

PHAN DOÃN THOẠI (Chủ biên) – PHẠM THỊ BẠCH NGỌC

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN 6

THEO CHỦ ĐỀ

PHẦN SỐ HỌC

(BÁM SÁT CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG)

(Tái bản lần thứ nhất)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Chủ tịch Hội đồng Thành viên kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Tổng biên tập kiêm Phó Tổng Giám đốc NGUYỄN QUÝ THAO

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung:

Phó Tổng biên tập PHAN DOãn THOẠI
Giám đốc CTCP Sách giáo dục tại TP Hà Nội CẦN HỮU HẢI

Biên tập nội dung:

HOÀNG VIỆT – MAI MINH TUÂN

Sửa bản in:

MAI MINH TUÂN

Trình bày bìa:

HOÀNG MẠNH DỨA

Thiết kế sách và chế bản:

CÔNG TY CP DV VĂN HÓA TRUYỀN THÔNG DIỄM TUỜNG

Lời nói đầu

Chương trình toán trung học cơ sở được trình bày theo các chủ đề. Trong mỗi chủ đề có quy định chuẩn (mức độ cần đạt) về kiến thức và kỹ năng tương đối chi tiết. Do những quy định về thời lượng dạy học, mỗi chủ đề được phân phối trong một hoặc nhiều bài học của SGK. Để giúp học sinh THCS nắm vững kiến thức và phương pháp giải toán, chúng tôi biên soạn bộ sách :

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN THEO CHỦ ĐỀ

Bộ sách gồm 8 quyển. Mỗi lớp hai quyển, một quyển bao gồm các chủ đề Số học (lớp 6), Đại số (lớp 7, 8, 9), một quyển bao gồm các chủ đề Hình học.

Sách được phân chia thành các chương với tên chương như trong SGK. Mỗi chương gồm các chủ đề. Mỗi chủ đề gồm hai phần :

A. Kiến thức cần nhớ. Phần này trình bày tóm tắt những kiến thức cơ bản và nâng cao cần thiết cho việc giải toán.

B. Các dạng bài tập cơ bản. Dựa vào những nội dung cơ bản của từng chủ đề, chúng tôi đưa ra các dạng bài tập để thực hành và luyện tập các nội dung phục vụ cho chủ đề. Trong mỗi dạng bài tập có ba nội dung chính sau đây : **Phương pháp giải; Ví dụ; Bài tập.** Mỗi phương pháp giải đưa ra một số ví dụ minh họa tiêu biểu.

Hệ thống bài tập, về cơ bản gồm hai loại : Loại 1, áp dụng trực tiếp phương pháp và các ví dụ nêu trên; Loại 2, gồm các bài tập vận dụng một cách tổng hợp các phương pháp đó.

Các tác giả đã dành nhiều thời gian để sắp xếp các chủ đề theo thứ tự logic của chương trình; lựa chọn các ví dụ và bài tập từ dễ đến khó và cố gắng đáp ứng nhu cầu nắm vững kiến thức cơ bản của đa số học sinh, đồng thời hướng học sinh đi sâu (ở một số bài tập có dấu ***), phát triển những kiến thức được truyền thụ và rèn luyện kỹ năng.

Mặc dù bộ sách đã được các tác giả nhiều năm kinh nghiệm giảng dạy dày công biên soạn nhưng cũng không thể tránh khỏi thiếu sót, rất mong được bạn đọc góp ý.

Mọi thư từ góp ý xin gửi về :

P. Khai thác và Quản lý Để tài – Công ty CP Sách Giáo dục tại Tp Hà Nội.

Địa chỉ : Lô B1 DN 14/3 – Nguyễn Khánh Toàn – Quan Hoa – Cầu Giấy – Hà Nội.

Hà Nội, ngày 01 tháng 01 năm 2011.

Các tác giả

ÔN TẬP VÀ BỔ TÚC VỀ SỐ TỰ NHIÊN

Chủ đề 1

TẬP HỢP - TẬP HỢP CON. SỐ PHẦN TỬ CỦA TẬP HỢP

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tập hợp

Tập hợp là một khái niệm cơ bản thường dùng trong toán học và trong cuộc sống, ta hiểu tập hợp thông qua các ví dụ. Người ta thường đặt tên tập hợp bằng chữ cái in hoa, đặt tên cho các phần tử của tập hợp là chữ cái thường.

Để kí hiệu a là một phần tử của tập hợp A , ta viết $a \in A$. Để kí hiệu b không là phần tử của tập hợp A , ta viết $b \notin A$.

Để viết một tập hợp, thường có hai cách :

- Liệt kê các phần tử của tập hợp.
- Chỉ ra các tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp đó.

2. Số phần tử của một tập hợp

Một tập hợp có thể có một phần tử, có nhiều phần tử, có vô số phần tử, cũng có thể không có phần tử nào.

Tập hợp không có phần tử nào gọi là tập rỗng. Tập hợp rỗng được kí hiệu là $\emptyset$.

3. Tập hợp con

Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều thuộc tập hợp B thì tập hợp A gọi là tập hợp con của tập hợp B . Ta kí hiệu $A \subset B$ hay $B \supset A$; đọc : A là tập hợp con của tập hợp B , hoặc A được chứa trong B , hoặc B chứa A .

Nếu $A \subset B$ và $B \subset A$ thì ta nói A và B là hai tập hợp bằng nhau, kí hiệu là $A = B$.

☞ Nếu A có n phần tử thì số tập hợp con của A là 2^n .

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Cách viết tập hợp

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Để viết tập hợp có ít phần tử, ta thường sử dụng cách liệt kê các phần tử của tập hợp đó.
- Để viết tập hợp có nhiều phần tử hoặc có vô số phần tử, ta thường sử dụng cách chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử thuộc tập hợp đó.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Viết tập hợp A các số tự nhiên lớn hơn 5 và nhỏ hơn 15 bằng hai cách. Sau đó điền kí hiệu thích hợp ($\in$, $\notin$) vào ô vuông :

$$12 \quad \square \quad A ;$$

$$20 \quad \square \quad A.$$

Lời giải

* **Cách 1:** Liệt kê các phần tử của tập hợp.

Các số tự nhiên lớn hơn 5 và nhỏ hơn 15 là :

$$6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14.$$

Tập hợp A các số tự nhiên thỏa mãn đề bài là :

$$A = \{6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14\}.$$

Cách 2: Chỉ ra các tính chất đặc trưng của các phần tử của tập hợp.

Gọi số tự nhiên thỏa mãn đề bài là n thì $n \in \mathbb{N}$ và $5 < n < 15$.

Tập hợp A các số tự nhiên thỏa mãn đề bài là:

$$A = \{n \in \mathbb{N} | 5 < n < 15\}.$$

* Vì 12 là một phần tử của tập hợp A, còn 20 không là một phần tử nào của tập hợp A nên $12 \in A$, $20 \notin A$.

Ví dụ 2. Viết tập hợp S gồm các chữ cái trong cụm từ :

“NHA XUAT BAN GIAO DUC VIET NAM”.

Lời giải

Liệt kê các chữ cái trong cụm từ :

“NHA XUAT BAN GIAO DUC VIET NAM”.

Mỗi chữ cái chỉ viết một lần, vậy tập hợp :

$$S = \{N ; H ; A ; X ; U ; T ; B ; G ; I ; O ; D ; C ; V ; E ; M\}.$$

Ví dụ 3. Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 3\}$ và $B = \{4; 5\}$.

- 1) Hãy viết tập hợp C gồm một phần tử thuộc A và một phần tử thuộc B . Có bao nhiêu tập hợp như vậy ?
- 2) Hãy viết tập hợp D gồm một phần tử thuộc A và hai phần tử thuộc B . Có bao nhiêu tập hợp như vậy ?

Lời giải

1) Tập hợp C có hai phần tử: một phần tử thuộc A và một phần tử thuộc B . Do đó có tất cả $3 \cdot 2 = 6$ tập hợp thỏa mãn. Đó là :

$\{1; 4\}, \{1; 5\}, \{2; 4\}, \{2; 5\}, \{3; 4\}, \{3; 5\}$.

2) Tập hợp D có ba phần tử: một phần tử thuộc A và hai phần tử thuộc B . Do đó có tất cả $3 \cdot 1 = 3$ tập hợp thỏa mãn. Đó là :

$\{1; 4; 5\}, \{2; 4; 5\}, \{3; 4; 5\}$.

Ví dụ 4. Nhìn vào hình vẽ sau hãy viết các tập hợp A, B, C, D .

Lời giải

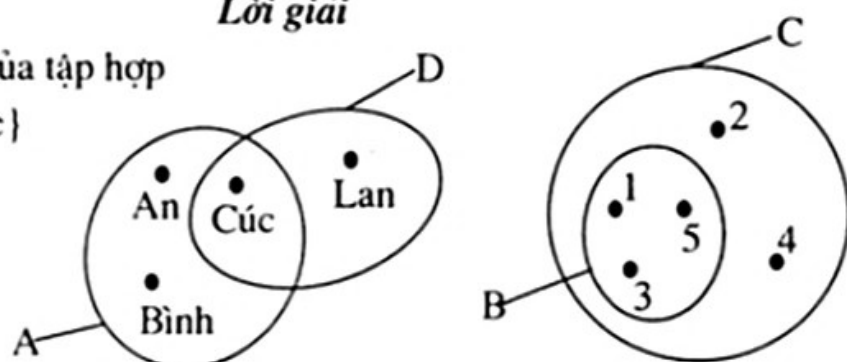
Liệt kê các phần tử của tập hợp

$A = \{An; Bình; Cúc\}$

$B = \{1; 3; 5\}$

$C = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

$D = \{Cúc; Lan\}$.



III. BÀI TẬP

1. Viết tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử :

a) $A = \{x \in \mathbb{N}^* | 20 \leq x < 30\}$;

b) $B = \{x \in \mathbb{N}^* | x < 15\}$;

c) C là tập hợp các số nguyên tố nhỏ hơn 50.

2. Viết tập hợp các chữ cái trong cụm từ "THANG LONG – HÀ NỘI".

3. Viết tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau từ các chữ số 1, 3, 5.

4. Cho hai tập hợp $C = \{a; b\}$ và $D = \{1; 2; 3\}$. Hãy viết :

a) Tập hợp M gồm hai phần tử trong đó có một phần tử thuộc C và một phần tử thuộc D .

b) Tập hợp N gồm ba phần tử trong đó có một phần tử thuộc C và hai phần tử thuộc D .

c) Tập hợp P gồm bốn phần tử trong đó có hai phần tử thuộc C và hai phần tử thuộc D .

5. Hàng ngày bác An đi làm phải đi qua cầu X, biết rằng có bốn con đường để đi từ nhà bác đến cầu X và có ba con đường để đi từ cầu X đến cơ quan bác. Hãy viết tập hợp các con đường đi từ nhà bác An đến cơ quan.

DẠNG 2. Xác định số phần tử của tập hợp

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Đối với tập hợp có hữu hạn phần tử, để tính số phần tử của nó ta có thể :

- Viết tập hợp dưới dạng liệt kê các phần tử rồi đếm chúng ;
- Hoặc chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử của tập hợp, phát hiện quy luật rồi tính số phần tử của chúng.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Dùng ba chữ số 0, 5, 9 để viết tập hợp các số có ba chữ số khác nhau. Hỏi tập hợp này có bao nhiêu phần tử ?

Lời giải

Với ba chữ số 0, 5, 9, ta có thể lập được bốn số có ba chữ số khác nhau là 590, 509, 905, 950. Vì vậy tập hợp này có 4 phần tử.

Ví dụ 2. Hãy tính số phần tử của tập hợp A gồm các số tự nhiên liên tiếp từ 1990 đến 2009.

Lời giải

Các số tự nhiên liên tiếp hơn kém nhau 1 đơn vị. Vì vậy số phần tử của tập hợp A là : $2009 - 1990 + 1 = 20$.

☞ **Nhận xét :**

Tập hợp các số tự nhiên liên tiếp từ a đến b có $b - a + 1$ phần tử.

Ví dụ 3. Hãy tính số phần tử của tập hợp :

$$B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x = 3k \text{ và } 1000 < x < 3000\}.$$

Lời giải

Cách 1: Phần tử nhỏ nhất của B là 1002 ứng với $k = 334$.

Phần tử lớn nhất của B là 2997 ứng với $k = 999$.

Vậy số phần tử của B là : $999 - 334 + 1 = 666$.

Cách 2: Tập hợp B gồm các phần tử là các số tự nhiên chia hết cho 3 từ 1002 đến 2997. Hai phần tử liên tiếp của B hơn kém nhau 3 đơn vị, nên số phần tử của B là : $(2997 - 1002) : 3 + 1 = 666$.

Ví dụ 4. Cho biết mỗi tập hợp sau có bao nhiêu phần tử.

- a) Tập hợp C các số tự nhiên x sao cho $x - 10 = 20$;
- b) Tập hợp D các số tự nhiên y sao cho $y \times 0 = 0$;
- c) Tập hợp E các số tự nhiên z sao cho $z \times 0 = 10$;
- d) Tập hợp F các chữ cái trong cụm từ : “LUONG Y NHU TU MAU”.

Lời giải

- a) $x - 10 = 20 \Leftrightarrow x = 30$ nên $C = \{30\}$, C có một phần tử.
- b) Bất kì số tự nhiên nào nhân với 0 cũng bằng 0 nên $D = \mathbb{N}$, D có vô số phần tử.
- c) Không tồn tại số tự nhiên nào nhân với 0 cho kết quả khác 0.
Vì vậy $E = \emptyset$, nên số phần tử của E là 0.
- d) $F = \{L : U : O : N : G : Y : H : T : M : A\}$ nên F có 10 phần tử.

III. BÀI TẬP

- 6. Viết các tập hợp sau và cho biết mỗi tập hợp có bao nhiêu phần tử ?
 - a) Tập hợp các số tự nhiên không vượt quá 40 ;
 - b) Tập hợp các số tự nhiên lẻ lớn hơn 10 nhưng nhỏ hơn 50 ;
 - c) Tập hợp các số tự nhiên chia cho 3 dư 1, lớn hơn 20 nhưng nhỏ hơn 100.
- 7. Tính số phần tử của các tập hợp sau:
 - a) $A = \{10 ; 12 ; 14 ; \dots ; 2000\}$;
 - b) $B = \{15 ; 20 ; 25 ; \dots ; 100\}$;
 - c) $C = \{21 ; 25 ; 29 ; 33 ; \dots ; 201\}$.
- 8. Dùng bốn chữ số 1, 2, 3, 4 để viết tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau. Hỏi tập hợp này có bao nhiêu phần tử ?
- 9. Dùng bốn chữ số 0, 1, 2, 3 để viết tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau. Hỏi tập hợp này có bao nhiêu phần tử ?
- 10. Cho biết mỗi tập hợp sau có bao nhiêu phần tử :
 - a) Tập hợp A các số tự nhiên x sao cho $x + 10 = 20,5$;
 - b) Tập hợp B các số tự nhiên y sao cho $y : 2 < 50$;
 - c) Tập hợp C các số tự nhiên z sao cho $z : 2 + 1 > 100$.
 - d) Tập hợp D các chữ cái trong cụm từ :

“TRUONG HOC THAN THIEN, HOC SINH TICH CUC”.

DẠNG 3. Tập hợp con

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Để chứng tỏ tập hợp B là tập con của tập hợp A, ta cần chỉ ra mỗi phần tử của B đều thuộc A.
- Để viết một tập con của tập hợp A cho trước, ta cần liệt kê các phần tử của A mỗi tập hợp gồm một số phần tử của A sẽ là tập con của A.

☞ **Lưu ý :**

Số phần tử của tập con của A không vượt quá số phần tử của A. Tập rỗng là tập con của mọi tập hợp.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trong hai tập hợp sau đây, tập hợp nào là tập hợp con của tập hợp còn lại ?

- 1) $A = \{1; 3\}$; $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.
- 2) $C = \{T; I; Ê; N\}$; $D = \{T; Ô; I\}$.
- 3) E là tập các số tự nhiên có tận cùng là 0 ;
F là tập các số tự nhiên chia hết cho 5.

Lời giải

- 1) Do hai phần tử 1 và 3 của A đều thuộc B nên A là tập hợp con của B.
- 2) Nhận thấy chữ Ê thuộc tập C nhưng không thuộc tập D nên C không là tập con của D. Lại có, chữ Ô thuộc tập D nhưng không thuộc tập C nên D không là tập hợp con của tập C.
- 3) Số tự nhiên có tận cùng là 0 đều chia hết cho 5, vì vậy E là tập hợp con của F.

Ví dụ 2. Cho tập hợp $A = \{Nho; Mận; Đào; Hồng\}$. Hãy viết tất cả các tập hợp con của A sao cho mỗi tập hợp đó có :

- 1) Một phần tử ;
- 2) Hai phần tử ;
- 3) Ba phần tử.

Lời giải

- 1) Các tập hợp con của A có một phần tử là
 $\{Nho\}$; $\{Mận\}$; $\{Đào\}$; $\{Hồng\}$.
- 2) Các tập hợp con của A có hai phần tử là
 $\{Nho; Mận\}$; $\{Nho; Đào\}$; $\{Nho; Hồng\}$;
 $\{Mận; Đào\}$; $\{Mận; Hồng\}$; $\{Đào; Hồng\}$.

3) Các tập hợp con của A có ba phần tử là :

{Nho ; Mận ; Đào} ;

{Nho ; Mận ; Hồng} ;

{Nho ; Đào ; Hồng} ;

{Mận ; Đào ; Hồng}.

Ví dụ 3. Cho hai tập hợp $A = \{t ; h ; á ; n\}$ và $B = \{t ; h ; i ; ê ; n\}$. Hãy viết các tập hợp vừa là tập hợp con của A, vừa là tập hợp con của B.

Lời giải

Tập hợp là tập hợp con của A và B chỉ chứa những chữ cái có mặt trong cả A và B. Những chữ cái đó là t, h, n. Vì vậy các tập hợp con của A và B là :

$\emptyset, \{t\}, \{h\}, \{n\}, \{t ; h\}, \{t ; n\}, \{h ; n\}, \{t ; h ; n\}.$

III. BÀI TẬP

11. Trong ba tập hợp sau đây, tập hợp nào là tập hợp con của tập hợp còn lại. Dùng kí hiệu $\subset$ để thể hiện quan hệ mỗi tập hợp trên với tập N.
- A là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 20 ;
B là tập hợp các số lẻ ;
C là tập hợp các số tự nhiên khác 20.
12. Trong hai tập hợp sau, tập hợp nào là tập hợp con của tập hợp còn lại ?
- a) $A = \{m ; n\}$ và $B = \{m ; n ; p ; q\}$;
b) C là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số giống nhau và D là tập hợp các số tự nhiên chia hết cho 3.
c) $E = \{a \in \mathbb{N} \mid 5 < a < 10\}$ và $F = \{6 ; 7 ; 8 ; 9\}.$
13. Cho tập hợp $A = \{a ; b ; e ; g ; h ; u\}.$
- a) Viết các tập hợp con của A mà mọi phần tử của nó là nguyên âm.
b) Viết các tập hợp con của A mà mọi phần tử của nó là phụ âm.
c) Viết các tập hợp con của A có hai phần tử trong đó có một nguyên âm và một phụ âm.
14. Cho tập hợp $A = \{1 ; 2 ; 3\}.$
- a) Tìm các tập hợp con của tập hợp A.
b) Viết tập hợp B gồm các phần tử là các tập con của A.
c) Khẳng định A là tập con của B có đúng không ?
15. Trong các tập hợp sau :
- $A = \{1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9\}$;
B là tập hợp các số lẻ nhỏ hơn 10 ;

C là tập hợp các số tự nhiên chẵn :

D là tập hợp các số tự nhiên có tận cùng là 0.

a) Tìm những cặp tập hợp bằng nhau.

b) Tìm ra những cặp tập hợp, mà tập hợp này là tập con (thực sự) của tập hợp còn lại.

c) Tìm ra những cặp tập hợp, mà tập này không là tập hợp con của tập còn lại.

Chủ đề 2

SỐ TỰ NHIÊN. CÁCH GHI SỐ TỰ NHIÊN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tập hợp các số tự nhiên kí hiệu là N , tập hợp các số tự nhiên khác 0 kí hiệu là N^* . Ta có :

$$N = \{0; 1; 2; \dots\}; \quad N^* = \{1; 2; 3; \dots\}.$$

Mỗi số tự nhiên được biểu diễn bởi một điểm trên tia số. Trên tia số, điểm biểu diễn số nhỏ ở bên trái điểm biểu diễn số lớn.

2. Để ghi số tự nhiên trong hệ thập phân, người ta dùng mười chữ số là 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Trong hệ thập phân, cứ mười đơn vị của một hàng thì làm thành một đơn vị của hàng trên liền trước đó.

Ví dụ : $\overline{abcd} = a.1000 + b.100 + c.10 + d$, với $a \neq 0$.

Trong cách ghi số nói trên, mỗi chữ số trong một số ở những vị trí khác nhau có những giá trị khác nhau.

3. Trong hệ La mã, để ghi số tự nhiên người ta dùng bảy chữ số I, V, X, L, C, D, M (có giá trị tương ứng trong hệ thập phân là 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000). Mỗi chữ số La Mã không viết liền nhau quá ba lần nên sáu số đặc biệt (trong các số này, chữ số có giá trị nhỏ đứng trước số có giá trị lớn làm giảm giá trị của chữ số có giá trị lớn) là IV, IX, XL, XC, CD, CM (có giá trị trong hệ thập phân tương ứng là 4, 9, 40, 90, 400, 900).

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Cách ghi số tự nhiên

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Để ghi số tự nhiên cần phân biệt rõ : số với chữ số, số chục với chữ số hàng chục, số trăm với chữ số hàng trăm, ...
Ví dụ : Số 2153 có các chữ số là 1, 2, 3, 5 ; số chục là 215, chữ số hàng chục là 5 ; số trăm là 21, chữ số hàng trăm là 1, ...
- Mỗi chữ số trong một số ở những vị trí khác nhau sẽ có giá trị khác nhau. Riêng chữ số 0 không thể đứng ở vị trí đầu tiên.
- Số nhỏ nhất có n chữ số là $10 \dots 0$ (gồm $n - 1$ chữ số 0), số lớn nhất có n chữ số là $99 \dots 9$ (gồm n chữ số 9).

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Một số tự nhiên có ba chữ số sẽ thay đổi thế nào nếu ta thêm :

- 1) Chữ số 5 vào hàng trước nó ;
- 2) Chữ số 5 vào hàng sau nó.

Lời giải

- 1) Khi thêm chữ số 5 vào hàng trước số có ba chữ số thì chữ số 5 đứng ở vị trí hàng chục nghìn, các chữ số của số đó không thay đổi vị trí, nên số đó được tăng thêm 5000 đơn vị.
- 2) Khi thêm chữ số 5 vào hàng sau số có ba chữ số thì chữ số 5 đứng ở vị trí hàng đơn vị, các chữ số của số đó dịch chuyển lên một hàng cao hơn, ta có $\overline{abc}5 = \overline{abc} \cdot 10 + 5$, nên số đó được tăng gấp 10 lần và thêm 5 đơn vị.

Ví dụ 2. Với ba chữ số 0, 1, 2, hãy viết tất cả các số có ba chữ số (mỗi chữ số có thể viết lặp lại).

Lời giải

Chữ số 0 không thể đứng ở vị trí hàng nghìn (đầu tiên). Với ba chữ số 0, 1, 2, ta viết các số có ba chữ số trong đó :

- Có ba chữ số giống nhau là : 111, 222.
 - Có hai chữ số giống nhau là : 110, 101, 220, 202, 112, 121, 221, 212, 100, 200, 211, 122,
 - Có ba chữ số khác nhau là : 120, 102, 201, 210.
- Tổng cộng có tất cả 18 số thoả mãn điều kiện bài toán.

Ví dụ 3. Tìm số có ba chữ số có tổng các chữ số bằng 10, chữ số hàng trăm lớn hơn chữ số hàng chục, chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị.

Lời giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ với $0 \leq c < b < a \leq 9$, $a + b + c = 10$.

$$\begin{aligned} \text{Nhận thấy } a + b + c &= 9 + 1 + 0 = 8 + 2 + 0 = 7 + 3 + 0 \\ &= 7 + 2 + 1 = 6 + 3 + 1 = 6 + 4 + 0 \\ &= 5 + 3 + 2 = 5 + 4 + 1. \end{aligned}$$

Nên có tám số thoả mãn điều kiện bài toán là :

$$910, 820, 730, 721, 631, 640, 532, 541.$$

Ví dụ 4.

- 1) Với bốn chữ số 3, 5, 7, 9, hãy viết số tự nhiên nhỏ nhất và số tự nhiên lớn nhất có bốn chữ khác nhau.
- 2) Viết số tự nhiên nhỏ nhất và số tự nhiên lớn nhất có 4 chữ số khác nhau.

Lời giải

- 1) Để viết số tự nhiên nhỏ nhất có các chữ số khác nhau thì chữ số ở vị trí hàng cao phải nhỏ hơn chữ số ở vị trí hàng thấp hơn. Ta được số 3579.
Để viết số tự nhiên lớn nhất có các chữ số khác nhau thì chữ số ở vị trí hàng cao phải lớn hơn chữ số ở vị trí hàng thấp hơn. Ta được số 9753.
- 2) Số tự nhiên nhỏ nhất có bốn chữ số khác nhau là 1023; số tự nhiên lớn nhất có bốn chữ số khác nhau là 9876.

III. BÀI TẬP

16. Viết số tự nhiên với số trăm là 15, tổng chữ số hàng chục và hàng đơn vị là 3.
17. Một số tự nhiên có bốn chữ số sẽ thay đổi như thế nào nếu ta thêm :
 - a) Chữ số 6 vào cuối số đó ;
 - b) Chữ số 6 vào đầu số đó ?
18. Cho số 2009.
 - a) Hãy viết thêm một chữ số 0 vào số đã cho để được số lớn nhất có thể được.
 - b) Hãy viết thêm một chữ số 5 vào số đã cho để được số lớn nhất có thể được.
19. a) Dùng bốn chữ số 1, 5, 7, 9 viết tất cả các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau.
b) Dùng bốn chữ số 0, 1, 2, 3 viết tất cả các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau.
20. Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng chữ số hàng trăm gấp đôi chữ số hàng chục, chữ số hàng chục gấp đôi chữ số hàng đơn vị.

DẠNG 2. Cách ghi số trong hệ La Mã

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Để đọc số La Mã, ta cộng các giá trị của các chữ số La Mã có trong số đó, với lưu ý đến sáu số La Mã đặc biệt là IV, IX, XL, XC, CD, CM.
- Để viết số tự nhiên trong hệ La Mã, trước hết cần viết số đó dưới dạng tổng của các số, mỗi số có giá trị tương ứng bằng một chữ số La Mã. Sau đó viết các chữ số La Mã đó theo thứ tự giá trị từ lớn đến nhỏ.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Đọc các số La Mã sau : XXXIX, LXXXV, CDXCV.

Lời giải

Ta biết $X = 10$, $IX = 9$, $L = 50$, $V = 5$, $CD = 400$, $XC = 90$. Vì vậy :

$$XXXIX = 10 + 10 + 10 + 9 = 39$$

$$LXXXV = 50 + 10 + 10 + 10 + 5 = 85$$

$$CDXCV = 400 + 90 + 5 = 495.$$

Ví dụ 2. Viết các số tự nhiên sau bằng số La Mã : 25, 89, 2009, 1495.

Lời giải

Ta viết số dưới dạng tổng các số hạng, mà mỗi số hạng đó bằng giá trị của một chữ số La Mã :

$$25 = 10 + 10 + 5 \text{ nên } 25 = XXV$$

$$89 = 50 + 10 + 10 + 10 + 9 = LXXXIX$$

$$2009 = 1000 + 1000 + 9 = MMIX$$

$$1495 = 1000 + 900 + 40 + 5 = MCMXLV.$$

Ví dụ 3.

- Với cả hai chữ số I và X có thể xếp được những số La Mã nào (mỗi chữ số có thể viết nhiều lần) ?
- Dùng ba que diêm có thể xếp được các số La Mã nào nhỏ hơn 20 ?

Lời giải

a) Do mỗi chữ số La Mã không viết liền nhau quá ba lần và chữ số có giá trị nhỏ đứng sau chữ số có giá trị lớn, nên với hai chữ số I và X có thể xếp được các số :

IX, XI, XII, XIII, XIX, XXI, XXII, XXIII, XXIX, XXXI, XXXII, XXXIII.

b) Dùng ba que diêm có thể xếp được các số : III, IV, VI, IX, XI.

III. BÀI TẬP

21. Đọc các số La Mã sau : XVIII, XXXIV, CCLV, XCIX.
22. Viết các số tự nhiên sau bằng chữ số La Mã : 17, 29, 1999, 2010.
23. Với hai chữ số V và X, có thể viết được những số La Mã nào (mỗi chữ số có thể viết nhiều lần) ?
24. Với ba chữ số I, V, X có thể viết được những số La Mã nào (mỗi chữ số có thể viết nhiều lần) ?
25. Cho 12 que diêm được xếp thành một đẳng thức như hình dưới đây. Hãy đổi chỗ một que diêm để vẫn được một kết quả đúng.

$$VI = V + II$$

Chủ đề 3

PHÉP CỘNG VÀ PHÉP NHÂN SỐ TỰ NHIÊN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Trong phép cộng : số hạng + số hạng = tổng số.
- Trong phép nhân : thừa số . thừa số = tích số.
- Các tính chất :

1. Tính chất giao hoán

Khi đổi chỗ các số hạng của một tổng thì tổng không đổi.

Khi đổi chỗ các số hạng của một tích thì tích không đổi.

$$a + b = b + a ; \quad a \cdot b = b \cdot a.$$

2. Tính chất kết hợp

Muốn cộng một tổng hai số với một số thứ ba, ta có thể cộng số thứ nhất với tổng hai số thứ hai và thứ ba.

Muốn nhân một tích hai số với một số thứ ba, ta có thể nhân số thứ nhất với tích hai số thứ hai và thứ ba.

$$(a + b) + c = a + (b + c) ; \quad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

3. Tính chất phân phối của phép nhân và phép cộng

Muốn nhân một số với một tổng, ta có thể nhân số đó với từng số hạng của tổng rồi cộng các kết quả lại.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

4. Đặc biệt

$$a + 0 = 0 + a = a ;$$

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a.$$

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Đơn giản biểu thức

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Khi tính kết quả của phép tính cần áp dụng tính chất giao hoán, kết hợp của phép cộng, phép nhân và tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng để đưa phép tính về dạng đơn giản và dễ thực hiện nhất.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Áp dụng các tính chất của phép cộng và phép nhân để tính nhanh :

1) $53 + 25 + 47 + 75 ;$

2) $4 \cdot 15 \cdot 25 \cdot 6 ;$

3) $12 \cdot 41 + 12 \cdot 59.$

Lời giải

Áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng, phép nhân ta có:

1) $53 + 25 + 47 + 75 = (53 + 47) + (25 + 75) = 100 + 100 = 200;$

2) $4 \cdot 15 \cdot 25 \cdot 6 = (4 \cdot 25) \cdot (15 \cdot 6) = 100 \cdot 90 = 9000;$

3) Áp dụng tính chất phân phối giữa phép nhân và phép cộng, ta có:

$$12 \cdot 41 + 12 \cdot 59 = 12 \cdot (41 + 59) = 12 \cdot 100 = 1200.$$

Ví dụ 2. Tính nhẩm bằng cách :

1) Áp dụng tính chất kết hợp của phép nhân : $27 \cdot 4 ; 25 \cdot 32.$

2) Áp dụng tính chất phân phối của phép nhân và phép cộng :

$$23 \cdot 22 ;$$

$$41 \cdot 102.$$

Lời giải

Ta có :

1) $27 \cdot 4 = 27 \cdot (2 \cdot 2) = (27 \cdot 2) \cdot 2 = 54 \cdot 2 = 108$

$$25 \cdot 32 = 25 \cdot 4 \cdot 8 = (25 \cdot 4) \cdot 8 = 100 \cdot 8 = 800.$$

2) $23 \cdot 22 = 23 \cdot (20 + 2) = 23 \cdot 20 + 23 \cdot 2 = 460 + 46 = 506.$

$$41 \cdot 102 = 41 \cdot (100 + 2) = 41 \cdot 100 + 41 \cdot 2 = 4100 + 82 = 4182.$$

Ví dụ 3. Hãy tính nhanh các tổng sau :

1) $S = 13 + 15 + 17 + \dots + 2001;$

2) $P = 25 + 30 + 35 + 40 + \dots + 100.$

Lời giải

1) Mỗi số hạng liền sau hơn số hạng trước nó 2 đơn vị, số hạng đầu là 13, số hạng cuối là 2001, nên số số hạng của tổng là $(2001 - 13) : 2 + 1 = 995$.

Ta viết $S = 13 + 15 + 17 + \dots + 1997 + 1999 + 2001$

$$S = 2001 + 1999 + 1997 + \dots + 17 + 15 + 13$$

$$2S = (13 + 2001) \cdot 995 = 2003930$$

⇒ nên $S = 1001965$.

2) Tương tự, số số hạng của tổng P là $(100 - 25) : 5 + 1 = 16$, nên

$$P = (25 + 100) \cdot 16 : 2 = 1000.$$

☞ **Nhận xét :**

Nếu $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ với $u_{k+1} = u_k + d$ ($k = 1, 2, \dots, n-1$) thì

$$S = \frac{(u_n + u_1) \cdot n}{2} \text{ và } u_n = u_1 + (n - 1) \cdot d.$$

III. BÀI TẬP

26. Áp dụng tính chất của phép cộng để tính nhanh :

a) $134 + 237 + 166 + 563$;

b) $452 + 375 + 1348 + 25$;

c) $605 + 329$;

d) $397 + 512$.

27. Áp dụng tính chất của phép nhân để tính nhanh :

a) $15 \cdot 7 \cdot 20$;

b) $8 \cdot 12 \cdot 125 \cdot 4$;

c) $72 \cdot 125 \cdot 6$;

d) $24 \cdot 25 \cdot 26$.

28. Áp dụng tính chất phân phối của phép nhân và phép cộng để tính nhanh :

a) $34 \cdot 15 + 34 \cdot 85$;

b) $14 \cdot 43 + 86 \cdot 43$;

c) $12 \cdot 57 + 57 \cdot 15 + 63 \cdot 57$;

d) $34 \cdot 2002$.

29. Hãy tính nhẩm bằng cách áp dụng tính chất của phép cộng, phép nhân :

a) $49 \cdot 101$;

b) $99 \cdot 101$;

c) $89 \cdot 1998$;

d) $105 \cdot 16$.

30. Không cần tính kết quả, tìm các tích bằng nhau :

a) $12 \cdot 27$;

$18 \cdot 45$;

$12 \cdot 3 \cdot 9$;

$2 \cdot 9 \cdot 45$;

$3 \cdot 4 \cdot 27$;

$2 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 9$;

$12 \cdot 7 \cdot 3$;

b) $30 \cdot 8 \cdot 11$;

$28 \cdot 30 \cdot 32 \cdot 34$;

$15 \cdot 8 \cdot 22$;

$16 \cdot 15 \cdot 11$;

$20 \cdot 17 \cdot 24 \cdot 64$.

31. Tính các tổng sau :
- $2 + 4 + 6 + \dots + 1998 + 2000$;
 - $5 + 9 + 13 + \dots + 1997 + 2001$;
 - $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \dots + 99 \cdot 100$.
32. Không tính kết quả cụ thể, hãy so sánh a và b với :
- $$a = 2010 \cdot 2010 ; \quad b = 2008 \cdot 2012.$$
33. Xác định dạng của các tích sau :
- $\overline{a0} \cdot 111$;
 - $\overline{ab} \cdot 101$;
 - $\overline{abc} \cdot 1001$.
34. a) Viết tất cả các số có ba chữ số khác nhau từ các chữ số 2, 4, 6 ;
b) Tìm tổng các số vừa tìm được một cách nhanh nhất.
35. Tìm các chữ số a, b, c, biết rằng : $\overline{abc} + \overline{bca} = 486$.

DẠNG 2. Toán tìm x

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để tìm x sao cho một đẳng thức đúng, ta cần vận dụng quy tắc và tính chất của phép tính. Thông thường quy về những bài toán sau :

- Tìm một số hạng khi biết tổng và các số hạng còn lại ;
- Tìm một thừa số khi biết tích và các thừa số còn lại ;
- Tìm số bị chia khi biết thương và số chia, ...
- Tìm số bị trừ khi biết hiệu và số trừ, ...

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm số tự nhiên x, biết :

- $(x - 25) \cdot 27 = 0$;
- $46 \cdot (x - 75) = 46$.

Lời giải

Vận dụng tính chất của phép nhân, ta có :

- $(x - 25) \cdot 27 = 0$ dẫn đến $x - 25 = 0$, do đó $x = 25$.
- $46 \cdot (x - 75) = 46$ dẫn đến $x - 75 = 1$, do đó $x = 75 + 1 = 76$.

Ví dụ 2. Tìm số tự nhiên x, biết rằng :

- $(x - 3) \cdot (x - 5) = 0$;
- $(x + 7) \cdot 35 = 2 \cdot 35$.

Lời giải

- Tích số bằng 0 khi ít nhất một trong các thừa số của tích bằng 0. Do đó

$(x - 3) \cdot (x - 5) = 0$ dẫn đến $x - 3 = 0$ hoặc $x - 5 = 0$.

Vì vậy $x = 3$ hoặc $x = 5$.

b) $(x + 7) \cdot 35 = 2 \cdot 35$ nên $x + 7 = 2$. Điều này không xảy ra khi x là số tự nhiên. Vậy không tìm được số tự nhiên x nào thoả mãn.

Ví dụ 3. Hãy điền vào ô trống của bảng sau sao cho tổng các số trong ba ô liên tiếp bất kì bằng 50.

12				15					
----	--	--	--	----	--	--	--	--	--

Lời giải

Gọi a, b, c lần lượt là các số ghi giữa hai ô ghi số 12 và 15.

12	a	b	c	15					
----	-----	-----	-----	----	--	--	--	--	--

Ta có $a + b + c = b + c + 15 = 50$ nên $a = 15, b + c = 35$.

Từ $12 + a + b = 50$ suy ra $b = 50 - 12 - 15 = 13$, do đó $c = 22$.

Các số 12, 15, 13 được lặp lại từng ba ô liên tiếp một. Cuối cùng ta được

12	15	13	12	15	13	12	15	13	12
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

III. BÀI TẬP

36. Tìm số tự nhiên x , biết :

a) $(x - 45) \cdot 27 = 0$;

b) $45 \cdot (2 \cdot x - 4) \cdot 13 = 0$.

37. Tìm số tự nhiên x , biết :

a) $(x - 35) \cdot 35 = 35$;

b) $43 \cdot (x - 19) = 86$.

38. Hãy điền số vào ô trống trong bảng sau sao cho tổng các số trong ba ô liên nhau bất kì bằng 100.

	34							35	
--	----	--	--	--	--	--	--	----	--

39. Hãy điền số vào ô trống trong bảng sau sao cho tích các số trong ba ô liên nhau bất kì bằng 100.

		5							4
--	--	---	--	--	--	--	--	--	---

40. Cho a là số tự nhiên khác 0. Tìm tập hợp các số tự nhiên x sao cho :

a) $a + 2 \cdot x = a$;

b) $a + 2 \cdot x > a$;

c) $a + 2 \cdot x < a$.

41. Thay dấu $*$ bằng những chữ số thích hợp trong phép tính sau :

$$\overline{*5*3} \times 8 = \overline{12*0*}$$

Chủ đề 4

PHÉP TRỪ VÀ PHÉP CHIA SỐ TỰ NHIÊN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phép trừ

$$a \text{ (số bị trừ)} - b \text{ (số trừ)} = c \text{ (hiệu số)}$$

Điều kiện để thực hiện được phép trừ trong $\mathbb{N}$ là số bị trừ luôn lớn hơn hoặc bằng số trừ.

2. Phép chia

Cho hai số tự nhiên a và b , trong đó $b \neq 0$, ta luôn tìm được hai số tự nhiên q và r duy nhất sao cho $a = b \cdot q + r$ ($0 \leq r < b$).

Nếu $r = 0$ thì ta nói phép chia hết.

Nếu $r \neq 0$ thì ta nói phép chia có dư.

– Số tự nhiên a chia hết cho số tự nhiên b ($b \neq 0$) nếu có số tự nhiên q sao cho $a = b \cdot q$. Khi đó :

$$a \text{ (số bị chia)} : b \text{ (số chia)} = q \text{ (thương số)}.$$

– Trong phép chia có dư:

$$\text{số bị chia} = \text{số chia} \cdot \text{thương số} + \text{số dư}.$$

Trong phép chia, số chia bao giờ cũng khác 0, số dư bao giờ cũng nhỏ hơn số chia.

– Điều kiện để thực hiện phép chia là số chia khác 0.

3. Tính chất

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

$$(a + b) : c = a : c + b : c \quad \text{với điều kiện } a \text{ và } b \text{ cùng chia hết cho } c.$$

$$(a - b) : c = a : c - b : c \quad \text{với điều kiện } a \text{ và } b \text{ cùng chia hết cho } c.$$

$$(a + b) - c = a + (b - c)$$

$$(a - b) - c = a - (b + c)$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

$$a + (b - c) = a + b - c.$$

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Điều kiện tồn tại phép trừ, phép chia số tự nhiên.

Tìm số hạng của phép tính

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Phép trừ $a - b$ có nghĩa khi $a \geq b$.
- Phép chia $a : b$ có nghĩa khi $b \neq 0$.
- Trong phép trừ :

số bị trừ = hiệu số + số trừ.

số trừ = số bị trừ - hiệu số.

- Trong phép chia hết :

số bị chia = thương số . số chia,

số chia = số bị chia : thương số.

- Trong phép cộng :

số hạng = tổng số - số hạng còn lại.

- Trong phép nhân :

thừa số = tích số : thừa số còn lại.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm tập hợp số tự nhiên x sao cho phép tính sau thực hiện được :

- 1) $x - 5$; 2) $8 - 3 \cdot x$; 3) $10 : x$; 4) $20 : (x - 2)$.

Lời giải

Để phép trừ thực hiện được thì số bị trừ phải không nhỏ hơn số trừ.

1) $x - 5$ thực hiện khi $x \geq 5$ và $x \in \mathbb{N}$ nên $x \in \{5 ; 6 ; 7 ; 8 ; \dots\}$.

2) $8 - 3 \cdot x$ thực hiện được khi $8 \geq 3 \cdot x$ và $x \in \mathbb{N}$ nên $x \in \{0 ; 1 ; 2\}$.

3) $10 : x$ thực hiện được trong $\mathbb{N}$ khi $x \in \{1 ; 2 ; 5 ; 10\}$.

4) $20 : (x - 2)$ thực hiện được trong $\mathbb{N}$ khi $x - 2 \in \{1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 10 ; 20\}$,
do đó $x \in \{3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 12 ; 22\}$.

Ví dụ 2. Một phép trừ có tổng của số bị trừ, số trừ và hiệu số bằng 36.
Số trừ lớn hơn hiệu là 12. Hãy tìm số bị trừ và số trừ.

Lời giải

Ta có : số bị trừ + số trừ + hiệu = 36 ;

Vì số bị trừ = số trừ + hiệu, nên 2 lần số bị trừ là 36.

Do đó số bị trừ là $36 : 2 = 18$.

Khi đó số trừ + hiệu = $36 - 18 = 18$; lại có số trừ - hiệu = 12.

Vậy số trừ là $(18 + 12) : 2 = 15$.

Ví dụ 3. Một phép chia có thương là 7 và dư là 8. Tổng giữa số bị chia và số chia là 88. Tìm số bị chia và số chia.

Lời giải

Ta có : số bị chia = $7 \cdot \text{số chia} + 8$.

Vì số bị chia + số chia = 88, do đó $7 \cdot \text{số chia} + 8 + \text{số chia} = 88$.

Từ đó suy ra số chia bằng $(88 - 8) : 8 = 10$; số bị chia bằng $88 - 10 = 78$.

Ví dụ 4. Có hai loại vở : loại I giá 5000 đồng, loại II giá 6000 đồng. Bạn An dùng 50000 đồng mua vở. Hỏi bạn An mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển vở nếu :

- 1) An chỉ mua vở loại I ?
- 2) An chỉ mua vở loại II ?
- 3) An mua cả hai loại vở với số lượng bằng nhau ?

Lời giải

Số vở An mua chính là thương trong phép chia số tiền mua với giá quyển vở cần mua.

- 1) $50000 : 5000 = 10$, nên nếu An chỉ mua vở loại I thì sẽ mua được 10 quyển.
- 2) 50000 chia cho 6000 được 8 còn dư 2000, nên nếu An chỉ mua vở loại II thì sẽ mua được 8 quyển.
- 3) Giá tiền mua hai quyển vở loại I và loại II là $5000 + 6000 = 11000$ (đồng). 50000 chia cho 11000 được thương 4 còn dư 6000. Vậy nếu An mua cả hai loại vở với số lượng bằng nhau thì sẽ mua được mỗi loại 4 quyển.

III. BÀI TẬP

42. Tìm tất cả các số tự nhiên x để cho mỗi phép tính sau thực hiện được

- | | |
|----------------|-----------------------|
| a) $15 - x$; | b) $40 - 3 \cdot x$; |
| c) $100 : x$; | d) $80 : (4 - x)$. |

43. Một phép trừ có tổng số bị trừ và số trừ là 102. Tổng của số bị trừ và hiệu là 153. Tìm số bị trừ và số trừ.

44. Một phép chia có số chia là 12 và dư là 9. Tổng của số bị chia và thương bằng 113. Tìm số bị chia và thương.

45. Bạn Nam đem số tự nhiên n chia cho 15 được thương là 8 và dư 16. Hỏi bạn Nam làm phép chia đó đúng hay sai ?
46. Bạn An đem số tự nhiên n chia cho 16 thì dư 3. Bạn Bình đem số tự nhiên n chia cho 18 thì dư 4. Hãy chứng tỏ rằng trong hai bạn An và Bình có ít nhất một bạn làm sai.
47. Một xe lửa cần chở 1200 khách. Hỏi cần phải mấy toa để chở hết khách. Biết rằng, mỗi toa có 12 ngăn, mỗi ngăn có 8 chỗ ngồi ?
48. Trong một phép chia, số chia là 2009, số thương là 500, số dư là số tự nhiên lớn nhất có thể được trong phép chia đó. Hãy tìm số bị chia.

DẠNG 2. Thực hiện phép tính

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Khi tính kết quả của phép tính cần áp dụng tính chất của phép cộng và phép nhân một cách linh hoạt để đưa phép tính về dạng đơn giản và dễ thực hiện nhất.

Nếu trong dãy tính có cả các phép tính cộng, trừ, nhân, chia cần chú ý đến thứ tự phép tính.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Vận dụng tính chất phân phối của phép nhân với phép cộng, phép trừ để tính :

- | | |
|---------------------------------|--|
| 1) $49 \cdot 15 - 49 \cdot 5$; | 2) $13 \cdot 52 + 52 \cdot 36 - 52 \cdot 19$; |
| 3) $98 \cdot 36$; | 4) $999 \cdot 202$. |

Lời giải

Áp dụng $a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$, ta có :

$$1) \quad 49 \cdot 15 - 49 \cdot 5 = 49 \cdot (15 - 5) = 49 \cdot 10 = 490.$$

$$\begin{aligned} 2) \quad 13 \cdot 52 + 52 \cdot 36 - 52 \cdot 19 &= 52 \cdot (13 + 36 - 19) \\ &= 52 \cdot 30 = (50 + 2) \cdot 30 = 1560. \end{aligned}$$

(Phân tích một số hạng thành hiệu của hai số hạng, trong đó có một số tròn chục hoặc tròn trăm để tính).

$$3) \quad 98 \cdot 36 = (100 - 2) \cdot 36 = 36 \cdot 100 - 2 \cdot 36 = 3600 - 72 = 3528.$$

$$4) \quad 999 \cdot 202 = (1000 - 1) \cdot 202 = 202000 - 202 = 201798.$$

Ví dụ 2. Áp dụng tính chất các phép tính thực hiện các dãy tính sau một cách hợp lí nhất :

- 1) $(368 + 764) - (363 + 759)$;
- 2) $(4168 - 1869) - (4172 - 1873)$;
- 3) $(56 \cdot 35 + 56 \cdot 18) : 53$;
- 4) $(158 \cdot 129 - 158 \cdot 39) : 180$.

Lời giải

- 1) Áp dụng $(a + b) - (c + d) = a + b - c - d = (a - c) + (b - d)$, ta có :
 $(368 + 764) - (363 + 759) = (368 - 363) + (764 - 759) = 5 + 5 = 10$.
- 2) Áp dụng $(a - b) - (c - d) = a - b - c + d = (d - b) - (c - a)$, ta có :
 $(4168 - 1869) - (4172 - 1873) = (1873 - 1869) - (4172 - 4168)$
 $= 4 - 4 = 0$.
- 3) $(56 \cdot 35 + 56 \cdot 18) : 53 = 56 \cdot (35 + 18) : 53 = 56 \cdot 53 : 53 = 56$.
- 4) $(158 \cdot 129 - 158 \cdot 39) : 180 = 158 \cdot (129 - 39) : 180$
 $= 79 \cdot 2 \cdot 90 : 180 = 79 \cdot 180 : 180 = 79$.

Ví dụ 3. Thực hiện phép tính :

- 1) $100 - 95 + 90 - 85 + 80 - 75 + 70 - 65 + 60 - 55$;
- 2) $\{132 - [116 - (146 - 142)] : 2\} \cdot 5$.

Lời giải

- 1) Vận dụng tính chất kết hợp, ta có :
 $(100 - 95) + (90 - 85) + (80 - 75) + (70 - 65) + (60 - 55)$
 $= 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 5 \cdot 5 = 25$.
- 2) Thứ tự thực hiện phép tính :
 $\{132 - [116 - (146 - 142)] : 2\} \cdot 5 = \{132 - [116 - 4] : 2\} \cdot 5$
 $= (132 - 112 : 2) \cdot 5 = (132 - 56) \cdot 5 = 76 \cdot 5 = 380$.

III. BÀI TẬP

49. Vận dụng tính chất phân phối của phép nhân với phép cộng, phép trừ để tính :

- a) $43 \cdot 16 - 43 \cdot 13$;
- b) $23 \cdot 51 + 51 \cdot 35 - 51 \cdot 18$;
- c) $98 \cdot 37$;
- d) $9999 \cdot 201$.

50. Áp dụng tính chất các phép tính thực hiện các dãy tính sau một cách hợp lí nhất :
- $(267 + 860) - (263 + 864)$;
 - $(3158 - 1453) - (3172 - 1473)$;
 - $(23 \cdot 35 + 35 \cdot 37) : 60$;
 - $(257 \cdot 139 - 257 \cdot 39) : 100$.
51. Thực hiện phép tính :
- $102 - 96 + 90 - 84 + 78 - 72 + 66 - 60 + 54 - 48$;
 - $\{145 - [130 - (246 - 236)] : 2\} \cdot 5$.

DẠNG 3. Toán tìm x

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Việc tìm x để cho một đẳng thức đúng, ta cần quy về những bài toán sau :
 Tìm số hạng của tổng bằng tổng trừ đi số hạng còn lại. Tìm số bị trừ bằng tổng của hiệu và số trừ. Tìm số trừ bằng hiệu của số bị trừ với hiệu. Tìm thừa số của tích bằng tích chia cho thừa số còn lại. Trong phép chia hết, tìm số bị chia bằng tích của thương và số chia; tìm số chia bằng thương của số bị chia với thương số.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm số tự nhiên x, biết rằng :

- $x - 50 : 25 = 8$;
- $(x - 50) : 25 = 8$;
- $5 \cdot x - 38 : 19 = 13$;
- $(5 \cdot x - 38) : 19 = 13$.

Lời giải

- $x - 50 : 25 = 8 \Leftrightarrow x - 2 = 8 \Leftrightarrow x = 8 + 2 \Leftrightarrow x = 10$;
- $(x - 50) : 25 = 8 \Leftrightarrow x - 50 = 25 \cdot 8 \Leftrightarrow x = 50 + 200 \Leftrightarrow x = 250$;
- $5 \cdot x - 38 : 19 = 13 \Leftrightarrow 5 \cdot x - 2 = 13 \Leftrightarrow 5 \cdot x = 13 + 2$
 $\Leftrightarrow x = 15 : 5 \Leftrightarrow x = 3$;
- $(5 \cdot x - 38) : 19 = 13 \Leftrightarrow 5 \cdot x - 38 = 19 \cdot 13 \Leftrightarrow 5 \cdot x = 19 \cdot 2 + 19 \cdot 13$
 $\Leftrightarrow 5 \cdot x = 19 \cdot 15 \Leftrightarrow x = 57$.

Ví dụ 2. Tìm số tự nhiên x, biết rằng :

- $100 - 3 \cdot (8 + x) = 1$;
- $[(x + 12) - 17] : 5 = 4$;
- $x : 15 + 42 = 15 + 25 \cdot 8$;
- $(x + 40) \cdot 15 = 75 \cdot 24$.

Lời giải

$$1) 100 - 3 \cdot (8 + x) = 1 \Leftrightarrow 3 \cdot (8 + x) = 100 - 1 \Leftrightarrow 8 + x = 99 : 3$$

$$\Leftrightarrow x = 33 - 8 \Leftrightarrow x = 25.$$

$$2) [(x + 12) - 17] : 5 = 4 \Leftrightarrow (x + 12) - 17 = 5 \cdot 4$$

$$\Leftrightarrow x + 12 = 20 + 17 \Leftrightarrow x = 37 - 12$$

$$\Leftrightarrow x = 25.$$

$$3) x : 15 + 42 = 15 + 25 \cdot 8 \Leftrightarrow x : 15 + 42 = 15 + 200$$

$$\Leftrightarrow x : 15 = 215 - 42 \Leftrightarrow x = 15 \cdot 173$$

$$\Leftrightarrow x = 2595.$$

$$4) (x + 40) \cdot 15 = 75 \cdot 24 \Leftrightarrow x + 40 = 5 \cdot 24 \Leftrightarrow x = 120 - 40 \Leftrightarrow x = 80.$$

III. BÀI TẬP

52. Tìm số tự nhiên x , biết rằng :

a) $(x - 32) - 15 = 0$;

b) $234 + (345 - x) = 500$;

c) $456 - (x + 23) = 326$;

d) $(567 - x) + 121 = 641$.

53. Tìm số tự nhiên y , biết rằng :

a) $(5 \cdot y - 15) : 5 = 0$;

b) $14 \cdot (y - 7) = 210$;

c) $84 - 4 \cdot (2 \cdot y + 1) = 48$;

d) $15 \cdot y - 2009 = 1201$.

54. Tìm số tự nhiên z , biết rằng

a) $[(z + 32) - 15] \cdot 2 = 60$;

b) $[161 + (153 - z)] \cdot 18 = 3870$;

c) $[(z \cdot z + 55) - 31] \cdot 14 = 560$;

d) $[43 - (56 - z)] \cdot 12 = 384$.

55. Chiến thắng Điện Biên Phủ diễn ra năm nào ? Biết rằng số chỉ năm là một số có bốn chữ số $\overline{abcd}$ trong đó $\overline{ab} + \overline{cd} = 73$, $\overline{cd} - \overline{ab} = 35$.

DẠNG 4. Toán về phép chia có dư

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Trong phép chia có dư :

$$\text{số bị chia} = \text{số chia} \times \text{thương số} + \text{số dư} \quad (0 \leq \text{số dư} < \text{số chia}).$$

$$\text{số chia} = (\text{số bị chia} - \text{số dư}) : \text{thương số}.$$

$$\text{thương số} = (\text{số bị chia} - \text{số dư}) : \text{số chia}.$$

$$\text{số dư} = \text{số bị chia} - \text{số chia} \times \text{thương số}.$$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm số dư và thương trong phép chia :

1) 571 chia cho 15 ;

2) 763 chia cho 17.

Lời giải

Nhận xét rằng số dư bao giờ cũng nhỏ hơn số chia.

1) Ta có $571 = 38 \cdot 15 + 1$, nên phép chia 571 cho 15 được thương là 38 và dư là 1.

2) Do $763 = 44 \cdot 17 + 15$, nên phép chia 763 cho 17 được thương là 44 và dư 15.

Ví dụ 2. Tìm số chia và thương số trong phép chia, khi biết số bị chia bằng 49 và số dư là 11.

Lời giải

Ta có : số chia . thương số = số bị chia – số dư = $49 - 11 = 38$.

Lại có : số chia phải lớn hơn số dư, nên số chia lớn hơn 11.

Ta có : $38 = 38 : 1 = 19 \cdot 2$. Suy ra có hai khả năng :

1) Số chia là 38, thương số là 1.

2) Số chia là 19, thương số là 2.

Ví dụ 3. Tìm số chia và số dư trong phép chia, khi biết số bị chia là 36 và thương là 7.

Lời giải

Gọi số chia là b , số dư là r ($b \in \mathbb{N}^*$, $0 \leq r < b$) thì $36 = 7 \cdot b + r$.

Suy ra $7 \cdot b \leq 36$ và $8 \cdot b > 36$, dẫn đến $b = 5$, suy ra $r = 1$.

III. BÀI TẬP

56. a) Tìm số dư khi chia một số tự nhiên a cho 5.

b) Khi chia số tự nhiên a cho số tự nhiên b ($b \neq 0$), có bao nhiêu số dư có thể có ?

57. Một trường THCS có 530 học sinh lớp 6. Trường có 15 phòng học dành cho lớp 6, mỗi phòng chứa 35 học sinh.

a) Hỏi nhà trường có thể phân đủ số học sinh lớp 6 không ?

b) Phương án thay đổi như thế nào để tất cả học sinh lớp 6 đều được học tại trường ?

58. Trong phép chia số tự nhiên a cho b được thương là q và dư r .

a) Biết $a = 200$ và $b = 156$. Tìm q và r .

b) Biết $b = 145$, $q = 18$ và $r = 17$. Tìm a .

c) Biết $a = 167$, $r = 15$. Tìm b và q .

d) Biết $a = 185$, $q = 18$. Tìm b và r .

Chủ đề 5

LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN. NHÂN VÀ CHIA HAI LŨY THỪA CÙNG CƠ SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Lũy thừa bậc n ($n \in \mathbb{N}^*$) của a là tích của n thừa số bằng nhau, mỗi thừa số bằng a ; a gọi là cơ số, n gọi là số mũ.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{(n \text{ thừa số } a)}.$$

Quy ước: $a^0 = 1$ ($a \neq 0$).

☞ *Chú ý*: 0^0 không có nghĩa.

2. Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng các số mũ:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

3. Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và trừ các số mũ:

$$a^m : a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m \geq n).$$

4*. Mở rộng

$$(a \cdot b)^n = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \dots \cdot (a \cdot b)}_{\text{(gồm } n \text{ thừa số } a \cdot b)} = a^n \cdot b^n$$

$$(a : b)^n = \underbrace{(a : b) \cdot (a : b) \cdot \dots \cdot (a : b)}_{\text{(gồm } n \text{ thừa số } a, n \text{ thừa số } b)}$$

$$= a^n : b^n \quad (b \neq 0)$$

$$(a^n)^m = \underbrace{a^n \cdot a^n \cdot \dots \cdot a^n}_{\text{(gồm } m \text{ thừa số } a^n)} = a^{n \cdot m}.$$

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. *Viết kết quả phép tính nhân, chia dưới dạng lũy thừa*

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để viết kết quả phép tính dưới dạng lũy thừa, ta biến đổi phép tính về dạng phép nhân các lũy thừa cùng cơ số hoặc phép chia hai lũy thừa cùng cơ số, rồi áp dụng quy tắc nhân các lũy thừa cùng cơ số hoặc chia hai lũy thừa cùng cơ số để viết gọn kết quả.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Viết gọn các tích sau bằng cách dùng lũy thừa:

1) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$;

2) $1000 \cdot 10000 \cdot 100000$.

Lời giải

1) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 3^3 \cdot 5^2$;

2) $1000 \cdot 10000 \cdot 100000 = 10^3 \cdot 10^4 \cdot 10^5 = 10^{3+4+5} = 10^{12}$.

Ví dụ 2. Viết kết quả phép tính dưới dạng một lũy thừa :

1) $5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4$;

2) $8^7 : 8^3$;

3) $4^5 : 2^7$.

Lời giải

1) $5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4 = 5^{2+3+4} = 5^9$;

2) $8^7 : 8^3 = 8^{7-3} = 8^4$;

3) $4^5 : 2^7 = (2^2)^5 : 2^7 = 2^{10} : 2^7 = 2^{10-7} = 2^3$.

III. BÀI TẬP

59. Viết gọn các tích sau dưới dạng lũy thừa :

a) $7 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$;

b) $9 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 16$.

60. a) Viết mỗi số sau thành bình phương của số tự nhiên : 169, 225, 529.

b) Viết mỗi số sau thành lập phương của số tự nhiên : 64, 512, 1000000.

61. Viết kết quả sau dưới dạng lũy thừa :

a) $6^5 : 6^2$;

b) $49^3 : 7^4$;

c) $a^9 : a^7$ ($a \neq 0$);

d) $(ab)^6 : b^6$ ($b \neq 0$).

62. Số chính phương là bình phương của một số tự nhiên. Mỗi kết quả của phép tính sau có là số chính phương không ?

a) $5^2 + 12^2$;

b) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$;

c) $8^3 : 2^3$.

63. Viết kết quả dưới dạng lũy thừa :

a) $3^3 \cdot 18 - 3^3 \cdot 15$;

b) $3^6 \cdot 3^2 + 2 \cdot 81^2$;

c) $(6^3 \cdot 8^4) : 12^3$.

64*. Bằng ba chữ số 3, hãy viết số lớn nhất có thể được (không dùng dấu của phép tính).

DẠNG 2. So sánh các số viết dạng lũy thừa.

Tìm số mũ của lũy thừa

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để so sánh các số viết dưới dạng lũy thừa, có thể làm theo :

Cách 1. Đưa về cùng cơ số là số tự nhiên, rồi so sánh hai số mũ

$$\text{Nếu } m > n \text{ thì } a^m > a^n.$$

Cách 2. Đưa về cùng số mũ, rồi so sánh hai cơ số

$$\text{Nếu } a > b \text{ thì } a^m > b^m.$$

Cách 3. Tính cụ thể rồi so sánh.

Ngoài ra còn dùng tính chất bắc cầu : Nếu $a < b$, $b < c$ thì $a < c$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Số nào lớn hơn trong hai số sau :

- 1) 5^3 và 3^5 ; 2) 2^5 và 3^4 ; 3) 4^3 và 8^2 ?

Lời giải

1) $5^3 = 125$, $3^5 = 243$ nên $5^3 < 3^5$.

2) $2^5 = 32$, $3^4 = 81$ nên $3^4 > 2^5$.

3) $4^3 = (2^2)^3 = 2^6$ và $8^2 = (2^3)^2 = 2^6$. Do đó $4^3 = 8^2$.

Ví dụ 2. Hãy so sánh :

- 1) 2^{100} và 1024^8 ; 2) 5^{40} và 620^{10} ; 3) 222^{333} và 333^{222} .

Lời giải

1) $1024^8 = (2^{10})^8 = 2^{10 \cdot 8} = 2^{80}$, do $2^{100} > 2^{80}$ nên $2^{100} > 1024^8$.

2) $5^{40} = (5^4)^{10} = 625^{10}$, do $625 > 620$ nên $620^{10} < 5^{40}$.

3) $222^{333} = (222^3)^{111}$; $333^{222} = (333^2)^{111}$. Ta sẽ so sánh 222^3 và 333^2 .

Ta có $222^3 = (2 \cdot 111)^3 = 2^3 \cdot 111^3 = 8 \cdot 111^3 = 888 \cdot 111^2$.

$$333^2 = (3 \cdot 111)^2 = 3^2 \cdot 111^2 = 9 \cdot 111^2.$$

Vì vậy $222^3 > 333^2$. Do đó $222^{333} > 333^{222}$.

Ví dụ 3. Tìm số tự nhiên n sao cho :

- 1) $3^n = 81$; 2) $5^n < 90$; 3) $14 < 6^n < 50$.

Lời giải

- 1) Do $81 = 3^4$ nên $3^n = 3^4$ suy ra $n = 4$.
- 2) $5^2 < 90 < 5^3$ nên từ $5^n < 90$ suy ra $n \leq 2$. Tức là $n = 0, 1, 2$.
- 3) Do $6 < 14 < 6^n < 50 < 6^3$ suy ra $1 < n < 3$. Tức là $n = 2$.

III. BÀI TẬP

65. So sánh các lũy thừa sau :

- a) 5^4 và 4^5 ; b) 6^3 và 5^4 ; c) 10^6 và 9^8 .

66. So sánh các lũy thừa sau :

- a) 12^{44} và 9^{22} ; b) 25^{45} và 125^{30} ; c) 5^{400} và 10^{200} .

67. So sánh :

- a) 12^{40} và 2^{160} ; b) 5^{300} và 3^{453} ; c) 24^{50} và 36^{40} .

68. Tìm số tự nhiên n sao cho :

- a) $5^n = 625$; b) $n^2 = 169$;
c) $6^{2n} = 1296$; d) $14^n = 14^9 : 2744$.

69. Tìm tập hợp số tự nhiên n thoả mãn điều kiện :

- a) $6^{2n} > 100$; b) $25 < 4^n < 100$; c) $5^{3n} < 300$.

DẠNG 3. Toán tìm chữ số tận cùng của số dạng lũy thừa

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Một số chính phương (là bình phương của một số tự nhiên) có tận cùng là 0, 1, 4, 5, 6, 9.
2. Chữ số tận cùng của a^n chính là chữ số tận cùng của x^n (với x là chữ số tận cùng của số a).
3. Các lũy thừa $0^n, 1^n, 5^n, 6^n$ lần lượt có chữ số tận cùng là 0, 1, 5, 6.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1.

- 1) Tìm chữ số tận cùng của 2^n với n là số tự nhiên khác 0.
- 2) Câu hỏi tương tự với các lũy thừa $3^n, 4^n, 7^n, 8^n, 9^n$.

Lời giải

1) Ta thấy 2^1 có tận cùng là 2; 2^2 có tận cùng là 4; 2^3 có tận cùng là 8; 2^4 có tận cùng là 6; 2^5 có tận cùng là 2, ...

Vì vậy 2^n có thể có các tận cùng là 2, 4, 6, 8 ứng với n chia 4 dư 1, 2, 3, 4.

2) Ta thấy 3^1 có tận cùng là 3; 3^2 có tận cùng là 9; 3^3 có tận cùng là 7; 3^4 có tận cùng là 1; 3^5 có tận cùng là 3, ...

Vì vậy 3^n có thể có các tận cùng là 3, 9, 7, 1 ứng với n chia 4 dư 1, 2, 3, 4.

4^n có thể có các tận cùng là 4, 6 ứng với n lẻ, chẵn.

7^n có thể có các tận cùng là 7, 9, 3, 1 ứng với n chia cho 4 dư 1, 2, 3, 4.

8^n có thể có các tận cùng là 8, 4, 6, 2 ứng với n chia cho 4 dư 1, 2, 3, 4.

9^n có thể có các tận cùng là 9, 1 ứng với n lẻ, chẵn.

Ví dụ 2. Tìm chữ số tận cùng của các lũy thừa sau :

- 1) 2^{2009} ; 2) 3^{2010} ; 3) 9^{999} .

Lời giải

1) $2009 = 4 \cdot 502 + 1$ nên $2^{2009} = 2^{4 \cdot 502 + 1} = \overline{...6} \cdot 2 = \overline{...2}$.

Vậy chữ số tận cùng của 2^{2009} là 2.

2) $2010 = 4 \cdot 502 + 2$ nên $3^{2010} = 3^{4 \cdot 502 + 2} = 81^{502} \cdot 3^2 = \overline{...1} \cdot 9 = \overline{...9}$.

Vậy chữ số tận cùng của 3^{2010} là 9.

3) $9^{999} = 9^{2 \cdot 499 + 1} = 81^{499} \cdot 9 = \overline{...1} \cdot 9 = \overline{...9}$.

Ví dụ 3. Tìm chữ số tận cùng của các lũy thừa sau :

- 1) 134^{345} ; 2) 167^{421} ; 3) $211^2 \cdot 316^3$.

Lời giải

1) Chữ số tận cùng của 134^{345} chính là chữ số tận cùng của 4^{345} .

Ta có $4^{345} = 4^{2 \cdot 172 + 1} = 16^{172} \cdot 4 = \overline{...6} \cdot 4 = \overline{...4}$.

Vậy chữ số tận cùng của 134^{345} là 4.

2) Chữ số tận cùng của 167^{421} chính là chữ số tận cùng của 7^{421} .

Ta có $7^{421} = 7^{4 \cdot 105 + 1} = 2041^{105} \cdot 7 = \overline{...7}$.

Vậy chữ số tận cùng của 167^{421} là 7.

3) Chữ số tận cùng của tích bằng chữ số tận cùng của tích hai chữ số tận cùng. Vậy $211^2 \cdot 316^2 = \overline{\dots 1} \cdot \overline{\dots 6} = \overline{\dots 6}$.

III. BÀI TẬP

70. Tìm chữ số tận cùng của các lũy thừa: 3^{23} , 4^{15} , 7^{123} , 8^{567} , 9^{222} .
71. Tìm chữ số tận cùng của 124^{33} , 178^{345} , 457^{777} .
- 72*. Tích $1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 50$ có tận cùng bằng bao nhiêu số 0 ?
- 73*. 1) Chứng minh rằng tích của hai số tự nhiên liên tiếp có tận cùng là 0, 2, 6.
2) Chứng minh rằng $[(1 + 2 + 3 + \dots + n) - 7]$ không chia hết cho 10.
74. Tổng của n số tự nhiên chẵn đầu tiên khác 0 có thể là một số chính phương được không ?
- 75*. Với ba chữ số 4 có thể viết được số lớn nhất nào ? Nhỏ nhất nào ? Câu hỏi tương tự với ba chữ số 2, ba chữ số 5, ba chữ số 6, ba chữ số 7, ba chữ số 8, ba chữ số 9.

Chủ đề 6

THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH VÀ TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Các số được nối với nhau bởi dấu các phép tính (cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa) làm thành một biểu thức. Trong biểu thức có thể có các dấu ngoặc để chỉ thứ tự thực hiện các phép tính.

2. Thứ tự thực hiện các phép tính đối với biểu thức không có dấu ngoặc :

Lũy thừa $\rightarrow$ Nhân và chia $\rightarrow$ Cộng và trừ

Thứ tự thực hiện các phép tính đối với biểu thức có dấu ngoặc :

Ngoặc tròn () $\rightarrow$ Ngoặc vuông [] $\rightarrow$ Ngoặc nhọn { }.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Thực hiện phép tính

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

– Đối với biểu thức không có dấu ngoặc chỉ có phép tính cộng, trừ (hoặc nhân, chia), ta thực hiện các phép tính theo thứ tự từ trái sang phải.

– Đối với biểu thức không có dấu ngoặc có cả các phép tính cộng, trừ, nhân, lũy thừa, chia, ta thực hiện các phép tính theo thứ tự :

Lũy thừa $\rightarrow$ Nhân và chia $\rightarrow$ Cộng và trừ.

– Đối với biểu thức có dấu ngoặc thực hiện theo thứ tự :

Ngoặc tròn () $\rightarrow$ Ngoặc vuông [] $\rightarrow$ Ngoặc nhọn { }.

Ta thường áp dụng các tính chất của phép tính để làm cho nhanh gọn hơn.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Thực hiện các phép tính :

1) $5 \cdot 6^2 - 18 : 3$;

2) $5^3 \cdot 35 + 4^3 \cdot 7$.

Lời giải

1) $5 \cdot 6^2 - 18 : 3 = 5 \cdot 36 - 6 = 180 - 6 = 174$.

2) $5^3 \cdot 35 + 4^3 \cdot 7 = 125 \cdot 35 + 64 \cdot 7 = 4375 + 448 = 4823$.

Ví dụ 2. Thực hiện phép tính :

1) $3^4 \cdot 6 - [131 - (15 - 9)^2]$;

2) $18 \cdot \{420 : 6 + [150 - (68 \cdot 2 - 2^3 \cdot 5)]\}$.

Lời giải

1) $3^4 \cdot 6 - [131 - (15 - 9)^2] = 81 \cdot 6 - [131 - 6^2] = 486 - 95 = 391$.

2) $18 \cdot \{420 : 6 + [150 - (68 \cdot 2 - 2^3 \cdot 5)]\} = 18 \cdot \{70 + [150 - (136 - 40)]\}$
 $= 18 \cdot \{70 + [150 - 96]\} = 18 \cdot (70 + 54) = 2232$.

Ví dụ 3. Dùng năm chữ số 5, dấu phép tính, dấu ngoặc để viết thành dãy tính có kết quả là 5.

Lời giải

Có thể lập thành các dãy tính như sau:

$5 - 5 + 5 \cdot 5 : 5 = 5$;

$5 \cdot (5 + 5) : 5 - 5 = 5$;

$(5 : 5) \cdot (5 - 5) + 5 = 5$;

$5 \cdot 5 : 5 + 5 - 5 = 5$.

III. BÀI TẬP

76. Thực hiện phép tính :

a) $55 \cdot 48 - 110 \cdot 24 + 123$;

b) $456 \cdot 75 + 134 \cdot 68 - 2009$;

c) $4320 : 9 - 8640 : 18 + 450$;

d) $45^2 + 153 : 3^2 - 24 \cdot 3$.

77. Thực hiện phép tính :

a) $(3 \cdot 5 \cdot 7 - 18 : 6) \cdot 12 + 35$;

b) $134 - \{150 : 50 - [120 : 4 + 25 - (12 + 18)]\}$.

78. Thực hiện phép tính một cách nhanh gọn nhất :

a) $\frac{155 \cdot 155 - 155 \cdot 41}{114}$;

b) $\frac{7256 \cdot 4375 - 725}{3650 + 4375 \cdot 7255}$.

79. Dùng năm chữ số 5 và các phép tính để được kết quả là 100.

80. Hãy tính : $(10^3 + 10^4 + 125^2) : 5^3$.

DẠNG 2. Tìm số hạng chưa biết trong một đẳng thức

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để tìm số hạng chưa biết, cần xác định rõ số chưa biết đó ở vị trí nào (số trừ, số bị trừ, hiệu, ...). Từ đó xác định được cách biến đổi.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm số tự nhiên x trong mỗi đẳng thức sau :

1) $x - 160 : 40 = 45$;

2) $(x + 45) : 15 = 80$.

Lời giải

1) $x - 160 : 40 = 45 \Leftrightarrow x - 4 = 45 \Leftrightarrow x = 45 + 4 \Leftrightarrow x = 49$.

2) $(x + 45) : 15 = 80 \Leftrightarrow x + 45 = 80 \cdot 15 \Leftrightarrow x = 1200 - 45 \Leftrightarrow x = 1155$.

Ví dụ 2. Tìm x trong dãy tính sau :

1) $x - 8 : 4 - (46 - 23 \cdot 2 + 6 \cdot 3) = 0$;

2) $240 - [23 + (13 + 24 \cdot 3 - x)] = 132$;

3) $[(46 - 32)^2 - (54 - 42)^2] \cdot 2 \cdot x - 1872 = 0$.

Lời giải

1) $x - 8 : 4 - (46 - 23 \cdot 2 + 6 \cdot 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2 - (46 - 46 + 18) = 0$

$\Leftrightarrow x - 2 - 18 = 0$

$\Leftrightarrow x = 20$.

2) $240 - [23 + (13 + 24 \cdot 3 - x)] = 132 \Leftrightarrow 240 - [23 + (13 + 72 - x)] = 132$

$\Leftrightarrow 23 + 85 - x = 240 - 132$

$\Leftrightarrow 108 - x = 108$

$\Leftrightarrow x = 0$.

$$\begin{aligned}
 &3) [(46 - 32)^2 - (54 - 42)^2] \cdot 2 \cdot x - 1872 = 0 \\
 &\Leftrightarrow [14^2 - 12^2] \cdot 2 \cdot x = 1872 \\
 &\Leftrightarrow 52 \cdot 2 \cdot x = 1872 \Leftrightarrow x = 1872 : 104 \\
 &\Leftrightarrow x = 18.
 \end{aligned}$$

III. BÀI TẬP

Tìm số tự nhiên x trong các phép tính sau :

81. $25 + x \cdot 5 - 4^3 = 251.$
82. $1 + 2^3 + 3^3 - 4^2 \cdot x = 20.$
83. $x - 4300 - (5250 : 1050 \cdot 250) = 4250.$
84. $460 + 85 \cdot 4 = (x + 200) : 4.$
85. $4 \cdot 120 + [45 : 9 + 15 \cdot (x + 1)] = 500.$

Chủ đề 7

TÍNH CHẤT CHIA HẾT CỦA MỘT TỔNG. DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 2, 3, 5, 9

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Nếu tất cả các số hạng của tổng đều chia hết cho cùng một số thì tổng chia hết cho số đó :

$$a : m, b : m, c : m \Rightarrow a + b + c : m.$$

2. Nếu một số hạng của tổng không chia hết cho một số, các số còn lại chia hết cho số đó thì tổng không chia hết cho số đó :

$$a \not: m, b : m, c : m \Rightarrow a + b + c \not: m.$$

3. Các số có chữ số tận cùng là chữ số chẵn thì chia hết cho 2 và chỉ những số đó mới chia hết cho 2.

4. Các số có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5 và chỉ những số đó mới chia hết cho 5.

5. Các số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9 và chỉ những số đó mới chia hết cho 9.

6. Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3 và chỉ những số đó mới chia hết cho 3.

☞ **Mở rộng :**

1. Nếu a và b chia cho m có cùng số dư thì $a - b$ chia hết cho m .
2. Nếu a chia hết cho b thì $a.m$ chia hết cho b .
3. Nếu a chia hết cho m ; b chia hết cho n thì $a.b$ chia hết cho $m.n$.
4. Nếu a chia hết cho b , b chia hết cho c thì a chia hết cho c .

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Xét tính chia hết hay không chia hết

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Vận dụng tính chất chia hết của một tổng và các dấu hiệu chia hết cho 2, 3, 5, 9 để xét.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Không tính kết quả, xét xem các tổng và hiệu sau đây có chia hết cho 12 không ?

- | | |
|-----------------------|------------------|
| 1) $24 + 36$; | 2) $120 - 48$; |
| 3) $255 + 120 + 72$; | 4) $723 - 123$. |

Lời giải

Vận dụng tính chất chia hết của một tổng.

- 1) 24 và 36 cùng chia hết cho 12, nên $24 + 36$ chia hết cho 12.
- 2) 120 và 48 cùng chia hết cho 12, nên $120 - 48$ chia hết cho 12.
- 3) 120 và 72 chia hết cho 12; còn 255 không chia hết cho 12, nên $255 + 120 + 72$ không chia hết cho 12.
- 4) 723 và 123 chia cho 12 cùng dư 3, nên $723 - 123$ chia hết cho 12.

Ví dụ 2. Khi chia số tự nhiên a cho 15, ta được số dư là 5. Hỏi số a có chia hết cho 5 không ? a có chia hết cho 3 không?

Lời giải

Số tự nhiên a chia cho 15 dư 5 nên $a = 15k + 5$ ($k \in \mathbb{N}$).

Vì $15k$ chia hết cho 3 và 5, còn 5 không chia hết cho 3 nên a chia hết cho 5 và a không chia hết cho 3.

Ví dụ 3. Trong các số sau đây : 645, 852, 144, 127 những số nào chia hết cho 2 ? Những số nào chia hết cho 5 ? Những số nào chia hết cho 3 ? Những số nào chia hết cho 9 ?

Lời giải

Vận dụng dấu hiệu chia hết cho 2, 3, 5, 9 ta có

- Các số 852 và 144 chia hết cho 2 (vì có tận cùng là chữ số chẵn).
- Số 645 chia hết cho 5 (vì có tận cùng là 5).
- Các số 645, 144, 852 chia hết cho 3 (vì mỗi số đều có tổng các chữ số chia hết cho 3).
- Số 144 chia hết cho 9 (vì có tổng các chữ số chia hết cho 9).

Ví dụ 4. Chứng minh rằng :

- 1) $\overline{abcabc}$ chia hết cho 11 ;
- 2) $\overline{ab} - \overline{ba}$ chia hết cho 9 ;
- 3) $2113^{2000} - 2011^{2000}$ chia hết chia hết cho cả 2 và 5.

Lời giải

1) Ta có $\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot 1000 + \overline{abc} = \overline{abc} \cdot 1001 = \overline{abc} \cdot 11 \cdot 91$.

Nên $\overline{abcabc}$ chia hết cho 11.

2) $\overline{ab} - \overline{ba} = (10 \cdot a + b) - (10 \cdot b + a) = 9 \cdot a - 9 \cdot b = 9 \cdot (a - b)$.

Nên $\overline{ab} - \overline{ba}$ chia hết cho 9.

3) Nhận xét rằng, số vừa chia hết cho 2 và 5 thì có tận cùng là 0. Ta đi tìm chữ số tận cùng của số bị trừ và số trừ.

$2113^{2000} = (2113^4)^{500} = \overline{\dots 1}^{500}$, nên 2113^{2000} có chữ số tận cùng là 1.

2011^{2000} có chữ số tận cùng là 1.

Vì vậy hiệu $2113^{2000} - 2011^{2000}$ có chữ số tận cùng là 0, nên hiệu này chia hết cho 2 và 5.

III. BÀI TẬP

86. Xét xem tổng (hiệu) sau có chia hết cho 11 không (không cần tính kết quả)

- | | |
|-----------------------|-----------------|
| a) $144 + 77 + 143$; | b) $132 - 55$; |
| c) $143 + 99 + 12$; | d) $243 - 89$. |

87. Khi chia một số tự nhiên a cho 72, ta được số dư là 18. Hỏi số a chia hết cho số nào trong các số 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ?

88. Một số tự nhiên a chia cho 45 có số dư là 15. Hỏi số a có chia hết cho 5 không ? cho 3 không ? cho 9 không ?

89. Tìm số tự nhiên n sao cho $A = \underbrace{111\dots 1}_{n \text{ số } 1} - \underbrace{222\dots 2}_{66 \text{ số } 2}$ chia hết cho 3.
90. a) Chứng tỏ rằng tích của hai số chẵn liên tiếp chia hết cho 8.
b) Chứng tỏ rằng tích của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 6.
91. Số $\overline{444\dots 4}$ (gồm 100 chữ số 4) có chia hết cho số nào trong các số 2, 4, 6, 8 ?
92. Chứng tỏ rằng :
a) $ab(a+b)$ chia hết cho 2, với a và b là hai số tự nhiên bất kì.
b) $n^2 + n - 1$ không chia hết cho 2, với n là số tự nhiên.
c) $\overline{ab} + \overline{ba}$ chia hết cho 11.
93. Chứng minh rằng :
a) $99^{20} - 11^9$ chia hết cho 2 ;
b) $99^8 - 66^2$ chia hết cho 5 ;
c) $2011^{10} - 1$ chia hết cho 10.
94. Chứng minh rằng :
a) Những số có 9 chữ số giống nhau thì chia hết cho 9.
b) Những số có 10 chữ số đôi một khác nhau thì chia hết cho 9.

DẠNG 2. Tìm điều kiện để chia hết

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Vận dụng tính chất chia hết của một tổng và các dấu hiệu chia hết cho 2, 3, 5, 9 để xét.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Điền chữ số vào dấu * để được số $\overline{65*}$ thỏa mãn điều kiện :

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1) Chia hết cho 2 ; | 2) Chia hết cho 5 ; |
| 3) Chia hết cho 3 ; | 4) Chia hết cho 9. |

Lời giải

1) Dấu hiệu để một số chia hết cho 2 là chữ số tận cùng của nó là chữ số chẵn. Do đó $\overline{65*} : 2 \Leftrightarrow * \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$. Ta được các số : 650 ; 652 ; 654 ; 656 ; 658.

2) Dấu hiệu để một số chia hết cho 5 là chữ số tận cùng của nó là 0 hoặc 5. Do đó $\overline{65*} : 5 \Leftrightarrow * \in \{0; 5\}$. Ta được các số : 650 ; 655.

3) Dấu hiệu để một số chia hết cho 3 là tổng các chữ số của nó chia hết cho 3.

Do đó $\overline{65*} : 3 \Leftrightarrow (6 + 5 + *) : 3 \Leftrightarrow 11 + * \in \{12; 15; 18\}$

$\Leftrightarrow * \in \{1; 4; 7\}$. Ta được các số : 651 ; 654 ; 657.

4) Dấu hiệu để một số chia hết cho 9 là tổng các chữ số của nó chia hết cho 9.

Do đó $\overline{65*} : 9 \Leftrightarrow (6 + 5 + *) : 9 \Leftrightarrow 11 + * = 18 \Leftrightarrow * = 7$. Ta được số : 657.

Ví dụ 2. Điền chữ số vào vị trí của a, b để $\overline{a46b}$ chia hết cho các số 2, 3, 5, 9.

Lời giải

$\overline{a46b}$ chia hết cho 2 và 5 phải có tận cùng là 0, nên $b = 0$.

$\overline{a46b}$ chia hết cho 3 và 9 phải có tổng các chữ số chia hết cho 9.

Suy ra $a + 4 + 6 + b = 10 + a$ chia hết cho 9.

Vì $10 < 10 + a < 19$, suy ra $10 + a = 18$, tức là $a = 8$.

Vậy $a = 8, b = 0$. Số cần tìm là 8460.

Ví dụ 3. Dùng bốn chữ số 6, 4, 5, 0 để viết các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau sao cho số đó :

1) Chia hết cho 9 ;

2) Chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 9.

Lời giải

1) Chỉ có ba chữ số có tổng chia hết cho 9 là 4, 5, 0 (vì $4 + 5 + 0 = 9$).

Với ba chữ số trên lập được các số 450, 540, 405, 504 chia hết cho 9.

2) Bộ ba chữ số có tổng chia hết cho 3, nhưng không chia hết cho 9 là 4, 5, 6 (vì $4 + 5 + 6 = 15$).

Với ba chữ số trên lập được các số: 456, 465, 546, 564, 645, 654.

Ví dụ 4. Chứng tỏ rằng :

1) Số có hai chữ số tận cùng hợp thành số chia hết cho 4 thì số đó chia hết cho 4 và chỉ những số đó mới chia hết cho 4.

2) Số có ba chữ số tận cùng hợp thành số chia hết cho 8 thì số đó chia hết cho 8 và chỉ những số đó mới chia hết cho 8.

Lời giải

1) Gọi số trăm, chữ số hàng chục, chữ số hàng đơn vị của một số lần lượt là x, a, b. Khi đó số đó có thể viết dưới dạng $100 \cdot x + \overline{ab}$.

Vì $100 : 4$ nên $100 \cdot x : 4$. Suy ra, theo tính chất chia hết của một tổng ta có :

– Nếu $\overline{ab} : 4$ thì $100 \cdot x + \overline{ab} : 4$.

– Nếu $\overline{ab} \not\vdots 4$ thì $100 \cdot x + \overline{ab} \not\vdots 4$.

Vậy $100x + \overline{ab} \vdots 4 \Leftrightarrow \overline{ab} \vdots 4$.

2) Gọi số nghìn, chữ số hàng trăm, chữ số hàng chục, chữ số hàng đơn vị của một số lần lượt là x, a, b, c .

Khi đó số đó có thể viết dưới dạng $1000 \cdot x + \overline{abc}$.

Vì $1000 \vdots 8$ nên $1000 \cdot x \vdots 8$. Suy ra $\overline{abc} \vdots 8 \Leftrightarrow 1000 \cdot x + \overline{abc} \vdots 8$.

III. BÀI TẬP

95. Điền chữ số vào dấu * để :

a) Số $\overline{2*7}$ chia hết cho 3 ;

b) $\overline{19*}$ chia hết cho 9 ;

c) $\overline{5*6*}$ chia hết cho 2, 3, 5, 9.

96. Dùng ba trong bốn chữ số 2, 3, 7, 0 hãy ghép thành các số tự nhiên có ba chữ số sao cho số đó :

a) Chia hết cho 9 ;

b) Chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 9 ;

c) Chia hết cho 2 và 5.

97. Từ mười chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, hãy viết :

a) Số nhỏ nhất, số lớn nhất có mười chữ số khác nhau và chia hết cho 9;

b) Số nhỏ nhất, số lớn nhất có mười chữ số khác nhau và chia hết cho 5;

c) Số nhỏ nhất, số lớn nhất có mười chữ số khác nhau và chia hết cho 2, 3, 5, 9.

98. Tìm các chữ số a và b sao cho $b - a = 2$ và $\overline{20ab}$ chia hết cho 9.

99. Tìm tập hợp các số tự nhiên n đồng thời chia hết cho 2, 3, 5, 9 và $100 \leq n \leq 200$.

100. Chứng tỏ rằng :

a) Số có hai chữ số tận cùng hợp thành số chia hết cho 25 thì số đó chia hết cho 25 và chỉ những số đó mới chia hết cho 25.

b) Số có ba chữ số tận cùng hợp thành số chia hết cho 125 thì số đó chia hết cho 125 và chỉ những số đó mới chia hết cho 125.

101. Một số có hiệu giữa tổng các chữ số hàng lẻ và tổng các chữ số hàng chẵn (tính từ phải sang trái) chia hết cho 11 thì số ấy chia hết cho 11. Hãy chứng minh cho trường hợp số có 5 chữ số.

102. Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết số đó chia hết cho 9 và số tạo bởi hai chữ số đầu lớn hơn số hàng đơn vị là 51.

103. Tìm số có dạng $\overline{abcabc}$, biết rằng $\overline{abc}$ là số lớn nhất chia hết cho cả 2, 3, 5, 9.

Chủ đề 8

ƯỚC VÀ BỘI

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Nếu số tự nhiên a chia hết cho số tự nhiên b thì ta nói a là bội của b , còn b là ước của a .

Số 1 là ước của mọi số tự nhiên, số 0 là bội của mọi số tự nhiên khác 0.

– Các bội của a có dạng $a.k$ (k là số tự nhiên). Tập hợp các bội số của a có vô số phần tử.

– Các ước của a là thương trong phép chia hết $a : d$ (với d là số tự nhiên, $1 \leq d \leq a$). Tập hợp các ước số của a có hữu hạn phần tử.

2. **Số nguyên tố** là số tự nhiên lớn hơn 1, chỉ chia hết cho 1 và chính nó.

Hợp số là số tự nhiên lớn hơn 1 và có nhiều hơn hai ước số.

– Số nguyên tố nhỏ nhất là số 2, đó là số nguyên tố chẵn duy nhất.

– Có hai số tự nhiên liên tiếp duy nhất đều là số nguyên tố là 2 và 3.

– Có ba số lẻ liên tiếp duy nhất đều là số nguyên tố là 3, 5, 7.

– Hai số nguyên tố hơn kém nhau 2 đơn vị gọi là hai số nguyên tố sinh đôi. (Ví dụ như 41 và 43).

– Tập hợp số tự nhiên bao gồm: số 0, số 1, tập hợp các số nguyên tố, tập hợp các hợp số.

3. Phân tích một số tự nhiên ra thừa số nguyên tố là viết số đó dưới dạng tích các thừa số nguyên tố.

Mọi số tự nhiên đều phân tích được một cách duy nhất thành tích của các thừa số nguyên tố (không kể đến thứ tự các thừa số đó).

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Bài toán về ước số và bội số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

– Trong thực tế, bài toán chia n người thành các nhóm sao cho số người trong mỗi nhóm bằng nhau (hoặc chia n viên bi vào các hộp sao cho mỗi hộp có số bi bằng nhau, ...) thì số nhóm (hoặc số hộp, ...) là ước số của n .

– Tập hợp các bội số của số tự nhiên a là $B(a) = \{k \cdot a \mid k = 0, 1, 2, \dots\}$.

Để tìm tập hợp các bội số của a nằm trong khoảng từ n đến m , ta cần tìm số tự nhiên k sao cho $n < k \cdot a < m$.

– Tập hợp các ước số của a là $U(a) = \{d \in \mathbb{N}^* \mid a : d\}$.

Để tìm tập hợp các ước số $d = \frac{a}{e}$ của a nằm trong khoảng từ n đến m , ta cần

tìm các số tự nhiên e sao cho $\frac{a}{m} < e < \frac{a}{n}$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm các số tự nhiên x sao cho thoả mãn một trong các điều kiện sau :

- 1) $80 : x$ và $x > 20$;
- 2) x là ước số của 100 và $5 < x < 20$.

Lời giải

1) $U(80) = \{1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 8 ; 10 ; 20 ; 40 ; 80\}$, $x \in U(80)$ và $x > 20$ nên x có thể là 40, 80.

2) $U(100) = \{1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 10 ; 20 ; 25 ; 50 ; 100\}$, $x \in U(100)$ và $5 < x < 20$ nên $x = 10$.

Ví dụ 2. Tìm tập hợp các số tự nhiên x sao cho thoả mãn một trong các điều kiện sau :

- 1) x là bội số của 13 ;
- 2) $x : 17$ và $10 < x < 30$;
- 3) x là bội số của 12 và $x > 100$.

Lời giải

1) x là bội của 13 nên $x = 13 \cdot k$ (với $k \in \mathbb{N}$). Vậy $x \in \{13k \mid k = 0, 1, 2, \dots\}$.

2) $x : 17$ nên $x = 17k$ (với $k \in \mathbb{N}$). Do $10 < x < 30$ nên $10 < 17k < 30$, suy ra $k = 1$. Vậy $x = 17$.

3) x là bội số của 12 nên $x = 12k$ (với $k \in \mathbb{N}$).

Do $x > 100$ nên $12k > 100$, suy ra $k > \frac{100}{12}$, nên $k = 9, 10, 11, \dots$

Vậy $x \in \{12k \mid k = 9; 10; 11; \dots\}$.

Ví dụ 3. Tìm tất cả các số tự nhiên x có hai chữ số vừa là bội của 14, vừa là ước của 280.

Lời giải

Các số tự nhiên có hai chữ số là bội của 14 là 14, 28, 42, 56, 70, 84, 98.

Trong các số trên, các số là ước của 280 là 14, 28, 56, 70.

Vậy $x \in \{14; 28; 56; 70\}$.

Ví dụ 4. Một trường THCS đầu năm học tuyển 300 học sinh lớp 6. Trường dự định chia đều thành các lớp. Trong các cách chia sau, cách nào thực hiện được ?

Cách chia	Số lớp	Số học sinh mỗi lớp
Thứ nhất	6	40
Thứ hai		
Thứ ba	10	

Lời giải

Số lớp, cũng như số học sinh trong mỗi lớp phải là ước số của 300.

Trong các số 6, 10, 40 chỉ có hai số 6 và 10 là ước của 300.

Vậy cách chia thứ nhất và thứ ba thực hiện được.

III. BÀI TẬP

104. Tìm số tự nhiên x sao cho :

a) $x \in U(45)$ và $x > 5$;

b) $x \in B(15)$ và $100 \leq x \leq 200$;

c) $x \in U(200)$ và $x \in B(50)$.

105. Trong một buổi học Giáo dục công dân, lớp 6A có 40 học sinh cần chia đều thành các nhóm để thảo luận. Trong các cách chia sau, cách nào thực hiện được ?

Cách chia	Số nhóm	Số người mỗi nhóm
Thứ nhất	4	5
Thứ hai		
Thứ ba	10	
Thứ tư	12	

106. Bạn An có 48 chiếc kẹo muốn chia đều cho các em nhỏ. Trong các cách chia sau, cách nào thực hiện được ?

Cách chia	Số em	Số kẹo của mỗi em
Thứ nhất	4	8
Thứ hai		
Thứ ba	5	
Thứ tư	12	

Lời giải

Sử dụng bảng số nguyên tố.

- 1) 53 và 59 là số nguyên tố nên thay * bởi 3 hoặc 9.
- 2) 11, 31, 41, 61, 71 là các số nguyên tố nên thay * bởi 1, 3, 4, 6, 7.
- 3) 151, 157 là các số nguyên tố nên thay * bởi 1 hoặc 7.

Ví dụ 3. Cho $a = 50! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 50$. Chứng tỏ rằng 49 số tự nhiên sau đây đều là hợp số :

$$a + 2 ; a + 3 ; a + 4 ; \dots ; a + 50.$$

Lời giải

Số hạng tổng quát của dãy số trên là $50! + i$ (với $i = 2, 3, \dots, 50$) đều chia hết cho i và lớn hơn i nên $50! + i$ là hợp số.

Ví dụ 4. Tìm số tự nhiên k sao cho :

- 1) $7k$ là số nguyên tố ;
- 2) $k, k + 6, k + 8, k + 12, k + 14$ đều là số nguyên tố.

Lời giải

1) Với $k \geq 2$ thì $7k$ có ít nhất ba ước là 1, 7, $7k$ nên $7k$ là hợp số (không thỏa mãn). Với $k = 1$ thì $7k = 7$ là số nguyên tố. Vậy $k = 1$.

2) k chia cho 5 có thể dư 0, 1, 2, 3, 4.

Với k chia 5 dư 1 thì $k + 14 : 5$ và $k + 4 > 5$ nên $k + 4$ là hợp số (loại).

Với k chia 5 dư 2 thì $k + 8 : 5$ và $k + 8 > 5$ nên $k + 8$ là hợp số (loại).

Với k chia 5 dư 3 thì $k + 12 : 5$ và $k + 12 > 5$ nên $k + 12$ là hợp số (loại).

Với k chia 5 dư 4 thì $k + 6 : 5$ và $k + 6 > 5$ nên $k + 6$ là hợp số (loại).

Với k chia hết cho 5 và $k > 5$ thì k là hợp số (loại).

Với $k = 5$. Thử thấy 5, 11, 13, 17, 19 đều là số nguyên tố. Vậy $k = 5$.

III. BÀI TẬP

110. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

- 1) Mọi số nguyên tố đều là số lẻ ;
- 2) Nếu a, b là hai số tự nhiên lớn hơn 1 thì $a \cdot b$ là hợp số ;
- 3) Tổng của hai số nguyên tố là hợp số.

111. Các số sau đây là số nguyên tố hay hợp số :

- a) $\overline{111\dots 1}$ (gồm 2010 chữ số 1) ;
- b) $\overline{333\dots 3}$ (gồm 2009 chữ số 3).

112. Thay dấu * bằng chữ số thích hợp để mỗi số sau là số nguyên tố:

- a) $\overline{7*}$; b) $\overline{12*}$; c) $\overline{2*9}$.

Gợi ý. Sử dụng bảng số nguyên tố.

113. Các số sau đây là số nguyên tố hay hợp số với mọi số tự nhiên n

- a) $n(n+1)$; b) $3n^5$; c) $n^4 + 4$.

114. Chứng minh rằng :

Với mỗi số tự nhiên n ($n \geq 2$), luôn tìm được n số tự nhiên liên tiếp đồng thời là hợp số.

115. Hai số nguyên tố hơn kém nhau 2 đơn vị gọi là cặp số nguyên tố sánh đôi. Tìm các cặp số nguyên tố sánh đôi nhỏ hơn 100.

116. Tìm số nguyên tố p sao cho $5p + 7$ là số nguyên tố.

117. Xét xem các tổng (hiệu) sau là số nguyên tố hay hợp số:

- a) $5 + 5^2 + 5^3 + 5^4$; b) $7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$;
c) $2007^2 + 2010^4$; d) $1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n + 1$.

DẠNG 3. Phân tích số ra thừa số nguyên tố

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để phân tích một số ra thừa số nguyên tố ta đem số đó chia dần cho các thừa số nguyên tố từ nhỏ đến lớn.

Dạng phân tích ra thừa số nguyên tố của mỗi số nguyên tố là chính số đó.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố :

- 1) 48 ; 2) 1500 ; 3) 2929.

Lời giải

- 1) $48 = 2 \cdot 24 = 2 \cdot 2 \cdot 12 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3$;
2) $1500 = 15 \cdot 100 = 3 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot 5^2 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3$;
3) $2929 = 29 \cdot 101$.

Ví dụ 2. Hãy viết tất cả các ước số của a, b, c, biết rằng :

- 1) $a = 3 \cdot 11$; 2) $b = 3^4 \cdot 5^2$; 3) $c = 2010$.

Đặc biệt:

Nếu $b \vdots a, c \vdots a$ thì $ƯCLN(a, b, c) = a$;

Nếu $ƯCLN(a, b) = 1$ thì gọi a, b là hai số nguyên tố cùng nhau.

4. Để tìm ước chung của các số đã cho, ta có thể tìm các ước của $ƯCLN$ của các số đó.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Bài tập về ước chung

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Để chứng tỏ $d \in ƯC(a; b; c)$ cần chỉ ra a, b, c đều chia hết cho d .
- Để chứng tỏ $d \notin ƯC(a; b; c)$ cần chỉ ra có ít nhất một trong a, b, c không chia hết cho d .
- Trong thực tế, bài toán chia n vật thứ nhất, m vật thứ hai,... thành các phần (nhóm) sao cho số vật mỗi loại trong mỗi nhóm bằng nhau, thì số phần (nhóm) phải là ước số chung của $m, n, \dots$
- Nếu các số m, n, p chia cho a có các số dư tương ứng là r, t, u thì $a > r, a > t, a > u$ và a là ước chung của $(m - r; n - t; p - u)$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1.

- 1) Số 12 có là ước chung của 24 và 40 không ? Vì sao ?
- 2) Số 13 có là ước chung của 65, 117, 195 không ? Vì sao ?

Lời giải

- 1) Do 40 không chia hết cho 12 nên 12 không là ước chung của 24 và 40.
- 2) Do $65 = 13 \cdot 5; 117 = 13 \cdot 9; 195 = 13 \cdot 15$ nên 13 là ước chung của 65, 117, 195.

Ví dụ 2. Có 48 bút chì, 64 quyển vở. Cô giáo muốn chia số bút và số vở thành một số phần thưởng như nhau (gồm cả bút và vở). Trong các cách chia sau, cách nào thực hiện được ? Hãy điền vào chỗ trống (...) những trường hợp chia được.

Cách chia	Số phần thưởng	Số bút ở mỗi phần thưởng	Số vở ở mỗi phần thưởng
Thứ nhất	8		
Thứ hai	12		
Thứ ba	16		

Lời giải

Số phần thưởng như nhau gồm cả bút và vở phải là ước chung của 48 và 64. Trong ba số 8, 12, 16 thì có 8 và 16 là ước chung của 48, 64. Vậy cách chia thứ nhất và thứ ba thực hiện được. Mỗi phần thưởng có 6 bút và 8 vở, 3 bút và 4 vở. Ta có bảng sau :

Cách chia	Số phần thưởng	Số bút ở mỗi phần thưởng	Số vở ở mỗi phần thưởng
Thứ nhất	8	6	8
Thứ hai	12		
Thứ ba	16	3	4

Ví dụ 3. Xác định các tập hợp :

- 1) $Ư(15)$; $Ư(27)$; $ƯC(15 ; 27)$;
- 2) $Ư(16)$; $Ư(20)$; $Ư(30)$; $ƯC(16 ; 20 ; 30)$.

Lời giải

Trước hết phân tích các số ra thừa số nguyên tố, rồi dùng nhận xét về ước số.

1) Do $15 = 3 \cdot 5$ nên $Ư(15) = \{1 ; 3 ; 5 ; 15\}$.

Do $27 = 3^3$ nên $Ư(27) = \{1 ; 3 ; 9 ; 27\}$. Từ đó suy ra $ƯC(15 ; 27) = \{1 ; 3\}$.

2) Do $16 = 2^4$, $20 = 2^2 \cdot 5$, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ nên $Ư(16) = \{1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16\}$,
 $Ư(20) = \{1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 10 ; 20\}$, $Ư(30) = \{1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30\}$.

Từ đó suy ra $ƯC(16 ; 20 ; 30) = \{1 ; 2\}$.

III. BÀI TẬP

125. Xác định các tập hợp :

- a) $Ư(25)$, $Ư(39)$, $ƯC(25 ; 39)$;
- b) $Ư(100)$, $Ư(120)$, $Ư(140)$, $ƯC(100 ; 120 ; 140)$.

126. Một khu đất hình chữ nhật dài 60m, rộng 24m. Người ta cần chia thành những khu đất hình vuông bằng nhau (độ dài cạnh là số tự nhiên mét) để trồng hoa. Hỏi có bao nhiêu cách chia ? Cách chia nào thì diện tích hình vuông lớn nhất ?

127. Bạn Lan có 48 viên bi đỏ, 30 viên bi xanh, 66 viên bi vàng. Bạn muốn chia đều số bi vào các túi sao cho mỗi túi đều có cả ba loại bi. Hỏi Lan có thể có mấy cách chia ? Với cách chia bi vào nhiều túi nhất thì mỗi túi có bao nhiêu bi mỗi loại ?

128. Linh và Loan mua một số hộp bút chì màu, số bút đựng trong mỗi hộp bằng nhau và lớn hơn 1. Kết quả Linh có 15 bút chì màu, Loan có 18 bút chì màu. Hỏi mỗi hộp bút chì màu có bao nhiêu chiếc ?

129. Hai lớp 6A và 6B tham gia phong trào "Tết trồng cây". Mỗi em trồng một số cây như nhau. Kết quả lớp 6A trồng được 132 cây, lớp 6B trồng được 135 cây. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh ?
- 130*. Tìm số tự nhiên a , biết rằng khi chia số 111 cho a thì dư 15, còn khi chia 180 cho a thì dư 20.

DẠNG 2. Bài tập về tìm ước chung lớn nhất

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1) Để tìm ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số, ta có thể áp dụng quy tắc ba bước đã nêu. Ngoài ra có thể sử dụng nhận xét sau để tính nhanh gọn hơn :

- + Nếu $a : b$ thì $ƯCLN(a ; b) = b$.
- + Nếu a chia cho b dư r (tức là $a = bq + r$, với $r < b$) thì

$$ƯCLN(a ; b) = ƯCLN(b ; r) \text{ (thuật toán Ơclit).}$$

Thật vậy, nếu d là $ƯC(a ; b)$ thì $a : d, b : d$ nên $a - bq : d$ hay $r : d$.

Suy ra d là $ƯC(b ; r)$.

Ngược lại, nếu d là $ƯC(b ; r)$ thì $r : d, b : d$ nên $bq + r : d$ hay $a : d$.

Suy ra d là $ƯC(a ; b)$. Ta được điều phải chứng minh.

Ví dụ. $ƯCLN(2010 ; 1990) = ƯCLN(1990 ; 20) = ƯCLN(20 ; 10) = 10$.

2) $ƯC(a ; b ; c)$ luôn là ước số của $ƯCLN(a ; b ; c)$. Để tìm $ƯC(a ; b ; c)$, ta nên :

- + Tìm $ƯCLN(a ; b ; c) = d$.
- + Tìm $Ư(d) = ƯC(a ; b ; c)$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm $ƯCLN$ của :

- 1) 32 và 80 ; 2) 16, 32 và 128 ; 3) 2009 và 3000.

Lời giải

Cách 1.

Ta sử dụng quy tắc ba bước để tìm $ƯCLN$.

- 1) $32 = 2^5, 80 = 2^4 \cdot 5$ nên $ƯCLN(32 ; 80) = 2^4 = 16$.
- 2) $16 = 2^4, 32 = 2^5, 128 = 2^7$ nên $ƯCLN(16 ; 32 ; 128) = 16$.
- 3) $3000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 3$, 2009 là số nguyên tố nên $ƯCLN(2009 ; 3000) = 1$.

Cách 2.

Vận dụng nhận xét ở phần phương pháp $ƯCLN(a ; b) = ƯCLN(b ; r)$ với r là số dư khi chia a cho b .

1) $U'CLN(32; 80) = U'CLN(32; 16) = U'CLN(16; 0) = 16$.

2) $UCLN(16; 32; 128) = UCLN(16; 0; 0) = 16$.

$$3) \text{ UCLN}(2009; 3000) = \text{UCLN}(2009; 991) \\ = \text{UCLN}(991; 27) = \text{UCLN}(27; 19) = 1.$$

Ví dụ 2. Một mảnh đất hình chữ nhật chiều dài 120m, chiều rộng 36 m. Người ta muốn trồng cây xung quanh vườn sao cho mỗi góc vườn có một cây và khoảng cách giữa hai cây liên tiếp bằng nhau. Hỏi số cây phải trồng ít nhất là bao nhiêu ?

Lời giải

1) Muốn số cây phải trồng là ít nhất thì khoảng cách giữa hai cây trồng liên tiếp phải lớn nhất, ta gọi khoảng cách này là a mét thì a phải là số lớn nhất sao cho $120 \div a$, $36 \div a$. Vậy $a = \text{ƯCLN}(120; 36)$.

Ta có $36 = 2^2 \cdot 3^2$; $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ nên $a = 3 \cdot 2^2 = 12$.

Vây khoảng cách lớn nhất giữa hai cây trồng liền tiếp là 12 m.

Chu vi của vườn là $(120 + 36) \cdot 2 = 312$ (m).

Tổng số cây trồng ít nhất là $312 : 12 = 26$ (cây).

Ví dụ 3. Tìm ƯCLN rồi tìm ước chung của của các số sau :

1) 60 và 88 :

2) 150, 168, 210.

Lời giải

$$1) \ 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5; \ 88 = 2^3 \cdot 11;$$

$$UCLN(60 : 88) = 2^2 = 4, \quad UC(60 : 88) = \{1 : 2 : 4\}.$$

2) $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$, $168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$, $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$.

Nên $UCLN(150; 168; 210) = 2 \cdot 3 = 6$.

$$UC(150; 168; 210) = \{1; 2; 3; 6\}.$$

III. BÀI TẬP

131. Tìm số tự nhiên a lớn hơn 25, biết rằng các số 525, 875, 280 đều chia hết cho a .

132. Tìm ƯCLN và tập hợp ước chung của các số sau :

a) 10, 20, 70 ;

b) 5661, 5291, 4292.

133*. Tìm ƯCLN của hai số tự nhiên a và $a + 2$.

134*. Cho ƯCLN $(a; b) = 1$. Hãy tìm ƯCLN $(11a + 2b; 18a + 5b)$.

135. Trong cuộc thi học sinh giỏi cấp Tỉnh cho ba môn Văn, Toán, Ngoại ngữ có số học sinh tham gia như sau: môn Văn có 96 học sinh dự thi, môn Toán có 120 học sinh dự thi, môn Ngoại ngữ có 72 học sinh dự thi. Trong buổi tổng

kết giải các bạn được phân công đứng thành hàng dọc, sao cho mỗi hàng có số bạn thi mỗi môn bằng nhau. Hỏi có thể phân công học sinh đứng thành ít nhất bao nhiêu hàng ?

DẠNG 3. Bài tập về tập hợp

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

– Cho hai tập hợp A và B. Khi đó

A là tập con của B, kí hiệu $A \subset B \Leftrightarrow$ Nếu $x \in A$ thì $x \in B$.

Giao của A và B, kí hiệu $A \cap B = \{x \in A \text{ và } x \in B\}$.

Hợp của A và B, kí hiệu $A \cup B = \{x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$.

– Khi gặp bài toán về tính số phần tử của một tập hợp, cần nhớ:

Nếu tập A có n phần tử, tập B có m phần tử, tập $A \cap B$ có p phần tử thì tập $A \cup B$ có $m + n - p$ phần tử.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1.

1) Viết tập hợp A các số tự nhiên là ước số của 50.

2) Viết tập hợp B các số tự nhiên là bội số 5.

3) Viết tập hợp $C = A \cap B$. Dùng kí hiệu $\subset$ để thể hiện quan hệ giữa các tập hợp A, B, C.

Lời giải

1) Do $50 = 2 \cdot 5^2$ nên $A = U(50) = \{1 ; 2 ; 5 ; 10 ; 25 ; 50\}$.

2) $B = B(5) = \{5k | k \in \mathbb{N}\}$.

3) $C = A \cap B = \{5 ; 10 ; 25 ; 50\}$.

Mối quan hệ $C \subset B, C \subset A$.

Ví dụ 2. Tìm giao của hai tập hợp A và B, biết rằng :

1) A là tập hợp các học sinh giỏi Ngoại ngữ, B là tập hợp các học sinh giỏi Toán.

2) A là tập hợp các số chia hết cho 5, B là tập hợp các số không chia hết cho 10.

Lời giải

1) $A \cap B$ là tập hợp các học sinh giỏi cả Ngoại ngữ và Toán.

2) A là tập hợp các số có tận cùng là 0 hoặc 5, B là tập hợp các số có tận cùng khác 0. $A \cap B$ là tập hợp các số tự nhiên có tận cùng là 5.

Ví dụ 3. Trong một lớp 6 có 8 học sinh giỏi Văn, 10 học sinh giỏi Toán và 5 học sinh giỏi cả Toán và Văn. Hỏi lớp này có bao nhiêu học sinh giỏi ?

Lời giải

Nhận thấy 5 học sinh giỏi cả Toán và Văn vừa được tính trong số học sinh giỏi Toán, vừa được tính trong số học sinh giỏi Văn, tức là được tính hai lần. Vì vậy số học sinh giỏi trong lớp là $8 + 10 - 5 = 13$ (bạn).

III. BÀI TẬP

136. Tìm giao của hai tập hợp A và B, biết rằng

- a) A là tập hợp các học sinh hát hay, B là tập hợp các học sinh múa dẻo.
- b) A là tập hợp các số chia hết cho 4, B là tập hợp các số chia hết cho 10.
- c) A là tập hợp các bội số của 15, B là tập hợp các bội số của 46.
- d) A là tập hợp các số chẵn, B là tập hợp các số lẻ.

137. Cho hai tập hợp $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là ước số của } 15\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là ước số của } 25\}$.

Tìm $A \cap B$, $A \cup B$.

138*. Lớp 6A có 35 học sinh. Sau khi điều tra ý thích của các em về bơi, bóng đá, cầu lông, giáo viên Thế dực biết:

- a) Có 5 em thích cả bơi, bóng đá, cầu lông;
- b) Có 7 em thích bơi và cầu lông;
- c) Có 6 em thích bơi và bóng đá;
- d) Có 9 em thích bóng đá và cầu lông;
- e) Có 17 em thích bóng đá;
- g) Có 11 em thích bơi.

Hỏi có bao nhiêu em thích cầu lông ?

Chủ đề 10

BỘI CHUNG. BỘI CHUNG NHỎ NHẤT

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Bội chung của hai hay nhiều số là bội của tất cả các số đó.

$$m \in BC(a; b; c) \Leftrightarrow m : a, m : b, m : c.$$

2. Bội chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số là số nhỏ nhất trong tập hợp các bội chung của các số đó.

$m = \text{BCNN}(a; b; c) \Leftrightarrow m$ là số nhỏ nhất thoả mãn $m \vdots a, m \vdots b, m \vdots c$.

3. Muốn tìm BCNN của hai hay nhiều số lớn hơn 1, ta thực hiện ba bước sau :

Bước 1. Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố.

Bước 2. Chọn ra các thừa số nguyên tố chung và riêng.

Bước 3. Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ lớn nhất của nó. Tích đó là BCNN phải tìm.

4. Để tìm bội chung của các số đã cho, ta có thể tìm các bội của BCNN của các số đó.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Bài tập về bội chung, bội chung nhỏ nhất

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Để chứng tỏ $m \in \text{BC}(a; b; c)$ cần chỉ ra m đều chia hết cho a, b, c .
- Để chứng tỏ $m \notin \text{BC}(a; b; c)$ cần chỉ ra có ít nhất một trong ba số a, b, c không là ước của m .
- Trong thực tế, bài toán về tính số học sinh, tính lịch trực nhật, tính số cây trồng đều có liên quan đến tìm bội chung.
- $\text{BC}(a; b; c)$ là bội số của $\text{BCNN}(a; b; c)$.

Vì vậy để tìm tập hợp các BC (a, b, c) ta làm như sau :

- + Tìm $\text{BCNN}(a; b; c) = m^*$.
- + $\text{BC}(a; b; c) = \{km^* \mid k \in \mathbb{N}\}$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1.

- 1) Số 88 có là bội chung của 22 và 40 không ? Vì sao ?
- 2) Số 124 có là bội chung của 31, 62 và 4 không ? Vì sao ?

Lời giải

- 1) Do 88 không chia hết cho 40 nên 88 không là bội chung của 22 và 40.
- 2) Do $124 = 4 \cdot 31 = 2 \cdot 62$ nên 124 chia hết cho 4, 31, 62. Vậy 124 là bội chung của 4, 31, 62.

Ví dụ 2. Số đội viên của một liên đội là số có ba chữ số nhỏ hơn 300. Mỗi lần xếp thành 3 hàng, 7 hàng, 10 hàng đều vừa đủ. Tính số đội viên của liên đội đó.

Lời giải

Gọi số đội viên của liên đội là a ($100 \leq a < 500$).

Do mỗi lần xếp thành 3 hàng, 7 hàng, 10 hàng đều vừa đủ nên a chia hết cho 3, 7, 10. Tức là $a \in BC(3; 7; 10)$. Ta có $BCNN(3; 7; 10) = 210$.

a là bội số của 210 và nhỏ hơn 500, nên $a = 210$ hoặc 420.

Vậy số đội viên của liên đội đó có thể là 210 hoặc 420.

Ví dụ 3. Tìm số có ba chữ số, biết rằng khi đem số đó chia cho 20, 25, 30 đều được cùng số dư là 15.

Lời giải

Gọi số cần tìm là a ($100 \leq a \leq 999$).

a chia cho 20, 25, 30 cùng có dư 15, nên $a - 15 \in BC(20; 25; 30)$.

Mà $BCNN(20; 25; 30) = 300$, nên $a - 15 \in \{300; 600; 900\}$.

Vì vậy $a \in \{315; 615; 915\}$.

Ví dụ 4. Số học sinh của lớp 6A có không quá 50 em. Khi xếp 2 hàng thì thừa 1 em, xếp 3 hàng thì thừa 2 em, xếp 7 hàng thì thừa 6 em. Tính số học sinh lớp 6A.

Lời giải

Gọi số học sinh cần tìm là a ($a \leq 50$).

a chia cho 2, 3, 7 cùng có dư lần lượt là 1, 2, 6, nên $a + 1 \in BC(2; 3; 7)$.

Mà $BCNN(2; 3; 7) = 42$, nên $a + 1$ là bội số của 42 và $a + 1 \leq 51$.

Vì vậy $a = 41$.

✎ Nhận xét :

Số tự nhiên a chia cho m, n, p có cùng số dư r thì $a - r \in BC(m; n; p)$.

Số tự nhiên a chia cho m, n, p có số dư lần lượt là r, t, u sao cho

$m - r = n - t = p - u = c$ thì $a + c \in BC(m; n; p)$.

III. BÀI TẬP

139. Xác định các tập hợp :

a) $B(25), B(39), BC(25; 39)$;

b) $BC(100; 120; 140)$.

140. Một số tự nhiên khi chia cho 4 dư 3, chia cho 5 dư 4, chia cho 6 dư 5, chia cho 7 dư 6. Biết rằng số đó nằm trong khoảng từ 800 đến 1000. Hãy tìm số tự nhiên đó.

141. Số học sinh của một trường THCS là một số có ba chữ số lớn hơn 800. Mỗi lần xếp hàng 5, hàng 6, hàng 7, hàng 8 đều vừa đủ không thừa học sinh nào. Hỏi trường đó có bao nhiêu học sinh ?
142. Hai bạn An và Bình thường đến thư viện đọc sách. An cứ 7 ngày đến thư viện một lần. Bình cứ 10 ngày đến thư viện một lần. Lần đầu cả hai bạn cùng đến thư viện vào một ngày. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì hai bạn lại cùng đến thư viện ?
143. Ba đội công nhân cùng trồng một số cây như nhau. Tính ra mỗi công nhân đội I trồng 7 cây, mỗi công nhân đội II trồng 8 cây, mỗi công nhân đội III trồng 6 cây. Tính số công nhân của mỗi đội, biết rằng số cây mỗi đội phải trồng trong khoảng từ 100 đến 200.
144. Một rổ trứng khi đếm theo chục hoặc theo tá đều thừa ra 6 quả, khi đếm theo 9 quả một thì vừa hết. Hỏi rổ trứng đó có bao nhiêu quả ? Biết rằng số trứng trong khoảng từ 100 đến 200 quả.
145. Một bến xe, cứ 15 phút lại có một chuyến xe buýt rời bến, cứ 20 phút lại có một chuyến xe khách rời bến, cứ 5 phút lại có một chuyến xe taxi rời bến. Lúc 5 giờ, một xe taxi, một xe khách và một xe buýt rời bến cùng một lúc. Hỏi lúc mấy giờ lại có ba xe cùng rời bến một lần tiếp theo ?

DẠNG 2. Bài tập về quan hệ giữa ước chung, bội chung, ước chung lớn nhất, bội chung lớn nhất

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Kí hiệu $d \in \text{ƯC}(a; b)$, $d^* = \text{ƯCLN}(a; b)$, $m \in \text{BC}(a; b)$, $m^* = \text{BCNN}(a; b)$ thì

$$d \leq d^* \leq m^* \leq m$$

$$m : m^*, m^* : d^*, d^* : d$$

$$m^* d^* = \text{ƯCLN}(a; b). \text{BCNN}(a; b) = a \cdot b. \quad (1)$$

Đặc biệt, nếu $\text{ƯCLN}(a; b) = 1$ thì $\text{BCNN}(a; b) = a \cdot b$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Dựa vào công thức (1), hãy tìm

1) $\text{BCNN}(15; 18);$

2) $\text{BCNN}(16; 25).$

Lời giải

1) $\text{ƯCLN}(15; 18) = 3$ nên $\text{BCNN}(15; 18) = (15 \cdot 18) : 3 = 90.$

2) $\text{ƯCLN}(16; 25) = 1$ nên $\text{BCNN}(16; 25) = 16 \cdot 25 = 400.$

Ví dụ 2. Tìm hai số tự nhiên a và b . Biết rằng :

$$\text{ƯCLN}(a; b) = 3 \text{ và } \text{BCNN}(a; b) = 90.$$

Lời giải

Từ $\text{ƯCLN}(a; b) = 3$, suy ra $\text{ƯCLN}\left(\frac{a}{3}; \frac{b}{3}\right) = 1$ và áp dụng công thức (1), ta

có : $a \cdot b = \text{ƯCLN}(a; b) \cdot \text{BCNN}(a; b) = 3 \cdot 90 = 270$, suy ra $\frac{a}{3} \cdot \frac{b}{3} = 30$.

Viết 30 thành tích hai số nguyên tố cùng nhau :

$30 = 1 \cdot 30 = 2 \cdot 15 = 3 \cdot 10 = 5 \cdot 6$, ta có bảng sau ($a \leq b$) :

$\frac{a}{3}$	$\frac{b}{3}$	a	b
1	30	3	90
2	15	6	45
3	10	9	30
5	6	15	18

Ví dụ 3. Tìm hai số tự nhiên a và b , biết $a + b = 20$ và $\text{BCNN}(a; b) = 15$.

Lời giải

Gọi $d = \text{ƯCLN}(a; b)$ thì $d \in \text{ƯC}(20; 15)$.

Mà $\text{ƯCLN}(20; 15) = 5$ nên $d = 1$ hoặc 5.

Nếu $d = 1$ thì $a \cdot b = 1 \cdot 15 = 15 = 3 \cdot 5$, khi đó $a + b = 3 + 5$ hoặc $a + b = 1 + 15 = 16$ (điều này mâu thuẫn với giả thiết $a + b = 20$).

Vậy $d = 5$. Khi đó $a \cdot b = 5 \cdot 15 = 75$, $a + b = 20$. Tìm được $a = 5$, $b = 15$.

Vậy hai số tự nhiên cần tìm là 5 và 25.

III. BÀI TẬP

146. Vận dụng công thức (1) để tính nhanh :

1) $\text{BCNN}(325; 189)$;

2) $\text{BCNN}(428; 564)$.

147. Tìm hai số tự nhiên lớn hơn 1, nguyên tố cùng nhau và có bội chung nhỏ nhất là 18.

148. Tìm hai số tự nhiên a, b . Biết $\text{ƯCLN}(a; b) = 5$ và $\text{BCNN}(a; b) = 60$.

149. Tìm hai số tự nhiên a, b . Biết rằng $a - b = 6$ và $\text{BCNN}(a; b) = 180$.

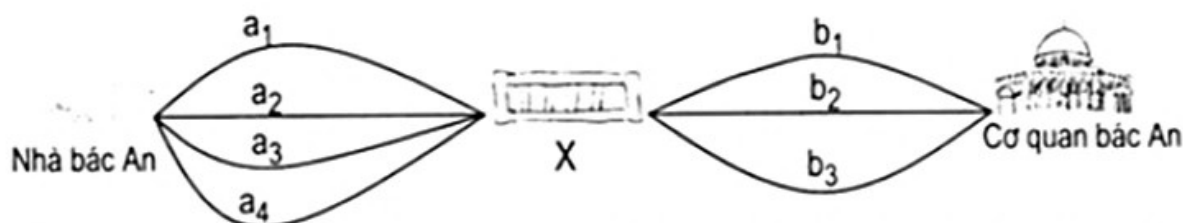
150. Tìm hai số tự nhiên a, b . Biết rằng $a \cdot b = 891$ và $\text{ƯCLN}(a; b) = 3$.

LỜI GIẢI - HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Chủ đề 1

1. a) $A = \{20; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29\}$.
b) $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14\}$.
c) $C = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47\}$.
2. Tập hợp các chữ cái trong cụm từ "THANG LONG – HÀ NỘI" gồm 8 phần tử là: $\{T, H, A, N, G, L, O, I\}$.
3. Tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau từ các chữ số 1, 3, 5 là $\{135; 153; 315; 351; 513; 531\}$.
4. Tập hợp $C = \{a; b\}$ và $D = \{1; 2; 3\}$.
a) Tập hợp M gồm một phần tử thuộc C và một phần tử thuộc D . Do đó có tất cả $2 \cdot 3 = 6$ tập hợp như vậy. Đó là:
 $\{a; 1\}, \{a; 2\}, \{a; 3\}, \{b; 1\}, \{b; 2\}, \{b; 3\}$.
b) Tập hợp N gồm một phần tử thuộc C và hai phần tử thuộc D . Do đó có tất cả $2 \cdot 3 = 6$ tập hợp như vậy. Đó là:
 $\{a; 1; 2\}, \{a; 1; 3\}, \{a; 2; 3\}, \{b; 1; 2\}, \{b; 1; 3\}, \{b; 2; 3\}$.
c) Tập hợp P gồm hai phần tử thuộc C và hai phần tử thuộc D . Do đó có tất cả $1 \cdot 3 = 3$ tập hợp như vậy. Đó là:
 $\{a; b; 1; 2\}, \{a; b; 1; 3\}, \{a; b; 2; 3\}$.

5.



Kí hiệu a_1, a_2, a_3, a_4 là các con đường từ nhà bác An đến cầu X, và b_1, b_2, b_3 là các con đường từ cầu X đến cơ quan bác An. Khi đó a_1b_1 là một trong những con đường từ nhà bác An đến cơ quan. Vậy tập hợp các con đường từ nhà bác An đến cơ quan là:

$$\{a_1b_1; a_1b_2; a_1b_3; a_2b_1; a_2b_2; a_2b_3; a_3b_1; a_3b_2; a_3b_3; a_4b_1; a_4b_2; a_4b_3\}.$$

6. a) Tập hợp A các số tự nhiên không vượt quá 40 là:

$$A = \{n \in \mathbb{N} | n \leq 40\}.$$

Tập hợp A gồm các số tự nhiên liên tiếp từ 0 đến 40 nên có :

$$40 - 0 + 1 = 41 \text{ (phần tử).}$$

b) Tập hợp B các số tự nhiên lẻ lớn hơn 10 nhưng nhỏ hơn 50 là :

$$B = \{2k + 1 | k \in \mathbb{N}, 10 < 2k + 1 < 50\}.$$

Tập hợp B gồm các số tự nhiên lẻ liên tiếp từ 11 đến 49 nên có :

$$(49 - 11) : 2 + 1 = 20 \text{ (phần tử).}$$

c) Tập hợp C các số tự nhiên chia cho 3 dư 1, lớn hơn 20 nhưng nhỏ hơn 100 là :

$$C = \{3k + 1 | k \in \mathbb{N}, 20 < 3k + 1 < 100\}.$$

Tập hợp C gồm các số tự nhiên chia cho 3 dư 1, từ 22 đến 97 nên có :

$$(97 - 22) : 3 + 1 = 26 \text{ (phần tử).}$$

7. a) Tập hợp A gồm các số tự nhiên chẵn liên tiếp từ 10 đến 2000. Hai số chẵn liên tiếp hơn kém nhau 2 đơn vị, nên A có :

$$(2000 - 10) : 2 + 1 = 996 \text{ (phần tử).}$$

b) Tập hợp B gồm các số tự nhiên chia hết cho 5, từ 15 đến 100. Hai số chia hết cho 5 liên tiếp hơn kém nhau 5 đơn vị, nên B có :

$$(100 - 15) : 5 + 1 = 18 \text{ (phần tử).}$$

c) Tập hợp C gồm các số tự nhiên chia cho 4 dư 1, từ 21 đến 201. Hai số chia 4 dư 1 liên tiếp hơn kém nhau 4 đơn vị, nên A có :

$$(201 - 21) : 4 + 1 = 46 \text{ (phần tử).}$$

8. Các chữ số 1, 2, 3, 4 đều có thể ở vị trí hàng nghìn, hàng trăm, hàng chục và hàng đơn vị như nhau. Có 24 số thỏa mãn đề bài là :

$$1234 ; 1243 ; 1324 ; 1342 ; 1423 ; 1432 ; 2134 ; 2143 ;$$

$$2314 ; 2341 ; 2413 ; 2431 ; 3124 ; 3142 ; 3214 ; 3241 ;$$

$$3412 ; 3421 ; 4123 ; 4132 ; 4213 ; 4231 ; 4312 ; 4321.$$

Vậy tập hợp các số có bốn chữ số khác nhau được viết bởi các chữ số 1, 2, 3, 4 gồm 24 phần tử.

9. Chỉ có ba chữ số 1, 2, 3 có thể ở vị trí hàng nghìn. Các vị trí hàng trăm, hàng chục và hàng đơn vị của các chữ số 0, 1, 2, 3 là như nhau. Có 18 số thỏa mãn đề bài là :

$$1023 ; 1032 ; 1203 ; 1230 ; 1302 ; 1320 ; 2013 ; 2031 ; 2103 ;$$

$$2130 ; 2301 ; 2310 ; 3012 ; 3021 ; 3102 ; 3120 ; 3201 ; 3210.$$

Vậy tập hợp các số có bốn chữ số khác nhau được viết bởi các chữ số 0, 1, 2, 3 gồm 18 phần tử.

10. a) $A = \emptyset$, A không có phần tử nào.
 b) $B = \{0; 1; 2; \dots; 24\}$, B có 25 phần tử.
 c) $C = \{50; 51; 52; \dots\}$, C có vô số phần tử.
 d) $D = \{T, R, U, O, N, G, H, C, A, I, E, S\}$, D có 12 phần tử.
11. $A \subset C, B \subset C$.
 $A \subset N, B \subset N, C \subset N$.
12. a) $A \subset B$.
 b) $C \subset D$.
 c) $E \subset F, F \subset E$; tức là $E = F$.
13. a) Các tập hợp con của A mà mọi phần tử đều là nguyên âm là :
 $\{a\}, \{e\}, \{u\}, \{a, e\}, \{a, u\}, \{e, u\}, \{a, e, u\}$.
 b) Các tập hợp con của A mà mọi phần tử đều là phụ âm là :
 $\{b\}, \{g\}, \{h\}, \{b, g\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{b, g, h\}$.
 c) Các tập hợp con của A có hai phần tử trong đó có một nguyên âm và một phụ âm là :
 $\{a, b\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{e, b\}, \{e, g\}, \{e, h\}, \{u, b\}, \{u, g\}, \{u, h\}$.
14. a) Với tập $A = \{1; 2; 3\}$ thì các tập hợp con của tập hợp A là :
 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$.
 b) Tập hợp B gồm các phần tử là các tập con của A là :
 $B = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$.
 c) Sai.
15. a) $A = B$.
 b) $D \subset C$.
 c) Cặp A và C, B và C, A và D, B và D.

Chủ đề 2

16. Số tự nhiên cần tìm có dạng $\overline{15ab}$, trong đó $a + b = 3$. Xảy ra các trường hợp sau :

a	0	1	2	3
b	3	2	1	0
$\overline{15ab}$	1503	1512	1521	1530

17. a) Số đó sẽ tăng thêm 10 lần và 6 đơn vị.
b) Số đó sẽ tăng thêm 60000 đơn vị.
18. a) Số lớn nhất là 20090
b) Số lớn nhất là 52009.
19. a) Có thể viết được 24 số tự nhiên có ba chữ số khác nhau là :
157, 175, 517, 571, 715, 751,
179, 197, 791, 719, 917, 971,
579, 597, 759, 795, 957, 975,
159, 195, 591, 519, 915, 951.
- b) Có thể viết được 18 số tự nhiên có ba chữ số khác nhau là :
120, 102, 210, 201, 130, 103, 310, 301, 203,
230, 302, 320, 123, 132, 213, 231, 312, 321.
20. Có hai số là 421 ; 842.
21. 18, 34, 255, 99.
22. $17 = \text{XVII}$, $29 = \text{XXIX}$, $1999 = \text{MDMXCIX}$, $2010 = \text{MMX}$.
23. Với hai chữ số La Mã V và X có thể viết được các số (mỗi chữ số có thể viết nhiều lần) :
 $\text{XV} = 15$, $\text{XXV} = 25$, $\text{XXXV} = 35$.
24. Với ba chữ số La Mã L, V, X có thể viết được các số (mỗi chữ số có thể viết nhiều lần) :
 $\text{XLV} = 45$, $\text{LXV} = 65$, $\text{LXXV} = 75$, $\text{LXXXV} = 85$.
25. Xếp diêm như sau :

$$\text{VII} = \text{VI} + \text{I}$$

Chủ đề 3

26. Áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng để tính :
- a) $134 + 237 + 166 + 563 = (134 + 166) + (237 + 563)$
 $= 300 + 800 = 1100$.
- b) $452 + 375 + 1348 + 25 = (452 + 1348) + (375 + 25)$
 $= 1800 + 400 = 2200$.

$$c) 605 + 329 = (600 + 330) + (5 - 1) = 930 + 4 = 934$$

$$d) 397 + 512 = (400 + 500) + (12 - 3) = 909.$$

27. Áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng để tính :

$$a) 15 \cdot 7 \cdot 20 = (15 \cdot 20) \cdot 7 = 300 \cdot 7 = 2100.$$

$$b) 8 \cdot 12 \cdot 125 \cdot 4 = (8 \cdot 125) \cdot (12 \cdot 4) = 1000 \cdot 48 = 48000.$$

$$c) 72 \cdot 125 \cdot 6 = 9 \cdot 8 \cdot 125 \cdot 6 = (8 \cdot 125) \cdot (9 \cdot 6) = 54000.$$

$$d) 24 \cdot 25 \cdot 26 = 6 \cdot 4 \cdot 25 \cdot 26 = (4 \cdot 25) \cdot (6 \cdot 26) = 100 \cdot 156 = 15600.$$

28. Áp dụng tính chất phân phối của phép nhân và phép cộng để tính nhanh :

$$a) 34 \cdot 15 + 34 \cdot 85 = 34 \cdot (15 + 85) = 34 \cdot 100 = 3400.$$

$$b) 14 \cdot 43 + 86 \cdot 43 = 43 \cdot (14 + 86) = 43 \cdot 100 = 4300.$$

$$c) 12 \cdot 57 + 57 \cdot 15 + 63 \cdot 57 = 57 \cdot (12 + 15 + 63) = 5130.$$

$$d) 34 \cdot 2002 = 34 \cdot (2000 + 2) = 6800 + 68 = 6868.$$

29. Áp dụng tính chất của phép cộng, phép nhân ta có thể tính nhẩm như sau:

$$a) 49 \cdot 101 = 49 \cdot (100 + 1) = 4900 + 49 = 4949.$$

$$b) 99 \cdot 101 = 99 \cdot (100 + 1) = 9900 + 99 = 9999.$$

$$\text{Hoặc } 99 \cdot 101 = (100 - 1) \cdot (100 + 1) = 10000 - 1 = 9999.$$

$$c) 89 \cdot 1998 = 89 \cdot (2000 - 2) = 178000 - 178 = 177822$$

$$d) 105 \cdot 16 = (100 + 5) \cdot 16 = 1600 + 80 = 1680.$$

30. Sử dụng tính chất của phép nhân có :

$$a) 12 \cdot 27 = 12 \cdot 3 \cdot 9 = 3 \cdot 4 \cdot 27; \quad 18 \cdot 45 = 2 \cdot 9 \cdot 45 = 2 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 9.$$

$$b) 30 \cdot 8 \cdot 11 = 15 \cdot 8 \cdot 22 = 16 \cdot 15 \cdot 11.$$

31. a) Tổng có 1000 số hạng, số hạng kế sau hơn số trước 2 đơn vị nên :

$$S = 2 + 4 + 6 + \dots + 1998 + 2000 = \frac{(2000 + 2) \cdot 1000}{2} = 1001000.$$

b) Tổng có $(2001 - 5) : 4 + 1 = 500$ (số hạng), số sau hơn số trước 4 đơn vị nên :

$$5 + 9 + 13 + \dots + 1997 + 2001 = \frac{(2001 + 5) \cdot 500}{2} = 501500.$$

c) Đặt $S = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \dots + 99 \cdot 100$. Khi đó :

$$3S = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 3 + 3 \cdot 4 \cdot 3 + 4 \cdot 5 \cdot 3 + \dots + 99 \cdot 100 \cdot 3$$

$$= 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot (4 - 1) + 3 \cdot 4 \cdot (5 - 2) + 4 \cdot 5 \cdot (6 - 3) + \dots + 99 \cdot 100 \cdot (101 - 98)$$

$$= 98 \cdot 99 \cdot 100$$

$$\text{nên } S = \frac{98 \cdot 99 \cdot 100}{3} = 323400.$$

☞ **Nhận xét :**

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n \cdot (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

32. Ta có $a = 2010 \cdot 2010$;

$$b = 2008 \cdot 2012 = (2010 - 2) \cdot (2010 + 2) = 2010 \cdot 2010 - 4.$$

Vậy $a > b$.

33. a) $\overline{a0} \cdot 111 = 10 \cdot a \cdot 111 = 10 \cdot \overline{aaa} = \overline{aaa0}$.

$$\text{b) } \overline{ab} \cdot 101 = \overline{ab} \cdot (100 + 1) = \overline{ab00} + \overline{ab} = \overline{abab}.$$

$$\text{c) } \overline{abc} \cdot 1001 = \overline{abc} \cdot (1000 + 1) = \overline{abc000} + \overline{abc} = \overline{abcabc}.$$

34. a) Có sáu số có ba chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 2, 4, 6 là :

$$246, 264, 426, 462, 624, 642.$$

b) Mỗi chữ số 2, 4, 6 đứng ở vị trí hàng trăm, hàng chục, hàng đơn vị hai lần. Do đó tổng sáu số trên bằng :

$$(2 + 4 + 6) \cdot 2 \cdot 111 = 2664.$$

35. Nhận thấy $\overline{abc} + \overline{bca} = 486$ nên $1 \leq a \leq 3, 1 \leq b \leq 3$. Suy ra :

$$a + c = 6, b + c = 8, a + b = 4. \text{ Từ đó tìm được } a = 1, b = 3, c = 5.$$

36. a) $(x - 45) \cdot 27 = 0$ suy ra $x - 45 = 0$, do đó $x = 45$.

$$\text{b) } 45 \cdot (2x - 4) \cdot 13 = 0 \text{ suy ra } 2x - 4 = 0, \text{ do đó } x = 2.$$

37. a) $x = 36$;

$$\text{b) } x = 21.$$

38. Lập luận tương tự như Ví dụ 3 và nhận xét $100 = 34 + 35 + 31$.

31	34	35	31	34	35	31	34	35	31
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

39. Lập luận tương tự như Ví dụ 3 và nhận xét $100 = 4 \cdot 5 \cdot 5$

4	5	5	4	5	5	4	5	5	4
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

40. a) $x = 0$;

$$\text{b) } x \in \mathbb{N}^* ;$$

c) Không tồn tại x nào.

41. Thay dấu $*$ bằng những chữ số thích hợp trong phép tính sau :

$$\overline{*5*3} \times 8 = \overline{12*0*}.$$

Kí hiệu lại $\overline{a5b3} \cdot 8 = \overline{12c0d}$ (với a, b, c, d có thể nhận giá trị giống nhau).

Do $3 \cdot 8 = 24$ nên $d = 4$.

$b \cdot 8 + 2$ (nhớ) có tận cùng là 0 nên $b = 1$ hoặc $b = 6$.

– Với $b = 1$, ta có $5 \cdot 8 = 20 + 1$ (nhớ) nên $c = 1$;

$a \cdot 8 + 4$ (nhớ) = 12 nên $a = 1$.

– Với $b = 6$, ta có $5 \cdot 8 + 5$ (nhớ) = 45 nên $c = 5$;

$a \cdot 8 + 4$ (nhớ) = 12 nên $a = 1$.

Vậy có hai khả năng :

$$1513 \cdot 8 = 12104 \text{ và } 1563 \cdot 8 = 12504.$$

Chủ đề 4

42. a) $x \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 14\}$;

b) $x \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 13\}$;

c) $x \in \{1; 2; 4; 5; 10; 20; 25; 50; 100\}$;

d) $x \in \{0; 2\}$.

43. Gọi số bị trừ, số trừ, hiệu số lần lượt là a, b, c ($a > b$).

Theo bài ra, ta có $a + b = 102$, $a + c = 153$ và $a - b = c$.

Suy ra $2a - b = 153$, kết hợp với $a + b = 102$, dẫn đến $a = 85$, $b = 17$.

44. Gọi số bị chia và thương số lần lượt là a, b .

Ta có $a = 12b + 9$ và $a + b = 113$. Tính được $a = 105$, $b = 8$.

45. Sai, vì số dư phải nhỏ hơn số chia.

46. Theo cách làm của An thì n là số lẻ, còn theo cách làm của Bình thì n là số chẵn. Chứng tỏ rằng trong hai bạn An và Bình có ít nhất một bạn làm sai.

47. Số người ngồi mỗi toa là $12 \cdot 8 = 96$. Nhận thấy 1200 chia cho 96 được thương là 12 dư 48. Vậy cần 13 toa để chở hết khách.

48. Số dư là 2008. Vậy số bị chia là $2009 \cdot 500 + 2008 = 1006508$.

49. a) $43 \cdot 16 - 43 \cdot 13 = 43 \cdot (16 - 13) = 43 \cdot 3 = 129$;

b) $23 \cdot 51 + 51 \cdot 35 - 51 \cdot 18 = 51 \cdot (23 + 35 - 18) = 51 \cdot 40 = 2040$;

c) $98 \cdot 37 = (100 - 2) \cdot 37 = 3700 - 74 = 3623$;

d) $9999 \cdot 201 = (10000 - 1) \cdot 201 = 2010000 - 201 = 2007999$.

50. Áp dụng tính chất các phép tính thực hiện các dãy tính sau một cách hợp lí nhất.

a) $(267 + 860) - (263 + 864) = (267 - 263) - (864 - 860) = 4 - 4 = 0$;

- b) $(3158 - 1453) - (3172 - 1473) = (1473 - 1453) - (3172 - 3158) = 6$;
 c) $(23 \cdot 35 + 35 \cdot 37) : 60 = 35 \cdot (23 + 37) : 60 = 35$;
 d) $(257 \cdot 139 - 257 \cdot 39) : 100 = 257 \cdot (139 - 39) : 100 = 257$.

51. Thực hiện phép tính :

- a) $102 - 96 + 90 - 84 + 78 - 72 + 66 - 60 + 54 - 48 = 6 \cdot 5 = 30$;
 b) $\{145 - [130 - (246 - 236)] : 2\} \cdot 5 = \{145 - [130 - 10 : 2]\} \cdot 5$
 $= (145 - 125) \cdot 5 = 100$.

52. a) $x = 47$; b) $x = 79$;
 c) $x = 107$; d) $x = 47$.

53. a) $y = 3$; b) $y = 22$;
 c) $y = 4$; d) 214.

54. a) $[(z + 32) - 15] \cdot 2 = 60 \Leftrightarrow (z + 32) - 15 = 60 : 2$
 $\Leftrightarrow z + 32 = 45 \Leftrightarrow z = 13$.
 b) $[161 + (153 - z)] \cdot 18 = 3870 \Leftrightarrow 161 + (153 - z) = 3870 : 18$
 $\Leftrightarrow 314 - z = 215 \Leftrightarrow z = 99$.
 c) $[(z \cdot z + 55) - 31] \cdot 14 = 560 \Leftrightarrow (z \cdot z + 55) - 31 = 40$
 $\Leftrightarrow z \cdot z = 16 \Leftrightarrow z = 4$.
 d) $[43 - (56 - z)] \cdot 12 = 384 \Leftrightarrow 43 - (56 - z) = 32$
 $\Leftrightarrow 56 - z = 43 - 32 \Leftrightarrow z = 56 - 11 = 45$.

55. Chiến thắng Điện Biên Phủ diễn ra năm 1954.

56. a) Khi chia một số tự nhiên a cho 5 thì có thể nhận được một trong các số dư là 0, 1, 2, 3, 4.
 b) Khi chia số tự nhiên a cho số tự nhiên b ($b \neq 0$) thì có thể nhận được một trong b số dư sau : 0, 1, 2, 3, ..., $b - 1$.

57. a) Với 15 phòng học có thể chứa được $15 \cdot 35 = 525$ (học sinh). Nên theo phương án này, nhà trường không thể phân đủ học sinh.

b) $520 = 15 \cdot 35 + 5$.

Phương án thay đổi như sau : 10 phòng mỗi phòng 35 học sinh, 5 phòng còn lại mỗi phòng 36 học sinh.

58. Trong phép chia số tự nhiên a cho b được thương là q và dư r.

Ta có $a = bq + r$.

a) $200 = 156 \cdot 1 + 44$ nên $q = 1, r = 44$.

b) $a = 145 \cdot 18 + 17 = 2627$.

c) $167 = bq + 15$ ($b > 15$) nên $b \cdot q = 152 = 1 \cdot 152 = 2 \cdot 76 = 4 \cdot 38 = 8 \cdot 19$.

Do đó có các khả năng sau :

b	152	76	38	19
q	1	2	4	8

d) $185 = 18b + r$ ($b > r$). Tìm được $b = 10, r = 5$.

Chủ đề 5

59. a) $7^2 \cdot 8^3$;

b) $3^3 \cdot 2^7 \cdot 5$.

60. a) $169 = 13^2$;

$225 = 15^2$;

$529 = 23^2$.

b) $64 = 4^3$;

$512 = 8^3$;

$1000000 = 100^3$.

61. Viết kết quả sau dưới dạng lũy thừa :

a) $6^5 : 6^2 = 6^3$;

b) $49^3 : 7^4 = 7^6 : 7^4 = 7^2$;

c) $a^9 : a^7 = a^2$ ($a \neq 0$) ;

d) $(ab)^6 : b^6 = a^6$ ($b \neq 0$).

62. a) $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$ là số chính phương ;

b) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 1 + 8 + 27 + 64 + 125 = 225 = 15^2$ là số chính phương ;

c) $8^3 : 2^3 = 4^3 = 8^2$ là số chính phương.

63. Viết kết quả dưới dạng lũy thừa :

a) $3^3 \cdot 18 - 3^3 \cdot 15 = 3^3(18 - 15) = 3^4$;

b) $3^6 \cdot 3^2 + 2 \cdot 81^2 = 3^8 + 2 \cdot 3^8 = 3^9$;

c) $(6^3 \cdot 8^4) : 12^3 = (6^3 \cdot 2^3 \cdot 2^9) : (6^3 \cdot 2^3) = 2^9$.

64*. Bằng ba chữ số 3, ta có thể viết được các số : 333 ; 33^3 ; 3^{33} ; 3^{3^3} ($= 3^{27}$).

Trong đó số lớn nhất là 3^{3^3} .

65. a) $5^4 < 4^5$;

b) $6^3 < 5^4$;

c) $10^6 < 9^8$.

66. a) $12^{44} = 144^{22} > 9^{22}$;

b) $25^{45} = 5^{90}$ và $125^{30} = 5^{90}$ nên $25^{45} = 125^{30}$;

c) $5^{400} = 25^{200}$ và $25^{200} > 10^{200}$ nên $5^{400} > 10^{200}$.

67. a) $2^{160} = 16^{40} > 12^{40}$;
b) $5^{300} = 25^{150}$ và $3^{453} = 27^{151}$ nên $5^{300} < 3^{453}$;
c) $24^{50} = (2^3 \cdot 3)^{50} = 2^{150} \cdot 3^{50}$ và $36^{40} = 2^{80} \cdot 3^{80}$.
Do $2^{70} = 128^{10} > 27^{10} = 3^{30}$ nên $24^{50} > 36^{40}$.
68. a) $n = 4$; b) $n = 13$;
c) $n = 2$; d) $14^n = 14^9 : 14^3 = 14^6$ nên $n = 6$.
69. a) $6^{2n} > 100$ nên $36^n > 100 > 36$, do đó $n > 1$. Tức là $n \in \{2 ; 3 ; 4 ; \dots\}$
b) $25 < 4^n < 100$ nên $4^2 < 25 < 4^n < 100 < 4^4$, do đó $2 < n < 4$. Tức là $n = 3$.
c) $5^{3n} < 300$ nên $125^n < 300 < 125^2$. Do đó $n < 2$. Tức là $n = 0$ hoặc 1 .
70. $3^{23} = 3^{20} \cdot 3^3 = \overline{\dots 1} \cdot 27 = \overline{\dots 7}$;
 $4^{15} = 4^{14} \cdot 4 = 16^7 \cdot 4 = \overline{\dots 4}$;
 $7^{123} = 7^{120} \cdot 7^3 = 2401^{30} \cdot 343 = \overline{\dots 3}$;
 8^{567} có tận cùng là 6 ; 9^{222} có tận cùng là 1.
71. Chữ số tận cùng của 124^{33} chính là chữ số tận cùng của $4^{33} = \overline{\dots 4}$.
Lập luận tương tự 178^{345} có tận cùng là 8, 457^{777} có tận cùng là 3.
- 72*. Từ 1 đến 50 có 10 số chia hết cho 5; 2 số chia hết cho $25 = 5^2$, không có số nào chia hết cho 5^3 .
Vậy trong tích trên có chứa $10 + 2 = 12$ thừa số 5. Tức là 5^{12} .
Trong tích trên chứa nhiều hơn 2^{12} , mà $5^{12} \cdot 2^{12} = 10^{12}$.
Vậy tích $1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 50$ có tận cùng bằng 12 chữ số 0.
74. Không thể.
- 75*. Với ba chữ số 4 có thể viết được số lớn nhất 4^{44} , số nhỏ nhất là 444.
Với ba chữ số 2 có thể viết được số lớn nhất 2^{22} , số nhỏ nhất là 222.
Với ba chữ số a ($a = 5, 6, 7, 8, 9$) có thể viết được số lớn nhất a^{aa} , số nhỏ nhất là $\overline{aaa}$.

Chủ đề 6

76. a) $55 \cdot 48 - 110 \cdot 24 + 123 = 55 \cdot 48 - 55 \cdot 48 + 123 = 123$;
b) 41303 ;
c) $4320 : 9 - 8640 : 18 + 450 = 4320 : 9 - 4320 : 9 + 450 = 450$;
d) $45^2 + 153 : 3^2 - 24 \cdot 3 = 2025 + 17 - 72 = 1970$.
77. a) $(3 \cdot 5 \cdot 7 - 18 : 6) \cdot 12 + 35 = (105 - 3) \cdot 12 + 35 = 1259$.
b) $134 - \{150 : 50 + [120 : 4 + 25 - (12 + 18)]\}$
 $= 134 - \{3 + [30 + 25 - 30]\} = 106$.
78. a) $\frac{155 \cdot 155 - 155 \cdot 41}{114} = \frac{155 \cdot (155 - 41)}{114} = 155$;
b) $\frac{7256 \cdot 4375 - 725}{3650 + 4375 \cdot 7255} = \frac{(7255 + 1) \cdot 4375 - 725}{3650 + 4375 \cdot 7255} = \frac{3650 + 4375 \cdot 7255}{3650 + 4375 \cdot 7255} = 1$.
79. Chẳng hạn : $5 \cdot 5 \cdot 5 - 5 \cdot 5 = 100$.
80. $(10^3 + 10^4 + 125^2) : 5^3 = 2^3 + 5 \cdot 2^4 + 5^3 = 8 + 80 + 125 = 213$.
81. $x = 58$.
82. $x = 1$.
83. $x = 9800$.
84. $x = 3000$.
85. $x = 0$.

Chủ đề 7

86. a) Do 144, 77, 143 đều chia hết cho 11 nên $144 + 77 + 143$ chia hết cho 11.
b) $132 - 55$ chia hết cho 11.
c) Do $143 : 11, 99 : 11, 12 \nmid 11$ nên $143 + 99 + 12 \nmid 11$.
d) 243 và 89 chia cho 11 cùng dư 1 nên $243 - 89 : 11$.
87. Theo bài ra ta có $a = 72q + 18$ ($q \in \mathbb{N}$). Nhận thấy hai số 72 và 18 đều chia hết cho 2, 3, 6, 9 nên a chia hết cho 2, 3, 6, 9.
 $72 : 4$, còn $18 \nmid 4$ nên a không chia hết cho 4 và 8.
Chưa thể khẳng định được a chia hết cho 5 hay không. Chẳng hạn :
– Với $q = 1$ thì $a = 90$ nên a chia hết cho 5,
– Với $q = 2$ thì $a = 162$ nên a không chia hết cho 5.

- 88.** Lập luận tương tự như bài 87, ta có a chia hết cho 3 và 5, a không chia hết cho 9.
- 89.** A chia hết cho 3 khi và chỉ khi $\underbrace{111\dots1}_{n \text{ số } 1} : 3$, theo dấu hiệu chia hết cho 3 ta có $n : 3$.
- 90.** a) Hai số tự nhiên chẵn liên tiếp có dạng $2k(2k + 2)$ với $k \in \mathbb{N}$.
 $2k(2k + 2) = 4k(k + 1)$. Nhận thấy $k(k + 1)$ là tích hai số tự nhiên liên tiếp nên có một thừa số chẵn, do đó $k(k + 1) : 2$. Vậy $4k(k + 1) : 8$.
b) Trong ba số tự nhiên liên tiếp luôn có một số chia hết cho 3 và có ít nhất một số chia hết cho 2, nên tích của chúng chia hết cho $3 \times 2 = 6$.
- 91.** Sử dụng dấu hiệu chia hết, ta có số $\overline{444\dots4}$ (gồm 100 chữ số 4) chia hết cho 2, 4 và không chia hết cho 6, 8.
- 92.** a) Nếu a, b cùng lẻ thì $a + b : 2$. Nếu trong hai số a, b có ít nhất một số chẵn thì $ab : 2$. Do đó $ab(a + b) : 2$, với mọi số tự nhiên a, b .
b) $n^2 + n - 1 = n(n + 1) - 1$, mà $n(n + 1) : 2$, $1 \not\equiv 2$ nên $n^2 + n - 1 \not\equiv 2$.
c) $\overline{ab} + \overline{ba} = 11(a + b)$ nên $\overline{ab} + \overline{ba}$ chia hết cho 11.
- 93.** a) Hiệu của hai số lẻ là một số chẵn nên $99^{20} - 11^9$ chia hết cho 2 ;
b) $99^8 - 66^2 = \overline{\dots1} - \overline{\dots6} = \overline{\dots5}$ nên chia hết cho 5 ;
c) $2011^{10} - 1 = \overline{\dots1} - 1 = \overline{\dots0}$ nên chia hết cho 10.
- 94.** Sử dụng dấu hiệu chia hết cho 9.
- 95.** a) 207, 237, 267, 297 ; b) 198 ; c) 5860.
- 96.** a) 270, 207.
b) 237, 273, 327.
c) 270, 720, 230, 320, 370, 730.
- 97.** a) Số nhỏ nhất là 1023456789, số lớn nhất là 9876543210.
b) Số nhỏ nhất là 1023467895, số lớn nhất là 978543210.
c) Số nhỏ nhất là 1234567890, số lớn nhất là 9876543210.
- 98.** Số $\overline{20ab} : 9$ nên $2 + a + b : 9$, lại có $b = a + 2$.
Suy ra $2(a + 2) : 9$, dẫn đến $a = 7, b = 9$.
- 99.** n đồng thời chia hết cho 2, 3, 5, 9 nên $n : 90$, mà $100 \leq n \leq 200$, nên $n = 180$.

100. Xem Ví dụ 4.

101. Gọi số có năm chữ số là $\overline{abcde}$ ($a \neq 0$). Ta có

$$\begin{aligned}\overline{abcde} &= 10000a + 1000b + 100c + 10d + e \\ &= (9999a + 1001b + 99c + 11d) + (a + c + e) - (b + d) \\ &= 11 \cdot (909a + 91b + 9c + d) + (a + c + e) - (b + d).\end{aligned}$$

– Nếu $(a + c + e) - (b + d) \vdots 11$ thì $\overline{abcde} \vdots 11$.

– Nếu $(a + c + e) - (b + d) \not\vdots 11$ thì $\overline{abcde} \not\vdots 11$.

102. Gọi số đó là $\overline{abc}$, với $\overline{ab} - c = 51$ và $\overline{abc} \vdots 9$.

Ta có $a + b + c \vdots 9$, $\overline{ab} - c = 51$ nên $9a + (a + b + c) = 51 + 2c$.

Dẫn đến $51 + 2c \vdots 9$.

Suy ra $c = 6$, do đó $\overline{ab} = 57$.

Số cần tìm là 576.

103. 990990.

Chủ đề 8

104. a) $x = 9$ hoặc $x = 45$.

b) $x \in \{105; 120; 135; 150; 165; 180; 195\}$.

c) $x \in \{50; 100; 200\}$.

105. Xem Ví dụ 4. Các cách chia thứ nhất, thứ hai và thứ ba thực hiện được.

106. Xem Ví dụ 4. Các cách chia thứ nhất, thứ hai và thứ tư thực hiện được.

107. a) 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91 ;

b) 25, 50, 75.

108. a) 15, 25, 75 ;

b) 10, 15, 18, 30, 45, 90.

109*. Suy luận tuổi Bình là bội số của 4 và là ước số của 24, hơn nữa tuổi Bình nằm trong khoảng từ 10 đến 15. Do đó Bình 12 tuổi, mẹ Bình 36 tuổi.

110. a) Sai, vì số 2 là số nguyên tố chẵn.

b) Đúng, vì ab có ít nhất ba ước số là 1, a , ab .

c) Sai, chẳng hạn $2 + 3 = 5$.

111. a) $\overline{111\dots1}$ (gồm 2010 chữ số 1) chia hết cho 3 và lớn hơn 3 nên là hợp số.

121. a) $2 \cdot 53 = 106$;
 b) $13 \cdot 29 = 377$;
 c) $51 \cdot 101 = 5151$; $17 \cdot 303 = 5151$.
122. Số bút chì trong một hộp phải là ước số của 24 và lớn hơn 2.
 Bình dùng nhiều nhất 8 hộp và ít nhất 1 hộp.
123. Chọn C.
- 124*. Số chia và thương số phải là ước số của $100 - 9 = 91 (= 13 \cdot 7)$, số chia lớn hơn 9. Vậy số chia là 13, thương số là 7.

Chủ đề 9

125. a) $Ư(25) = \{1; 5; 25\}$, $Ư(39) = \{1; 3; 13; 39\}$, $ƯC(25; 39) = \{1\}$.
 b) $Ư(100) = \{1; 2; 5; 10; 4; 20; 25; 50; 100\}$.
 $Ư(120) = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 15; 20; 24; 30; 40; 60; 120\}$.
 $Ư(140) = \{1; 2; 4; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 35; 70; 140\}$.
 $ƯC(100; 120; 140) = \{1; 2; 4; 5; 10; 20\}$.
126. Chiều dài cạnh của hình vuông là $ƯC(24; 60) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$. Có 6 cách chia, trong đó cách chia cạnh hình vuông bằng 12m thì hình vuông có diện tích lớn nhất.
127. Số túi bi là $ƯC(48; 30; 66) = \{1; 2; 3; 6\}$ nên Lan có 4 cách chia bi. Trong đó số túi nhiều nhất là 6, lúc đó mỗi túi có 6 bi đỏ, 5 bi xanh và 11 bi vàng.
128. Mỗi hộp bút có 3 bút chì màu.
129. Mỗi em trồng 3 cây. Lớp 6A có 44 học sinh, lớp 6B có 45 học sinh.
- 130*. Do 111 chia cho a dư 15 nên $111 - 15 = 96 \vdots a$ và $a > 15$.
 180 chia cho a dư 20 nên $180 - 20 = 160 \vdots a$ và $a > 20$.
 Vậy a là $ƯC(160; 96)$ lớn hơn 20. Tìm được $a = 32$.
131. $ƯCLN(525; 875; 280) = 35$, a là $Ư(35)$ và $a > 25$ nên $a = 35$.
132. a) $ƯCLN(10; 20; 70) = 10$; $ƯC(10; 20; 70) = \{1; 2; 5; 10\}$.
 b) $ƯCLN(5661; 5291; 4292) = 1$, $ƯC(5661; 5291; 4292) = 1$.
- 133*. Gọi d là $ƯC(a; a + 2)$, ta có $a \vdots d$ và $a + 2 \vdots d$.
 Do đó $2 \vdots d$, tức là $d = 1$ hoặc 2.
 - Với a lẻ thì $ƯCLN(a; a + 2) = 1$;
 - Với a chẵn thì $ƯCLN(a; a + 2) = 2$.

134*. Gọi ƯCLN $(11a + 2b; 18a + 5b) = d$ thì $11a + 2b \vdots d, 18a + 5b \vdots d$, nên :

$$11 \cdot (18a + 5b) - 18 \cdot (11a + 2b) = 19b \vdots d \text{ và}$$

$$5(11a + 2b) - 2(18a + 5b) = 19a \vdots d.$$

Suy ra $d = 1$ hoặc 19 .

135. Số hàng ít nhất khi số học sinh trong hàng nhiều nhất. Khi đó số học sinh phải là ƯCLN $(96; 120; 72) = 24$.

Vậy số hàng ít nhất là $(96 + 72 + 120) : 24 = 12$.

136. a) $A \cap B$ là tập hợp các học sinh vừa hát hay vừa múa dẻo.

b) $A \cap B = BC(4; 10)$.

c) $A \cap B = BC(15; 46)$.

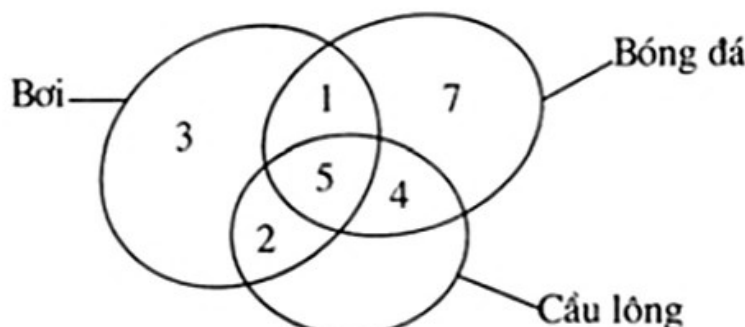
d) $A \cap B = \emptyset$.

137. Với hai tập hợp $A = \{n \in \mathbb{N} | n \text{ là ước số của } 15\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} | n \text{ là ước số của } 25\}$.

Thì $A \cap B = \text{ƯC}(15; 25)$.

$$A \cup B = \{n \in \mathbb{N} | n \text{ là ước số của } 15 \text{ hoặc } n \text{ là ước số của } 25\}.$$

138*. Theo bài ra ta có thể vẽ sơ đồ sau :



Số học sinh thích bơi và không thích cầu lông là : $11 - 7 = 4$ (em).

Số học sinh thích bóng đá và không thích cầu lông là : $17 - 9 = 8$ (em).

Số học sinh thích đúng hai môn bơi và bóng đá là : $6 - 5 = 1$ (em).

Vậy số học sinh thích cầu lông là : $35 - (4 + 8 - 1) = 24$ (em).

Chủ đề 10

139. a) $B(25) = \{25k | k \in \mathbb{N}\}$, $B(39) = \{39k | k \in \mathbb{N}\}$,

$$BC(25; 39) = \{975k | k \in \mathbb{N}\}.$$

b) $BCNN(100; 120; 140) = 2520$, nên $BC(100; 120; 140) = \{2520k | k \in \mathbb{N}\}$.

140. Tương tự Ví dụ 4. Số tự nhiên đó là 839.

141. Tương tự Ví dụ 3. Trường đó có 840 học sinh.
142. Số ngày ít nhất để An và Bình lại cùng đến thư viện là BCNN $(7; 10) = 70$.
143. Số cây mỗi đội trồng là BC $(6; 7; 8)$ và nằm trong khoảng từ 100 đến 200.
 Tìm được số cây mỗi đội trồng là 168. Đội I có 24 công nhân, đội II có 21 công nhân, đội III có 28 công nhân.
144. Tương tự Ví dụ 3. Trong rổ có 126 quả trứng.
145. Số thời gian ba loại xe lại cùng rời bến là BCNN $(15; 20; 5) = 60$ (phút).
146. Vận dụng công thức (1) để tính nhanh
 1) Do ƯCLN $(325; 189) = 1$ nên BCNN $(325; 189) = 325 \cdot 189 = 61425$.
 2) Do ƯCLN $(428; 564) = 4$ nên BCNN $(428; 564) = 428 \cdot 564 : 4 = 965568$.
147. Gọi hai số cần tìm là a, b . Ta có ƯCLN $(a; b) = 1$ và BCNN $(a; b) = 18$.
 Theo công thức (1) có $ab = 18 = 1 \cdot 18 = 2 \cdot 9$. Vậy hai số cần tìm là 1 và 18, hoặc 2 và 9.
148. Tương tự Ví dụ 2. Ta tìm được $a = 5, b = 60$ hoặc $a = 15, b = 20$.
149. Gọi $d = \text{ƯCLN}(a; b)$ thì $d \in \text{ƯS}(180; 6)$.
 Mà $\text{ƯCLN}(180; 6) = 6$ nên $d \in \{1; 2; 3; 6\}$.
 Nếu $d = 1$ thì $a \cdot b = 180, a - b = 6$ nên không tồn tại.
 Vậy $d = 2$, khi đó $a \cdot b = 180 \cdot 2 = 360$ và $a - b = 6$ nên không tồn tại.
 Với $d = 3$, khi đó $a \cdot b = 180 \cdot 3 = 540$ và $a - b = 6$ nên không tồn tại.
 Với $d = 6$, khi đó $a \cdot b = 180 \cdot 6 = 1080, a - b = 6$. Tìm được $a = 36, b = 30$.
150. BCNN $(a; b) = 891 : 3 = 297$.
 Tương tự Ví dụ 2, tìm được $a = 27, b = 33$.

SỐ NGUYÊN

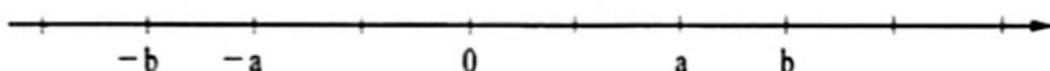
Chủ đề 1

TẬP HỢP SỐ NGUYÊN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tập hợp số nguyên $\mathbb{Z} = \{ \dots ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots \}$ gồm các số nguyên âm, số 0, các số nguyên dương.

2. Các số nguyên được biểu diễn trên trục số.



- Điểm biểu diễn số nguyên a gọi là điểm a .
 - Trên trục số, hai điểm nằm hai phía gốc 0 và cách đều điểm 0 biểu diễn hai số đối nhau. Hai số đối nhau chỉ khác nhau về dấu.
 - Số đối của số nguyên a là $-a$.
 - Số đối của $-a$ là số a , nên $-(-a) = a$.
 - Số đối của 0 là 0.
3. Khi biểu diễn trên trục số (nằm ngang), điểm a nằm bên trái điểm b thì số nguyên a nhỏ hơn số nguyên b , ta viết $a < b$.
- Mọi số nguyên dương đều lớn hơn 0.
 - Mọi số nguyên âm đều nhỏ hơn 0.
 - Mọi số nguyên âm đều nhỏ hơn bất kỳ số nguyên dương nào.
 - Trong hai số nguyên âm, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì nhỏ hơn.
4. Khoảng cách từ điểm a đến điểm 0 trên trục số là giá trị tuyệt đối của số nguyên a , kí hiệu là $|a|$. Ta có :

$$|a| = \begin{cases} a & \text{khi } a > 0 \\ 0 & \text{khi } a = 0 \\ -a & \text{khi } a < 0. \end{cases}$$

- * Hai số đối nhau có giá trị tuyệt đối bằng nhau : $|a| = |b| \Leftrightarrow a = \pm b$;
- * $|a| \geq 0$ với mọi $a \in \mathbb{Z}$;
- * $|a| = |-a|$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. *Xác định số nguyên, biểu diễn số nguyên trên trục số.*

So sánh hai số nguyên

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Cách biểu diễn số nguyên trên trục số :

- Số nguyên dương a nằm bên phải điểm 0 và cách 0 là a đơn vị.
- Số nguyên âm b nằm bên trái điểm 0 và cách 0 là $|b| = -b$ đơn vị.

2. Cách nhận biết một số nguyên: Trong các số đã biết thì số thập phân và phân số thực sự không phải là số nguyên.

3. Để so sánh hai số nguyên thì :

Nếu a, b đều nguyên dương thì so sánh như đã biết về số tự nhiên.

Nếu a, b đều nguyên âm và $|a| < |b|$ thì $a > b$.

Nếu a nguyên âm, b nguyên dương thì $a < b$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

- | | | |
|--------------------------|----------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $-3 \in \mathbb{N}$; | 2) $7 \in \mathbb{Z}$; | 3) $4, 5 \in \mathbb{Z}$; |
| 4) $0 \in \mathbb{Z}$; | 5) $\mathbb{N} \in \mathbb{Z}$; | 6) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$. |

Lời giải

Số 7 và 0 là số nguyên nên 2) và 4) đúng.

Số -3 không là số tự nhiên, 4,5 không là số nguyên nên 1) và 3) sai.

Tập $\mathbb{N}$ là tập con của tập $\mathbb{Z}$ nên 6) đúng, 5) sai.

Ví dụ 2. Vẽ một trục số

- 1) Biểu diễn các số 2, -3 , 4, -6 , 0, 3, -4 trên trục số.
- 2) Cho biết những điểm cách điểm 0 bốn đơn vị biểu diễn những số nào? Nhận xét về những điểm cách đều 0 biểu diễn những số nào?
- 3) Khẳng định, trên trục số điểm nào ở gần điểm 0 hơn thì biểu diễn số nhỏ hơn có đúng không? Hãy phát biểu cho đúng.

Lời giải



2) Những điểm cách 0 bốn đơn vị biểu diễn số 4 và -4 (hai số đối nhau). Những điểm cách đều 0 biểu diễn hai số đối nhau.

3) Khẳng định sai. Cần phát biểu đúng như sau :

Trên trục số (nằm ngang), đối với những nằm bên phải điểm 0, điểm nào ở gần điểm 0 hơn thì biểu diễn số nhỏ hơn. Đối với những nằm bên trái điểm 0, điểm nào ở gần điểm 0 hơn thì biểu diễn số lớn hơn.

Ví dụ 3.

1) Sắp xếp các số nguyên sau theo thứ tự tăng dần :

$$-12, 3, 15, 12, -7, -6, 0.$$

2) Tìm số nguyên x sao cho $-3 < x < 9$.

Lời giải

1) Sắp xếp các số nguyên theo thứ tự tăng dần như sau :

$$-12, -7, -6, 0, 3, 12, 15.$$

2) Những số nguyên x sao cho $-3 < x < 9$ là :

$$-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.$$

Ví dụ 4.

1) Tìm số đối của mỗi số nguyên sau : $-15, 0, 3, 7$.

2) Tìm số liền sau của mỗi số nguyên sau : $-13, 0, 1, 7$.

Lời giải

1) Số đối của -15 là 15, số đối của 0 là 0, số đối của 3 là -3 , số đối của 7 là -7 .

2) Số liền sau hơn số đó 1 đơn vị.

Do đó số liền sau của mỗi số nguyên $-13, 0, 1, 7$ lần lượt là $-12, 1, 2, 8$.

III. BÀI TẬP

1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

a) $6 \in \mathbb{N}$;

b) $-6 \in \mathbb{N}$;

c) $4,5 \in \mathbb{Z}$;

d) $0 \in \mathbb{Z}$;

e) $-6 \in \mathbb{Z}$;

g) $6 \in \mathbb{Z}$.

2. Điền vào ô trống kí hiệu thích hợp :

$-7 \square \mathbb{N}$;

$3 \square \mathbb{Z}$;

$0 \square \mathbb{N}$;

$-12 \square \mathbb{Z}$;

$4,5 \square \mathbb{Z}$;

$\frac{1}{3} \square \mathbb{N}$;

$-100 \square \mathbb{Z}$;

$10 \square \mathbb{Z}$.

Lời giải

1) $|-7| - |-4| = 7 - 4 = 3$;

2) $|-8| - |-3| = 8 - 3 = 5$;

3) $|32| : |-4| = 32 : 4 = 8$;

4) $|0| + |-16| - |-15| = 0 + 16 - 15 = 1$.

Ví dụ 2. Tìm số nguyên x , biết rằng :

1) $|x| = 5$;

2) $|x| = 0$;

3) $|x| = -5$;

4) $|x| = 10$ và $x > 0$;

5) $|x| = 7$ và $x < 0$.

Lời giải

1) $|x| = 5 \Leftrightarrow x = 5$ hoặc $x = -5$;

2) $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$;

3) $|x| = -5$; do $|x| \geq 0$ nên không tồn tại số x nào.

4) $|x| = 10 \Leftrightarrow x = 10$ hoặc $x = -10$, vì $x > 0$ nên chọn $x = 10$;

5) $|x| = 7 \Leftrightarrow x = 7$ hoặc $x = -7$, vì $x < 0$ nên $x = -7$.

Ví dụ 3. Tìm số nguyên x và biểu diễn chúng trên trục số :

1) $|x| < 5$;

2) $|x| \geq 10$.

Lời giải

1) *Cách 1.* $|x| < 5$ nên $|x| = 0, 1, 2, 3, 4$.

– Với $|x| = 0$ thì $x = 0$;

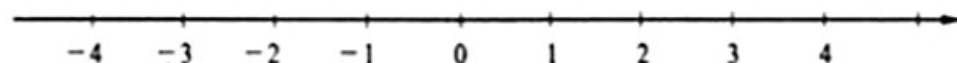
– Với $|x| = 1$ thì $x = \pm 1$;

– Với $|x| = 2$ thì $x = \pm 2$;

– Với $|x| = 3$ thì $x = \pm 3$;

– Với $|x| = 4$ thì $x = \pm 4$.

Biểu diễn trên trục số :



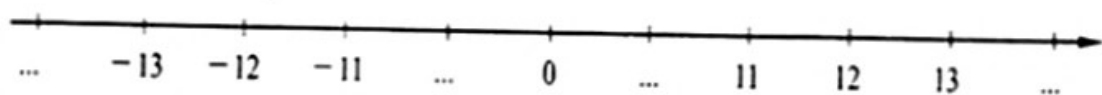
Cách 2. $|x| < 5 \Leftrightarrow -5 < x < 5$ và x là số nguyên nên :

$$x \in \{0 ; \pm 1 ; \pm 2 ; \pm 3 ; \pm 4\}.$$

2) $|x| \geq 10$ nên $x > 10$ hoặc $x < -10$ và x là số nguyên nên :

$$x \in \{ \dots ; -13 ; -12 ; -11 ; 11 ; 12 ; 13 ; \dots \}.$$

Biểu diễn trên trục số :



III. BÀI TẬP

7. Tìm giá trị của các biểu thức sau :

a) $|-5| + |3| + |-15| + |-1|$;

b) $|-9| + |-7| + |-5| + |-3| + |-1|$.

8. a) Tìm số nguyên âm a sao cho $|a| = 50$;

b) Tìm số nguyên dương b sao cho $|b| = 15$;

c) Tìm số nguyên c sao cho $|c| = 10$.

9. Tìm các số nguyên x và biểu diễn chúng trên trục số :

a) $2 < |x| < 10$;

b) $|x| \leq 7$;

c) $|x| \geq 5$.

10. So sánh các cặp số sau :

a) $|-12|$ và $|12|$;

b) $|-11|$ và $|-13|$;

c) $|-15|$ và $|14|$.

Chủ đề 2

PHÉP CỘNG SỐ NGUYÊN.

TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CỘNG SỐ NGUYÊN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phép cộng hai số nguyên

– Để cộng hai số nguyên cùng dấu, ta cộng hai giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt trước kết quả tìm được dấu chung của chúng.

– Hai số nguyên đối nhau có tổng bằng 0.

– Để cộng hai số nguyên khác dấu không đối nhau, ta tìm hiệu hai giá trị tuyệt đối của chúng (số lớn trừ số nhỏ) rồi đặt trước kết quả tìm được dấu của số có giá trị tuyệt đối lớn hơn.

2. Tính chất của phép cộng

- Tính chất giao hoán : $a + b = b + a$ với mọi $a, b \in \mathbb{Z}$.
- Tính chất kết hợp : $(a + b) + c = a + (b + c)$ với mọi $a, b, c \in \mathbb{Z}$.
- Cộng với 0 : $a + 0 = 0 + a = a$ với mọi $a \in \mathbb{Z}$.
- Cộng với số đối : $a + (-a) = (-a) + a = 0$ với mọi $a \in \mathbb{Z}$.
- Nếu $a + b = 0$ thì $a = -b$ và $b = -a$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Thực hiện phép cộng

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Để thực hiện phép cộng các số nguyên, ta cần áp dụng quy tắc cộng hai số nguyên.
- Tổng của một số với một số dương thì lớn hơn chính nó.
Tổng một số với một số âm thì nhỏ hơn chính nó.
Tổng một số với số 0 bằng chính nó.
Tổng của hai số đối nhau bằng 0.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tính :

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| 1) $2316 + 115$; | 2) $(-315) + (-15)$; |
| 3) $(-215) + 125$; | 4) $(-200) + 200$. |

Lời giải

- 1) $2316 + 115 = 2431$;
2) $(-315) + (-15) = -(|-315| + |-15|) = -(315 + 15) = -330$;
3) $(-215) + 125 = -(|-215| - 125) = -(215 - 125) = -100$;
4) $(-200) + 200 = 0$ (do 200 và -200 là hai số đối nhau).

Ví dụ 2. So sánh :

- | | |
|------------------------------|---------------------------|
| 1) 125 và $125 + (-2)$; | 2) -13 và $(-13) + 7$; |
| 3) -15 và $(-15) + (-3)$. | |

Lời giải

- 1) Do $-2 < 0$ nên $125 > 125 + (-2)$;
2) Do $7 > 0$ nên $-13 < (-13) + 7$;
3) Do $-3 < 0$ nên $-15 > (-15) + (-3)$.

Ví dụ 3. Tính và nhận xét các kết quả tìm được :

1) $53 + (-23)$ và $(-53) + 23$;

2) $15 + (-15)$ và $(-27) + 27$.

Lời giải

1) $53 + (-23) = 30$ và $(-53) + 23 = -30$; 30 và -30 là hai số đối nhau.

☞ **Nhận xét :** Khi đổi dấu các số hạng của tổng thì tổng đổi dấu.

2) $15 + (-15) = 0$ và $(-27) + 27 = 0$.

☞ **Nhận xét :** Tổng của hai số đối nhau bất kì luôn bằng nhau và bằng 0.

III. BÀI TẬP

11. Điền số thích hợp vào ô trống :

a	13	-5	-12	-10	-10		12
b	21	3	-17	25		10	-12
a + b					-8	8	

12. Tính giá trị của biểu thức :

a) $x + 123$ với $x = -23$;

b) $(-203) + y$ với $y = 16$;

c) $z + (-115)$ với $z = -20$.

13. Hãy so sánh :

a) $801 + (-65)$ và 801 ;

b) $(-125) + 15$ và (-125) ;

c) $(-123) + (-20)$ và (-123) ;

d) $116 + (-20)$ và 116.

DẠNG 2. Vận dụng tính chất phép cộng các số nguyên tính tổng đại số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Muốn tính nhanh kết quả của tổng đại số, cần vận dụng các tính chất của phép cộng các số nguyên để thực hiện phép tính một cách hợp lí. Có thể cộng các số nguyên âm với nhau, các số nguyên dương với nhau, rồi tính tổng chung. Nếu trong tổng có hai số nguyên đối nhau thì nhóm cộng chúng với nhau.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tính nhanh :

1) $215 + 43 + (-215) + (-25)$;

2) $(-312) + (-327) + (-28) + 27$.

Lời giải

$$\begin{aligned} 1) \quad 215 + 43 + (-215) + (-25) &= [(215 + (-215))] + (-25) + 43 \\ &= 43 - 25 = 18; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad (-312) + (-327) + (-28) + 27 &= [(-312) + (-28)] + [(-327) + 27] \\ &= -340 + (-300) = -640. \end{aligned}$$

Ví dụ 2. Tính tổng của tất cả các số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 20.

Lời giải

Các số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 20 là các số nguyên lớn hơn -20 và nhỏ hơn 20, tức là các số -19, -18, -17, ..., 17, 18, 19.

Tổng của các số nguyên đó là :

$$\begin{aligned} &(-19) + (-18) + (-17) + \dots + 17 + 18 + 19 \\ &= [(-19) + 19] + [(-18) + 18] + [(-17) + 17] + \dots + [(-1) + 1] + 0 = 0. \end{aligned}$$

III. BÀI TẬP

14. Hãy tính :

a) $(-457) + (-123) + 23 + 237$; b) $(-135) + 48 + 140 + (-5)$.

15. Tìm tổng của tất cả các số nguyên x thỏa mãn :

a) $-5 < x < 8$; b) $-12 < x < 12$; c) $|x| \leq 88$.

16. Tính tổng sau đây một cách hợp lí :

a) $329 + 64 + (-329) + 36$; b) $(-464) + (-371) + 564 + 71$.

17. Điền số nguyên vào ô trống sao cho ba số liền nhau trong bảng có tổng bằng 0.

	5				-15			
--	---	--	--	--	-----	--	--	--

18. Điền số nguyên vào ô trống sao cho bốn số liền nhau trong bảng có tổng bằng 0.

-4		0	7								
----	--	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

19. Vào một buổi sáng nhiệt độ ở Trung Quốc là -5°C . Nhiệt độ đêm hôm đó là bao nhiêu, biết nhiệt độ giảm đi 6°C ?

20. Bạn Nam có 10 nghìn đồng, bạn mua quyển sách giá 15 nghìn đồng. Hỏi bạn Nam còn bao nhiêu đồng ?

Chủ đề 3

PHÉP TRỪ HAI SỐ NGUYÊN. QUY TẮC DẤU NGOẶC. QUY TẮC CHUYỂN VẾ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. *Phép trừ hai số nguyên*

Muốn trừ số nguyên a cho số nguyên b , ta cộng a với số đối của b .

$$a - b = a + (-b)$$

Phép trừ trong $\mathbb{Z}$ luôn thực hiện được.

2. *Quy tắc dấu ngoặc*

– Khi bỏ dấu ngoặc có dấu “-” đứng trước, ta phải đổi dấu các số hạng trong dấu ngoặc : dấu “+” thành dấu “-” ; dấu “-” thành dấu “+”.

– Khi bỏ dấu ngoặc có dấu “+” đứng trước, thì dấu các số hạng trong ngoặc vẫn giữ nguyên.

$$a + (b - c + d) = a + b - c + d ;$$

$$a - (b - c + d) = a - b + c - d.$$

3. *Quy tắc chuyển vế*

Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu các số hạng đó : dấu “+” thành dấu “-” ; dấu “-” thành dấu “+”.

Nếu $a + b - c = d$ thì $a + b = c + d$; $a = -b + c + d$; $a - d = -b + c$; ...

4. *Một số tính chất thường dùng khi biến đổi các đẳng thức*

Nếu $a = b$ thì $a + c = b + c$.

Nếu $a + c = b + c$ thì $a = b$.

5. *Một dãy các phép tính cộng trừ số nguyên gọi là một tổng đại số.*

Trong một tổng đại số, ta có thể :

– Thay đổi tùy ý vị trí các số hạng kèm theo dấu của chúng.

– Đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý với chú ý rằng nếu trước dấu ngoặc là dấu “-” thì phải đổi dấu tất cả các số hạng trong ngoặc.

$$a + b - c - d = a - c + b - d + (a + b) - (c + d)$$

B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

DẠNG 1. Quy tắc phép trừ hai số nguyên

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

– Để thực hiện phép trừ hai số nguyên, ta biến đổi phép trừ thành phép cộng với số đối rồi thực hiện quy tắc cộng hai số nguyên đã biết :

$$a - b = a + (-b) ; \quad a + b = a - (-b).$$

– Hai số a và $-a$ là hai số đối nhau, ta có :

$$a = -(-a) ; \quad a + (-a) = a - a = 0.$$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Biểu diễn các hiệu sau thành tổng rồi tính :

1) $(-23) - 12$;

2) $43 - (-53)$;

3) $(-15) - (-17)$;

4) $14 - 20$.

Lời giải

1) $(-23) - 12 = (-23) + (-12) = -35$; 2) $43 - (-53) = 43 + 53 = 96$;

3) $(-15) - (-17) = (-15) + 17 = 2$; 4) $14 - 20 = 14 + (-20) = -6$.

Ví dụ 2. Tìm khoảng cách giữa hai điểm a và b trên trục số, biết rằng :

1) $a = 5, b = 10$;

2) $a = -6, b = -11$;

3) $a = -3, b = 6$;

4) $a = 6, b = -7$.

Lời giải

Khoảng cách giữa hai điểm a và b trên trục số bằng hiệu của số lớn trừ đi số nhỏ và bằng $a - b$ (nếu $a > b$), hoặc bằng $b - a$ (nếu $a < b$). Trong mỗi trường hợp ta có kết quả sau:

1) $b - a = 10 - 5 = 5$;

2) $a - b = (-6) - (-11) = -6 + 11 = 5$;

3) $b - a = 6 - (-3) = 6 + 3 = 9$;

4) $a - b = 6 - (-7) = 6 + 7 = 13$.

Ví dụ 3. Tìm số nguyên x , biết rằng :

1) $4 + x = 7$;

2) $x + (-5) = -18$;

3) $(-14) + x - 7 = -10$;

4) $(-12) - x - (-19) = 0$.

Lời giải

1) $4 + x = 7 \Leftrightarrow x = 7 - 4 \Leftrightarrow x = 3$;

2) $x + (-5) = -18 \Leftrightarrow x = (-18) - (-5) \Leftrightarrow x = (-18) + 5 = -13$;

$$3) (-14) + x - 7 = -10 \Leftrightarrow x + (-14) + (-7) = (-10)$$

$$\Leftrightarrow x = -10 - (-21) = 11;$$

$$4) (-12) - x - (-19) = 0 \Leftrightarrow (-12) + 19 - x = 0 \Leftrightarrow x = 19 - 12 = 7.$$

III. BÀI TẬP

21. Biểu diễn các hiệu sau thành tổng rồi tính :

$$1) (-100) - 12;$$

$$2) 143 - (-123);$$

$$3) (-116) - (-16);$$

$$4) (-123) - 20.$$

22. Điền số thích hợp vào ô trống :

a	-1	-4	8	0
b	5	-10	18	-13
a - b				
- a				
- b				

23. Tìm khoảng cách giữa hai điểm a và b trên trục số, biết rằng :

$$1) a = -12, b = 12;$$

$$2) a = -7, b = -14;$$

$$3) a = -2, b = 8;$$

$$4) a = 13, b = -14.$$

24. Tìm số nguyên x, biết rằng :

$$1) (-5) + x = 7;$$

$$2) 12 + x + (-5) = -18;$$

$$3) (-14) - x + (-15) = -10;$$

$$4) x - (-19) - (-11) = 0.$$

25. Ba bạn An, Bình, Cam tranh luận về kí hiệu $-a$ như sau :

An nói : “ $-a$ luôn là số nguyên âm, vì nó có dấu “-” đằng trước”.

Bình nói khác : “ $-a$ là số đối của a, nên a là số nguyên dương”.

Cam tranh luận lại : “ $-a$ có thể là bất kì số nguyên nào, vì $-a$ là số đối của a, nên nếu a là số nguyên dương thì $-a$ là số nguyên âm, nếu $a = 0$ thì $-a = 0$ ”.

Bạn đồng ý với ý kiến nào ?

26. Ba bạn Quyết, Thắng, Trung tranh luận về các hạng của phép trừ như sau :

Quyết nói : “Trong một phép trừ thì số bị trừ luôn không nhỏ hơn số trừ và hiệu số”.

Thắng tranh luận : “Chưa đúng, tớ có thể tìm được một phép trừ trong đó số bị trừ nhỏ hơn số trừ và hiệu số”.

Trung nói thêm : “Theo tớ, phép trừ hai số nguyên luôn thực hiện được và số bị trừ có thể lớn hơn, bằng hoặc nhỏ hơn số trừ và hiệu”.

Bạn đồng ý với ý kiến của ai ? Vì sao ? Cho ví dụ.

$$1) (a + b + c) - (a - b + c) = a + b + c - a + b - c$$

$$= (a - a) + (b + b) + (c - c) = 2b ;$$

$$2) (a + b - c) + (a - b) - (a - b - c) = a + b - c + a - b - a + b + c$$

$$= (a + a - a) + (b - b + b) + (-c + c) = a + b ;$$

$$3) -(a - b - c) - (-a + b + c) - (a - b + c)$$

$$= -a + b + c + a - b - c - a + b - c$$

$$= (-a + a - a) + (b - b + b) + (c - c - c) = -a + b - c.$$

Ví dụ 3. Cho $x = -53$, $y = 45$, $z = -15$. Tính giá trị của biểu thức :

$$1) x + 8 - y ; \quad 2) x + y + z - y ; \quad 3) 16 + x - (y + z) - x.$$

Lời giải

$$1) x + 8 - y = (-53) + 8 - 45 = [(-53) + (-45)] + 8 = (-98) + 8 = -90 ;$$

$$2) x + y + z - y = x + z + (y - y) = (-53) + (-15) = -68 ;$$

$$3) 16 + x - (y + z) - x = 16 + x - y - z - x = 16 - y - z + (x - x) \\ = 16 - 45 - (-15) = 16 + 15 - 45 = -14.$$

 **Nhận xét :**

Trước khi thay số vào tính, ta nên thu gọn phép tính.

III. BÀI TẬP

27. Tính nhanh :

a) $(1456 + 23) - 1456 ;$

b) $(-1999) - (-234 - 1999) ;$

c) $(116 + 124) + (215 - 116 - 124) ;$

d) $(435 - 167 - 89) - (435 - 89).$

28. Thu gọn các tổng sau :

a) $(a - b + c - d) - (a + b + c + d) ;$

b) $(-a + b - c) + (a - b) - (a - b + c) ;$

c) $-(a - b - c) + (b - c + d) - (-a + b + d).$

29. Cho $a = -13$, $b = 25$, $c = -30$. Tính giá trị của biểu thức :

a) $a + a + 12 - b ;$

b) $a + b - (c + b) ;$

c) $25 + a - (b + c) - a.$

30. Tính tổng đại số sau một cách hợp lí :

a) $382 + 531 - 282 - 331$;

b) $7 - 8 + 9 - 10 + 11 - 12 + \dots + 2009 - 2010$;

c) $-1 - 2 - 3 - 4 - \dots - 2008 - 2009 - 2010$;

d) $1 - 3 - 5 + 7 - 9 - 11 + \dots + 1000 - 1002 - 1004$.

DẠNG 3. Toán vận dụng quy tắc chuyển vế (toán tìm x)

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Đối với dạng toán tìm x trong một đẳng thức, ta cần vận dụng quy tắc bỏ dấu ngoặc và quy tắc chuyển vế để rút gọn mỗi vế của đẳng thức. Cuối cùng vận dụng quan hệ giữa các số có trong phép tính (nếu có) để tìm x.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm số nguyên x, biết : $15 - (13 + x) = x - (23 - 17)$.

Lời giải

Áp dụng quy tắc bỏ dấu ngoặc, ta có :

$$15 - 13 - x = x - 6 \Leftrightarrow 2 - x = x - 6.$$

Áp dụng quy tắc chuyển vế, ta có :

$$2 + 6 = x + x \Leftrightarrow 8 = 2x.$$

$$\text{Vậy } x = 8 : 2 = 4.$$

Ví dụ 2. Tìm số nguyên x, biết :

1) $|x - 5| = 12$;

2) $|3x - 12| = x + 2$.

Lời giải

Vận dụng định nghĩa về giá trị tuyệt đối của số nguyên và quy tắc chuyển vế.

1) $|x - 5| = 12 \Leftrightarrow x - 5 = 12$ hoặc -12 .

Với $x - 5 = 12 \Leftrightarrow x = 5 + 12 \Leftrightarrow x = 17$.

Với $x - 5 = -12 \Leftrightarrow x = 5 - 12 \Leftrightarrow x = -7$.

Vậy $x = 17$ hoặc $x = -7$.

2) Theo định nghĩa về giá trị tuyệt đối, ta cần có điều kiện:

$$x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2.$$

Khi đó $|3x - 12| = x + 2 \Leftrightarrow 3x - 12 = x + 2$ hoặc $3x - 12 = -(x + 2)$.

- Với $3x - 12 = x + 2 \Leftrightarrow 3x - x = 12 + 2 \Leftrightarrow 2x = 14$
 $\Leftrightarrow x = 14 : 2 \Leftrightarrow x = 7$ (thỏa mãn điều kiện $x \geq -2$).
- Với $3x - 12 = -x - 2 \Leftrightarrow 3x + x = 12 - 2 \Leftrightarrow 4x = 10$ nên x không là số nguyên.
 Vậy $x = 7$.

Ví dụ 3. Đối với bất đẳng thức ta cũng có quy tắc chuyển vế tương tự như đối với đẳng thức, tức là : $a + b - c > d \Leftrightarrow a > -b + c + d$.

Hãy tìm số nguyên x , biết :

$$1) x + (-3) > 15 ; \quad 2) |12 - (x - 13)| < 5.$$

Lời giải

$$1) x + (-3) > 15 \Leftrightarrow x > 3 + 15 \Leftrightarrow x > 18 \text{ mà } x \text{ là số nguyên nên :}$$

$$x \in \{19 ; 20 ; \dots\}.$$

2) *Cách 1.*

$$|12 - (x - 13)| < 5 \Leftrightarrow -5 < 12 - (x - 13) < 5 \Leftrightarrow -5 < 12 + 13 - x < 5$$

$$\Leftrightarrow -5 < 25 - x < 5 \Leftrightarrow 25 - 5 < x < 25 + 5 \Leftrightarrow 20 < x < 30.$$

$$\text{Vậy } x \in \{21 ; 22 ; 23 ; 24 ; 25 ; 26 ; 27 ; 28 ; 29\}.$$

Cách 2.

$$\text{Từ } |12 - (x - 13)| < 5 \text{ suy ra } |25 - x| = 0, 1, 2, 3, 4.$$

$$\text{- Với } |25 - x| = 0 \Leftrightarrow x = 25.$$

$$\text{- Với } |25 - x| = 1 \Leftrightarrow 25 - x = \pm 1 \Leftrightarrow x = 24 ; x = 26 ;$$

$$\text{- Với } |25 - x| = 2 \Leftrightarrow 25 - x = \pm 2 \Leftrightarrow x = 27 ; x = 23 ;$$

$$\text{- Với } |25 - x| = 3 \Leftrightarrow 25 - x = \pm 3 \Leftrightarrow x = 28 ; x = 22 ;$$

$$\text{- Với } |25 - x| = 4 \Leftrightarrow 25 - x = \pm 4 \Leftrightarrow x = 29 ; x = 21.$$

III. BÀI TẬP

31. Tìm số nguyên x , biết :

$$a) 3 - x = 15 - (-5) ;$$

$$b) -x - 14 + 32 = -26 ;$$

$$c) x + (-31) - (-42) = -45 ;$$

$$d) (-12) - (13 - x) = -15 - (-17).$$

32. Tìm số nguyên x , biết :

$$a) x - 43 = (35 - x) - 48 ;$$

$$b) 305 - x + 14 = 48 + (x - 23) ;$$

$$c) -(x - 6 + 85) = (x + 51) - 54 ;$$

$$d) -(35 - x) - (37 - x) = 33 - x.$$

33. Tìm số nguyên x , biết :

a) $13 - |x| = |-4|$;

b) $|x| - 3 + 6 = 16$;

c) $35 - |2x - 1| = 14$;

d) $|3x - 2| + 5 = 9 - x$.

34. Tìm số nguyên x sao cho :

a) $x - (-25 + 7) > 12 - (15 - 14)$;

b) $|17 + (x - 15)| < 4$.

Chủ đề 4

NHÂN HAI SỐ NGUYÊN.

CÁC TÍNH CHẤT CỦA PHÉP NHÂN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Quy tắc nhân hai số nguyên

- $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$;
- Nếu a, b cùng dấu thì $a \cdot b = |a| \cdot |b|$;
- Nếu a, b trái dấu thì $a \cdot b = -(|a| \cdot |b|)$.

2. Tính chất của phép nhân

- Tính chất giao hoán : $a \cdot b = b \cdot a$, với mọi $a, b \in \mathbb{Z}$;
- Tính chất kết hợp : $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, với mọi $a, b, c \in \mathbb{Z}$;
- Nhân với 1 : $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, với mọi $a \in \mathbb{Z}$;
- Tính chất phân phối của phép nhân và phép cộng
 $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$, với mọi $a, b, c \in \mathbb{Z}$;
 $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$.

3. Nhận xét

- Nếu $a \cdot b = 0$ thì hoặc $a = 0$ hoặc $b = 0$.
- Nếu tích là số nguyên dương thì tích chứa một số chẵn các thừa số âm ;
Tích là số nguyên âm thì tích chứa một số lẻ các thừa số âm.
- Khi đổi dấu một thừa số thì tích đổi dấu. Khi đổi dấu hai thừa số thì tích không thay đổi.

B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

DẠNG 1. Thực hiện phép nhân

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Vận dụng quy tắc nhân hai số nguyên để tính và so sánh.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Hãy điền vào dấu * các dấu "+" hoặc "-" để được kết quả đúng :

1) $(* 4) . (* 5) = 20 ;$

2) $(* 4) . (* 5) = - 20.$

Lời giải

Ta biết tích của hai số nguyên là một số nguyên dương khi hai số cùng dấu, là số nguyên âm khi hai số trái dấu. Vì vậy ta có kết quả sau:

1) $(+4) . (+5) = 20$ hoặc $(-4) . (-5) = 20.$

2) $(-4) . (+5) = -20$ hoặc $(+4) . (-5) = -20.$

Ví dụ 2. Không tính kết quả, hãy so sánh :

1) $(-23) . 5$ và $0 ;$

2) $(-6) . 20$ và $-6 ;$

3) $14 . (-16)$ và $14 . 16 ;$

4) $(-31) . 12$ và $31 . (-12).$

Lời giải

1) $(-23) . 5 < 0 ;$

2) $(-6) . 20 = -(6 . 20) < -6 ;$

3) $14 . (-16) < 0$ và $0 < (-14) . (-16)$ nên $14 . (-16) < (-14) . (-16) ;$

4) $(-31) . 12 = -(31 . 12) = 31 . (-12).$

☞ **Nhận xét :**

Với a, b nguyên ta luôn có :

$$ab = (-a) . (-b) ;$$

$$(-a) . b = a . (-b) = -a . b$$

Ví dụ 3. Dự đoán giá trị của x thỏa mãn đẳng thức dưới đây và kiểm tra lại.

1) $(-7) . x = 77 ;$

2) $8 . x = -80 ;$

3) $(-5) . x = (-6).(-10) ;$

4) $9 . x = (-12) . (-60).$

Lời giải

1) Ta thấy $7 . 11 = 77$ nên dự đoán $x = - 11$. Thử lại : $(-7) . (-11) = 77 ;$

2) Ta thấy $8 . 10 = 80$ nên dự đoán $x = -10$. Thử lại : $8 . (-10) = -80 ;$

3) Ta có $(-5) \cdot x = 60$. Nhận thấy $5 \cdot 12 = 60$ nên dự đoán $x = -12$.

Thử lại : $(-5) \cdot (-12) = (-6) \cdot (-10)$;

4) Ta có $9 \cdot x = 720$. Nhận thấy $9 \cdot 80 = 720$ nên dự đoán $x = 80$.

Thử lại : $9 \cdot 80 = (-12) \cdot (-60)$.

III. BÀI TẬP

35. Tính :

a) $(-16) \cdot 10$; b) $23 \cdot (-5)$; c) $(-24) \cdot (-25)$; d) $(-12)^2$.

36. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng :

a	3	15	-4	-7			-5	0
b	-6		-13		12	3		-1000
a . b		-45		21	36	-27	0	

37. a) Biểu diễn các số 81, 100, 169 dưới dạng tích của hai số nguyên bằng nhau (các số như vậy gọi là *số chính phương*).

b) Biểu diễn các số -4, -9, -16, -25 dưới dạng tích của hai số nguyên đối nhau.

38. Tính $1999 \cdot 23$, từ đó suy ra các kết quả :

a) $(-1999) \cdot 23$; b) $1999 \cdot (-23)$; c) $(-1999) \cdot (-23)$.

39. Tính giá trị của biểu thức $(x - 5)(y + 40)$ trong mỗi trường hợp sau:

a) $x = 5, y = 1000$;

b) $x = -10, y = 15$;

c) $x = 16, y = -50$;

d) $x = -15, y = -60$.

40. Dự đoán giá trị của x thoả mãn đẳng thức dưới đây và kiểm tra lại :

a) $(-8) \cdot x = 88$;

b) $10 \cdot x = -180$;

c) $(-6) \cdot x = (-3) \cdot (-18)$;

d) $16 \cdot x = (-12) \cdot (-36)$.

41. Không tính kết quả, hãy so sánh :

a) $(-22) \cdot (-5)$ và 0 ;

b) $(-7) \cdot 20$ và -7 ;

c) $13 \cdot (-16)$ và $(-13) \cdot (-16)$;

d) $(-39) \cdot 12$ và $39 \cdot (-12)$.

42. Một xí nghiệp mỗi ngày may 250 bộ quần áo. Khi may theo một mẫu với cùng khổ vải, số vải dùng để may một bộ quần áo tăng x (cm) và mỗi ngày may tăng y bộ quần áo. Hỏi mỗi ngày số vải tăng bao nhiêu xen-ti-mét, biết để may bộ ban đầu hết 3m cùng khổ vải trên ?

a) $x = 10 ; y = -1$;

b) $x = -10 ; y = 5$;

c) $x = 5 ; y = 6$;

d) $x = -10 ; y = -7$.

DẠNG 2. Vận dụng tính chất của phép nhân

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để tìm kết quả của phép tính có dấu ngoặc ta có thể thực hiện trong ngoặc trước, rồi thực hiện theo thứ tự nhân chia trước, cộng trừ sau. Cũng có thể áp dụng tính chất phân phối của phép nhân với phép cộng rồi mới thực hiện các phép tính theo thứ tự. Tùy theo từng trường hợp ta có thể thực hiện tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân sao cho việc tính toán được thuận tiện nhất.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tính :

1) $(35 - 15) \cdot (-4) + 24 \cdot (-13 - 17)$;

2) $(-13) \cdot (57 - 34) + 57 \cdot (13 - 45)$.

Lời giải

1) $(35 - 15) \cdot (-4) + 24 \cdot (-13 - 17) = 20 \cdot (-4) + 24 \cdot (-30)$
 $= -80 - 720 = -800$.

2) *Cách 1 :*

$(-13) \cdot (57 - 34) + 57 \cdot (13 - 45) = (-13) \cdot 23 + 57 \cdot (-32)$
 $= -299 - 1824 = -2123$.

Cách 2 :

$(-13) \cdot 57 - (-13) \cdot 34 + 57 \cdot 13 - 57 \cdot 45$
 $= (-13) \cdot 57 + 13 \cdot 57 + 13 \cdot 34 - 57 \cdot 45 = 442 - 2565 = -2123$.

Ví dụ 2. Thực hiện phép tính một cách hợp lí nhất :

1) $(-8) \cdot (-12) \cdot (-125)$;

2) $(-134) + 51 \cdot 134 + (-134) \cdot 48$;

3) $45 \cdot (-24) + (-10) \cdot (-12)$.

Lời giải

Vận dụng tính chất giao hoán, kết hợp và phân phối giữa phép nhân và phép cộng để tính (chú ý nếu số thừa số âm của tích là số chẵn thì tích mang dấu "+", nếu số thừa số âm của tích là số lẻ thì tích mang dấu "-").

1) $(-8) \cdot (-12) \cdot (-125) = [(-8) \cdot (-125)] \cdot (-12) = 1000 \cdot (-12) = -12000$;

2) $(-134) + 51 \cdot 134 + (-134) \cdot 48 = 134 \cdot (-1 + 51 - 48) = 134 \cdot 2 = 268$;

3) $45 \cdot (-24) + (-10) \cdot (-12) = -45 \cdot 24 + 5 \cdot 24 = 24 \cdot (-45 + 5)$
 $= 24 \cdot (-40) = -960$.

Ví dụ 3. Tính nhanh :

1) $(-49) \cdot 99$;

2) $(-52) \cdot (-101)$.

Lời giải

Để tính nhanh một tích, trước hết ta xác định dấu của tích và nhận xét :

$$99 = 100 - 1; 101 = 100 + 1.$$

1) $(-49) \cdot 99 = -49 \cdot 99 = -49 \cdot (100 - 1) = -(49 \cdot 100 - 49) = -4851$;

2) $(-52) \cdot (-101) = 52 \cdot 101 = 52 \cdot (100 + 1) = 5200 + 52 = 5252$.

III. BÀI TẬP

43. Thực hiện phép tính một cách hợp lí nhất :

a) $2 \cdot (-25) \cdot (-4) \cdot 50$;

b) $(-125) \cdot 5 \cdot (-16) \cdot (-8)$;

c) $(-5)^2 \cdot (-3)^3 \cdot 2^3$;

d) $-(-4^2) \cdot 3^2 \cdot (-5)^3$.

44. Tính nhanh :

a) $(-48) \cdot 98$;

b) $(-52) \cdot (-102)$;

c) $124 + (-52) \cdot 124 + (-124) \cdot (-47)$;

d) $-55 \cdot 78 + 13 \cdot (-78) - 78 \cdot (-65)$.

45. So sánh :

a) $(-3) \cdot (-5) \cdot (-7) \cdot (-9) \cdot (-11)$ với $(-9) \cdot (-11)$;

b) $18 - (-13) \cdot (-15) \cdot (-17)$ với 0.

46. Cho $a = -5$, $b = -6$. Tính giá trị của biểu thức :

a) $a^2 - 2ab + b^2$ và $(a - b)^2$;

b) $(a + b) \cdot (a - b)$ và $a^2 - b^2$;

c) $a^2 + 2ab + b^2$ và $(a + b)^2$.

Từ kết quả nhận được, hãy nêu nhận xét.

47. Viết các tích sau dưới dạng lũy thừa của một số nguyên :

a) $(-27) \cdot 8 \cdot (-125) \cdot (-64)$;

b) $(-7) \cdot 8 \cdot (-49) \cdot (-64) \cdot (-1000)$.

DẠNG 3. Toán tìm x

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

– Một tích số bằng 0 thì ít nhất một thừa số trong tích bằng 0.

Nếu $ab = 0$ thì $a = 0$ hoặc $b = 0$.

– Để tìm x sao cho đẳng thức đúng thì cần vận dụng định nghĩa và tính chất của phép nhân, kết hợp với quy tắc bỏ dấu ngoặc, quy tắc chuyển vế.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm số nguyên x, biết :

$$1) 5 \cdot (x - 2) = 0; \quad 2) (5 - x) \cdot (x + 7) = 0; \quad 3) (-4) \cdot x = 20.$$

Lời giải

$$1) 5 \cdot (x - 2) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2;$$

$$2) (5 - x) \cdot (x + 7) = 0 \Leftrightarrow 5 - x = 0 \text{ hoặc } x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \text{ hoặc } x = -7;$$

$$3) (-4) \cdot x = 20. \text{ Nhận thấy } 20 = (-4) \cdot (-5) \text{ nên } x = -5.$$

Ví dụ 2. Tìm số nguyên x, biết :

$$1) x + x + x + 91 = -2;$$

$$2) -152 - (3x + 1) = (-2) \cdot (-27);$$

$$3) |5x + 1| = 11.$$

Lời giải

$$1) x + x + x + 91 = -2 \Leftrightarrow 3x + 91 = -2 \Leftrightarrow 3x = -2 - 91 \Leftrightarrow 3x = -93.$$

$$\text{Do } -93 = 3 \cdot (-31) \text{ nên } x = -31.$$

$$2) -152 - (3x + 1) = (-2) \cdot (-27) \Leftrightarrow -152 - 3x - 1 = 54$$

$$\Leftrightarrow 3x = -153 - 54 \Leftrightarrow 3x = -207.$$

$$\text{Do } 207 = 3 \cdot 69, \text{ suy ra } x = -69.$$

$$3) |5x + 1| = 11 \Leftrightarrow 5x + 1 = 11 \text{ hoặc } 5x + 1 = -11.$$

$$\text{Với } 5x + 1 = 11 \Leftrightarrow 5x = 11 - 1 = 10 \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\text{Với } 5x + 1 = -11 \Leftrightarrow 5x = -12 \text{ nên không có } x \text{ nguyên nào thỏa mãn.}$$

$$\text{Vậy } x = 2.$$

III. BÀI TẬP

48. Tìm số nguyên x, biết :

$$a) (-1005) \cdot (x + 2) = 0;$$

$$b) (8 + x) \cdot (6 - x) = 0;$$

$$c) 8x \cdot (5 - x) = 0;$$

$$d) x^2 - 5x = 0.$$

49. Tìm số nguyên x , biết :

a) $x + x + x + 82 = -2 - x$;

b) $5 \cdot (-4) \cdot x = -100$;

c) $(-1) \cdot (-3) \cdot (-6) \cdot x = 36$;

d) $-152 - (3x + 1) = (-2) \cdot (-77)$.

50. Tìm số nguyên x , biết :

a) $|x - 9| \cdot (-8) = -16$;

b) $|4 - 5x| = 24$ với $x \leq 0$;

c) $|1 - 4x| = 7$;

d) $|2x| + |x - 12| = 60$ với $x > 12$.

51. Tìm số nguyên x , biết :

a) $x \cdot (x - 2) = 0$;

b) $x \cdot (x - 2) > 0$;

c) $x \cdot (x - 2) < 0$.

52. Tính giá trị của biểu thức :

a) $x^2 + x - 8$ với $x = -2$;

b) $-5 \cdot x^3 \cdot |x - 1| + 15$ với $x = -2$;

c) $-(x - 1) \cdot (x + 2)$ với $|x| = 3$;

d) $(4x - 5) \cdot (x - 7)$ với $(x - 2) \cdot (x + 3) = 0$.

Chủ đề 5

BỘI VÀ ƯỚC CỦA MỘT SỐ NGUYÊN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

Với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $b \neq 0$. Nếu có số nguyên q sao cho $a = b \cdot q$ thì ta nói a chia hết cho b . Ta còn nói a là *bội* của b và b là *ước* của a .

2. Nhận xét

- Nếu $a = b \cdot q$ thì ta nói a chia cho b được q và viết $a : b = q$.
- Số 0 là bội của mọi số nguyên khác 0. Số 0 không phải là ước của bất kỳ số nguyên nào.
- Các số 1 và -1 là ước của mọi số nguyên.

3. Tính chất

Có tất cả các tính chất như trong tập $\mathbb{N}$.

- Nếu a chia hết cho b và b chia hết cho c thì a cũng chia hết cho c .

$$a : b \text{ và } b : c \Rightarrow a : c$$

- Nếu a chia hết cho b thì bội của a cũng chia hết cho b .

$$a : b \Rightarrow ka : b \quad (k \in \mathbb{Z})$$

- Nếu a, b chia hết cho c thì tổng và hiệu của chúng cũng chia hết cho c .

$$a : c; b : c \Rightarrow a + b : c; a - b : c.$$

- Nếu a, b chia cho c cùng số dư thì $a - b$ chia hết cho c .

☞ **Nhận xét :**

- Nếu a chia hết cho b , b chia hết cho a thì $a = \pm b$.
- Nếu a chia hết cho hai số m, n nguyên tố cùng nhau thì a chia hết cho $m \cdot n$.
- Nếu a^n chia hết cho số nguyên tố p thì a chia hết cho p .
- Nếu ab chia hết cho m và b, m nguyên tố chung nhau thì a chia hết cho m .
- Trong n số nguyên liên tiếp có đúng một số chia hết cho n .

B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

DẠNG 1. Tìm bội và ước của số nguyên

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Tập hợp các bội của số nguyên a có vô số phần tử và bằng $\{k \cdot a \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
- Tập hợp các ước số của số nguyên a ($a \neq 0$) luôn là hữu hạn.

Cách tìm :

Trước hết ta tìm các ước số nguyên dương của $|a|$ (làm như trong tập số tự nhiên), chẳng hạn là p, q, r . Khi đó $-p, -q, -r$ cũng là ước số của a . Do đó các ước của a là $p, q, r, -p, -q, -r$. Như vậy số các ước nguyên của a gấp đôi số các ước tự nhiên của nó.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1.

- 1) Tìm năm bội của : $-5 ; 5 ;$
- 2) Tìm các bội của -12 , biết rằng chúng nằm trong khoảng từ -100 đến 24 .

Lời giải

- 1) Các bội số của $5 ; -5$ đều có dạng $5 \cdot k$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Chẳng hạn chọn năm bội số của $5 ; -5$ là : $-15, -10, -5, 0, 5$.

2) Các bội số của -12 có dạng $12 \cdot k$ ($k \in \mathbb{Z}$). Cần tìm k sao cho :

$$-100 < 12k < 24.$$

Tức là : $-9 < k < 2$, chọn $k \in \{-8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1\}$.

Vậy các bội của -12 nằm trong khoảng từ -100 đến 24 là

$$-96, -84, -72, -60, -48, -36, -24, -12, 0, 12.$$

Ví dụ 2. Tìm tất cả các ước của :

1) -3 ;

2) -25 ;

3) 12 .

Lời giải

1) Các ước tự nhiên của 3 là $1, 3$.

Do đó các ước của -3 là $-3, -1, 1, 3$.

2) Các ước tự nhiên của 25 là $1, 5, 25$.

Do đó các ước của 25 là $-25, -5, -1, 1, 5, 25$.

3) Các ước tự nhiên của 12 là $1, 2, 3, 4, 6, 12$.

Do đó các ước của 12 là $-12, -6, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 6, 12$.

☞ **Nhận xét :**

Số tự nhiên a phân tích ra thừa số nguyên tố có dạng $p^n \cdot q^m \cdot r^k$ (p, q, r là số nguyên tố) thì số ước tự nhiên của a là $(n+1)(m+1)(k+1)$. Khi đó mỗi số nguyên $a, -a$ đều có $2(n+1)(m+1)(k+1)$ ước nguyên.

Số nguyên tố p có 4 ước nguyên là $-p, -1, 1, p$.

Ví dụ 3. Tìm số nguyên n để :

1) $5 \cdot n$ chia hết cho -2 ;

2) 8 chia hết cho n ;

3) 9 chia hết cho $n+1$;

4) $n-18$ chia hết cho 17 .

Lời giải

1) $5 \cdot n$ chia hết cho -2 , nên n là bội của 2 .

Vậy $n = 2k$ (k là số nguyên tùy ý).

2) 8 chia hết cho n , nên n là ước của 8 .

Vậy $n \in \{-8; -4; -2; -1; 1; 2; 4; 8\}$.

3) 9 chia hết cho $n+1$, nên $n+1$ là ước của 9 .

Suy ra $n+1 \in \{-9; -3; -1; 1; 3; 9\}$.

$$\text{Với } n+1 = -9 \Leftrightarrow n = -9 - 1 \Leftrightarrow n = -10;$$

$$\text{Với } n+1 = -3 \Leftrightarrow n = -3 - 1 \Leftrightarrow n = -4;$$

$$\text{Với } n + 1 = -1 \Leftrightarrow n = -1 - 1 \Leftrightarrow n = -2;$$

$$\text{Với } n + 1 = 1 \Leftrightarrow n = 1 - 1 \Leftrightarrow n = 0;$$

$$\text{Với } n + 1 = 3 \Leftrightarrow n = 3 - 1 \Leftrightarrow n = 2;$$

$$\text{Với } n + 1 = 9 \Leftrightarrow n = 9 - 1 \Leftrightarrow n = 8.$$

Vậy $n \in \{-10; -4; -2; 0; 2; 8\}$.

4) $n - 18$ chia hết cho 17, nên $n - 8$ là bội của 17. Do đó $n - 8 = 17k$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Vậy $n = 8 + 17k$ ($k \in \mathbb{Z}$).

III. BÀI TẬP

53. 1) Tìm bốn bội của -9 ; 9 .

2) Tìm các bội của -24 , biết rằng chúng nằm trong khoảng từ 100 đến 200.

54. Tìm tất cả các ước của :

1) -17 ;

2) 49 ;

3) -100 .

55. 1) Tìm tập hợp ƯC $(-12; 16)$;

2) Tìm tập hợp ƯC $(15; -18; -20)$.

56. Tìm số nguyên n để :

1) $7 \cdot n$ chia hết cho 3;

2) -22 chia hết cho n ;

3) -16 chia hết cho $n - 1$;

4) $n + 19$ chia hết cho 18.

57. Tìm tập hợp BC $(15; -12; -30)$.

58. Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và $B = \{-2; -4; -6\}$.

a) Viết tập hợp gồm các phần tử có dạng $a \cdot b$ với $a \in A, b \in B$.

b) Trong các tích trên có bao nhiêu tích chia hết cho 5?

DẠNG 2. Vận dụng tính chất chia hết của số nguyên

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để chứng minh một biểu thức A chia hết cho số nguyên a :

– Nếu A có dạng tích $m \cdot n \cdot p$ thì cần chỉ ra m (hoặc n , hoặc p) chia hết cho a .

Hoặc m chia hết cho a_1 , n chia hết cho a_2 , p chia hết cho a_3 , trong đó $a = a_1 a_2 a_3$.

– Nếu A có dạng tổng $m + n + p$ thì cần chỉ ra m, n, p cùng chia hết cho a , hoặc tổng các số dư khi chia m, n, p cho a phải chia hết cho a .

– Nếu A có dạng hiệu $m - n$ thì cần chỉ ra m, n chia cho a có cùng số dư.
 Vận dụng tính chất chia hết để làm bài toán về tìm điều kiện để một biểu thức thoả mãn điều kiện chia hết.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Chứng minh rằng : $S = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8$ chia hết cho (-6) .

Lời giải

Nhóm tổng S thành tổng của các bội số của (-6) bằng cách :

$$\begin{aligned} S &= (2 + 2^2) + (2^3 + 2^4) + (2^5 + 2^6) + (2^7 + 2^8) \\ &= 6 + 2^2 \cdot 6 + 2^4 \cdot 6 + 2^6 \cdot 6 \end{aligned}$$

Mỗi số hạng của tổng S đều chia hết cho (-6) , nên S chia hết cho (-6) .

Ví dụ 2. Cho số $a = -10^8 + 2^3$. Hỏi số a có chia hết cho (-9) không?

Lời giải

$$a = -10^8 + 2^3 = -10^8 + 1 + 7 = \underbrace{-99\dots9}_{\text{gồm 8 chữ số 9}} + 7.$$

Số hạng đầu của a chia hết cho 9, còn 7 không chia hết cho 9 nên a không chia hết cho 9. Do đó a cũng không chia hết cho -9 .

Ví dụ 3. Cho a, b là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu $6a + 11b$ chia hết cho 31 thì $a + 7b$ cũng chia hết cho 31. Điều ngược lại có đúng không?

Lời giải

$$\text{Ta có : } 6a + 11b = 6(a + 7b) - 31b. \quad (*)$$

Do $31b \vdots 31$, và $6a + 11b \vdots 31$, từ $(*)$ suy ra $6(a + 7b) \vdots 31$, mà 6 và 31 nguyên tố cùng nhau, nên suy ra $a + 7b \vdots 31$.

Ngược lại, nếu $a + 7b \vdots 31$, mà $31b \vdots 31$, từ $(*)$ suy ra $6a + 11b \vdots 31$.

Vậy điều ngược lại cũng đúng.

Ta có thể phát biểu bài toán lại như sau :

“Cho a, b là các số nguyên. Chứng minh rằng $6a + 11b$ chia hết cho 31 khi và chỉ khi $a + 7b$ chia hết cho 31”.

Ví dụ 4. Tìm số nguyên x sao cho :

- 1) $3x + 4$ chia hết cho $x - 3$; 2) $x + 1$ là ước số của $x^2 + 7$.

Lời giải

- 1) Nhận thấy $3x + 4 = 3(x - 3) + 5$.

Do $3(x-3) \vdots (x-3)$, nên $(3x+4) \vdots (x-3)$ khi và chỉ khi $5 \vdots (x-3)$.

Suy ra $x-3 \in \{-5; -1; 1; 5\}$. Vậy $x \in \{-2; 2; 4; 8\}$.

2) Nhận thấy $x^2 + 7 = x(x+1) - (x+1) + 8$.

Do $x(x+1) \vdots (x+1)$, nên $x^2 + 7 \vdots (x+1)$ khi và chỉ khi $8 \vdots (x+1)$.

Suy ra $x+1 \in \{-8; -4; -2; -1; 1; 2; 4; 8\}$.

Vậy $x \in \{-9; -5; -3; -2; 0; 1; 3; 7\}$.

III. BÀI TẬP

59. Chứng minh rằng : $S = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7 + 3^8 + 3^9$ chia hết cho (-39) .
60. Cho số $a = 11\dots 11$ (gồm 20 chữ số 1). Hỏi số a có chia hết cho 111 không?
61. Cho a, b là các số nguyên. Chứng minh rằng $5a + 2b$ chia hết cho 17 khi và chỉ khi $9a + 7b$ chia hết cho 17.
62. Tìm số nguyên x sao cho :
- a) $2x - 5$ chia hết cho $x - 1$; b) $x + 2$ là ước số của $x^2 + 8$.
63. Tìm cặp số nguyên x, y sao cho :
- a) $(x - 1).(y + 1) = 5$;
- b) $x(y + 2) = -8$;
- c) $xy - 2x - 2y = 0$.
64. Tìm tất cả các cặp số nguyên x, y sao cho $20x + 10y = 2010$.
65. Tìm số nguyên x sao cho $x - 1$ là bội của 15 và $x + 1$ là ước số của 1001.

LỜI GIẢI - HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Chủ đề 1

1. Các khẳng định đúng là a), d), e), g). Các khẳng định sai là b), c).
2. Cách diễn như sau :

$$-7 \notin \mathbb{N} ; 3 \in \mathbb{Z} ; 0 \in \mathbb{N} ; -12 \in \mathbb{Z} ; 4,5 \notin \mathbb{Z} ; \frac{1}{3} \notin \mathbb{N} ; -100 \in \mathbb{Z} ; 10 \in \mathbb{Z}.$$

3. a) Biểu diễn các số 2, -3, 4, -6, 0, 3, -4 trên trục số như sau :



b) Những điểm cách điểm 0 bốn đơn vị biểu diễn là số 4 và -4.

Những điểm cách đều 0 biểu diễn hai số đối nhau.

c) Khẳng định sai. Chẳng hạn, trên trục số điểm -3 gần điểm 0 hơn điểm -6, nhưng $-3 > -6$.

Phát biểu đúng như sau :

Trên trục số, những điểm nằm bên trái điểm 0, điểm nào gần 0 hơn thì lớn hơn; những điểm nằm bên phải điểm 0, điểm nào gần 0 hơn thì nhỏ hơn.

4. a) $x \in \{-7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$;

b) $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$;

c) $x \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1\}$;

d) $x \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0\}$.

5. Sắp xếp các số nguyên sau theo thứ tự giảm dần : 17, 10, 0, -3, -5, -20.

6. a) Số đối của mỗi số nguyên -298, 25, 0, -53, 71 thứ tự là :

$$298, -25, 0, 53, -71.$$

b) Số liền sau của mỗi số nguyên -63, 0, 11, -27 thứ tự là : -62, 1, 12, -26.

c) Số liền trước của mỗi số nguyên -110, 99, -999, 1000, 0 thứ tự là :

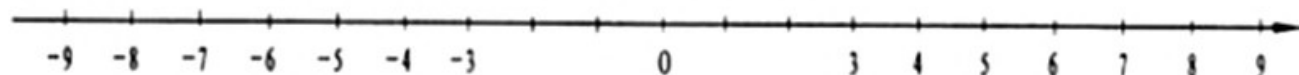
$$-111, 98, -1000, 999, -1.$$

7. a) $|-5| + |3| + |-15| + |-1| = 5 + 3 + 15 + 1 = 24$;

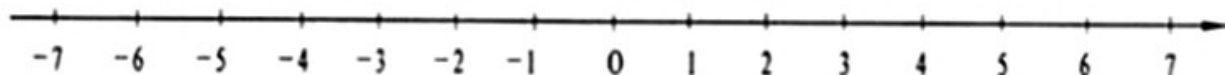
b) $|-9| + |-7| + |-5| + |-3| + |-1| = 9 + 7 + 5 + 3 + 1 = 25$.

8. a) $a = -50$; b) $b = 15$; c) $c = 10$ hoặc $c = -10$.

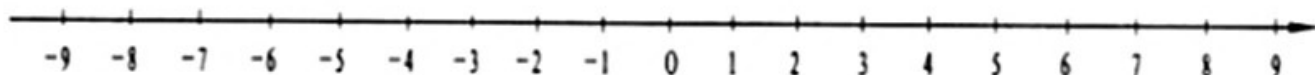
9. a) $x \in \{\pm 3; \pm 4; \pm 5; \pm 6; \pm 7; \pm 8; \pm 9\}$;



b) $x \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 5; \pm 6; \pm 7\}$;



c) $x \in \{\pm 5; \pm 6; \pm 7; \pm 8; \dots\}$.



10. a) $|-12| = |12|$; b) $|-11| < |-13|$; c) $|-15| > |14|$.

Chủ đề 2

11. Điền số thích hợp vào ô trống như sau :

a	13	-5	-12	-10	-10	-2	12
b	21	3	-17	25	2	10	-12
a + b	34	-2	-29	15	-8	8	0

12. a) Với $x = -23$, ta có $x + 123 = -23 + 123 = 100$;
b) Với $y = 16$ thì $(-203) + y = (-203) + 16 = -187$;
c) Với $z = -20$ thì $z + (-115) = -20 + (-115) = -135$.
13. a) $801 + (-65) < 801$; b) $(-125) + 15 > (-125)$;
c) $(-123) + (-20) < (-123)$. d) $116 + (-20) < 116$.
14. a) $(-457) + (-123) + 23 + 237 = [(-457) + (-123)] + (23 + 237)$
 $= -580 + 260 = -320$;
b) $(-135) + 48 + 140 + (-5) = [(-135) + (-5)] + (48 + 140)$
 $= -140 + 188 = 48$.
15. a) Các số nguyên x sao cho $-5 < x < 8$ là :
 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ và có tổng bằng 18.
b) 0 ;
c) 0.
16. a) $329 + 64 + (-329) + 36 = (329 + (-329)) + (64 + 36) = 100$;
b) $(-464) + (-371) + 564 + 71 = (-464 + 564) + (-371 + 71) = -200$.
17. Cách điền số nguyên vào ô trống sao cho ba số liền nhau trong bảng có tổng bằng 0 như sau :
- | | | | | | | | | |
|----|---|-----|----|---|-----|----|---|-----|
| 10 | 5 | -15 | 10 | 5 | -15 | 10 | 5 | -15 |
|----|---|-----|----|---|-----|----|---|-----|
18. Cách điền số nguyên vào ô trống sao cho bốn số liền nhau trong bảng có tổng bằng 0 như sau :
- | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|---|---|----|----|---|---|----|----|---|---|----|
| -4 | -3 | 0 | 7 | -4 | -3 | 0 | 7 | -4 | -3 | 0 | 7 | -4 |
|----|----|---|---|----|----|---|---|----|----|---|---|----|
19. Nhiệt độ đêm hôm đó là : -11°C .

Chủ đề 3

20. Nam còn -5 nghìn đồng, tức là Nam phải nợ 5 nghìn đồng.

21. a) $(-100) - 12 = (-100) + (-12) = -112$;

b) $143 - (-123) = 143 + 123 = 266$;

c) $(-116) - (-16) = (-116) + 16 = -100$;

d) $(-123) - 20 = -123 + (-20) = -143$.

22.

a	-1	-4	8	0
b	5	-10	18	-13
a - b	-6	6	-10	13
-a	1	4	-8	0
-b	-5	10	-18	13

23. Khoảng cách giữa hai điểm a và b trên trục số là $|a - b|$ nên ta có kết quả :

a) 24 ; b) 7 ; c) 10 ; d) 27.

24. a) $(-5) + x = 7 \Leftrightarrow x = 7 - (-5) \Leftrightarrow x = 12$;

b) $12 + x + (-5) = -18 \Leftrightarrow x = -18 - 12 + 5 \Leftrightarrow x = -25$;

c) $(-14) - x + (-15) = -10 \Leftrightarrow x = (-14) + (-15) + 10 \Leftrightarrow x = -19$;

d) $x - (-19) - (-11) = 0 \Leftrightarrow x + 19 + 11 = 0 \Leftrightarrow x = -30$.

25. Bạn Cam nói đúng.

26. Bạn Trung nói đúng. Có thể xảy ra các khả năng.

Ví dụ :

$$6 - 5 = 1 \text{ thì } 6 > 5 \text{ và } 6 > 1 ;$$

$$(-7) - (-3) = -4 \text{ thì } (-7) < -3 \text{ và } -7 < -4 ;$$

$$(-8) - (-10) = 2 \text{ thì } (-8) < 2 \text{ và } -8 > -10 ;$$

$$8 - 10 = -2 \text{ thì } 8 < 10 \text{ và } 8 > -2.$$

27. a) $(1456 + 23) - 1456 = (1456 - 1456) + 23 = 23$;

b) $(-1999) - (-234 - 1999) = (-1999) + 234 + 1999$
 $= (-1999 + 1999) + 234 = 234$;

c) $(116 + 124) + (215 - 116 - 124) = (116 - 116) + (124 - 124) + 215$
 $= 215$;

$$\begin{aligned} \text{d) } (435 - 167 - 89) - (435 - 89) &= (435 - 435) + (-89 + 89) - 167 \\ &= -167. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 28. \text{ a) } (a - b + c - d) - (a + b + c + d) &= a - b + c - d - a - b - c - d \\ &= -2b - 2d = -2(b + d); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (-a + b - c) + (a - b) - (a - b + c) &= -a + b - c + a - b - a + b - c \\ &= -a + b - 2c; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } -(a - b - c) + (b - c + d) - (-a + b + d) \\ &= -a + b + c + b - c + d + a - b - d = b. \end{aligned}$$

29. Cho $a = -13$, $b = 25$, $c = -30$. Ta có

$$\text{a) } a + a + 12 - b = 2a - b + 12 = 2 \cdot (-13) - 25 + 12 = -39;$$

$$\text{b) } a + b - (c + b) = a - c = -13 + 30 = 17;$$

$$\text{c) } 25 + a - (b + c) - a = 25 - b - c = 25 - 25 + 30 = 30.$$

$$30. \text{ a) } 382 + 531 - 282 - 331 = (382 - 282) + (531 - 331) = 100 + 200 = 300;$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 7 - 8 + 9 - 10 + 11 - 12 + \dots + 2009 - 2010 \\ &= (7 - 8) + (9 - 10) + (11 - 12) + \dots + (2009 - 2010) \\ &= \underbrace{(-1) + (-1) + \dots + (-1)}_{\text{gồm } 1002 \text{ số hạng } -1} = -1002; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } -1 - 2 - 3 - 4 - \dots - 2008 - 2009 - 2010 \\ &= -(1 + 2 + 3 + \dots + 2008 + 2009 + 2010) = -\frac{(1 + 2010) \cdot 2010}{2} \\ &= -2021055. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 1 - 3 - 5 + 7 - 9 - 11 + \dots + 1000 - 1002 - 1004 \\ &= (1 - 3 - 5) + (7 - 9 - 11) + \dots + (1000 - 1002 - 1004) \\ &= \underbrace{(-7) + (-7) + \dots + (-7)}_{\text{gồm } 334 \text{ số hạng}} = -\underbrace{(7 + 7 + \dots + 7)}_{\text{gồm } 334 \text{ số hạng}} = -7 \cdot 334 = -2338. \end{aligned}$$

$$31. \text{ a) } 3 - x = 15 - (-5) \Leftrightarrow 3 - x = 15 + 5 \Leftrightarrow x = 3 - 20 = -17;$$

$$\text{b) } -x - 14 + 32 = -26 \Leftrightarrow x = 26 - 14 + 32 \Leftrightarrow x = 44;$$

$$\text{c) } x + (-31) - (-42) = -45 \Leftrightarrow x = 31 - 45 - 42 \Leftrightarrow x = -56;$$

$$\text{d) } (-12) - (13 - x) = -15 - (-17) \Leftrightarrow -12 - 13 + x = -15 + 17 \Leftrightarrow x = 27.$$

32. a) $x - 43 = (35 - x) - 48 \Leftrightarrow 2x = 43 + 35 - 48 \Leftrightarrow x = 15$;
 b) $305 - x + 14 = 48 + (x - 23) \Leftrightarrow 2x = 305 + 14 - 48 + 23 \Leftrightarrow x = 147$;
 c) $-(x - 6 + 85) = (x + 51) - 54 \Leftrightarrow 2x = -79 + 3 \Leftrightarrow x = -38$;
 d) $-(35 - x) - (37 - x) = 33 - x \Leftrightarrow 3x = 33 + 35 + 37 \Leftrightarrow x = 35$.
33. a) $13 - |x| = |-4| \Leftrightarrow |x| = 9 \Leftrightarrow x = 9$ hoặc $x = -9$;
 b) $|x| - 3 + 6 = 16 \Leftrightarrow |x| = 13 \Leftrightarrow x = 13$ hoặc $x = -13$;
 c) $35 - |2x - 1| = 14 \Leftrightarrow |2x - 1| = 21$
 $\Leftrightarrow 2x - 1 = 21$ hoặc $2x - 1 = -21 \Leftrightarrow x = 11$ hoặc $x = -10$.
 d) $|3x - 2| + 5 = 9 - x \Leftrightarrow |3x - 2| = 4 - x$, suy ra $x \leq 4$ và xảy ra hai khả năng :
 • $3x - 2 = 4 - x \Leftrightarrow 4x = 6$, không tìm được x nguyên nào.
 • $3x - 2 = x - 4 \Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -1$ (thỏa mãn $x \leq 4$). Vậy $x = -1$.
34. a) $x - (-25 + 7) > 12 - (15 - 14) \Leftrightarrow x + 18 > 11 \Leftrightarrow x > -7$.
 • Vậy $x \in \{-6; -5; -4; \dots\}$.
 b) $|17 + (x - 15)| < 4 \Leftrightarrow |2 + x| < 4 \Leftrightarrow -4 < 2 + x < 4 \Leftrightarrow -6 < x < 2$.
 Vậy $x \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1\}$.

Chủ đề 4

35. a) -160 ; b) -115 ; c) 600 ; d) 144.
36. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng như sau :

a	3	15	-4	-7	3	-9	-5	0
b	-6	-3	-13	-3	12	3	0	-1000
a . b	-18	-45	52	21	36	-27	0	0

37. a) $81 = 9 \cdot 9 = (-9) \cdot (-9)$; $100 = 10 \cdot 10 = (-10) \cdot (-10)$;
 $169 = 13 \cdot 13 = (-13) \cdot (-13)$.
 b) $-4 = 2 \cdot (-2)$; $-9 = 3 \cdot (-3)$;
 $-16 = 4 \cdot (-4)$; $-25 = 5 \cdot (-5)$.

Từ kết quả nhận được, ta thấy :

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2;$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2;$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2.$$

47. a) $(-27) \cdot 8 \cdot (-125) \cdot (-64) = -3^3 \cdot 2^3 \cdot 5^3 \cdot 4^3 = -120^3 = (-120)^3$;
b) $(-7) \cdot 8 \cdot (-49) \cdot (-64) \cdot (-1000) = 7 \cdot 49 \cdot 8 \cdot 1000 = 7^3 \cdot 8^3 \cdot 10^3 = 560^3$.
48. a) $(-1005) \cdot (x + 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$;
b) $(8 + x) \cdot (6 - x) = 0 \Leftrightarrow 8 + x = 0$ hoặc $6 - x = 0 \Leftrightarrow x = -8$ hoặc $x = 6$;
c) $8x \cdot (5 - x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 5$;
d) $x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(x - 5) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 5$.
49. a) $x + x + x + 82 = -2 - x \Leftrightarrow 4x = -84 \Leftrightarrow x = -21$;
b) $5 \cdot (-4) \cdot x = -100 \Leftrightarrow -20 \cdot x = -100 \Leftrightarrow x = 5$;
c) $(-1) \cdot (-3) \cdot (-6) \cdot x = 36 \Leftrightarrow -18 \cdot x = 36 \Leftrightarrow x = -2$.
d) $-152 - (3x + 1) = (-2) \cdot (-77) \Leftrightarrow 3x = -153 - 144 \Leftrightarrow x = -99$.
50. a) $|x - 9| \cdot (-8) = -16 \Leftrightarrow |x - 9| = 2$
 $\Leftrightarrow x - 9 = 2$ hoặc $x - 9 = -2 \Leftrightarrow x = 11$ hoặc $x = 7$;
b) Do $x \leq 0$ nên $4 - 5x > 0$.
Từ đó suy ra $4 - 5x = 24 \Leftrightarrow x = -4$ (thỏa mãn $x \leq 0$).
c) $|1 - 4x| = 7 \Leftrightarrow 1 - 4x = 7$ hoặc $1 - 4x = -7$. Tìm được $x = -2$.
d) Do $x > 12$ nên $|2x| = 2x$; $|x - 12| = x - 12$.
Từ $|2x| + |x - 12| = 60$, suy ra $3x - 12 = 60 \Leftrightarrow x = 24$.

Chủ đề 5

51. a) $x = 0$ hoặc $x = 2$; b) $x \in \{\dots; -2; -1; 3; 4; 5; \dots\}$;
c) $x = 1$.
52. a) Với $x = -2$ thì $x^2 + x - 8 = (-2)^2 - 2 - 8 = -6$;
b) Với $x = -2$ thì $-5 \cdot x^3 \cdot |x - 1| + 15 = -5 \cdot (-2)^3 \cdot |-2 - 1| + 15 = -105$;
c) Với $|x| = 3 \Leftrightarrow x = 3$ hoặc $x = -3$;
• Khi $x = 3$ thì $-(x - 1) \cdot (x + 2) = -10$;
• Khi $x = -3$ thì $-(x - 1) \cdot (x + 2) = -4$.

d) Với $(x - 2) \cdot (x + 3) = 0$ thì $x = 2$ hoặc $x = -3$;

- Khi $x = 2$ thì $(4x - 5) \cdot (x - 7) = -15$;
- Khi $x = -3$ thì $(4x - 5) \cdot (x - 7) = 170$.

53. a) Chẳng hạn là $-18; -9; 0; 9$.

b) $120; 144; 168; 192$.

54. a) $U(-17) = \{-17; -1; 1; 17\}$;

b) $U(49) = \{-49; -7; -1; 1; 7; 49\}$;

c) $U(-100) = \{-100; -50; -25; -20; -10; -5; -4; -2; -1; 1; 2; 4; 5; 10; 20; 25; 50; 100\}$.

55. a) $UCLN(12; 16) = 4$, suy ra $UC(-12; 16) = U(4) = \{-4; -2; -1; 2; 4\}$;

b) $UCLN(15; 18; 20) = 1$ nên $UC(15; -18; -20) = U(1) = \{-1; 1\}$.

56. a) $7 \cdot n$ chia hết cho 3 nên n chia hết cho 3. Vậy $n = 3k$ ($k \in \mathbb{Z}$).

b) -22 chia hết cho n nên $n \in \{-22; -11; -2; -1; 1; 2; 11; 22\}$.

c) -16 chia hết cho $n - 1$ nên $n - 1 \in \{-16; -8; -4; -2; -1; 1; 2; 4; 8; 16\}$.

Vậy $n \in \{-15; -7; -3; -1; 0; 2; 3; 5; 9; 17\}$.

d) $n + 19$ chia hết cho 18 nên $n = 18k - 1$ ($k \in \mathbb{Z}$).

57. $BCNN(15; 20; 30) = 60$.

Suy ra $BC(15; -12; -30) = B(60) = 60k$ ($k \in \mathbb{Z}$).

58. Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và $B = \{-2; -4; -6\}$.

a) $C = \{ab | a \in A, b \in B\}$

$$= \{-2; -4; -6; -8; -10; -12; -16; -18; -20; -24; -30\}.$$

(Chú ý: Các phần tử trong tập hợp phải khác nhau đôi một).

b) Trong các tích trên có 3 tích chia hết cho 5 ứng với $a = 5, b \in B$.

59. $S = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7 + 3^8 + 3^9$

$$= (3 + 3^2 + 3^3) + (3^4 + 3^5 + 3^6) + (3^7 + 3^8 + 3^9)$$

$$= 39 + 3^3 \cdot 39 + 3^6 \cdot 39.$$

Mỗi số hạng của S chia hết cho (-39) nên S chia hết cho (-39) .

60. Nhận thấy:

$$a = 111 \cdot 10^{17} + 111 \cdot 10^{14} + 111 \cdot 10^{11} + 111 \cdot 10^8 + 111 \cdot 10^5 + 111 \cdot 10^2 + 11$$

là tổng của 7 số hạng, trong đó có duy nhất số 11 không chia hết cho 111.

Vậy a không chia hết cho 111.

61. Xét hiệu $5 \cdot (9a + 7b) - 9 \cdot (5a + 2b) = 17b$.

Nhận thấy $17b \vdots 17$ nên:

Nếu $9a + 7b \vdots 17$ thì $9 \cdot (5a + 2b) \vdots 17$, mà $(9, 17) = 1$ nên $5a + 2b \vdots 17$.

Nếu $5a + 2b \vdots 17$ thì $5 \cdot (9a + 7b) \vdots 17$, mà $(5, 17) = 1$ nên $9a + 7b \vdots 17$.

62. a) $2x - 5 = 2(x - 1) - 3$, nên $2x - 5$ chia hết cho $x - 1$ khi và chỉ khi 3 chia hết cho $x - 1$.

Vậy $x - 1 \in \{-3; -1; 1; 3\}$ nên $x \in \{-2; 0; 2; 4\}$.

b) Do $x^2 + 8 = x(x + 2) - 2(x + 2) + 12$ nên $x^2 + 8 \vdots (x + 2) \Leftrightarrow 12 \vdots (x + 2)$.

Vậy $x + 2 \in \{-12; -6; -4; -3; -1; 1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.

Do đó $x \in \{-14; -8; -6; -5; -3; -1; 0; 1; 2; 4; 10\}$.

63. a) Ta có $5 = 5 \cdot 1 = (-1) \cdot (-5)$.

Xảy ra 4 trường hợp sau :

1) $x - 1 = 1$ và $y + 1 = 5 \Leftrightarrow x = 2$ và $y = 4$;

2) $x - 1 = 5$ và $y + 1 = 1 \Leftrightarrow x = 6$ và $y = 0$;

3) $x - 1 = -1$ và $y + 1 = -5 \Leftrightarrow x = 0$ và $y = -6$;

4) $x - 1 = -5$ và $y + 1 = -1 \Leftrightarrow x = -4$ và $y = -2$;

b) $(x; y) = (-8; -1), (1; -10), (8; -3), (-1; 6), (-4; 0), (2; -6),$
 $(4; -4), (-2; -6).$

c) $xy - 2x - 2y = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(y - 2) = 4$.

Tìm được $(x; y) = (3; 6), (6; 3), (1; -2), (-2; 1), (4; 4), (0; 0)$.

64. Từ điều kiện đề bài suy ra $2x + y = 201$.

201 là số lẻ và $2x$ là số chẵn, suy ra y là số lẻ. Khi đó y có dạng :

$$y = 2k + 1, x = 100 - k (k \in \mathbb{Z}).$$

Chẳng hạn, bốn cặp số nguyên (x, y) thoả mãn :

$$(x, y) = (100; 1), (99; 3), (101; -1), (98; 5).$$

65. $U(1001) = \{1001; -1001; 143; -143; 91; -91; 77; -77; 13; -13; 11;$
 $-11; 7; -7; 1; -1\}.$

Ta có $x - 1$ là bội của 15 nên $x - 1 = 15k \Leftrightarrow x + 1 = 15k + 2$ (với $k \in \mathbb{Z}$).

Mà $x + 1$ là ước của 1001 nên kiểm tra thấy $x + 1 = 77 \Leftrightarrow x = 76$ (thoả mãn).

PHÂN SỐ

Chủ đề 1

KHÁI NIỆM PHÂN SỐ. PHÂN SỐ BẰNG NHAU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Người ta gọi $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ là một *phân số*, a là tử số, b là mẫu số.

Số nguyên a có thể viết $\frac{a}{1}$.

2. Hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ gọi là bằng nhau nếu $a \cdot d = b \cdot c$.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

DẠNG 1. Cách viết phân số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Phân số có dạng $\frac{a}{b}$ trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$ và $b \neq 0$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trong các cách viết sau đây, cách nào cho ta phân số :

$$\frac{3}{-11}; \frac{9,1}{3}; \frac{0}{13}; \frac{45}{0}; \frac{2,3}{-4,5}.$$

Lời giải

Tử và mẫu của phân số phải là số nguyên nên trong các cách viết trên thì chỉ có $\frac{3}{-11}; \frac{0}{13}$ là phân số.

Ví dụ 2.

- 1) Viết ba phân số có tử dương, mẫu âm ;
- 2) Viết ba phân số có tử âm, mẫu âm ;
- 3) Viết số nguyên -5 dưới dạng phân số.

Lời giải

1) Phân số có tử dương, mẫu âm. Đòi hỏi tử là số nguyên dương, mẫu là số nguyên âm, chẳng hạn là : $\frac{2}{-3}$; $\frac{1}{-2}$; $\frac{3}{-5}$.

2) Phân số có tử âm, mẫu âm thì tử và mẫu đều là số nguyên âm.

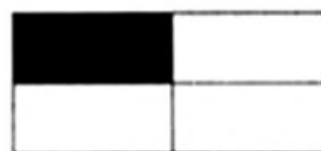
Chẳng hạn là : $\frac{-1}{-3}$; $\frac{-2}{-5}$; $\frac{-5}{-7}$.

3) Viết số nguyên -5 dưới dạng phân số : $\frac{-5}{1}$ hoặc $\frac{-10}{2}$ hoặc $\frac{-5k}{k}$ ($k \in \mathbb{Z}$ và $k \neq 0$).

Ví dụ 3. Ta biểu diễn $\frac{1}{4}$ hình chữ nhật bằng cách chia hình chữ nhật thành 4 phần bằng nhau rồi tô màu một phần. Phần tô màu chính là $\frac{1}{4}$ hình chữ nhật đó (hình 1).

Theo cách đó, hãy biểu diễn

- 1) $\frac{2}{9}$ của hình chữ nhật đó;
- 2) $\frac{5}{12}$ của hình chữ nhật đó.

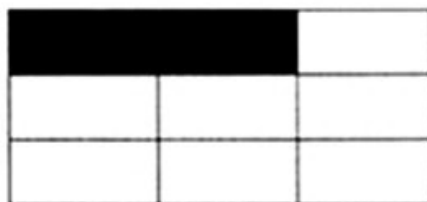


$\frac{1}{4}$ hình chữ nhật

Hình 1

Lời giải

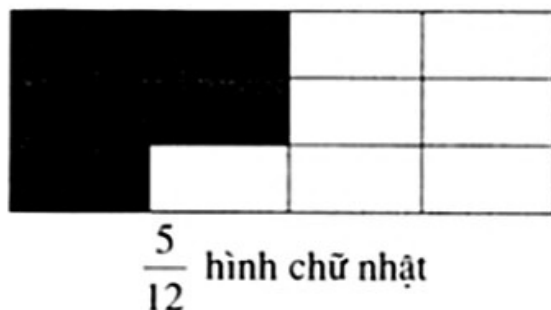
1) Chia hình chữ nhật thành 9 phần bằng nhau rồi tô màu hai phần. Phần tô màu chính là $\frac{2}{9}$ hình chữ nhật đó (hình 2).



$\frac{2}{9}$ hình chữ nhật

Hình 2

2) Chia hình chữ nhật thành 12 phần bằng nhau rồi tô màu 5 phần. Phần tô màu chính là $\frac{5}{12}$ hình chữ nhật đó (hình 3).



Hình 3

III. BÀI TẬP

1. Trong các cách viết sau đây, cách nào cho ta phân số :

$$\frac{-53}{11}; \frac{2}{3}; \frac{-9,1}{3}; \frac{0}{-145}; \frac{42}{0}; \frac{-2,5}{-4,6}.$$

2. Viết ba phân số có :

a) Tử dương, mẫu dương ;

b) Tử âm, mẫu âm ;

c) Tử âm, mẫu dương ;

d) Tử dương, mẫu âm.

3. Viết các phép chia sau dưới dạng phân số có mẫu dương :

$$23 : 45; \quad -5 : 12; \quad 24 : (-23); \quad (-24) : (-47).$$

4. Viết các phân số sau dưới dạng phép chia có số bị chia là số dương :

$$\frac{37}{57}; \frac{13}{-17}; \frac{-4}{25}; \frac{-201}{-317}; \frac{0}{14}.$$

5. Hãy vẽ hình minh họa :

a) $\frac{1}{6}$ đường tròn ;

b) $\frac{9}{16}$ hình vuông.

6. Viết các phân số sau :

a) Âm năm phần mười sáu ;

b) Mười hai phần âm mười bảy ;

c) Sáu phần mười ba ;

d) Âm bảy phần âm mười tám.

DẠNG 2. Xác định hai phân số bằng nhau

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Để xác định hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ có bằng nhau hay không ta làm như sau :
 - Tính hai tích $a \cdot d$ và $b \cdot c$.
 - Nếu $a \cdot d = b \cdot c$ thì hai phân số đó bằng nhau.
 - Nếu $a \cdot d \neq b \cdot c$ thì hai phân số đó không bằng nhau.

- Ngược lại, từ tích $a \cdot d = b \cdot c$, ta có thể viết được các cặp phân số bằng nhau là :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a}; \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}.$$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Các cặp phân số sau có bằng nhau không ? Vì sao ?

1) $\frac{-6}{15}$ và $\frac{2}{-3}$;

2) $\frac{6}{7}$ và $\frac{-6}{-7}$;

3) $\frac{5}{7}$ và $\frac{7}{5}$;

4) $\frac{1}{3}$ và $\frac{-3}{9}$.

Lời giải

1) $\frac{-6}{15} \neq \frac{2}{-3}$ vì $(-6) \cdot (-3) \neq 15 \cdot 2$;

2) $\frac{6}{7} = \frac{-6}{-7}$ vì $6 \cdot (-7) = 7 \cdot (-6) = -42$;

3) $\frac{5}{7} \neq \frac{7}{5}$ vì $5 \cdot 5 \neq 7 \cdot 7$;

4) $\frac{1}{3} \neq \frac{-3}{9}$ vì $1 \cdot 9 \neq 3 \cdot (-3)$.

Ví dụ 2. Tìm các số nguyên x và y để các cặp phân số sau đây bằng nhau :

1) $\frac{x}{5}$ và $\frac{-12}{10}$;

2) $\frac{-5}{2}$ và $\frac{10}{-y}$;

3) $\frac{x}{5}$ và $\frac{y}{-6}$;

4) $\frac{-x}{y}$ và $\frac{x+1}{-y+1}$.

Lời giải

1) $\frac{x}{5} = \frac{-12}{10} \Leftrightarrow 10 \cdot x = 5 \cdot (-12) \Leftrightarrow x = -6$;

2) $\frac{-5}{2} = \frac{10}{-y} \Leftrightarrow (-5) \cdot (-y) = 2 \cdot 10 \Leftrightarrow 5 \cdot y = 20 \Leftrightarrow y = 4$;

3) $\frac{x}{5} = \frac{y}{-6} \Leftrightarrow (-6) \cdot x = 5 \cdot y \Leftrightarrow x = 5k, y = (-6)k$, với k là số nguyên tùy ý ;

$$4) \frac{-x}{y} = \frac{x+1}{-y+1} \Leftrightarrow (-x) \cdot (-y+1) = y \cdot (x+1)$$

$$\Leftrightarrow xy - x = xy + y \Leftrightarrow -x = y.$$

Vậy $x = -k$, $y = k$ với k là số nguyên khác 0 và 1.

Ví dụ 3. Từ năm số nguyên 2, -6, 3, -9, 27, hãy lập các cặp phân số bằng nhau với tử và mẫu là các số trên.

Lời giải

Từ năm số nguyên 2, -6, 3, -9, 27, ta lập được đẳng thức $(-6) \cdot 3 = 2 \cdot (-9)$.

Do đó có thể lập được bốn cặp phân số bằng nhau như sau:

$$\frac{-6}{2} \text{ và } \frac{-9}{3}; \quad \frac{-6}{-9} \text{ và } \frac{2}{3}; \quad \frac{3}{-9} \text{ và } \frac{2}{-6}; \quad \frac{3}{2} \text{ và } \frac{-9}{-6}.$$

Ví dụ 4. Cho hai số nguyên x, y (với $x \neq 0$). Chứng tỏ các cặp phân số sau đây bằng nhau :

$$1) \frac{y}{x} \text{ và } \frac{-y}{-x};$$

$$2) \frac{y}{-x} \text{ và } \frac{-y}{x}.$$

Lời giải

$$1) \text{ Ta có : } y \cdot (-x) = x \cdot (-y) \text{ nên } \frac{y}{x} = \frac{-y}{-x}.$$

$$2) \text{ Ta có : } y \cdot x = (-x) \cdot (-y) \text{ nên } \frac{y}{-x} = \frac{-y}{x}.$$

III. BÀI TẬP

7. Các cặp phân số sau có bằng nhau không ? Vì sao ?

$$a) \frac{-5}{7} \text{ và } \frac{10}{-14};$$

$$b) \frac{5}{-6} \text{ và } \frac{5}{6};$$

$$c) \frac{5}{8} \text{ và } \frac{-25}{-40};$$

$$d) \frac{7n}{8n} \text{ và } \frac{-7}{8} \text{ (} n \neq 0 \text{)}.$$

8. Tìm các số nguyên x và y để các cặp phân số sau đây bằng nhau :

$$a) \frac{-x}{12} \text{ và } \frac{1}{-6};$$

$$b) \frac{-3}{y} \text{ và } \frac{6}{-14};$$

$$c) \frac{67}{5} \text{ và } \frac{-67}{y};$$

$$d) \frac{2x}{-9} \text{ và } \frac{10}{81}.$$

9. Cho đẳng thức $4 \cdot (-7) = (-2) \cdot 14$, hãy lập các cặp phân số bằng nhau :
- Có mẫu đều dương ;
 - Có mẫu đều âm ;
 - Một mẫu dương, một mẫu âm.
10. a) Hãy viết mỗi phân số sau đây thành một phân số bằng nó và có mẫu dương :
- $$\frac{1}{-3}; \frac{-5}{-20}; \frac{7}{-10}; \frac{-8}{-27}.$$
- b) Hãy viết mỗi phân số sau đây thành một phân số bằng nó và có mẫu âm :
- $$\frac{1}{4}; \frac{-5}{7}; \frac{0}{5}; \frac{-1000}{1}.$$
11. Cho hai số nguyên a, b ($b \neq 0$). Chứng tỏ rằng các cặp phân số sau đây bằng nhau :
- $\frac{a}{b}$ và $\frac{2a}{2b}$;
 - $\frac{a+1}{b}$ và $\frac{-a-1}{-b}$.
12. Cho hai số nguyên a, b ($b \neq 0, b \neq -2$ và $a \neq b$). Chứng tỏ rằng các cặp phân số sau đây không bằng nhau :
- $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+1}{b}$;
 - $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+2}{b+2}$.
13. Trong các phân số sau đây, hãy tìm phân số khác với các phân số còn lại:
- $\frac{25}{40}; \frac{5}{8}; \frac{-5}{-8}$ và $\frac{-2}{14}$;
 - $\frac{-3}{7}; \frac{6}{-14}; \frac{-9}{-21}$ và $\frac{12}{-28}$.

Chủ đề 2

CÁC TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN SỐ VÀ ỨNG DỤNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tính chất cơ bản của phân số

Nếu ta nhân cả tử số và mẫu của một phân số với cùng một số nguyên khác 0 thì ta được một phân số bằng phân số đã cho.

Nếu ta chia cả tử số và mẫu số của một phân số với cùng ước chung của chúng thì ta được một phân số bằng phân số đã cho.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m} \text{ với } m \in \mathbb{Z}, m \neq 0; \quad \frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n} \text{ với } n \in \text{ƯC}(a; b).$$

2. Rút gọn phân số

- Muốn rút gọn một phân số, ta chia cả tử và mẫu của phân số cho một ước số chung (khác 1 và -1) của chúng.
- Phân số $\frac{a}{b}$ tối giản nếu ƯCLN $(|a|; |b|) = 1$.

3. Các bước quy đồng mẫu nhiều phân số

Bước 1. Tìm bội chung của các mẫu (thường là BCNN) để làm mẫu chung.

Bước 2. Tìm thừa số phụ của mỗi mẫu (bằng cách chia mẫu chung cho từng mẫu).

Bước 3. Nhân tử và mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng.

4. So sánh phân số

- Trong hai phân số cùng mẫu dương, phân số nào có tử lớn hơn thì lớn hơn.
- Để so sánh hai phân số không cùng mẫu, ta quy đồng mẫu số dương rồi so sánh các tử với nhau: Phân số nào có tử lớn hơn thì lớn hơn.

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{b} \Leftrightarrow a > c \quad (b \in \mathbb{N}^*).$$

B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

DẠNG 1. Rút gọn phân số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Rút gọn một phân số là viết phân số bằng nó nhưng tử và mẫu có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn phân số đã cho.

Để rút gọn phân số $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) thành phân số tối giản :

Bước 1. Tìm ƯCLN $(|a|; |b|) = d$.

Bước 2. Chia cả tử và mẫu cho d .

Khi nói rút gọn phân số, ta thường hiểu là viết phân số tối giản bằng phân số đã cho.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Rút gọn các phân số sau :

$$\text{a) } \frac{-6}{14}; \quad \text{b) } \frac{33}{-55}; \quad \text{c) } \frac{15}{35}; \quad \text{d) } \frac{-48}{-12}.$$

Lời giải

a) ƯCLN (6 ; 14) = 2 nên $\frac{-6}{14} = \frac{(-6):2}{14:2} = \frac{-3}{7}$;

b) ƯCLN (33 ; 55) = 11 nên $\frac{33}{-55} = \frac{33:11}{(-55):11} = \frac{3}{-5}$;

c) ƯCLN (15 ; 25) = 5 nên $\frac{15}{35} = \frac{15:5}{35:5} = \frac{3}{7}$;

d) ƯCLN (48 ; 12) = 12 nên $\frac{-48}{-12} = \frac{(-48):12}{(-12):12} = \frac{-4}{-1} = 4$.

Ví dụ 2. Rút gọn các phân số sau :

a) $\frac{121212}{313131}$; b) $\frac{(-3) \cdot 5 \cdot (-7)}{6 \cdot 7 \cdot 10}$; c) $\frac{(-7) \cdot 3 + 4 \cdot (-6)}{(-5) \cdot 3 + 2 \cdot 3}$.

Lời giải

a) $\frac{121212}{313131} = \frac{10101 \cdot 12}{10101 \cdot 31} = \frac{12}{31}$;

b) $\frac{(-3) \cdot 5 \cdot (-7)}{6 \cdot 7 \cdot 10} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{1}{4}$;

c) $\frac{(-7) \cdot 3 + 4 \cdot (-6)}{(-5) \cdot 3 + 2 \cdot 3} = \frac{-21 + (-24)}{-15 + 6} = \frac{-45}{-9} = 5$.

Ví dụ 3. Tìm phân số có giá trị bằng $\frac{198}{234}$, biết rằng tổng tử số và mẫu số của phân số đó bằng -72.

Lời giải

Rút gọn phân số : $\frac{198}{234} = \frac{198:18}{234:18} = \frac{11}{13}$.

Gọi tử và mẫu của phân số cần tìm lần lượt là a và b. Ta có

$$\frac{a}{b} = \frac{11}{13} \text{ và } a + b = -72.$$

Suy ra $a = 11k$, $b = 13k$ và $11k + 13k = -72$ nên $k = -3$.

Vậy $a = 11 \cdot (-3) = -33$, $b = 13 \cdot (-3) = -39$.

Ta được phân số $\frac{-33}{-39}$.

III. BÀI TẬP

14. Rút gọn các phân số sau :

a) $\frac{36}{-48}$; b) $\frac{-15}{50}$; c) $\frac{-18}{-81}$; d) $\frac{145}{215}$.

15. Rút gọn các phân số sau thành phân số có mẫu dương nhỏ nhất :

a) $\frac{25}{75}$; b) $\frac{-35}{80}$; c) $\frac{14}{-70}$; d) $\frac{-134}{-178}$.

16. Chứng tỏ các phân số sau đây bằng nhau :

a) $\frac{17}{23}$; $\frac{1717}{2323}$; $\frac{-171717}{-232323}$; b) $\frac{-12}{132}$; $\frac{7}{-77}$ và $\frac{-9}{99}$.

17. Tìm phân số có giá trị bằng phân số $\frac{5}{6}$, biết rằng tổng của tử và mẫu bằng 88.

18. Tìm phân số có giá trị bằng $\frac{-36}{42}$, biết rằng hiệu giữa tử và mẫu bằng 52.

DẠNG 2. Quy đồng mẫu số nhiều phân số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để quy đồng mẫu nhiều phân số ta nên : rút gọn phân số, chuyển về các phân số có mẫu dương, sau đó thực hiện quy tắc theo ba bước đã biết.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Quy đồng mẫu các phân số sau :

a) $\frac{1}{5}$ và $\frac{8}{9}$; b) $\frac{36}{42}$ và $\frac{-12}{84}$;
c) $\frac{-11}{30}$ và $\frac{17}{-40}$; d) $\frac{-21}{-49}$ và $\frac{46}{-74}$.

Lời giải

a) BCNN(5 ; 9) = 45 ;

Vậy : $\frac{1}{5} = \frac{9}{45}$ và $\frac{8}{9} = \frac{40}{45}$.

b) Ta có $\frac{36}{42} = \frac{6 \cdot 6}{6 \cdot 7} = \frac{6}{7}$ và $\frac{-12}{84} = \frac{-3 \cdot 4}{3 \cdot 7 \cdot 4} = \frac{-1}{7}$.

Như vậy chỉ cần rút gọn phân số, ta được kết quả.

$$c) \frac{-11}{30} = \frac{-44}{120} \text{ và } \frac{17}{-40} = \frac{-51}{120}.$$

$$d) \text{ Ta có } \frac{-21}{-49} = \frac{-7 \cdot 3}{-7 \cdot 7} = \frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 37}{7 \cdot 37} = \frac{111}{259}$$

$$\text{và } \frac{46}{-74} = \frac{23 \cdot 2}{-37 \cdot 2} = \frac{-23}{37} = \frac{-23 \cdot 7}{37 \cdot 7} = \frac{-161}{259}.$$

$$MSC = 37 \cdot 7 = 259.$$

Ví dụ 2. Quy đồng mẫu các phân số sau :

$$a) \frac{-15}{50}, \frac{9}{10} \text{ và } \frac{26}{-30};$$

$$b) \frac{7}{-10}, \frac{-5}{-15} \text{ và } \frac{3}{17}.$$

Lời giải

Đối với phân số chưa tối giản ta nên rút gọn trước rồi mới quy đồng mẫu dương

$$a) \frac{-15}{50} = \frac{-3 \cdot 5}{10 \cdot 5} = \frac{-3}{10} = \frac{-3 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{-9}{30}, \frac{9}{10} = \frac{9 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{27}{30} \text{ và } \frac{26}{-30} = \frac{-26}{30}$$

(MSC = 30).

$$b) \text{ Ta có } \frac{-5}{-15} = \frac{1}{3}. \text{ Chọn } MSC = BCNN(10; 3; 17) = 510.$$

$$\frac{-7}{10} = \frac{-7 \cdot 51}{10 \cdot 51} = \frac{-357}{510}; \quad \frac{3}{17} = \frac{3 \cdot 30}{17 \cdot 30} = \frac{90}{510}; \quad \frac{-5}{-15} = \frac{1}{3} = \frac{170}{510}.$$

Ví dụ 3. Quy đồng mẫu các phân số sau :

$$a) \frac{7}{2^3 \cdot 3 \cdot 5} \text{ và } \frac{9}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 10};$$

$$b) \frac{5^2 + 7}{-7 + 9 \cdot 5} \text{ và } \frac{3^4 - 8}{-4 + 3^2}.$$

Lời giải

$$a) \text{ Rút gọn phân số: } \frac{9}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 10} = \frac{3}{2^3 \cdot 3 \cdot 5}. \text{ MSC} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5.$$

$$b) \frac{5^2 + 7}{-7 + 9 \cdot 5} = \frac{32}{38} = \frac{16}{19} = \frac{16 \cdot 5}{19 \cdot 5} = \frac{80}{95}$$

$$\text{và } \frac{3^4 - 8}{-4 + 3^2} = \frac{73}{-5} = \frac{-73}{5} = \frac{-73 \cdot 19}{5 \cdot 19} = \frac{-1387}{95}. \text{ MSC} = 19 \cdot 5 = 95.$$



Nhận xét :

Đối với phân số ở tử và mẫu mới rút gọn được ngay, còn dưới dạng tổng hoặc hiệu thì phải tính đến kết quả rồi mới rút gọn được trước khi quy đồng mẫu.

III. BÀI TẬP

19. Quy đồng mẫu các phân số sau :

a) $\frac{5}{7}$ và $\frac{9}{11}$;

b) $\frac{33}{143}$ và $\frac{-12}{36}$;

c) $\frac{-12}{30}$ và $\frac{18}{-40}$;

d) $\frac{-24}{-72}$ và $\frac{39}{-65}$.

20. Quy đồng mẫu các phân số sau :

a) $\frac{-12}{81}$; $\frac{36}{64}$ và $\frac{25}{-30}$;

b) $\frac{14}{-18}$; $\frac{-6}{-18}$ và $\frac{-4}{10}$.

21. Quy đồng mẫu các phân số sau :

a) $\frac{8}{2^3 \cdot 25}$ và $\frac{10}{2^2 \cdot 5^2 \cdot 7}$;

b) $\frac{6^2 - 8}{-12 + 4^2}$ và $\frac{15 - 3^4}{-27 + 3^2}$.

22. Hãy điền đầy đủ các phân số vào ô trống dựa vào quy luật ở hàng thứ nhất :

$\frac{1}{3}$	$\frac{-2}{-6}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{-4}{-12}$
	$\frac{-4}{6}$		
		$\frac{3}{15}$	
			$\frac{-8}{20}$

DẠNG 3. So sánh phân số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để so sánh hai phân số ta có thể làm theo những cách sau :

- Đưa hai phân số về cùng mẫu dương rồi so sánh tử. Phân số nào có tử lớn hơn thì lớn hơn.
- Đối với hai phân số dương, đưa hai phân số về cùng tử dương rồi so sánh mẫu. Phân số nào có mẫu lớn hơn thì nhỏ hơn.
- So sánh qua số thứ ba (tính chất bắc cầu) : $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ và $\frac{c}{d} < \frac{e}{g}$ thì $\frac{a}{b} < \frac{e}{g}$.

- Áp dụng tính chất $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}, b, d > 0$) $\Leftrightarrow ad < bc$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. So sánh các cặp phân số sau :

a) $\frac{3}{-13}$ và $\frac{4}{-13}$; b) $\frac{12}{24}$ và $\frac{15}{42}$; c) $\frac{-14}{25}$ và $\frac{56}{-75}$.

Lời giải

Quy đồng mẫu số dương rồi so sánh tử, ta có

a) $\frac{3}{-13} = \frac{-3}{13}$ và $\frac{4}{-13} = \frac{-4}{13}$ nên $\frac{3}{-13} > \frac{4}{-13}$;

b) $\frac{12}{24} = \frac{1}{2} = \frac{7}{14}$ và $\frac{15}{42} = \frac{5}{14}$ nên $\frac{12}{24} > \frac{15}{42}$;

c) $\frac{-14}{25} = \frac{-42}{75}$ và $\frac{56}{-75} = \frac{-56}{75}$ nên $\frac{-14}{25} > \frac{56}{-75}$.

Ví dụ 2. Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự tăng dần :

$$\frac{3}{4} ; \frac{5}{6} ; \frac{-6}{7} ; \frac{-8}{9} ; \frac{9}{-81}.$$

Lời giải

Trong một dãy phân số, để sắp xếp theo thứ tự tăng dần ta nên so sánh các phân số âm với nhau, các phân số dương với nhau, phân số dương luôn lớn hơn phân số âm.

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} ; \frac{5}{6} = \frac{10}{12} \text{ nên } 0 < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}.$$

$$\frac{-6}{7} = \frac{-54}{63} ; \frac{-8}{9} = \frac{-56}{63} ; \frac{9}{-81} = \frac{-1}{9} = \frac{-7}{63} \text{ nên } \frac{-8}{9} < \frac{-6}{7} < \frac{9}{-81} < 0.$$

Từ đó ta sắp xếp các phân số theo thứ tự tăng dần như sau :

$$\frac{-8}{9} ; \frac{-6}{7} ; \frac{9}{-81} ; \frac{3}{4} ; \frac{5}{6}.$$

Ví dụ 3.

a) So sánh các phân số sau với 0 :

$$\frac{1}{11} ; \frac{-7}{13} ; \frac{15}{-17} ; \frac{-23}{-14}.$$

b) So sánh các phân số sau với 1 :

$$\frac{13}{15}; \frac{9}{7}; \frac{-15}{-17}; \frac{-16}{-13}; \frac{-2001}{2000}; \frac{1999}{-2000}.$$

c) So sánh các phân số sau với -1 :

$$\frac{-13}{15}; \frac{9}{-7}; \frac{-13}{-17}; \frac{15}{13}; \frac{-2002}{1999}; \frac{1999}{-2002}.$$

Lời giải

a) Có hai phân số lớn hơn 0 là : $\frac{1}{11}; \frac{-23}{-14}$;

Hai phân số nhỏ hơn 0 là : $\frac{-7}{13}; \frac{15}{-17}$.

☞ **Nhận xét :**

- Phân số có tử và mẫu là hai số nguyên cùng dấu thì lớn hơn 0.
- Phân số có tử và mẫu là hai số nguyên khác dấu thì nhỏ hơn 0.

$$b) \frac{13}{15} < \frac{15}{15} = 1; \frac{9}{7} > \frac{7}{7} = 1; \frac{-15}{-17} = \frac{15}{17} < \frac{17}{17} = 1;$$

$$\frac{-16}{-13} = \frac{16}{13} > \frac{13}{13} = 1; \frac{-2001}{2000} < 0 < 1; \frac{1999}{-2000} < 0 < 1.$$

☞ **Nhận xét :**

Đối với phân số có tử và mẫu nguyên dương : Nếu tử lớn hơn mẫu thì phân số đó lớn hơn 1, nếu tử nhỏ hơn mẫu thì phân số đó nhỏ hơn 1.

$$c) \frac{-13}{15} > \frac{-15}{15} = -1; \frac{9}{-7} = \frac{-9}{7} < \frac{-7}{7} = -1; \frac{-13}{-17} > 0 > -1; \frac{15}{13} > 0 > -1;$$

$$\frac{-2002}{1999} < \frac{-1999}{1999} = -1; \frac{1999}{-2002} = \frac{-1999}{2002} > \frac{-2002}{2002} = -1.$$

☞ **Nhận xét :**

Đối với phân số có tử nguyên âm và mẫu nguyên dương : Nếu giá trị tuyệt đối của tử lớn hơn mẫu thì phân số đó nhỏ hơn -1, nếu giá trị của tử nhỏ hơn mẫu thì phân số đó lớn hơn -1.

Ví dụ 4*. Tìm phân số có tử bằng 4, biết rằng phân số đó lớn hơn $\frac{13}{17}$ và

nhỏ hơn $\frac{13}{15}$.

Lời giải

Gọi mẫu của phân số cần tìm là x , ta có : $\frac{13}{17} < \frac{4}{x} < \frac{13}{15}$.

Quy đồng tử số : $\frac{52}{68} < \frac{52}{13x} < \frac{52}{60} \Leftrightarrow 60 < 13x < 68 \Rightarrow 13x = 65 \Leftrightarrow x = 5$.

Vậy phân số cần tìm là $\frac{4}{5}$.

III. BÀI TẬP

23. So sánh các cặp phân số sau :

a) $\frac{-11}{14}$ và $\frac{5}{-11}$; b) $\frac{14}{26}$ và $\frac{25}{45}$; c) $\frac{-18}{28}$ và $\frac{58}{-78}$.

24. Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự giảm dần :

$$\frac{5}{4} ; \frac{8}{7} ; \frac{11}{10} ; \frac{-13}{15} ; \frac{22}{-77}.$$

25. Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự tăng dần :

$$\frac{20}{21} ; \frac{-5}{4} ; \frac{-15}{14} ; \frac{43}{-35} ; \frac{-32}{43} ; \frac{-8}{-5}.$$

26. a) So sánh hai phân số $\frac{13}{15}$ và $\frac{19}{22}$.

b) Viết ba phân số nằm giữa hai phân số trên.

c) Từ đó suy ra cách viết ba phân số nằm giữa hai phân số $\frac{-13}{15}$ và $\frac{-19}{22}$.

27. Tìm các phân số có tử bằng 5, biết rằng phân số đó nhỏ hơn $\frac{-13}{17}$ và lớn hơn $\frac{-18}{19}$.

28. So sánh hai phân số :

$$A = \frac{100^{90} + 1}{100^{80} + 1} \text{ và } B = \frac{100^{89} + 1}{100^{79} + 1}.$$

29. Không cần quy đồng mẫu (hoặc tử), hãy so sánh :

a) $\frac{4}{9}$ và $\frac{1}{2}$; b) $\frac{5}{8}$ và $\frac{7}{12}$;

c) $\frac{-5}{8}$ và $\frac{17}{-18}$; d) $\frac{8}{-15}$ và $\frac{-2}{3}$.

30. Cho phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh rằng :

a) Nếu $\frac{a}{b} < 1$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n}$ với $n \in \mathbb{N}^*$;

b) Nếu $\frac{a}{b} > 1$ thì $\frac{a}{b} > \frac{a+n}{b+n}$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Chủ đề 3

PHÉP CỘNG PHÂN SỐ.

TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÉP CỘNG PHÂN SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. *Phép cộng phân số*

– Muốn cộng hai phân số cùng mẫu, ta cộng các tử và giữ nguyên mẫu

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}.$$

– Muốn cộng hai phân số không cùng mẫu, ta quy đồng mẫu các số hạng rồi thực hiện phép cộng hai phân số cùng mẫu.

2. *Tính chất cơ bản của phép cộng phân số*

– Tính chất giao hoán : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}.$

– Tính chất kết hợp : $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{p}{q} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{p}{q}\right).$

– Cộng với 0 : $\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}.$

B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

DẠNG 1. *Thực hiện phép cộng hai phân số*

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Vận dụng quy tắc cộng hai phân số đã biết.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cộng các phân số sau :

a) $\frac{3}{8} + \frac{5}{-8}$;

b) $\frac{-3}{7} + \frac{5}{-7}$;

c) $\frac{5}{15} + \frac{-8}{24}$.

Lời giải

Chuyển hai phân số về cùng mẫu rồi cộng tử, giữ nguyên mẫu :

a) $\frac{3}{8} + \frac{5}{-8} = \frac{3}{8} + \frac{-5}{8} = \frac{3+(-5)}{8} = \frac{-2}{8} = \frac{-1}{4}$;

b) $\frac{-3}{7} + \frac{5}{-7} = \frac{-3}{7} + \frac{5}{-7} = \frac{(-3)+(-5)}{7} = \frac{-8}{7}$;

c) $\frac{5}{15} + \frac{-8}{24} = \frac{1}{3} + \frac{-1}{3} = 0$.

Ví dụ 2. Tính các tổng sau :

a) $\frac{7}{21} + \frac{8}{-40}$;

b) $\frac{-12}{36} + \frac{-24}{40}$;

c) $-3 + \frac{10}{15}$.

Lời giải

a) $\frac{7}{21} + \frac{8}{-40} = \frac{1}{3} + \frac{-1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{-3}{15} = \frac{2}{15}$;

b) $\frac{-12}{36} + \frac{-24}{40} = \frac{-1}{3} + \frac{-3}{5} = \frac{-5}{15} + \frac{-9}{15} = \frac{-14}{15}$;

c) $-3 + \frac{10}{15} = -3 + \frac{2}{3} = \frac{-9}{3} + \frac{2}{3} = \frac{-7}{3}$.

Nhận xét :

Nếu các phân số trong tổng chưa tối giản, ta nên rút gọn trước khi quy đồng mẫu để cho phép tính đỡ phức tạp hơn.

Ví dụ 3. Có 7 quả cam chia đều cho 12 người. Làm cách nào để không phải cắt quả cam nào thành 12 phần ?

Lời giải

Với 7 quả cam chia đều cho 12 người thì mỗi người sẽ được $\frac{7}{12}$ quả cam,

nhận thấy $\frac{7}{12} = \frac{3+4}{12} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$.

Mỗi người sẽ được $\frac{1}{4}$ và $\frac{1}{3}$ quả cam. Vậy :

Ta cắt 3 quả cam, mỗi quả thành 4 phần bằng nhau ; cắt 4 quả cam còn lại, mỗi quả thành 3 phần bằng nhau.

Ví dụ 4. Điền dấu thích hợp ($<$, $>$, $=$) vào ô vuông :

a) $\frac{-4}{5} + \frac{-6}{7} \square -1$;

b) $\frac{1}{8} + \frac{-5}{7} \square \frac{1}{5} + \frac{-4}{7}$;

c) $\frac{-10}{22} + \frac{-8}{22} \square \frac{-9}{11}$.

Lời giải

a) Thực hiện phép tính : $\frac{-4}{5} + \frac{-6}{7} = \frac{-28}{35} + \frac{-30}{35} = \frac{-58}{35} < \frac{-35}{35} = -1$.

Vậy $\frac{-4}{5} + \frac{-6}{7} \square -1$.

b) $\frac{1}{8} + \frac{-5}{7} = \frac{7}{56} + \frac{-40}{56} = \frac{-33}{56}$; $\frac{1}{5} + \frac{-4}{7} = \frac{7}{35} + \frac{-20}{35} = \frac{-13}{35}$.

Do $(-33) \cdot 35 < 56 \cdot (-13)$ nên $\frac{-33}{56} < \frac{-13}{35}$.

Vậy $\frac{1}{8} + \frac{-5}{7} \square \frac{1}{5} + \frac{-4}{7}$.

c) $\frac{-10}{22} + \frac{-8}{22} = \frac{-18}{22} = \frac{-9}{11}$. Vậy $\frac{-10}{22} + \frac{-8}{22} \square \frac{-9}{11}$.

III. BÀI TẬP

31. Cộng các phân số sau :

a) $\frac{6}{17} + \frac{3}{-17}$;

b) $\frac{-7}{18} + \frac{11}{-18}$;

c) $\frac{1}{-5} + \frac{9}{-5}$.

32. Tính các tổng sau :

a) $\frac{-4}{12} + \frac{6}{7}$;

b) $\frac{7}{12} + \frac{13}{32}$;

c) $\frac{-18}{24} + \frac{25}{30}$.

33. Điền dấu thích hợp ($<$, $>$, $=$) vào ô vuông :

a) $\frac{-5}{7} + \frac{-6}{8} \square \frac{-1}{3}$;

b) $\frac{1}{6} + \frac{-10}{15} \square \frac{1}{5} + \frac{-12}{36}$;

c) $\frac{-8}{15} + \frac{7}{14} \square -1$;

d) $\frac{14}{20} + \frac{4}{-5} \square \frac{-1}{10}$.

34. Viết $\frac{1}{6}$ thành tổng của hai phân số có tử số bằng 1 và mẫu số khác nhau.

35. Tìm số nguyên x, biết :

a) $\frac{2}{5} + \frac{-3}{7} = \frac{x}{70}$;

b) $\frac{5}{6} + \frac{-19}{30} = \frac{1}{x}$.

DẠNG 2. Thực hiện phép cộng nhiều hơn hai phân số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để tính tổng ba phân số trở lên, ta nên vận dụng tính chất giao hoán, kết hợp của phép cộng một cách linh hoạt để tính nhanh.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tính tổng $A = \frac{-2}{15} + \frac{12}{13} + \frac{-13}{15} + \frac{-1}{13}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{-2}{15} + \frac{12}{13} + \frac{-13}{15} + \frac{-1}{13} \text{ (tính chất giao hoán)} \\ &= \left(\frac{-2}{15} + \frac{-13}{15} \right) + \left(\frac{12}{13} + \frac{-1}{13} \right) \text{ (tính chất kết hợp)} \\ &= -1 + \frac{11}{13} = \frac{-13}{13} + \frac{11}{13} = \frac{-2}{13}. \end{aligned}$$

Ví dụ 2. Tính nhanh giá trị của biểu thức :

a) $A = \frac{-6}{13} + \left(1 + \frac{-7}{13} \right)$;

b) $B = \frac{5}{17} + \frac{-9}{15} + \frac{-2}{17} + \frac{2}{-5}$.

Lời giải

a) $A = \frac{-6}{13} + \frac{-7}{13} + 1 = \left(\frac{-6}{13} + \frac{-7}{13} \right) + 1 = -1 + 1 = 0.$

b) $B = \frac{5}{17} + \frac{-2}{17} + \frac{-3}{5} + \frac{-2}{5} = \left(\frac{5}{17} + \frac{-2}{17} \right) + \left(\frac{-3}{5} + \frac{-2}{5} \right)$
 $= \frac{3}{17} + (-1) = \frac{3}{17} + \frac{-17}{17} = \frac{-14}{17}.$

Ví dụ 3. Cho bảy số : $\frac{-1}{12}$; $\frac{-1}{4}$; $\frac{-1}{3}$; 0 ; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{12}$. Hãy tìm tất cả các bộ ba số trên đây sao cho tổng của chúng bằng 0.

Lời giải

Trường hợp có một số 0, thì hai số còn lại phải là hai số đối nhau, ta có

$$\frac{-1}{12} + 0 + \frac{1}{12} = 0; \quad \frac{-1}{4} + \frac{1}{4} + 0 = 0; \quad \frac{-1}{3} + \frac{1}{3} + 0 = 0$$

Trường hợp trong tổng không có số nào là 0, ta có

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{-1}{3} = 0; \quad \frac{-1}{4} + \frac{-1}{12} + \frac{1}{3} = 0.$$

III. BÀI TẬP

36. Tính tổng :

a) $12 + \frac{3}{5} + \frac{17}{24} + \frac{7}{5}$;

b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{-5}{3} + \frac{3}{5} + 1$.

37. Tính nhanh giá trị của biểu thức :

a) $A = \frac{124}{125} + \left(\frac{-18}{15} + \frac{1}{125} \right) + \frac{3}{15}$;

b) $B = \left(\frac{1}{9} - \frac{5}{17} \right) + \frac{3}{6} + \left(\frac{-12}{17} + \frac{-1}{2} \right) + \frac{5}{9}$.

38. a) Chứng minh rằng : $\frac{1}{a(a+1)} = \frac{1}{a} + \frac{-1}{a+1}$ ($a \in \mathbb{N}^*$) ;

b) Hãy tính : $C = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{999 \cdot 1000}$.

39. Hãy viết phân số $\frac{7}{8}$ thành tổng của ba phân số có :

a) Tử số bằng 1 ;

b) Tử số bằng -1.

40. Điền nhanh số vào ô trống trong bảng sau và giải thích cách làm :

+	$\frac{-5}{7}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{-8}$
$\frac{-5}{7}$			
$\frac{3}{5}$			
$\frac{5}{-8}$			

41. Cho 11 số : $\frac{-1}{6}$; $\frac{-1}{5}$; $\frac{-1}{4}$; $\frac{-1}{3}$; $\frac{-1}{2}$; 1 ; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$. Hãy tìm tất cả các bộ ba số trên sao cho tổng của chúng bằng 1.

Chủ đề 4

PHÉP TRỪ PHÂN SỐ.

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Số đối

Hai số gọi là đối nhau nếu tổng của chúng bằng 0.

Kí hiệu số đối của phân số $\frac{a}{b}$ là $-\frac{a}{b}$. Ta có :

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}; \quad \frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0.$$

2. Quy tắc phép trừ

Muốn trừ một phân số cho một phân số, ta cộng số bị trừ với số đối của số trừ

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right) = \frac{a}{b} + \frac{-c}{d} = \frac{a}{b} + \frac{c}{-d}.$$

3. Phép trừ (phân số) là phép toán ngược của phép cộng phân số

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{e}{f} + \frac{c}{d}; \quad \frac{a}{b} - \frac{e}{f} = \frac{c}{d}.$$

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Tìm số đối của một phân số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Số đối của 0 là 0.

Số đối của a là $-a$ ($a \in \mathbb{Z}$).

Số đối của $\frac{a}{b}$ là $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$).

Số đối $-\frac{a}{b}$ là $-\left(-\frac{a}{b}\right) = \frac{a}{b} = \frac{-a}{-b}$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm số đối của các số sau, giải thích rõ vì sao ?

$$\frac{2}{5}; \quad -5; \quad \frac{-5}{7}; \quad \frac{4}{-5}; \quad 0; \quad 2010.$$

Lời giải

Số đối của $\frac{2}{5}$ là $\frac{-2}{5}$, vì $\frac{2}{5} + \frac{-2}{5} = 0$.

Số đối của -5 là 5 , vì $(-5) + 5 = 0$.

Số đối của $\frac{4}{-5}$ là $\frac{4}{5}$, vì $\frac{4}{-5} + \frac{4}{5} = \frac{-4+4}{5} = 0$.

Số đối của $\frac{-5}{7}$ là $\frac{5}{7}$, vì $\frac{-5}{7} + \frac{5}{7} = 0$.

Số đối của 0 là 0 , vì $0 + 0 = 0$.

Số đối của 2001 là -2001 , vì $2001 + (-2001) = 0$.

Ví dụ 2. Điền số thích hợp vào ô trống của bảng sau :

$\frac{a}{b}$	$\frac{-3}{5}$				0
$-\frac{a}{b}$		$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{-7}$	-5	
$-\left(\frac{-a}{b}\right)$					

Lời giải

Nhận xét rằng, số đối của số đối của một số là chính số đó, tức là: $-\left(-\frac{a}{b}\right) = \frac{a}{b}$.

Từ đó ta có thể điền số trong bảng như sau :

$\frac{a}{b}$	$\frac{-3}{5}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{7}$	-5	0
$-\frac{a}{b}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{-7}$	5	0
$-\left(\frac{-a}{b}\right)$	$\frac{-3}{5}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{7}$	-5	0

III. BÀI TẬP

42. Tìm số đối của mỗi số sau :

$$\frac{17}{-18}; \quad \frac{-8}{15}; \quad \frac{-4}{-5}; \quad 1; \quad -5; \quad 0; \quad \frac{4}{8}.$$

43. Ba bạn A, B, C tranh luận về kí hiệu $-\frac{a}{b}$ như sau :

A nói : “ $-\frac{a}{b}$ luôn là phân số âm , vì nó có dấu “-” đằng trước”.

B nhấn mạnh : “ $\frac{a}{b}$ là số đối của $-\frac{a}{b}$, nên $\frac{a}{b}$ là phân số dương”.

C tranh luận lại : “Các cậu nói không đúng, tớ có thể lấy ví dụ $-\frac{a}{b}$ có thể là phân số dương, phân số âm, thậm chí có thể bằng 0 nữa cơ”.

Bạn đồng ý với ý kiến nào ?

44. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau :

$\frac{a}{b}$	$\frac{2}{3}$				
$-\frac{a}{b}$		$\frac{1}{5}$			
$-\left(-\frac{a}{b}\right)$			$-\frac{1}{3}$		
$-\left(-\left(-\frac{a}{b}\right)\right)$				$-\frac{1}{6}$	0

DẠNG 2. Thực hiện phép trừ hai phân số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Muốn trừ hai phân số cùng mẫu, ta trừ các tử và giữ nguyên mẫu

$$\frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}.$$

- Muốn trừ hai phân số không cùng mẫu, ta viết chúng dưới dạng hai phân số cùng mẫu rồi trừ các tử và giữ nguyên mẫu chung.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Hãy tính :

a) $\frac{2}{5} - \left(\frac{-1}{5}\right);$

b) $\frac{-3}{7} - \frac{-10}{7};$

c) $\frac{-8}{11} - \frac{3}{11}.$

Lời giải

Thực hiện phép trừ hai phân số cùng mẫu, ta có

$$a) \frac{2}{5} - \left(\frac{-1}{5} \right) = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5};$$

$$b) \frac{-3}{7} - \frac{-10}{7} = \frac{-3+10}{7} = \frac{7}{7} = 1;$$

$$c) \frac{-8}{11} - \frac{3}{11} = \frac{-8-3}{11} = \frac{-11}{11} = -1.$$

Ví dụ 2. Tìm các hiệu sau :

$$a) \frac{1}{15} - \frac{1}{3};$$

$$b) \frac{-12}{13} - (-1);$$

$$c) \frac{-4}{17} - \frac{1}{8};$$

$$d) \frac{-5}{8} - \frac{-17}{20}.$$

Lời giải

Trước hết quy đồng mẫu rồi thực hiện phép trừ hai phân số cùng mẫu :

$$a) \frac{1}{15} - \frac{1}{3} = \frac{1}{15} - \frac{5}{15} = \frac{1-5}{15} = \frac{-4}{15};$$

$$b) \frac{-12}{13} - (-1) = \frac{-12}{13} + 1 = \frac{-12}{13} + \frac{13}{13} = \frac{1}{13};$$

$$c) \frac{-4}{17} - \frac{1}{8} = \frac{-32}{136} - \frac{17}{136} = \frac{-32-17}{136} = \frac{-49}{136};$$

$$d) \frac{-5}{8} - \frac{-17}{20} = \frac{-5}{8} + \frac{17}{20} = \frac{-25}{40} + \frac{34}{40} = \frac{9}{40}.$$

Ví dụ 3. Tìm x, biết :

$$a) x + \frac{1}{5} = -\frac{4}{9};$$

$$b) x - \frac{-5}{6} = \frac{7}{12} + \frac{-1}{4}.$$

Lời giải

$$a) x + \frac{1}{5} = -\frac{4}{9} \Leftrightarrow x = -\frac{4}{9} - \frac{1}{5} \text{ (tìm số hạng của tổng)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-20-9}{45} \Leftrightarrow x = \frac{-29}{45}.$$

$$b) x - \frac{-5}{6} = \frac{7}{12} + \frac{-1}{4} \Leftrightarrow x + \frac{5}{6} = \frac{7}{12} + \frac{-3}{12}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{12} - \frac{5}{6} \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}.$$

III. BÀI TẬP

45. Thực hiện phép trừ :

a) $\frac{-5}{8} - \frac{-7}{8}$;

b) $\frac{-7}{8} - \frac{15}{6}$;

c) $5 - \frac{9}{8}$.

46. Hoàn thành phép tính bằng cách điền số thích hợp vào ô trống :

a) $\frac{1}{15} + \square = \frac{-2}{3}$;

b) $-\frac{1}{4} + \square = \frac{-8}{5}$;

c) $\frac{1}{5} - \square = \frac{1}{25}$;

d) $\frac{-7}{15} + \square = 0$.

47. Tìm số nguyên x, biết :

a) $\frac{x}{4} + \frac{1}{7} = \frac{25}{28}$;

b) $\frac{2}{5} - \frac{3}{x} = -\frac{1}{35}$.

48. Tìm x biết :

a) $x + \frac{2}{5} = \frac{4}{9}$;

b) $x - \frac{1}{4} = -\frac{2}{5}$.

49. Ba bạn An, Bình, Nam chia nhau ăn một quả bưởi. An ăn $\frac{1}{3}$ quả bưởi. Bình ăn $\frac{3}{10}$ quả bưởi. Hỏi Nam ăn bao nhiêu phần quả bưởi ?

DẠNG 3. Thực hiện tính tổng đại số các phân số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để thực hiện tính tổng đại số (gồm phép cộng và phép trừ) nhiều phân số, ta nên áp dụng tính chất giao hoán, kết hợp, chọn các phân số cùng mẫu để thực hiện phép tính. Chú ý rút gọn các phân số trước khi thực hiện các phép tính và chú ý thực hiện quy tắc dấu ngoặc (nếu có).

☞ Lưu ý :

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}; \quad -\frac{-a}{b} = -\frac{a}{-b} = \frac{a}{b}.$$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Thực hiện phép tính :

a) $\frac{3}{4} + \frac{-6}{7} + \frac{9}{-14}$;

b) $\frac{1}{3} - \frac{-1}{4} - \frac{5}{12}$.

Lời giải

Thực hiện quy đồng mẫu số dương chung rồi tính tử số :

$$\text{a) } MSC = 28. \text{ Vậy : } \frac{3}{4} + \frac{-6}{7} + \frac{-9}{14} = \frac{21}{28} + \frac{-24}{28} + \frac{-18}{28} = \frac{-21}{28} = \frac{-3}{4}.$$

$$\text{b) } MSC = 12. \text{ Vậy : } \frac{1}{3} - \frac{-1}{4} - \frac{5}{12} = \frac{1}{12} + \frac{3}{12} - \frac{5}{12} = \frac{-1}{12}.$$

Ví dụ 2. Tính nhanh :

$$\text{a) } \frac{-5}{8} + \frac{3}{7} - \frac{3}{8} + \frac{4}{7};$$

$$\text{b) } \frac{5}{16} - \frac{7}{13} - \frac{3}{16} + \frac{-6}{13}.$$

Lời giải

Vận dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng, ta có

$$\text{a) } \frac{-5}{8} + \frac{3}{7} - \frac{3}{8} + \frac{4}{7} = \left(\frac{-5}{8} + \frac{-3}{8} \right) + \left(\frac{3}{7} + \frac{4}{7} \right) = (-1) + 1 = 0.$$

$$\text{b) } \frac{5}{16} - \frac{7}{13} - \frac{3}{16} + \frac{-6}{13} = \left(\frac{5}{16} - \frac{3}{16} \right) + \left(\frac{-7}{13} + \frac{-6}{13} \right) = \frac{2}{16} - 1 = \frac{1}{8} - \frac{8}{8} = \frac{-7}{8}.$$

Ví dụ 3. Tìm x, biết :

$$\text{a) } x + \frac{1}{9} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6};$$

$$\text{b) } \frac{5}{16} - x + \frac{5}{11} = \frac{-5}{6}.$$

Lời giải

Vận dụng mối quan hệ giữa các số trong phép tính để tìm x.

$$\text{a) } x + \frac{1}{9} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow x = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} \Leftrightarrow x = \frac{7}{18}.$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{5}{6} - x + \frac{5}{11} &= \frac{-5}{6} \Leftrightarrow x = \frac{5}{6} + \frac{-5}{11} + \frac{5}{6} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{10}{6} + \frac{-5}{11} \Leftrightarrow x = \frac{40}{33}. \end{aligned}$$

III. BÀI TẬP

50. Hãy tính :

$$\text{a) } \frac{3}{15} - \frac{7}{-8} + \frac{-1}{3};$$

$$\text{b) } \frac{1}{3} + \frac{1}{-5} - \frac{1}{-6} + \frac{-1}{8}.$$

51. Tính nhanh :

$$\text{a) } \frac{-5}{7} + \frac{3}{8} + \frac{2}{7} + \frac{5}{8};$$

$$\text{b) } \frac{-5}{12} - \left(\frac{3}{4} + \frac{7}{12} - \frac{2}{8} \right).$$

52. Tìm số nguyên x, biết :

$$a) \frac{x}{5} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{17}{60};$$

$$b) \frac{1}{8} - \frac{7}{5} - \frac{2}{x} = \frac{-233}{120}.$$

53. Tìm x, biết :

$$a) \frac{1}{5} + x - \frac{7}{3} = \frac{1}{2};$$

$$b) \frac{-1}{3} - x - \frac{4}{5} = \frac{4}{15}.$$

Chủ đề 5

PHÉP NHÂN PHÂN SỐ.

TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÉP NHÂN PHÂN SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. *Phép nhân phân số*

– Muốn nhân hai phân số, ta nhân các tử với nhau và nhân các mẫu với nhau

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

– Muốn nhân một số nguyên với một phân số (hoặc một phân số với một số nguyên), ta nhân số nguyên với tử và giữ nguyên mẫu

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}.$$

2. *Tính chất cơ bản của phép nhân phân số*

– Tính chất giao hoán : $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}.$

– Tính chất kết hợp : $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q} \right).$

– Nhân với 1 : $\frac{a}{b} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b}.$

– Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng :

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} + \frac{p}{q} \right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q}.$$

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

DẠNG 1. Thực hiện phép nhân hai phân số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Vận dụng quy tắc nhân hai phân số đã biết.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Hãy tính :

$$\text{a) } \frac{-11}{12} \cdot \frac{4}{5}; \quad \text{b) } \frac{-3}{13} \cdot \frac{-7}{8}; \quad \text{c) } \left(\frac{-2}{7}\right)^2; \quad \text{d) } (-5) \cdot \frac{-10}{11}.$$

Lời giải

Thực hiện phép nhân (chú ý rút gọn nếu có thể)

$$\text{a) } \frac{-11}{12} \cdot \frac{4}{5} = \frac{(-11) \cdot 4}{12 \cdot 5} = \frac{-11}{15};$$

$$\text{b) } \frac{-3}{13} \cdot \frac{-7}{8} = \frac{(-3) \cdot (-7)}{13 \cdot 8} = \frac{21}{104};$$

$$\text{c) } \left(\frac{-2}{7}\right)^2 = \frac{-2}{7} \cdot \frac{-2}{7} = \frac{(-2) \cdot (-2)}{7 \cdot 7} = \frac{4}{49};$$

$$\text{d) } (-5) \cdot \frac{-10}{11} = \frac{(-5) \cdot (-10)}{11} = \frac{50}{11} = 4\frac{6}{11}.$$

Ví dụ 2. Tìm x, biết :

$$\text{a) } x - \frac{1}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{-5}{7};$$

$$\text{b) } x : \frac{-1}{6} = \frac{13}{-19} + \frac{8}{15}.$$

Lời giải

Vận dụng quy tắc thực hiện phép tính để tìm số hạng chưa biết của nó.

$$\text{a) } x - \frac{1}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{-5}{7} \Leftrightarrow x - \frac{1}{5} = \frac{-15}{28} \quad (\text{thực hiện các phép nhân})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{5} + \frac{-15}{28} \quad (\text{tìm số bị trừ})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-47}{140}.$$

$$b) x : \frac{-1}{6} = \frac{13}{-19} + \frac{8}{15} \Leftrightarrow x : \frac{-1}{6} = \frac{-43}{285} \text{ (thực hiện phép cộng)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-43}{285} \cdot \frac{-1}{6} \text{ (tìm số bị chia)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{43}{1710}.$$

Ví dụ 3. Hãy viết phân số $\frac{-2}{15}$ thành tích của hai phân số có mẫu số là các số nguyên dương khác 1 có một chữ số. Hãy viết các cách có thể.

Lời giải

$-2 = (-2) \cdot 1 = 2 \cdot (-1)$; $15 = 3 \cdot 5$. Vì vậy có 4 cách viết như sau :

$$\frac{-2}{15} = \frac{-2}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{-2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{-1}{5} = \frac{2}{5} \cdot \frac{-1}{3}.$$

III. BÀI TẬP

54. Hãy tính (chú ý rút gọn nếu có thể) :

$$a) \frac{1}{-5} \cdot \frac{5}{7}; \quad b) \frac{-2}{7} \cdot \frac{7}{-10}; \quad c) (-5) \cdot \frac{7}{20}; \quad d) \frac{-1}{3} \cdot (-7).$$

55. Điền phân số thích hợp vào các ô trống của bảng sau :

$\times$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{2}{-5}$
$-\frac{1}{3}$			
$\frac{11}{12}$			
$\frac{2}{-5}$			

56. Hãy viết mỗi phân số sau thành tích của hai phân số :

$$\frac{-4}{15}; \quad \frac{6}{35}; \quad \frac{6}{-49}; \quad \frac{-9}{22}.$$

57. Tìm x, biết :

$$a) x + \frac{1}{5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{-4}{9};$$

$$b) x : \frac{3}{25} = \frac{12}{-17} - \frac{8}{16}.$$

- 58*. *Đố:* Tìm các cặp phân số tối giản mà khi ta nhân chúng với nhau hoặc cộng chúng với nhau đều được cùng một kết quả.
59. Một xí nghiệp sản xuất bia, mỗi tuần sản xuất được 1400 chai loại $\frac{65}{100}$ lít. Tính lượng bia sản xuất được mỗi tuần của xí nghiệp đó.

DẠNG 2. Thực hiện phép nhân nhiều hơn hai phân số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Khi nhân nhiều phân số, ta có thể đổi chỗ hoặc nhóm các phân số lại theo bất cứ cách nào sao cho việc tính toán được thuận lợi (vận dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân).

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tính nhanh :

$$\text{a) } A = \frac{4}{15} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{15}{20};$$

$$\text{b) } B = \frac{-5}{8} \cdot \frac{-12}{29} \cdot \frac{8}{-10} \cdot \frac{29}{5}.$$

Lời giải

Ta có

$$\text{a) } A = \frac{4}{15} \cdot \frac{15}{20} \cdot \frac{1}{3} \text{ (tính chất giao hoán)}$$

$$= \left(\frac{4}{15} \cdot \frac{15}{20} \right) \cdot \frac{1}{3} \text{ (tính chất kết hợp)}$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{15}.$$

$$\text{b) } B = \frac{-5}{8} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{-12}{29} \cdot \frac{29}{5} \text{ (tính chất giao hoán)}$$

$$= \left(\frac{-5}{8} \cdot \frac{8}{-10} \right) \cdot \left(\frac{-12}{29} \cdot \frac{29}{5} \right) \text{ (tính chất kết hợp)}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{-12}{5} = \frac{-6}{5}.$$

Ví dụ 2. Tính giá trị các biểu thức sau một cách hợp lí :

$$C = \frac{5}{12} \cdot \frac{6}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{7}{12};$$

$$D = \frac{4}{9} \cdot \frac{8}{15} + \frac{4}{9} \cdot \frac{7}{15} - \frac{4}{9}.$$

Lời giải

Vận dụng tính chất phân phối của phép nhân, ta có

$$C = \frac{5}{12} \cdot \left(\frac{6}{11} + \frac{5}{11} \right) + \frac{7}{12} = \frac{5}{12} + \frac{7}{12} = 1.$$

$$D = \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{8}{15} + \frac{7}{15} - 1 \right) = \frac{4}{9} \cdot 0 = 0.$$

Ví dụ 3. Tính nhanh :

$$E = \frac{3}{10} \cdot \left(\frac{-4}{9} + \frac{2}{5} \right) - \frac{3}{10} \cdot \left(\frac{5}{9} + \frac{-3}{5} \right); \quad F = -\frac{2}{7} \cdot \left(\frac{5}{13} - \frac{9}{15} \right) - \frac{2}{7} \cdot \frac{8}{13}.$$

Lời giải

$$\begin{aligned} E &= \frac{3}{10} \cdot \left(\frac{-4}{9} + \frac{2}{5} - \frac{5}{9} + \frac{3}{5} \right) = \frac{3}{10} \cdot \left[\left(\frac{-4}{9} - \frac{5}{9} \right) + \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \right) \right] \\ &= \frac{3}{10} \cdot (-1 + 1) = 0. \end{aligned}$$

$$F = -\frac{2}{7} \cdot \left(\frac{5}{13} + \frac{8}{13} - \frac{9}{15} \right) = -\frac{2}{7} \cdot \left(1 - \frac{3}{5} \right) = -\frac{2}{7} \cdot \frac{2}{5} = -\frac{4}{35}.$$

III. BÀI TẬP

60. Tính nhanh :

$$\text{a) } A = \frac{-1}{9} \cdot \frac{15}{22} \cdot \frac{-9}{25};$$

$$\text{b) } B = \frac{-3}{5} \cdot \frac{-4}{7} \cdot \frac{-5}{6} \cdot \frac{-7}{8}.$$

61. Hãy tính : $\left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2010} \right).$

62. Tính giá trị các biểu thức sau một cách hợp lí :

$$\text{a) } \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{5}{7} + \frac{2}{5} \right) - \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{-2}{7} + \frac{7}{5} \right);$$

$$\text{b) } \frac{4}{13} \cdot \frac{5}{11} + \frac{4}{13} \cdot \frac{6}{11} - \frac{4}{13}.$$

63. Tìm x biết :

$$\text{a) } \frac{-12}{7} \cdot \left(\frac{3}{4} - x \right) \cdot \frac{1}{4} = 0;$$

$$\text{b) } x : \frac{17}{8} = \frac{-2}{5} \cdot \frac{-9}{17}.$$

64*. Tính biểu thức : $\frac{4}{3 \cdot 5} + \frac{4}{5 \cdot 7} + \frac{4}{7 \cdot 9} + \frac{4}{9 \cdot 11}$ bằng cách hợp lí nhất.

Chủ đề 6

PHÉP CHIA PHÂN SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hai số gọi là nghịch đảo của nhau nếu tích của chúng bằng 1.

a) Với $a \neq 0, b \neq 0$ thì $\frac{a}{b}$ và $\frac{b}{a}$ là hai số nghịch đảo của nhau.

b) Với $a \neq 0$ thì a và $\frac{1}{a}$ là hai số nghịch đảo.

c) Số 1 (hoặc -1) có nghịch đảo là chính nó.

d) Số 0 không có số nghịch đảo.

2. Phép chia phân số

Muốn chia một phân số (hay một số nguyên) cho một phân số, ta nhân số bị chia với số nghịch đảo của số chia.

$$\begin{aligned}\frac{a}{b} : \frac{c}{d} &= \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \\ a : \frac{c}{d} &= a \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{c} \\ \frac{a}{b} : c &= \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{b \cdot c}.\end{aligned}$$

B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

DẠNG 1. Tìm số nghịch đảo

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Số nghịch đảo của 1 là 1, số nghịch đảo của -1 là -1.

Số nghịch đảo của a là $\frac{1}{a}$ (với $a \neq 0$; $a \in \mathbb{Z}$).

Số nghịch đảo của $\frac{a}{b}$ của là $\frac{b}{a}$ (với $a \neq 0$; $b \neq 0$, $a, b \in \mathbb{Z}$).

Số nghịch đảo của 0 thì không tồn tại.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm số nghịch đảo của các số sau, giải thích vì sao ?

$$\frac{2}{5}; -3; \frac{-11}{13}; -1; \frac{1}{-15}.$$

Lời giải

Số nghịch đảo của số $\frac{2}{5}$ là $\frac{5}{2}$, vì $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2} = 1$;

Số nghịch đảo của -3 là $\frac{-1}{3}$, vì $-3 \cdot \frac{-1}{3} = 1$;

Số nghịch đảo của $\frac{-11}{13}$ là $\frac{13}{-11}$ (hoặc $\frac{-13}{11}$), vì $\frac{-11}{13} \cdot \frac{13}{-11} = 1$;

Số nghịch đảo của -1 là -1 , vì $(-1) \cdot (-1) = 1$;

Số nghịch đảo của $\frac{1}{-15}$ là -15 , vì $\frac{1}{-15} \cdot (-15) = 1$.

Ví dụ 2. Tìm x , biết rằng :

a) $x \cdot \frac{-5}{3} = 1$;

b) $x \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{7}{10} = 1$.

Lời giải

Sử dụng định nghĩa số nghịch đảo :

a) x là số nghịch đảo của $\frac{-5}{3}$. Vậy $x = \frac{-3}{5}$.

b) $x \cdot \frac{7}{50} = 1$. Nên x là số nghịch đảo của $\frac{7}{50}$. Vậy $x = \frac{50}{7}$.

III. BÀI TẬP

65. Tìm số nghịch đảo của : $\frac{-5}{7}$; $\frac{4}{-9}$; 4 ; 0 . Giải thích vì sao ?

66. Tìm x , biết rằng :

a) x là số nghịch đảo của tổng $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$;

b) x là số nghịch đảo của tích $\frac{-1}{3} \cdot \frac{5}{-7}$;

c) x là số nghịch đảo của hiệu $\frac{1}{99} - \frac{1}{100}$.

67. Ba bạn An, Bình, Cự cùng tranh luận về số nghịch đảo.

An nói : “Số nghịch đảo của một số luôn là một số nhỏ hơn 1, vì tích của số nghịch đảo với số đó mới bằng 1”.

Bình tranh luận : “Số nghịch đảo của một số luôn hơn 1, chẳng hạn, số nghịch đảo của $\frac{1}{2}$ là 2”.

Cự kết luận : “Số nghịch đảo của một số có thể lớn hơn, nhỏ hơn hay bằng 1”.

Bạn đồng ý với ý kiến nào ?

DẠNG 2. Phép chia phân số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Vận dụng quy tắc chia phân số để giải.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Thực hiện phép chia :

a) $\frac{5}{3} : \frac{-6}{7}$; b) $\frac{-4}{9} : \frac{7}{9}$; c) $25 : \frac{-5}{12}$; d) $\frac{6}{7} : (-12)$.

Lời giải

a) $\frac{5}{3} : \frac{-6}{7} = \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{-6} = \frac{35}{-18}$; b) $\frac{-4}{9} : \frac{7}{9} = \frac{-4}{9} \cdot \frac{9}{7} = \frac{4}{7}$;
c) $25 : \frac{-5}{12} = 25 \cdot \frac{12}{-5} = -60$; d) $\frac{6}{7} : (-12) = \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{-12} = \frac{-1}{14}$.

Ví dụ 2. Tìm x, biết :

a) $x \cdot \frac{-3}{8} = \frac{2}{5}$; b) $\frac{3}{5} : x = \frac{-1}{5}$;
c) $\frac{3}{5} \cdot x - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$; d) $\frac{4}{7} + \frac{5}{7} : x = 1$.

Lời giải

Thực hiện quy tắc của phép tính (+, -, ×, :) để tìm số hạng chưa biết.

a) $x = \frac{2}{5} : \frac{-3}{8}$ (tìm thừa số) $\Leftrightarrow x = \frac{2}{5} \cdot \frac{8}{-3} \Leftrightarrow x = \frac{-16}{15}$.
b) $x = \frac{3}{5} : \frac{-1}{5}$ (tìm số chia) $\Leftrightarrow x = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{-1} \Leftrightarrow x = -3$.

$$c) \frac{3}{5} \cdot x = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} \text{ (tìm số bị trừ)} \Leftrightarrow x = 1 : \frac{3}{5} \text{ (tìm thừa số)} \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}.$$

$$d) \frac{5}{7} : x = -1 - \frac{4}{7} \text{ (tìm số hạng của tổng)} \Leftrightarrow x = \frac{5}{7} : \frac{-11}{7} \text{ (tìm số chia)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{-11} \Leftrightarrow x = \frac{-5}{11}.$$

Ví dụ 3. Một khu vườn hình chữ nhật có diện tích 100m^2 , chiều rộng là $\frac{50}{7}\text{m}$. Hãy tính chu vi của khu vườn đó.

Lời giải

$$\text{Chiều dài của khu vườn là : } 100 : \frac{50}{7} = 100 \cdot \frac{7}{50} = 14(\text{m}).$$

$$\text{Chu vi của khu vườn là : } \left(14 + \frac{50}{7}\right) \cdot 2 = \frac{296}{7}(\text{m}).$$

III. BÀI TẬP

68. Thực hiện phép chia :

$$a) \frac{-5}{13} : 5 ; \quad b) 21 : \frac{-3}{16} ; \quad c) \frac{-4}{5} : \frac{8}{25} ; \quad d) \frac{-9}{10} : \frac{-7}{20}.$$

69. Tìm x, biết :

$$a) \frac{-1}{3} \cdot x = 1 ;$$

$$b) x \cdot \frac{5}{7} = \frac{-1}{9} ;$$

$$c) x : \frac{4}{7} = -\frac{5}{2} ;$$

$$d) \frac{-1}{5} : x = \frac{-1}{8}.$$

70. Tìm x, biết :

$$a) \frac{5}{8} \cdot x + \frac{2}{5} = \frac{1}{5} ;$$

$$b) \frac{5}{7} : x + \frac{11}{7} = \frac{18}{7}.$$

71. An đi xe đạp từ nhà đến trường với vận tốc $\frac{9}{2}\text{km/h}$. Tính thời gian An đi, biết rằng quãng đường từ nhà đến trường dài 5 km.

72. Người ta cần đóng một thùng nước mắm 201 lít vào loại chai $\frac{3}{4}$ lít. Hỏi đóng được tất cả bao nhiêu chai ?

DẠNG 3. Phép chia và phối hợp bốn phép tính

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Trong một biểu thức không có dấu ngoặc, thứ tự thực hiện phép tính :

Lũy thừa $\rightarrow$ nhân và chia $\rightarrow$ cộng và trừ.

Trong một biểu thức có dấu ngoặc, thứ tự thực hiện :

$$() \rightarrow [] \rightarrow \{ \}.$$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Hãy tính :

a) $A = \frac{7}{8} + \frac{5}{8} : 5 - \frac{7}{9}$;

b) $B = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} : \frac{-4}{7} \cdot \frac{8}{9}$.

Lời giải

a) $A = \frac{7}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{5} - \frac{7}{9} = \frac{7}{8} + \frac{1}{8} - \frac{7}{9} = 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$.

b) $B = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{-4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 5 \cdot (-4) \cdot 9} = \frac{-28}{45}$.

Ví dụ 2. Hãy tính :

a) $C = \frac{4}{5} : \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{-7}{5} \right)$;

b) $D = \frac{3}{4} \cdot \left[\frac{1}{5} - \left(\frac{4}{7} + \frac{3}{5} : \frac{-7}{5} \right) \right]$.

Lời giải

a) $C = \frac{4}{5} : \frac{-7}{15} = \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{-7} = \frac{-12}{7}$.

b) $D = \frac{3}{4} \cdot \left[\frac{1}{5} - \left(\frac{4}{7} + \frac{3}{5} \cdot \frac{-5}{7} \right) \right] = \frac{3}{4} \cdot \left[\frac{1}{5} - \left(\frac{4}{7} - \frac{3}{7} \right) \right] = \frac{3}{4} \cdot \left[\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right] = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{35} = \frac{3}{70}$.

III. BÀI TẬP

Hãy tính :

73. a) $A = \frac{3}{15} \cdot \frac{5}{9} : \frac{-18}{17} \cdot \frac{14}{17}$;

b) $B = \frac{-5}{8} \cdot \frac{2}{13} + \frac{-5}{8} \cdot \frac{11}{13} + 1$.

74. a) $C = \frac{4}{5} : \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{-5}{4} \right) : \left(\frac{16}{25} - \frac{1}{5} \right)$;

b) $D = \left(\frac{4}{9} - \frac{7}{11} \right) : \frac{4}{9}$.

75. a) $E = \frac{11}{12} : \left(\frac{7}{9} + \frac{-16}{17} \right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{15} \right)$;

b) $F = \frac{-1}{5} \cdot \left(\frac{9}{8} + \frac{16}{32} - \frac{12}{46} \right) - \frac{9}{17}$.

76. Tính nhanh :

$$a) \frac{5}{14} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{-4}{15} : \frac{5}{7};$$

$$b) \left[\frac{-8}{13} - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{13} - \frac{2}{10} \right) \right] : \frac{58}{65}.$$

Chủ đề 7

HỖN SỐ. SỐ THẬP PHÂN. PHẦN TRĂM

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hỗn số

- Với a, b là hai số nguyên dương và $a > b$, đem a chia cho b được thương là q và số dư r ($0 \leq r < b$) thì ta viết phân số $\frac{a}{b}$ dưới dạng hỗn số $q \frac{r}{b}$.
- Với a nguyên âm, b nguyên dương và $|a| > b$, đem $|a|$ chia cho b được thương là q và số dư r ($0 \leq r < b$) thì ta viết phân số $\frac{a}{b}$ dưới dạng hỗn số $-q \frac{r}{b}$.

2. Số thập phân

- Phân số thập phân là phân số mà mẫu số là lũy thừa của 10.
- Các phân số thập phân có thể viết được dưới dạng số thập phân gồm hai phần :
 - Phần số nguyên viết bên trái dấu phẩy.
 - Phần thập phân viết bên phải dấu phẩy. Số chữ số của phần thập phân đúng bằng số chữ 0 ở mẫu của phân số thập phân. Chẳng hạn :

$$\frac{-\overline{abcd}}{10^2} = -\overline{ab,cd}$$

3. Phần trăm

Phân số có mẫu số là 100 còn được viết dưới dạng phần trăm :

$$\frac{a}{100} = a\%.$$

B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

DẠNG 1. Viết phân số dưới dạng hỗn số và ngược lại.

Thực hiện các phép tính về hỗn số

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Hỗn số có dạng : $a \frac{b}{c}$ ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$).

- Đổi hỗn số ra phân số :

Với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$, ta có : $a\frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}$; $-a\frac{b}{c} = -\frac{a \cdot c + b}{c}$.

- Đổi phân số ra hỗn số :

Với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$, $a > b$ thì $a = bq + r$ ($0 \leq r < b$). Khi đó :

$$\frac{a}{b} = q\frac{r}{b} ; \quad \frac{-a}{b} = -q\frac{r}{b}.$$

- Khi thực hiện các phép tính về hỗn số ta nên đổi các hỗn số ra phân số rồi thực hiện quy tắc các phép tính về phân số.

☞ **Chú ý :**

Khi cộng (hoặc trừ) hai hỗn số ta có thể cộng (hoặc trừ) phần nguyên với nhau, phần phân số với nhau rồi cộng hai kết quả lại :

$$a\frac{b}{c} + d\frac{c}{g} = (a + d) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{g}\right) ; \quad a\frac{b}{c} - d\frac{c}{g} = (a - d) + \left(\frac{b}{c} - \frac{c}{g}\right).$$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Viết các phân số $\frac{15}{4}$; $\frac{-25}{8}$; $\frac{-41}{-20}$ dưới dạng hỗn số.

Lời giải

$$15 = 3 \cdot 4 + 3 \text{ nên } \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4} ;$$

$$25 = 3 \cdot 8 + 1 \text{ nên } \frac{-25}{8} = -3\frac{1}{8} ;$$

$$41 = 2 \cdot 20 + 1 \text{ nên } \frac{-41}{-20} = \frac{41}{20} = 2\frac{1}{20}.$$

Ví dụ 2. Viết các hỗn số $4\frac{2}{7}$; $-3\frac{12}{15}$ dưới dạng phân số.

Lời giải

$$4\frac{2}{7} = \frac{4 \cdot 7 + 2}{7} = \frac{30}{7} ;$$

$$-3\frac{12}{15} = -\frac{3 \cdot 15 + 12}{15} = -\frac{57}{15}.$$

Ví dụ 3. Tính giá trị của các biểu thức sau :

$$1) \quad A = 6\frac{2}{5} - \left(2\frac{4}{9} + 4\frac{2}{5}\right) ;$$

$$2) \quad B = 4\frac{1}{3} \cdot 2\frac{3}{7} : 5\frac{1}{4} ;$$

$$3) \quad C = 3\frac{2}{9} \cdot 2.$$

Lời giải

1) *Cách 1:* $A = 6\frac{2}{5} - \left(2\frac{4}{9} + 4\frac{2}{5}\right) = \frac{32}{5} - \frac{22}{9} - \frac{22}{5} = \left(\frac{32}{5} - \frac{22}{5}\right) - \frac{22}{9} = 2 - \frac{22}{9} = -\frac{4}{9}$.

Cách 2: $A = 6\frac{2}{5} - \left(2\frac{4}{9} + 4\frac{2}{5}\right) = (6 - 4) + \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{5}\right) - \left(2 + \frac{4}{9}\right) = 2 - 2 - \frac{4}{9} = -\frac{4}{9}$.

2) $B = \frac{13}{3} \cdot \frac{17}{7} \cdot \frac{4}{21} = \frac{884}{441} = 2\frac{2}{441}$.

3) *Cách 1:* $C = 3\frac{2}{9} \cdot 2 = \frac{29}{9} \cdot 2 = \frac{58}{9} = 6\frac{4}{9}$.

Cách 2: Tính C bằng cách áp dụng tính chất phân phối của phép nhân với phép cộng: $C = \left(3 + \frac{2}{9}\right) \cdot 2 = 6 + \frac{4}{9} = 6\frac{4}{9}$.

III. BÀI TẬP

77. Viết các phân số $5\frac{1}{3}$; $-3\frac{1}{4}$; $10\frac{5}{7}$; $-7\frac{2}{3}$ dưới dạng hỗn số.

78. Viết các hỗn số $\frac{7}{3}$; $-\frac{5}{2}$; $\frac{4}{-3}$; $\frac{-15}{4}$ dưới dạng phân số.

79. Thực hiện phép tính bằng cách nhanh nhất:

$$A = 7\frac{3}{5} - \left(2\frac{5}{7} + 5\frac{3}{5}\right); \quad B = 8\frac{2}{9} - \left(4\frac{2}{9} - 5\frac{1}{2}\right).$$

80. Thực hiện các phép tính:

$$1) 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{5}; \quad 2) 6\frac{1}{3} : 2\frac{5}{7} : 2\frac{1}{3}.$$

81. Áp dụng tính chất các phép tính và quy tắc dấu ngoặc để tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = 8\frac{1}{13} - \left(5\frac{3}{13} + 2\frac{1}{2}\right); \quad B = \left(6\frac{5}{7} + 2\frac{7}{9}\right) - 4\frac{5}{7};$$

$$C = \frac{5}{8} \cdot \frac{-2}{9} + \frac{5}{8} \cdot \frac{-7}{9} + 1\frac{5}{8}.$$

82. Tìm số nghịch đảo của các số: $6\frac{2}{3}$; $-5\frac{1}{7}$; -2 .

83. Hãy so sánh:

$$1) 2\frac{3}{5} \text{ và } 2\frac{7}{9}; \quad 2) -1\frac{2}{3} \text{ và } -\frac{7}{6}.$$

DẠNG 2. Viết phân số dưới dạng số thập phân và ngược lại.

Thực hiện các phép tính về số thập phân

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Đổi số thập phân ra phân số :

$$\overline{a,bcd} = \frac{\overline{abcd}}{100}; \quad \overline{a,b_1b_2.....b_n} = \frac{\overline{ab_1b_2.....b_n}}{10^n}.$$

- Một phân số tối giản có mẫu số chỉ có ước số nguyên tố là 2 hoặc 5 thì có thể viết được dưới dạng số thập phân (hữu hạn).

Ví dụ : $\frac{23}{16} = \frac{23 \cdot 625}{2^4 \cdot 5^4} = \frac{14375}{10000} = 1,4375.$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Viết các số thập phân sau dưới dạng phân số :

$$0,12; \quad -3,5; \quad 12,45.$$

Lời giải

$$0,12 = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}; \quad -3,5 = -\frac{35}{10} = -\frac{7}{2}; \quad 12,45 = \frac{1245}{100} = \frac{249}{20}.$$

Ví dụ 2. Viết phân số sau dưới dạng số thập phân :

$$\frac{2}{5}; \quad -\frac{17}{1000}; \quad \frac{15}{6}; \quad \frac{-77}{5}.$$

Lời giải

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4;$$

$$-\frac{17}{1000} = -0,017;$$

$$\frac{15}{6} = \frac{5}{2} = 2,5;$$

$$-\frac{77}{5} = -\frac{154}{10} = -15,4.$$

Ví dụ 3. Thực hiện các phép tính :

1) $(26,05 + 132,5) + 4,28;$

2) $(15,37 - 13,37) \cdot 0,12;$

3) $(-1,2) \cdot \frac{-3}{24} + \left(0,4 - 1\frac{4}{15}\right) : 1\frac{2}{3}.$

Lời giải

1) $(26,05 + 132,5) + 4,28 = 158,55 + 4,28 = 162,83;$

2) $(15,37 - 13,37) \cdot 0,12 = 2 \cdot 0,12 = 0,24;$

3) Đổi các số thập phân và hỗn số trong dãy tính ra phân số rồi tính, ta có

$$\frac{-12}{10} \cdot \frac{-3}{24} + \left(\frac{2}{5} - \frac{19}{15} \right) \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{20} + \frac{6-19}{15} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{20} - \frac{39}{75} = -\frac{111}{300}.$$

III. BÀI TẬP

84. Viết các số thập phân 1,32 ; 0,005 ; -12,012 dưới dạng phân số.

85. Viết các phân số $\frac{3}{5}$; $1\frac{5}{16}$; $\frac{-24}{15}$ dưới dạng số thập phân.

86. Thực hiện phép tính :

a) $\left(153\frac{3}{4} - 148\frac{3}{8} \right) \cdot 0,3 : 0,2 ;$

b) $\left(215\frac{9}{16} - 206\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) : (0,0001 : 0,005).$

87. *Toán vui*

Hãy điền các số thập phân thích hợp vào bảng vuông bên để có một ma phương (tổng các số trong mỗi dòng, mỗi cột, mỗi đường chéo đều bằng nhau).

	0,6	
0,54	0,5	0,66

DẠNG 3. Toán về phần trăm

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Viết một số a dưới dạng dùng kí hiệu % :

$$a = \frac{a \cdot 100}{100} = 100 \cdot a\%.$$

- Viết a% dưới dạng số thập phân :

$$a\% = \frac{a}{100}.$$

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Viết các phân số $\frac{7}{5}$; $\frac{22}{55}$; $1\frac{4}{25}$ dưới dạng dùng kí hiệu %.

Lời giải

Trước hết ta viết các phân số dưới dạng phân số thập phân rồi dùng kí hiệu % :

$$\frac{7}{5} = \frac{140}{100} = 140\% ; \quad \frac{22}{55} = \frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40\% ; \quad 1\frac{4}{25} = \frac{29}{25} = \frac{116}{100} = 116\%.$$

Ví dụ 2. Viết các phần trăm 15% ; 220% ; 1327% dưới dạng phân số thập phân rồi dưới dạng số thập phân.

Lời giải

$$15\% = \frac{15}{100} = 0,15 ;$$

$$220\% = \frac{220}{100} = \frac{22}{10} = 2,2 ;$$

$$1327\% = \frac{1327}{100} = 13,27.$$

Ví dụ 3. So sánh $20 \cdot 42\%$ với $42 \cdot 20\%$.

Lời giải

$$20 \cdot 42\% = 20 \cdot \frac{42}{100} = \frac{42}{5} ;$$

$$42 \cdot 20\% = 42 \cdot \frac{20}{100} = \frac{42}{5}.$$

$$\text{Vậy : } 20 \cdot 42\% = 42 \cdot 20\%.$$

III. BÀI TẬP

88. Viết số sau dưới dạng dùng kí hiệu % : $\frac{8}{3}$; 3 ; $\frac{13}{25}$; $2\frac{5}{8}$.

89. Viết các phần trăm 25% ; $3\frac{4}{5}\%$; 125% dưới dạng phân số thập phân rồi dưới dạng số thập phân.

Chủ đề 8

TÌM GIÁ TRỊ PHÂN SỐ CỦA MỘT SỐ CHO TRƯỚC. TÌM MỘT SỐ BIẾT GIÁ TRỊ MỘT PHÂN SỐ CỦA NÓ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Muốn tìm $\frac{m}{n}$ của số a cho trước ta tính $a \cdot \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}, n \neq 0$).

2. Muốn tìm một số biết $\frac{m}{n}$ của nó bằng b, ta tính $b : \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$).

B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

DẠNG 1. Tìm giá trị phân số của một số cho trước

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

$m\%$ của số a bằng $a \cdot \frac{m}{100}$.

$\frac{m}{n}$ của số a bằng $a \cdot \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}, n \neq 0$).

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm :

1) $10,5\%$ của 300m ;

2) $\frac{3}{4}$ của 84 tấn ;

3) $\frac{5}{7}$ của 21 km ;

4) $\frac{2}{5}$ của $\frac{3}{7}$.

Lời giải

1) $10,5\%$ của 300m là : $\frac{10,5}{100} \cdot 300 = 31,5(\text{m})$;

2) $\frac{3}{4}$ của 84 tấn là : $\frac{3}{4} \cdot 84 = 63(\text{tấn})$;

3) $\frac{5}{7}$ của 21 km là : $\frac{5}{7} \cdot 21 = 15(\text{km})$;

4) $\frac{2}{5}$ của $\frac{3}{7}$ là : $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$.

Ví dụ 2. Đội tuyển học sinh giỏi khối 6 có 50 bạn, trong đó có $\frac{3}{10}$ là học sinh giỏi môn Văn, $\frac{2}{5}$ số học sinh giỏi môn Toán, 20% số học sinh giỏi môn Sử, số còn lại giỏi môn Tiếng Anh. Tính số học sinh giỏi mỗi môn.

Lời giải

Số học sinh giỏi môn Văn là : $\frac{3}{10} \cdot 50 = 15(\text{bạn})$.

Số học sinh giỏi môn Toán là : $\frac{2}{5} \cdot 50 = 20(\text{bạn})$.

Số học sinh giỏi môn Sử là : $\frac{20}{100} \cdot 50 = 10$ (bạn).

Số học sinh giỏi môn Tiếng Anh là : $50 - (15 + 20 + 10) = 5$ (bạn).

III. BÀI TẬP

90. Tìm :

a) $\frac{4}{5}$ của 2 ; b) 15% của 200m ; c) 1,75 của 80kg.

91. Bố của An 45 tuổi. Tuổi của anh An bằng $\frac{1}{3}$ tuổi của bố. Tuổi của An bằng $\frac{4}{5}$ tuổi của anh. Tính tuổi của mỗi người.

92. Quãng đường từ nhà đến trường dài 1200m. An đi xe đạp được $\frac{3}{5}$ quãng đường thì bị hỏng xe. An đành phải gửi xe và đi bộ đến trường. Tính quãng đường An đi xe đạp và đi bộ.

93. Mẹ bạn Hòa rút tiết kiệm 10 triệu đồng tại ngân hàng theo thể thức " có kì hạn 6 tháng " với lãi suất 10,49% một năm. Hết thời hạn 6 tháng ấy, mẹ bạn Hòa lấy ra cả vốn lẫn lãi được bao nhiêu ?

94. Một bể chứa 400m^3 nước. Mỗi ngày người ta bơm ra $\frac{5}{8}$ bể rồi thay vào $\frac{2}{3}$ nước sạch so với số nước còn lại. Hỏi số nước trong bể sau hai lần thay đổi ?

95. Nhân dịp cuối năm, một cửa hàng giảm giá 10% các loại hàng điện tử. Hỏi giá của chiếc ti-vi sau khi giảm giá là bao nhiêu ? Biết rằng trước đó giá của chiếc ti-vi đó là 15 triệu đồng.

96. Một ô tô khởi hành từ A đến B với vận tốc 44km/h. Ô tô thứ hai khởi hành từ B đến A với vận tốc bằng $\frac{3}{4}$ vận tốc ô tô thứ nhất. Nếu hai ô tô khởi hành cùng một lúc thì sau bao lâu hai xe gặp nhau ? Biết rằng quãng đường AB dài 140 km.

DẠNG 2. Tìm một số biết giá trị một phân số của nó

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

$\frac{m}{n}$ của một số bằng b thì số đó bằng b : $\frac{m}{n} = \frac{bn}{m}$.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm một số, biết :

1) $\frac{3}{4}$ của nó bằng 300 ;

2) 20% của nó bằng $\frac{5}{7}$;

3) 10,5 của nó bằng -5.

Lời giải

Số đó bằng :

1) $300 : \frac{3}{4} = 400$;

2) $\frac{5}{7} : \frac{20}{100} = \frac{25}{7}$;

3) $-5 : 10,5 = -\frac{10}{21}$.

Ví dụ 2. Mỗi tháng mẹ Lan gửi tiền tiết kiệm tại ngân hàng với lãi suất 0,875%. Cuối tháng mẹ Lan nhận được 87500 đồng. Hỏi mỗi tháng mẹ Lan đã gửi bao nhiêu tiền ?

Lời giải

Ta có 0,875% số tiền bằng 87500 đồng. Vậy số tiền mẹ Lan gửi ngân hàng mỗi tháng là :

$$87500 : \frac{0,875}{100} = 10\,000\,000 \text{ (đồng)}.$$

Ví dụ 3. Trên bản đồ ghi $\frac{1}{100\,000}$, trên bản đồ khoảng cách giữa hai thành phố là 4cm. Hỏi khoảng cách thực tế của hai thành phố là bao nhiêu ?

Lời giải

Khoảng cách thực tế của hai thành phố là :

$$4 : \frac{1}{100\,000} = 400\,000 \text{ (cm)} = 4 \text{ (km)}.$$

III. BÀI TẬP

97. Một khu vườn hình chữ nhật có 30% chiều dài bằng $\frac{3}{4}$ chiều rộng và bằng 30m. Tính diện tích khu vườn.

98. a) Tìm một số biết $\frac{2}{5}$ của nó bằng -10 .
- b) Tìm x , biết 60% của x bằng $\frac{5}{7}$.
99. 60% mảnh vải dài 9m. Hỏi cả mảnh vải dài bao nhiêu mét ?
100. Đội văn nghệ của khối lớp 6 gồm: $\frac{3}{5}$ đội văn nghệ trong ban múa, 20 bạn còn lại tham gia ban hát. Hỏi đội văn nghệ có bao nhiêu bạn ?
101. Một xí nghiệp đã làm được 330 sản phẩm. Như vậy còn phải thực hiện tiếp $\frac{5}{8}$ kế hoạch mới hoàn thành. Tính số sản phẩm xí nghiệp được giao kế hoạch.
102. Bốn xã thu hoạch lúa như sau :
- Xã A thu hoạch được $\frac{1}{5}$ tổng sản lượng lúa.
- Xã B thu hoạch được $\frac{1}{4}$ tổng sản lượng lúa.
- Xã C thu hoạch được $\frac{1}{3}$ tổng sản lượng lúa.
- Xã D thu hoạch được 65 tấn. Hỏi mỗi xã đã thu hoạch được bao nhiêu tấn lúa ?
103. Một xe tải mỗi ngày chuyển được $\frac{2}{7}$ số hàng trong kho đến nơi tiêu thụ.
- Cùng ngày, một xe tải khác nhập hàng mới vào kho bằng $1\frac{1}{4}$ số hàng đã chuyển đi. Hỏi số hàng ban đầu trong kho là bao nhiêu? Biết số hàng tăng thêm là 100 tấn.
104. Một vòi nước chảy vào bể mỗi giờ được $\frac{3}{10}$ bể. Một vòi khác mỗi giờ tháo ra $\frac{2}{9}$ bể. Hỏi hai vòi cùng chảy một lúc thì sau bao lâu bể đầy ?

DẠNG 3. *Dạng toán tính ngược từ cuối và kết hợp sử dụng hai dạng toán trên*

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

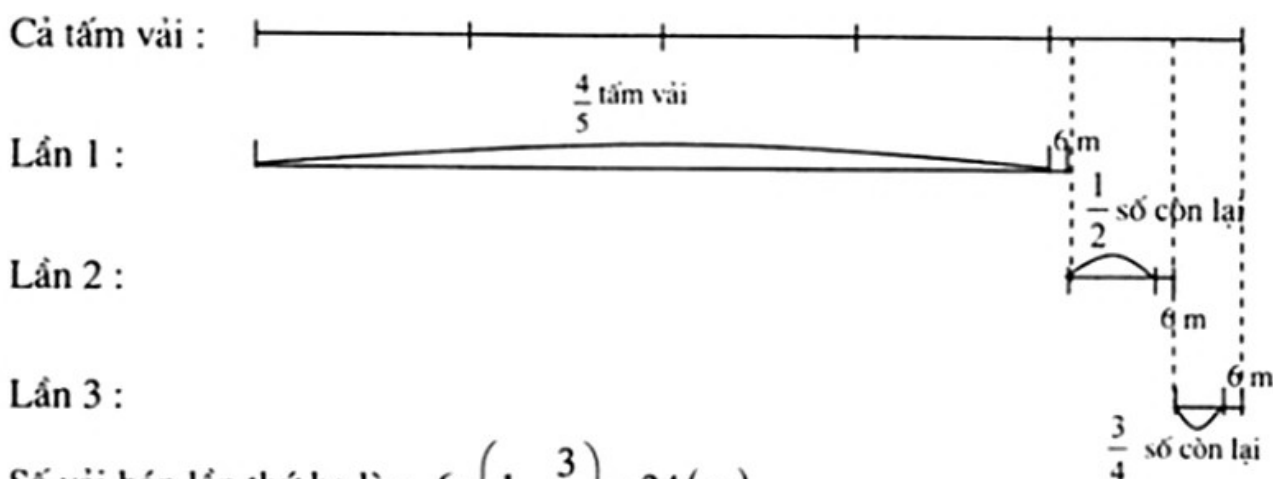
Khi giải các bài toán cơ bản về phân số, ở một số bài toán cần kết hợp vẽ sơ đồ và dùng phương pháp tính ngược từ cuối.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Một cửa hàng vải bán lần thứ nhất được $\frac{4}{5}$ tấm vải và 6m. Lần thứ hai bán được $\frac{1}{2}$ số vải còn lại và 6m. Lần thứ ba bán được $\frac{3}{4}$ số vải còn lại sau hai lần bán và 6m cuối cùng. Hỏi tấm vải dài bao nhiêu mét ?

Lời giải

Ta có sơ đồ :



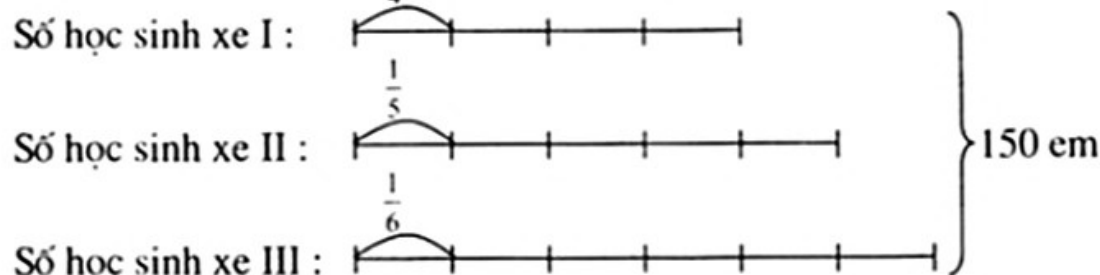
Số vải bán lần thứ ba và lần thứ hai là : $(24 + 6) : \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 60(\text{m})$.

Cả tấm vải dài : $(60 + 6) : \left(1 - \frac{4}{5}\right) = 330(\text{m})$.

Ví dụ 2. Một trường THCS tổ chức cho 150 học sinh khối 6 đi thăm quan bằng 3 xe ô tô. Biết rằng $\frac{1}{4}$ số học sinh đi xe thứ nhất bằng $\frac{1}{5}$ số học sinh đi xe thứ hai và bằng $\frac{1}{6}$ số học sinh đi xe thứ ba. Tính số học sinh đi trên mỗi xe.

Lời giải

Cách 1: Vẽ sơ đồ :



Ta thấy số học sinh ở xe I, xe II, xe III thứ tự chiếm 4, 5, 6 phần bằng nhau và 150 em chiếm $4 + 5 + 6 = 15$ (phần) đó.

Do vậy số học sinh đi xe I là : $(150 : 15) \cdot 4 = 40$ (em).

Số học sinh đi xe II là : $10 \cdot 5 = 50$ (em).

Số học sinh đi xe III là : $10 \cdot 6 = 60$ (em).

Cách 2:

Do $\frac{1}{4}$ số học sinh đi xe I = $\frac{1}{5}$ số học sinh đi xe II = $\frac{1}{6}$ số học sinh đi xe III, nên :

Số học sinh đi xe III bằng $\frac{1}{4} : \frac{1}{6} = \frac{3}{2}$ số học sinh đi xe I.

Số học sinh đi xe II bằng $\frac{1}{4} : \frac{1}{5} = \frac{5}{4}$ số học sinh đi xe I.

Số học sinh ở ba xe bằng $1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{4} = \frac{15}{4}$ số học sinh đi xe I và bằng 150 em.

Vậy số học sinh đi xe I là : $150 : \frac{15}{4} = 40$ (em).

Số học sinh đi xe II là : $\frac{5}{4} \cdot 40 = 50$ (em).

Số học sinh đi xe III là : $\frac{3}{2} \cdot 40 = 60$ (em).

III. BÀI TẬP

105. Một bác nông dân mang rổ quýt ra chợ bán.

Lần thứ nhất bác bán được $\frac{1}{6}$ số quýt và 2 quả.

Lần thứ hai bác bán được $\frac{1}{6}$ số quýt còn lại và 4 quả.

Lần thứ ba bác bán được $\frac{1}{6}$ số quýt còn lại sau hai lần bán và 6 quả.

Lần thứ tư bác bán được $\frac{1}{6}$ số quýt còn lại sau ba lần bán và 8 quả.

Lần thứ năm bác bán được $\frac{1}{6}$ số quýt còn lại sau bốn lần bán và 10 quả cuối cùng.

Tính số quýt bác nông dân đã bán.

106. Trong hội khỏe Phù đồng của trường THCS, ban tổ chức trao huy chương cho bốn khối 6, 7, 8, 9 như sau:

Khối 6 nhận được $\frac{1}{6}$ tổng số huy chương.

Khối 7 nhận được $\frac{1}{10}$ số huy chương còn lại và 12 huy chương.

Khối 8 nhận được $\frac{1}{8}$ số huy chương còn lại sau khi khối 6 và khối 7 đã nhận và 9 huy chương.

Khối 9 nhận được $\frac{1}{4}$ số huy chương còn lại sau khi khối 6, 7, 8 đã nhận và 9 huy chương cuối cùng.

Hãy tính tổng số huy chương được trao cho các khối.

107. Bố Nam hơn mẹ Nam 4 tuổi. Biết rằng $\frac{1}{10}$ tuổi bố Nam bằng $\frac{1}{9}$ tuổi mẹ

Nam và bằng $\frac{1}{2}$ tuổi Nam. Hãy tính tuổi của mỗi người.

108. Năm 2009 miền Trung bị bão lũ gây thiệt hại nặng nề. Trường em tổ chức đóng góp tiền cho các bạn miền trung. Khối 9 góp $\frac{3}{10}$ tổng số tiền. Khối 8 góp $\frac{1}{3}$ tổng số tiền của hai khối 8 và 9. Khối 7 góp $\frac{1}{4}$ tổng số tiền ba khối 7, 8, 9 đã góp. Khối 6 góp 1000 000 đồng. Hội toàn trường đã góp được bao nhiêu tiền ?

Lời giải

a) Tỉ số của 1,24 và 2,12 là : $\frac{1,24}{2,12} = \frac{124}{212} = \frac{31}{53}$.

b) Tỉ số của $3\frac{1}{4}$ và $5\frac{2}{7}$ là : $\frac{3\frac{1}{4}}{5\frac{2}{7}} = \frac{13}{4} : \frac{37}{7} = \frac{13.7}{4.37} = \frac{91}{148}$.

Ví dụ 3. Một hình chữ nhật có chu vi là 30m. Tỉ số giữa chiều dài và chiều rộng là $\frac{3}{2}$. Hãy tính kích thước của hình chữ nhật đó.

Lời giải

Tổng độ dài của chiều dài và chiều rộng là $30 : 2 = 15$ (m).

Tỉ số giữa chiều dài và chiều rộng là $\frac{3}{2}$, tức là chiều dài bằng $\frac{3}{2}$ chiều rộng;

tổng chiều dài và chiều rộng là $1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$ chiều rộng. Do đó :

Chiều rộng bằng $15 : \frac{5}{2} = 6$ (m);

Chiều dài bằng $\frac{3}{2} \cdot 6 = 9$ (m).

III. BÀI TẬP

109. Tìm tỉ số của hai số a và b, biết :

a) $a = \frac{2}{5}$ m và $b = 4,8$ dm;

b) $a = 15,5$ và $b = \frac{4}{5}$;

c) $a = 10\frac{1}{3}$ và $b = 4\frac{5}{6}$.

110. Viết tỉ số của hai số a và b dưới dạng tỉ số của hai số nguyên :

a) $a = 3,25$ và $b = 5,12$;

b) $a = 3\frac{5}{8}$ và $b = 1\frac{1}{4}$;

c) $a = 30\%$ và $b = 3\frac{1}{3}$.

111. Hãy so sánh năng xuất sản xuất của các nhà máy sau :

– Nhà máy A mỗi năm nhập vào 9 tấn nguyên liệu, sau khi chế biến sản xuất được 4 tấn sản phẩm.

Lời giải

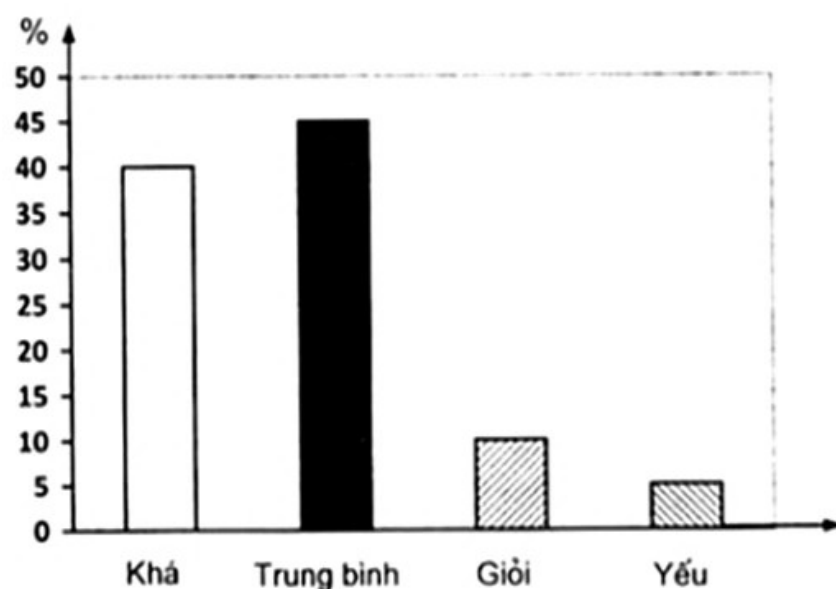
a) Số học sinh giỏi chiếm : $\frac{30 \cdot 100}{300} \% = 10\%$.

Số học sinh khá chiếm : $\frac{120 \cdot 100}{300} \% = 40\%$.

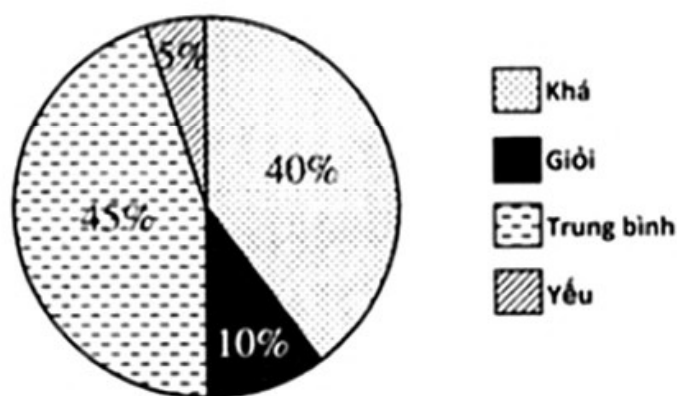
Số học sinh yếu chiếm : $\frac{15 \cdot 100}{300} \% = 5\%$.

Số học sinh trung bình chiếm : $100\% - (10\% + 40\% + 5\%) = 45\%$.

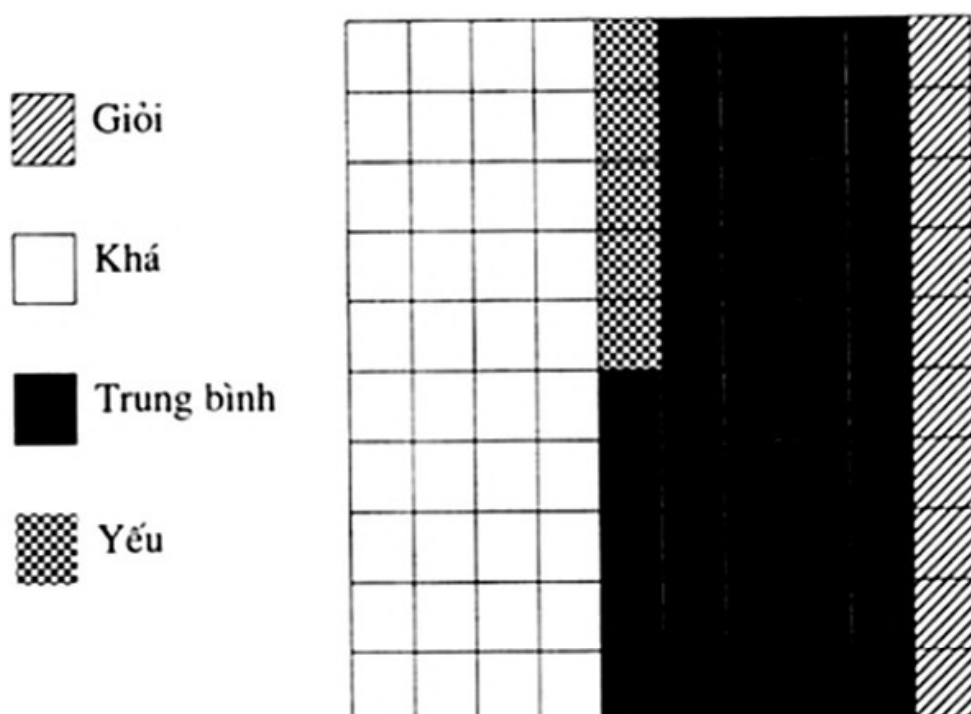
b) Biểu đồ :



Biểu đồ cột



Biểu đồ hình quạt



Biểu đồ ô vuông

Ví dụ 3. Một ống nước bị tắc nên sức chảy giảm 60%. Hỏi thời gian chảy đầy bể phải tăng bao nhiêu phần trăm ?

Lời giải

Do ống bị tắc nên để chảy được 60% bể thì cần 100% thời gian.

Vậy để chảy đầy bể cần 100% : $\frac{60}{100} = 166\frac{2}{3}\%$ thời gian.

Do đó thời gian chảy đầy bể phải tăng lên $66\frac{2}{3}\%$.

III. BÀI TẬP

113. Tìm tỉ số phần trăm của a và b, biết :

a) $a = 5\text{cm}$ và $b = 16\text{cm}$;

b) $a = \frac{2}{3}\text{m}$ và $b = 1\frac{1}{4}\text{cm}$;

c) $a = 0,5\text{m}^3$ và $b = \frac{2}{3}\text{dm}^3$.

114. Một cây gỗ tươi có khối lượng 400kg, trong đó chứa 85% nước. Hãy tính lượng nước trong cây gỗ này.

115. Trong 50 kg dưa hấu có chứa 49kg nước. Tính tỉ số phần trăm nước trong dưa hấu.

116. Năm học 2007 – 2008, cả nước ta có 209 trường Cao đẳng, 160 trường Đại học. Trong đó có 185 trường Cao đẳng công lập và 24 trường Cao đẳng ngoài công lập; có 120 trường Đại học công lập và 40 trường Đại học ngoài công lập.
- a) Tính tỉ số phần trăm của từng loại trường nói trên với tổng số trường Đại học và Cao đẳng của nước ta.
- b) Vẽ biểu đồ hình quạt biểu diễn tỉ số phần trăm đó.
117. Phải thêm bao nhiêu lít nước vào 30l dung dịch axít nồng độ 5% để được dung dịch axít nồng độ 3% ?
118. Giá rau tháng 7 thấp hơn giá rau tháng 6 là 10%. Giá rau tháng 8 cao hơn giá rau tháng 7 là 10%. Hỏi giá rau tháng 8 cao hơn hay thấp hơn giá rau tháng 6 bao nhiêu phần trăm ?

DẠNG 3. Toán về tỉ lệ xích

I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Để tìm tỉ lệ xích của một bản đồ :

- Đo khoảng cách giữa hai điểm trên bản đồ, gọi là a.
- Đo khoảng cách thực tế của hai vị trí này gọi là b.
- Tỉ lệ xích bằng $\frac{a}{b}$.

2. Khi biết tỉ lệ xích của một bản đồ $\left(= \frac{a}{b} \right)$, có thể tính được khoảng cách

thực tế của hai vị trí bằng $M : \frac{a}{b}$. Trong đó M là khoảng cách hai điểm tương ứng trên bản đồ.

II. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm tỉ lệ xích của một bản đồ, biết rằng quãng đường từ Hà Nội đến Hải Dương trên bản đồ là 4 cm, còn trên thực tế là 56 km.

Lời giải

$$56 \text{ km} = 5600000 \text{ cm.}$$

$$\text{Tỉ lệ xích của bản đồ là : } \frac{4}{5600000} = \frac{1}{1400000}.$$

Ví dụ 2. Trên bản vẽ kĩ thuật có tỉ lệ xích $\frac{1}{130}$, chiều cao của một ngôi nhà là 30cm. Tính chiều cao thực tế của ngôi nhà.

Lời giải

Chiều cao thực tế của ngôi nhà là

$$30 : \frac{1}{130} = 3900(\text{cm}) = 39(\text{m}).$$

Ví dụ 3. Quãng đường từ Hà Nội đến Hải Phòng là 104km. Nếu vẽ trên bản đồ tỉ lệ xích 1 : 10000000 thì quãng đường này dài bao nhiêu xen-ti-mét ?

Lời giải

$$104 \text{ km} = 10400000 \text{ cm}.$$

Trên bản đồ quãng đường Hà Nội đến Hải Phòng dài :

$$10400000 \cdot \frac{1}{1000000} = 10,4(\text{cm}).$$

III. BÀI TẬP

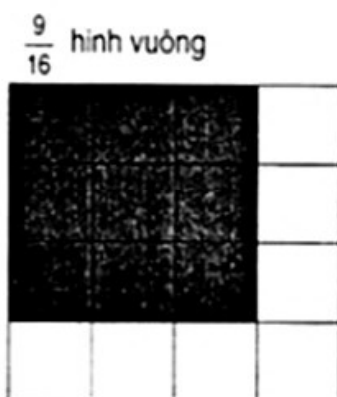
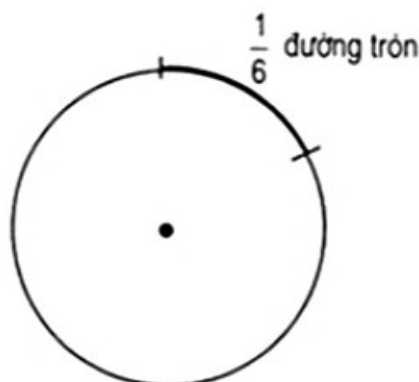
119. Tìm tỉ lệ xích của một biểu đồ, biết rằng khoảng cách từ Hà Nội đến Thành phố Hồ Chí Minh là 1710 km và trên bản đồ dài 1 m.
120. Trên bản vẽ kĩ thuật có tỉ lệ xích 1 : 150, chiều dài của một chiếc cầu là 125cm. Hỏi thực tế chiếc cầu này dài bao nhiêu mét ?
121. Một bản đồ có tỉ lệ xích 1 : 1000000000.
 - a) Khoảng cách giữa hai điểm A và B trên bản đồ dài 2cm. Hỏi trên thực tế khoảng cách này là bao nhiêu ?
 - b) Khoảng cách giữa hai điểm C và D trên thực tế là 100km. Hỏi trên bản đồ khoảng cách này là bao nhiêu ?
122. An muốn vẽ khuôn viên ngôi trường hình chữ nhật rộng 200m, dài 300m lên bản vẽ với tỉ lệ xích $\frac{1}{1000000}$. Hỏi khuôn viên của trường trên bản vẽ có diện tích bao nhiêu m^2 ?

LỜI GIẢI - HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Chủ đề 1

1. $\frac{2}{3}$; $\frac{-53}{11}$; $\frac{0}{-145}$.
3. $\frac{23}{45}$; $\frac{-5}{12}$; $\frac{-24}{23}$; $\frac{24}{47}$.
4. $37 : 57$; $13 : (-17)$; $4 : (-25)$; $201 : 317$.

5.



6. a) $\frac{-5}{16}$; b) $\frac{12}{-17}$; c) $\frac{6}{13}$; d) $\frac{-7}{-18}$.
7. a) $\frac{-5}{7} = \frac{10}{-14}$, vì $(-5) \cdot (-14) = 7 \cdot 10$;
b) $\frac{5}{-6} \neq \frac{5}{6}$, vì $5 \cdot 6 \neq (-6) \cdot 5$;
c) $\frac{5}{8} = \frac{-25}{-40}$, vì $5 \cdot (-40) = 8 \cdot (-25)$;
d) $\frac{7n}{8n} \neq \frac{-7}{8}$, vì $7n \cdot 8 \neq 8n \cdot (-7)$ (với $n \neq 0$).
8. a) $\frac{-x}{12} = \frac{1}{-6} \Leftrightarrow 6x = 12 \Leftrightarrow x = 2$; b) $y = 7$; c) $y = -1$;
d) Không tìm được x nguyên nào thỏa mãn $\frac{2x}{-9} = \frac{10}{81}$.
9. a) $\frac{-7}{14} = \frac{-2}{4}$; b) $\frac{4}{-2} = \frac{14}{-7}$; c) $\frac{4}{14} = \frac{-2}{-7}$ hoặc $\frac{-7}{-2} = \frac{14}{4}$.
10. a) $\frac{1}{-3} = \frac{-1}{3}$; $\frac{-5}{-20} = \frac{5}{20}$; $\frac{7}{-10} = \frac{-7}{10}$; $\frac{-8}{-27} = \frac{8}{27}$.

$$b) \frac{1}{4} = \frac{-1}{-4}; \quad \frac{-5}{7} = \frac{5}{-7}; \quad \frac{0}{5} = \frac{0}{-5}; \quad \frac{-1000}{1} = \frac{1000}{-1}.$$

$$11. \quad a) \frac{a}{b} = \frac{2a}{2b}, \text{ vì } a \cdot 2b = b \cdot 2a;$$

$$b) \frac{a+1}{b} = \frac{-a-1}{-b}, \text{ vì } (a+1) \cdot (-b) = b \cdot (-a-1).$$

$$12. \quad a) \frac{a}{b} \neq \frac{a+1}{b}, \text{ vì } a \cdot b \neq b \cdot (a+1) \text{ khi } b \neq 0;$$

$$b) \frac{a}{b} \neq \frac{a+2}{b+2}, \text{ vì } a \cdot (b+2) \neq b \cdot (a+2) \text{ khi } a \neq b;$$

$$13. \quad a) \frac{-2}{14};$$

$$b) \frac{-9}{-21}.$$

Chủ đề 2

$$14. \quad a) \frac{36}{-48} = \frac{12 \cdot 3}{12 \cdot (-4)} = \frac{3}{-4}; \quad b) -\frac{3}{10}; \quad c) \frac{2}{9}; \quad d) \frac{29}{43}.$$

$$15. \quad a) \frac{1}{3}; \quad b) \frac{-7}{16}; \quad c) \frac{-1}{5}; \quad d) \frac{67}{89}.$$

$$16. \quad a) \frac{1717}{2323} = \frac{17 \cdot 101}{23 \cdot 101} = \frac{17}{23}; \quad \frac{-171717}{-232323} = \frac{17 \cdot (-10101)}{23 \cdot (-10101)} = \frac{17}{23}.$$

$$b) \frac{-12}{132} = \frac{12 \cdot (-1)}{12 \cdot 11} = \frac{-1}{11}; \quad \frac{7}{-77} = \frac{7}{7 \cdot (-11)} = \frac{1}{-11}; \quad \frac{-9}{99} = \frac{9 \cdot (-1)}{9 \cdot 11} = \frac{-1}{11}.$$

$$17. \quad \text{Cách làm tương tự ví dụ 3, ta tìm được phân số } \frac{40}{48}.$$

$$18. \quad \text{Gọi tử và mẫu của phân số cần tìm lần lượt là } a \text{ và } b. \text{ Ta có}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{-36}{42} = \frac{-6}{7} \text{ và } a - b = 52.$$

$$\text{Suy ra } a = -6k; \quad b = 7k \text{ và } a - b = -6k - 7k = 52 \text{ nên } k = -4.$$

$$\text{Vậy } a = (-6) \cdot (-4) = 24; \quad b = 7 \cdot (-4) = -28. \text{ Ta được phân số } \frac{24}{-28}.$$

19. a) BCNN(7; 11) = 77, nên $\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 11}{7 \cdot 11} = \frac{55}{77}$; $\frac{9}{11} = \frac{9 \cdot 7}{11 \cdot 7} = \frac{63}{77}$.

b) Rút gọn: $\frac{33}{143} = \frac{3}{13}$; $\frac{-12}{36} = \frac{-1}{3}$. BCNN(3; 13) = 39, nên

$$\frac{3}{13} = \frac{9}{39}; \quad \frac{-1}{3} = \frac{-13}{39}.$$

c) $\frac{-12}{30} = \frac{-2}{5} = \frac{-8}{20}$; $\frac{18}{-40} = \frac{-9}{20}$.

d) $\frac{-24}{-72} = \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$; $\frac{39}{-65} = \frac{-3}{5} = \frac{-9}{15}$.

20. a) $\frac{-12}{81} = \frac{-4}{27} = \frac{-64}{432}$; $\frac{36}{64} = \frac{9}{16} = \frac{243}{432}$; $\frac{25}{-30} = \frac{-5}{6} = \frac{-360}{432}$.

b) $\frac{14}{-18} = \frac{-7}{9} = \frac{-35}{45}$; $\frac{-6}{-18} = \frac{1}{3} = \frac{15}{45}$; $\frac{-4}{10} = \frac{-2}{5} = \frac{-18}{45}$.

21. a) MSC = $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 1400$. Vậy $\frac{8}{2^3 \cdot 25} = \frac{56}{1400}$; $\frac{10}{2^2 \cdot 5^2 \cdot 7} = \frac{20}{1400}$.

b) $\frac{6^2 - 8}{-12 + 4^2} = 7 = \frac{21}{3}$; $\frac{15 - 3^4}{-27 + 3^2} = \frac{11}{3}$.

22. Nhận xét rằng mỗi phân số ở cột thứ nhất, thứ hai, thứ ba, thứ tư (tính từ trái sang phải) của hàng đầu tiên có dạng: $\frac{a}{b}$, $\frac{-2a}{-2b}$, $\frac{3a}{3b}$, $\frac{-4a}{-4b}$.

Từ đó, ta có thể điền đầy đủ các phân số vào bảng như sau:

$\frac{1}{3}$	$\frac{-2}{-6}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{-4}{-12}$
$\frac{2}{-3}$	$\frac{-4}{6}$	$\frac{6}{-9}$	$\frac{-8}{12}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{-2}{-10}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{-4}{20}$
$\frac{2}{-5}$	$\frac{-4}{10}$	$\frac{6}{-15}$	$\frac{-8}{20}$

23. a) $\frac{-11}{14} = \frac{-121}{154}$; $\frac{5}{-11} = \frac{-5}{11} = \frac{-70}{154}$ nên $\frac{5}{-11} > \frac{-11}{14}$.

b) $\frac{14}{26} = \frac{7}{13} = \frac{63}{117}$; $\frac{25}{45} = \frac{5}{9} = \frac{65}{117}$, nên $\frac{14}{26} < \frac{25}{45}$.

c) $\frac{-18}{28} = \frac{-9}{14} = \frac{-351}{546}$; $\frac{58}{-78} = \frac{-29}{39} = \frac{-406}{546}$, nên $\frac{-18}{28} > \frac{58}{-78}$.

24. Nhận thấy: $\frac{11}{10} = 1 + \frac{1}{10}$; $\frac{8}{7} = 1 + \frac{1}{7}$; $\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4}$.

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{7} > \frac{1}{10} \text{ nên } \frac{5}{4} > \frac{8}{7} > \frac{11}{10} > 0;$$

$$\frac{22}{-77} = \frac{-2}{7} = \frac{-30}{105}; \quad \frac{-13}{15} = \frac{-91}{105} \text{ nên } \frac{-13}{15} < \frac{22}{-77} < 0.$$

Vì vậy, ta có cách sắp xếp các phân số theo thứ tự giảm dần như sau:

$$\frac{5}{4}; \quad \frac{8}{7}; \quad \frac{11}{10}; \quad \frac{22}{-77}; \quad \frac{-13}{15}.$$

25. Nhận thấy $\frac{-8}{-5} > 1 > \frac{20}{21} > 0$; $\frac{-32}{43} > -1$; $\frac{-5}{4} = -1 - \frac{1}{4}$;

$$\frac{-15}{14} = -1 - \frac{1}{14}; \quad \frac{-43}{35} = -1 - \frac{8}{35} \text{ và } -\frac{1}{4} < \frac{-8}{35} < \frac{-1}{14}.$$

Vậy ta có cách sắp xếp các phân số theo thứ tự tăng dần như sau:

$$-\frac{5}{4}; \quad \frac{43}{-35}; \quad \frac{-15}{14}; \quad \frac{-32}{43}; \quad \frac{20}{21}; \quad \frac{-8}{-5}.$$

26. a) $\frac{13}{15} > \frac{19}{22}$.

b) Có rất nhiều cách viết ba phân số nằm giữa hai phân số $\frac{13}{15}$ và $\frac{19}{22}$.

Với nhận xét $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$), ta có

$$\frac{13}{15} > \frac{32}{37} > \frac{19}{22} \Rightarrow \frac{13}{15} > \frac{45}{52} > \frac{32}{37} > \frac{51}{59} > \frac{19}{22}.$$

c) $\frac{-13}{15} < \frac{-19}{22}$. Do đó $\frac{-13}{15} < \frac{-45}{52} < \frac{-32}{37} < \frac{-51}{59} < \frac{-19}{22}$.

27. Gọi mẫu số của phân số cần tìm là x , ta có : $\frac{-18}{19} < \frac{5}{x} < \frac{-13}{17}$.

Suy ra x là số nguyên âm. Đặt $y = -x$, ta có $y \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{18}{19} > \frac{5}{y} > \frac{13}{17}$.

Tìm được $y = 6$. Vậy số cần tìm là $\frac{5}{-6}$.

28. Nhận thấy : $A = 100^{10} - \frac{100^{10} - 1}{100^{80} + 1}$; $B = 100^{10} - \frac{100^{10} - 1}{100^{79} + 1}$.

Từ đó suy ra $A > B$.

29. Sử dụng tính chất bắc cầu, hoặc nếu $ab > cd$ (với $b, c \in \mathbb{N}^*$) thì $\frac{a}{c} > \frac{d}{b}$.

a) $\frac{4}{9} < \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$;

b) Do $5 \cdot 12 > 8 \cdot 7$, nên $\frac{5}{8} > \frac{7}{12}$;

c) $\frac{17}{-18} = \frac{-17}{18}$. Do $(-5) \cdot 18 > 8 \cdot (-17)$ (vì $-90 > -136$), nên $\frac{-5}{8} > \frac{-17}{18}$;

d) Do $(-8) \cdot 3 > 15 \cdot (-2)$ nên $\frac{-8}{15} > \frac{-2}{3}$.

30. a) Do $\frac{a}{b} < 1$ (với $a, b \in \mathbb{N}^*$), nên $a < b$ suy ra $an < bn$. Ta có

$$a(b+n) = ab + an < ab + bn = b(a+n) \text{ nên } \frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n}.$$

b) Do $\frac{a}{b} > 1$ (với $a, b \in \mathbb{N}^*$), nên $a > b$ suy ra $an > bn$. Ta có

$$a(b+n) = ab + an > ab + bn = b(a+n) \text{ nên } \frac{a}{b} > \frac{a+n}{b+n}.$$

Chủ đề 3

31. a) $\frac{3}{17}$;

b) -1 ;

c) -2 .

32. a) $\frac{11}{21}$; b) $\frac{95}{96}$;

c) $\frac{-18}{24} + \frac{25}{30} = \frac{-3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{-9+10}{12} = \frac{1}{12}$.

33. a) Thực hiện phép cộng :

$$\frac{-5}{7} + \frac{-6}{8} = \frac{-5}{7} + \frac{-3}{4} = \frac{-20-21}{28} = \frac{-41}{28} < -1 < -\frac{1}{3}. \text{ Vì vậy } \frac{-5}{7} + \frac{-6}{8} \boxed{<} \frac{-1}{3}.$$

b) $\frac{1}{6} + \frac{-10}{15} \boxed{<} \frac{1}{5} + \frac{-12}{36}$;

c) $\frac{-8}{15} + \frac{7}{14} \boxed{>} -1$;

d) $\frac{14}{20} + \frac{4}{-5} \boxed{=} \frac{-1}{10}$.

34. $\frac{1}{6} = \frac{3}{18} = \frac{2+1}{18} = \frac{1}{9} + \frac{1}{18}$.

35. a) $\frac{2}{5} + \frac{-3}{7} = \frac{x}{70} \Leftrightarrow \frac{-1}{35} = \frac{x}{70} \Leftrightarrow x = -2$;

b) $\frac{5}{6} + \frac{-19}{30} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow \frac{6}{30} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = 5$.

36. a) $12 + \left(\frac{3}{5} + \frac{7}{5}\right) + \frac{17}{24} = 14 + \frac{17}{24} = 14\frac{17}{24}$;

b) $\left(\frac{2}{3} + \frac{-5}{3}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{5}\right) + 1 = -1 + \frac{4}{5} + 1 = \frac{4}{5}$.

37. a) $A = \left(\frac{124}{125} + \frac{1}{125}\right) + \left(\frac{-18}{15} + \frac{3}{15}\right) = 1 + (-1) = 0$;

b) $B = \left(\frac{1}{9} + \frac{5}{9}\right) + \left(\frac{-5}{17} + \frac{-12}{17}\right) + \left(\frac{3}{6} + \frac{-1}{2}\right) = \frac{2}{3} - 1 + 0 = -\frac{1}{3}$.

38. a) Ta có $\frac{1}{a} + \frac{-1}{a+1} = \frac{a+1}{a(a+1)} + \frac{-a}{a(a+1)} = \frac{1}{a(a+1)}$.

b) Áp dụng công thức trên, khi $a = 1, 2, \dots, 999$, ta có

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{999 \cdot 1000} \\
 &= 1 + \frac{-1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{-1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{-1}{4} + \dots + \frac{1}{999} + \frac{-1}{1000} \\
 &= 1 - \frac{1}{1000} = \frac{999}{1000}.
 \end{aligned}$$

39. a) $\frac{7}{8} = \frac{1+2+4}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2};$ b) $\frac{7}{8} = \frac{-1}{-8} + \frac{-1}{-4} + \frac{-1}{-2}.$

40. Vận dụng tính chất giao hoán, ta có thể điền nhanh vào bảng như sau :

+	$\frac{-5}{7}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{-8}$
$\frac{-5}{7}$	$\frac{-10}{7}$	$\frac{-4}{35}$	$\frac{-75}{56}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{-4}{35}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{-1}{40}$
$\frac{5}{-8}$	$\frac{-75}{56}$	$\frac{-1}{40}$	$\frac{-5}{4}$

41. Ta có :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} &= 1; & \frac{1}{2} + \frac{-1}{2} + 1 &= 1; & \frac{1}{3} + \frac{-1}{3} + 1 &= 1; \\
 \frac{1}{4} + \frac{-1}{4} + 1 &= 1; & \frac{1}{5} + \frac{-1}{5} + 1 &= 1; & \frac{1}{6} + \frac{-1}{6} + 1 &= 1.
 \end{aligned}$$

Chủ đề 4

42. Số đối của mỗi số $\frac{17}{-18}; \frac{-8}{15}; \frac{-4}{-5}; 1; -5; 0; \frac{4}{8}$ theo thứ tự là :

$$\frac{17}{18}; \frac{8}{15}; \frac{4}{5}; -1; 5; 0; \frac{-1}{2}.$$

43. Bạn C nói đúng.

44. Cách điền số vào bảng như sau :

$\frac{a}{b}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{-1}{5}$	$\frac{-1}{3}$	$\frac{1}{6}$	0
$-\frac{a}{b}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{-1}{6}$	0
$-\left(-\frac{a}{b}\right)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{-1}{5}$	$\frac{-1}{3}$	$\frac{1}{6}$	0
$-\left(-\left(-\frac{a}{b}\right)\right)$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{-1}{6}$	0

☞ **Chú ý:** $\frac{a}{b} = -\left(-\frac{a}{b}\right)$; $\frac{-a}{b} = -\left(-\left(-\frac{a}{b}\right)\right)$.

45. a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{-29}{16}$; c) $\frac{31}{8}$.

46. a) $\square = \frac{-2}{3} - \frac{1}{15} = \frac{-11}{15}$. Vậy $\frac{1}{15} + \frac{-11}{15} = \frac{-2}{3}$.

b) $\square = \frac{-8}{5} + \frac{1}{4} = \frac{-27}{20}$. Vậy $-\frac{1}{4} + \frac{-27}{20} = \frac{-8}{5}$.

c) $\square = \frac{1}{5} - \frac{1}{25} = \frac{4}{25}$. Vậy $\frac{1}{5} - \frac{4}{25} = \frac{1}{25}$.

d) $\square = \frac{7}{15}$. Vậy $\frac{-7}{15} + \frac{7}{15} = 0$.

47. a) $x = 3$; b) $x = 7$.

48. a) $x = \frac{2}{45}$; b) $x = \frac{-3}{20}$.

49. Nam ăn $1 - \frac{1}{3} - \frac{3}{10} = \frac{11}{30}$ (quả bưởi).

50. a) $\frac{3}{15} - \frac{7}{-8} + \frac{-1}{3} = \frac{3}{15} + \frac{7}{8} - \frac{1}{3} = \frac{89}{120}$;

b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{-5} - \frac{1}{-6} + \frac{1}{-8} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{7}{40}$.

51. a) $\frac{-5}{7} + \frac{3}{8} - \frac{2}{7} + \frac{5}{8} = \left(\frac{-5}{7} - \frac{2}{7}\right) + \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{8}\right) = -1 + 1 = 0$;

$$b) \frac{-5}{12} - \left(\frac{3}{4} + \frac{7}{12} - \frac{2}{8} \right) = \left(\frac{-5}{12} - \frac{7}{12} \right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \right) = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}.$$

52. a) $x = 1$;

b) $x = 3$.

53. a) $x = \frac{79}{30}$;

b) $x = \frac{-7}{5}$.

Chủ đề 5

54. a) $-\frac{1}{7}$;

b) $\frac{1}{5}$;

c) $\frac{-7}{4}$;

d) $\frac{7}{3}$.

55. Cách điền vào các ô trống của bảng như sau :

$\times$	$\frac{-1}{3}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{2}{-5}$
$\frac{-1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{-11}{36}$	$\frac{2}{15}$
$\frac{11}{12}$	$\frac{-11}{36}$	$\frac{121}{144}$	$\frac{11}{-30}$
$\frac{2}{-5}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{11}{-30}$	$\frac{4}{25}$

56. Có rất nhiều cách viết chẳng hạn :

$$\frac{-4}{15} = \frac{-2}{3} \cdot \frac{2}{5}; \quad \frac{6}{-49} = \frac{2}{-7} \cdot \frac{3}{7}; \quad \frac{6}{35} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}; \quad \frac{-9}{22} = \frac{3}{2} \cdot \frac{-3}{11}.$$

57. a) $x = \frac{-4}{21} - \frac{1}{5} = \frac{-41}{105}$;

b) $x = \frac{3}{25} \cdot \left(\frac{-12}{17} - \frac{8}{16} \right) = \frac{3}{25} \cdot \frac{-41}{34} = \frac{-123}{850}$.

58*. Gọi hai cặp phân số tối giản là $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$.

Với $(a, b) = (c, d) = 1$. Ta có $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \Leftrightarrow ad + bc = ac$.

Do $ad : a$ nên $bc : a$, mà $(b, a) = 1$ suy ra $c : a$ (1)

Tương tự $bc : a$, nên $ad : c$, mà $(d, c) = 1$ suy ra $a : c$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a = c$ hoặc $a = -c$.

Trường hợp: $a = c$ suy ra $b + d = a = c$.

Ví dụ: $a = c = 5; b = 3; d = 2$ ta có $\frac{5}{3} + \frac{5}{2} = \frac{25}{6} = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{2}$.

Trường hợp: $a = -c$ suy ra $a = -c = b - d$.

Ví dụ: $a = 5; c = -5; b = 7; d = 2$ ta có $\frac{5}{7} + \frac{-5}{2} = \frac{-25}{14} = \frac{5}{7} \cdot \frac{-5}{2}$.

59. Lượng bia sản xuất mỗi tuần của xí nghiệp đó là

$$1400 \cdot \frac{65}{100} = 910 \text{ (lít)}.$$

60. a) $A = \frac{15 \cdot 9}{9 \cdot 22 \cdot 25} = \frac{3}{110}$; b) $B = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{1}{4}$.

61. Thực hiện phép trừ trong mỗi ngoặc ta được

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdots \frac{2009}{2010} = \frac{1}{2010}.$$

62. Áp dụng tính chất phân phối của phép nhân với phép cộng, ta có

a) $\frac{4}{9} \cdot \left(\frac{5}{7} + \frac{2}{5} + \frac{2}{7} - \frac{7}{5} \right) = \frac{4}{9} \cdot \left(\left(\frac{5}{7} + \frac{2}{7} \right) + \left(\frac{2}{5} - \frac{7}{5} \right) \right) = \frac{4}{9} \cdot (1 - 1) = 0$;

b) $\frac{4}{13} \cdot \left(\frac{5}{11} + \frac{6}{11} - 1 \right) = \frac{4}{13} \cdot (1 - 1) = 0$.

63. a) $\frac{3}{4} - x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$;

b) $x = \frac{17}{18} \cdot \frac{18}{5 \cdot 17} = \frac{17 \cdot 18}{5 \cdot 17 \cdot 18} = \frac{1}{5}$.

64*. Nhận xét thấy mỗi số hạng của tổng có dạng :

$$\frac{4}{a(a+2)} = \frac{2 \cdot (a+2-a)}{a(a+2)} = 2 \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+2} \right)$$

Với $a = 3; 5; 7; 9$, ta có

$$\frac{4}{3 \cdot 5} + \frac{4}{5 \cdot 7} + \frac{4}{7 \cdot 9} + \frac{4}{9 \cdot 11} = 2 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{11} \right) = \frac{16}{33}.$$

Chủ đề 6

65. Số nghịch đảo của $\frac{-5}{7}$ là $\frac{-7}{5}$, vì $\frac{-5}{7} \cdot \frac{-7}{5} = 1$.

Số nghịch đảo của $\frac{4}{-9}$ và 4 thứ tự là $\frac{-9}{4}$ và $\frac{1}{4}$.

Số 0 không có số nghịch đảo.

66. a) $x = \frac{10}{7}$; b) $x = \frac{21}{5}$; c) $x = 9900$.

67. Bạn Cự nói đúng.

68. a) $\frac{-1}{13}$; b) -112 ; c) $\frac{-5}{2}$; d) $\frac{18}{7}$.

69. a) $x = -3$; b) $x = \frac{-7}{45}$; c) $x = \frac{-10}{7}$; d) $x = \frac{8}{5}$.

70. a) $x = \frac{-8}{25}$; b) $x = \frac{5}{7}$.

71. Thời gian An đi từ nhà đến trường là $5 : \frac{9}{2} = \frac{10}{9}$ (giờ).

72. Số chai nước mắm đóng được là $201 : \frac{3}{4} = 268$ (chai).

73. a) $A = \frac{3}{15} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{17}{-18} \cdot \frac{14}{17} = -\frac{7}{81}$;

b) $B = \frac{-5}{8} \cdot \left(\frac{2}{13} + \frac{11}{3} \right) + 1 = \frac{-5}{8} + 1 = \frac{3}{8}$.

74. a) $C = \frac{4}{5} : (-1) : \frac{11}{25} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{25}{11} = \frac{-20}{11}$;

b) $D = \frac{-19}{99} \cdot \frac{9}{4} = \frac{-19}{44}$.

75. a) $E = \frac{11}{12} : \frac{-25}{9 \cdot 17} - \frac{1}{3} = \frac{11 \cdot 9 \cdot 17}{12 \cdot (-25)} - \frac{1}{3} = \frac{-561}{100} - \frac{1}{3} = \frac{-1783}{300}$;

b) $F = -\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{9}{8} + \frac{1}{2} - \frac{6}{23} \right) - \frac{9}{17} = -\frac{1}{5} \cdot \frac{251}{184} - \frac{9}{17} = \frac{-12547}{15640}$.

$$76. \quad \text{a) } \frac{5}{14} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{-4}{15} \cdot \frac{7}{5} = -\frac{5 \cdot 4 \cdot 7}{3 \cdot 5 \cdot 14 \cdot 15} = \frac{2}{45};$$

$$\text{b) } \left(\frac{-8}{13} - \frac{2}{5} - \frac{1}{13} + \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{65}{58} = \frac{-58}{65} \cdot \frac{65}{58} = -1.$$

Chủ đề 7

$$77. \quad \frac{16}{3}; \quad \frac{-13}{4}; \quad \frac{75}{7}; \quad \frac{-23}{3}.$$

$$78. \quad 2\frac{1}{3}; \quad -2\frac{1}{2}; \quad -1\frac{1}{3}; \quad -3\frac{3}{4}.$$

$$79. \quad A = 7\frac{3}{5} - 2\frac{5}{7} - 5\frac{3}{5} = \left(7\frac{3}{5} - 5\frac{3}{5} \right) - 2\frac{5}{7} = 2 - 2\frac{5}{7} = -\frac{5}{7};$$

$$B = 8\frac{2}{9} - 4\frac{2}{9} + 5\frac{1}{2} = \left(8\frac{2}{9} - 4\frac{2}{9} \right) + 5\frac{1}{2} = 4 + 5\frac{1}{2} = 9\frac{1}{2}.$$

80. Trước hết đổi các hỗn số ra phân số rồi mới thực hiện phép tính.

$$\text{a) } 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{5} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 3;$$

$$\text{b) } 6\frac{1}{3} : 2\frac{5}{7} : 2\frac{1}{3} = \frac{19}{3} : \frac{19}{7} : \frac{7}{3} = \frac{19}{3} \cdot \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{7} = 1.$$

$$81. \quad A = \left(8\frac{1}{13} - 5\frac{3}{13} \right) - 2\frac{1}{2} = 3 - 2\frac{1}{2} = \frac{1}{2};$$

$$B = \left(6\frac{5}{7} - 4\frac{5}{7} \right) + 2\frac{7}{9} = 2 + 2\frac{7}{9} = 4\frac{7}{9};$$

$$C = \frac{5}{8} \cdot \left(\frac{-2}{9} - \frac{7}{9} \right) + 1 + \frac{5}{8} = \frac{-5}{8} + \frac{5}{8} + 1 = 1.$$

$$82. \quad 6\frac{3}{2} = \frac{20}{3} \text{ nên nghịch đảo của } 6\frac{3}{2} \text{ là } \frac{3}{20};$$

$$-5\frac{1}{7} = \frac{-36}{7} \text{ nên nghịch đảo của } -5\frac{1}{7} \text{ là } \frac{-7}{36};$$

$$\text{Nghịch đảo của } -2 \text{ là } -\frac{1}{2}.$$

$$83. \quad \text{a) Do } \frac{2}{5} > \frac{2}{9} \text{ nên } \frac{3}{5} < \frac{7}{9}. \text{ Do đó } 2\frac{3}{5} < 2\frac{7}{9}.$$

$$b) \frac{-7}{6} = -1\frac{1}{6}. \text{ Do } \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \text{ nên } 1\frac{2}{3} > 1\frac{1}{6} \Rightarrow -1\frac{2}{3} < -1\frac{1}{6}.$$

$$84. \quad 1\frac{8}{25}; \quad \frac{1}{200}; \quad -12\frac{3}{250}.$$

$$85. \quad 0,6; \quad 1,3125; \quad -1,6.$$

$$86. \quad a) (153,75 - 148,375) \cdot 0,3 : 0,2 = 5,375 \cdot 0,3 : 0,2 = 8,0625;$$

$$b) (215,5625 - 206,75 + 0,5) : 0,02 = 465,625.$$

87. Tổng các số trên mỗi dòng (cột, đường chéo) là $0,5 + 0,66 + 0,54 = 1,7$.
 Từ đó lần lượt tìm được các số ghi trên mỗi ô. Kết quả như sau :

0,54	0,6	0,56
0,62	0,6	0,48
0,54	0,5	0,66

$$88. \quad 266\frac{2}{3}\%; \quad 300\%; \quad 52\%; \quad 262,5\%.$$

$$89. \quad 25\% = \frac{1}{4} = 0,25; \quad 3\frac{4}{5}\% = \frac{19}{500} = 0,038; \quad 125\% = \frac{125}{100} = \frac{5}{4} = 1,25.$$

Chủ đề 8

$$90. \quad a) \frac{4}{5} \text{ của } 2 \text{ là } \frac{4}{5} \cdot 2 = \frac{8}{5};$$

$$b) 15\% \text{ của } 200\text{m là } \frac{15}{100} \cdot 200 = 30(\text{m});$$

$$c) 1,75 \text{ của } 80\text{kg là } 1,75 \cdot 80 = 140(\text{kg}).$$

91. Tuổi của anh An là 15, tuổi của An là 12.

92. Quãng đường An đi xe đạp là 720m, An đi bộ là 480m.

93. Số tiền lãi của mẹ bạn Hòa trong 6 tháng là

$$10\,000\,000 \cdot 10,49\% : 2 = 524500(\text{đồng}).$$

Vậy hết 6 tháng mẹ bạn Hòa lấy cả vốn lẫn lãi được 10524500 đồng.

$$94. \quad \text{Lượng nước còn lại sau khi bơm ra là } 400 \cdot \left(1 - \frac{5}{8}\right) = 150(\text{m}^3).$$

$$\text{Lượng nước trong bể sau khi thay nước sạch là } \left(150 \cdot \frac{2}{3}\right) + 150 = 250(\text{m}^3).$$

104. Thời gian cả hai vòi cùng chảy để bể đầy là

$$1 : \left(\frac{3}{10} - \frac{2}{9} \right) = \frac{90}{7} = 12 \frac{6}{7} \text{ (giờ)}.$$

105. Vận dụng cách tính ngược từ cuối lên.

$$\text{Lần thứ năm bác bán được } 10 : \left(1 - \frac{1}{6} \right) = 12 \text{ (quả)}.$$

$$\text{Lần thứ năm và thứ tư bác bán được } (12 + 8) : \left(1 - \frac{1}{6} \right) = 24 \text{ (quả)}.$$

$$\text{Lần thứ ba, thứ tư và thứ năm bác bán được } (24 + 6) : \left(1 - \frac{1}{6} \right) = 36 \text{ (quả)}.$$

Lần thứ hai, thứ ba, thứ tư và thứ năm bác bán được :

$$(36 + 4) : \left(1 - \frac{1}{6} \right) = 48 \text{ (quả)}.$$

$$\text{Số quýt bác nông dân đã bán là } (48 + 2) : \left(1 - \frac{1}{6} \right) = 60 \text{ (quả)}.$$

106. Tổng số huy chương là 48 chiếc (cách là tương tự bài 105).

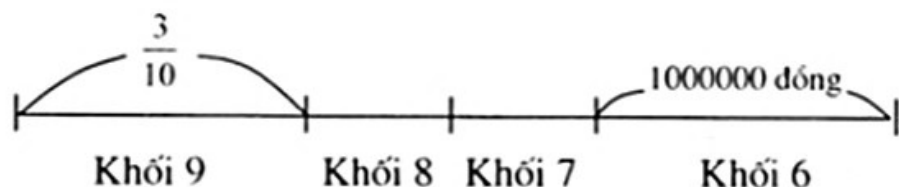
107. $\frac{1}{10}$ tuổi bố Nam bằng $\frac{1}{9}$ tuổi mẹ Nam, nên tuổi bố Nam bằng $\frac{1}{9} : \frac{1}{10} = \frac{10}{9}$ tuổi mẹ Nam.

$$\text{Tuổi mẹ Nam là } 4 : \left(\frac{10}{9} - 1 \right) = 36 \text{ (tuổi)}.$$

$$\text{Tuổi bố Nam là } 36 \cdot \frac{10}{9} = 40 \text{ (tuổi)}.$$

$$\text{Tuổi của Nam là } \left(40 \cdot \frac{1}{10} \right) : \frac{1}{2} = 8 \text{ (tuổi)}.$$

108. Cách 1: Sử dụng sơ đồ :



Theo sơ đồ ta thấy tổng số tiền ba khối 7, 8, 9 gộp bằng $\frac{6}{10}$ số tiền.

Vậy toàn trường đã góp $1000000 : \left(1 - \frac{6}{10}\right) = 2500000$ (đồng).

Cách 2: Tổng số tiền hai khối 8 và 9 đã góp bằng :

$$\frac{3}{10} : \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{9}{20} \text{ (số tiền)}$$

Tổng số tiền ba khối 7, 8, 9 đã góp bằng $\frac{9}{20} : \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{5}$ (số tiền).

Số tiền toàn trường góp là $1000000 : \left(1 - \frac{3}{5}\right) = 2500000$ (đồng).

Chủ đề 9

109. a) $\frac{a}{b} = \frac{5}{6}$; b) $\frac{a}{b} = \frac{155}{8}$; c) $\frac{a}{b} = \frac{62}{29}$.

110. a) $\frac{a}{b} = \frac{325}{512}$; b) $\frac{a}{b} = \frac{29}{10}$; c) $\frac{a}{b} = \frac{9}{100}$.

111. Tỉ số giữa sản phẩm sau khi chế biến và số nguyên liệu nhập của máy A, B, C lần lượt là : $\frac{4}{9}$; $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; $\frac{3,5}{8} = \frac{7}{16}$.

Do $\frac{7}{16} < \frac{4}{9} < \frac{1}{2}$ nên nhà máy B có năng suất cao nhất và nhà máy C có năng suất thấp nhất.

112. Bố Trung 40 tuổi ; Trung 12 tuổi.

113. a) $31\frac{1}{4}\%$; b) $53\frac{1}{3}\%$; c) 75000% .

114. Lượng nước trong cây gỗ là $400 \cdot \frac{85}{100} = 340$ (kg).

115. 98% .

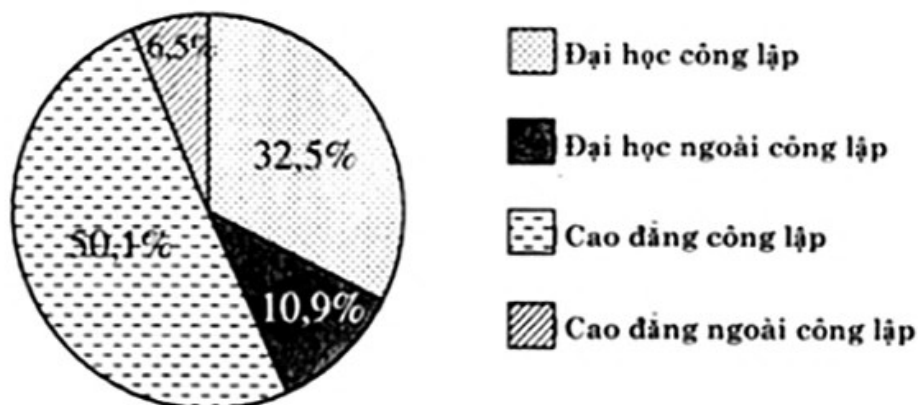
116. a) Tổng số trường Đại học và Cao đẳng là : $209 + 160 = 369$ (trường).

Tỉ số phần trăm của trường Đại học công lập với tổng số trường là :

$$\frac{120 \cdot 100}{369} \% \approx 32,5\%.$$

Tỉ số phần trăm của trường Đại học ngoài công lập, trường Cao đẳng công lập trường Cao đẳng ngoài công lập so với tổng trường lần lượt là :
10,9% ; 50,1% ; 6,5%.

b) Biểu đồ hình quạt biểu diễn :



117. Lượng axit có trong dung dịch 5% là : $30 \cdot 5\% = 1,5 (l)$.

Lượng nước cần thêm để được dung dịch axit nồng độ 3% là

$$\left(1,5 : \frac{3}{100} \right) - 30 = 20 (l).$$

118. Giá táo tháng 7 bằng 90% giá táo tháng 6.

Giá táo tháng 8 bằng 110% giá táo tháng 7, nên bằng $\frac{110}{100} \cdot 90\% = 99\%$ giá táo tháng 6.

Vậy giá táo tháng 8 thấp hơn giá táo tháng 6 là 1%.

119. Tỉ lệ xích của bản đồ 1 : 1710000.

120. Chiếc cầu trên thực tế dài : $125 \cdot 150 = 18750 (cm) = 187,5 (m)$.

121. a) Thực tế khoảng cách hai điểm A và B là 20000 km.

b) Trên bản đồ khoảng cách hai điểm C và D là 0,1 mm.

122. Trên bản vẽ, hình chữ nhật có chiều dài $300 \cdot \frac{1}{1000} = 0,3 (m)$.

Chiều rộng là : $200 \cdot \frac{1}{1000} = 0,2 (m)$.

Do đó khuôn viên của trường trên bản vẽ có diện tích là :

$$0,3 \times 0,2 = 0,06 (m^2).$$

MỤC LỤC

Trang

LỜI NÓI ĐẦU	3
-------------------	---

Chương I

ÔN TẬP VÀ BỔ TÚC VỀ SỐ TỰ NHIÊN

Chủ đề 1. Tập hợp - tập hợp con.	
Số phần tử của tập hợp	5
Chủ đề 2. Số tự nhiên. Cách ghi số tự nhiên	12
Chủ đề 3. Phép cộng và phép nhân số tự nhiên	16
Chủ đề 4. Phép trừ và phép chia số tự nhiên.....	21
Chủ đề 5. Lũy thừa với số mũ tự nhiên.	
Nhân và chia hai lũy thừa cùng cơ số	29
Chủ đề 6. Thứ tự thực hiện các phép tính và tính giá trị của biểu thức	34
Chủ đề 7. Tính chất chia hết của một tổng.	
Dấu hiệu chia hết cho 2, 3, 5, 9.....	37
Chủ đề 8. Ước và bội.....	43
Chủ đề 9. Ước chung. Ước chung lớn nhất.....	50
Chủ đề 10. Bội chung. Bội chung nhỏ nhất.....	56
LỜI GIẢI - HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ	61

Chương II

SỐ NGUYÊN

Chủ đề 1. Tập hợp số nguyên	78
Chủ đề 2. Phép cộng số nguyên.	
Tính chất của phép cộng số nguyên	83
Chủ đề 3. Phép trừ hai số nguyên.	
Quy tắc dấu ngoặc. Quy tắc chuyển vế.....	87
Chủ đề 4. Nhân hai số nguyên.	
Các tính chất của phép nhân	94
Chủ đề 5. Bội và ước của một số nguyên	100
LỜI GIẢI - HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ	105

Chương III

PHÂN SỐ

Chủ đề 1. Khái niệm phân số.	
Phân số bằng nhau	115
Chủ đề 2. Các tính chất cơ bản của phân số và áp dụng	120
Chủ đề 3. Phép cộng phân số.	
Tính chất cơ bản của phép cộng phân số.....	129
Chủ đề 4. Phép trừ phân số	134
Chủ đề 5. Phép nhân phân số.	
Tính chất cơ bản của phép nhân phân số	140
Chủ đề 6. Phép chia phân số	145
Chủ đề 7. Hỗn số. Số thập phân. Phần trăm	150
Chủ đề 8. Tìm giá trị phân số của một số cho trước.	
Tìm một số biết giá trị một phân số của nó	155
Chủ đề 9. Tỉ số của hai số. Tỉ số phần trăm.	
Biểu đồ phần trăm.....	163
LỜI GIẢI - HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ	170

Công ty CP Sách giáo dục tại TP Hà Nội – Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam
giữ quyền công bố tác phẩm

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN 6 THEO CHỦ ĐỀ – PHẦN SỐ HỌC

(BÁM SÁT CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG)

Mã số : T6T69s2-TTS

Số đăng ký KHXB: 57-2012/CXB/529-23/GD
In 5.000 bản, (21 TK) Khổ 17x24cm. Tại Xưởng In Trung tâm nghiên cứu
và sản xuất Học Liệu. In xong và nộp lưu chiểu tháng 04 năm 2012