nhất số mật khẩu là: $10^5 - 10 = 99\,990$ (mật khẩu).

133. Ta có $216 : 6 = 36$ nên vòng thứ nhất có 36 lượt đua, mỗi lượt 6 vận động viên và 36 vận động viên tham gia vào vòng thi sau. Ta lại có $36 : 6 = 6$ nên vòng thứ hai có 6 lượt đua, mỗi lượt đua 6 vận động viên và 6 vận động viên tham gia vào vòng thi cuối cùng để tìm nhà vô địch. Như vậy, cần phải tổ chức số lượt đua để tìm được nhà vô địch là: $36 + 6 + 1 = 43$ (lượt đua).

134. Số tiền cô bán hàng phải trả lại là: $200\,000 - 17\,000 = 183\,000$ (đồng).

Muốn bạn Minh nhận được ít số tờ tiền nhất thì cô bán hàng cần phải chọn các đồng tiền có mệnh giá lớn (càng nhiều càng tốt) để trả lại. Số tiền 183 000 đồng được chọn để trả như sau: 3 tờ mệnh giá 50 000 đồng, 1 tờ mệnh giá 20 000 đồng, 1 tờ mệnh giá 10 000 đồng, 1 tờ mệnh giá 2 000 đồng, 1 tờ mệnh giá 1 000 đồng. Vậy Minh nhận được ít nhất 7 tờ tiền từ cô bán hàng.

135. Ta thấy 220, 1 544 chia hết cho 4 nên tích $220m$, $1\,544n$ chia hết cho 4. Suy ra $220m + 1\,544n$ chia hết cho 4. Mà 105 322 lại không chia hết cho 4 nên không tìm được hai số tự nhiên m, n sao cho $220m + 1\,544n = 105\,322$.

136. Do p là số nguyên tố và $p > 3$ nên p chia 3 dư 1 hoặc dư 2. Xét:

- Nếu p chia 3 dư 1 thì $p + 8$ chia hết cho 3 và $p + 8 > 3$, suy ra $p + 8$ là hợp số.
- Nếu p chia 3 dư 2 thì $p + 4$ chia hết cho 3 và $p + 4 > 3$, khi đó $p + 4$ không là số nguyên tố (không thoả mãn).

Vậy p và $p + 4$ là các số nguyên tố ($p > 3$) thì $p + 8$ là hợp số.

137.a) $\text{ƯCLN}(44, 121) = 11$.

b) $\text{ƯCLN}(18, 57) = 3$.

c) $\text{ƯCLN}(36, 108, 1\,224) = 36$.

138.a) $\text{BCNN}(13, 338) = 338$.

b) $\text{BCNN}(321, 225) = 24\,075$.

c) $\text{BCNN}(62, 124, 1\,364) = 1\,364$.

139. Ta có: $a + 2b = 48$ mà $2b, 48$ chia hết cho 2 nên a chia hết cho 2. Mặt khác $\text{ƯCLN}(a, b) + 3 \cdot \text{BCNN}(a, b) = 114$ mà $3 \cdot \text{BCNN}(a, b)$ và 114 chia hết cho 3 suy ra $\text{ƯCLN}(a, b)$ chia hết cho 3 hay a chia hết cho 3. Từ đó suy ra a chia hết cho 6 (vì 2, 3 là hai số nguyên tố cùng nhau). Mà $a < 24$ nên $a \in \{6; 12; 18\}$. Ta có bảng giá trị sau:

a	6	12	18
b	21	18	15
$\text{ƯCLN}(a, b)$	3	6	3
$\text{BCNN}(a, b)$	42	36	90
$\text{ƯCLN}(a, b) + 3 \cdot \text{BCNN}(a, b)$	129 (loại)	114 (thỏa mãn)	273 (loại)

Vậy $a = 12$ và $b = 18$.

140.a) $A = \{\text{Everest}; \text{K2}; \text{Kangchenjunga}; \text{Lhotse}\}$.

b) Tám ngọn núi được xếp theo thứ tự độ cao giảm dần là: Everest, K2, Kangchenjunga, Lhotse, Makalu, Cho Oyu, Dhaulagiri, Manaslu.

c) $B = \{\text{Everest}; \text{K2}; \text{Lhotse}; \text{Makalu}; \text{Kangchenjunga}\}$.

§1 SỐ NGUYÊN ÂM

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Các số $-1, -2, -3, \dots$ là các số nguyên âm.
- Số nguyên âm được nhận biết bằng dấu “ $-$ ” ở trước số tự nhiên khác 0.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1

- Đọc các số sau: $-2, -15, -510, -1\,786$.
- Viết các số sau: âm ba mươi, trừ bốn mươi sáu, âm hai nghìn năm trăm bảy mươi ba, trừ một triệu.

Giải

- Các số đã cho lần lượt được đọc là: âm hai, âm mười lăm, âm năm trăm mười, âm một nghìn bảy trăm tám mươi sáu.
- Các số đã cho lần lượt được viết là: $-30, -46, -2\,573, -1\,000\,000$.

Ví dụ 2

- Bà Hoà thống kê lợi nhuận bán hàng trong ba tháng của Quý II như sau:

Tháng	Tháng 4	Tháng 5	Tháng 6
Lợi nhuận (đồng)	$-2\,000\,000$	$10\,000\,000$	$15\,000\,000$

Tháng 4 bà Hoà kinh doanh lỗ hay lãi bao nhiêu tiền?

- Khi bác Lâm nợ $500\,000$ đồng thì ta có thể nói bác Lâm có bao nhiêu tiền?

Giải

- Tháng 4 bà Hoà bị lỗ $2\,000\,000$ đồng.
- Ta có thể nói bác Lâm có $-500\,000$ đồng.

C. BÀI TẬP

- Viết các số sau: âm ba mươi hai, trừ năm mươi tư, âm một nghìn không trăm chín mươi hai, trừ mười ba nghìn bốn trăm năm mươi sáu.

b) Tìm các số nguyên âm trong các số sau: $-3, -7, 51, 12, 0, -45, -765$.

2. a) Đọc các số nguyên âm sau: $-2, -43, -912, -5\,126$.

b) Tìm các số không phải số nguyên âm trong các số sau: $-2\,131, -12, 11, -11, 107, 75, -1\,435$.

3. Bản tin dự báo thời tiết dưới đây cho biết nhiệt độ thấp nhất ở Bắc Kinh trong các ngày từ 16/02/2020 đến 22/02/2020:

16/02	17/02	18/02	19/02	20/02	21/02	22/02
$-5\text{ }^{\circ}\text{C}$	$-5\text{ }^{\circ}\text{C}$	$-4\text{ }^{\circ}\text{C}$	$-2\text{ }^{\circ}\text{C}$	$-1\text{ }^{\circ}\text{C}$	$-3\text{ }^{\circ}\text{C}$	$-5\text{ }^{\circ}\text{C}$

(Nguồn: *accuweather.com*)

a) Đọc và viết nhiệt độ thấp nhất ở Bắc Kinh trong các ngày 17/02, 18/02, 21/02.

b) Xác định tính đúng, sai của các phát biểu sau:

– Nhiệt độ thấp nhất ở Bắc Kinh ngày 19/02 là $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$;

– Nhiệt độ thấp nhất ở Bắc Kinh ngày 20/02 là $1\text{ }^{\circ}\text{C}$.

4. Viết số nguyên âm biểu thị mỗi tình huống sau:

a) Công ty xuất nhập khẩu gỗ của bác Minh nợ ngân hàng 200 000 000 đồng;

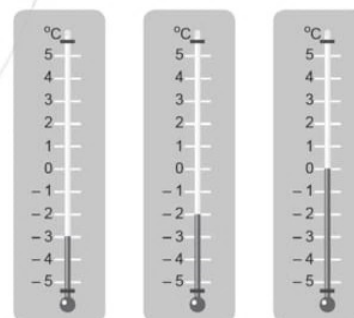
b) Bà Lâm kinh doanh bị lỗ 700 000 đồng;

c) Rãnh Mariana thuộc Thái Bình Dương sâu 10 925 m.

5. Hình 1 minh họa một phần của các nhiệt kế.

a) Đọc và viết nhiệt độ ở các nhiệt kế.

b) Trong ba nhiệt kế, nhiệt kế ở hình nào chỉ nhiệt độ dưới $0\text{ }^{\circ}\text{C}$?



a)

b)

c)

Hình 1

6. Viết số nguyên âm chỉ năm có mỗi sự kiện sau:

a) Thales là một nhà triết học, nhà toán học nổi tiếng của đất nước Hy Lạp. Ông sinh khoảng năm 625 trước Công nguyên;

b) Vườn treo Babylon là một công trình do vua Nebuchadnezzar II xây dựng từ khoảng năm 603 trước Công nguyên;

c) Thành Cổ Loa là toà thành cổ nhất Việt Nam được vua An Dương Vương xây từ thế kỉ thứ III trước Công nguyên để làm kinh đô nước Âu Lạc (tên nước Việt Nam thời đó), nay thuộc huyện Đông Anh, Hà Nội.

7. Sử dụng số nguyên âm biểu thị mỗi độ cao sau:

a) Hồ Baikal (Liên bang Nga) được xem là hồ nước ngọt sâu nhất và cổ nhất Trái Đất. Hồ Baikal chứa khoảng 22% lượng nước ngọt trên thế giới. Nơi sâu nhất của hồ lên đến 1 642 m;

b) Hồ Great Slave (tây bắc Canada) là hồ sâu nhất khu vực Bắc Mỹ, với độ sâu tối đa lên đến 614 m;

c) Hồ Victoria là hồ nước ngọt lớn nhất châu Phi và lớn thứ hai thế giới, với độ sâu trung bình của hồ khoảng 40 m.

TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Các số nguyên âm, số 0 và các số nguyên dương tạo thành tập hợp các số nguyên.
- Tập hợp các số nguyên được kí hiệu là $\mathbb{Z}$. Ta có thể biểu diễn số nguyên trên trục số (trục nằm ngang và trục thẳng đứng).
- Trên trục số, hai số nguyên (phân biệt) có điểm biểu diễn nằm về hai phía của gốc 0 và cách đều gốc 0 được gọi là hai số đối nhau.
- Số nguyên âm luôn nhỏ hơn số nguyên dương. Để so sánh hai số nguyên âm, ta bỏ dấu “–” trước cả hai số, rồi trong hai số nhận được, số nào nhỏ hơn thì số nguyên âm ban đầu (trước khi bỏ dấu “–”) sẽ lớn hơn.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1

- a) Trong các số sau: $-12, -33, 1\ 121, -5\ 126, 34\ 567$, số nào là số nguyên dương?
- b) Tìm số nguyên âm trong các số sau: $-41, -432, 11, 0, \frac{1}{2}, \frac{121}{6}, 145, -987\ 652$.

Giải

- a) Các số $1\ 121, 34\ 567$ là số nguyên dương.
- b) Các số $-41, -432, -987\ 652$ là số nguyên âm.

Ví dụ 2 So sánh các cặp số sau: 13 và -15 ; 0 và -6 ; 234 và $-2\ 357$; 123 và 321.

Giải

Ta có: $13 > -15$; $0 > -6$; $234 > -2\ 357$; $123 < 321$.

C. BÀI TẬP

8. Chọn kí hiệu “ $\in$ ”, “ $\notin$ ” thích hợp cho $\boxed{?}$:

a) $7 \boxed{?} \mathbb{N}$;

b) $-12 \boxed{?} \mathbb{N}$;

c) $0 \boxed{?} \mathbb{Z}$;

d) $-2\,222 \boxed{?} \mathbb{Z}$;

e) $\frac{11}{7} \boxed{?} \mathbb{Z}$;

g) $\frac{2\,321}{75} \boxed{?} \mathbb{Z}$.

9. Bạn An phát biểu: “Các số nguyên âm và các số nguyên dương tạo thành tập hợp các số nguyên”. Hỏi phát biểu của bạn An là đúng hay sai?

10. a) Trong các số sau: -21 , 321 , $-11\,211$, 0 , $\frac{1}{27}$, $\frac{44}{455}$, $-955\,967$, số nào không là số nguyên âm?

b) Trong các số sau: -17 , -539 , 666 , $5\,145$, $987\,652$, $-543\,689$, số nào không là số nguyên dương?

11. Viết các số nguyên biểu thị độ cao so với mực nước biển trong mỗi tình huống sau:

a) Máy bay bay ở độ cao $9\,500$ m;

b) Rặng san hô ở độ sâu 20 m;

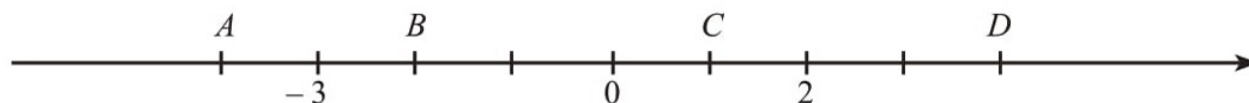
c) Hai mẹ con cá voi mũi khoằm Cuvier đang bơi ở độ sâu $1\,000$ m.

12. DK1 là cụm Dịch vụ kinh tế – Khoa học kĩ thuật được xây dựng dưới dạng các nhà giàn trên thềm lục địa Việt Nam. Một nhà giàn DK1 có ba tầng trên mặt nước và ba tầng hệ thống chân đỡ dưới mặt nước có độ cao như sau:

Bộ phận nhà giàn	Độ cao
Phần 3 chân đỡ	Dưới mực nước biển 15 m
Phần 2 chân đỡ	Dưới mực nước biển 9 m
Phần 1 chân đỡ	Dưới mực nước biển 4 m
Tầng 1	Trên mực nước biển 8 m
Tầng 2	Trên mực nước biển 18 m
Tầng 3	Trên mực nước biển 25 m

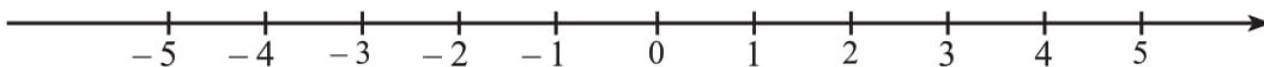
Sử dụng số nguyên để biểu thị các độ cao đó (so với mực nước biển).

13. a) Các điểm A , B , C , D trên trục số ở Hình 2 biểu diễn những số nguyên nào?



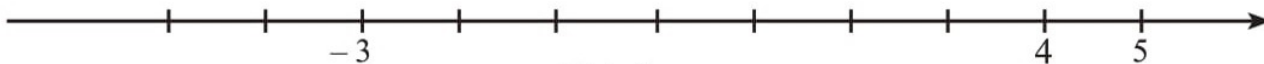
Hình 2

b) Hãy điền tên E, F, G, H, I lần lượt cho các điểm biểu diễn các số nguyên $-5, -4, -2, 3, 5$ trên trục số ở Hình 3.



Hình 3

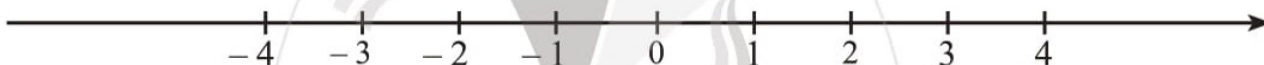
c) Ghi điểm gốc 0 vào trục số ở Hình 4.



Hình 4

14. Quan sát trục số ở Hình 5 và trả lời các câu hỏi:

- Điểm biểu diễn số 3 cách điểm gốc 0 bao nhiêu đơn vị?
- Số nguyên nào có điểm biểu diễn cách điểm gốc 0 một khoảng là 2 đơn vị?
- Số nguyên âm nào có điểm biểu diễn cách điểm 2 một khoảng là 3 đơn vị?
- Số nguyên dương nào có điểm biểu diễn cách điểm -1 một khoảng là 5 đơn vị?



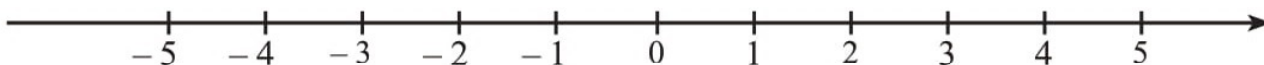
Hình 5

15. Vẽ một trục số nằm ngang, sau đó:

- Chỉ ra các số nguyên có điểm biểu diễn cách điểm gốc 0 một khoảng là 4 đơn vị;
- Nêu ba cặp số nguyên có điểm biểu diễn cách đều điểm 0.

16. Quan sát trục số nằm ngang ở Hình 6, tìm các số nguyên:

- Có điểm biểu diễn nằm bên phải điểm gốc 0 và cách gốc 0 một khoảng là 3 đơn vị. Sau đó, tìm số đối của các số nguyên đó.
- Có điểm biểu diễn cách điểm 1 một khoảng là 3 đơn vị. Sau đó, tìm số đối của các số nguyên đó.



Hình 6

17. Tìm số đối của các số nguyên sau: $-54, -432, -1\,234, 767, 8\,765, 100\,000$.

18. a) So sánh các cặp số sau: 52 và -25 ; 0 và -17 ; -315 và 314; 1 231 và 1 321.

b) Sắp xếp các số sau: 2, -21 , 34, -541 , $-1\,276$, 127, $-32\,156$ theo thứ tự giảm dần.

PHÉP CỘNG CÁC SỐ NGUYÊN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Phép cộng hai số nguyên a và b :

Cộng hai số nguyên dương chính là cộng hai số tự nhiên khác 0.

Cách cộng hai số nguyên âm và cộng hai số nguyên khác dấu như sau:

Các bước	Cộng hai số nguyên âm	Cộng hai số nguyên khác dấu
<i>Bước 1</i>	Bỏ dấu “–” trước mỗi số	Bỏ dấu “–” trước số nguyên âm, giữ nguyên số còn lại
<i>Bước 2</i>	Tính tổng của hai số nguyên dương nhận được ở <i>Bước 1</i>	Trong hai số nguyên dương nhận được ở <i>Bước 1</i> , ta lấy số lớn hơn trừ đi số nhỏ hơn
<i>Bước 3</i>	Thêm dấu “–” trước kết quả nhận được ở <i>Bước 2</i> , ta có tổng cần tìm.	Cho hiệu vừa nhận được dấu ban đầu của số lớn hơn ở <i>Bước 2</i> , ta có tổng cần tìm.

– Tính chất của phép cộng: giao hoán, kết hợp, cộng với số 0, cộng với số đối.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Lúc 7 giờ nhiệt độ ở thành phố Vostok (Nga) là -16°C , đến 13 giờ nhiệt độ tăng thêm 5°C nữa. Tính nhiệt độ ở thành phố Vostok lúc 13 giờ.

Giải. Nhiệt độ ở thành phố Vostok lúc 13 giờ là: $(-16) + 5 = -11 (^{\circ}\text{C})$.

Ví dụ 2 Tính một cách hợp lí:

a) $255 + 93 + 145$;

b) $22 + (-254) + 178$;

c) $(-133) + (-15) + 133$;

d) $(-456) + (-15) + 56 + (-85)$.

Giải

$$\begin{aligned} \text{a) } & 255 + 93 + 145 \\ &= (255 + 145) + 93 \\ &= 400 + 93 \\ &= 493. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 22 + (-254) + 178 \\ &= (22 + 178) + (-254) \\ &= 200 + (-254) \\ &= [-(254 - 200)] = -54. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & (-133) + (-15) + 133 \\ &= [(-133) + 133] + (-15) \\ &= -15. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & (-456) + (-15) + 56 + (-85) \\ &= [(-456) + 56] + [(-15) + (-85)] \\ &= (-400) + (-100) = -500. \end{aligned}$$

C. BÀI TẬP

19. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai? Giải thích.
- Tổng của một số nguyên dương và một số nguyên âm là một số nguyên âm.
 - Tổng của một số nguyên dương và một số nguyên âm là một số nguyên dương.
 - Hai số đối nhau có tổng bằng 0.
20. Trong giờ học nhóm, ba bạn An, Bình, Chi đã lần lượt phát biểu như sau:
- Bạn An: “Tổng của hai số nguyên dương luôn lớn hơn mỗi số hạng của nó”.
 - Bạn Bình: “Tổng của hai số nguyên âm luôn lớn hơn mỗi số hạng của nó”.
 - Bạn Chi: “Tổng của hai số nguyên cùng dấu luôn cùng dấu với hai số nguyên đó”.
- Bạn nào phát biểu nào đúng, bạn nào phát biểu nào sai? Giải thích.
21. Một chiếc tàu ngầm đang ở độ cao -25 m so với mực nước biển, tàu tiếp tục lặn xuống thêm 10 m nữa. Độ cao mới của tàu đó so với mực nước biển là bao nhiêu?
22. Nhiệt độ trong phòng đông lạnh của công ty cá Bình An đang là -6°C . Bác Lan đã điều chỉnh nhiệt độ phòng đông lạnh hai lần. Lần một giảm nhiệt độ xuống bớt 7°C , lần hai lại tăng nhiệt độ thêm 5°C . Sau hai lần điều chỉnh, nhiệt độ trong phòng đông lạnh là bao nhiêu độ C?
23. Một nhà hàng hải sản nợ ngân hàng 30 triệu đồng, sau đó nhà hàng đã trả nợ ngân hàng 10 triệu đồng. Số dư tài khoản của nhà hàng ở ngân hàng là bao nhiêu?
24. Chọn số thích hợp cho $?$:

a	-13	-199	-21	-398
b	125	$-1\,222$	$?$	396
c	-17	199	-17	$?$
$a + b$	$?$	$?$	-21	$?$
$a + b + c$	$?$	$?$	$?$	-988

25. a) Cho a là số nguyên dương nhỏ nhất có hai chữ số chia hết cho 2 và 5; b là số nguyên âm lớn nhất có ba chữ số. Tính tổng $a + b$.
- b) Cho m là số nguyên dương nhỏ nhất có ba chữ số khác nhau; n là số nguyên dương nhỏ nhất có bốn chữ số và p là số nguyên âm nhỏ nhất có năm chữ số. Tính tổng $m + n + p$.

26. Thực hiện phép tính:

a) $145 + 43 + (-145) + 57$;

b) $(-123) + 101 + (-777) + 99$;

c) $(-8\,955) + 33 + (-45) + (-133)$;

d) $(-2) + (-4) + (-6) + (-8) + (-10) + 8 + 10 + 12$;

e) $(-2\,020) + (-598) + (-201) + 498 + 301$;

g) $(-1) + (-2) + 3 + 4 + \dots + (-97) + (-98) + 99 + 100$.

27. Một toà nhà có 20 tầng và 3 tầng hầm. Người ta biểu thị tầng G (tầng có mặt sàn là mặt đất) là 0, tầng hầm B1 là -1 và tầng hầm B2 là -2 , ... Hãy dùng phép cộng số nguyên để diễn tả tình huống sau: Một người đang ở tầng 2, người đó đi thang máy lên 8 tầng và sau đó lại đi xuống 11 tầng. Cuối cùng người đó dừng lại ở tầng mấy?

28. Cho 43 số nguyên, trong đó tổng của 7 số bất kì là một số nguyên âm. Chứng tỏ rằng tổng của 43 số đó là số nguyên âm.

29. Bạn Nam xây dựng một tháp các số như sau:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & -1 & & -1 & & -1 \\
 & & -2 & & -2 & & -2 & & -2 \\
 & -3 & & -4 & & -4 & & -4 & & -3 \\
 & -4 & & -7 & & -8 & & -8 & & -7 & & -4 \\
 -5 & & -11 & & -15 & & -16 & & -15 & & -11 & & -5 \\
 \boxed{?} & \boxed{?} & \boxed{?} & \boxed{?} & \boxed{?} & \boxed{?} & \boxed{?} & \boxed{?} & \boxed{?}
 \end{array}$$

a) Hãy khám phá quy luật xây tháp của bạn Nam để tìm các số thích hợp cho $\boxed{?}$.

b) Tính tổng tất cả các số vừa tìm được ở $\boxed{?}$.

§4 PHÉP TRỪ SỐ NGUYÊN. QUY TẮC DẤU NGOẶC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Phép trừ hai số nguyên a và b : Muốn trừ số nguyên a cho số nguyên b , ta cộng a với số đối của b . Ta có $a - b = a + (-b)$.

– Phép trừ trong $\mathbb{N}$ không phải bao giờ cũng thực hiện được, còn phép trừ trong $\mathbb{Z}$ luôn thực hiện được.

– Quy tắc dấu ngoặc:

$$a + (b + c) = a + b + c; \quad a + (b - c) = a + b - c;$$

$$a - (b + c) = a - b - c; \quad a - (b - c) = a - b + c.$$

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Vào lúc 9 giờ, mũi khoan của một dàn khoan trên biển đang ở độ cao 3 m so với mực nước biển. Lúc 10 giờ, mũi khoan được điều khiển đi xuống 12 m. Lúc 11 giờ, mũi khoan lại được điều khiển xuống thêm 5 m. Tính độ cao của mũi khoan lúc 11 giờ so với mực nước biển.

Giải

Độ cao của mũi khoan lúc 10 giờ so với mực nước biển là: $3 - 12 = -9$ (m).

Độ cao của mũi khoan lúc 11 giờ so với mực nước biển là: $(-9) - 5 = -14$ (m).

Ví dụ 2 Tính một cách hợp lí:

a) $(57 - 1\,451) + 1\,451$;

b) $116 - 99 - 1$;

c) $1\,883 - (12\,345 + 883) + 5$;

d) $(-5\,076) - (1\,365 - 5\,076)$.

Giải

a) $(57 - 1\,451) + 1\,451$

$$= 57 + (-1\,451) + 1\,451$$

$$= 57 + [(-1\,451) + 1\,451]$$

$$= 57 + 0$$

$$= 57.$$

b) $116 - 99 - 1$

$$= 116 + (-99) + (-1)$$

$$= 116 + [(-99) + (-1)]$$

$$= 116 + (-100)$$

$$= 116 - 100 = 16.$$

c) $1\,883 - (12\,345 + 883) + 5$

$$= 1\,883 - 12\,345 - 883 + 5$$

$$= [1\,883 + (-883)] + [5 + (-12\,345)]$$

$$= 1\,000 + (-12\,340)$$

$$= -11\,340.$$

d) $(-5\,076) - (1\,365 - 5\,076)$

$$= (-5\,076) - 1\,365 + 5\,076$$

$$= [(-5\,076) + 5\,076] + (-1\,365)$$

$$= 0 + (-1\,365)$$

$$= -1\,365.$$

C. BÀI TẬP

30. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai? Giải thích.

a) Với a, b là các số nguyên dương, hiệu $a - b$ là một số nguyên dương.

b) Với a, b là các số nguyên âm, hiệu $a - b$ là một số nguyên âm.

c) Số 0 trừ đi một số nguyên thì bằng số đối của số nguyên đó.

31. Thực hiện các phép tính sau:

a) $12 - 13$;

b) $(-511) - (-11)$;

c) $0 - (12\,345 + 15)$;

d) $333 - [(-14\,657) + 57] - 78$.

32. Vào mùa mưa, mực nước trung bình của một hồ chứa cao hơn 5 m so với mực nước thông thường. Vào mùa khô, mực nước trung bình của hồ chứa đó lại thấp hơn 3 m so với mực nước thông thường. Mực nước trung bình của hồ chứa đó vào mùa mưa và mùa khô chênh nhau bao nhiêu mét?

33. Quan sát trục số nằm ngang ở Hình 7 và thực hiện các phép tính sau:

a) $d - c$;

b) $(-c) - d$;

c) $c - (-d)$;

d) $(-d) - (-c)$.



Hình 7

34. Tại câu lạc bộ Toán học, ba bạn Lâm, Hùng và Khánh tranh luận với nhau:

Bạn Lâm khẳng định luôn tìm được hai số nguyên mà hiệu của chúng lớn hơn cả số trừ và số bị trừ; bạn Hùng thì bảo tìm được hai số nguyên mà hiệu của chúng chỉ lớn hơn số bị trừ; còn bạn Khánh cho rằng không thể tìm được hai số nguyên nào như bạn Lâm và Hùng khẳng định. Theo em, bạn nào đúng? Giải thích.

35. Chọn số thích hợp cho (?):

a	12	231	-2 025	?	?
b	-415	-231	?	-908 761	-87 654
$a - b$	?	?	-4 987	1 000 000	0

36. Tính một cách hợp lí:

a) $(39 - 2\,689) + 2\,689$;

b) $-(12\,345 - 999)$;

c) $(-1\,312) - (1\,998 - 1\,312)$;

d) $(-6\,955) - 33 - 45 - (-133)$;

e) $(-21) - 23 - [16 - (-18) - 18 - 16] + 2\,144$;

g) $(-2\,020) - 2\,018 - 2\,016 - \dots - 2\,008$.

37. Cho các số nguyên a, b, c, d . Chứng tỏ rằng x, y là hai số đối nhau, biết:

$$x = (-a) + b - (c + d) \text{ và } y = c - b + (d + a).$$

38. Tìm số nguyên x , biết:

a) $x - 345 = 69$;

b) $x - 345 - 69 = -12$;

c) $x + [(-703) + 12] = -900$;

d) $12\,987 - x - [(-720) + 1\,247 - 247] = 12\,987$.

39. Cho một dải ô gồm 20 ô (quy ước ô đầu tiên bên trái dải ô là ô thứ nhất, ô tiếp theo là ô thứ hai, ..., ô cuối cùng bên phải là ô thứ 20). Ở các ô thứ hai, thứ tư và thứ bảy được điền lần lượt các số -17 ; -36 và -19 .

?	-17	?	-36	?	?	-19	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
---	-----	---	-----	---	---	-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Hình 8

a) Tìm số nguyên cho $\boxed{?}$ sao cho tổng của 4 số ở bốn ô liên nhau bằng -100 .

b) Gọi x, y lần lượt là tổng của 10 số đầu và 10 số cuối được điền vào dải ô. Tìm hiệu của $x - y$.

§5 PHÉP NHÂN CÁC SỐ NGUYÊN

A.KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Phép nhân hai số nguyên a và b :

Nhân hai số nguyên dương chính là nhân hai số tự nhiên khác 0.

Cách nhân hai số nguyên âm và nhân hai số nguyên khác dấu như sau:

Các bước	Nhân hai số nguyên âm	Nhân hai số nguyên khác dấu
Bước 1	Bỏ dấu “-” trước mỗi số	Bỏ dấu “-” trước số nguyên âm, giữ nguyên số còn lại
Bước 2	Tính tích của hai số nguyên dương nhận được ở Bước 1, ta có tích cần tìm.	Tính tích của hai số nguyên dương nhận được ở Bước 1
Bước 3		Thêm dấu “-” trước kết quả nhận được ở Bước 2, ta có tích cần tìm.

– Tích của hai số nguyên khác dấu là số nguyên âm; Tích của hai số nguyên cùng dấu là số nguyên dương; Tích của một số nguyên với 0 bằng 0.

– Tính chất của phép nhân: giao hoán, kết hợp, nhân với số 1, phân phối của phép nhân đối với phép cộng, phép trừ.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Công ty Phú Quý có lợi nhuận ở mỗi tháng trong Quý III là 20 triệu đồng. Trong Quý IV, lợi nhuận mỗi tháng của công ty là -10 triệu đồng. Trong 6 tháng cuối năm, lợi nhuận của công ty Phú Quý là bao nhiêu tiền?

Giải

Trong Quý III, công ty Phú Quý có lợi nhuận là: $20 \cdot 3 = 60$ (triệu đồng).

Trong Quý IV, công ty Phú Quý có lợi nhuận là: $(-10) \cdot 3 = -30$ (triệu đồng).

Vậy trong 6 tháng cuối năm, lợi nhuận của công ty Phú Quý là:

$$60 + (-30) = 30 \text{ (triệu đồng).}$$

Ví dụ 2 Tính một cách hợp lí:

a) $(-125) \cdot 45 \cdot (-8)$;

b) $116 \cdot (-991) \cdot 0 \cdot 231$;

c) $87 \cdot (-129) + 129 \cdot (-13)$;

d) $(-1\,476) \cdot (-312) + 1\,476 \cdot (-12)$.

Giải

a) $(-125) \cdot 45 \cdot (-8) = (-125) \cdot (-8) \cdot 45 = 1\,000 \cdot 45 = 45\,000$.

b) $116 \cdot (-991) \cdot 0 \cdot 231 = 0$.

c) $87 \cdot (-129) + 129 \cdot (-13)$

$= 129 \cdot (-87) + 129 \cdot (-13)$

$= 129 \cdot [(-87) + (-13)]$

$= 129 \cdot (-100)$

$= -12\,900$.

d) $(-1\,476) \cdot (-312) + 1\,476 \cdot (-12)$

$= 1\,476 \cdot 312 + 1\,476 \cdot (-12)$

$= 1\,476 \cdot [312 + (-12)]$

$= 1\,476 \cdot 300$

$= 442\,800$.

C. BÀI TẬP

40. Thực hiện phép tính:

a) $(-6) \cdot 9$;

b) $(-12) \cdot (-987)$;

c) $90 \cdot (-108) \cdot (-3)$;

d) $29 \cdot (-78) \cdot (-9) \cdot (-11)$;

e) $6 \cdot (-4^2) \cdot (-10^2) + 5^2$;

g) $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) + 7^3$;

h) $(-10^3) \cdot (-10^2) - 13^2$;

i) $(-8) \cdot (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) - 8^4 + 10^5$.

41. Chọn các dấu “+”, “-” thích hợp cho $\boxed{?}$:

Dấu của a	Dấu của b	Dấu của $a \cdot b$
+	-	?
-	+	?
-	-	?
+	+	?

42. Chọn số thích hợp cho $\boxed{?}$:

a	-23	221	?	-25	12
b	-9	-45	399	?	?
c	2	?	0	-1	-38
$a \cdot b$	?	?	1 197	-100	-156
$c \cdot (a + b)$	?	176	?	?	?

43. Tính giá trị của biểu thức trong mỗi trường hợp sau:

- a) $19x$ với $x = -7$;
 b) $28xy$ với $x = -12$ và $y = -15$;
 c) $29m - 58n$ với $m = -2$ và $n = 3$;
 d) $(-2\,021)abc + ab$ với $a = -21$, $b = -11$ và $c = 0$.

44. Chọn các dấu “<”, “>”, “=” thích hợp cho $\boxed{?}$:

- a) $(-76) \cdot (-2) \boxed{?} 76 \cdot 2$; b) $(-4\,098) \cdot 0 \boxed{?} 98$;
 c) $-144 \boxed{?} 12 \cdot (-12) \cdot 11$; d) $432 \cdot 37 \cdot 32 \boxed{?} (-432) \cdot 37 \cdot (-32)$;
 e) $4\,138 \cdot (-12) \cdot 6\,171 \boxed{?} 0$; g) $(-98) \cdot 54 \cdot (-33) \cdot 9 \boxed{?} (-98) \cdot 54 \cdot 33 \cdot 9$.

45. Tính một cách hợp lí:

- a) $(-16) \cdot (-9) \cdot 5$; b) $(-15) \cdot 999$;
 c) $(-25) \cdot 144 \cdot (-4)$; d) $(-125) \cdot 2\,020 \cdot (-8)$;
 e) $(-2\,021) \cdot (-15) + (-15) \cdot 2\,020$; g) $121 \cdot (-63) + 63 \cdot (-53) - 63 \cdot 26$.

46. Báo cáo kinh doanh trong 6 tháng đầu năm của công ty Bình An được thống kê như sau:

Tháng	Lợi nhuận (triệu đồng)
Tháng 1	50
Tháng 2	– 10
Tháng 3	50
Tháng 4	40
Tháng 5	– 20
Tháng 6	– 10

Sau 6 tháng đầu năm, công ty Bình An kinh doanh lãi hay lỗ với số tiền là bao nhiêu?

47. So sánh hai biểu thức sau mà không tính cụ thể giá trị của chúng:

- a) $(-2\,021) \cdot 2\,021$ và $(-2\,020) \cdot 2\,022$;
b) $(8\,765 - 5\,678) \cdot [5\,678 - 9\,765 + (-12)]$ và $4\,342$.

48. Cho hai số nguyên x, y ($x \neq 0, y \neq 0, x > y; x \neq -y$).

Gọi $m = x^2 \cdot y^2 \cdot (x - y) \cdot (x + y)^4$. Hỏi m là số nguyên dương hay nguyên âm?

49. Tìm các số nguyên x thỏa mãn:

- a) $16x^2 = 64$; b) $25(x^2 - 1) - 75 = 9\,900$;
c) $(x - 6) \cdot (2x - 6) = 0$; d) $(5x - 10) \cdot (6x + 12) = 0$.

50. Cho bảng gồm $2\,015 \times 2\,015$ ô vuông nhỏ (Hình 9).

Điền vào mỗi ô của bảng số 1 hoặc số -1 .

Bên trái mỗi dòng thứ i ghi tích các số của dòng đó và đặt là x_i . Dưới mỗi cột thứ j ghi tích các số của cột đó và đặt là y_j .

($i = 1; 2; \dots; 2\,015$ và $j = 1; 2; \dots; 2\,015$)

Chứng tỏ rằng tổng của $4\,030$ số x_i, y_j nhận được khác 0.

x_1				
x_2				
$\vdots$				
x_{2015}				
	y_1	y_2	$\dots$	y_{2015}

Hình 9



PHÉP CHIA HẾT HAI SỐ NGUYÊN. QUAN HỆ CHIA HẾT TRONG TẬP HỢP SỐ NGUYÊN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Phép chia hết số nguyên a cho số nguyên b ($b \neq 0$):

Phép chia hết hai số nguyên dương chính là phép chia hết hai số tự nhiên khác 0.

Cách chia hai số nguyên âm và chia hai số nguyên khác dấu như sau:

Các bước	Chia hai số nguyên âm	Chia hai số nguyên khác dấu
<i>Bước 1</i>	Bỏ dấu “–” trước mỗi số	Bỏ dấu “–” trước số nguyên âm, giữ nguyên số còn lại
<i>Bước 2</i>	Tính thương của hai số nguyên dương nhận được ở <i>Bước 1</i> , ta có thương cần tìm.	Tính thương của hai số nguyên dương nhận được ở <i>Bước 1</i>
<i>Bước 3</i>		Thêm dấu “–” trước kết quả nhận được ở <i>Bước 2</i> , ta có thương cần tìm.

– Trong phép chia hết, thương của hai số nguyên khác dấu là số nguyên âm và thương của hai số nguyên cùng dấu là số nguyên dương.

– Cho hai số nguyên a, b ($b \neq 0$). Nếu có số nguyên q sao cho $a = b \cdot q$ thì ta nói a chia hết cho b ; a là bội của b ; b là ước của a .

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Trong các số $-133, -63, -15, 28, 78, 1\ 155$:

a) Số nào chia hết cho 7, số nào không chia hết cho 7?

b) Số nào chia hết cho -7 , số nào không chia hết cho -7 ?

Giải

a) Do $-133 = 7 \cdot (-19)$; $-63 = 7 \cdot (-9)$; $28 = 7 \cdot 4$ và $1\ 155 = 7 \cdot 165$ nên các số nguyên $-133, -63, 28$ và $1\ 155$ chia hết cho 7.

Do $-15 = 7 \cdot (-2) - 1$ và $78 = 7 \cdot 11 + 1$ nên các số nguyên -15 và 78 không chia hết cho 7.

b) Do $-133 = (-7) \cdot 19$; $-63 = (-7) \cdot 9$; $28 = (-7) \cdot (-4)$ và $1\,155 = (-7) \cdot (-165)$ nên các số nguyên -133 , -63 , 28 và $1\,155$ chia hết cho -7 .

Do $-15 = (-7) \cdot 2 - 1$ và $78 = (-7) \cdot (-11) + 1$ nên các số nguyên -15 và 78 không chia hết cho -7 .

Ví dụ 2 Tìm hai số nguyên a, b biết $a + b = -408$ và $a : b = -18$.

Giải

Có $a : b = -18$ suy ra $a = (-18) \cdot b$. Mặt khác, $a + b = -408$ cho nên $(-18) \cdot b + b = [(-18) + 1] \cdot b = (-17) \cdot b = -408$ hay $b = (-408) : (-17) = 24$.

Suy ra $a = (-18) \cdot 24 = -432$. Vậy $a = -432$ và $b = 24$.

C. BÀI TẬP

51. Thực hiện phép tính:

a) $(-56) : 7$;

b) $(-132) \cdot (-98) : 11$;

c) $[900 + (-1\,140) + 720] : (-120)$;

d) $[299 \cdot (-74) + (-299) \cdot (-24)] : (-50)$;

e) $6 \cdot (-4^2) \cdot (-10^2) : 2^4$;

g) $[(-9) \cdot (-9) \cdot (-9) + 9^3] : 8^{10}$.

52. Cho a, b ($b \neq 0$) là các số nguyên và a chia hết cho b . Điền các dấu “+”, “-” thích hợp cho $\boxed{?}$:

Dấu của a	Dấu của b	Dấu của $a : b$
+	-	?
-	+	?
-	-	?
+	+	?

53. Chọn các dấu “<”, “>”, “=” thích hợp cho $\boxed{?}$:

a) $(-96) : (-4) \boxed{?} 24$;

b) $(-1\,716) : 143 \boxed{?} -12$;

c) $12\,354 \cdot (-15) \cdot 17 : 255 \boxed{?} 12\,345$;

d) $432 \cdot 37 \cdot 32 : 2^7 \boxed{?} 37$;

e) $[1\,024 \cdot 54 \cdot (-3^3) \cdot 19] : (-2^{10}) \boxed{?} -514$;

g) $[0 : (-5^3)] : 9 \boxed{?} 0$.

54. So sánh hai biểu thức sau mà không tính cụ thể giá trị của chúng:

a) $(-200\,200) : 20 + 20$ và $2\,020 : 20$;

b) $(9\,876 - 6\,789) \cdot (9\,876 + 6\,789)$ và -134 .

55. Tìm các số nguyên x , biết:

a) $(-3) \cdot x = 264$;

b) $x + x + x + x = 900$;

c) $100 : (x - 7) = 1$;

d) $(5x - 10) : (77x^2 + 1) = 0$.

56. Người ta viết các số nguyên $-1; -2; -3; \dots; -2\,020; -2\,021$ vào các cột **A, B, C, D, E, G, H** như bảng sau:

A	B	C	D	E	G	H
-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7
-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8
-15	-16	-17	-18	-19	-20	-21
-28	-27	-26	-25	-24	-23	-22
...	...	...	...	...	...	...

Hỏi số $-2\,021$ nằm ở cột nào?

57. Chỉ số đồng hồ đo nước sinh hoạt cuối các tháng 9, 10, 11, 12 của năm 2020 ở nhà bác Long được thống kê trong bảng sau:

Thời điểm	Cuối tháng 9	Cuối tháng 10	Cuối tháng 11	Cuối tháng 12
Chỉ số đồng hồ đo nước (m^3)	22	26	31	37

Biết số tiền nước phải trả cho mỗi m^3 là không đổi và tổng số tiền mà bác Long phải trả trong Quý IV là 90 000 đồng. Tính số tiền nước mà bác Long phải trả của tháng 10 và của tháng 11 năm 2020.

58. Một công ty cơ khí sản xuất đồ dùng dân dụng đã đề xuất chế độ thưởng phạt như bảng sau:

Loại sản phẩm	Mức thưởng/phạt cho 1 sản phẩm
A	Thưởng 100 000 đồng
B	Thưởng 50 000 đồng
C	Phạt 30 000 đồng
D	Phạt 70 000 đồng

Bác Toàn làm được 40 sản phẩm loại A, 35 sản phẩm loại B, 15 sản phẩm loại C và 10 sản phẩm loại D. Vậy bác Toàn được thưởng hay phạt trung bình bao nhiêu tiền trên mỗi sản phẩm?

59. Bạn Nam có một bộ sưu tập gồm 169 quyển truyện khác nhau và muốn tặng bạn bè, biết không có hai bạn nào nhận được số quyển truyện bằng nhau. Bạn Nam có thể tặng được nhiều nhất cho bao nhiêu bạn?
60. Tìm các số nguyên x , sao cho:
- a) 11 chia hết cho x ;
 - b) x chia hết cho 18;
 - c) $2x - 3$ là bội của $x + 1$;
 - d) $x - 2$ là ước của $3x - 2$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG II

61. Tính một cách hợp lí:

- a) $(2\,021 - 39) + [(-21) + (-61)]$;
- b) $(-652) - \{(-547) - 352 - [(-147) - (-735) + (2\,200 + 65)]\}$;
- c) $(-16) \cdot 125 \cdot [(-3) \cdot 2^2] \cdot 5^3 - 2 \cdot 10^6$;
- d) $(134 - 34) \cdot (-28) + 72 \cdot [(-55) - 45]$.

62. Tìm số nguyên x , biết:

- a) $(-300) : 20 + 5 \cdot (3x - 1) = 25$;
- b) $(5 \cdot 13)^x = 25 \cdot (5^3 + 4 \cdot 11)^2 : (3^4 - 3^5 : 3^3 + 97) (x \geq 0)$;
- c) $(x - 5) \cdot (3x - 6) = 0$;
- d) $(2x + 1)^2 \cdot (x - 6) > 0$;
- e) $(x + 1) \cdot (x - 4) < 0$.

63. Tìm các giá trị thích hợp của chữ số a , sao cho:

- a) $\overline{a40} : 10 < 23$;
- b) $(-820) : 5 \cdot 2^2 \leq \overline{4a}$;
- c) $\overline{a98} \leq 4\,340 : 5 < \overline{8a0}$.

64. Tính $A - B$, biết rằng A là tích của các số nguyên âm chẵn có một chữ số và B là tổng của các số nguyên dương lẻ có hai chữ số.

65. Bạn Nam muốn điền các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 vào các ô trống ở bảng bên sao cho tổng các số ở mỗi hàng, mỗi cột và mỗi đường chéo bằng nhau. Tính tổng bốn số ở bốn ô được tô đậm.

		7

66. Cho bảng 3×3 ô vuông.

a) Viết 9 số nguyên khác 0 vào 9 ô của bảng. Biết rằng tích các số ở mỗi dòng đều là số nguyên âm. Chứng tỏ rằng luôn tồn tại một cột mà tích các số ở cột ấy là số nguyên âm.

b) Có thể điền được hay không 9 số nguyên vào 9 ô của bảng sao cho tổng các số ở ba dòng lần lượt bằng -15 , -18 , 78 và tổng các số ở ba cột lần lượt bằng 24 , -12 , 65 ?

67. Chứng tỏ rằng với mọi số nguyên n :

a) $n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2)$ chia hết cho 2 và 3;

b) $n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2) \cdot (n + 3)$ chia hết cho 3 và 8.

68. a) Có tồn tại số tự nhiên n để $n^2 + n + 2$ chia hết cho 5 hay không?

b) Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất sao cho n vừa là tổng của 5 số tự nhiên liên tiếp, vừa là tổng của 7 số tự nhiên liên tiếp.

69. Tìm số nguyên x , biết:

a) $2x - 1$ là bội của $x - 3$;

b) $2x + 1$ là ước của $3x + 2$;

c) $(x - 4) \cdot (x + 2) + 6$ không là bội của 9;

d) 9 không là ước của $(x - 2) \cdot (x + 5) + 11$.

70. Tìm số nguyên a, b , sao cho:

a) $(2a - 1) \cdot (b^2 + 1) = -17$;

b) $(3 - a) \cdot (5 - b) = 2$;

c) $ab = 18, a + b = 11$.

71. Tìm số nguyên x , sao cho:

a) $A = x^2 + 2\,021$ đạt giá trị nhỏ nhất;

b) $B = 2\,022 - 20x^{20} - 22x^{22}$ đạt giá trị lớn nhất.

1. a) $-32, -54, -1\,092, -13\,456$.
b) $-3, -7, -45, -765$.
2. a) Âm hai, âm bốn mươi ba, âm chín trăm mười hai, âm năm nghìn một trăm hai mươi sáu.
b) 11, 107, 75 không là số nguyên âm.

3. a) Ta có cách đọc và viết nhiệt độ như sau:

Ngày/Tháng/Năm	Đọc nhiệt độ	Viết nhiệt độ
17/02/2020	Âm năm độ C	$-5\text{ }^{\circ}\text{C}$
18/02/2020	Âm bốn độ C	$-4\text{ }^{\circ}\text{C}$
21/02/2020	Âm ba độ C	$-3\text{ }^{\circ}\text{C}$

- b) Phát biểu “Nhiệt độ thấp nhất ở Bắc Kinh ngày 19/02 là $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ ” là đúng.
Phát biểu “Nhiệt độ thấp nhất Bắc Kinh ngày 20/02 là $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ” là sai.

4. a) $-200\,000\,000$ đồng. b) $-700\,000$ đồng. c) $-10\,925\text{ m}$.

5. a) Ta có cách đọc và viết nhiệt độ của các nhiệt kế như sau:

Nhiệt kế	Đọc nhiệt độ	Viết nhiệt độ
Hình 1a	Âm ba độ C	$-3\text{ }^{\circ}\text{C}$
Hình 1b	Âm hai độ C	$-2\text{ }^{\circ}\text{C}$
Hình 1c	Không độ C	$0\text{ }^{\circ}\text{C}$

- b) Nhiệt kế ở Hình 1a và Hình 1b chỉ nhiệt độ dưới $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

6. a) Nhà triết học, đồng thời là nhà toán học Thales sinh khoảng năm -625 .
b) Vườn treo Babylon do vua Nebuchadnezzar II xây dựng từ khoảng năm -603 .
c) Thành Cổ Loa được vua An Dương Vương xây dựng từ khoảng năm -300 .

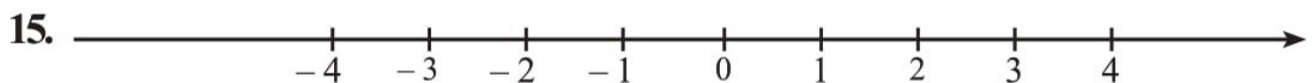
7. a) Độ cao của nơi sâu nhất hồ Baikal (Liên bang Nga) là: $-1\,642\text{ m}$.
 b) Độ cao của nơi sâu nhất hồ Great Slave (tây bắc Canada) là: -614 m .
 c) Độ cao trung bình của đáy hồ Victoria là: -40 m .
8. a) $7 \in \mathbb{N}$; b) $-12 \notin \mathbb{N}$; c) $0 \in \mathbb{Z}$; d) $-2\,222 \in \mathbb{Z}$; e) $\frac{11}{7} \notin \mathbb{Z}$; g) $\frac{2\,321}{75} \notin \mathbb{Z}$.
9. Bạn An phát biểu sai vì tập hợp các số nguyên bao gồm các số nguyên âm, các số nguyên dương và số 0.
10. a) $321, 0, \frac{1}{27}, \frac{44}{455}$. b) $-17, -539, -543\,689$.
11. a) $9\,500\text{ m}$. b) -20 m . c) $-1\,000\text{ m}$.
- 12.

Bộ phận nhà giàn	Số nguyên biểu thị độ cao
Phần 3 chân đỡ	-15 m
Phần 2 chân đỡ	-9 m
Phần 1 chân đỡ	-4 m
Tầng 1	8 m
Tầng 2	18 m
Tầng 3	25 m

13. a) Các điểm A, B, C, D lần lượt biểu diễn các số $-4, -2, 1, 4$.



14. a) 3 đơn vị. b) -2 và 2 . c) -1 . d) 4 .



- a) -4 và 4 . b) -1 và 1 ; -2 và 2 ; -3 và 3 .

16. a) Số nguyên đó là 3 . Số đối của 3 là -3 .

- b) Các số nguyên đó là -2 và 4 . Số đối của -2 và 4 lần lượt là 2 và -4 .

17. 54, 432, 1 234, - 767, - 8 765, - 100 000.

18. a) $52 > -25$; $0 > -17$; $-315 < 314$; $1\,231 < 1\,321$.

b) 127, 34, 2, - 21, - 541, - 1 276, - 32 156.

19. a) Phát biểu sai. Ví dụ: $8 + (-3) = 5$ và 5 là số nguyên dương.

b) Phát biểu sai. Ví dụ: $14 + (-15) = -1$ và - 1 là số nguyên âm.

c) Phát biểu đúng do $a + (-a) = 0$ với mọi số nguyên a .

20. a) Bạn An phát biểu đúng vì nếu a và b là hai số nguyên dương thì $a > 0$ và $b > 0$, nên $a + b > b$ và $a + b > a$.

b) Bạn Bình phát biểu sai. Chẳng hạn: $(-20) + (-7) = -27$ nhưng $-27 < -20$ và $-27 < -7$.

c) Bạn Chi phát biểu đúng vì nếu a và b là hai số nguyên dương thì $a + b$ là số nguyên dương; nếu a và b là hai số nguyên âm thì $a + b$ là số nguyên âm.

21. Độ cao mới của tàu so với mực nước biển là: $(-25) + (-10) = -35$ (m).

22. Sau hai lần điều chỉnh, nhiệt độ trong phòng đông lạnh là:

$$(-6) + (-7) + 5 = -8 \text{ (}^{\circ}\text{C)}.$$

23. Số dư tài khoản của nhà hàng ở ngân hàng là: $(-30) + 10 = -20$ (triệu đồng).

24. Kết quả như trong bảng sau đây:

a	- 13	- 199	- 21	- 398
b	125	-1 222	0	396
c	- 17	199	- 17	- 986
$a + b$	112	- 1 421	- 21	- 2
$a + b + c$	95	- 1 222	- 38	- 988

25. a) Vì a là số nguyên dương nhỏ nhất có hai chữ số chia hết cho 2 và 5 cho nên $a = 10$ và b là số nguyên âm lớn nhất có ba chữ số suy ra $b = -100$.

Vậy tổng $a + b = 10 + (-100) = -90$.

b) m là số nguyên dương nhỏ nhất có ba chữ số khác nhau nên $m = 102$;

n là số nguyên dương nhỏ nhất có bốn chữ số nên $n = 1\,000$;

p là số nguyên âm nhỏ nhất có năm chữ số nên $p = -99\,999$;

Vậy tổng $m + n + p = 102 + 1\,000 + (-99\,999) = -98\,897$.

26. a) $145 + 43 + (-145) + 57 = [145 + (-145)] + (43 + 57) = 100.$

b) $(-123) + 101 + (-777) + 99$
 $= [(-123) + (-777)] + (101 + 99)$
 $= (-900) + 200$
 $= -700.$

c) $(-8\,955) + 33 + (-45) + (-133)$
 $= [(-8\,955) + (-45)] + [33 + (-133)]$
 $= (-9\,000) + (-100)$
 $= -9\,100.$

d) $(-2) + (-4) + (-6) + (-8) + (-10) + 8 + 10 + 12$
 $= [(-2) + (-4) + (-6)] + [(-8) + 8] + [(-10) + 10] + 12$
 $= (-12) + 12$
 $= 0.$

e) $(-2\,020) + (-598) + (-201) + 498 + 301$
 $= (-2\,020) + \{[(-598) + 498] + [(-201) + 301]\}$
 $= (-2\,020) + \{(-100) + 100\}$
 $= -2\,020.$

g) $(-1) + (-2) + 3 + 4 + \dots + (-97) + (-98) + 99 + 100$
 $= [(-1) + (-2) + 3 + 4] + \dots + [(-97) + (-98) + 99 + 100]$
 $= 4 + 4 + \dots + 4 \quad (25 \text{ số hạng } 4)$
 $= 4 \cdot 25$
 $= 100.$

27. Phép cộng số nguyên để diễn tả tình huống là: $2 + 8 + (-11) = -1$. Vậy cuối cùng người đó dừng lại ở tầng hầm B1.

28. Do có 43 số nguyên, trong đó tổng của 7 số bất kì là một số nguyên âm nên có ít nhất một số trong 43 số đó là số nguyên âm. Gọi số đó là a , có $a < 0$. Chia 42 số còn lại (sau khi đã loại số a) thành 6 nhóm, mỗi nhóm có 7 số. Khi đó, tổng của 7 số ở mỗi nhóm là số nguyên âm, suy ra tổng của 42 số của 6 nhóm đó cũng là số nguyên âm.

Dễ thấy tổng của 42 số (không kể số a) với số a nguyên âm là số nguyên âm. Vậy tổng của 43 số đó là số nguyên âm.

- 29.** a) Gọi hàng thứ nhất là hàng gồm ba số $-1, -1, -1$; hàng thứ hai gồm bốn số $-2, -2, -2, -2$; ...; hàng thứ sáu gồm 8 số cần tìm. Trong mỗi hàng không kể số đứng ở vị trí đầu (bên trái của hàng) và số đứng ở vị trí cuối (bên phải của hàng), mỗi số khác trong hàng đều bằng tổng của hai số ở vị trí ngay phía trên thuộc hàng trước nó. Các số ở vị trí đầu và cuối ở các hàng theo quy luật như sau: $-1; -2; -3; \dots$ Vậy các số cần tìm ở đầu hàng và cuối hàng của hàng thứ sáu bằng -6 . Các số cần tìm tiếp theo ở hàng thứ sáu tính từ trái sang phải lần lượt là: $-16; -26; -31; -31; -26; -16$.

b) Tổng các số vừa tìm được là:

$$\begin{aligned} & (-6) + (-16) + (-26) + (-31) + (-31) + (-26) + (-16) + (-6) \\ &= [(-6) + (-6)] + [(-16) + (-16)] + [(-26) + (-26)] + [(-31) + (-31)] \\ &= (-12) + (-32) + (-52) + (-62) \\ &= -158. \end{aligned}$$

- 30.** a) Phát biểu sai. Ví dụ: $3 - 5 = -2$ và -2 là số nguyên âm.

b) Phát biểu sai. Ví dụ: $(-3) - (-10) = 7$ và 7 là số nguyên dương.

c) Phát biểu đúng. Với a là số nguyên, ta có $0 - a = 0 + (-a) = -a$ và $-a$ là số đối của a .

- 31.** a) $12 - 13 = 12 + (-13) = -1$.

b) $(-511) - (-11) = (-511) + 11 = -500$.

c) $0 - (12\,345 + 15) = 0 - 12\,360 = 0 + (-12\,360) = -12\,360$.

d) $333 - [(-14\,657) + 57] - 78$

$$= 333 - (-14\,600) - 78$$

$$= 333 + 14\,600 - 78$$

$$= 14\,855.$$

- 32.** Ta coi mực nước của hồ cao hơn 5 m so với mực nước thông thường là $+5$ m và mực nước của hồ thấp hơn 3 m so với mực nước thông thường là -3 m.

Khi đó, mực nước chênh lệch giữa mùa mưa và mùa khô của hồ đó là:

$$5 - (-3) = 8 \text{ (m)}.$$

- 33.** Quan sát Hình 7 (trang 79) ta có $d = -3, -c = -2, c = 2, -d = 3$. Khi đó:

a) $d - c = (-3) - 2 = (-5)$.

b) $(-c) - d = (-2) - (-3) = 1$.

c) $c - (-d) = 2 - 3 = -1$.

d) $(-d) - (-c) = 3 - (-2) = 5$.

34. Bạn Lâm khẳng định đúng. Ví dụ: $(-5) - (-8) = 3$ và $3 > -5$, $3 > -8$.

Bạn Hùng khẳng định đúng. Ví dụ: $(-5) - (-2) = -3$ và $-3 > -5$, $-3 < -2$.

Từ các khẳng định đúng của bạn Lâm và Hùng suy ra khẳng định của bạn Khánh sai.

Vậy bạn Lâm và Hùng khẳng định đúng, còn bạn Khánh khẳng định sai.

35. Kết quả như trong bảng dưới đây:

a	12	231	- 2 025	91 239	- 87 654
b	- 415	- 231	2 962	- 908 761	- 87 654
$a - b$	427	462	- 4 987	1 000 000	0

36. a) $(39 - 2\,689) + 2\,689 = 39 + [(-2\,689) + 2\,689] = 39 + 0 = 39$.

b) $-(12\,345 - 999) = -(12\,345 - 1\,000 + 1) = -(11\,345 + 1) = -11\,346$.

c) $(-1\,312) - (1\,998 - 1\,312) = [(-1\,312) + 1\,312] + (-1\,998) = -1\,998$.

d) $(-6\,955) - 33 - 45 - (-133)$
 $= [(-6\,955) + (-45)] + [(-33) - (-133)]$
 $= -7\,000 + 100$
 $= -6\,900$.

e) $(-21) - 23 - [16 - (-18) - 18 - 16] + 2\,144$
 $= [(-21) + (-23)] - (16 + 18 - 18 - 16) + 2\,144$
 $= (-44) - 0 + 2\,144$
 $= 2\,100$.

g) $(-2\,020) - 2\,018 - 2\,016 - \dots - 2\,008$
 $= -(2\,020 + 2\,018 + 2\,016 + \dots + 2\,008)$
 $= -[(2\,020 + 2\,008) + (2\,018 + 2\,010) + (2\,016 + 2\,012) + 2\,014]$
 $= -(4\,028 + 4\,028 + 4\,028 + 2\,014)$
 $= -14\,098$.

37. Ta có: $x = (-a) + b - (c + d) = (-a) + b - c - d = -(a - b + c + d)$;

$$y = c - b + (d + a) = a - b + c + d = -x.$$

Vậy x và y là hai số đối nhau.

38. a) $x - 345 = 69$ suy ra $x = 69 + 345 = 414$.

b) $x - 345 - 69 = -12$ hay $x - (345 + 69) = -12$. Suy ra $x = (-12) + 414 = 402$.

$$c) x + [(-703) + 12] = -900 \text{ hay } x + (-691) = -900.$$

$$\text{Suy ra } x = (-900) - (-691) = -209.$$

$$d) 12\,987 - x - [(-720) + 1\,247 - 247] = 12\,987, \text{ suy ra}$$

$$-x - [(-720) + 1\,247 - 247] = 0 \text{ hay } -x - [(-720) + 1\,000] = 0.$$

$$\text{Do đó } x = -280.$$

- 39.** a) Gọi các số ở ô thứ nhất, ô thứ ba, ô thứ năm, ô thứ sáu, ô thứ tám lần lượt là a, b, c, d, e . Ta có:

$$(-36) + c + d + (-19) = c + d + (-19) + e. \text{ Suy ra } e = -36.$$

$$(-36) + c + d + (-19) = -100. \text{ Suy ra } c + d = (-100) + 55 = -45. \quad (1)$$

$$\text{Từ (1) và } b + (-36) + c + d = -100 \text{ suy ra } b + (-36) + (-45) = -100 \text{ nên } b = -19.$$

$$a + (-17) + (-19) + (-36) = -100 \text{ suy ra } a + (-72) = -100 \text{ nên } a = -28.$$

$$c = a = -28 \text{ do } a \text{ và } c \text{ đều bằng } (-100) - [(-17) + b + (-36)].$$

$$\text{Từ (1) và } c = -28 \text{ suy ra } d = (-45) + 28 = -17.$$

Tương tự ta tìm được các số còn lại. Như vậy 10 số đầu tiên của dải ô là $-28; -17; -19; -36; -28; -17; -19; -36; -28; -17$ và 10 số cuối cùng của dải ô là $-19; -36; -28; -17; -19; -36; -28; -17; -19; -36$.

b) Vì x, y lần lượt là tổng của 10 số đầu tiên và 10 số cuối cùng của dải ô, nên $x - y$ bằng:

$$\{2 \cdot [(-28) + (-17) + (-19) + (-36)] + (-28) + (-17)\} - \{2 \cdot [(-28) + (-17) + (-19) + (-36)] + (-19) + (-36)\} = 10.$$

- 40.** a) $(-6) \cdot 9 = -(6 \cdot 9) = -54.$

$$b) (-12) \cdot (-987) = (-12) \cdot [(-1\,000) + 13] = 12\,000 - 156 = 11\,844.$$

$$c) 90 \cdot (-108) \cdot (-3)$$

$$= 90 \cdot (-3) \cdot [(-100) + (-8)]$$

$$= 27\,000 + (-270) \cdot (-8)$$

$$= 27\,000 + 2\,160$$

$$= 29\,160.$$

$$d) 29 \cdot (-78) \cdot (-9) \cdot (-11) = [29 \cdot (-78)] \cdot [(-9) \cdot (-11)] = (-2\,262) \cdot 99 = -223\,938.$$

$$e) 6 \cdot (-4^2) \cdot (-10^2) + 5^2 = 6 \cdot (-16) \cdot (-100) + 25 = 9\,625.$$

$$g) (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) + 7^3 = (-343) + 343 = 0.$$

$$h) (-10^3) \cdot (-10^2) - 13^2 = 100\,000 - 169 = 99\,831.$$

$$i) (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) - 8^4 + 10^5 = 4\,096 - 4\,096 + 100\,000 = 100\,000.$$

41.

Dấu của a	Dấu của b	Dấu của $a \cdot b$
+	—	—
—	+	—
—	—	+
+	+	+

42.

a	— 23	221	3	— 25	12
b	— 9	— 45	399	4	— 13
c	2	1	0	— 1	— 38
$a \cdot b$	207	— 9 945	1 197	— 100	— 156
$c \cdot (a + b)$	— 64	176	0	21	38

43. a) Với $x = -7$ thì $19x = 19 \cdot (-7) = -133$.

b) Với $x = -12$ và $y = -15$ thì $28xy = 28 \cdot (-12) \cdot (-15) = 5\,040$.

c) Với $m = -2$ và $n = 3$ thì $29m - 58n = 29 \cdot (-2) - 58 \cdot 3 = -232$.

d) Với $a = -21$, $b = -11$ và $c = 0$ thì

$$(-2\,021)abc + ab = (-2\,021) \cdot (-21) \cdot (-11) \cdot 0 + (-21) \cdot (-11) = 231.$$

44. a) $(-76) \cdot (-2) = 76 \cdot 2$.

b) $(-4\,098) \cdot 0 < 98$.

c) $-144 > 12 \cdot (-12) \cdot 11$.

d) $432 \cdot 37 \cdot 32 = (-432) \cdot 37 \cdot (-32)$.

e) $4\,138 \cdot (-12) \cdot 6\,171 < 0$.

g) $(-98) \cdot 54 \cdot (-33) \cdot 9 > (-98) \cdot 54 \cdot 33 \cdot 9$.

45. a) $(-16) \cdot (-9) \cdot 5 = [(-16) \cdot 5] \cdot (-9) = (-80) \cdot (-9) = 720$.

b) $(-15) \cdot 999 = (-15) \cdot (1\,000 - 1) = (-15\,000) + 15 = -14\,985$.

c) $(-25) \cdot 144 \cdot (-4) = [(-25) \cdot (-4)] \cdot 144 = 100 \cdot 144 = 14\,400$.

d) $(-125) \cdot 2\,020 \cdot (-8) = [(-125) \cdot (-8)] \cdot 2\,020 = 2\,020\,000$.

$$e) (-2021) \cdot (-15) + (-15) \cdot 2020 = (-15) \cdot [(-2021) + 2020] = 15.$$

$$\begin{aligned} g) & 121 \cdot (-63) + 63 \cdot (-53) - 63 \cdot 26 \\ &= (-63) \cdot (121 + 53 + 26) \\ &= (-63) \cdot 200 \\ &= -12\,600. \end{aligned}$$

46. Sau 6 tháng đầu năm, công ty Bình An đã kinh doanh lãi với số tiền là:

$$50 \cdot 2 + (-10) \cdot 2 + 40 + (-20) = 100 \text{ (triệu đồng).}$$

47. a) Gọi $x = (-2021) \cdot 2021$ và $y = (-2020) \cdot 2022$.

$$\text{Ta có: } x = [(-2020) + (-1)] \cdot 2021 = (-2020) \cdot 2021 + (-2021);$$

$$y = (-2020) \cdot (2021 + 1) = (-2020) \cdot 2021 + (-2020).$$

$$\text{Mà } -2021 < -2020 \text{ suy ra } x < y \text{ hay } (-2021) \cdot 2021 < (-2020) \cdot 2022.$$

$$b) \text{ Gọi } a = (8\,765 - 5\,678) \cdot [5\,678 - 9\,765 + (-12)].$$

$$\text{Do } (8\,765 - 5\,678) > 0 \text{ và } [5\,678 - 9\,765 + (-12)] < 0 \text{ nên } a < 0.$$

$$\text{Vậy } a < 4\,342 \text{ hay } (8\,765 - 5\,678) \cdot [5\,678 - 9\,765 + (-12)] < 4\,342.$$

48. Ta có: $x^2 > 0, y^2 > 0$ với mọi giá trị x, y nguyên thoả mãn $x \neq 0, y \neq 0$ (1);

$$(x + y)^4 > 0 \text{ với mọi giá trị } x, y \text{ nguyên thoả mãn } x \neq -y \text{ (2);}$$

$$(x - y)^2 > 0 \text{ với mọi giá trị } x, y \text{ nguyên thoả mãn } x > y \text{ (3).}$$

Từ (1), (2) và (3) thấy ngay m là số nguyên dương.

49. a) $16x^2 = 64$ suy ra $x^2 = 64 : 16 = 4$, cho nên $x = 2$ hoặc $x = -2$.

$$b) 25(x^2 - 1) - 75 = 9\,900 \text{ suy ra } x^2 = (9\,900 + 100) : 25 = 400, \text{ cho nên } x = 20 \text{ hoặc } x = -20.$$

$$c) (x - 6) \cdot (2x - 6) = 0 \text{ suy ra } x - 6 = 0 \text{ hoặc } 2x - 6 = 0, \text{ cho nên } x = 6 \text{ hoặc } x = 3.$$

$$d) (5x - 10) \cdot (6x + 12) = 0 \text{ suy ra } 5x - 10 = 0 \text{ hoặc } 6x + 12 = 0, \text{ cho nên } x = 2 \text{ hoặc } x = -2.$$

50. Giả sử tổng của 4030 số x_i, y_j bằng 0.

Ta có $x_1 + x_2 + \dots + x_{2015} + y_1 + y_2 + \dots + y_{2015} = 0$ mà mỗi số x_i và y_j đều bằng 1 hoặc -1 nên trong 4030 số x_i, y_j có 2015 số bằng 1 và 2015 số bằng -1 . Do đó tích $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_{2015} \cdot y_1 \cdot y_2 \cdot \dots \cdot y_{2015} = -1$ (vì số các thừa số bằng -1 là số lẻ). (1)

Mặt khác $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_{2015} = y_1 \cdot y_2 \cdot \dots \cdot y_{2015}$ (đều là tích tất cả các số trong bảng), suy ra $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_{2015} \cdot y_1 \cdot y_2 \cdot \dots \cdot y_{2015} = (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_{2015})^2 = 1$ (mâu thuẫn với (1)) hay điều giả sử là sai. Vậy tổng của 4030 số x_i, y_j luôn khác 0.

51. a) $(-56) : 7 = -(56 : 7) = -8.$

b) $(-132) \cdot (-98) : 11 = [(-132) : 11] \cdot (-98) = (-12) \cdot (-98) = 1\,176.$

c) $[900 + (-1\,140) + 720] : (-120)$

$= [(-240) + 720] : (-120)$

$= 480 : (-120)$

$= -4.$

d) $[299 \cdot (-74) + (-299) \cdot (-24)] : (-50)$

$= 299 \cdot [(-74) + 24] : (-50)$

$= 299 \cdot (-50) : (-50)$

$= 299.$

e) $6 \cdot (-4^2) \cdot (-10^2) : 2^4$

$= 6 \cdot (-16) \cdot (-100) : 16$

$= [(-16) : 16] \cdot 6 \cdot (-100)$

$= 6 \cdot 100$

$= 600.$

g) $[(-9) \cdot (-9) \cdot (-9) + 9^3] : 8^{10} = [(-729) + 729] : 8^{10} = 0.$

52.

Dấu của a	Dấu của b	Dấu của $a : b$
+	-	-
-	+	-
-	-	+
+	+	+

53. a) $(-96) : (-4) = 24.$

b) $(-1\,716) : 143 = -12.$

c) $12\,354 \cdot (-15) \cdot 17 : 255 < 12\,345.$

d) $432 \cdot 37 \cdot 32 : 2^7 > 37.$

e) $[1\,024 \cdot 54 \cdot (-3^3) \cdot 19] : (-2^{10}) > -514.$

g) $[0 : (-5^3)] : 9 = 0.$

54. a) Ta có $(-200\,200) : 20 + 20 < 0$ và $2\,020 : 20 > 0.$

Suy ra $(-200\,200) : 20 + 20 < 2\,020 : 20.$

b) Ta có $(9\,876 - 6\,789) > 0$ và $(9\,876 + 6\,789) > 0.$

Suy ra $(9\,876 - 6\,789) \cdot (9\,876 + 6\,789) > 0$; còn $-134 < 0.$

Do đó $(9\,876 - 6\,789) \cdot (9\,876 + 6\,789) > -134.$

55. a) $(-3) \cdot x = 264$

$$x = 264 : (-3)$$

$$x = -88.$$

b) $x + x + x + x = 900$

$$4x = 900$$

$$x = 225.$$

c) $100 : (x - 7) = 1$

$$x - 7 = 100$$

$$x = 107.$$

d) $(5x - 10) : (77x^2 + 1) = 0$ suy ra $5x - 10 = 0$ (do $77x^2 + 1 > 0$ với mọi số nguyên x),
cho nên $x = 2$.

56. Theo quy luật, các số ở cột A là $-1; -14; -15; -28; -29; -42; -43; -56; \dots$
Tính từ số -14 , hai số cách nhau 1 hàng hơn kém nhau 14 đơn vị theo thứ tự giảm dần trong cùng một cột.

Do $2\,002 = 14 \cdot 143$ nên số $-2\,016 = (-14) - 2\,002$ nằm ở cột A và $-2\,017$ nằm ở ô bên dưới cùng cột với $-2\,016$. Mà $-2\,021 = (-2\,017) - 4$ nên số $-2\,021$ nằm ở cột E.

57. Dựa vào số liệu thống kê trong bảng ta có:

Số nước nhà bác Long dùng trong tháng 10 là: $26 - 22 = 4 \text{ (m}^3\text{)}.$

Số nước nhà bác Long dùng trong tháng 11 là: $31 - 26 = 5 \text{ (m}^3\text{)}.$

Số nước nhà bác Long dùng trong tháng 12 là: $37 - 31 = 6 \text{ (m}^3\text{)}.$

Tổng số nước nhà bác Long dùng trong Quý IV là: $4 + 5 + 6 = 15 \text{ (m}^3\text{)}.$

Giá tiền một mét khối nước là: $90\,000 : 15 = 6\,000 \text{ (đồng)}.$

Số tiền nước phải trả của tháng 10 và tháng 11 tương ứng là:

$$6\,000 \cdot 4 = 24\,000 \text{ (đồng)} \text{ và } 6\,000 \cdot 5 = 30\,000 \text{ (đồng)}.$$

58. Tổng số tiền bác Toàn được nhận là:

$$100\,000 \cdot 40 + 50\,000 \cdot 35 + (-30\,000) \cdot 15 + (-70\,000) \cdot 10 = 4\,600\,000 \text{ (đồng)}.$$

Bác Toàn làm được số sản phẩm là: $40 + 35 + 15 + 10 = 100 \text{ (sản phẩm)}.$

Vậy bác Toàn được thưởng trung bình $4\,600\,000 : 100 = 46\,000 \text{ (đồng)}$ trên mỗi sản phẩm.

59. Giả sử Nam tặng 169 quyển truyện được nhiều nhất cho n bạn. Không có hai bạn nào nhận được số quyển truyện bằng nhau, nên để chia được cho nhiều bạn nhất thì phải chia cho từng bạn số quyển truyện tương ứng là: 1; 2; 3; ...; $n - 1$; n .

Tổng số quyển truyện của n bạn trên là:

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ (quyển)}.$$

Nếu $n \geq 18$ thì $\frac{n(n+1)}{2} \geq \frac{18 \cdot 19}{2} = 171 > 169$. Mà bạn Nam chỉ có 169 quyển truyện nên bạn Nam có thể tặng được nhiều nhất cho 17 bạn.

60. a) Do 11 chia hết cho x nên x là ước của 11 hay $x \in \{-11; -1; 1; 11\}$.

b) Do x chia hết cho 18 nên $x = 18a$ ($a \in \mathbb{Z}$).

c) Do $2x - 3$ là bội của $x + 1$ nên $2(x + 1) - 5$ chia hết cho $x + 1$. Suy ra $x + 1$ là ước của 5. Ta có bảng giá trị sau:

$x + 1$	-5	-1	1	5
x	-6	-2	0	4

Vậy $x \in \{-6; -2; 0; 4\}$.

d) Do $x - 2$ là ước của $3x - 2$ nên $3(x - 2) + 4$ chia hết cho $x - 2$. Suy ra $x - 2$ là ước của 4. Ta có bảng giá trị sau:

$x - 2$	-4	-2	-1	1	2	4
x	-2	0	1	3	4	6

Vậy $x \in \{-2; 0; 1; 3; 4; 6\}$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG II

61. a) $(2\,021 - 39) + [(-21) + (-61)]$

$$= 2\,021 + (-21) + (-39) + (-61)$$

$$= 2\,000 + (-100)$$

$$= 1\,900.$$

$$b) (-652) - \{(-547) - 352 - [(-147) - (-735) + (2\,200 + 65)]\}$$

$$= (-652) - \{(-547) - 352 - [(-147) + 735 + 2\,265]\}$$

$$= (-652) + 352 + 547 - 147 + 735 + 2\,265$$

$$= [(-652) + 352] + (547 - 147) + (735 + 2\,265)$$

$$= (-300) + 400 + 3\,000$$

$$= 3\,100.$$

$$\begin{aligned}
 & \text{c) } (-16) \cdot 125 \cdot [(-3) \cdot 2^2] \cdot 5^3 - 2 \cdot 10^6 \\
 & = (-8) \cdot 125 \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 5^3 \cdot (-3) - 2 \cdot 10^6 \\
 & = (-1\,000) \cdot 1\,000 \cdot (-3) - 2 \cdot 1\,000\,000 \\
 & = 3 \cdot 1\,000\,000 - 2 \cdot 1\,000\,000 \\
 & = 1\,000\,000.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{d) } (134 - 34) \cdot (-28) + 72 \cdot [(-55) - 45] \\
 & = 100 \cdot (-28) + 72 \cdot (-100) \\
 & = (-100) \cdot (28 + 72) \\
 & = -10\,000.
 \end{aligned}$$

62. a) $(-300) : 20 + 5 \cdot (3x - 1) = 25$
 $(-15) + 5 \cdot (3x - 1) = 25$
 $5 \cdot (3x - 1) = 40$
 $3x - 1 = 8$
 $3x = 9$
 $x = 3.$

Vậy $x = 3.$

b) Ta có: $25 \cdot (5^3 + 4 \cdot 11)^2 : (3^4 - 3^5 : 3^3 + 97) = 25 \cdot 169^2 : 169$
 $= 25 \cdot 169 = 5 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 13 = 5 \cdot 13 \cdot 5 \cdot 13 = (5 \cdot 13)^2.$

Suy ra $(5 \cdot 13)^x = (5 \cdot 13)^2$. Vậy $x = 2.$

c) $(x - 5) \cdot (3x - 6) = 0$ suy ra $x - 5 = 0$ hoặc $3x - 6 = 0.$

Vậy $x = 5$ hoặc $x = 2.$

d) $(2x + 1)^2 \cdot (x - 6) > 0$ mà $(2x + 1)^2 > 0$, suy ra $x - 6 > 0$, cho nên $x > 6.$

Vậy $x \in \{7; 8; 9; 10; 11; \dots\}.$

e) $(x + 1) \cdot (x - 4) < 0$. Do $x + 1 > x - 4$, $(x + 1)$ và $(x - 4)$ khác dấu, suy ra $x + 1 > 0$ và $x - 4 < 0$ hay $-1 < x < 4$. Vậy $x \in \{0; 1; 2; 3\}.$

63. a) $\overline{a40} : 10 < 23$ suy ra $\overline{a40} < 23 \cdot 10 = 230$. Vậy $a = 1.$

b) $(-820) : 5 \cdot 2^2 \leq \overline{4a}$. Do $(-820) : 5 \cdot 2^2 < 0$ nên $(-820) : 5 \cdot 2^2 \leq \overline{4a}$ luôn đúng với mọi chữ số a . Vậy $a \in \{0; 1; 2; \dots; 8; 9\}.$

c) $\overline{a98} \leq 4\,340 : 5 < \overline{8a0}$ suy ra $\overline{a98} \leq 868 < \overline{8a0}$. Vậy $a = 7.$

64. $A = (-2) \cdot (-4) \cdot (-6) \cdot (-8) = 384.$

$B = 11 + 13 + 15 + \dots + 97 + 99 = 45 \cdot (99 + 11) : 2 = 2\,475.$

Vậy $A - B = 384 - 2\,475 = -2\,091.$

65. Tổng các số ở chín ô là: $1 + 2 + 3 + \dots + 8 + 9 = 45$. Tổng các số ở mỗi hàng, mỗi cột bằng nhau và bằng $45 : 3 = 15$. Tổng các số ở hai hàng có ô được tô đậm bằng $15 \cdot 2 = 30$. Ở cột thứ ba, tổng của hai số ở hai ô trắng còn lại là $15 - 7 = 8$. Vậy tổng bốn số ở bốn ô được tô đậm bằng $30 - 8 = 22$.

66. a) Giả sử trong cả ba cột, tích các số ở mỗi cột đều là số nguyên dương thì tích 9 số của bảng là số nguyên dương (1). Theo đề bài tích các số ở mỗi dòng là số nguyên âm nên tích các số ở bảng là số nguyên âm, mâu thuẫn với (1). Vậy phải tồn tại một cột mà tích các số ở cột ấy là số nguyên âm.

b) Không thể điền được, do tổng 9 số của bảng tính theo tổng các số ở ba dòng bằng $(-15) + (-18) + 78$ chia hết cho 3. Trong khi tổng 9 số của bảng tính theo tổng các số ở ba cột bằng $24 + (-12) + 65$ lại không chia hết cho 3.

67. a) Đặt $a = n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2)$.

– Nếu n chẵn thì a chia hết cho 2, nếu n lẻ thì $(n + 1)$ chia hết cho 2 suy ra a chia hết cho 2. Vậy a chia hết cho 2 với mọi số nguyên n .

– Nếu n chia hết cho 3 suy ra a chia hết cho 3, nếu n chia cho 3 dư 1 thì $n + 2$ chia hết cho 3 suy ra a chia hết cho 3. Nếu n chia cho 3 dư 2 thì $n + 1$ chia hết cho 3 suy ra a chia hết cho 3. Vậy a chia hết cho 3 với mọi số nguyên n .

b) Tương tự câu a).

68. a) Đặt $x = n^2 + n + 2$.

Nếu n chia hết cho 5 thì x chia cho 5 dư 2. Nếu n chia cho 5 dư 1 thì x chia cho 5 dư 4. Nếu n chia cho 5 dư 2 thì x chia cho 5 dư 3. Nếu n chia cho 5 dư 3 thì x chia cho 5 dư 4. Nếu n chia cho 5 dư 4 thì x chia cho 5 dư 2.

Vậy x không chia hết cho 5 với mọi số tự nhiên n .

b) Ta có: $n = a + (a + 1) + \dots + (a + 4) = 5a + 10$ chia hết cho 5

và $n = b + (b + 1) + \dots + (b + 6) = 7b + 21$ chia hết cho 7.

Suy ra n chia hết cho cả 5 và 7. Mặt khác, n là số tự nhiên nhỏ nhất nên $n = 35$.

69. a) $2x - 1$ là bội của $x - 3$ suy ra $2(x - 3) + 5$ là bội của $x - 3$ cho nên 5 là bội của $x - 3$. Suy ra $x - 3 \in \{-5; -1; 1; 5\}$. Ta có bảng giá trị sau:

$x - 3$	-5	-1	1	5
x	-2	2	4	8

Vậy $x \in \{-2; 2; 4; 8\}$.

b) $2x + 1$ là ước của $3x - 2$ suy ra $2 \cdot (3x - 2)$ là bội của $2x + 1$ hay $3 \cdot (2x + 1) - 7$ là bội của $2x + 1$ nên 7 là bội của $2x + 1$.

Suy ra $2x + 1 \in \{-7; -1; 1; 7\}$. Ta có bảng giá trị sau:

$2x + 1$	-7	-1	1	7
x	-4	-1	0	3

Vậy $x \in \{-4; -1; 0; 3\}$.

c) Nếu $x = 3k$ (k là số nguyên) thì $(x - 4) \cdot (x + 2) + 6 = (3k - 4) \cdot (3k + 2) + 6$ không là bội của 3 . Suy ra $(x - 4) \cdot (x + 2) + 6$ không là bội của 9 .

Nếu $x = 3k + 1$ thì $(x - 4) \cdot (x + 2) + 6 = (3k - 3) \cdot (3k + 3) + 6 = 9 \cdot (k + 1) \cdot (k - 1) + 6$ không là bội của 9 .

Nếu $x = 3k + 2$ thì $(x - 4) \cdot (x + 2) + 6 = (3k - 2) \cdot (3k + 4) + 6$ không là bội của 3 . Suy ra $(x - 4) \cdot (x + 2) + 6$ không là bội của 9 .

Vậy $(x - 4) \cdot (x + 2) + 6$ không là bội của 9 với mọi số nguyên x .

d) Tương tự câu c).

70. a) Ta có $(2a - 1) \cdot (b^2 + 1) = -17$ suy ra $b^2 + 1$ là ước của 17 . Có $b^2 + 1 \geq 1$ và $(b^2 + 1)$ là ước của 17 nên $b^2 + 1 = 1$ hoặc $b^2 + 1 = 17$.

Ta có các bảng giá trị sau:

b	0	4	-4
a	-8	0	0

b) $(3 - a) \cdot (5 - b) = 2$ nên $3 - a$ và $5 - b$ là ước của 2 . Ta có bảng giá trị sau:

$3 - a$	-1	1	-2	2
$5 - b$	-2	2	-1	1
Cặp $(a; b)$	$(4; 7)$	$(2; 3)$	$(5; 6)$	$(1; 4)$

c) Ta có các cặp $(a; b)$ là $(9; 2)$ và $(2; 9)$.

71. a) Có $A = x^2 + 2\,021 \geq 2\,021$ do $x^2 \geq 0$ với mọi giá trị nguyên của x .

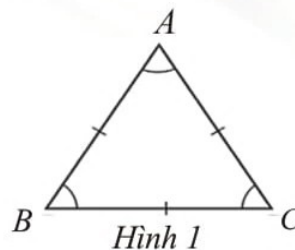
Vậy A đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\,021$, khi $x = 0$.

b) Tương tự như câu a), ta có $B = 2\,022 - 20x^{20} - 22x^{22} \leq 2\,022$ với mọi giá trị nguyên của x . Vậy giá trị lớn nhất của B bằng $2\,022$, khi $x = 0$.

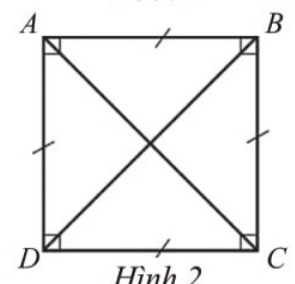
§1 TAM GIÁC ĐỀU. HÌNH VUÔNG. LỤC GIÁC ĐỀU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

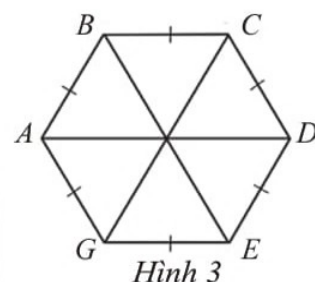
- Tam giác đều ABC ở Hình 1 có:
 - + Ba cạnh bằng nhau: $AB = BC = CA$;
 - + Ba góc ở các đỉnh A, B, C bằng nhau.
- Hình vuông $ABCD$ Hình 2 có:
 - + Bốn cạnh bằng nhau: $AB = BC = CD = DA$;
 - + Hai cạnh đối AB và CD , AD và BC song song với nhau;
 - + Hai đường chéo bằng nhau: $AC = BD$;
 - + Bốn góc ở các đỉnh A, B, C, D là góc vuông.
- Lục giác đều $ABCDEF$ ở Hình 3 có:
 - + Sáu cạnh bằng nhau: $AB = BC = CD = DE = EF = FA$;
 - + Ba đường chéo chính bằng nhau: $AD = BE = CF$;
 - + Ba đường chéo chính cắt nhau tại điểm O ;
 - + Sáu góc ở các đỉnh A, B, C, D, E, F bằng nhau.



Hình 1



Hình 2



Hình 3

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Hãy tìm một số hình có dạng là tam giác đều trong thực tiễn.

Giải. Chẳng hạn nhóm biển báo giao thông nguy hiểm trên các đường giao thông thường có hình tam giác đều, nó gọi cho người tham gia giao thông một sự cảm nhận đặc biệt cần chú ý, tránh xảy ra các tai nạn giao thông. Ví dụ:



a)



b)



c)



d)

Hình 4 (Viền đỏ, nền vàng)

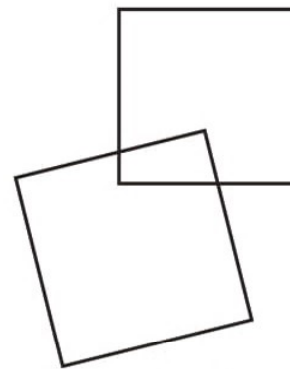
- a) Biển “Đường giao nhau cùng cấp” (Hình 4a): báo trước sắp đến nơi giao nhau của các tuyến đường cùng cấp trên cùng một mặt đường.
- b) Biển “Nền đường yếu” (Hình 4b): báo những đoạn nền đường yếu.
- c) Biển “Lề đường nguy hiểm” (Hình 4c): báo những nơi lề đường không ổn định.

- d) Biển “Giao nhau chạy theo vòng xuyên” (Hình 4d): báo trước nơi giao nhau có bố trí đảo an toàn ở giữa nút giao.

Ví dụ 2 Cho hai hình vuông có độ dài hai cạnh tương ứng là 20 cm và 19 cm được đặt chồng lên nhau (Hình 5). Tính hiệu diện tích các phần không bị chồng lên nhau.

Giải

Gọi diện tích của phần hình không bị chồng lên của hình vuông có cạnh 20 cm là S ; diện tích của phần hình không bị chồng lên của hình vuông có cạnh 19 cm là P và diện tích của phần hình được đặt chồng lên nhau là R .



Hình 5

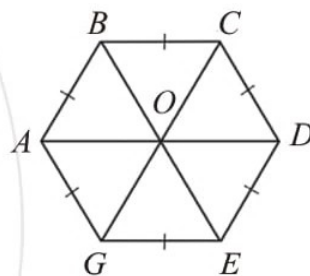
Có $S + R = 20^2 = 400 \text{ (cm}^2\text{)}$ (1) và $P + R = 19^2 = 361 \text{ (cm}^2\text{)}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $S - P = 400 - 361 = 39 \text{ (cm}^2\text{)}$, tức là hiệu diện tích các phần không bị chồng lên nhau bằng 39 cm^2 .

Ví dụ 3 Quan sát lục giác đều $ABCDEG$ ở Hình 6 và chỉ ra các tam giác đều (nếu có).

Giải

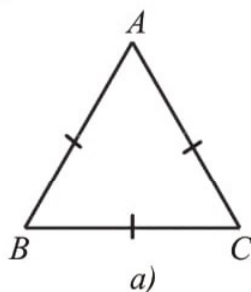
Quan sát lục giác đều $ABCDEG$ ở Hình 6, ta thấy có 6 tam giác đều, đó là các tam giác $OAB, OBC, OCD, ODE, OEG, OGA$.



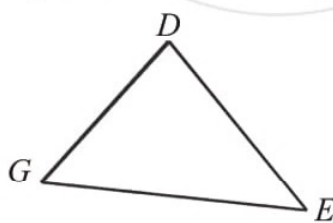
Hình 6

C. BÀI TẬP

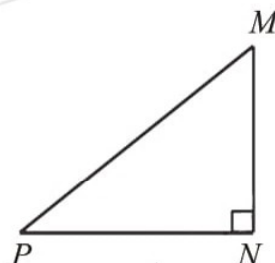
- Hãy tìm một số hình có dạng là hình vuông, lục giác đều trong thực tiễn.
- Trong các hình dưới đây, hình nào là tam giác đều?



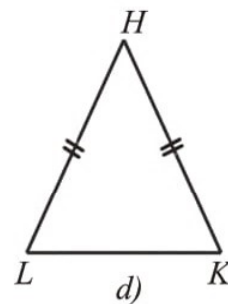
a)



b)



c)



d)

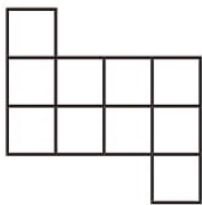
- Các phát biểu sau đúng hay sai?

- Nếu tam giác MNP là tam giác đều thì độ dài của ba cạnh MN, NP, PM luôn bằng 2 cm.
- Tam giác đều ABC có ba cạnh bằng nhau và ba góc ở các đỉnh A, B, C bằng nhau.

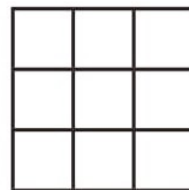
c) Nếu tam giác IKH có $IK = IH$ và hai góc ở các đỉnh K, H bằng nhau thì tam giác IKH là tam giác đều.

4. Dùng thước và compa vẽ tam giác đều MNP có độ dài cạnh bằng 5 cm.

5. Mỗi hình sau có bao nhiêu hình vuông?

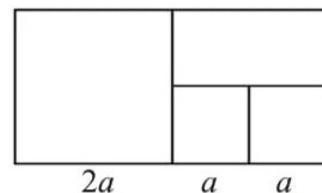


a)



b)

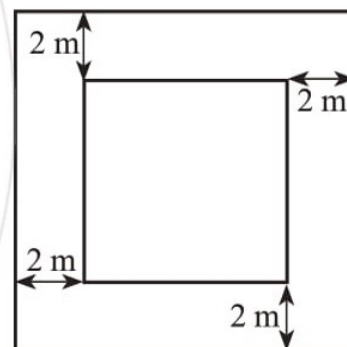
6. Bạn Minh vẽ một hình chữ nhật. Trong hình chữ nhật đó có bốn hình vuông (Hình 7). Biết tổng chu vi của cả bốn hình vuông đó bằng 144 cm. Tính tổng diện tích của bốn hình vuông đó.



Hình 7

7. Một miếng tôn có dạng hình vuông với độ dài cạnh (tính theo đơn vị đề-xi-mét) là số tự nhiên và số đo diện tích (tính theo đơn vị đề-xi-mét vuông) là số tự nhiên có hai chữ số và chữ số hàng đơn vị là 4. Độ dài cạnh của miếng tôn đó bằng bao nhiêu đề-xi-mét?

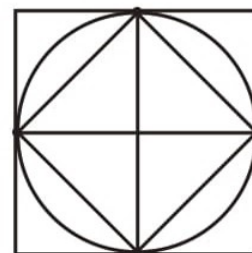
8. Nhà trường mở rộng một khu vườn có dạng hình vuông về cả bốn phía, mỗi phía thêm 2 m, nên diện tích tăng thêm 80 m^2 (Hình 8). Độ dài mỗi cạnh sau khi mở rộng là bao nhiêu mét?



Hình 8

9. Vẽ hình theo mẫu ở Hình 9.

10. Cho lục giác đều $ABCDEF$. Tính chu vi lục giác, biết độ dài đường chéo chính là 12 cm.



Hình 9

§2 HÌNH CHỮ NHẬT. HÌNH THOI

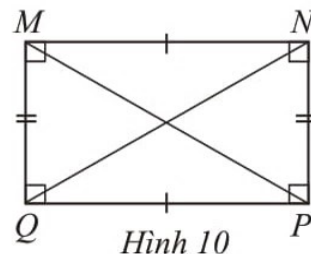
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Hình chữ nhật $MNPQ$ ở Hình 10 có:

+ Hai cạnh đối bằng nhau: $MN = PQ$; $MQ = NP$;

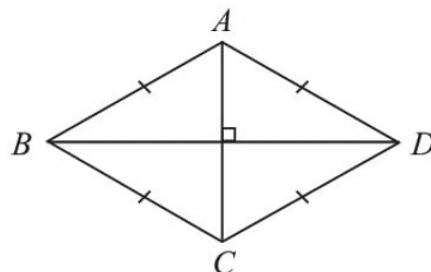
+ Hai cạnh đối MN và PQ ; MQ và NP song song với nhau;

- + Hai đường chéo bằng nhau: $MP = NQ$;
- + Bốn góc ở các đỉnh M, N, P, Q đều là góc vuông.



Hình 10

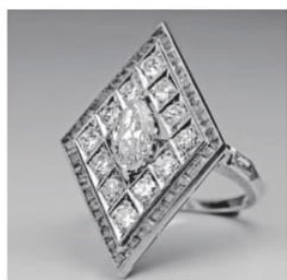
- Hình thoi $ABCD$ ở Hình 11 có:
- + Bốn cạnh bằng nhau: $AB = BC = CD = DA$;
- + Hai cạnh đối AB và CD , AD và BC song song với nhau;
- + Hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau.



Hình 11

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Trong Hình 12, các hình từ a) đến c), hình nào có dạng hình thoi?

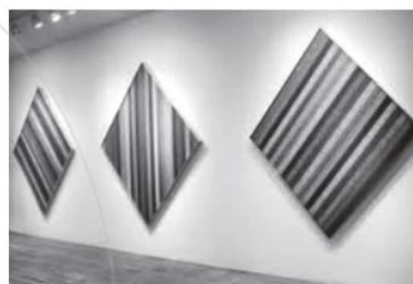


a)



b) (Nền đỏ)

Hình 12



c)

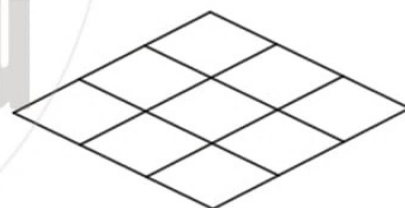
Giải

Hình 12a và Hình 12c có dạng hình thoi.

Ví dụ 2 Trong Hình 13 có bao nhiêu hình thoi?

Giải

Trong Hình 13 có 14 hình thoi.



Hình 13

Ví dụ 3 Một hình chữ nhật có chiều dài là 12 m, chiều rộng là 8 m. Một hình vuông có chu vi bằng chu vi hình chữ nhật. Tính diện tích hình vuông đó.

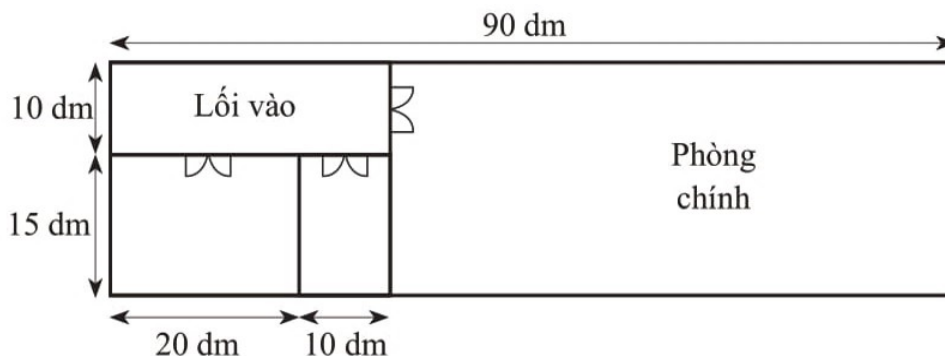
Giải

Chu vi hình chữ nhật là: $2 \cdot (12 + 8) = 40$ (m), suy ra chu vi hình vuông bằng 40 (m).
Cạnh của hình vuông là: $40 : 4 = 10$ (m). Vậy diện tích hình vuông là $10^2 = 100$ (m²).

C. BÀI TẬP

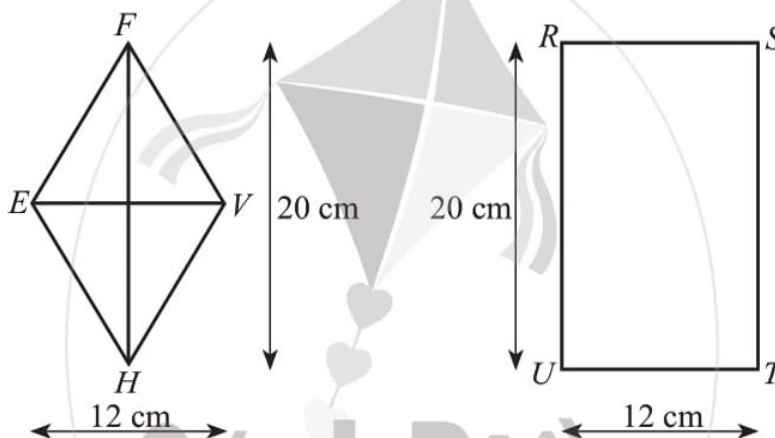
11. Bạn An có 32 đoạn que, mỗi đoạn dài 1 cm; 45 đoạn que, mỗi đoạn dài 2 cm và 45 đoạn que, mỗi đoạn dài 3 cm. Bạn An có thể nối tất cả các đoạn que trên thành một hình chữ nhật được không?

12. Tính diện tích lối vào và diện phòng chính của một căn hộ có sơ đồ như sau:



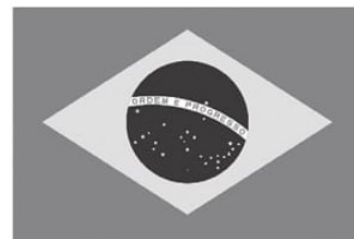
13. Hãy cắt một hình chữ nhật có kích thước 4 cm $\times$ 9 cm thành hai mảnh rồi ghép lại thành một hình vuông.

14. Quan sát Hình 14, hãy so sánh diện tích của hình thoi và hình chữ nhật.

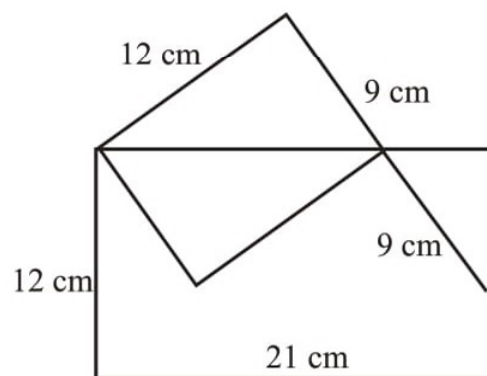


Hình 14

15. Quốc kì Brazil có dạng hình chữ nhật, nền xanh lá cây, ở trung tâm có một hình thoi màu vàng. Trên Quốc kì Brazil kích thước 10 dm $\times$ 7 dm, hình thoi có hai đường chéo dài 83 cm và 54 cm. Tính diện tích của hình thoi đó.

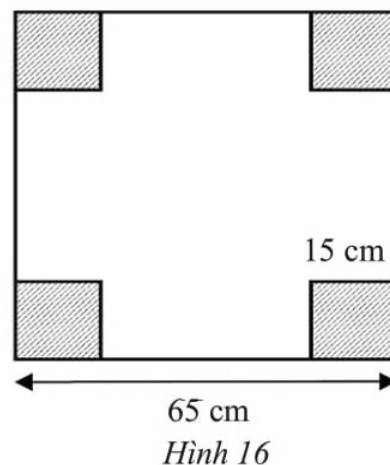


16. Người ta uốn một đoạn dây thép thành hai hình chữ nhật như Hình 15. Một hình chữ nhật có chiều dài 21 cm, chiều rộng 12 cm; một hình chữ nhật có chiều dài 12 cm, chiều rộng 9 cm. Sau khi uốn xong, đoạn dây thép còn thừa 9 cm. Tính độ dài của đoạn dây thép.



Hình 15

17. Một miếng bìa hình vuông có độ dài cạnh 65 cm. Người ta cắt đi bốn góc theo các hình vuông nhỏ có độ dài cạnh 15 cm (Hình 16). Tính chu vi và diện tích của phần bìa còn lại.



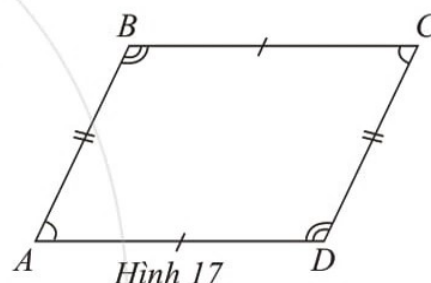
18. Tính diện tích lớn nhất của một hình thoi có tổng độ dài hai đường chéo bằng 20 cm và độ dài hai đường chéo đều là số tự nhiên.

§3 HÌNH BÌNH HÀNH

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

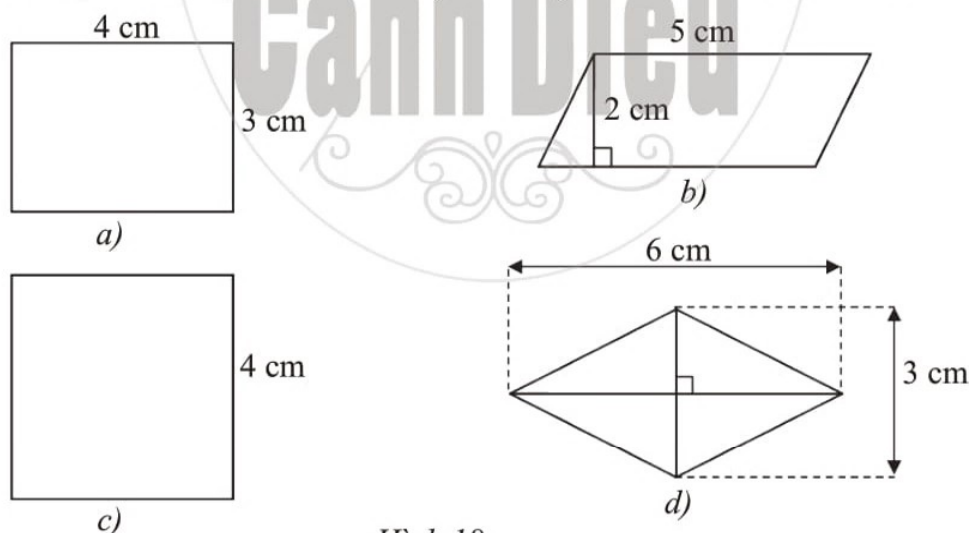
Hình bình hành $ABCD$ ở Hình 17 có:

- + Hai cạnh đối AB và CD , BC và AD song song với nhau;
- + Hai cạnh đối bằng nhau: $AB = CD$; $BC = AD$;
- + Hai góc ở các đỉnh A và C bằng nhau; hai góc ở các đỉnh B và D bằng nhau.



B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Trong Hình 18, các hình từ a) đến d), hình nào có diện tích bé nhất?



Hình 18

Giải

Diện tích hình chữ nhật ở Hình 18a là: $4 \cdot 3 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$;

Diện tích hình bình hành ở Hình 18b là: $5 \cdot 2 = 10 \text{ (cm}^2\text{)}$;

Diện tích hình vuông ở Hình 18c là: $4^2 = 16 \text{ (cm}^2\text{)}$;

Diện tích hình thoi ở Hình 18d là: $(6 \cdot 3) : 2 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Vậy diện tích hình thoi ở Hình 18d bé nhất.

Ví dụ 2 Trong Hình 19, các hình từ a) đến c), hình ảnh vật thể trên hình nào có dạng hình bình hành?



a)



b) (Nền vàng)



c)

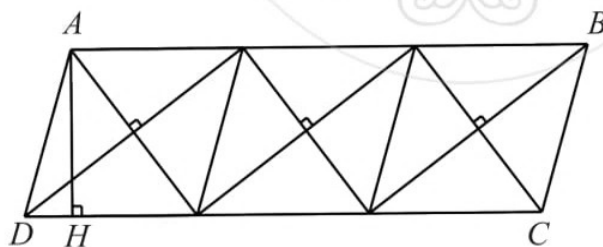
Hình 19

Giải. Hình ảnh lan can cầu thang trên Hình 19a, hình ảnh bề mặt căn nhà ở Hình 19c có dạng hình bình hành.

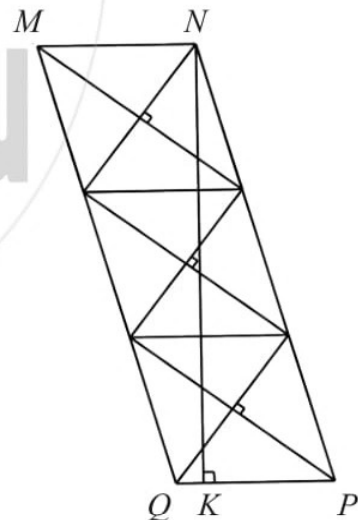
C. BÀI TẬP

19. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 12 \text{ cm}$, $BC = 8 \text{ cm}$, $AH = 6 \text{ cm}$ (AH là đường cao ứng với cạnh CD). Tính chu vi và diện tích của hình bình hành $ABCD$.

20. Cho ba hình thoi như nhau, mỗi hình có chu vi 200 cm, hai đường chéo có độ dài là 60 cm và 80 cm. Tính chu vi và chiều cao của hình bình hành ghép bởi ba hình thoi đó (Hình 20).



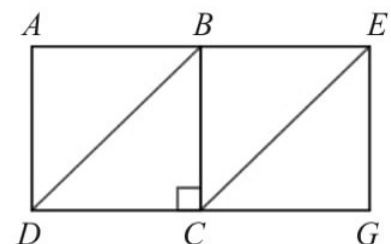
a)



b)

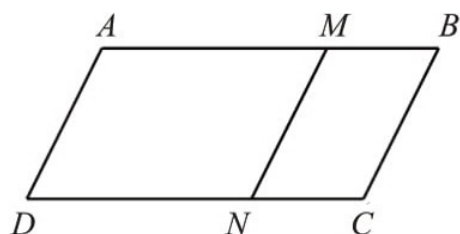
Hình 20

21. Hai hình vuông $ABCD$ và $BEGC$ như nhau ghép lại thành hình chữ nhật $AEGD$. Nối B với D , E với C ta được hình bình hành $BECD$ (Hình 21). Hãy tính diện tích hình bình hành đó, biết chu vi của hình chữ nhật $AEGD$ là 216 cm.

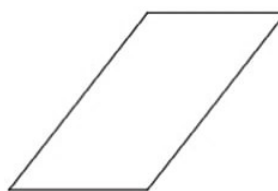


Hình 21

22. Quan sát các hình bình hành $ABCD$, $MBCN$ ở Hình 22. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$, biết rằng diện tích hình bình hành $MBCN$ là 8 cm^2 và $AB = 3MB$.

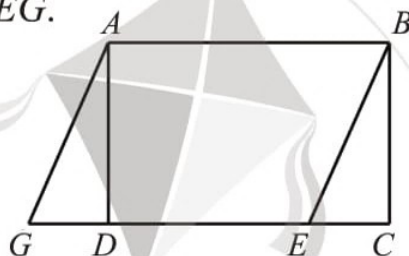


Hình 22



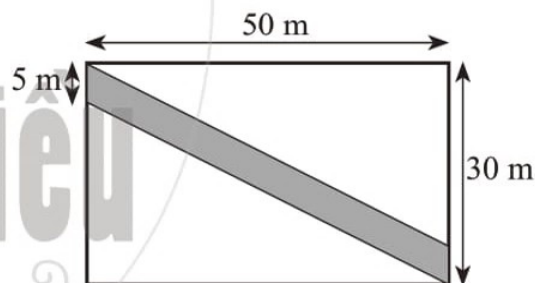
Hình 23

23. Hãy cắt và ghép từ hình bình hành ở Hình 23 để được một hình chữ nhật.
24. Quan sát hình chữ nhật $ABCD$ và hình bình hành $ABEG$ ở Hình 24. Biết hình chữ nhật $ABCD$ có chu vi là 120 cm và chiều dài hơn chiều rộng 10 cm . Tính diện tích hình bình hành $ABEG$.



Hình 24

25. Bác An có một mảnh đất dạng hình chữ nhật kích thước $50 \text{ m} \times 30 \text{ m}$. Bác dự định làm một con đường băng ngang qua (phần tô đậm) có kích thước như trong Hình 25. Hãy giúp bác An tính diện tích con đường và diện tích phần còn lại của mảnh đất.



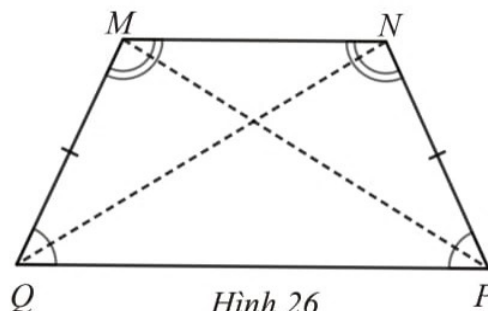
Hình 25

§4 HÌNH THANG CÂN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Hình thang cân $MNPQ$ ở Hình 26 có:

- + Hai cạnh đáy MN và PQ song song với nhau;
- + Hai cạnh bên bằng nhau: $MQ = NP$; hai đường chéo bằng nhau $MP = NQ$;



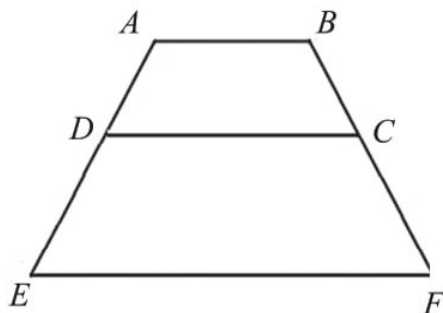
Hình 26

+ Hai góc kề với cùng một cạnh đáy bằng nhau (hai góc QMN và MNP kề cạnh đáy MN bằng nhau; hai góc MQP và NPQ kề cạnh đáy QP bằng nhau).

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Hình 27 vẽ các hình thang cân (các cạnh AB , DC , EF song song với nhau; $AD = BC$, $ED = FC$). Có bao nhiêu hình thang cân? Kể tên các hình thang cân đó.

Giải. Hình 27 có tất cả ba hình thang cân, đó là $ABCD$, $ABFE$ và $DCFE$.



Hình 27

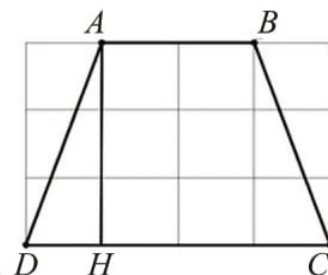
Ví dụ 2 Cho hình thang $ABCD$, biết mỗi ô vuông có độ dài cạnh là 3 cm (Hình 28).

- Hình thang $ABCD$ có là hình thang cân không?
- Tính diện tích hình thang $ABCD$.

Giải

- Hình thang $ABCD$ là hình thang cân.
- Ta có: $AB = 3 \cdot 2 = 6$ (cm); $CD = 3 \cdot 4 = 12$ (cm).
Lấy AH là chiều cao của hình thang. Ta có $AH = 3 \cdot 3 = 9$ (cm).

Diện tích hình thang cân $ABCD$ là: $\frac{(6 + 12) \cdot 9}{2} = 81$ (cm²).



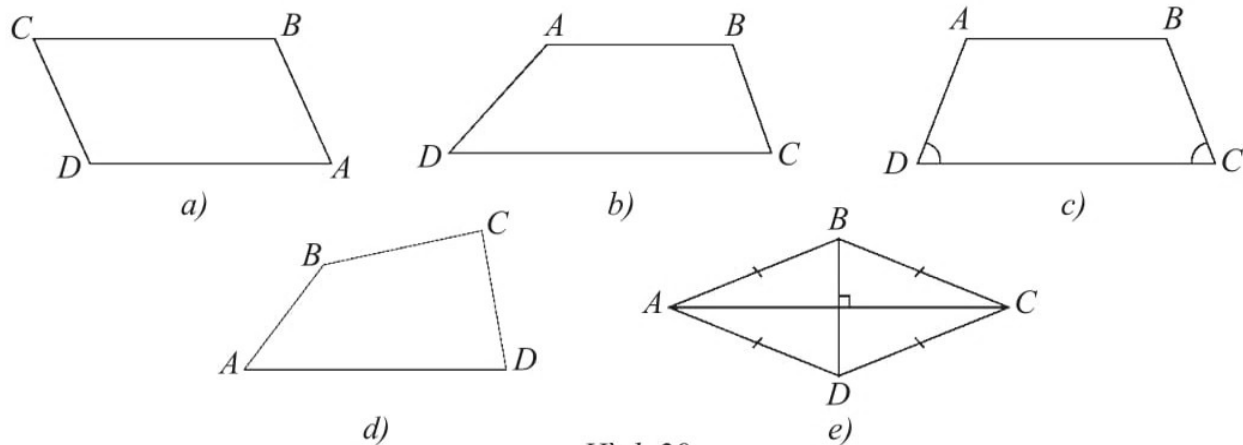
Hình 28

C. BÀI TẬP

26. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai?

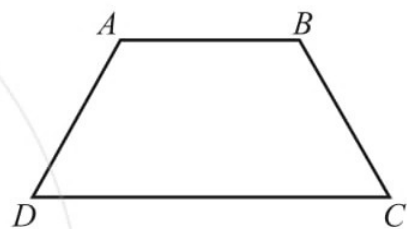
- Hình thang cân có hai cạnh bên bằng nhau và hai đường chéo bằng nhau.
- Hình thang cân có hai cạnh bên bằng nhau và hai đường chéo không bằng nhau.
- Có vô số hình thang cân mà độ dài đáy lớn gấp hai lần độ dài đáy nhỏ.

27. Trong Hình 29, các hình từ a) đến e), hình nào là hình thang cân?



Hình 29

28. Cho hình thang cân $ABCD$ với độ dài cạnh đáy $AB = 6$ cm. Trung bình cộng của hai đáy bằng 9 cm. Độ dài cạnh bên kém độ dài cạnh đáy CD là 7 cm (Hình 30). Tính chu vi của hình thang cân $ABCD$.



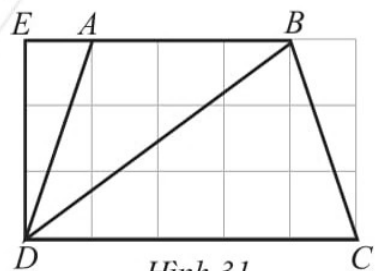
Hình 30

29. Cho hình thang cân $MNPQ$ với trung bình cộng của hai đáy bằng 10 cm. Đáy lớn dài hơn đáy nhỏ 8 cm. Độ dài chiều cao hơn độ dài đáy nhỏ 2 cm. Tính diện tích hình thang cân $MNPQ$.

30. Cho hình thang cân $ABCD$, biết mỗi ô vuông có cạnh dài 1 cm (Hình 31).

a) Tính diện tích hình thang cân $ABCD$.

b) Diện tích tam giác BDC gấp mấy lần diện tích tam giác ADE ?



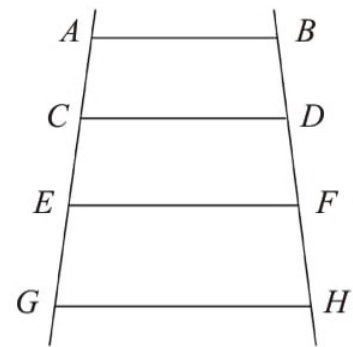
Hình 31

31. Bác Đức dự định mua loại gỗ giá 100 đồng/cm² để làm một chiếc bàn như Hình 32. Mặt bàn là một hình thang cân có các đáy lần lượt là 90 cm, 120 cm và chiều cao 80 cm. Hãy tính giúp bác Đức số tiền mua gỗ để đóng mặt bàn đó.



Hình 32

32. Những chiếc thang từ thời xa xưa đã được biết đến với công dụng giúp làm việc trên cao trong lĩnh vực làm vườn, xây dựng, điện lực, trang trí, ... *Hình 33* mô tả hình ảnh một chiếc thang.



Hình 33

- a) Trên *Hình 33* có bao nhiêu hình thang cân?
b) Kể tên các hình thang cân đó.

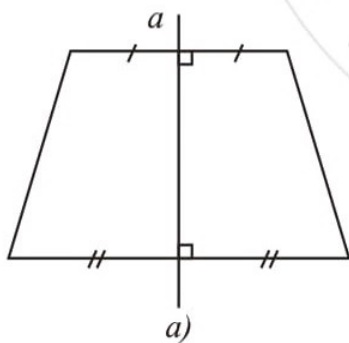
§5 HÌNH CÓ TRỤC ĐỐI XỨNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

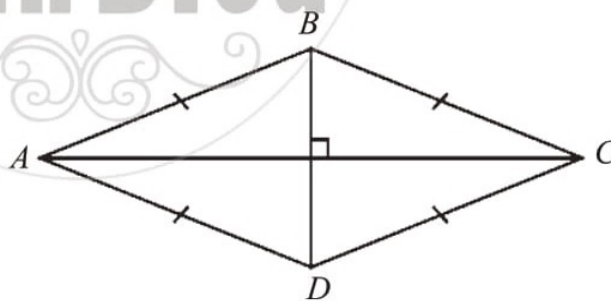
- Nếu đường thẳng d chia một hình thành hai nửa, gấp theo đường thẳng d hai nửa này trùng khít vào nhau thì hình đó là hình có trục đối xứng và đường thẳng d được gọi là trục đối xứng của hình.
- Hình có trục đối xứng còn được gọi là hình đối xứng trục.

B. VÍ DỤ

Quan sát *Hình 34* và cho biết hình nào có trục đối xứng? Nếu là hình có trục đối xứng, chỉ ra trục đối xứng của hình đó.



a)



b)

Hình 34

Giải

Hình thang cân ở *Hình 34a* là hình có một trục đối xứng. Trục đối xứng là đường thẳng a .

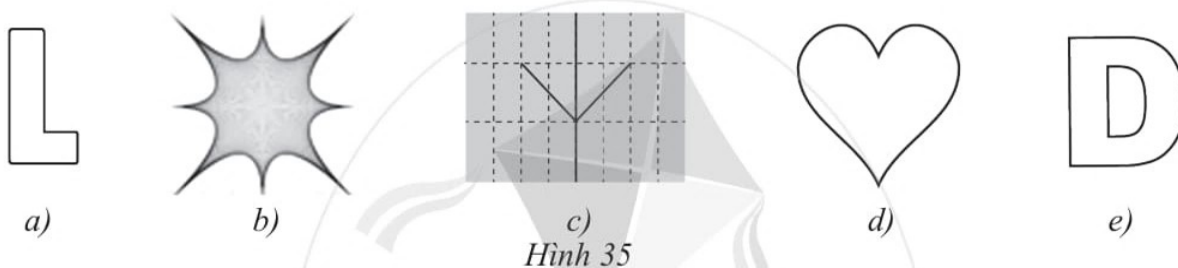
Hình thoi $ABCD$ ở *Hình 34b* là hình có hai trục đối xứng. Trục đối xứng là đường chéo AC và BD .

C. BÀI TẬP

33. Các phát biểu sau đúng hay sai?

- a) Hình vuông $ABCD$ chỉ có hai trục đối xứng là hai đường chéo AC , BD .
- b) Đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng MN và vuông góc với MN là trục đối xứng của đoạn thẳng MN .
- c) Nếu đường thẳng d là trục đối xứng của đường tròn thì d đi qua tâm của đường tròn ấy.

34. Trong Hình 35, các hình từ a) đến e), hình nào có trục đối xứng? Nếu là hình có trục đối xứng, hãy chỉ ra trục đối xứng của hình đó.



35. Trong các biển báo giao thông Hình 36, biển báo nào không có trục đối xứng?

- a) Biển báo đường bị hẹp cả hai bên (Hình 36a);
- b) Biển báo giao nhau với đường sắt có rào chắn (Hình 36b);
- c) Biển báo giao nhau với đường không ưu tiên (Hình 36c);
- d) Biển báo đường người đi xe đạp cắt ngang (Hình 36d).



36. Trong các công trình được minh họa ở Hình 37, các hình từ a) đến c), công trình nào có trục đối xứng?



Hình 37

§6 HÌNH CÓ TÂM ĐỐI XỨNG

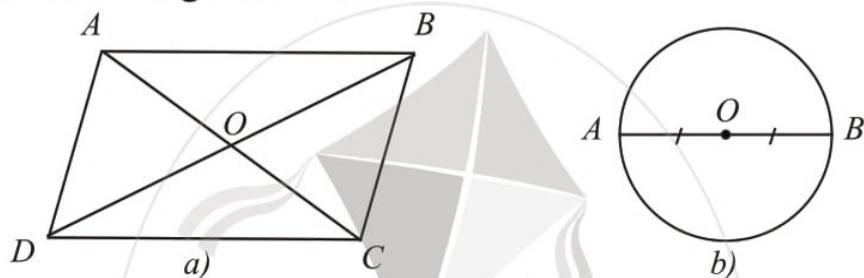
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua tâm O khi O là trung điểm của đoạn thẳng AB . Hình có tâm đối xứng còn được gọi là hình đối xứng tâm.



B. VÍ DỤ

Trong Hình 38a và Hình 38b, hình nào có tâm đối xứng? Nếu là hình có tâm đối xứng, chỉ ra tâm đối xứng của hình đó.



Giải

Hình bình hành $ABCD$ ở Hình 38a là hình có tâm đối xứng. Giao điểm của hai đường chéo là tâm đối xứng (điểm O).

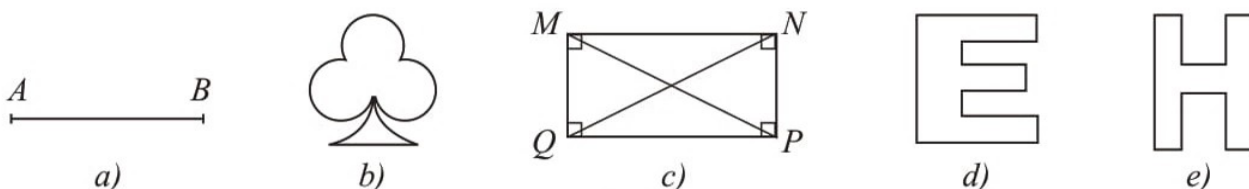
Hình tròn ở Hình 38b là hình có tâm đối xứng. Tâm đường tròn là tâm đối xứng (điểm O).

C. BÀI TẬP

37. Các phát biểu sau đúng hay sai?

- Tam giác đều ABC là hình đối xứng tâm.
- Hình thang cân là hình có tâm đối xứng và giao điểm của hai đường chéo là tâm đối xứng.
- Hình thoi $ABCD$ có tâm đối xứng là điểm O (O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD).

38. Trong Hình 39, các hình từ a) đến e), hình nào có tâm đối xứng? Nếu là hình có tâm đối xứng, hãy chỉ ra tâm đối xứng của hình đó.



Hình 39

39. Trong Hình 40, các hình từ a) đến e), họa tiết của viên gạch hoa nào không có tâm đối xứng?



a)

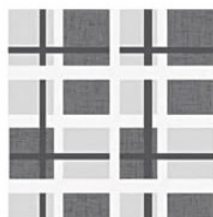


b)

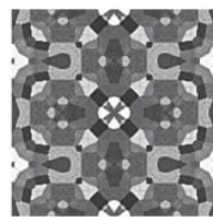


c)

Hình 40



d)



e)

40. Cho 4 miếng bìa giống nhau (Hình 41). Hãy ghép các miếng bìa đó để thành các hình:

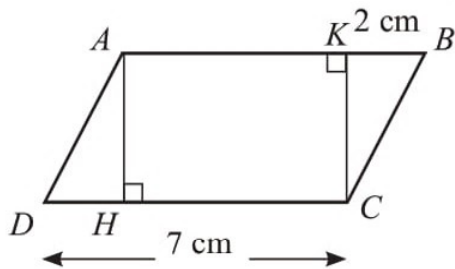
- Có trục đối xứng;
- Có tâm đối xứng;
- Có cả trục đối xứng và tâm đối xứng.



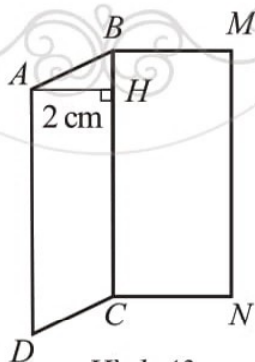
Hình 41

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG III

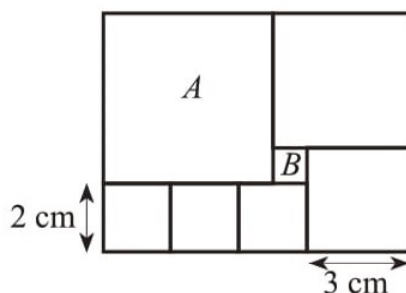
41. Bác An muốn lát gạch một cái sân dạng hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là 12 m và 9 m. Tiền gạch là 130 000 đồng/m² và tiền công lát (tính cả vật liệu khác) là 70 000 đồng/m². Bác An phải trả tất cả bao nhiêu tiền?
42. Cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 28 cm² và $CD = 7$ cm. Vẽ AH vuông góc với CD và CK vuông góc với AB (Hình 42). Tính diện tích hình chữ nhật $AHCK$, biết $BK = 2$ cm.



Hình 42



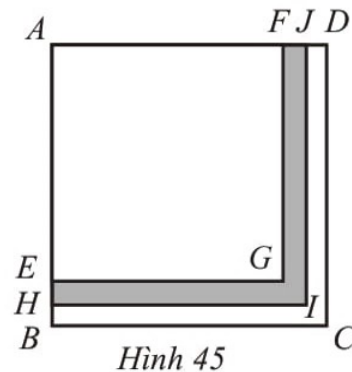
Hình 43



Hình 44

43. Tính diện tích Hình 43 gồm một hình bình hành $ABCD$ và một hình chữ nhật $BCNM$, biết $BCNM$ có chu vi bằng 18 cm và chiều dài gấp hai lần chiều rộng.
44. Một hình chữ nhật lớn gồm 7 hình vuông. Trong đó A là hình vuông lớn nhất và B là hình vuông nhỏ nhất (Hình 44). Hình vuông A có diện tích gấp bao nhiêu lần diện tích hình vuông B ?

45. Cho các hình vuông $ABCD$, $AHIJ$, $AEGF$ và H là trung điểm của đoạn BE (Hình 45). Độ dài các cạnh của các hình vuông nói trên theo đơn vị xăng-ti-mét đều là các số tự nhiên. Tính diện tích hình vuông $ABCD$, biết rằng diện tích phần tô đậm là 19 cm^2 .

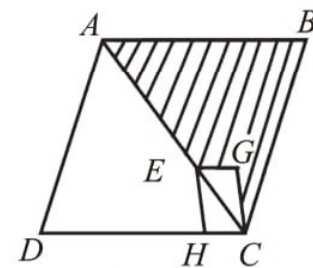


Hình 45

46. Hãy cắt hai tam giác vuông giống nhau từ một tấm bìa và ghép chúng lại để tạo thành:

- Một hình chữ nhật;
- Một hình bình hành.

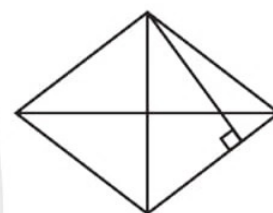
So sánh diện tích của các hình ghép được.



Hình 46

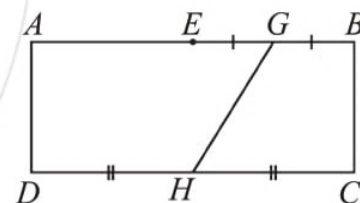
47. Cho hình thoi $ABCD$ và hình bình hành $EGCH$ (Hình 46). Chứng tỏ rằng diện tích phần gạch chéo bằng diện tích tứ giác $AEHD$.

48. Hai đường chéo của một hình thoi có độ dài là 160 cm và 120 cm (Hình 47). Tính chiều cao của hình thoi, biết tỉ số giữa chiều cao và độ dài cạnh hình thoi là $24 : 25$.



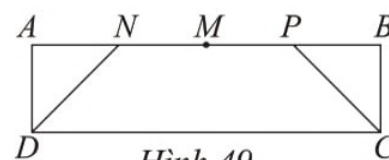
Hình 47

49. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi E, H, G lần lượt là trung điểm của AB, CD, EB (Hình 48). Tính tỉ số diện tích của diện tích hình thang $GBCH$ và diện tích hình thang $AGHD$.



Hình 48

50. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4BC$ và diện tích bằng 100 m^2 . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AM và MB (Hình 49). Tính diện tích hình thang cân $NPCD$.



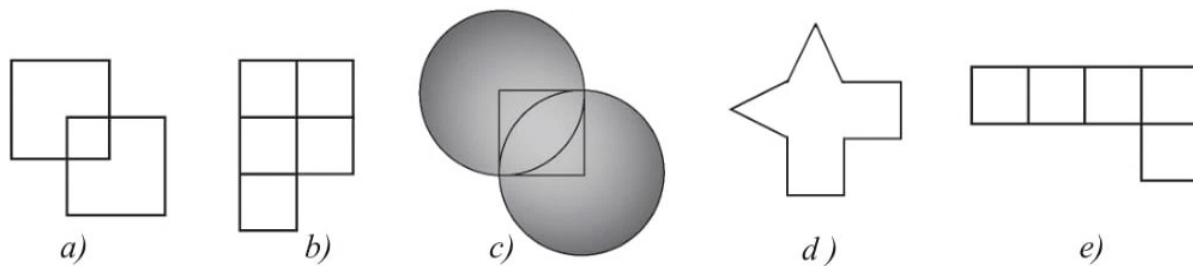
Hình 49

51. Trong giờ thảo luận nhóm, ba bạn Hùng, Kiên, Minh phát biểu như sau:

- Bạn Hùng nói: “Hình thoi chỉ có tâm đối xứng và không có trục đối xứng.”
- Bạn Kiên nói: “Hình chữ nhật không có tâm đối xứng và chỉ có trục đối xứng.”
- Bạn Minh phát biểu: “Hình vuông có cả tâm đối xứng và trục đối xứng.”

Theo em, bạn nào phát biểu đúng?

52. Trong Hình 50, các hình từ a) đến e), hình nào không có trục đối xứng?



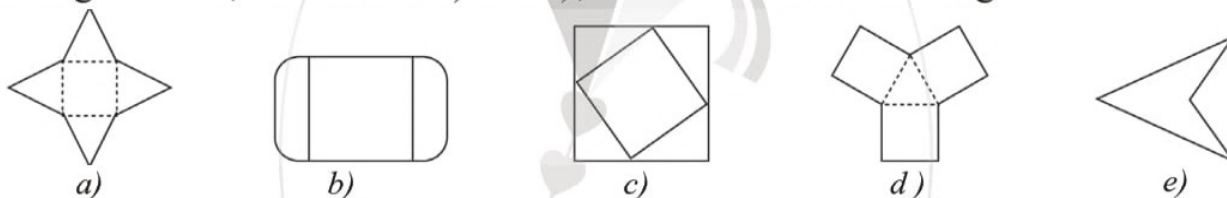
Hình 50

53. Trong Hình 51, các hình từ a) đến e), hình nào có trục đối xứng?



Hình 51

54. Trong Hình 52, các hình từ a) đến e), hình nào có tâm đối xứng?



Hình 52

55. Trong các biển báo giao thông ở Hình 53, biển báo nào không có tâm đối xứng?

- a) Biển báo cấm đi ngược chiều (Hình 53a): báo đường cấm các loại xe (cơ giới, thô sơ) đi vào theo chiều đặt biển, trừ các loại xe ưu tiên theo quy định.
- b) Biển báo cấm dừng xe và đỗ xe (Hình 53b): biển có hiệu lực cấm các loại xe cơ giới dừng và đỗ ở phía đường có đặt biển, trừ các loại xe ưu tiên theo quy định.
- c) Biển báo cấm sử dụng còi (Hình 53c): cấm các loại xe cơ giới sử dụng còi.
- d) Biển báo cấm rẽ phải (Hình 53d): cấm các loại xe (cơ giới, thô sơ) rẽ phải ở những vị trí đường giao nhau trừ các loại xe ưu tiên theo quy định.



a) (Nền đỏ)



b) (Viền đỏ,
nền xanh)



c) (Viền đỏ)



d) (Viền đỏ)

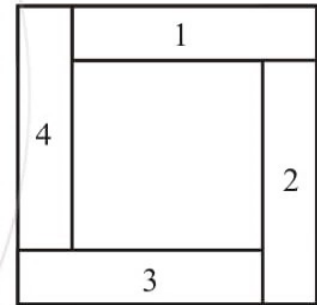
Hình 53

1. Học sinh tự làm.
2. Tam giác ABC là tam giác đều.
3. a) Sai. b) Đúng. c) Sai.
4. Học sinh tự làm.
5. Hình a có 13 hình vuông. Hình b có 14 hình vuông.
6. Tổng chu vi của cả bốn hình vuông đó là: $4a + 4a + 8a + 8a = 24a = 144$ (cm), do đó $a = 6$ cm. Vậy tổng diện tích của bốn hình vuông đó là:

$$2 \cdot 6^2 + 2 \cdot 12^2 = 72 + 288 = 360 \text{ (cm}^2\text{)}.$$
7. Số đo diện tích có thể là: $16 = 4^2$; $25 = 5^2$; $36 = 6^2$; $49 = 7^2$; $64 = 8^2$; $81 = 9^2$.
 Vì chỉ có 64 là số có chữ số hàng đơn vị bằng 4, suy ra cạnh miếng tôn hình vuông đó có độ dài bằng 8 dm.
8. Ta có diện tích của các khu đất 1, 2, 3, 4 (Hình 54) sau khi mở rộng lần lượt là:

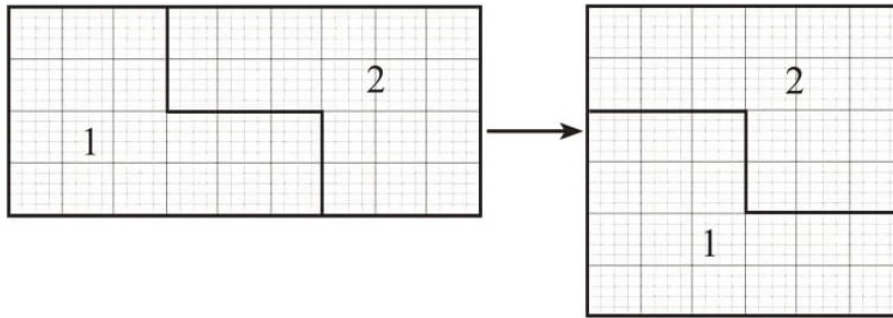
$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = 80 : 4 = 20 \text{ (m}^2\text{)}.$$
 Cạnh của vườn trường sau khi mở rộng là:

$$20 : 2 + 2 = 12 \text{ (m)}.$$



Hình 54

13. Học sinh tham khảo cách cắt và ghép ở Hình 55:



Hình 55

14. Diện tích hình thoi là: $(20 \cdot 12) : 2 = 120 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích hình chữ nhật là: $20 \cdot 12 = 240 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Vậy diện tích hình chữ nhật gấp đôi diện tích hình thoi.

15. Diện tích hình thoi trên quốc kì Brazil theo đề bài là: $(83 \cdot 54) : 2 = 2\,241 \text{ (cm}^2\text{)}$.

16. Độ dài đoạn dây thép là: $(21 + 12) \cdot 2 + (12 + 9) \cdot 2 + 9 = 117 \text{ (cm)}$.

17. Sau khi cắt đi bốn góc theo các hình vuông nhỏ, chu vi của miếng bìa mới vẫn bằng chu vi miếng bìa cũ và bằng $65 \cdot 4 = 260 \text{ (cm)}$.

Diện tích miếng bìa mới là: $65 \cdot 65 - 15 \cdot 15 \cdot 4 = 3\,325 \text{ (cm}^2\text{)}$.

18. Vì độ dài hai đường chéo là số tự nhiên, cho nên ta thử các cặp số có tổng bằng 20, xem cặp số nào có tích lớn nhất. Ta nhận xét trong các cặp số đó, tích lớn nhất có được khi hai số bằng nhau. Vậy độ dài hai đường chéo hình thoi đều là: $20 : 2 = 10 \text{ (cm)}$.

Khi đó, diện tích lớn nhất của hình thoi là: $(10 \cdot 10) : 2 = 50 \text{ (cm}^2\text{)}$.

19. Chu vi của hình bình hành $ABCD$ là: $(12 + 8) \cdot 2 = 40 \text{ (cm)}$.

Diện tích của hình bình hành $ABCD$ là: $12 \cdot 6 = 72 \text{ (cm}^2\text{)}$.

20. Độ dài cạnh mỗi hình thoi là: $200 : 4 = 50 \text{ (cm)}$.

Chu vi của hình bình hành được ghép bởi 3 hình thoi là: $50 \cdot 8 = 400 \text{ (cm)}$.

Diện tích của hình bình hành gấp ba lần diện tích hình thoi và bằng:

$$[(80 \cdot 60) : 2] \cdot 3 = 7\,200 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Vậy chiều cao AH của hình bình hành trong Hình 20a là: $7\,200 : 150 = 48 \text{ (cm)}$.

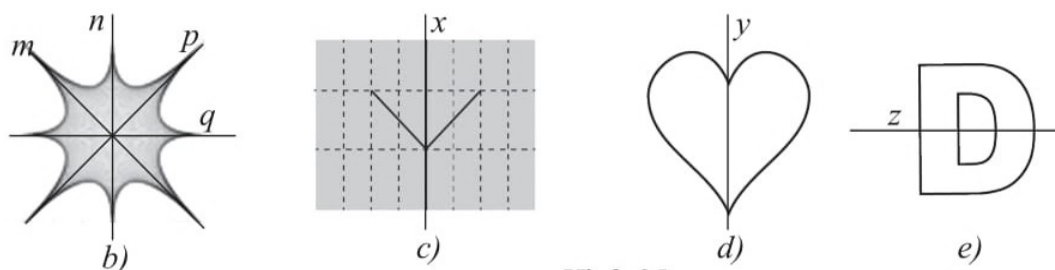
Chiều cao NK của hình bình hành trong Hình 20b là: $7\,200 : 50 = 144 \text{ (cm)}$.

34. Hình 35b có 4 trục đối xứng là các đường thẳng m, n, p, q .

Hình 35c có 1 trục đối xứng là đường thẳng x .

Hình 35d có 1 trục đối xứng là đường thẳng y .

Hình 35e có 1 trục đối xứng là đường thẳng z .



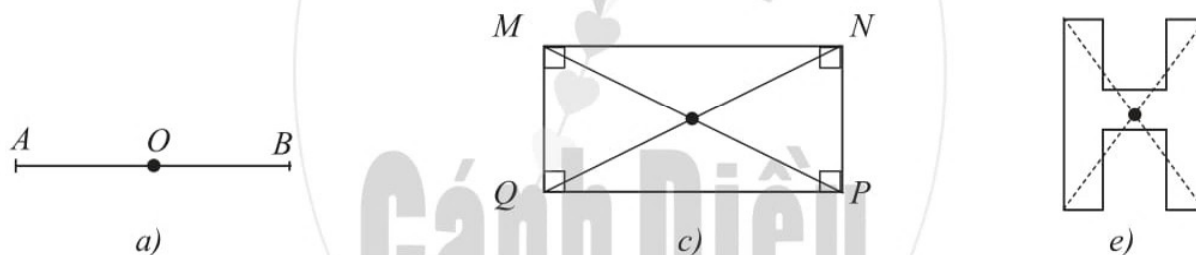
Hình 35

35. Các biển ở Hình 36c, Hình 36d không có trục đối xứng.

36. Các công trình minh họa ở Hình 37a, Hình 37c có trục đối xứng.

37. a) Sai. b) Sai. c) Đúng.

38. Các hình có tâm đối xứng là Hình 39a, Hình 39c, Hình 39e.



Hình 39

39. Hoa tiết của viên gạch hoa lát nền ở Hình 40b, Hình 40d không có tâm đối xứng.

40. Học sinh tự làm.

41. Bác An phải trả tổng số tiền là: $(130\,000 + 70\,000) \cdot 9 \cdot 12 = 21\,600\,000$ (đồng).

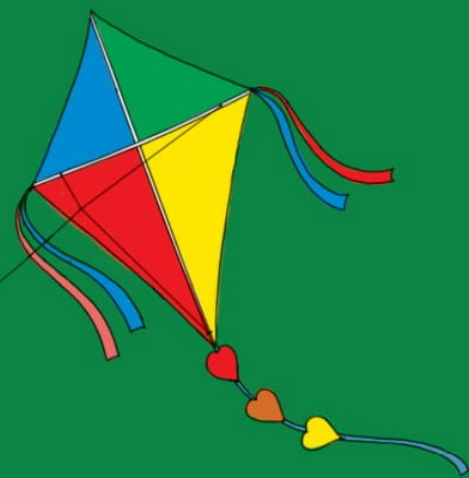
42. Ta có: $AH = 28 : 7 = 4$ (cm), $AK = 7 - 2 = 5$ (cm).

Diện tích hình chữ nhật AHCK là: $4 \cdot 5 = 20$ (cm²).

43. Tổng chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật BCNM là: $18 : 2 = 9$ (cm). Do chiều dài gấp hai lần chiều rộng, suy ra chiều dài bằng 6 cm, chiều rộng bằng 3 cm. Vậy diện tích Hình 43 là $6 \cdot 3 + 6 \cdot 2 = 30$ (cm²).

44. Độ dài cạnh hình vuông B bằng $3 - 2 = 1$ (cm), độ dài cạnh hình vuông A bằng $2 \cdot 3 - 1 = 5$ (cm). Diện tích hình vuông A bằng $5 \cdot 5 = 25$ (cm²). Diện tích hình vuông B bằng $1 \cdot 1 = 1$ (cm²). Vậy hình vuông A có diện tích gấp 25 lần diện tích hình vuông B .
45. Gọi độ dài cạnh EG bằng a (cm), độ dài đoạn EH bằng b (cm).
Ta có diện tích phần tô đậm là $2ab + b^2 = 19$. Suy ra $b^2 < 19$ và b là số tự nhiên lẻ cho nên $b = 1$ hoặc $b = 3$. Nếu $b = 3$ thì $6a = 10$, loại do a là số tự nhiên. Vậy $b = 1$ và $a = 9$. Khi đó $AB = 11$ cm.
Vậy diện tích hình vuông $ABCD$ là: $11^2 = 121$ (cm²).
46. Học sinh tự làm.
47. Diện tích tam giác ABC bằng diện tích tam giác ADC , diện tích tam giác EGC bằng diện tích tam giác ECH . Suy ra diện tích phần gạch chéo bằng diện tích tứ giác $AEHD$.
48. Diện tích hình thoi là: $(160 \cdot 120) : 2 = 9\,600$ (cm²). Vì tỉ số giữa chiều cao và độ dài cạnh hình thoi bằng $24 : 25$ nên có thể coi chiều cao bằng $24a$ và cạnh hình thoi bằng $25a$.
Diện tích hình thoi có thể tính bằng $24a \cdot 25a = 9\,600$, suy ra $a = 4$ cm. Khi đó, chiều cao của hình thoi là: $24 \cdot 4 = 96$ (cm).
49. Ta có hai hình thang $GBCH$ và $AGHD$ có độ dài đường cao bằng nhau. Đặt độ dài GB bằng a . Khi đó $AG = 3a$, $DH = HC = 2a$. Vậy tỉ số giữa diện tích các hình thang $GBCH$ và $DHGA$ bằng $3 : 5$.
50. Ta có $4BC^2 = 100$, suy ra $BC = 5$ (m), $AB = 20$ (m). Khi đó diện tích hình thang cân $NPCD$ là: $(10 + 20) \cdot 5 : 2 = 75$ (m²).
51. Bạn Hùng và Kiên phát biểu sai, bạn Minh phát biểu đúng.
52. Hình 50b, Hình 50e không có trục đối xứng.
53. Hình 51d có trục đối xứng.
54. Hình 52a, Hình 52b, Hình 52c có tâm đối xứng.
55. Biển báo ở Hình 53c, Hình 53d không có tâm đối xứng.

**Mang cuộc sống vào bài học
Đưa bài học vào cuộc sống**



BỘ SÁCH GIÁO KHOA LỚP 6 Cánh Diều

1. Ngữ văn 6 (Tập một, Tập hai)
2. Toán 6 (Tập một, Tập hai)
3. Giáo dục công dân 6
4. Lịch sử và Địa lí 6
5. Khoa học tự nhiên 6
6. Công nghệ 6
7. Tin học 6
8. Giáo dục thể chất 6
9. Âm nhạc 6
10. Mĩ thuật 6
11. Hoạt động trải nghiệm, hướng nghiệp 6
12. Tiếng Anh 6 Explore English

TÌM ĐỌC

CÁC SÁCH BỔ TRỢ VÀ THAM KHẢO LỚP 6 (Cánh Diều)
THEO TỪNG MÔN HỌC



Dùng điện thoại quét mã QR để truy cập trang web:
<https://canhdiều.monkey.edu.vn>

TEM CHỐNG GIẢ

ISBN: 978-604-54-8109-7



9 786045 481097