

KATIE HEWETT & TRACIE YOUNG

Toán học siêu hay



50
TUYẾT CHIÊU
NÂNG CAO
TRÌNH ĐỘ TOÁN

PHẠM QUỐC HÙNG DỊCH

nhà nam

THE GIỚI THE GUY

<http://tieuquynh.com.vn>



Cool Maths
Tracie Young & Katie Hewett

Copyright © Pavilion Books Company Ltd, 2013
First published in Great Britain in 2014 by Portico,
An Imprint of Pavilion Books Company Limited, 1 Gower Street, London, WC1E 6HD

Bản quyền bản tiếng Việt © Công ty Văn hóa và Truyền thông Nhà Nam, 2017
Mọi hành vi sao chép in ấn không được cho phép là vi phạm pháp luật.

Chịu trách nhiệm xuất bản: Giám đốc - Tổng biên tập TRẦN ĐOÀN LAM
Biên tập: Ngô Thị Hương Sen | Thiết kế bìa, trình bày: Thu Ngân |
Biên tập viên Nhà Nam: Giang Linh | Sửa bản in: Phạm Thùy
Công ty TNHH một thành viên - Nhà xuất bản Thế Giới, 46 Trần Hưng Đạo, Hoàn Kiếm, Hà Nội
Công ty Văn hóa & Truyền thông Nhà Nam, 59 Đỗ Quang, Trung Hòa, Cầu Giấy, Hà Nội

In 2.500 cuốn, khổ 20.5x15.5cm tại Công ty TNHH TM In bao bì Tuấn Bằng, ngõ 108, đường Xuân Đình, phường Xuân Tảo, quận Bắc Từ Liêm, Hà Nội. Căn cứ trên số đăng ký xuất bản: 279-2017/CXBIPH/14-19/THG ngày 8.2.2017 và quyết định xuất bản số 66/QĐ-THG của Nhà xuất bản Thế Giới ngày 14.2.2017. Mã ISBN: 978-604-77-2911-1.
In xong và nộp lưu chiểu năm 2017.

KATIE HEWETT & TRACIE YOUNG

Toán học siêu hay

50
TUYỆT CHIÊU
NÂNG CAO
TRÌNH ĐỘ TOÁN

PHẠM QUỐC HÙNG DỊCH

MỤC LỤC

LỜI MỞ	6	SẴM CHỚP THẬT ĐANG SỐ	28
NHỮNG CỘT MỐC QUAN TRỌNG CỦA TOÁN HỌC	8	QUY ĐỐI CÔNG THỨC HẦU AN SIÊU TỐC	30
PHÉP NHANH KHÔNG KHO	10	SẤP HAY NGỪA?	32
NGƯỜI MAY NHÌ THỨC	12	ĐỪNG THIỀN VI, HAY CÔNG BẰNG	34
NHAN SỐ CÓ NHIỀU CHỮ SỐ	14	THÔNG KÊ HỮU DỤNG	36
CÂY TƯƠNG GIÁC	16	TÔI MUỐN ĐỪNG RIÊNG MỘT CHƠN	38
NGOÀI TRỜI LẠNH ĐÃY, PHẢI KHÔNG CON?	18	NHA VỎ DỊCH CHAY NHANH ĐẾN MỨC NAO?	40
AI TẮT ĐEN VẬY?	20	CÔNG THỨC, RẤT NHIỀU CÔNG THỨC	42
NHỮNG GÓC BỊ ẨN	22	DIỆN TÍCH TUYỆT VỜI	44
XÁC SUẤT SINH NHẬT	24	THẺ TÍCH, ỒI THẺ TÍCH	46
TÌNH TIỀN BOA THẺ NAO ĐÃY!	26	DI VÒNG VONG	48

PYTHAGORAS HAO?	50	MAN ĐỀ NHƯ THO	82
DIỆP CUÔNG MÙA SẤM	52	THỜI KỲ DINH CAO	84
HỒM HAY LÀ THỬ MÀY?	54	DINH LỖ BÓN MAU	86
HÀNG SỐ KAPREKAR	56	"NHẬT" TRÍ	88
PHÂN TOẠI ĐÔI KHI KHÁ VUI	58	CAU PHƯƠNG HÌNH TRÒN	90
SỐ PALINDROME	60	MỘT BỨC ANH VANG	92
CHIA HIẾT ĐỂ ẤY MẠI	62	CUA TỎ LỚN HƠN CUA CAU	94
ẢO THUẬT VỚI CON SỐ (PHẦN 1)	64	MANG CÁC THỪA SỐ VÀO ĐÂY!	96
ẢO THUẬT VỚI CON SỐ (PHẦN 2)	66	SÁU MIẾNG HAY VÀ HƯA TÁ MIẾNG KIA	98
NHỮNG CON SỐ KHÔNG THỂ TIN NỔI	68	THUẬT TOÁN EUCLID	100
BÌNH PHƯƠNG LÀ HỢP MỘT	70	BỀ KHÓA MẬT MÀ	102
TỔNG CỦA TỔNG	72	KHẢO SÁT CHO THẤY	104
ĐỪNG "ÂM LỊCH" NHƯ THẾ	74	HÌNH VUÔNG MA THUẬT	106
CHỮ SỐ CÓ NGHĨA (SIGNIFICANT FIGURES)	76	HÃY ĐỂ TÂM ĐẸN "X" VÀ "Y"	108
TRÌNH TỰ CỦA SỰ VẬT	78	HÌNH ẢNH TRONG CỬỖNG	110
NHỮNG MÈO HAY CHO PHÉP NHẢN	80	ĐÁP ÁN ĐÂY!	112

LỜI MỞ

Ba kỹ năng đọc, viết và tính toán số học (reading, writing, arithmetic) là nền tảng của mọi hệ thống giáo dục, và cũng vì vậy mà chúng thường hiện diện với dáng vẻ tẻ nhạt. Những năm gần đây, J. K. Rowling đã làm hết sức mình để khiến việc đọc sách trở nên vui và lý thú hơn, đồng thời truyền cảm hứng cho những người trẻ bắt tay vào viết lách. Bà thực sự đã tạo ra thành quả tuyệt vời. Thế nhưng với môn số học cũ kỹ tội nghiệp thì sao?

Thực ra ngày nay không còn ai gọi nó là số học. Thậm chí không còn ai gọi nó là toán học nữa. Chỉ một tiếng nhạt nhẽo và sơ sài là toán.

Có thể toán là nhạt nhẽo và không hề đặc sắc với những người không sẵn sàng hiểu nó, nhưng với những người còn lại, toán là nơi mà phép mầu và điều kỳ diệu tồn tại trong hình hài của những con số và phương trình, trong những lý thuyết và công thức. Nó có thể đem đến sự tươi mới và lý thú cho thế giới bình thường này và biến một tình huống tẻ nhạt trở thành niềm vui bất tận đến không thể tin được.

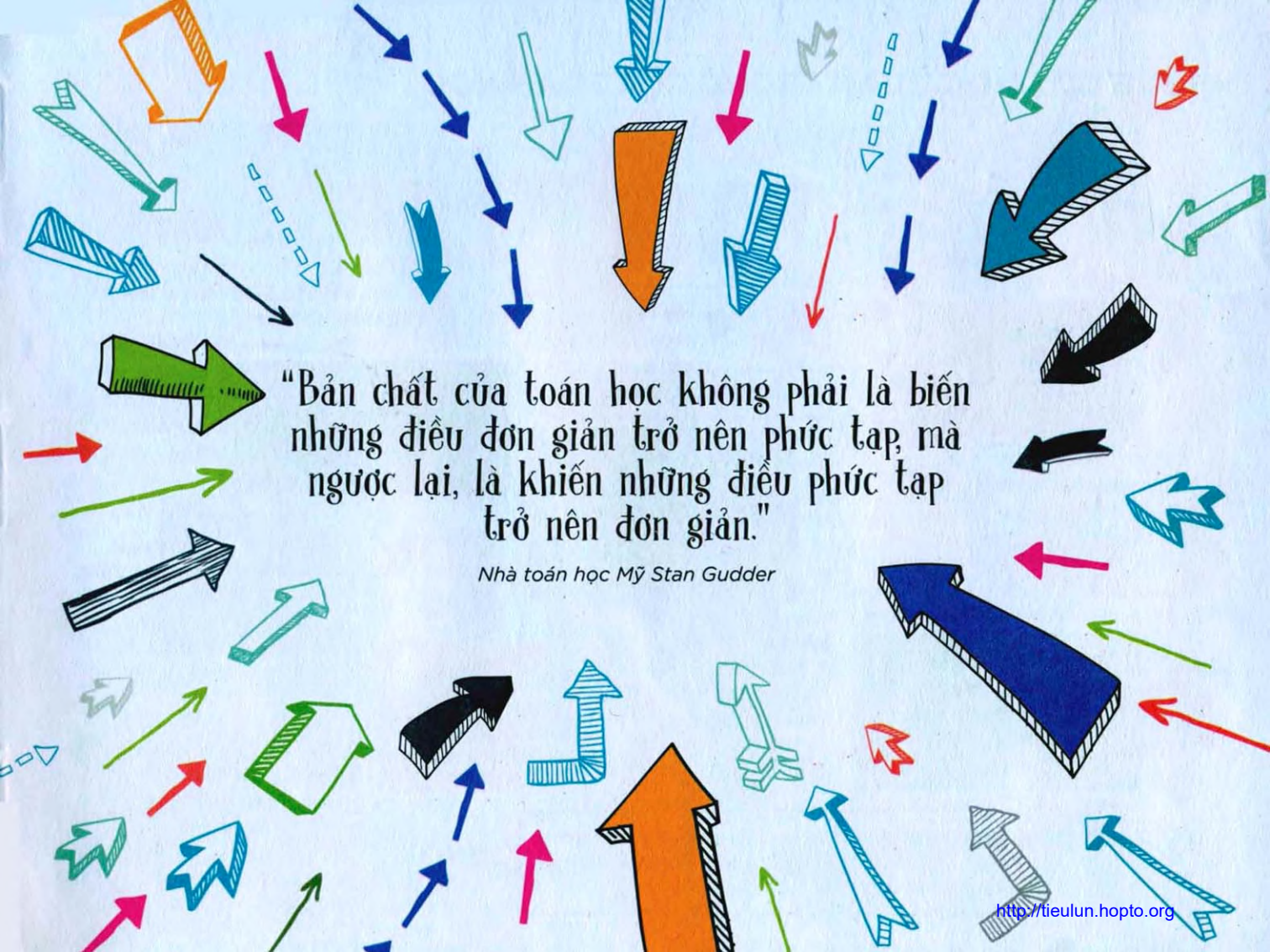
Đúng vậy, bạn vừa được đọc hai từ TOÁN và NIỀM VUI trong cùng một đoạn văn, và giờ là trong cùng một câu, nhưng làm sao ta thực sự đạt được như thế? Đây, làm thế này...

Toán không chỉ là $1 + 1 = 2$. Toán có thể giúp ta dự đoán kết quả của những sự kiện ngẫu nhiên hoặc những giả định. Nó cũng cho phép ta, ví dụ nhé, tính được chiều cao của tháp Big Ben mà không cần phải đo đạc trực tiếp. Toán có thể giúp ta làm những điều không thể và cũng có thể đánh sập mọi dự đoán của ta.

Toán ở khắp mọi nơi. Nó có trong mọi thứ ta nhìn thấy, mọi thứ ta cảm nhận, mọi điều ta biết và mọi việc ta làm. Những kiến thức nền tảng quan trọng nhất của tất cả các bộ môn toán, từ hình học cho đến lượng giác, giải tích cho đến xác suất, đã giúp con người bước lên Mặt trăng, gửi rô bốt lên Sao hỏa, cho phép khoa học công nghệ phát huy tác dụng trên Trái đất. Và quan trọng hơn cả, cùng với quá trình tính toán và phân tích dữ liệu, toán là cách mà bộ não đưa ta đi từ điểm A đến điểm B.

Hãy gác những hoài nghi lại bên bậu cửa, cùng bước vào thế giới Toán học siêu hay.

* Để đọc giả tiện tra cứu và đối chiếu với tài liệu quốc tế, nhiều danh xưng trong sách này (như tên gọi các nhà toán học) được giữ nguyên trạng chữ không phiên ra âm Việt.



"Bản chất của toán học không phải là biến
những điều đơn giản trở nên phức tạp, mà
ngược lại, là khiến những điều phức tạp
trở nên đơn giản."

Nhà toán học Mỹ Stan Gudder

NHỮNG CỘT MỐC QUAN TRỌNG CỦA TOÁN HỌC

Khoảng 30.000 năm trước Công nguyên (TCN): Những cư dân thời kỳ đồ đá cũ ở Trung Âu và Pháp dùng xương để ghi lại các con số.

Khoảng 3.000 năm TCN: Bàn tính bắt đầu được sử dụng rộng rãi ở Trung Âu và quanh vùng biển Địa Trung Hải.

Năm 1950 đến 1750 TCN: Người Babylon (ở vùng thuộc Iraq ngày nay) biết đến phương trình tuyến tính và phương trình bậc 2, bảng cửu chương, căn bậc 2 và căn bậc 3.

Năm 575 TCN: Nhà toán học người Hy Lạp Thales đưa những kiến thức toán học của người Babylon, bao gồm hình học, vào Hy Lạp.

Năm 500 TCN: Pythagoras và trường phái Pythagoras nghiên cứu số vô tỉ, tỷ lệ vàng, tính chất của tam giác và định lý Pythagoras.



Khoảng năm 450 TCN: Người Hy Lạp bắt đầu dùng chữ số.

Khoảng năm 300 TCN: Euclid trình bày có hệ thống về hình học trong bộ sách Cơ sở (Elements) của ông.

Khoảng năm 240 TCN: Archimedes công bố những phát minh, bao gồm trục vít Archimedes và các ghi chép về toán học.

Khoảng năm 200 TCN: Eratosthenes bắt đầu sử dụng sáng kiến Eratosthenes để tách các số nguyên tố từ tập số tự nhiên.

Khoảng năm 1 CN: Nhà toán học Trung Hoa Lưu Hâm sử dụng phân số thập phân.

Năm 263: Bằng cách sử dụng đa giác đều 192 cạnh, nhà toán học Trung Hoa Lưu Huy đã tính được giá trị của số pi π là 3,14159 (chính xác đến 5 chữ số sau dấu phẩy).

Khoảng năm 980: Học giả người Pháp Gerbert d'Aurillac (Giáo hoàng Sylvester II sau này) đưa bàn tính trở lại châu Âu. Sử dụng hệ chữ số Ấn Độ/Ả Rập không có chữ số 0.

Năm 1150: Chữ số Ả Rập được đưa vào châu Âu qua bản dịch cuốn Thiên văn tập (Almagest), cuốn gốc của nhà toán học Ý Gerardo da Cremona, Ptolemy dịch ra.



Năm 1202: Nhà toán học người Ý Fibonacci viết *Sách tính toán* (Liber abaci) và công bố dãy Fibonacci.

Năm 1494: Nhà toán học người Ý Luca Pacioli xuất bản cuốn *Số học, hình học, tỷ lệ và tỷ lệ tổng hợp* (Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalitia), một tài liệu tổng hợp tất cả những kiến thức toán học được biết đến vào thời điểm đó.

Năm 1514: Nhà toán học người Hà Lan Girolamo Cardano sử dụng ký hiệu "+" và "-".

Năm 1557: Bác sĩ, nhà toán học người xứ Wales Robert Recorde phát hành cuốn *The Whetstone of Witte*, trong đó có dấu "=" lần đầu tiên sử dụng trong toán học.

Năm 1615: Nhà toán học Đức Johannes Kepler xuất bản công trình nghiên cứu mà trong đó bắt đầu dùng đến giải tích.

Năm 1665: Nhà toán học người Anh Isaac Newton phát minh ra định lý về nhị thức và bắt đầu nghiên cứu phép tính vi phân.

Năm 1687: Newton xuất bản cuốn *Các nguyên lý cơ bản hay Các nguyên lý toán học của triết học tự nhiên*.

1626: Nhà toán học Pháp Albert Girard xuất bản một công trình về lượng giác, lần đầu tiên sử dụng "sin", "cos" và "tan".

Năm 1799: Hệ mét được đưa vào sử dụng ở Pháp.

Năm 1823: Nhà toán học người Anh Charles Babbage bắt đầu chế tạo "máy tính sai phân", cỗ máy có khả năng tính toán các hàm logarit và hàm lượng giác.

Năm 1879: Nhà toán học người Anh Alfred Bray Kempe đưa ra chứng minh sai cho định lý bốn màu.

Năm 1794: Nhà toán học Pháp Adrien-Marie Legendre xuất bản cuốn *Các cơ sở của hình học* (Éléments de Géométrie), tài liệu hình học hàng đầu suốt hơn 100 năm sau đó.

Năm 1976: Hai nhà toán học người Mỹ Kenneth Appel và Wolfgang Haken chứng minh giả thuyết bốn màu của Kempe là đúng.

Năm 1994: Nhà toán học người Anh Andrew John Wiles chứng minh hoàn chỉnh định lý Fermat lớn.

Năm 2003: Nhà toán học người Nga Grigori Perelman chứng minh hoàn chỉnh giả thuyết Poincaré trong không gian ba chiều - giả thuyết được đưa ra lần đầu vào năm 1904 bởi Henri Poincaré.

PHÉP NHÂN KHÔNG KHÓ

Quanh chúng ta luôn có những người biết vô khối mẹo vặt. Có người biết cách tốt nhất để thay bu gi, có người biết khởi động lại chiếc máy giặt hỏng. Làm phép nhân cũng vậy, sau đây là một vài “mẹo vặt” sẽ khiến bạn dễ thở hơn.

Nhân với 9

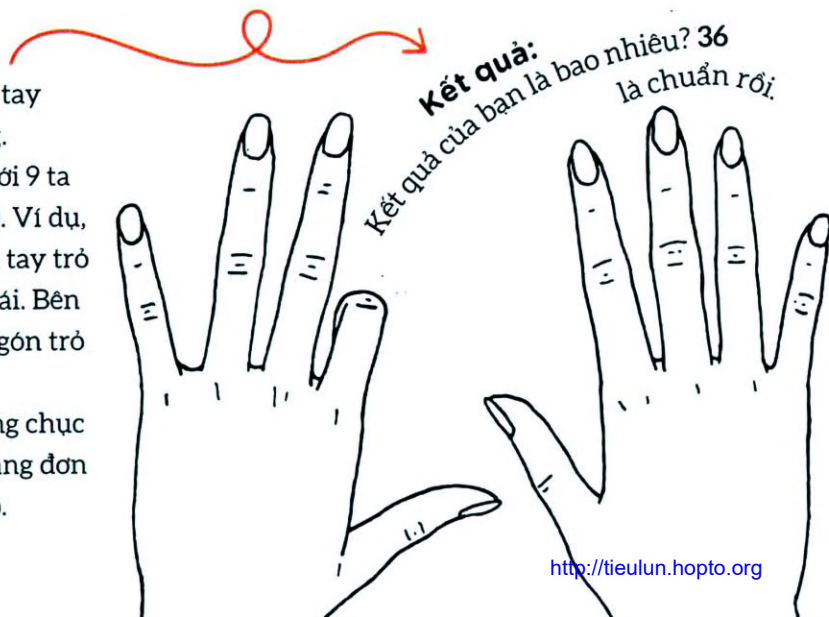
Nhân với 10 là một việc thật sự đơn giản: ta chỉ cần thêm số 0 vào sau số đó. Giá mà nhân 9 cũng dễ như vậy! Thực ra thì có thể đấy! Sau đây là một mẹo siêu hay để nhân một số tự nhiên bất kỳ từ 1 đến 10 với 9.

Nào, ta cùng làm!

Đưa hai bàn tay lên trước mặt, lòng bàn tay hướng ra ngoài và các ngón tay duỗi thẳng.

Bắt đầu từ tay trái, muốn nhân một số với 9 ta gấp ngón tay ở vị trí số đó (tính từ trái qua). Ví dụ, nếu muốn làm phép tính 4×9 , ta gấp ngón tay trỏ (ngón thứ 4 tính từ trái qua) của bàn tay trái. Bên trái ngón trỏ còn 3 ngón tay và bên phải ngón trỏ còn 6 ngón.

Kết quả thu được là số có hai chữ số: hàng chục là số ngón tay ở bên trái ngón đang gấp, hàng đơn vị là số ngón ở bên phải ngón tay đang gấp.



Nhân với 11

Nào, ta cùng làm!

Nhân với 11 là một việc khá nhức đầu, dù đáng ra nó phải đơn giản, vì 11 chỉ lớn hơn 10 một đơn vị. Mèo nhỏ sau sẽ giúp ta chống lại cơn nhức đầu.

Muốn nhân một số có hai chữ số với 11, ta chỉ cần cộng hai chữ số đó lại và đặt kết quả vào giữa hai chữ số ban đầu.

Nếu kết quả lớn hơn 9, ta sẽ cộng chữ số hàng chục của kết quả vào chữ số đầu tiên và đặt chữ số hàng đơn vị của kết quả vào giữa hai chữ số ban đầu.

$$11 \times 45 \text{ ta được: } 4 \ (4+5) \ 5 \\ = 495$$

$$11 \times 29 \text{ ta được: } 2 \ (2+9) \ 9 = 2 \ (11) \ 9 \\ = 319$$

Bạn có biết?

Khi Thomas Austin từ Anh đến khai hoang ở bang Victoria vùng Đông Nam nước Úc, ông phát hiện ra mình không thể săn thỏ được nữa - loài vật này không tồn tại ở Úc. Vì thế, đến năm 1859 ông đem 12 cặp thỏ đến nơi đây. Nhờ mẹ thiên nhiên (và phép nhân) mà chẳng mấy chốc bang Victoria đã có nhiều thỏ đến nỗi giết đi 2 triệu con cũng không thể làm ngừng tốc độ phát triển của chúng. Loài thỏ đã tàn phá mùa màng và làm biến đổi hệ sinh thái của toàn bộ lục địa này.

Leonardo da Vinci
đã vẽ bản phác thảo
thiết kế người máy
vào khoảng năm
1495.

Bạn có biết?

NGƯỜI MÁY NHỊ THỨC

Khái niệm phép nhân trong đại số có thể rất đáng sợ, nhưng bằng cách sử dụng câu thần chú đơn giản “ĐNTC” ta có thể giải quyết vấn đề này, đồng thời tạo ra một Người máy Nhị thức biết mỉm cười!

Nào, ta cùng làm!

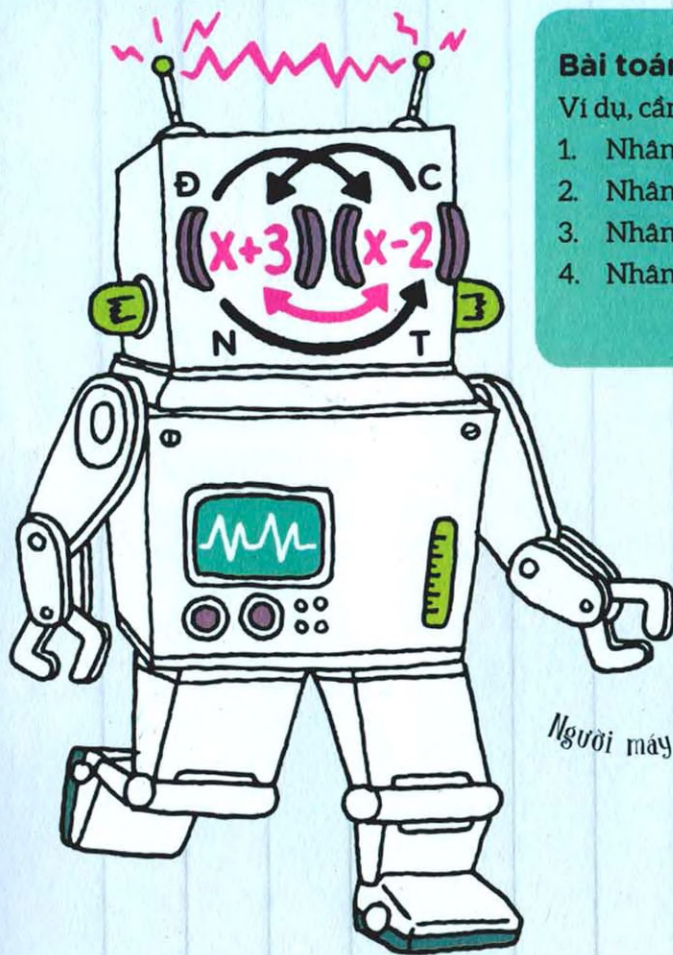
Trong môn đại số, nhị thức là một biểu thức gồm hai phần (“nhị” có nghĩa là hai, “thức” là đơn thức) ngăn cách bởi dấu trừ hoặc dấu cộng. Ta có thể thực hiện phép nhân nhị thức tương tự như phép nhân số. Thần chú ghi nhớ Đầu-Ngoài-Trong-Cuối (viết tắt là ĐNTC) sẽ giúp ta thực hiện phép nhân này. Để thực hiện ĐNTC đúng cách, ta nhân như sau:

Khi ta nối các biến với nhau bằng nét vẽ, như hình minh họa người máy, bạn sẽ thấy nó thực sự đang mỉm cười.

Vẽ được Người máy Nhị thức thì cũng là lúc ta hoàn thành xong các phép nhân. Bây giờ tất cả việc cần làm là kết hợp các biểu thức tương ứng này, và thế là xong!

Đ = Đầu → N = Ngoài → T = Trong ⇨ C = Cuối





Bài toán

Ví dụ, cần làm phép nhân $(x + 3)(x - 2)$.

1. Nhân đơn thức đầu (Đ) của mỗi nhị thức với nhau: $(x \times x = x^2)$
2. Nhân đơn thức ngoài (N) mỗi nhị thức với nhau: $(x \times (-2) = -2x)$
3. Nhân đơn thức trong (T) của mỗi nhị thức với nhau: $(3 \times x = 3x)$
4. Nhân đơn thức cuối (C) của hai nhị thức với nhau: $(3 \times (-2) = -6)$

Kết quả



Lấy kết quả thu được từ bốn bước trên rồi đem cộng lại, ta được:

$$x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + x - 6$$

Người máy Nhị thức mỉm cười!

Người máy
Nhị thức
ĐNTC

NHÂN SỐ CÓ NHIỀU CHỮ SỐ

Bạn đã nắm chắc cách nhân các số từ 1 đến 11, nhưng với các số lớn hơn thì thế nào? Thật ra người ta cũng có mẹo cho vấn đề này. Với công thức tiện lợi sau đây, bạn có thể luyện tập phép nhân số có hai chữ số, và chẳng mấy chốc có thể tính nhẩm thành thạo.

Nào, ta cùng làm!

Công thức kỳ diệu cho phép tính $ab \times cd$ là:
 $(a \times c), ((a \times d) + (b \times c)), (b \times d)$.

a và c là chữ số hàng chục, b và d là chữ số hàng đơn vị của hai thừa số. Nào, giờ ta thực hiện phép tính 12×23 ra sao?

Bước 1. $a \times c$

$a = 1 \times c = 2$ ta được:

$$1 \times 2 = 2$$

Bước 2. $(a \times d) + (b \times c)$

$a = 1, b = 2, c = 2, d = 3$ ta được: $1 \times 3 + 2 \times 2 = 7$

Bước 3. $b \times d$

$b = 2, d = 3$ ta được: $2 \times 3 = 6$

Bài toán

Công thức trên chung ý tưởng với bảng chỉ tiết sau, chỉ bớt đi các chữ số 0. Giá trị của các chữ số phụ thuộc vào thứ tự của chúng trong thừa số.

x	10	2	
20	200	40	240
3	30	6	+ 36
			276

Thay vì viết 200, số 2 được viết ở ô hàng trăm. Mẹo tiện lợi của ta vẫn tuân theo đúng từng bước nhưng giản lược đi để ta có thể nhẩm trong đầu.

Bạn có biết?

Zerah Colburn sinh năm 1804 trong một gia đình nông dân Vermont, Hoa Kỳ. Năm lên 8, khi tham dự cuộc thi toán ở Anh, Zerah được yêu cầu thực hiện phép tính 8^{16} . Sau khoảng 30 giây, cậu đưa ra đáp án chính xác là 281.474.976.710.656 trước sự kinh ngạc của toàn bộ khán giả. Nhưng thật buồn là khả năng tính toán đáng nể của Zerah sau đó mai một dần đi.

Kết quả đây!

Ráp các số thu được vào công thức, ta được kết quả là 276.
Trong trường hợp có số nào ≥ 10 , ta sẽ nhớ số đó sang hàng tiếp theo phía bên trái.

Ví dụ: 18×19

$a \times c$	$(a \times d) + (b \times c)$	$b \times d$
1	$9 + 8 = 17$	$8 \times 9 = 72$
$1 + 2$ (Nhớ từ kết quả của cột chính giữa) $= 3$	$17 + 7$ (Nhớ từ kết quả của cột ngoài cùng bên phải) $= 24$	2

Kết quả: 342

Tính nhẩm trong đầu

LOẠI BỎ SỐ 0!

Các bảng giá trị lượng giác đầu tiên được soạn ra bởi Hipparchus (190-120 TCN), nhà toán học người Hy Lạp, người được coi là cha đẻ của bộ môn lượng giác.

Bạn có biết?

CÂY LƯỢNG GIÁC

Các bài toán về tam giác, hay còn gọi là lượng giác, có thể giúp ta tìm ra chiều cao của cây bằng thước dây mà không cần trèo lên. Khi đã nắm được cách làm, ta có thể áp dụng mẹo này không chỉ với cây mà còn với bất kỳ thứ gì ta thấy.

Nào, ta cùng làm!

Đứng dưới gốc cây, đi xa ra khỏi cái cây đồng thời đếm số bước chân.

Khi được 50 bước ngắn, tức là khoảng 25m, quay người lại và ngồi xuống. Đưa tay hướng về phía ngọn cây và áng chừng góc giữa cánh tay bạn với mặt đất.

Ví dụ, góc đó là 50° (thẳng đứng lên trên là 90° , song song với mặt đất là 0°).

Như vậy, ta đã tạo ra một tam giác vuông; và vì đã biết một cạnh bên cùng với một góc nhọn nên ta có thể tìm ra chiều cao của cây.

Vì đã biết độ lớn của góc và độ dài của cạnh kề, muốn tính độ dài của cạnh đối nên phương trình mà ta cần là:

$$\tan(50^\circ) = \text{cạnh đối/cạnh kề} = \text{cạnh đối}/25\text{m}$$



Hầu hết các điện thoại thông minh hiện nay đều có phần mềm máy tính. Nó sẽ giúp ta tính được giá trị của $\tan 50^\circ$. Bấm phím 50 và TAN, kết quả thu được là 1,19. Thêm vào phương trình trên ta có:

$$\begin{aligned} 1,19 &= \text{cạnh đối} / 25\text{m} \\ \text{cạnh đối} &= 1,19 \times 25\text{m} \end{aligned}$$

Kết quả

Chiều cao của cây là 29,75m.

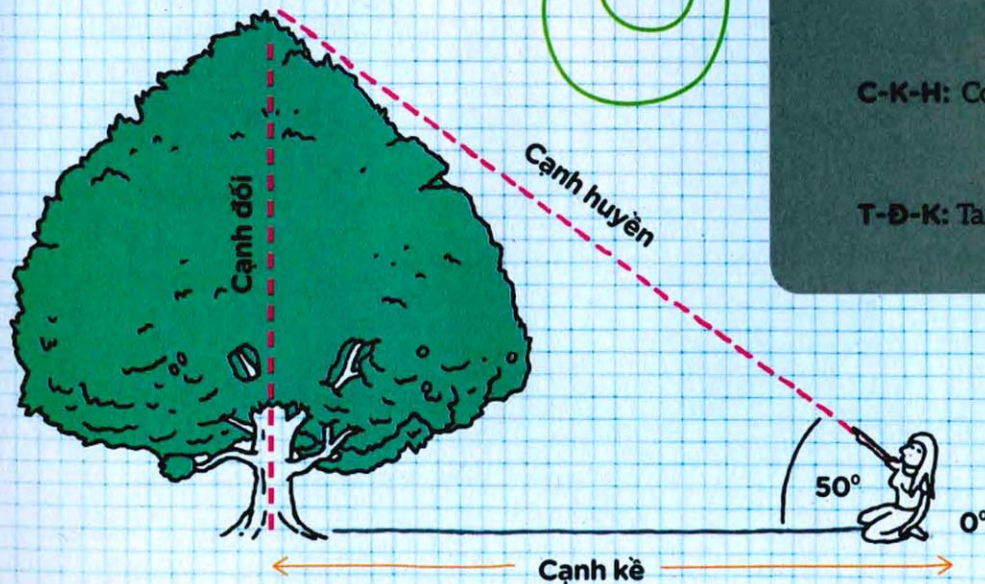
Bài toán

Để tính được các kích thước của tam giác, ta có ba đẳng thức đáng nhớ sau:

$$\text{S-D-H: } \sin = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}}$$

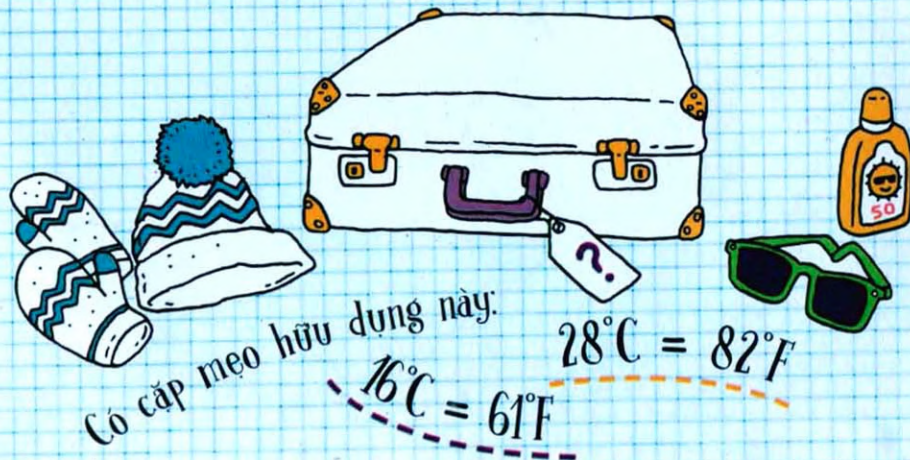
$$\text{C-K-H: } \cos = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}}$$

$$\text{T-D-K: } \tan = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}}$$



NGOÀI TRỜI LẠNH ĐÃY, PHẢI KHÔNG CON?

Gia đình bạn đi nghỉ ở một nơi xa lạ? Ở đó nhiệt độ tính theo độ C hay độ F? Sắp xếp hành lý đã vất vả giờ lại thêm hai loại đơn vị không trùng khớp (trừ phi nhiệt độ là -40 độ!). Nhưng cứ bình tĩnh, hành lý sẽ đầu vào đó, vì sau đây có cách quy đổi nhanh.



"Vấn đề không phải
nhiệt độ trong phòng
là bao nhiêu, thế nào
thì nó cũng vẫn là
nhiệt độ phòng!"

Stephen Wright,
diễn viên hài người Mỹ

Nào, ta cùng làm!

Vậy ta phải làm thế nào để
đổi từ độ C sang độ F? Ví dụ,
 24°C là bao nhiêu độ F?

Bước 1

Nhân $^{\circ}\text{C}$ với 1,8:

$$24 \times 1,8 = 43,2$$

Hoặc

Chia 5 rồi nhân với 9:

$$24 : 5 = 4,8 ; 4,8 \times 9 = 43,2$$

Bước 2 Cộng 32 vào kết
quả thu được ở bước 1.

Bạn có biết?

Nhiệt độ cao nhất từng được ghi nhận trên Trái đất là $56,7^{\circ}\text{C}$ (134°F), ở Thung lũng Chết, California, Hoa Kỳ, vào ngày 10/7/1913. Trước đó, kỷ lục được cho là 58°C ($136,4^{\circ}\text{F}$) ở El Azizia, Libya vào năm 1922, nhưng sau một bài viết của Tổ chức Khí tượng học Thế giới thì kết quả này bị tranh cãi nhiều.

Bài toán

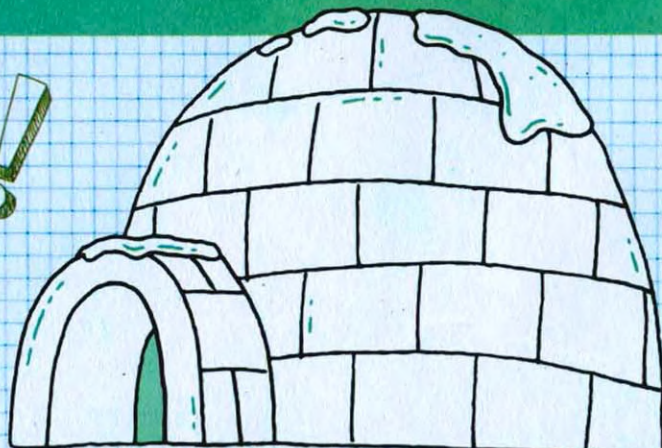
Thang độ Fahrenheit được đề xuất vào năm 1724 bởi nhà vật lý học người Đức Daniel Gabriel Fahrenheit (ông cũng chính là người phát minh ra nhiệt kế thủy ngân). Thang độ F lấy giá trị 0 thể hiện trạng thái đông băng của nước muối. Khoảng thời gian giữa năm 1743 và năm 1954, thang Celsius (hay thang bách phân) lấy điểm đông băng và điểm bốc hơi của nước làm cơ sở. Mặc dù các nhà khoa học đã thay đổi định nghĩa này nhưng thang Celsius vẫn được sử dụng làm thang nhiệt độ trong hệ mét. Ngoài ra, 1 độ trên thang Celsius cũng có độ lớn bằng với 1 độ trên thang Kelvin - đơn vị nhiệt độ của Hệ thống đơn vị đo lường Quốc tế. Vì các yếu tố cấu thành không liên quan đến nhau nên có rất ít sự liên hệ giữa thang Celsius và Fahrenheit, trừ việc cả hai trùng nhau ở -40° . Do đó ta cần một công thức quy đổi tiện dụng cho chúng.

Kết quả



$$43,2^{\circ} + 32 = 75,2^{\circ}\text{F}$$

Để đổi ngược lại từ độ F sang độ C, ta chỉ cần trừ đi 32, rồi chia kết quả cho 1,8 (nếu chỉ cần một kết quả ảng chừng thì hãy chia cho 2 thay vì chia cho 1,8). Hoặc sau khi đã trừ đi 32, ta lấy kết quả chia cho 9 rồi nhân với 5.



AI TẮT ĐÈN VẬY?

Các hành tinh trong Thái dương hệ đều quay quanh Mặt trời vì trọng lực, và ngược lại hầu hết các hành tinh này đều có Mặt trăng quay quanh chúng. Thế nhưng giữa các thiên thể khổng lồ di chuyển trên bầu trời, làm thế nào Mặt trăng bé nhỏ của Trái đất lại có thể che được Mặt trời và tạo nên hiện tượng nhật thực? Đây là lý do...

Nào, ta cùng làm!

Nhật thực xuất hiện khi Mặt trăng quay đến vị trí nằm giữa Trái đất và Mặt trời, và che phủ một phần hoặc toàn phần Mặt trời.

Tức là Mặt trăng và Mặt trời trùng khớp nhau khi nhìn từ Trái đất, nên Mặt trời sẽ như là biến mất. Trái đất sẽ tối lại

khi xảy ra nhật thực. Mặt trăng vốn không tự phát sáng, nó chỉ phản chiếu ánh sáng Mặt trời đến Trái đất. Thời điểm Mặt trời hoàn toàn bị che khuất bởi Mặt trăng gọi là nhật thực toàn phần. Hiện tượng này chỉ xảy ra khi trăng tròn, trăng sẽ ngăn hoàn toàn ánh sáng Mặt trời chiếu tới Trái đất.

Nhật thực toàn phần là không thể nhận biết được cho tới khi Mặt trời bị Mặt trăng che khuất hơn 90%, và vào thời điểm Mặt trời bị che khuất 99%, ánh sáng ban ngày sẽ tương tự như lúc chạng vạng.

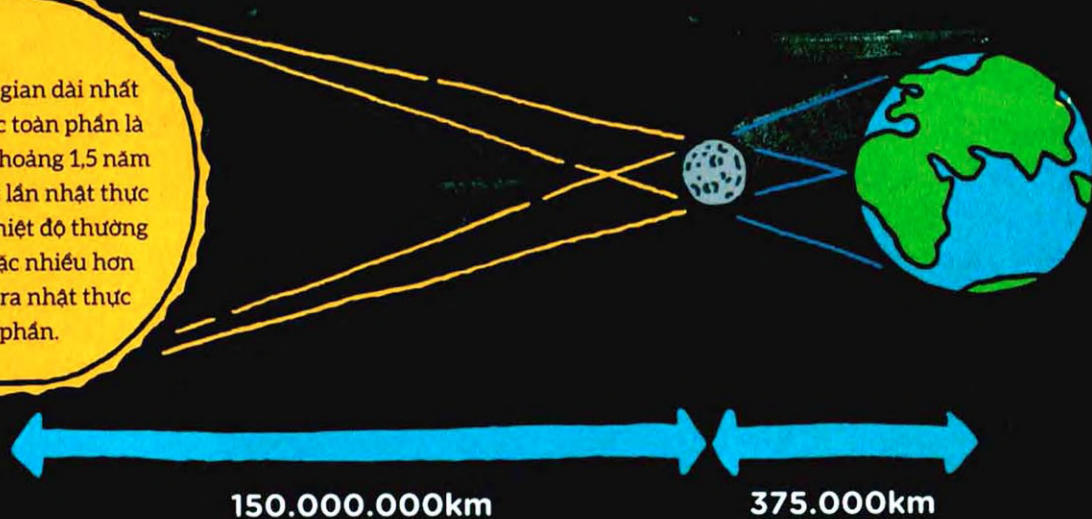
Bạn có biết?



MẶT TRỜI LỚN GẤP 400 LẦN MẶT TRĂNG!

Bạn có biết?

Khoảng thời gian dài nhất của nhật thực toàn phần là 7,5 phút. Cứ khoảng 1,5 năm lại xảy ra một lần nhật thực toàn phần. Nhiệt độ thường giảm 3°C hoặc nhiều hơn khi sắp xảy ra nhật thực toàn phần.



Bài toán

Đường kính của Mặt trời xấp xỉ 1.391.000km, và đường kính của Mặt trăng là xấp xỉ 3.475km. Nếu lấy đường kính Mặt trời chia cho đường kính Mặt trăng ta sẽ được kết quả vào khoảng 400. Như vậy, ta có thể nói Mặt trời lớn gấp 400 lần Mặt trăng.

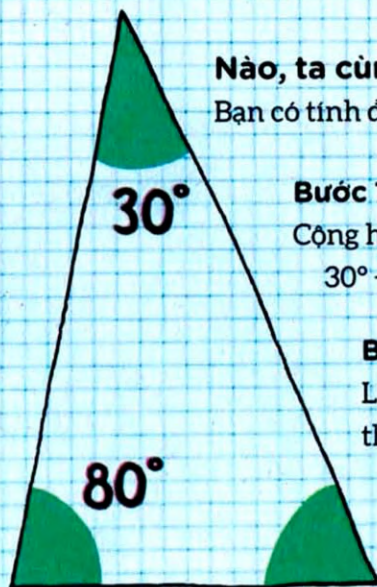
Giờ ta sẽ xét đến khoảng cách. Khoảng cách từ Trái đất đến Mặt trời là xấp xỉ 150.000.000km, Trái đất đến Mặt trăng là 375.000km. Nếu cũng đem chia hai khoảng cách này cho nhau, ta cũng sẽ thấy Mặt trời cách xa Trái đất gấp 400 lần so với Mặt trăng.

Kết quả

Từ hai kết quả trên, ta thấy Mặt trăng và Mặt trời sẽ có kích cỡ tương đương nhau khi nhìn từ Trái đất, và Mặt trăng có thể che được Mặt trời.

NHỮNG GÓC BÍ ẨN

Tam giác là hình duy nhất tạo ra được từ ba đường thẳng phân biệt. Những đặc điểm cơ bản của kỳ quan ba cạnh này đã được biết đến từ khoảng 300 năm trước Công nguyên. Có lẽ đó cũng là lý do các thầy cô giáo toán khắp thế giới đều yêu cầu học trò tính ra số đo góc chưa biết, nhân loại đã mất 2.300 năm chăm chỉ luyện “món” này!



Nào, ta cùng làm!

Bạn có tính được ra góc còn lại?

Bước 1

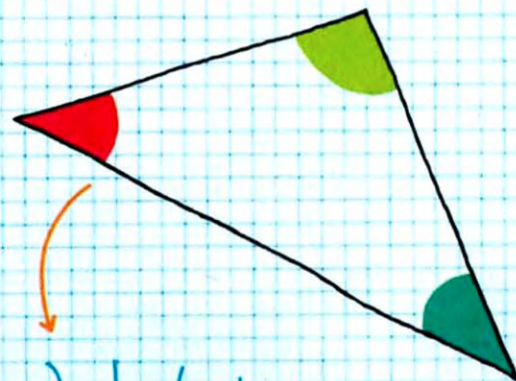
Cộng hai góc đã biết

$$30^\circ + 80^\circ = 110^\circ$$

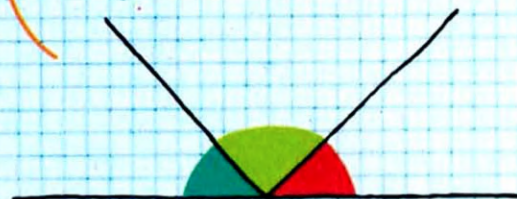
Bước 2

Lấy 180° trừ đi kết quả thu được ở bước 1

$$180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$



Ba góc trong của một tam giác luôn có tổng bằng 180°

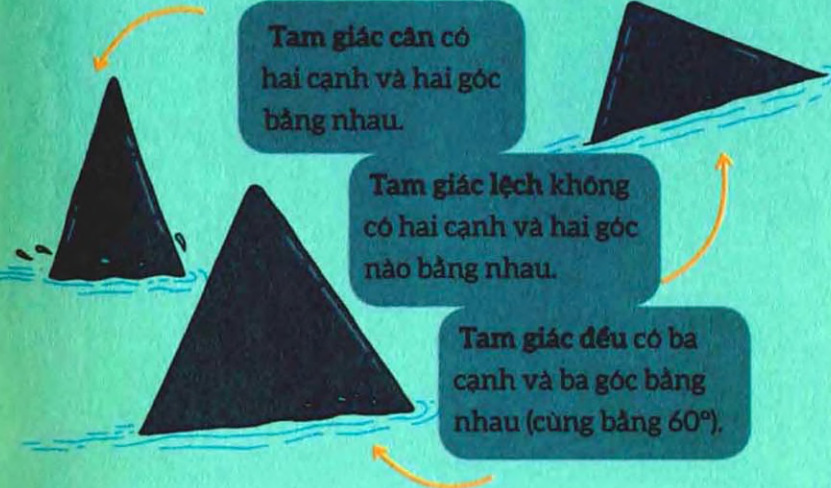


Bài toán

Tổng ba góc trong của tam giác luôn là 180° .
Bạn thử mà xem! Cắt một tờ giấy hình tam giác rồi xé ba góc ở đỉnh ra. Đặt các góc này sao cho ba đỉnh liền kề nhau và các cạnh của góc khít nhau, ta sẽ thấy hai mép ngoài cùng tạo thành một đường thẳng. Đó, các góc ghép lại có hai cạnh ngoài cùng nối liền thành một đường thẳng thì tổng của chúng bằng 180° .



Kết quả
Góc còn thiếu là 70° .



Tam giác cân có hai cạnh và hai góc bằng nhau.

Tam giác lệch không có hai cạnh và hai góc nào bằng nhau.

Tam giác đều có ba cạnh và ba góc bằng nhau (cùng bằng 60°).

Bạn có biết?

Có lẽ tam giác nổi tiếng nhất chính là tam giác quỷ Bermuda - một vùng biển ở phía Bắc Đại Tây Dương tạo bởi ba đỉnh là Bermuda, Puerto Rico và Miami, Florida. Từ đầu thế kỷ 20, người ta đã ghi nhận một số lượng lớn những vụ mất tích bí ẩn của máy bay, tàu biển tại đây; ví dụ như vụ mất tích của máy bay Douglas DC-3 cùng 32 hành khách và phi hành đoàn năm 1948, hoặc tàu USS CYCLOPS cùng 309 người trong thủy thủ đoàn biến mất sau khi rời Barbados vào năm 1918. Có lẽ nào đó là do hiện tượng siêu nhiên? Người ngoài hành tinh? Người Atlantis? Hay chỉ đơn giản là do thời tiết xấu hoặc sai sót của con người. Tôi cũng chỉ đoán được đến thế, chẳng khá hơn các bạn!

XÁC SUẤT SINH NHẬT

Có bao nhiêu phần trăm khả năng bạn và bạn của bạn trùng ngày sinh nhật?
Đáp án cao hơn bạn tưởng đấy! Thực tế thì “bài toán ngày sinh nhật” đã chỉ ra rằng, trong một nhóm đông như số cầu thủ trên sân bóng đá, xác suất để ít nhất hai người có cùng ngày sinh cao hơn 0 nhiều!

Nào, ta cùng làm!

Trong thế giới thực, các sự kiện không thể được dự đoán chắc chắn. Câu trả lời tốt nhất của chúng ta chỉ là có bao nhiêu khả năng chúng sẽ xảy ra, đây là khái niệm xác suất.

Tung đồng xu là một ví dụ tiêu biểu. Khi tung một đồng xu thì có thể xảy ra hai khả năng: sấp hoặc ngửa. Xác suất để đồng xu sấp hoặc ngửa là $\frac{1}{2}$.

Giờ hãy nghĩ rộng hơn: xác suất để hai người trong một trận đá bóng (hai đội, mỗi đội 11 người và 1 trọng tài) có cùng ngày sinh là bao nhiêu?

Hãy tưởng tượng cảnh trọng tài một mình bước ra sân. Rồi đội trưởng của đội chủ nhà xuất hiện. Xác suất để hai người này không có cùng ngày sinh nhật là bao nhiêu?



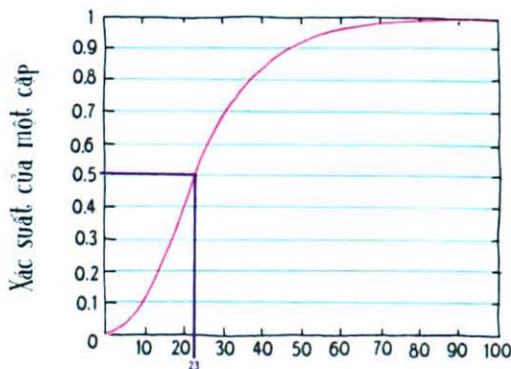
Bài toán

Bất kể trọng tài sinh ngày nào thì ngày sinh của đội trưởng có thể rơi vào 364 ngày còn lại.

Vì vậy, xác suất để hai ngày sinh không trùng nhau là: $\frac{364}{365}$, hoặc theo tỷ lệ phần trăm thì có 99,72% xảy ra khả năng hai ngày sinh không trùng nhau.

Khi thủ môn xuất hiện thì ngày sinh của anh ta có thể rơi vào bất kỳ ngày nào trong 363 ngày còn lại, do đó để tiếp tục tính được xác suất ta cần nhân hai kết quả lại để thu được $(\frac{364}{365} \times \frac{363}{365}) \approx 99,17\%$. Đây là xác suất để trong ba người không có hai người nào có cùng ngày sinh.

Khi các cầu thủ lần lượt xuất hiện, nếu ta tiếp tục tính theo cách trên đến khi tất cả 22 cầu thủ và trọng tài có mặt trên sân thì xác suất đối với người cuối cùng sẽ là $\frac{343}{365}$.



Số người

Xác suất để hai người có cùng ngày sinh đây!

- otoanhoc2911@gmail.com -

Kết quả

Để các fan bóng đá yêu toán được xem trận đấu thay vì gõ máy tính cảnh cách, xác suất để không ai trên sân có cùng ngày sinh là:

$$(\frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \frac{362}{365} \times \dots \times \frac{343}{365}) \times 100\% \approx 49,27\%$$

Và xác suất để hai người trên sân có cùng ngày sinh nhật là:

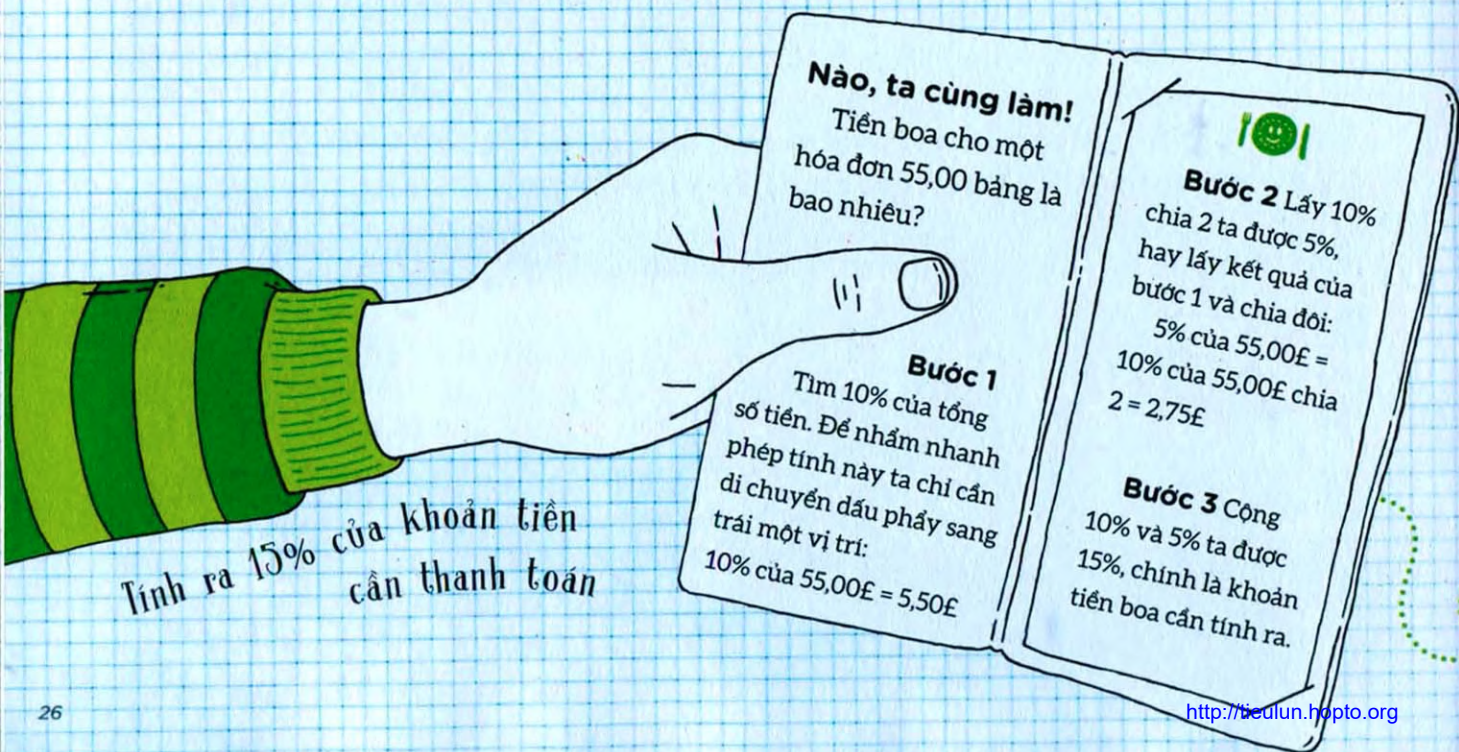
$$100\% - 49,27\% = 50,73\%$$

Một kết quả không thể ngờ!

<http://tieulun.hopto.org>

TÍNH TIỀN BOA THẾ NÀO ĐÂY!

Ở nhiều nơi trên thế giới, boa sau khi được nhà hàng phục vụ tốt đã trở thành một quy tắc, đồng thời cũng trở thành nhiệm vụ khó khăn cho không ít người. Vậy nên, ta hãy cùng nhau giải quyết việc này! Sử dụng mẹo nhỏ sau đây ta sẽ tính được phần 15% cần chi thêm chỉ trong một nốt nhạc.



Phần trăm và những con số thú vị

- Năm 1948, 2% các hộ gia đình ở Mỹ có ti vi; hiện nay con số đó là 95%.
- 13% lượng chữ cái của một cuốn sách tiếng Anh bất kỳ là chữ "e".
- Tay trái của bạn thực hiện 56% lượng công việc khi bạn đánh máy, à nhưng điều này không đúng nếu bạn đánh "mở cờ".

Bạn có biết?

15%

10%

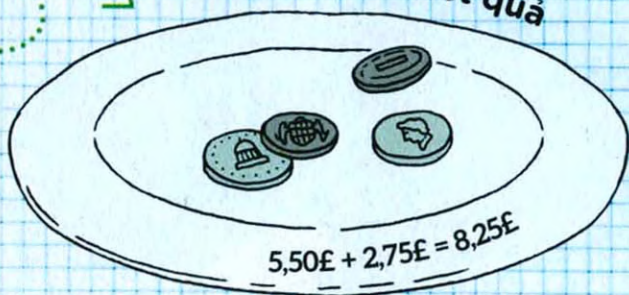
5%

Ở CHỖ BẠN,
BOA NGÂN NÀO LÀ VUA?

Bài toán

Khi áp dụng phép tính phần trăm, tổng số luôn luôn là 100%. Để tìm 10%, ta cần chia giá trị ứng với 100% cho 10, một kết quả có thể tính được dễ dàng bằng cách di chuyển dấu phẩy. Ta có thể tìm 1% bằng cách chia tổng ban đầu cho 100, hay dịch chuyển dấu phẩy về bên trái hai vị trí. Một khi đã có 10% và 1%, ta có thể tính bất kỳ giá trị phần trăm nào của tổng, như 27%, 62% hoặc 78%...

Kết quả



$$5,50\text{€} + 2,75\text{€} = 8,25\text{€}$$

SẤM CHỚP THẬT ĐÁNG SỢ

Chúng ta đều đã từng có lúc ở nhà một mình khi cơn bão ập tới. Chớp chói lòa trên bầu trời rồi sấm ầm ầm giữa không trung. Ta bắt đầu tự hỏi, âm thanh ấy cách đây bao xa? Cơn bão đang tiến đến hay đang lướt đi? May mắn là ta đã có toán học, toán học cũng có thể cho ta câu trả lời và giúp ta quên đi cơn bão đáng sợ.

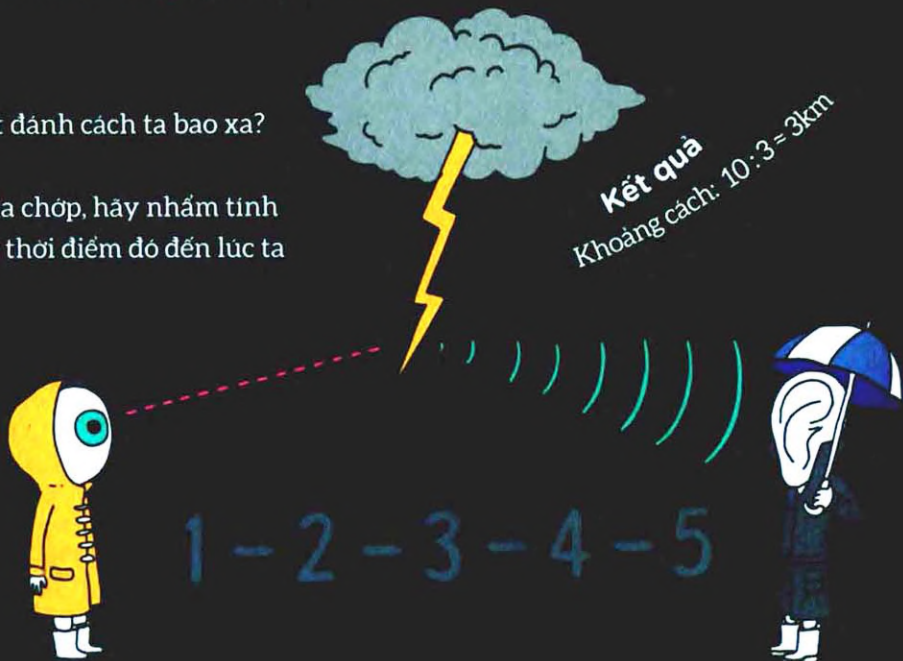
Nào, ta cùng làm!

Làm thế nào để tính được vị trí sét đánh cách ta bao xa?

Bước 1 Ngay khi nhìn thấy một tia chớp, hãy nhắm tính khoảng thời gian (bảng giây) kể từ thời điểm đó đến lúc ta nghe thấy tiếng sấm.

Bước 2 Chia khoảng thời gian đó cho 3 để tính ra khoảng cách theo ki lô mét.

Nào, chớp lóe lên, bạn bắt đầu đếm giây, rồi cho đến khi nghe thấy sấm bạn đếm được đến 10.



Bạn có biết?

Roy Cleveland Sullivan là một nhân viên kiểm lâm tại Vườn Quốc gia Shenandoah, Virginia. Từ năm 1942 đến 1977, Sullivan đã bị sét đánh 7 lần và đều sống sót. Vì vậy nên anh được mọi người đặt cho biệt danh là "Người dẫn sét" hay "Cột thu lôi sống".

Để đếm giây chính xác, ta cần phải có thêm "nhịp bổ sung" giữa các con số, có người nói "mississippi", có người nói "một nghìn" hoặc "con voi", hoặc đập tay làm phách cũng được.

"Giống như một tia chớp bất chợt, bài toán được giải quyết. Tôi không thể nói được cái gì là sợi chỉ kết nối cái tôi biết với cái tạo nên thành công của tôi."

Nhà toán học người Đức,
Carl Friedrich Gauss
(1777-1855)

Bài toán

Tia chớp mà bạn thấy chuyển động với vận tốc ánh sáng. Vận tốc ánh sáng rất lớn, xấp xỉ 299.792km/s. So với nó thì tiếng sấm truyền đi chậm không khác gì một chú sên, vì vận tốc của tiếng sấm chỉ là 1.236km/h. Ta sẽ thấy tia chớp ngay khi nó đánh xuống nhưng tiếng sấm sẽ trễ một chút. Nếu lấy 1.236km/h chia cho 60, ta có thể tính được âm thanh truyền đi với vận tốc 21km/phút. Tiếp tục chia cho 60, ta được 0,34km/s, và điều đó có nghĩa là cứ mỗi 3 giây thì quãng đường chuyển động của sấm là khoảng 1km.

$$1.236\text{km/h} \times \frac{1}{60} \times \frac{1}{60} = 0,34\text{km/s}.$$

QUY ĐỔI CÔNG THỨC NẤU ĂN SIÊU TỐC

Mẹ một người bạn của bạn nấu cho bạn một bữa tuyệt ngon và bạn hỏi bác ấy công thức của món tráng miệng để tự làm ở nhà. Thế thì có vấn đề gì?! À, công thức của bác ấy cho 12 người ăn, mà bữa tối ở nhà bạn thì chỉ có 8 người. Bạn có hai phương án: 1. ăn đi ăn lại món tráng miệng ấy mỗi ngày cho đến khi hết, hoặc 2. điều chỉnh công thức. Rồi bạn sẽ chọn phương án 2, ai mà chả thích chút gì đó liên quan đến phân số nhỉ?

Nào, ta cùng làm!

Bước 1 Tìm lượng mà ta muốn giảm đi ở công thức nấu ăn dưới dạng phân số.

Để làm việc này, ta đặt lượng mong muốn ở trên dấu phân số (tử số), và lượng ban đầu ở dưới dấu phân số (mẫu số).

Tối giản phân số. Chia cả tử và mẫu cho 4 ta được:

$$8 : 4 = 2$$

$$12 : 4 = 3$$

Như vậy, ở đây ta muốn tạo ra công thức mới với lượng bằng $\frac{2}{3}$ công thức ban đầu.

Bước 2 Nhân tất cả các thành phần trong công thức với phân số đã tìm được; thực hiện bằng cách nhân các số đó với tử số rồi chia cho mẫu số.

Kết quả

Vậy nếu công thức ban đầu là 200 gam bột, ta có: $200 \times \frac{2}{3} = \frac{400}{3} \approx 133,333$ (gam)
Và ta tiếp tục làm như trên với các thành phần còn lại trong công thức.
Rồi sau đó, hãy chú ý thời gian nấu, vì không có công thức chính xác nào cho vấn đề này!

Bạn có biết?

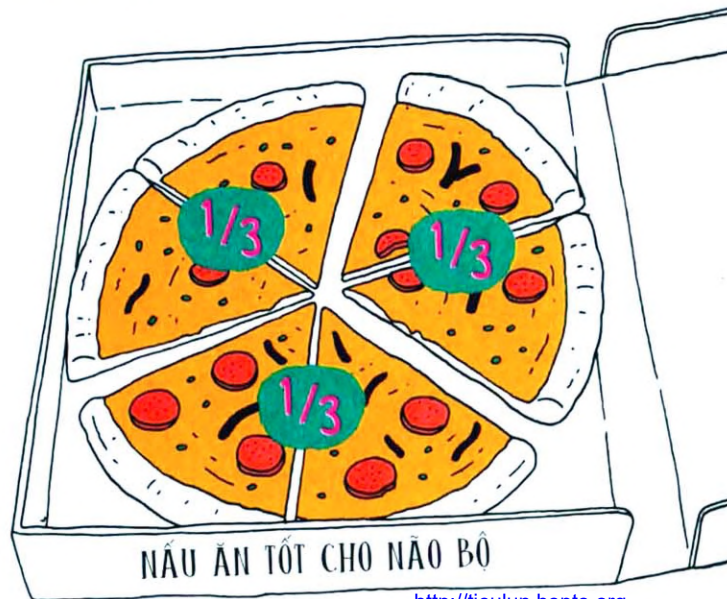
Có một thực tế là nấu ăn tốt cho não của chúng ta. Khoảng 1,8 triệu năm về trước, tổ tiên của chúng ta là người HOMO ERECTUS lần đầu tiên dùng lửa để làm mềm thịt sống; có quan điểm rằng việc này chính là động lực tạo nên cộng đồng xã hội, vì khi tốn ít thời gian hơn để nhai con người sẽ có nhiều thời gian hơn để nói chuyện (nhưng các nhà khoa học không hoàn toàn đồng thuận với quan điểm này). Nấu ăn cũng đồng nghĩa với việc thưởng thức món ăn thông qua mùi hương tỏa ra khi nấu, qua đó kích thích sự phát triển của vị giác.



Bài toán

Phân số chia “toàn bộ” thành các phần bằng nhau, với mẫu số thể hiện tổng số phần bằng nhau. Ví dụ, ta gọi một chiếc pizza, nhưng khi bánh đến thì đã được chia thành 6 phần bằng nhau, 6 phần này hợp lại thành 1 chiếc pizza nguyên vẹn. Từ số thể hiện số phần bằng nhau mà ta mong muốn.

Ở bài toán nấu ăn trang trước, ta muốn chia công thức thành 3 phần bằng nhau (chia cho 3), và lấy ra 2 phần trong đó (nhân với 2).



SẤP HAY NGỪA?

Đoán nào, các bạn, hãy đoán đi! Khi một đồng xu được tung lên, mặt nào sẽ tiếp đất? Với một mẹo đơn giản, ta có thể trả lời được câu hỏi này.

Nào, ta cùng làm!

Tung một đồng xu thì khả năng mặt có hình người úp xuống là bao nhiêu?

Bước 1 Xác định các khả năng mong muốn có thể xảy ra.



Số mặt có hình người của đồng xu = 1.



Bước 2 Xác định tất cả các khả năng có thể xảy ra.

Một đồng xu có 2 mặt
= 2 khả năng có thể xảy ra.



Bước 3 Số khả năng mong muốn / Tổng số các khả năng có thể xảy ra = Xác suất.

Đặt cược! - Giải toán!



Hãy
giải toán

Bài toán

Để tìm ra xác suất một việc sẽ xảy ra hoặc không xảy ra, chúng ta sử dụng công thức sau:

$$\text{Xác suất} = \frac{\text{Số khả năng mong muốn}}{\text{Tổng số các khả năng có thể xảy ra}}$$

Đáp số có thể được viết dưới dạng phân số, số thập phân hoặc phần trăm.

"Số khả năng mong muốn" là số lượng các kết quả tích cực có thể đạt được. Ví dụ, nếu tôi muốn đổ được súc sắc mặt chẵn, các kết quả khiến tôi vui mừng sẽ là 2, 4 và 6, nên số khả năng mong muốn là 3.

"Tổng số các khả năng có thể xảy ra" là số lượng tất cả các khả năng có thể. Tiếp tục với ví dụ về súc sắc, tôi có thể đổ được các số từ 1 đến 6 nên sẽ có tổng số các khả năng có thể xảy ra là 6.

Vì vậy, xác suất đổ được súc sắc mặt chẵn là:

$$3/6 = 1/2 = 0,5 = 50\%$$

Kết quả

Xác suất để một đồng xu rơi với hình mặt người úp xuống là 50%, hay nói cách khác là một trong hai lần tung. Nên nhớ đây chỉ là kết quả trung bình, với những lượng thử ít lần, mặt người có thể sấp hoặc ngửa nhiều hơn, nhưng nói chung, nếu ta tung đồng xu 10.000 lần thì kết quả sẽ là 5.000 lần sấp và 5.000 lần ngửa.

ĐỪNG THIÊN VỊ, HÃY CÔNG BẰNG

Xác định giá trị trung bình - trung bình cộng - sẽ rất hữu dụng cho việc thống kê và cũng hữu dụng trong cuộc sống hằng ngày. Bằng cách tìm ra giá trị trung bình, chúng ta có thể chắc chắn rằng mọi người đều được chia những phần bằng nhau, không ai bị thiếu.



$$11 + 12 + 14 + 16 + 17 = 14 + 14 + 14 + 14 + 14$$

Bạn có biết?

Thống kê cho thấy trong một cơ thể người bình thường có một lượng lưu huỳnh đủ để diệt bỏ chết cho chó, có lượng các bon đủ để làm 900 cái bút chì, có lượng ka li đủ để khai hỏa cho một khẩu đại bác đồ chơi, có lượng chất béo đủ để làm ra 7 bánh xà phòng, có lượng phot pho đủ để làm ra 2.200 que diêm và có lượng nước đủ để đổ đầy thùng 45 lít.

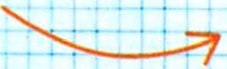
Nào, ta cùng làm!

Tìm giá trị trung bình của các số sau: 11, 12, 14, 16 và 17.

Bước 1 Tìm tổng của tất cả các số đã cho.


$$11 + 12 + 14 + 16 + 17 = 70$$

Bước 2 Lấy tổng tìm được chia cho số số hạng trong phép cộng ở bước 1.


$$11, 12, 14, 16, 17 = 5$$

Bài toán

Giá trị trung bình hay trung bình cộng thể hiện sự phân bố đồng đều (cân bằng) của các số trong nhóm ta đang khảo sát.

Trong trường hợp này, ta có 5 số, ứng với 5 nhóm. Muốn mỗi nhóm có giá trị là những phần bằng nhau và tổng bằng 70, ta phải chia đều 70 vào 5 nhóm này. Đáp án là giá trị trung bình của 5 nhóm là 14.



Kết quả
 $70 : 5 = 14$

THỐNG KÊ HỮU DỤNG

Thống kê đôi khi có thể giúp ta biết được đội nào có nhiều khả năng thắng trận bóng đá, hoặc ai sẽ đắc cử lần này. Nhưng làm thế nào để tìm ra được các **Kết quả thống kê** này? Đó có thể là một quá trình phức tạp, nhưng với hiểu biết kha khá về các công thức cơ bản, cộng thêm chút tri óc, ta sẽ không gặp nhiều khó khăn khi tự mình giải quyết những vấn đề về thống kê.

Nào, ta cùng làm!

Để hiểu được những thống kê đơn giản, ta cần biết một số khái niệm cơ bản:

- 1. Số trung bình
- 2. Số trung vị
- 3. Mode
- 4. Khoảng
- 5. Độ lệch chuẩn

Vì dụ ta có một nhóm các số: 1, 5, 5, 6, 8. Một nhóm nhỏ như ví dụ này cũng có thể cho ta một phân tích thống kê, cụ thể là thế nào?

1. **Số trung bình**, hay trung bình cộng, đại diện cho sự phân bố đồng đều hay cân bằng của tất cả các số trong ví dụ trên.

$$(1 + 5 + 5 + 6 + 8) : 5 = 5$$

2. Trong một tập hợp số được sắp xếp theo thứ tự từ bé đến lớn, **số trung vị** là số ở vị trí chính giữa. Trong nhóm 5 số ở ví dụ trên, số ở vị trí chính giữa - **số trung vị** là 5.

3. **Mode** là số xuất hiện nhiều nhất trong tập hợp dữ liệu. Với ví dụ trên, **mode** của tập hợp dữ liệu là 5.

4. **Khoảng** là chênh lệch giữa giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trong tập hợp dữ liệu: số lớn nhất là 8, số nhỏ nhất là 1, nên **khoảng** là 7.

5. **Độ lệch chuẩn** của một mẫu thử cho ta biết độ biến thiên của các giá trị. Độ lệch chuẩn càng nhỏ thì các số liệu càng gần với giá trị trung bình.

Bài toán

Hãy thắt chặt dây giày, để giải bài toán này ta sẽ phải "đi" vài bước như sau:

Bước 1 Tính số trung bình.

Như đã tính ở trên, kết quả là 5.

Bước 2 Tìm hiệu của các số trong tập hợp dữ liệu và số trung bình:

$$1 - 5 = -4; 5 - 5 = 0;$$

$$5 - 5 = 0; 6 - 5 = 1;$$

$$8 - 5 = 3$$

Bước 3 Bình phương các kết quả thu được ở bước 2:

$$(-4)^2 = 16; 0^2 = 0;$$

$$0^2 = 0; 1^2 = 1; 3^2 = 9$$

Bước 4 Tính tổng các kết quả thu được ở bước 3:

$$16 + 0 + 0 + 1 + 9 = 26$$

Bước 5 Lấy kết quả trên chia cho số phần tử của tập hợp dữ liệu trừ đi 1:

$$26 : (5 - 1) = 26 : 4 = 6,5$$

Bước 6 Khai căn kết quả thu được ở bước 5.

Kết quả

$$\sqrt{6.5} \approx 2,55$$

Đi đến tận đây rồi... thì sao nhỉ? Thông thường, 68% dữ liệu nằm trong khoảng ± 1 lần độ lệch chuẩn tính từ số trung bình, và 95% dữ liệu nằm trong khoảng ± 2 lần độ lệch chuẩn. Công cụ này rất hữu ích trong việc xác định sự phân bố của dữ liệu, hội đồng chấm thi sử dụng công cụ này để xác định phổ điểm. Nó cũng được dùng trong các phân tích dân số, thể thao; hoặc dùng như một thước đo độ rủi ro trên thị trường chứng khoán.

TÔI MUỐN ĐỪNG RIÊNG MỘT CHỖN

Với những người chưa thạo, đại số có thể nom giống... chữ tượng hình. Nhưng cũng như việc luận giải nghĩa chữ tượng hình, nếu ta bỏ riêng từng chữ cái trong phương trình ra một vế, ta có thể tìm ra ý nghĩa của chúng.



Nào, ta cùng làm!

Làm thế nào để "cách ly" được x từ phương trình $x - 3 = 5$

Để tách riêng được x , ta cần chuyển -3 từ vế trái sang vế phải của phương trình. Khi chuyển vế thì đồng thời -3 cũng phải được đổi dấu, và số đối của -3 là số nào? Đáp án là $+3$.

$$\begin{aligned}x - 3 &= 5 \\x &= 5 + 3\end{aligned}$$

Bài toán

Trong đại số, khi muốn chuyển một số hoặc một chữ cái từ một bên của dấu $=$ sang bên kia, ta phải đổi dấu của nó. Dấu cộng đổi thành dấu trừ và ngược lại. Nếu ta cộng thêm một số rồi lại trừ đi đúng số đó thì kết quả sẽ không thay đổi. Tương tự với phép nhân và phép chia: nếu ta chia một số cho chính nó ta luôn được kết quả là 1 (trừ số 0), chia hoặc nhân một số với 1 thì kết quả không đổi. Khi giải phương trình luôn phải tác động đồng thời lên cả hai vế của phương trình, nếu ta hiểu ra điều đó thì giải phương trình sẽ đơn giản hơn nhiều.

Vậy với trường hợp này, ta sẽ tách x từ phương trình $2x + 3 = 15$ như thế nào?

Bước 1 Ta trừ 3 ở cả hai vế của phương trình.

$$2x + 3 - 3 = 15 - 3$$

$$2x = 12$$

Bước 2 Chia cả hai vế cho 2.

$$2x : 2 = 12 : 2$$

$$x = 6$$

Giờ hãy thử với các phương trình sau:

$$x - 4 = 6$$

$$x + 1 = 9$$

$$3x = 18$$

$$4x - 2 = 14$$

$$7x + 10 = 59$$

Kết quả ở trang 112.

Chớ vội quên việc tìm X, Y

Lịch sử của đại số bắt đầu tại Ai Cập và Babylon cổ đại, nơi người ta tìm ra cách giải phương trình tuyến tính ($ax=b$), phương trình bậc hai ($ax^2+bx=c$), và phương trình vô định nhiều ẩn như $x^2+y^2=z^2$. Người Babylon cổ đại đã giải được phương trình bậc hai bất kỳ bằng phương pháp giống như chúng ta sử dụng ngày nay. Họ cũng đã giải được một số phương trình vô định.

Bạn có biết?

Kết quả
 $x=8$

NHÀ VÔ ĐỊCH CHẠY NHANH ĐẾN MỨC NÀO?

Hàng triệu người chứng kiến Usain Bolt giành huy chương vàng cự ly chạy 100m Thế vận hội London 2012. Một vài người còn nhớ thành tích của anh ấy là 9,63 giây. Nhưng cụ thể anh ấy đã chạy nhanh đến mức nào? Tính toán tốc độ có thể sẽ dẫn đến nhiều tranh luận thú vị, ví dụ về kỹ năng của các cầu thủ bóng đá hay cách con ốc sên bò trong vườn. Rất may là có một công thức giúp ta tìm ra tốc độ trong bất kỳ tình huống nào.

Nào, ta cùng làm!

Tốc độ = quãng đường / thời gian

Bước 1 Đếm bằng giây hoặc bằng phút khoảng thời gian để một người chạy hết một quãng đường cho trước.

Bước 2 Ước lượng độ dài của quãng đường theo đơn vị mét hoặc ki lô mét.

Bước 3 Lấy độ dài của quãng đường chia cho thời gian để ra tốc độ của người đó theo đơn vị mét/giây, mét/phút hoặc mét/giờ.

Tại Thế vận hội London, Usain đã hoàn thành cự ly 100m trong 9,63 giây.

Bài toán

Km/h đôi khi khá khó để ước lượng, vì hầu hết các cự ly ta thực sự nhìn thấy đều nhỏ hơn 1km. Nhưng ta có thể đổi từ ki lô mét sang mét. Ta cũng cần nhớ rằng chạy 1km sẽ mất rất nhiều giây, nên ta cũng phải đổi cả đơn vị thời gian. Dùng phân số để thay thế cho các giá trị tương ứng (1km = 1.000m) và việc một đơn vị khi chia cho chính nó sẽ bị triệt tiêu, ta có thể đổi từ đơn vị m/s sang đơn vị km/h. Vậy 1m/s khi chuyển sang km/h sẽ là: $\frac{1}{1000} \times 3.600 = 3,6\text{km/h}$.



Kết quả

100 mét : 9,36 giây $\approx$ 10,38m/s

Để chuyển từ đơn vị ki lô mét trên giờ, ta chia kết quả cho 1.000 để đổi từ mét sang ki lô mét, rồi nhân với số giây trong 1 giờ (60 (giây trong 1 phút) x 60 (phút trong 1 giờ))

$$\frac{10,38}{1000} \times 60 \times 60 = 37,37 \text{ km/h}$$

Usain lập kỷ lục thế giới cự ly 100m Giải vô địch điền kinh thế giới tại Berlin, Đức năm 2009, anh hoàn thành phần thi của mình trong 9,58 giây. Hãy thử xác định tốc độ của anh ấy theo đơn vị km/h.

Bạn có biết?

- 1 cái hát xi có thể đạt đến tốc độ 161km/h.
- 1 lần ho có thể đạt đến tốc độ 97km/h.
- Lợn nhà có thể đạt tốc độ trung bình là 17,7km/h.

?

Kết quả ở trang 112.



CÔNG THỨC, RẤT NHIỀU CÔNG THỨC

Khi phải biến đổi công thức, dù một hay nhiều, chúng ta thường hay mắc lỗi. Ta đã làm việc về tốc độ ở trang 40-41, nhưng nếu ta muốn tìm thời gian để đi quãng đường 100km với vận tốc 80km/h thì sao? Khi có một công thức đơn giản, làm sao ta có thể sắp xếp lại nó để tách lấy một trong các đại lượng trong đó?

Nào, ta cùng làm!

Ta cùng xem xét công thức của tốc độ:

vận tốc (v) = quãng đường (s) : thời gian (t) ($v = s : t$)

Làm thế nào để sắp xếp lại và thu được công thức tính thời gian?

Bước 1 Viết lại công thức theo dạng tam giác như hình vẽ.

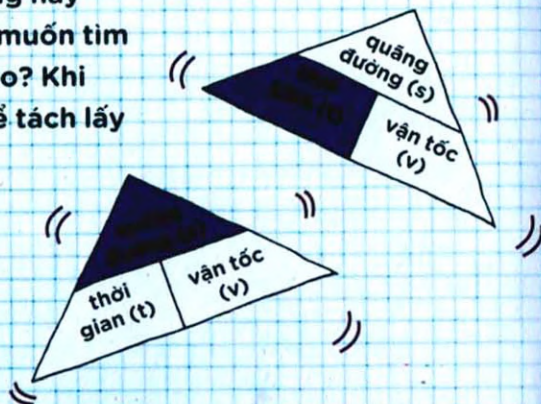
Bước 2 Che đi "thời gian" (hoặc đại lượng mà bạn muốn tìm)

Bước 3 Đọc phần công thức còn lại. Ta có thể thấy công thức cho thời gian là: $t = s : v$



Khi dịch chuyển ngón tay che đi "quãng đường", ta có thể thấy công thức cho quãng đường là: $s = t \times v$

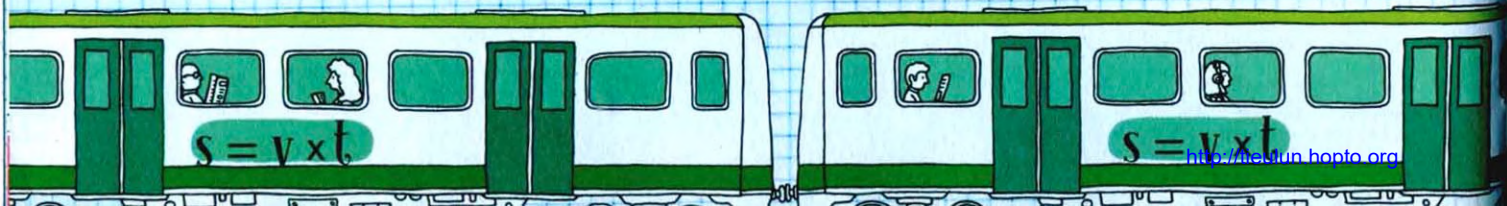
Khi các đại lượng còn lại nằm cùng trên một dòng thì ta nhân chúng với nhau, khi



chúng nằm dòng trên dòng dưới thì ta chia chúng cho nhau.

Trong ví dụ này, quãng đường là 100km và tốc độ là 80km/h.

$$t = 100 : 80$$



Bài toán

Để tìm được giá trị của t từ công thức $v = s/t$, trước hết ta phải đưa t ra khỏi mẫu số. Bằng cách nhân cả hai vế với t , ta có:

$$v \times t = s \times t / t$$

Ta đều biết $t/t = 1$, và $s \times 1 = s$ nên $v \times t = s$. Để có được t đứng riêng ở một vế, ta cần di chuyển v . Chia cả hai vế cho v ta có:

$$v \times t / v = s / v$$

Ta biết rằng $v/v = 1$ và $t \times 1 = t$ nên ta còn $t = s/v$.

Mỗi lần cần chuyển đổi công thức ta có thể làm lại các bước này, hoặc sử dụng phương pháp tam giác trang bên cho tiết kiệm thời gian.

Thời gian là yếu tố quyết định!

1 giây từng được định nghĩa là $1/86.400$ độ dài của 1 ngày. Tuy nhiên, ma sát thủy triều từ Mặt trời và Mặt trăng làm tăng độ dài của một ngày thêm 3 phần nghìn giây sau 1 thế kỷ; điều đó có nghĩa là, hồi thời kỳ khủng long còn tồn tại, một ngày chỉ kéo dài 23 tiếng.

Bạn có biết?

Kết quả

Vậy ta cần 1 giờ 15 phút để đi hết 100km với vận tốc 80km/h



DIỆN TÍCH TUYỆT VỜI

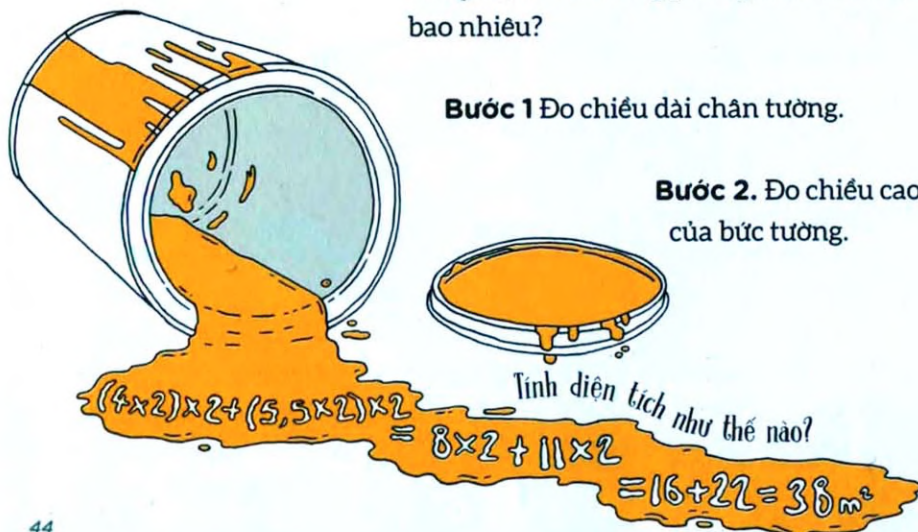
Bạn muốn mua sơn trang trí phòng ngủ nhưng lại không muốn mua thừa. Làm thế nào để biết bao nhiêu là đủ? Biết cách tính toán diện tích phòng, sàn hoặc tường là một kỹ năng hữu dụng trong cuộc sống, vậy nên hãy chú ý vào phần dưới!

Nào, ta cùng làm!

Tổng diện tích tường phòng ăn nhà tôi là bao nhiêu?

Bước 1 Đo chiều dài chân tường.

Bước 2. Đo chiều cao của bức tường.



Mẹo nhỏ

Nếu muốn chặt chẽ hơn, hãy tìm ra diện tích tất cả các cửa sổ và cửa ra vào trong phòng, rồi lấy tổng diện tích trừ đi kết quả ấy để ra được chính xác lượng sơn cần thiết, nhưng vấn đề này ta sẽ nói cụ thể vào một dịp khác!

Bước 3. Nhân chiều cao và chiều dài với nhau.

Bước 4. Lặp lại với các bức tường khác trong phòng.

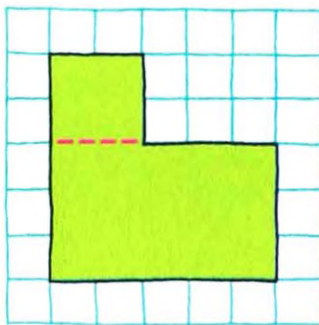
Bước 5. Cộng tất cả các diện tích tường lại với nhau.

Diện tích tính bằng các đơn vị "vuông".

Bạn có biết?

Ta có thể sử dụng phương pháp này để tìm diện tích của các hình được ghép từ nhiều dạng hình khác nhau. Chia nhỏ hình cần tìm diện tích thành các hình chữ nhật và hình vuông, rồi tìm ra diện tích từng phần riêng lẻ ấy.

Ví dụ, hình bên phải có thể dễ dàng chia thành 1 hình vuông và 1 hình chữ nhật.



Diện tích của hình chữ nhật:

$$5\text{cm} \times 3\text{cm} = 15\text{cm}^2$$

Diện tích của hình vuông:

$$2\text{cm} \times 2\text{cm} = 4\text{cm}^2$$

Tổng diện tích là

$$15\text{cm}^2 + 4\text{cm}^2 = 19\text{cm}^2$$

Bài toán

Diện tích được tính bằng các đơn vị "vuông", ví dụ như mét vuông, xen ti mét vuông. Để xác định được có tất cả bao nhiêu mét vuông, ta cần hình dung ra số hình vuông $1\text{m} \times 1\text{m}$ ta có thể xếp lên bức tường; phép nhân là một cách dễ dàng giúp ta thực hiện việc này.

Một hình chữ nhật có kích thước $2\text{m} \times 1\text{m}$ được tạo nên từ 2 hình vuông $1\text{m} \times 1\text{m}$ hay 2m^2 . Hình chữ nhật $3\text{m} \times 2\text{m}$ sẽ gồm 6 hình vuông $1\text{m} \times 1\text{m}$ hay 6m^2 . Khi đã biết rằng $2\text{m} \times 1\text{m} = 2\text{m}^2$ và $3\text{m} \times 2\text{m} = 6\text{m}^2$, ta có thể thấy, việc cần làm chỉ là nhân chiều dài với chiều rộng để tìm ra diện tích.

Kết quả

2 bức tường của phòng ăn có kích thước $4\text{m} \times 2\text{m}$ và 2 bức tường còn lại có kích thước $5,5\text{m} \times 2\text{m}$. Vậy tổng diện tích là:

$$\begin{aligned}(4 \times 2) \times 2 + (5,5 \times 2) \times 2 \\&= 16 + 22 \\&= 38\text{m}^2\end{aligned}$$

THỂ TÍCH, ỒI THỂ TÍCH

Giờ đây, sau khi xử lý xong bài toán trong không gian hai chiều (diện tích, trang 44-45), bạn đã sẵn sàng cho không gian ba chiều. Thể tích không chỉ được sử dụng khi đo lường dung dịch, nó còn giúp chúng ta tính được khoảng không gian trong góc phòng cần để kê tủ quần áo vào. Thể tích đưa ta đến với chiều không gian thứ ba; ai còn muốn là một hình vuông khi có thể là một hình lập phương chứ?

Nào, ta cùng làm!

Làm thế nào ta tính được thể tích chiếc hộp này?

3 CHIỀU AN DỨT 2 CHIỀU

Bước 1 Trước tiên ta đo chiều dài, chiều rộng và chiều cao của vật thể.



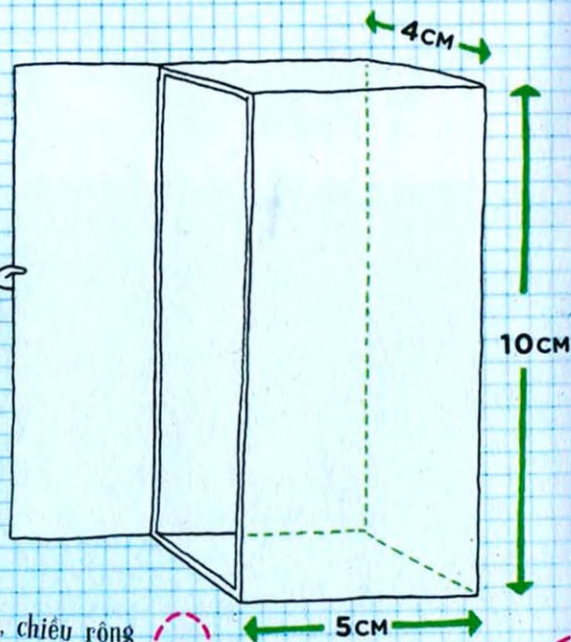
Bước 2 Nhân ba kết quả này với nhau.



Bước 3 Đừng quên đơn vị: với đơn vị độ dài là mét (m) thì đơn vị thể tích là mét khối (m^3).



Đường kẻ, chiều rộng và cái tủ!



Bài toán

Khi đo diện tích, ta cần xác định có bao nhiêu hình vuông trong đó; với thể tích thì ta sẽ tính số lượng hình lập phương có trong vật thể.

Tưởng tượng rằng ta đang có một chiếc hộp rỗng và ta muốn biết có thể xếp bao nhiêu hình lập phương giống nhau vào khít bên trong. Có thể đếm, nhưng nếu cái hộp rất to thì sẽ tốn không ít thời gian! Thế tích cho ta biết độ lớn của khoảng không gian mà một vật thể ba chiều chiếm lấy. Và công thức "chiều dài x chiều rộng x chiều cao" sẽ cho ta đáp án rất nhanh.

Đáp án

Trong ví dụ này,
kết quả là:

$$\begin{aligned} &5\text{cm} \times 4\text{cm} \times 10\text{cm} \\ &= 20\text{cm}^2 \times 10\text{cm} \\ &= 200\text{cm}^3 \end{aligned}$$

Khi so sánh chất lỏng và chất rắn, ta cần nhớ rằng mỗi chất sử dụng các loại đơn vị khác nhau: chất lỏng đo bằng mi li lít (ml) và lít (l), còn chất rắn đo bằng xen ti mét và mét. Và đây là công thức rất hữu ích cho ta:

$$1\text{ml} = 1\text{cm}^3$$

Mẹo nhỏ hữu ích

Bạn có biết?

Archimedes (khoảng năm 287 TCN - khoảng năm 212 TCN) được coi là nhà toán học cổ đại vĩ đại nhất. Có một giai thoại kể rằng Archimedes được vua Hiero II yêu cầu xác định xem chiếc vương miện của ông ta có phải được làm hoàn toàn từ lượng vàng mà ông ta cung cấp hay đã bị dộn thêm kim loại rẻ tiền. Archimedes đã tìm ra một phát kiến mới trong khi tắm: ông đã để ý thấy, khi người ông càng chìm sâu xuống nước thì mực nước lại càng dâng cao hơn. Do đó, ông chỉ cần nhấn chìm chiếc vương miện, rồi đo lượng nước đã bị chiếm chỗ, để tính ra thể tích của nó. Khối lượng riêng hay tỉ trọng của chiếc vương miện được tính bằng cách lấy khối lượng của chiếc vương miện chia cho thể tích nước bị chiếm chỗ. Archimedes đã quá phấn khích và nhảy ra khỏi bồn tắm, vừa trần truồng chạy dọc phố vừa hét lên "Ơ-rê-ca! Tìm ra rồi!"

ĐI VÒNG VÒNG

Ngày nay, có vẻ chúng ta dành rất nhiều thời gian chạy quanh những vòng luẩn quẩn, chính xác là ta đã lãng phí bao nhiêu năng lượng cho việc này? Quảng đường quanh một hình tròn dài bao nhiêu? Đường tròn là những đường thẳng được bẻ cong cho đến khi hai đầu của chúng gặp nhau. Vừa hay, từ bé ta đã thích tìm hiểu những viên bi, mà tính toán số liệu về hình tròn thường liên quan rất chặt với số pi (π).

Nào, ta cùng làm!

Làm thế nào để tính được độ dài của đường tròn?

Trong toán, độ dài này được gọi là chu vi.

Bước 1 Xác định đường kính của hình tròn. Đường kính là độ dài của đoạn thẳng có hai đầu nằm trên hình tròn và đi qua tâm của hình tròn đó. Đường kính đồng thời có độ dài bằng 2 lần bán kính, bán kính là khoảng cách từ tâm đến



một điểm trên đường tròn.

Bước 2 Nhân kết quả bước 1 với π ; nếu không có máy tính thì dùng 3,14 thay cho π .

Giờ ta hãy thử tìm chu vi của hình tròn có đường kính là 38cm.

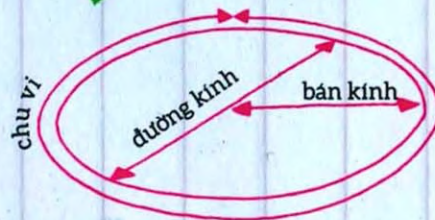
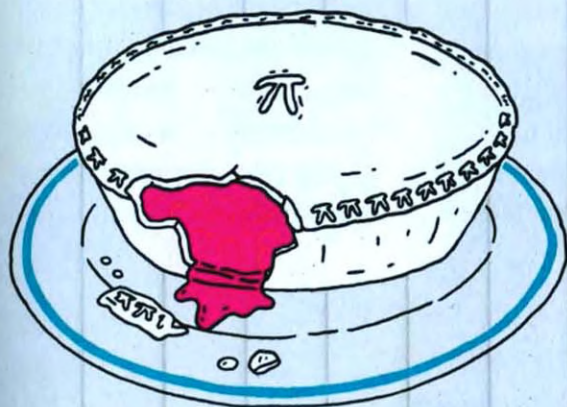
Bài toán

Khi tính diện tích của hình tròn, ta sẽ thấy việc xếp khít các hình vuông vào bên trong hình tròn là không thể, và kể cả việc ước lượng cũng trở nên khó khăn khi độ cong của đường tròn khiến ta không thể xác định chính xác dạng của đường biên. Nhưng từ xưa người ta đã áng được chu vi của đường tròn bằng độ dài đường kính nhân với 3,141592... Đó là số π . Archimedes đã tìm ra cận trên và cận dưới của π , và đến thế kỷ 17 người ta đã tính được 35 chữ số sau dấu phẩy của số π . Đến gần đây, số chữ số của π vẫn tiếp tục được tìm ra thêm nữa; ta không thể kỳ vọng bản thân nhớ hết các chữ số này, nhưng hầu hết các máy tính hiện nay đều có π với số chữ số đủ cho ta sử dụng.

Kết quả

$$\text{Chu vi} = 38\text{cm} \times \pi \approx 119\text{cm}$$

Công thức này cũng có thể được viết dưới dạng $2\pi R$ với R = bán kính.



Bạn có để ý rằng khi các vận động viên xếp hàng ở vạch xuất phát chạy 400m, họ luôn đứng lệch nhau? Lan chạy càng ở phía rìa ngoài thì quãng đường của vận động viên ở làn đó càng dài hơn, do đó các nhà toán học phải cân đối quãng đường của mỗi làn chạy. Bằng cách tính chu vi của các nửa đường tròn rồi cộng với các phần thẳng của đường chạy, họ có thể điều chỉnh vạch xuất phát sao cho công bằng với mọi vận động viên.

Bạn có biết?

PYTHAGORAS NÀO?



Tôi cần một cái thang dài bao nhiêu để tới được mái nhà? Chặng đường sẽ gần hơn được bao nhiêu nếu như tôi đi cắt xuyên qua thay vì đi vòng qua công viên? Mỗi ngày ta đều bắt gặp những vấn đề có liên quan đến tam giác vuông, và may thay ta đã có định lý Pythagoras giúp sức trả lời các câu hỏi này.

Nào, ta cùng làm!

Định lý Pythagoras dựa trên ý tưởng rằng nếu có một tam giác vuông và ta dựng trên mỗi cạnh của tam giác đó một hình vuông thì hình vuông lớn nhất sẽ có diện tích bằng tổng diện tích của hai hình vuông bé hơn. Điều này có thể được mô tả theo biểu thức sau:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Trong đó c là độ dài cạnh dài nhất của tam giác, và a , b là độ dài hai cạnh còn lại.

Khi đã thừa nhận định lý này đúng thì nếu ta biết độ dài hai cạnh của một tam giác vuông, ta có thể tìm ra độ dài cạnh còn lại. Cạnh dài nhất của tam giác vuông được gọi là **cạnh huyền**.

Kết quả

Bước thứ 3 là
giải c. Cụ thể
như sau:

$$9 + 16 = c^2$$

$$25 = c^2$$

$$\sqrt{25} = 5 = c$$

Mặc dù định lý này được đặt theo tên nhà toán học Hy Lạp Pythagoras (569 TCN-495 TCN), nhưng sử sách cho thấy rằng người Babylon, người Trung Quốc và người Ấn Độ đều đã sử dụng định lý này trước Pythagoras khoảng 1.000 năm. Tuy vậy, định lý này bắt nguồn từ một nơi hay đồng thời được tìm ra ở những nơi khác nhau vẫn là một câu hỏi chưa có lời đáp.

Bạn có biết?

Vậy độ dài cạnh huyền của tam giác vuông có hai cạnh còn lại lần lượt dài 3cm và 4cm là bao nhiêu?

Bước 1 Viết ra công thức:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Bước 2 Thay thế độ dài các cạnh vào vị trí a và b tương ứng trong công thức:

$$3^2 + 4^2 = c^2$$

Bài toán

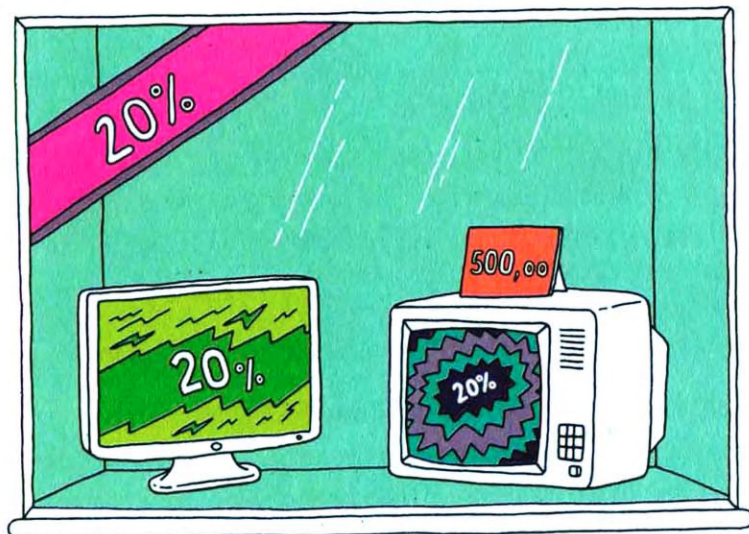
Định lý Pythagoras được phát biểu chính xác như sau: “Trong một tam giác vuông, bình phương độ dài cạnh huyền bằng tổng bình phương độ dài của hai cạnh còn lại”. Từ hình vẽ trên đầu bức tượng Pythagoras (trang 50), ta thấy:

Diện tích hình vuông a + diện tích hình vuông b = diện tích hình vuông c

Khi đã tìm được diện tích của c, ta có thể tìm được độ dài của cạnh tương ứng bằng cách khai căn kết quả tìm được; vì hầu hết các kết quả của ta sẽ không phải số nguyên nên nút $\sqrt{}$ trên máy tính sẽ thay ta thực hiện bước này.

ĐIÊN CUỒNG MUA SẴM

Bạn đang xem chương trình yêu thích và quảng cáo bỗng chen vào. Bạn đã chuẩn bị đổi kênh, nhưng lại thấy chương trình khuyến mãi và mức giảm giá cho chiếc ti vi mới tinh kia thật không thể tin nổi! Nhưng rồi cuộc thi giá của nó là bao nhiêu? Đó có thật sự là một món hời? Giá đó có rẻ hơn ở các cửa hiệu khác trên phố? Với một chút luyện tập, chà mấy rồi bạn sẽ trở thành người tiêu dùng thông thái!



Vui sắm sửa!

Tính phần giảm giá

Nào, ta cùng làm!

Làm thế nào để ta tính được một chiếc ti vi giá 500 bảng giảm giá 20% thì còn bao nhiêu?

Bước 1 Tìm 10% của giá bán ban đầu bằng cách dịch dấu phẩy về phía bên trái một chữ số.

$$10\% \text{ của } 500,00\text{£} = 50,00\text{£}$$

Bước 2 Nhân đôi kết quả, vì

$$10\% + 10\% = 20\%$$

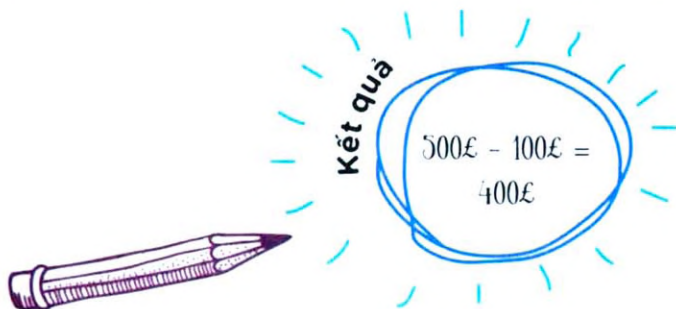
$$50,00\text{£} + 50,00\text{£} = 100,00\text{£}$$

Bước 3 Lấy giá bán ban đầu trừ đi số tiền được giảm để tìm được giá bán cuối cùng.

Bài toán

Tính giá bán sau chiết khấu cũng chủ yếu sử dụng công cụ mà ta dùng để tính tiền boa (trang 26-27). Khi đó, ta sẽ tìm 5% thông qua việc tìm ra 10% và đem chia kết quả cho 2, rồi cộng hai đáp án với nhau để ra tiền boa cho nhân viên phục vụ.

Ở đây chúng ta cũng dùng cách tương tự: ta coi giá bán ban đầu tương ứng với 100%, và ta có thể tìm ra 10% và 1% bằng cách di chuyển dấu phẩy sang bên trái một hoặc hai chữ số. Điểm khác biệt so với tính tiền boa là cuối cùng phải trừ các giá trị cho nhau thay vì cộng chúng lại. Giờ thì hãy đi thẳng đến cửa hàng, nơi có những món hời để mua và những bài toán để giải.



Bạn có biết?

Biết cách tính tiền lãi trong tài khoản tiết kiệm cũng là một kỹ năng rất hữu ích, và tỷ lệ phần trăm cũng có thể giúp ta việc này. Nếu ta có 500£ trong tài khoản ngân hàng với lãi suất 6% một năm, sau một năm số tiền của ta sẽ tăng thêm 6%. Để tính toán chính xác khoản lãi đó, ta sử dụng công thức sau:

Số tiền sau lãi =

$$\frac{(100 + \text{số \% tăng thêm})}{100} \times \text{số tiền ban đầu}$$

Trong ví dụ trên, ta có:

$$(100 + 6)/100 \times 500 = 530\text{£}$$

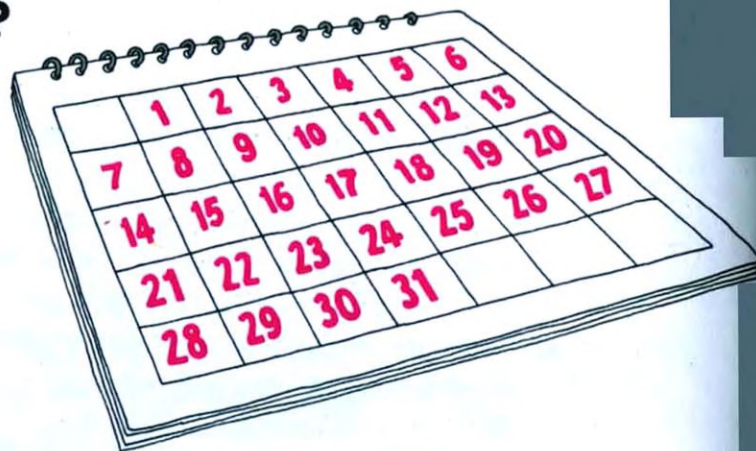
Như vậy số tiền của ta
tăng thêm 30 bảng.

HÔM NAY LÀ THỨ MẤY?

Khi không có lịch trong tay, chọn ngày tổ chức tiệc dường như là bất khả thi. Mẹo nhỏ sau đây sẽ giúp ta biết một ngày bất kỳ sẽ rơi vào thứ mấy: mọi người đều thích tiệc tùng vào tối thứ Sáu và tối thứ Bảy, nếu tổ chức vào thứ Hai thì nhiều khả năng ta sẽ phải ăn tiệc một mình.

Bạn có biết?

Trước khi lịch Gregory ra đời, hầu hết các quốc gia đều dùng lịch Julius vốn được Julius Caesar công bố năm 45 trước Công nguyên. Loại lịch này được sử dụng rộng rãi cho tới thế kỷ 16, nhưng cứ 128 năm nó lại bị sai 1 ngày. Lịch Gregory được đề xuất bởi Aloysius Lilius, một nhà vật lý học sống tại Naples, Ý và được thông qua bởi Giáo hoàng Gregory XIII theo đề xuất sửa những lỗi sai trong lịch Julius của Hội đồng thành phố Trent (1545-1563). Sắc lệnh được Giáo hoàng Gregory XIII ban hành vào ngày 24/2/1582. Lịch mới này được thông qua sử dụng tại một số quốc gia vào cuối năm đó, và trong các thế kỷ tiếp theo lần lượt các quốc gia khác cũng áp dụng loại lịch này. Hiện nay đây là lịch chính thức sử dụng rộng rãi nhất.



Nào, ta cùng làm!

Ngày thứ 47 tiếp theo sau thứ Tư này sẽ là thứ mấy trong tuần?

Bước 1 Chia số ngày cho 7 và xác định phần dư:

$$47 : 7 = 6 \text{ dư } 5$$

Bước 2 Bắt đầu từ thứ Tư, ta đếm đủ 5 ngày dư xác định được từ bước 2:

- 1 ngày là thứ Năm
- 2 ngày là thứ Sáu
- 3 ngày là thứ Bảy
- 4 ngày là Chủ nhật
- 5 ngày là thứ Hai.

Dự đoán tương lai

Kết quả

Tính toán như trên thì ngày thứ 47 sau ngày thứ Tư sẽ là thứ Hai - không phải là ngày tốt để tiệc tùng, nhưng ít nhất ta đã gây ấn tượng cho đám bạn với mẹo nhỏ kỳ diệu này!

Mẹo nhỏ
kỳ diệu

Bài toán

Cốt lõi của bí ẩn này chính là việc cứ 7 ngày thì các ngày trong tuần lại quay lại đúng vị trí cũ: 7 ngày sau ngày thứ Ba sẽ vẫn là một ngày thứ Ba. Nếu ta lấy tổng số ngày chia cho 7 thì kết quả của thương sẽ cho ta biết số tuần trôi qua kể từ ngày bắt đầu cho đến lần cuối cùng mà nó lặp lại vị trí của mình trong tuần. Số dư sẽ được dùng để đếm số ngày tiếp theo.

Nhớ rằng ta cũng có thể tìm câu trả lời cho những ngày trong quá khứ, nhưng trong trường hợp này số dư sẽ là số ngày trước đó, do đó ta sẽ đếm lùi lại thay vì đếm tiến lên.

Thực tế hơn, ta có thể sử dụng mẹo này để dự đoán ngày trong tuần mà một sự kiện sẽ diễn ra. Nếu muốn biết sinh nhật tiếp theo của mình rơi vào ngày thứ mấy trong tuần, ta chỉ cần xác định số ngày kể từ hôm nay đến ngày sinh nhật tiếp theo rồi làm theo phương pháp tương tự như trên.

HÀNG SỐ KAPREKAR

Dattaraya Ramchandra Kaprekar (1905-1986) là một nhà toán học người Ấn Độ, người đã tìm một số hằng số (hay vòng lặp) trong suốt cuộc đời mình. Không nhiều người dành sự chú ý đầy đủ cho các công trình của ông, vì bản thân ông chỉ là một giáo viên chứ không phải là một nhà nghiên cứu, nhưng hôm nay những con số đó sẽ cho ta cơ hội để thực hiện những phép tính khá vui và thú vị.

Nào, ta cùng làm!

Bước 1. Chọn một số có bốn chữ số bất kỳ được tạo nên từ ít nhất hai chữ số khác nhau (không phải các số như 1.111 hay 2.222 nhé).

Bước 2. Sắp xếp các chữ số của số đó theo thứ tự tăng dần từ trái qua phải.

Bước 3. Sắp xếp các chữ số của số đó theo thứ tự giảm dần từ trái qua phải.

Bước 4. Lấy kết quả ở bước 3 trừ đi kết quả ở bước 2.

Bước 5. Sử dụng số thu được để tiếp tục áp dụng các bước trên.

Ví dụ:

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1. Chọn số: 3141 | 2. Tăng: 3456 | 2. Tăng: 2358 |
| 2. Tăng: 1134 | 3. Giảm: 6543 | 3. Giảm: 8532 |
| 3. Giảm: 4311 | 4. Bước 3 trừ đi | 4. Bước 3 trừ đi |
| 4. Bước 3 trừ đi | bước 2: 6543 - | bước 2: 8532 - |
| bước 2: 4311 - | 3456 = 3087 | 2358 = 6174 |
| 1134 = 3177 | | |
| | 2. Tăng: 0378 | |
| 2. Tăng: 1377 | 3. Giảm: 8730 | |
| 3. Giảm: 7731 | 4. Bước 3 trừ đi | |
| 4. Bước 3 trừ đi | bước 2: 8730 - | |
| bước 2: 7731 - | 378 = 8352 | |
| 1377 = 6354 | | |

Kết quả

Khi thu được số 6174 và thực hiện tiếp các bước như trên, ta có: $7641 - 1467 = 6174$. Số này cứ tiếp tục lặp lại như vậy, nên ta có "hàng số".

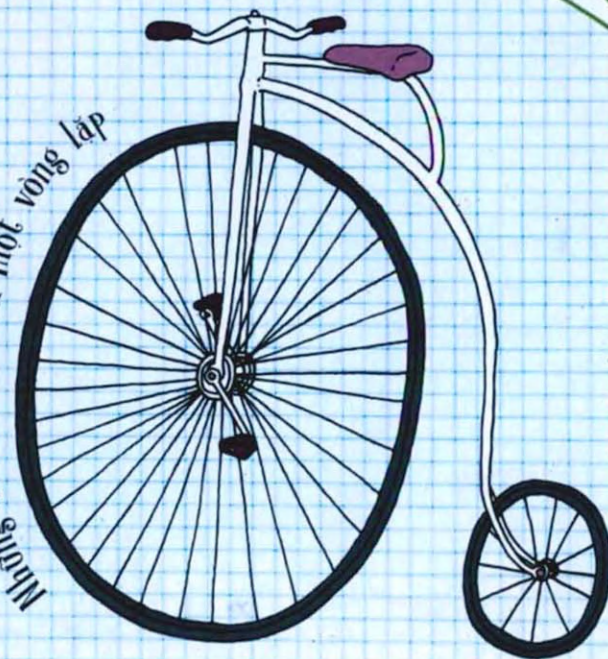
Bạn có biết?

Kaprekar cũng có một loại số được đặt theo tên ông: một số Kaprekar là một số nguyên không âm, trong đó bình phương của nó là một số có thể tách thành hai phần có tổng bằng đúng số ban đầu. Ví dụ, 45 là một số Kaprekar vì $45^2 = 2025$ và $20 + 25 = 45$.

Bài toán

Mỗi số trong dãy này xác định duy nhất một số tiếp theo trong dãy. Vì chỉ có hữu hạn các khả năng xảy ra nên đến cuối cùng, chắc chắn dãy số này sẽ lặp lại, từ đó tạo ra một vòng lặp. Do đó, bất kể số đầu là số nào thì nó cũng sẽ tạo ra một dãy số có sự lặp lại. Điều này cũng đúng với các số có 3 chữ số, hàng số trong trường hợp này là 495. Bạn thử lại xem có đúng không!

Những số này tạo nên một vòng lặp



PHÂN LOẠI ĐÔI KHI KHÁ VUI

Phân loại học là môn khoa học sắp xếp các sinh vật theo nhóm. Nhưng mà nghe có vui chút nào đâu?! À, có lẽ không phải với tất cả mọi người, nhưng mẹo này chắc sẽ khiến bạn mỉm cười.

Nào, ta cùng làm!

Bước 1 Chọn một số trong khoảng từ 1 đến 10.

Bước 2 Nhân số đã chọn với 9 (để tính được nhanh hơn, xem lại trang 10).

Bước 3 Tìm tổng các chữ số của kết quả ở bước 2.

Bước 4 Lấy kết quả ở bước 3 trừ đi 5.

Bước 5 Đối số tìm được ra chữ cái có thứ tự tương ứng trong bảng chữ cái (1 = a, 2 = b, v.v...)

Bước 6 Hãy nghĩ đến một quốc gia có tên tiếng Anh bắt đầu bằng chữ cái vừa tìm được.

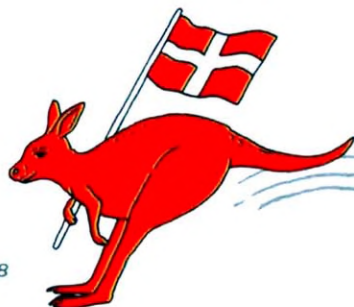
Bước 7 Hãy nghĩ đến một loài động vật có tên tiếng Anh bắt đầu bằng chữ cái cuối cùng của tên đất nước mà bạn vừa nghĩ đến.

Bước 8 Hãy nghĩ đến một màu tiếng Anh có chữ cái đầu tiên giống với chữ cái cuối cùng trong tên của loài động vật bạn vừa nghĩ đến.

Kết quả

Kết quả của bạn

<http://tieulun.hopto.org>



Bạn thử
phân loại cái
gì đó xem
sao!

Bài toán

Mẹo ở đây là chữ cái tìm được sau khi lọc và phân loại luôn luôn là chữ "d", bất kể ta có chọn số nào. Lý do là vì nhân một số có một chữ số bất kỳ với 9, ta luôn được kết quả có tổng các chữ số là 9, trừ đi 5 sẽ được 4, và chữ cái thứ 4 trong bảng chữ cái là chữ "d". Đan Mạch (Denmark) là đất nước duy nhất ở châu Âu có tên bắt đầu bằng chữ "d" (các quốc gia còn lại có tên tiếng Anh bắt đầu bằng chữ "d" là: Djibouti, Dominica, Dominican Republic). Với những người chọn Đan Mạch (Denmark), phần lớn sẽ nghĩ đến "Kangaroo" với chữ cái "k" vì nó giúp ta dễ dàng tìm được màu sắc tương ứng là màu cam (orange).

Đan Mạch - quê hương của những hình lắp ghép quyền rũ chết người Lego - là nơi sở hữu là quốc kỳ và nền quân chủ lâu đời nhất trên thế giới, và Copenhagen của họ cũng là thủ đô nhiều tuổi nhất châu Âu. Và mặc dù về mặt địa lý Greenland là một phần của châu lục Bắc Mỹ và có chính quyền riêng, nhưng vùng lãnh thổ này thực sự là một phần của vương quốc Đan Mạch.

Bạn có biết?

là

một chú Kangaroo
màu cam (orange)

đến từ Đan Mạch
(Denmark)?

Rất nhiều người ra
<http://tieulun.hopto.org>
kết quả giống bạn đó!

SỐ PALINDROME

Palindrome là khái niệm để chỉ những từ hoặc cụm từ đọc xuôi hay ngược đều giống nhau, ví dụ như, “race car” hoặc cả cụm “a man, a plan, a canal, Panama”. Ta có thể viết từ và cụm từ trên từ trái sang phải hay từ phải sang trái và kết quả vẫn hoàn toàn giống nhau! Và ta cũng có thể làm vậy với những con số!

Kết quả
Lập lại và ta có kết quả sau:
 $1050 + 0501 = 1551$

1.

Nào, ta cùng làm!

Bước 1 Chọn một số bất kỳ.

2.

Ta sẽ thử với ví dụ sau:

1. 723

2. 327

3. $723 + 327 = 1050$

3.

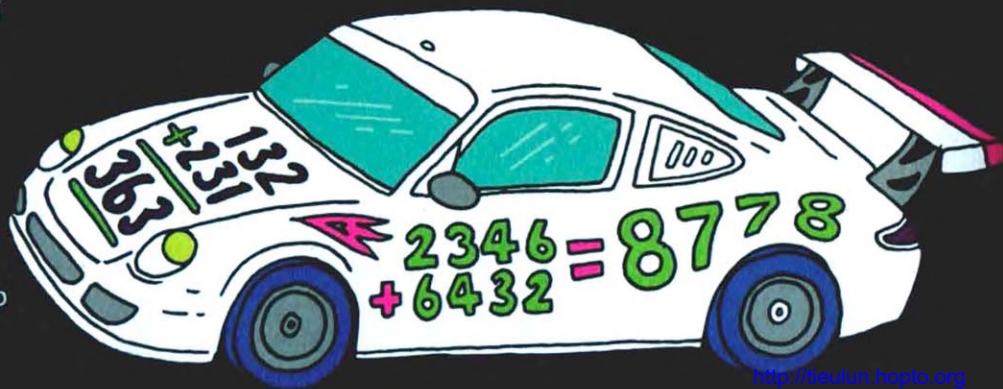
Đây rõ ràng chưa phải một số palindrome nên ta lập lại bước 2 và bước 3.



Bước 2 Đảo ngược thứ tự các chữ số của nó.

Bước 3 Cộng hai số trên lại với nhau.

Bước 4 Nếu nó chưa phải số palindrome thì lập lại bước 2 và bước 3.



Bài toán

Để trở thành một số palindrome, khoảng 80% các số nhỏ hơn 10.000 đều chỉ cần từ 4 bước trở xuống. Khoảng 90% các số cần từ 7 bước trở xuống. Một trường hợp đặc biệt, số 89, cần 24 bước để trở thành số palindrome.

Trong thực tế, tất cả các số nhỏ hơn 10.000 đều sẽ tạo ra số palindrome theo cách này trừ một trường hợp kỳ lạ duy nhất - số 196. Dù người ta đã thực hiện hàng nghìn lần đảo-thứ-tự-rối-cộng-lại, tạo ra những số có 80.000 chữ số thì vẫn chưa thể tạo ra số palindrome nào. Những số như 196 được gọi là Lychrel.

Sau đây sẽ là một vài ví dụ khác về số palindrome:

1. 87
2. 78
3. $87 + 78 = 165$
4. $165 + 561 = 726$
5. $726 + 627 = 1353$
6. $1353 + 3531 = 4884$

1. 132
2. 231
3. $132 + 231 = 363$

1. 2346
2. 6432
3. $2346 + 6432 = 8778$

Bạn có biết?

Khái niệm Palindrome ra đời từ khoảng những năm 79 Công nguyên, thời điểm một palindrome được tìm ra ở Herculaneum, một trong những thành phố bị chôn vùi trong tro bụi từ vụ phun trào xảy ra vào cùng năm đó của núi lửa Vesuvius. Palindrome "Sator Square" đọc bằng tiếng Latin là "Sator Arepo Tenet Opera Rotas"*. Đáng chú ý là chữ cái đầu tiên sẽ "triển khai" thành từ đầu tiên trong cụm diễn giải, chữ cái thứ hai tạo nên từ thứ hai, và cụm này đọc ngược lại cũng vẫn y như cách đọc đầu tiên.

* Người gieo hạt Arepo giữ lấy những bánh xe.

ĐỌC TIỀN HAY
ĐỌC LUI ĐỀU
NHƯ NHAU.

Bạn còn
biết những
palindrome nào
khác không?

CHIA HẾT DỄ ẤY MÀ!

Phép chia có thể không dễ như ăn một cái bánh hay uống một cốc trà, nhưng đừng sợ, vì đã có những quy tắc đơn giản cho phép ta kiểm tra xem một số có chia hết cho một số khác không mà không cần phải mất công tính toán quá nhiều. Giờ bạn thấy đỡ hơn chưa?



Nào, ta cùng làm!



CHIA ĐỂ TRỪ

	Một số chia hết cho
2	Nếu chữ số cuối cùng là số chẵn (0, 2, 4, 6, 8).
3	Nếu tổng các chữ số là một số chia hết cho 3.
4	Nếu hai chữ số cuối cùng tạo thành một số chia hết cho 4.
5	Nếu chữ số cuối cùng là 0 hoặc 5.
6	Nếu số đó chia hết cho cả 2 và 3.
7	Nếu lấy chữ số cuối cùng nhân với 2, đem phần còn lại của số đó trừ đi số vừa tìm được và kết quả thu được chia hết cho 7.
8	Nếu ba chữ số cuối cùng tạo thành một số chia hết cho 8.
9	Nếu tổng các chữ số là một số chia hết cho 9.
10	Nếu chữ số cuối cùng là 0.
11	Nếu tổng các chữ số hàng chẵn (hàng chục, hàng nghìn, hàng trăm nghìn...) trừ đi tổng các chữ số hàng lẻ (hàng đơn vị, hàng trăm, hàng vạn...) thành một số chia hết cho 11.
12	Nếu số đó chia hết cho cả 3 và 4.

	Ví dụ	Bài toán	Kết quả
2	128 129		Có Không
3	381 217	$(3 + 8 + 1 = 12; 12 : 3 = 4)$ $(2 + 1 + 7 = 10; 10 : 3 \approx 3,33)$	Có Không
4	1.312 7.019	$(12 : 4 = 3)$ $(19 : 4 = 4,75)$	Có Không
5	175 809		Có Không
6	114 308	(Chẵn; $1 + 1 + 4 = 6; 6 : 3 = 2$) (Chẵn; $3 + 0 + 8 = 11; 11 : 3 \approx 3,66$)	Có Không
7	672 905	$(2 \times 2 = 4; 67 - 4 = 63; 63 : 7 = 9)$ $(2 \times 5 = 10; 90 - 10 = 80; 80 : 7 \approx 11,43)$	Có Không
8	109.816 216.302	$(816 : 8 = 102)$ $(302 : 8 = 37,75)$	Có Không
9	1.629 2.103	$(1 + 6 + 2 + 9 = 18; 18 : 9 = 2)$ $(2 + 0 + 1 + 3 = 6; 6 : 9 \approx 0,66)$	Có Không
10	220 221		Có Không
11	1.364 25.176	$((3 + 4) - (1 + 6) = 0; 0 : 7 = 0)$ $((5 + 7) - (2 + 1 + 6) = 3; 3 : 7 \approx 0,42)$	Có Không
12	648 524	$6 + 4 + 8 = 18; 18 : 3 = 6$ (Có chia hết cho 3) $48 : 4 = 12$ (Có chia hết cho 4) $5 + 2 + 4 = 11; 11 : 3 \approx 3,66$ (Không chia hết cho 3) $24 : 4 = 6$ (Có chia hết cho 4)	Có Không

Tóc có tỷ lệ nguyên phân (phân chia tế bào) cao nhất. Một sợi tóc trung bình mọc dài thêm 0,3mm một ngày hay 1cm một tháng.

Bạn có biết?



ẢO THUẬT VỚI CON SỐ (PHẦN 1)

Ảo thuật với con số là một màn tuyệt vời để khiến bạn bè và gia đình bạn phải kinh ngạc. Hãy thử các màn ảo thuật sau.

Màn 1

1. Nghĩ đến một số bất kỳ nhỏ hơn 10.
2. Nhân số đó với 2.
3. Tiếp tục cộng với 6.
4. Chia đôi kết quả.
5. Lấy kết quả trừ đi số đã chọn ban đầu.

Màn 2

Nghĩ đến một số bất kỳ.

Đem số đó trừ đi 1.

Nhân kết quả với 3.

Tiếp tục cộng với 12.

Chia kết quả cho 3.

Tiếp tục cộng với 5.

Đem kết quả trừ đi số ban đầu.

Kết quả

Màn 4

1. Chọn hai số có một chữ số bất kỳ.
2. Chọn một trong hai số rồi nhân với 2.
3. Cộng kết quả với 5. $+ 5$
4. Tiếp tục nhân với 5. $\times 5$

5. Cộng với số còn lại trong hai số đã chọn ban đầu.

6. Trừ đi 4.

7. Trừ tiếp cho 21.



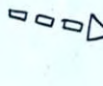
Màn 3

Nghĩ đến một số bất kỳ.

Đem kết quả trừ đi số ban đầu.



Nhân số đó với 3.



Cộng kết quả với 45.



Chia cho 6.



Tiếp tục nhân với 2.



Kết quả

Kết quả có phải là số tạo ra chính từ hai số ban đầu?

Kết quả là 8?

Kết quả

Có phải sẽ ra số 13?

Kết quả

ẢO THUẬT VỚI CON SỐ (PHẦN 2)

Bạn bè và gia đình có ngạc nhiên trước trình độ toán học của bạn không? Sau đây là một vài màn ảo thuật khác để bạn tiếp tục biểu diễn.

Màn 5

Hãy ghi ra số nhà của bạn.

Nhân số đó với 2.

Cộng nó với số ngày trong một tuần.

Nhân tiếp với 50.

Cộng với tuổi của bạn.

Trừ đi 365
(số ngày trong một năm).

Cộng tiếp với 15.

Có phải ra
tháng sinh và
ngày sinh của
bạn?

Kết quả

Màn 6

Nhân số tháng trong ngày sinh của bạn với 5.

Cộng tiếp
với 7.

Nhân tiếp với 4.

Nhân 5.

Cộng 13.

Cộng thêm ngày
sinh của bạn.

Trừ đi 205.

Màn 7

1. Nhập vào máy tính một số chỉ gồm các chữ số 9.
2. Nhân nó với một số bất kỳ.
3. Viết số đó ra giấy.
4. Cộng tất cả các chữ số của số này lại với nhau.
5. Cộng các chữ số của kết quả trên lại với nhau.

Kết quả

Có phải sẽ ra một số ghép bởi số nhà và số tuổi của bạn?

(Nếu không phải...)

... thì tiếp tục cộng các chữ số của kết quả tìm được, và cuối cùng sẽ thu được tổng bằng 9.)

Kết quả

Màn 8

1. Chọn một số bất kỳ từ 1 đến 10.
2. Nhân số đó với 2.
3. Cộng thêm 2 vào kết quả.
4. Chia cho 2.
5. Lấy kết quả trừ đi số đã chọn ban đầu.

Có phải là ra số 1?

Kết quả

Kết quả

Có phải kết quả là 9?



NHỮNG CON SỐ KHÔNG THỂ TIN NỔI

Khi ta bắt đầu học đếm, các con số nhỏ và dễ theo dõi, ta có thể dùng ngón tay để đếm. Nhưng khi lớn lên, ta phát hiện ra những con số ngày càng lớn thêm, lớn thêm và lớn mãi. Và khi có hứng thú với thiên văn học, ta sẽ còn gặp những con số thậm chí là quá lớn để có thể hiểu được. May mắn thay, hệ thống ký hiệu khoa học trong toán học cho phép chúng ta ghi lại những số lớn ở dạng gọn gàng và dễ sử dụng hơn.

Nào, ta cùng làm!

Ta sẽ viết một số ở dạng ký hiệu khoa học như thế nào? Ví dụ số 4.560?

Bước 1 Thêm một dấu phẩy vào sau chữ số đầu tiên: 4.560 sẽ trở thành 4,560.

Bước 2 Đếm xem ta đã di chuyển dấu phẩy bao nhiêu vị trí. Số này sẽ là số mũ trong kết quả cuối cùng của ta. Ở đây, để biến 4.560 thành 4,560 ta đã di chuyển dấu phẩy 3 vị trí.

Bước 3 Lấy số thu được ở bước 1 nhân với lũy thừa cơ số 10 và số mũ là số tìm được ở bước 2. Nếu không làm sai quy tắc về chữ số có nghĩa (xem trang 76) thì thường ta không cần phải ghi đầy đủ các chữ số 0.

Kết quả

$$4,560 \times 10^3 \text{ hay } 4,56 \times 10^3$$



Bài toán



Ký hiệu khoa học (scientific notation) là cách viết những số rất lớn hoặc rất nhỏ bằng lũy thừa của 10.

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1.000$$

Cách này sẽ rất có tác dụng khi ta muốn viết gọn một số rất lớn. Ví dụ ta có số 3.450.000.000. Ta có cách viết tương đương là $3,45 \times 1.000.000.000$. Và 1.000.000.000 lại có cách viết khác là 10^9 , vì $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1.000.000.000$. Như vậy ta có thể viết số đã cho dưới dạng $3,45 \times 10^9$ hay 3,45 tỉ.

Để chuyển một số từ cách viết theo ký hiệu khoa học về dạng bình thường, ta cần di chuyển dấu phẩy. Nếu như số mũ là 6 thì ta di chuyển dấu phẩy 6 vị trí về bên phải, thêm số 0 nếu ta không còn vị trí nào để di chuyển. Nếu số mũ là âm, ta di chuyển dấu phẩy về bên trái và làm cho số ban đầu bé đi.

$3,45 \times 10^9$



Vấn chưa thể tin nổi, phải không?

Số Avogadro, $6,022 \times 10^{23}$, là số phân tử có trong 1mol chất hóa học. Danh cho những độc giả có thể không phải là người yêu hóa học, điều này có nghĩa là sẽ có $6,022 \times 10^{23}$ phân tử H_2O trong 18g nước. Hy vọng là bạn đang khát!

Bạn có biết?

BÌNH PHƯƠNG LÀ HỢP MỐT

Bạn có biết bình phương trong toán học là gì, và nó có liên quan gì đến hình vuông? Khi cần bình phương một số, ta nhân số đó với chính nó. Nếu ta có một hình vuông, chiều dài và chiều rộng của nó sẽ cùng bằng một số, bạn đã thấy có liên hệ chưa?

Kết quả

Xếp hai số tìm được với nhau ta được kết quả là 225.

Nào, ta cùng làm!

15×15 bằng bao nhiêu?

Bước 1 Lấy chữ số đầu tiên của số đó rồi nhân chữ số này với chữ số liền sau nó:

$$1 \times (1 + 1) = 1 \times (2) = 2$$

Bước 2 Nhân hai chữ số 5 còn lại với nhau:

$$5 \times 5 = 25$$

Nhân số đó với chính nó!

Nhà toán học, giáo viên người Anh Charles Hutton đã phát hành bảng bình phương đầu tiên cho các số từ 25 400 trở xuống vào năm 1781, theo yêu cầu của Ban Kinh độ (Board of Longitude). Sau khi nghiên cứu bảng này, các nhà toán học chuyên nghiệp và nghiệp dư đã lọc ra được rất nhiều điều, ví dụ như một tính chất đơn giản là bình phương của một số luôn kết thúc bằng các chữ số 0, 1, 4, 5, 6, 9, và không bao giờ kết thúc bằng các chữ số 2, 3, 7, 8.

Bạn có biết?

Nhân số đó với chính nó.

Bài toán

Công thức mà chúng ta sử dụng ở đây là $N \times (N+1)$. Giống như khi nhân các số có hai chữ số với nhau, ta phải nhân các chữ số hàng chục và hàng đơn vị. Với các chữ số hàng đơn vị, khi nhân 5 với 5 ta luôn được 25; nếu nhân 5 với 10, ta được 50, và hai lần 50 sẽ cho ta kết quả là 100; khi nhân 10 với 10 ta tiếp tục thu được 100, tổng cộng ta có 225.

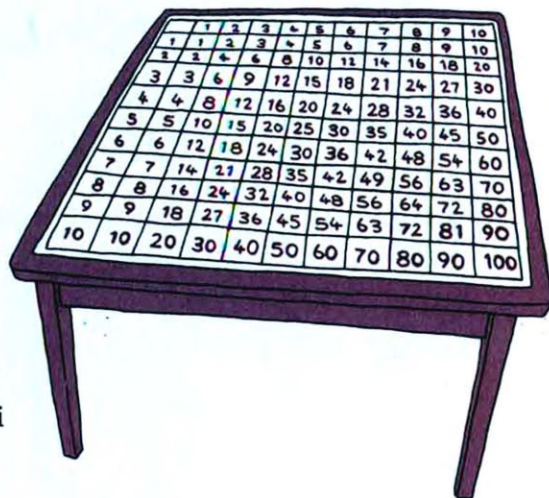
Nhưng còn bình phương của một số khác, ví dụ như 19 thì sao?

Bước 1 Tìm hiệu của số cần bình phương với bội số gần nhất của 10; với 19 thì ta chỉ cần thêm 1 để được 20.

Bước 2 Nếu bội số của 10 lớn hơn số cần bình phương, ta sẽ đếm lùi lại theo số tương ứng tìm được ở bước 1. Nếu bội số của 10 nhỏ hơn số cần bình phương, ta sẽ đếm tiến lên; với 19, ta sẽ đếm lùi lại 1 đơn vị để được 18.

Bước 3 Nhân bội số của 10 và số tìm được ở bước 2 với nhau: $20 \times 18 = 360$. (Muốn tính nhẩm thì ta chỉ cần nhân với 10 rồi gấp đôi kết quả.)

Bước 4 Cộng kết quả với bình phương của hiệu tìm được ở bước 1:
 $1^2 = 1$
 $360 + 1 = 361$



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90

Bằng cách chọn số sao cho luôn thu được bội của 10, ta đã làm đơn giản bài toán để có thể tính nhẩm được. Nhớ rằng ta còn có thể phân tích một số lớn thành tích của hai hoặc nhiều hơn hai số, điều này sẽ làm cho bài toán trở nên dễ hơn.

TỔNG CỦA TỔNG

Đã bao giờ bạn nhìn chăm chăm vào đồng tiền lẻ của mình ở quầy tính tiền và tự hỏi rằng mình có đủ tiền để mua sữa (thứ bạn cần) và một thanh sô cô la (thứ bạn không cần)? Bạn có đủ tiền mua kem và khoai tây chiên (bạn thực sự không muốn lựa chọn)? Nếu học được mẹo nhỏ này, bạn chắc chắn sẽ không cần đến máy tính để tìm ra câu trả lời.

Nào, ta cùng làm!

Làm thế nào để tính được $81 + 78 = ?$

Bước 1 Chúng ta dùng các số tròn chục càng nhiều càng tốt, vậy nên ta sẽ làm tròn số thứ hai thành số tròn chục gần nó nhất.

$$78 + 2 = 80$$

2 là phần chênh thêm vào.

Bước 3 Lấy kết quả bước 2 bớt đi “phần chênh thêm vào” ở bước 1, ta được đáp án cuối cùng.

Bước 2 Cộng số này với số thứ nhất:
 $80 + 81 = 161$

Tính tổng
có vẻ hay!

Pascaline có lẽ là thiết bị cơ học tính toán đầu tiên được sử dụng trong thực tế. Nó được chế tạo vào năm 1643 bởi Blaise Pascal, một nhà khoa học và một nhân viên thuế. Tính toán cộng trừ những dãy số dài và nhàm chán. Tuy nhiên, phải đến tận năm 1820, nó mới phát minh thành công bởi người Pháp Charles Xavier Thomas một thiết bị lấy được bằng sáng chế và đưa vào sản xuất chiếc máy tính cơ học đầu tiên thành công về mặt thương mại, nó được đặt tên là Máy kế toán.

Bạn có biết?

Kết quả

Kết quả thu được là:

Thế còn phép tính này:
 $62 + 53?$

$$53 = 50 + 3$$

$$62 + 50 = 112$$

$$112 + 3 = 115$$

Bài toán

Cũng giống như mẹo nhân ở trang 80-81, ta có thể viết một số thành tổng hoặc hiệu của hai số khác. Số 7 có thể được viết thành $3 + 4$ hoặc $10 - 3$ vì cả hai phép tính này đều cho kết quả là 7. Khi tính toán với các số có hai chữ số, sẽ dễ hơn khi biến đổi phép tính thành cộng hoặc trừ các số tròn chục gần nhất. Sau đó chúng ta chỉ cần trả lại phần chênh lệch. Lần sau, khi ra quầy tạp hóa hãy thử dùng mẹo này.

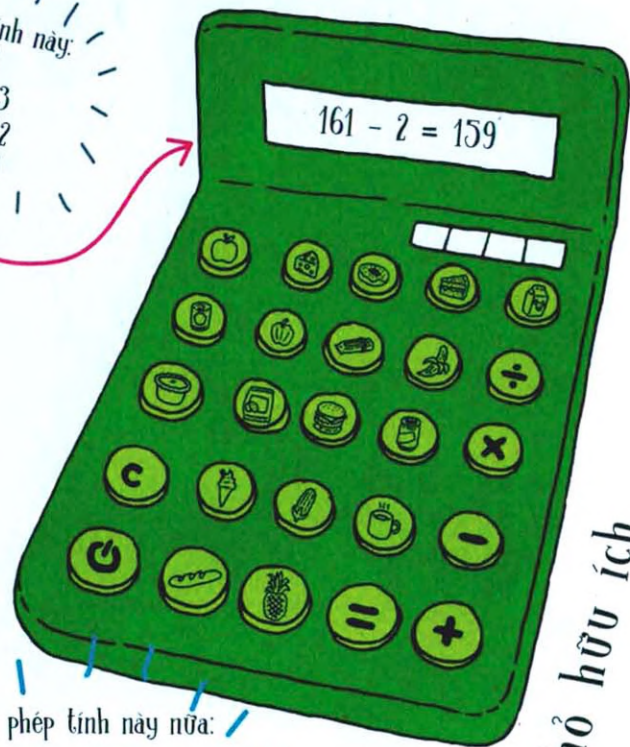
Hay phép tính này nữa:

$$97 + 35?$$

$$35 = 30 + 5$$

$$97 + 30 = 127$$

$$127 + 5 = 132$$



Một mẹo nhỏ hữu ích

ĐỪNG “ÂM LỊCH” NHƯ THẾ

Khi đã thuần thục việc cộng thêm, kỹ năng cơ bản tiếp theo mà ta cần sẽ là trừ đi. Trong phép trừ, hai lần âm có thể khiến ta thấy rắc rối. Nhưng đừng lo, mẹo nhỏ sau sẽ giúp ta có suy nghĩ tích cực về những dấu âm.

Nào, ta cùng làm!

Làm thế nào để trừ đi một số âm, ví dụ như $6 - (-4)$?

Khi ta có hai dấu âm, hoặc phép trừ đi cùng với một số âm, thì nó sẽ tương đương với dấu dương, vậy nên trừ đi âm 4 sẽ tương đương với cộng 4:

$$6 + 4$$



Kết quả

Khi cộng hai số lại ta có:

$$6 + 4 = 10$$

ỒI KHÔNG, TÀI KHOẢN TÔI ÂM TIỀN RỒI!!



Bài toán

Theo thứ tự thực hiện phép tính (xem trang 78-79), phép trừ luôn ở vị trí cuối cùng, nên các số này sẽ phải ở đúng vị trí của mình. Sử dụng trục số cũng là một cách hiệu quả để ta nhìn rõ được các số này.

Phép cộng đưa ta di chuyển về phía bên phải của trục số, nhưng bất cứ khi nào thấy phép trừ hoặc dấu âm thì ta sẽ đổi hướng. Khi có một phép trừ, ta đổi hướng một lần, nên ta sẽ di chuyển về bên trái theo chiều giảm của trục số; nhưng khi có hai dấu âm, ta sẽ đổi hướng và lại đổi hướng một lần nữa, tức là ta sẽ lại đi theo chiều tăng của trục số!

Giờ ta đã biết trừ đi một số âm cũng tương đương với phép cộng, vậy nhớ rằng cộng một số âm sẽ tương đương với phép trừ.

$$\text{Nên } 7 + (-3) = 4$$

- otoanhoc2911@gmail.com -

Rh+ và Rh-

Bạn có biết?

Rhesus là một protein có trong tế bào hồng cầu. Những người có protein này thuộc nhóm Rhesus dương tính (Rh+), và những người không có thì là Rhesus âm tính (Rh-), những người mang nhóm máu Rh- chỉ có thể cho và nhận máu cùng nhóm máu. Tỷ lệ máu hiếm Rh- cao nhất là ở xứ Basque, một vùng nằm giữa Pháp và Tây Ban Nha, rơi vào khoảng 30%; với phần còn lại của châu Âu tỷ lệ này vào khoảng 16%. Ngược lại, với châu Á và châu Phi, hội chứng này chỉ xuất hiện ở dưới 1% dân số.

QUY TẮC NHÂN

DƯƠNG × DƯƠNG = DƯƠNG

DƯƠNG × ÂM = ÂM

ÂM × DƯƠNG = ÂM

ÂM × ÂM = DƯƠNG

CHỮ SỐ CÓ NGHĨA (SIGNIFICANT FIGURES)

Kết quả của một phép đo trực tiếp hoặc một thao tác phân tích phải được ghi chép sao cho người sử dụng số liệu hiểu được mức độ chính xác của phép đo. Người ta quy định việc biểu diễn kết quả của phép đo cần đúng quy ước về chữ số có nghĩa. Chữ số có nghĩa bao gồm các chữ số tin cậy cùng với chữ số bất định đầu tiên. Về nguyên tắc, số liệu phải được ghi sao cho chữ số cuối cùng là bất định.



Nào, ta cùng làm!

Số 368.249 lấy đến ba chữ số có nghĩa sẽ được kết quả là bao nhiêu?



Bước 1 Với 368.249, số “3” là chữ số có ý nghĩa nhất vì nó cho ta biết số này vào khoảng ba trăm nghìn, nhưng vì ta muốn lấy ba chữ số có nghĩa nên ta cần tiếp tục lấy đến “8”.

Bước 2 Giờ ta cần phải tiếp tục với số ở ngay sau “8”. Vì ở đây là số “2” nên theo quy tắc làm tròn, ta sẽ làm tròn xuống.

Quy tắc làm tròn như sau:

- Nếu chữ số tiếp theo là 5 hoặc lớn hơn 5 thì ta làm tròn lên.
- Nếu chữ số tiếp theo là 4 hoặc nhỏ hơn 4 thì ta làm tròn xuống.



↑
↓
Làm tròn lên, làm tròn xuống!
↑
↓

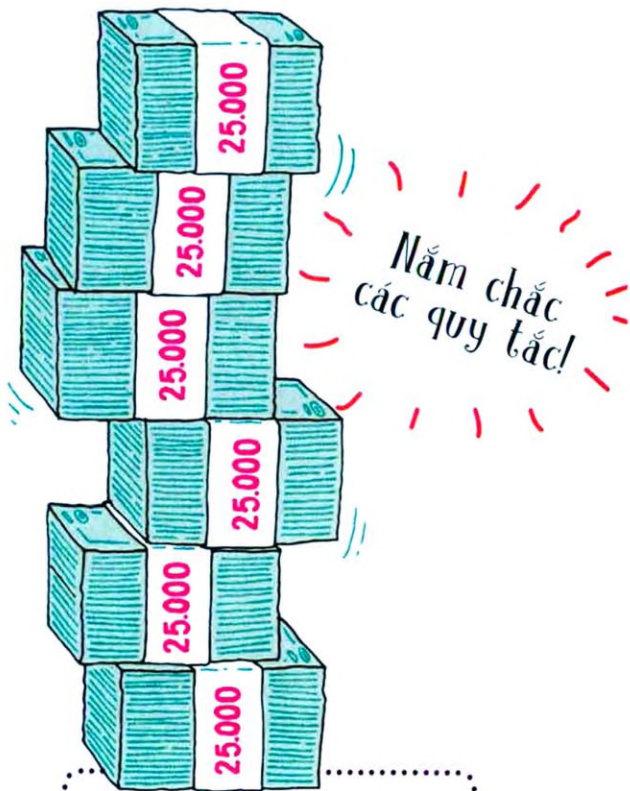
Bài toán

Trong toán học, ta làm tròn số theo số chữ số có nghĩa; số chữ số có nghĩa thường gặp là 1, 2 và 3.

Quy tắc cho các chữ số có nghĩa như sau:

1. Tất cả các chữ số khác 0 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) đều là chữ số có nghĩa.
2. Tất cả các chữ số 0 nằm giữa các chữ số khác 0 đều là chữ số có nghĩa. VD: 30.245.
3. Tất cả các chữ số 0 nằm bên phải dấu phẩy hoặc nằm ở cuối của số đó đều là chữ số có nghĩa. VD: 501,040.
4. Tất cả các chữ số 0 nằm ở bên trái dấu phẩy của một số lớn hơn hoặc bằng 10 đều là chữ số có nghĩa. VD: 900,06,

Ta có thể sử dụng chữ số có nghĩa với các số thập phân nhỏ hơn 1. Với 0,0000058763, số "5" là số có ý nghĩa nhất, vì nó cho ta biết số đó rơi vào khoảng 5 phần triệu. Số "8" là chữ số có nghĩa tiếp theo, và cứ tiếp tục như vậy.



Kết quả

368.249 khi lấy ba chữ số có nghĩa sẽ trở thành 368.000.

* Trong cuộc sống, ví dụ bảng dự toán xây dựng thường gồm rất nhiều con số lẻ chi li. Nhưng khi tính đại khái thì ta chỉ cần những số liệu khoảng khoảng. Để đáng chừng, ta có thể làm tròn lên hoặc làm tròn xuống các số liệu, hoặc chọn số chữ số sau dấu phẩy mà ta muốn, khi ấy cần áp dụng quy tắc về chữ số có nghĩa.

TRÌNH TỰ CỦA SỰ VẬT

Có thể bạn đã chú ý đến, thực sự toán học là một sự kỳ lạ: ta có thể thực hiện một phép tính theo những cách khác nhau và dẫn đến những kết quả khác nhau. May thay, như ta vốn có thể mong chờ ở môn toán, luôn có một cách chính xác để giải quyết các vấn đề, đó là “thứ tự của các phép tính”.

Nào, ta cùng làm!

Làm thế nào ta tính được $4 \times (3 + 4) : 14 + 5$?

Bước 1 Thực hiện phép tính trong ngoặc trước:

$$4 \times 7 : 14 + 5$$

Bước 2 Thực hiện tất cả các phép nhân và phép chia theo thứ tự từ trái qua phải:

$$4 \times 7 = 28$$

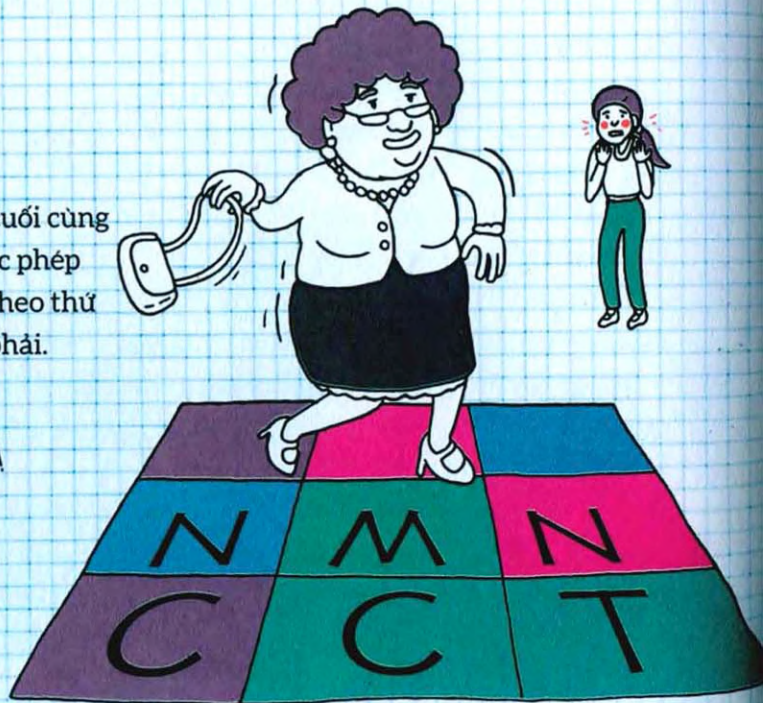
$$28 : 14 + 5$$

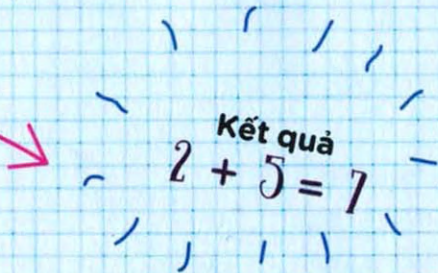
$$28 : 14 = 2$$

$$2 + 5$$

Bước 3 Bước cuối cùng là thực hiện các phép tính cộng trừ theo thứ tự từ trái qua phải.

NHÌN MẸ NHẢY CON CÙNG TÊ!





Kết quả
 $2 + 5 = 7$

Bài toán

Khi giải một bài toán gồm nhiều bước, luôn luôn áp dụng quy tắc NMNCCT.

Ngoặc: nếu phép tính có những phần trong ngoặc thì ta sẽ thực hiện những phần này trước tiên.

Mũ (lũy thừa): là các số nhỏ viết ngay trên các số trong phép tính. Chúng cho ta biết số đó được nhân với chính nó bao nhiêu lần; chúng còn được gọi là "số mũ".

Nhân và Chia: hai phép toán này ngang hàng nhau về thứ tự nên ta sẽ thực hiện chúng từ trái qua phải.

Cộng và Trừ: hai phép toán này cũng thực hiện từ trái qua phải.

Bạn có biết?

$$1 \times 8 + 1 = 9$$

$$12 \times 8 + 2 = 98$$

$$123 \times 8 + 3 = 987$$

$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$

$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$

$$123456 \times 8 + 6 = 987654$$

$$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$$

$$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$$

$$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$$

Đừng lo lắng vì những khó khăn bạn gặp phải trong môn toán, tôi đảm bảo với bạn là khó khăn của tôi còn lớn hơn.

Albert Einstein, nhà vật lý học

NHỮNG MẸO HAY CHO PHÉP NHÂN

Với một chút luyện tập, ta có thể nhân nhanh hơn cả thời gian mở phần mềm máy tính trên điện thoại. Việc này không chỉ gây ấn tượng với bạn bè, nó còn giúp rèn luyện trí óc ta. Hãy tập những mẹo nhỏ này và đánh bại bất kỳ đối thủ nào trong màn thi đấu tính nhân!

Nào, ta cùng làm!

x 4 Số 4 có thể được tách thành 2×2 , do đó nếu muốn nhân với 4 ta có thể nhân 2 rồi lại tiếp tục nhân 2. Hay nói cách khác, ta gấp đôi số đó rồi tiếp tục gấp đôi một lần nữa.

x 5 5 bằng một nửa của 10. Nếu ta nhân 10 rồi chia đôi kết quả thì cũng tương đương với nhân số đó với 5.

x 6 Nhân với 3 rồi gấp đôi kết quả.

x 12 Gấp đôi số ban đầu rồi cộng thêm mười lần của nó.

x 14 Nhân với 7 rồi gấp đôi kết quả.

x 16 Nhân với 8 rồi gấp đôi kết quả.

x 18 Nhân với 20 (hoặc nhân 10 rồi gấp đôi kết quả), rồi trừ đi 2 lần số ban đầu. Ngoài ra, vì giờ đây bạn đã là một chuyên gia nhân với 9 nên có thể nhân số đó với 9 rồi gấp đôi kết quả!

Kết quả

Xem trang
112.

Thử sức

Thử tính nhẩm các phép tính sau:

1. $4 \times 9 =$

2. $11 \times 8 =$

3. $6 \times 4 =$

4. $7 \times 12 =$

5. $5 \times 14 =$

6. $16 \times 9 =$

7. $3 \times 18 =$

8. $11 \times 12 =$

9. $8 \times 6 =$

10. $18 \times 9 =$

Bạn có biết?
Số googol là một số
gồm chữ số 1 đứng
đầu và theo sau nó là
100 chữ số 0.

Có công mài
sắt có ngày
nên kim!



Bài toán

Khi thực hiện phép nhân nhiều thành phần, thứ tự thực hiện các phép nhân không làm ảnh hưởng đến kết quả cuối cùng. Tức là ta được tách nhỏ những số lớn thành tích của nhiều số nhỏ hơn. Ta có thể tách 16 thành 4×4 , rồi tiếp tục tách thành $2 \times 2 \times 2 \times 2$. Thay vì nhân với 16, ta có thể thực hiện gấp đôi số ban đầu 4 lần. Hoặc nhân với 4 rồi gấp đôi kết quả hai lần. Hoặc, như ta đã thấy, nhân với 8 rồi gấp đôi kết quả... Có vô vàn cách!

MẮN ĐỀ NHƯ THỎ

Nếu đủ may mắn để là một người giàu có sống ở Ý thời Trung cổ, bạn sẽ có kha khá thời gian rảnh rỗi, và vì không có ti vi, Internet và những trò tiêu khiển hiện đại, người ta thường có xu hướng suy nghĩ rất nhiều. Đây chính là hoàn cảnh của Leonardo Pisano Bigollo (khoảng 1170-1250), hay còn gọi là Fibonacci, ông là con trai của một thương gia giàu có, và ông dành hầu hết thời gian để suy nghĩ về những con số.

Nào, ta cùng làm!

Fibonacci chu du khắp nơi, nghiên cứu hệ thống chữ số Ả Rập, và vào năm 1200 ông phát hành một cuốn sách tựa đề là *Sách tính toán* (Liber Abaci). Một trong những vấn đề được nói đến trong sách liên quan đến sự sinh sản của thỏ. Câu hỏi ông đặt ra là:

Giả sử bạn đến một hòn đảo không người với một đôi thỏ mới sinh (một đực, một cái), chúng trưởng thành sau một tháng, sau đó cứ một tháng lại đẻ ra một thỏ đực và một

thỏ cái, và sống mãi mãi. Mỗi cặp thỏ trưởng thành sau một tháng rồi lại tiếp tục đẻ ra một cặp thỏ mới vào đầu mỗi tháng. Sẽ có bao nhiêu cặp thỏ sau một năm? Lời giải như sau:

1. Cuối tháng đầu tiên, cặp thỏ giao phối, nhưng vẫn chỉ có duy nhất một cặp thỏ.
2. Cuối tháng thứ hai, con cái đẻ ra một cặp thỏ mới, nên lúc này trên đảo có hai cặp thỏ.
3. Cuối tháng thứ ba, thỏ cái ban đầu đẻ ra cặp thỏ thứ hai, lúc này trên đảo có ba cặp thỏ. Quá trình này tiếp tục theo mô tả của dãy Fibonacci như sau...

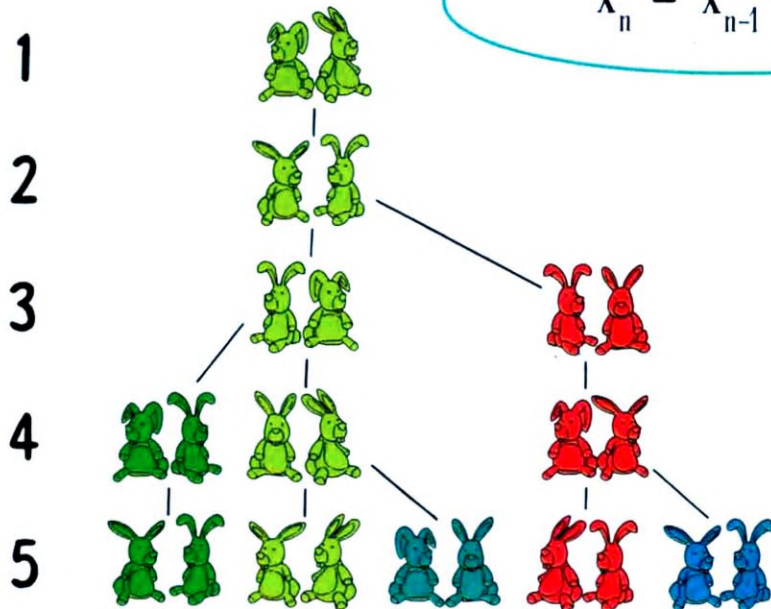
Bài toán

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số cặp thỏ	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	?

Kết quả
 Đến cuối tháng thứ 12
 trên đảo sẽ có 233
 cặp thỏ.

Dãy số về số cặp thỏ được gọi là dãy Fibonacci, và nó có rất nhiều ứng dụng trong toán học cũng như trong tự nhiên. Dạng biểu thức của dãy được viết như sau:

$$X_n = X_{n-1} + X_{n-2}$$



Trong đó:

x_n là số hạng thứ n của dãy

x_{n-1} là số hạng thứ $n - 1$ của dãy

x_{n-2} là số hạng thứ $n - 2$ của dãy

**TRÊN ĐẢO CÓ
 BAO NHIÊU
 THỎ?**

THỜI KỲ ĐỈNH CAO

Người Hy Lạp cổ đại có vĩ đại? Họ đã giải quyết được rất nhiều vấn đề khó khăn trong toán học để ngày nay chúng ta khỏi phải mất công sức và thời gian. Eratosthenes thành Cyrene (khoảng 276-195 TCN) là một học giả Hy Lạp, người đã phát minh ra một phương pháp nghiên cứu rất gọn gàng cho các số nguyên tố từ 1 đến 100.

Bài toán

Eratosthenes đã tạo ra một thuật toán đơn giản để tìm ra các số nguyên tố nhỏ hơn một giới hạn cho trước. Thuật toán bắt đầu với các số nguyên tố rồi sau đó là xác định tất cả các bội số của các số nguyên tố này. Vì thuật toán này sử dụng một dãy các số cách đều nhau với khoảng cách bằng đúng số nguyên tố ban đầu nên nó hiệu quả hơn phương pháp thử sai để tìm ra từng số nguyên tố.

Eratosthenes còn là nhà thơ, nhà thiên văn học và nhà địa lý. Ông là người đầu tiên sử dụng từ "địa lý" trong tiếng Hy Lạp và đề ra các phân môn trong địa lý như ta biết ngày nay.

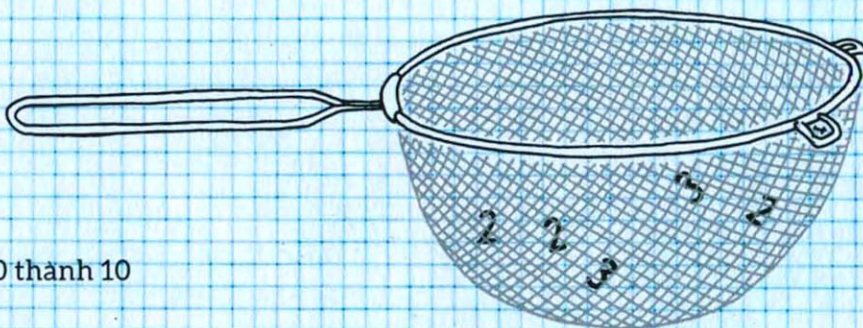
"Sàng bội của 2, sàng bội của 3, sàng Eratosthenes. Khi các bội số biến mất, những số còn lại là số nguyên tố."

- Vô danh

Bạn có biết?

Nào, ta cùng làm!

Số nguyên tố là những số lớn hơn 1 không thể chia hết cho bất kỳ số nào ngoài 1 và chính nó.



Kết quả

- Viết các số từ 1 đến 100 thành 10 hàng, mỗi hàng 10 số.
- Bỏ đi số 1, vì tất cả các số nguyên tố đều phải lớn hơn 1.
- Số 2 là số nguyên tố nên ta giữ lại, nhưng ta phải bỏ đi những bội số của 2 (tức là các số chẵn).
- Số 3 là số nguyên tố nên ta giữ lại và tiếp tục bỏ đi những bội số của 3.
- Số tiếp theo là 5 (vì 4 đã bị bỏ đi), nên ta giữ lại và bỏ đi những bội số của 5.
- Số cuối cùng còn lại ở hàng đầu là 7, và ta tiếp tục bỏ đi những bội số của 7.
- Ta đã hoàn thành bài toán; những số còn lại trong bảng (những ô màu trắng) là các số nguyên tố.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

ĐỊNH LÝ BỐN MÀU

Chúng ta thường liên hệ toán với khoa học tự nhiên, thế còn với các bộ môn khác thì sao? Một trong những lĩnh vực mà ta ít có khả năng nghĩ đến nhất là địa lý, nhưng có một vấn đề liên quan đến màu sắc sử dụng trên bản đồ đã khiến các nhà toán học bận rộn một thời gian dài.

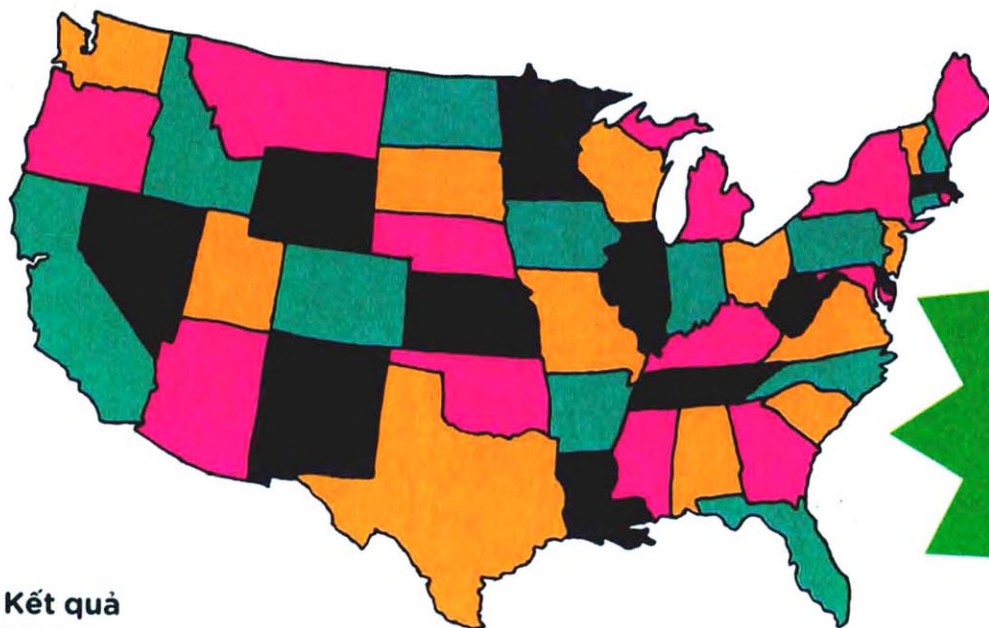
Nào, ta cùng làm!

Trên một tấm bản đồ chính trị, mỗi quốc gia hoặc vùng lãnh thổ lân cận phải được tô màu khác nhau để phân biệt rõ. Vào thế kỷ 19, người ta phải tính đến giá thành, càng sử dụng nhiều màu thì giá tiền in bản đồ càng cao. Vậy số lượng màu ít nhất để các quốc gia hoặc vùng lãnh thổ lân cận luôn khác màu nhau là bao nhiêu?

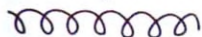
Một số các nhà toán học đã tìm cách giải quyết thách thức này. Vào những năm 1850, nhà toán học người Anh Francis Guthrie đưa ra giả thuyết rằng bốn màu là đủ để đáp ứng yêu cầu của đề bài, và vào năm 1879, luật sư ở London Alfred Bray Kempe đã đưa ra lời giải cho giả thuyết này mà 11 năm sau đó đã bị chứng minh là sai. Bài toán này tiếp tục làm các nhà toán học đau đầu trong suốt 100 năm tiếp theo.

Bài toán

Trong môn toán, định lý bốn màu được phát biểu như sau: chia bất kỳ một mặt phẳng thành các miền liên kế nhau, từ đó tạo nên một bản đồ, không được dùng quá 4 màu để tô lên các miền trên bản đồ sao cho 2 miền bất kỳ liên kế nhau không cùng màu. Chứng minh sai của Kempe sử dụng ý tưởng về “tập hợp tất yếu” của các cấu hình, một ý tưởng xuất phát từ công trình nghiên cứu của Leonard Euler về các dạng hình học, trong đó mỗi quốc gia không thể có quá 5 quốc gia láng giềng. Ông cũng lập luận rằng nếu một bản đồ cần 5 màu, thì việc bỏ đi 1 quốc gia sẽ giúp số màu giảm xuống còn 4. Sau đó ông sẽ xếp quốc gia đó trở lại bản đồ và xem xem ông có thể làm cho cấu hình này tiếp tục đúng hay không. Chính khái niệm loại bỏ này đã truyền cảm hứng cho Heesch, Appel và Haken.



Kết quả



Câu trả lời hóa ra lại rất không mang tính toán học. Vào những năm 1960, nhà toán học người Đức Heinrich Heesch bắt đầu sử dụng máy tính để tiếp tục nghiên cứu công trình của Kempe. Những tin tức này đã đến tai hai người Mỹ là Kenneth Appel và Wolfgang Haken thuộc Đại học Illinois. Họ tạo ra một chương trình máy tính để kiểm tra tất cả các cấu hình có thể và loại bỏ các màu sắc cho đến khi không thể tiếp tục, khi đạt đến trạng thái này chương trình sẽ ngắt và bắt đầu lại với cấu hình khác. Và đến tháng 6/1976, sau khoảng 2.000 cấu hình và 1.000 giờ làm việc của máy tính, hai người đã có được đáp án cuối cùng.

Thổ Nhĩ Kỳ thuộc về cả châu Âu và châu Á, cả về mặt chính trị lẫn địa lý. Ranh giới chính thức phân chia châu Âu và châu Á là eo biển Bosphorus nằm giữa nước Thổ.

Bạn có biết?

“NHẤT” TRÍ!

Di sản toán học của người La Mã khá kỳ lạ, họ sử dụng chữ thay vì chữ số Ả Rập như ngày này. Sự phức tạp của toán học La Mã đã được nhắc đến rất nhiều, dù họ có rất nhiều tiến bộ ở các lĩnh vực khác nhưng không một phát minh toán học nào này ra đời thời đế chế La Mã và nước cộng hòa La Mã, cũng không có nhà toán học nào của thời kỳ này được sử sách lưu danh.

Nào, ta cùng làm!

Ta sẽ ghi năm 2013 theo số La Mã như thế nào?

Người La Mã sử dụng một phương pháp đặc biệt để biểu diễn số:

Để ghi năm 2013 theo số La Mã ta phải tách nó ra các đơn vị tương ứng, cụ thể là nghìn, trăm, chục, đơn vị, rồi viết chúng theo thứ tự:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	
10	20	30	40	50	60	70	80	90	
X	XX	XXX	XL	L	LX	LXX	LXXX	XC	
100	200	300	400	500	600	700	800	900	1.000
C	CC	CCC	CD	D	DC	DCC	DCCC	CM	M

Kết quả
2013 = M

2000 = MM
13 = XIII

Kết quả
2013 = MMXIII

Trong tiếng Anh có một số gồm bốn chữ cái. Bỏ đi hai chữ cái ta còn 4. Bỏ đi thêm một chữ cái nữa ta còn 5. Số đó là số nào?

Bạn có biết?

Xem kết quả trang 112.



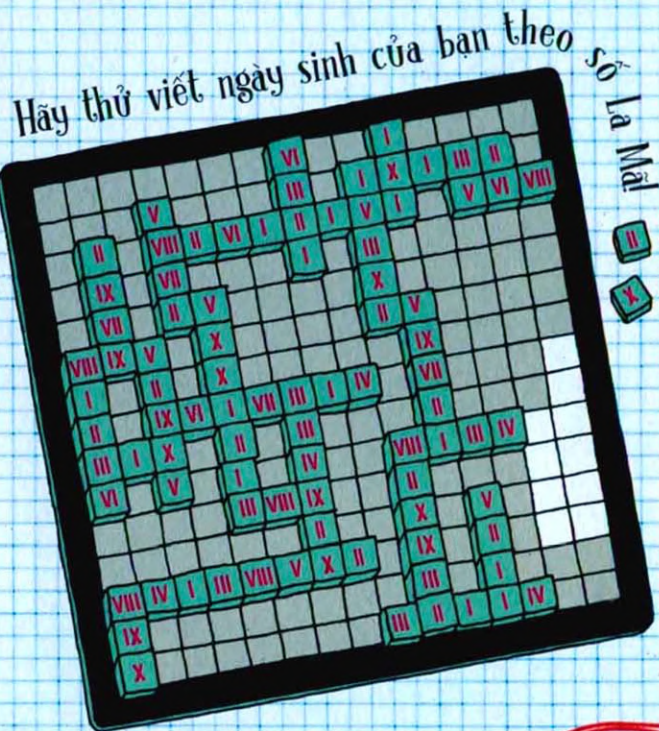
Bài toán

Hệ thống số La Mã dựa trên những ký tự được sử dụng trong cộng đồng Etruria, một nền văn minh tồn tại ở vùng Tây Bắc nước Ý từ khoảng năm 1200 trước Công nguyên cho đến khi nước cộng hòa La Mã ra đời vào thế kỷ thứ nhất trước Công nguyên.

Nhiều người cho rằng các số từ 1 đến 5 dựa trên hình dạng của các ngón tay: I thể hiện 1 ngón tay, II thể hiện 2 ngón tay, v.v... và đường xiên của V thể hiện ngón cái. Chữ X, số 10, theo số La Mã, thể hiện 2 ngón tay cái bắt chéo nhau. Ký tự cho các số lớn hơn - L, C, D và M - là hình ảnh cách điệu của X và V.

Cách tạo ra các số dựa trên phép cộng và trừ, quy tắc như sau:

1. Khi một ký tự đứng sau một ký tự lớn hơn nó thì nó sẽ được cộng thêm vào ký tự đó:
 $VI = V + I = 5 + 1 = 6$
2. Nhưng nếu ký tự đứng trước một ký tự lớn hơn nó thì nó sẽ bị trừ đi:
 $IX = X - I = 10 - 1 = 9$
3. Không dùng một ký tự liên tiếp quá 3 lần.
4. Một gạch ngang trên đầu một ký tự hoặc một dãy các ký tự sẽ gấp giá trị của chúng lên 1.000 lần.



$$XV = 15$$

$$\overline{XV} = 15.000$$

CẦU PHƯƠNG HÌNH TRÒN

Nào, hãy bước tới vạch phi tiêu, đã đến lúc làm một ván phi tiêu. Nhưng mục tiêu mà bạn đang nhắm đến to chừng nào? (Có thể bỏ qua hồng tâm, vì bạn sẽ chẳng bao giờ phi trúng nó đâu!) Ta đã biết cách tính chu vi đường tròn (xem trang 48-49), giờ là lúc ta sẽ tìm ra cách tính diện tích của nó.

Nào, ta cùng làm!

Một tấm bia phi tiêu có bán kính là 22,86cm và hồng tâm có bán kính là 1,27cm. Diện tích của phần bia phía bên ngoài hồng tâm là bao nhiêu?

Công thức tính diện tích hình tròn là:

$$\text{Diện tích} = \pi r^2$$

Bán kính là khoảng cách từ tâm đường tròn đến một điểm nằm trên đường tròn và nó có độ dài bằng một nửa đường kính.

Bạn có biết?

Kỷ lục thế giới hiện nay về khả năng ghi nhớ số π thuộc về Akira Haraguchi (người Nhật, sinh năm 1946), vào ngày 3/10/2006 ông đã nhớ được 100.000 chữ số của số π . Bắt đầu từ 9 giờ sáng, ông Haraguchi đã mất 16 giờ để viết tới chữ số thứ 100.000 của số π , với 5 phút nghỉ để ăn sau mỗi 2 giờ. Trước đó ông từng lập kỷ lục với 83.431 chữ số vào tháng 7/2005. Tuy nhiên, sách kỷ lục Guinness vẫn chưa chấp nhận bất kỳ kỷ lục nào của ông, và đến nay họ ghi nhận Lu Chao đến từ Trung Quốc là người giữ kỷ lục này (với thành tích 67.890 chữ số vào năm 2005).

Vậy để tính diện tích hình tròn lớn hơn ta có:

$$\begin{aligned}\pi r^2 &= \pi \times 22,86^2 = \\ \pi \times 522,58 &\approx 1641,73\text{cm}^2\end{aligned}$$



Bài toán

Với đường tròn bất kỳ, chu vi của nó chia cho độ dài đường kính luôn cho ta kết quả là 3,141592... Mỗi quan hệ này đã được biết đến từ xa xưa, nhưng mãi đến năm 1706 chữ cái Hy Lạp π mới lần đầu tiên được sử dụng để mô tả số này. π được tạo ra bởi nhà toán học người xứ Wales William Jones (1675-1749).

π là một số vô tỉ và không thể được biểu diễn dưới dạng phân số. Biểu diễn dưới dạng số thập phân, π có vô hạn chữ số và không tuần hoàn, mặc dù các nhà toán học đã cố tìm ra quy luật bằng cách tìm thêm các chữ số của số π , đến thời điểm này người ta đã tìm ra hơn 10 nghìn tỉ (10^{13}), chữ số của số π .



“ Kết quả ”

“ Như đã tính toán, ta có kết quả là:
 $1641,73 - 5,06 = 1636,67\text{cm}^2$ ”



Và với đường tròn nhỏ hơn:

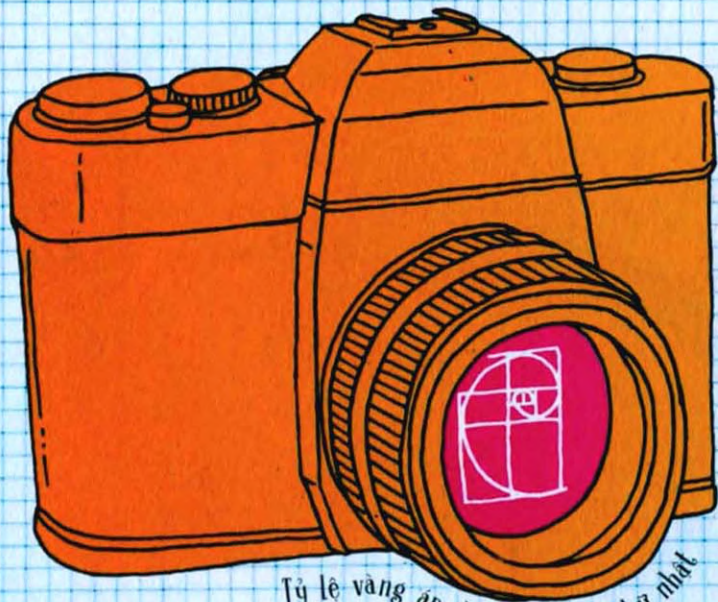
$$\begin{aligned}\pi r^2 &= \pi \times 1,27^2 \approx \\ \pi \times 1,61 &\approx 5,06\text{cm}^2\end{aligned}$$



Để tìm ra diện tích của phần bia phía ngoài hồng tâm, ta phải lấy diện tích lớn trừ đi diện tích bé.

MỘT BỨC ẢNH VÀNG

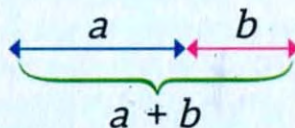
Tỷ lệ vàng được tạo ra từ dãy Fibonacci (xem trang 82-83), cho ta một phương pháp tuyệt vời để điều chỉnh bố cục và có được một bức ảnh đẹp. Vậy nên dù máy ảnh của bạn là loại dùng một lần, loại có lens dài hay chỉ đơn giản là điện thoại thì cứ mạnh dạn chụp nếu bạn chưa quên tỷ lệ vàng.



Tỷ lệ vàng áp dụng với hình chữ nhật

Bài toán

Tỷ lệ vàng là một mối quan hệ xuất hiện trong cả toán học và hội họa, trong đó tỷ lệ giữa tổng hai số với số lớn hơn bằng tỷ lệ giữa số lớn hơn và số nhỏ hơn.



Tỷ lệ giữa $a + b$ và a bằng tỷ lệ giữa a và b

Tỷ lệ này được biểu diễn bởi chữ cái ϕ (phi) trong tiếng Hy Lạp và giá trị của nó là xấp xỉ 1,6118033... Những ứng dụng của tỷ lệ vàng bên ngoài toán học, trong thiết kế, hội họa, kiến trúc, âm nhạc và tự nhiên càng khẳng định cho tiếng tăm của nó.

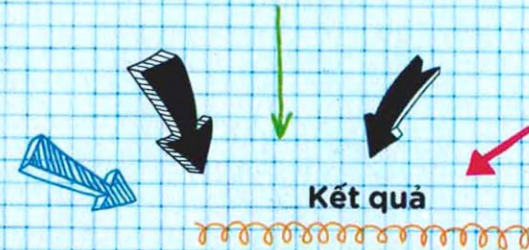
TỶ LỆ VÀNG

Nào, ta cùng làm!

Các nhà toán học Hy Lạp cổ đại lần đầu tiên nghiên cứu về cái mà ngày nay chúng ta gọi là tỷ lệ vàng vì sự hiện diện của nó ở các hình ngũ giác và ngôi sao năm cánh trong bộ môn hình học. Năm 1202, Fibonacci công bố dãy số của mình (xem trang 82-83), và khi càng xét đến các số hạng lớn của dãy này, thì ta thấy rõ tỷ lệ giữa chúng ngày càng gần với tỷ lệ vàng.

Nhưng điều này thì liên quan gì đến chụp ảnh? Nếu ta áp dụng tỷ lệ vàng vào hình chữ nhật thì tạo cảm giác hài lòng nhất về mặt thẩm mỹ chính là hình chữ nhật có tỷ lệ giữa chiều dài và chiều rộng rơi vào khoảng 1,6 - giá trị của ϕ . Và nếu ta chia hình chữ nhật thành một hình vuông và một hình chữ nhật khác thì hình chữ nhật nhỏ hơn cũng là một hình chữ nhật có tỷ lệ vàng. Nếu cứ tiếp tục làm như vậy, ta sẽ tạo ra một hình xoắn ốc mang tính chất của dãy Fibonacci, giống những vỏ ốc thường thấy trong tự nhiên.

Kết quả



Khi chụp ảnh, hãy tưởng tượng ra một hình xoắn ốc Fibonacci được đặt vào bức ảnh. Sau đó, đặt chi tiết quan trọng nhất của bức ảnh, ví dụ như đôi mắt hay tòa nhà, không phải vào chính giữa ảnh mà vào vị trí đỉnh của xoắn ốc Fibonacci - vị trí này nằm hơi lệch so với điểm chính giữa ảnh. Hãy thử làm theo cách này, bạn sẽ thấy tác dụng!

Bạn có biết?

Khoảng 2.500 năm về trước, người ta cho rằng Phidias, một nhà điêu khắc kiêm kiến trúc sư người Hy Lạp, đã sử dụng tỷ lệ vàng để thiết kế những bức tượng trong đền Parthenon, và chữ "phi" trong tên của ông chính là nguồn gốc người ta đặt tên cho tỷ lệ này vào thế kỷ 20.

CỦA TỎ LỚN HƠN CỦA CẬU

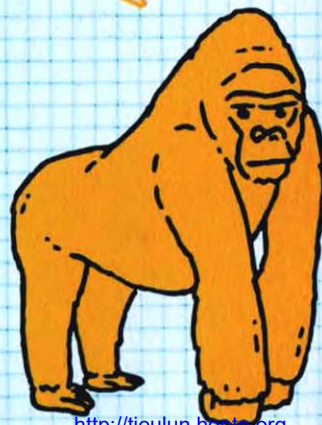
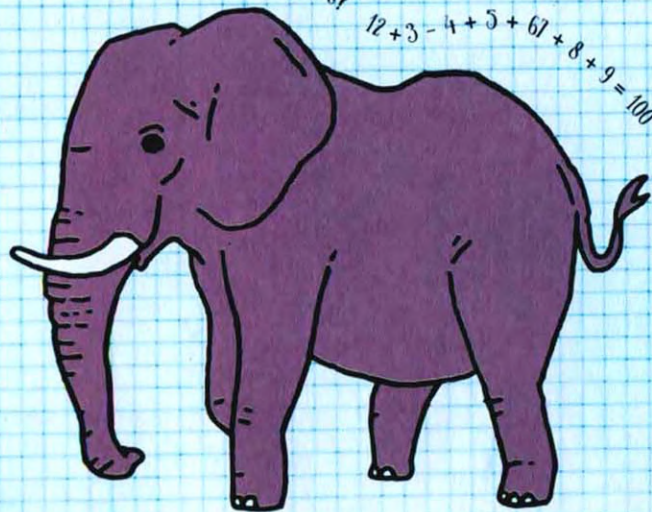
Toán học không phải lúc nào cũng là về những giá trị tuyệt đối. Đôi khi ta so sánh thứ này với thứ khác và xác định giá trị tương đối của chúng so với nhau: Peter chạy nhanh hơn John; tóc của Emma ngắn hơn Jane v.v... Những phép so sánh như vậy được gọi là bất đẳng thức. Chúng sử dụng hệ thống ký hiệu riêng, việc này không tệ, vì nó sẽ khiến ta nom thông minh hơn.

Bạn có biết?

$$12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100$$

"Thuốc làm con người ốm, toán khiến họ buồn, thần học khiến họ đầy tội lỗi."

- Martin Luther, nhà thần học người Đức



Nào, ta cùng làm!

Khi ta đến rạp, tất cả các bộ phim đều được phân loại để cho ta biết chúng có phù hợp với lứa tuổi của ta không. Giả sử một bộ phim được dán nhãn "15+", tức là những người dưới 15 tuổi sẽ không được phép xem, bạn sẽ viết nó dưới dạng bất đẳng thức như thế nào? Có thể bạn đang nghĩ "Thế thật không công bằng!" nhưng đó không phải kiểu bất đẳng thức ta đang nói đến ở đây.

Để xem một bộ phim dán nhãn "15+" bạn phải đủ 15 tuổi hoặc nhiều hơn. Như vậy, nói theo ngôn ngữ bất đẳng thức, điều đó có nghĩa là bạn:

$$>15$$

Nhưng bạn cũng có thể được xem phim đó nếu đủ 15 tuổi...

Kết quả

... điều đó có nghĩa là để xem một bộ phim dán nhãn "15+", tuổi của bạn phải là:

$$\geq 15$$



Bài toán

Ta dùng khái niệm bất đẳng thức để mô tả những thứ không bằng nhau. Hai bất đẳng thức phổ biến nhất là:

> lớn hơn

< nhỏ hơn

Nhớ rằng mũi nhọn luôn hướng về số nhỏ hơn:

LỚN > nhỏ

Bất đẳng thức cũng có thể bao gồm "dấu bằng":

$\geq$ lớn hơn hoặc bằng

$\leq$ nhỏ hơn hoặc bằng

MANG CÁC THỪA SỐ VÀO ĐÂY!

Phân tích một số thành một tích các thừa số khá giống với việc cho số đó đi qua máy xay: ta tìm xem số đó chia hết cho những số nào, bao gồm cả 1 và chính nó. Nó cũng giúp ta tìm ra điểm chung giữa các số.

Nào, ta cùng làm!

Tôi có 80 cái kẹo mút nhưng tôi không biết sẽ có 12 hay 20 đứa trẻ đến dự tiệc. Tôi không muốn lát nữa phải lo chuyện chia kẹo, vậy tôi có thể chia sẵn như thế nào để đảm bảo trẻ con được nhiều kẹo nhất trong cả hai trường hợp?

Các ước của 12 là:

1, 2, 3, 4, 6 và 12

Các ước của 20 là:

1, 2, 4, 5, 10 và 20

Cái gì xuất hiện một lần mỗi phút (minute), hai lần mỗi khoảnh khắc (moment), nhưng lại chẳng xuất hiện trong suốt cả ngàn năm (thousand years)?

Bạn có biết?

Xem kết quả ở trang 112.

Bài toán

Ở đây, chúng ta đang tính ước chung lớn nhất của 12 và 20. Ước chung lớn nhất (UCLN) của hai số nguyên là ước số của cả hai số và có giá trị lớn nhất.

Để tìm được UCLN của hai số, trước hết ta cần phải biết biểu thức phân tích hai số đó thành thừa số nguyên tố. Trong trường hợp này ta có:

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

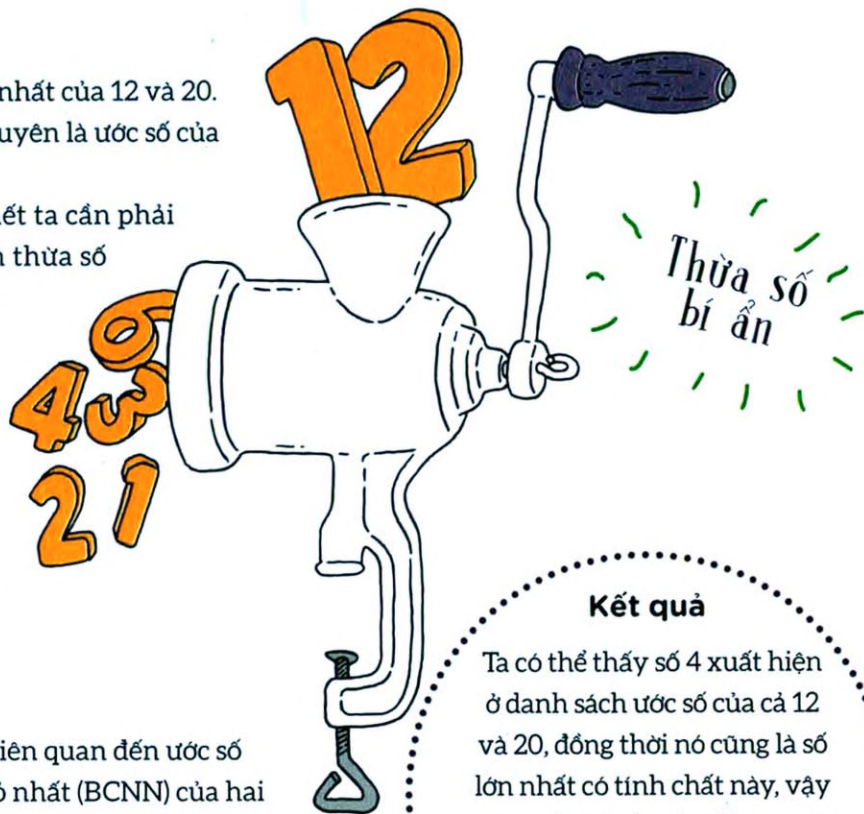
$$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$$

Muốn tìm UCLN của hai số, ta cần lấy ra các thừa số nguyên tố cùng xuất hiện trong hai biểu thức phân tích thừa số nguyên tố trên, kèm theo số mũ bé nhất trong hai trường hợp, sau đó nhân tất cả các số đó lại với nhau. Do đó, UCLN của 12 và 20 sẽ là:

$$\text{UCLN} = 2^2 = 4$$

Một phép toán quen thuộc khác cũng liên quan đến ước số là tìm bội chung nhỏ nhất. Bội chung nhỏ nhất (BCNN) của hai số nguyên là bội số của cả hai số và có giá trị nhỏ nhất. Ta tìm BCNN của hai số, ta cần lấy ra tất cả các thừa số nguyên tố xuất hiện ở biểu thức kèm theo số mũ lớn nhất trong hai trường hợp, sau đó nhân tất cả lại với nhau. Do đó, BCNN của 12 và 20 sẽ là:

$$\text{BCNN} = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$



Kết quả

Ta có thể thấy số 4 xuất hiện ở danh sách ước số của cả 12 và 20, đồng thời nó cũng là số lớn nhất có tính chất này, vậy nên nếu tôi cho 4 cái kẹo mút vào mỗi túi thì dù tiệc đông hay vắng, mọi đứa trẻ sẽ vẫn có niềm hân hoan không đổi.

SÁU MIẾNG NÀY VÀ NỬA TÁ MIẾNG KIA

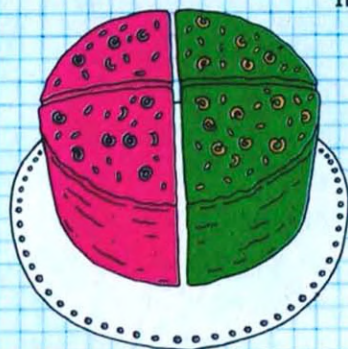
Phân số nhìn chung là ổn, nhưng ta làm được gì với chúng? Tôi biết tôi muốn một nửa cái bánh kia, một phần ba cái bánh này, và cả cái bánh đó trông cũng ngon nữa nhưng có lẽ tôi chỉ nên lấy một phần tư. Cuối cùng cộng lại sẽ được cái quái gì đây? Tôi biết thừa, câu trả lời là “quá nhiều”!

Nào, ta cùng làm!

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ bằng bao nhiêu??

Có ba bước để cộng các phân số lại với nhau:

Bước 1 Quy đồng mẫu số, tức là làm cho các mẫu số giống nhau.



Bước 2 Cộng các số tử số với nhau.

Bước 3 Tối giản phân số nếu cần.

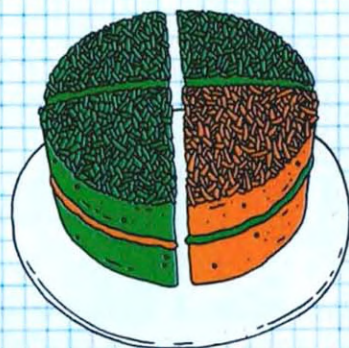
Ở đây các mẫu số khác nhau nên ta phải làm cho chúng giống nhau. Một cách để làm vậy là tìm bội chung nhỏ nhất (BCNN) của ba số này (xem trang 96-97). Nhân các ước nguyên tố của 2, 3 và 4 kèm theo số mũ lớn nhất của chúng ta được:

$$\text{BCNN} = 2^2 \times 3 = 12$$

Điều này có nghĩa là ta phải biến các phân số đã cho thành các phân số có mẫu số chung là 12, như vậy ta có:

$$\frac{6}{12} \text{ (bằng } \frac{1}{2}) + \frac{4}{12} \text{ (bằng } \frac{1}{3}) + \frac{3}{12} \text{ (bằng } \frac{1}{4})$$

Để tìm được tổng ta phải cộng các tử số lại với nhau.



Bài toán

Phép trừ phân số cũng được làm theo cách tương tự, nhưng phép nhân và phép chia thì có sự khác biệt. Để nhân phân số ta làm như sau:

1. Nhân tử số với nhau.
2. Nhân mẫu số với nhau.
3. Tối giản phân số nếu cần.

Và để chia phân số ta làm như sau:

1. Đảo ngược vị trí tử số và mẫu số của phân số chia.
2. Nhân phân số bị chia với phân số đã bị đảo ngược.
3. Tối giản phân số nếu cần.



$$\frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$$

$\frac{13}{12}$ là một phân số không thực sự (tử số lớn hơn mẫu số). Vậy chắc chắn sẽ là quá nhiều bánh rồi!

Phân số rất là vui!

Vài phân số tạo ra các số thập phân có phần thập phân chỉ gồm một chữ số lặp lại mãi mãi như $\frac{2}{3} = 0,66666...$

Một vài phân số khác cho ta kết quả thú vị hơn như $\frac{617}{500} = 1,234$, một vài phân số khác thì tạo ra các vòng lặp, ví dụ $\frac{152}{333} = 0,456456456...$

Bạn có biết?

THUẬT TOÁN EUCLID

Đạt được nhiều thành tựu vào cuối thế kỷ thứ 4 trước Công nguyên, Euclid là một nhà toán học Hy Lạp nổi tiếng với bộ sách *Cơ sở* - một trong những công trình có ảnh hưởng lớn nhất trong lịch sử toán học. Cho đến tận thế kỷ 20, người ta biết rất ít về Euclid ngoại trừ những phương pháp xây dựng hệ cơ sở cho những cuốn sách về toán học của ông. Trong di sản khổng lồ mà ông để lại có một thuật toán tìm ước chung lớn nhất (UCLN, xem trang 96-97) mà thậm chí còn không dùng đến ước số.



Nào, ta cùng làm!

Ta sẽ tìm UCLN của 36 và 15 theo thuật toán Euclid như thế nào?

Trong cuốn VII của bộ *Cơ sở*, Euclid đã mô tả cách tìm UCLN mà không cần xác định các ước số. Để tìm UCLN của 36 và 15, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1 Lấy số lớn chia cho số bé:

$$36 : 15 = 2 \text{ (dư 6)}$$

Bước 2 Lấy số nhỏ chia cho số dư vừa tìm được:

$$15 : 6 = 2 \text{ (dư 3)}$$

Bước 3 Lấy số dư thứ nhất chia cho số dư thứ hai vừa tìm được:

$$6 : 3 = 2 \text{ (dư 0)}$$



Kết quả

Số dư cuối cùng khác 0 chính là UCLN, do đó ta có:
 $\text{UCLN} = 3$



Bài toán

Thuật toán là một quy trình thực hiện theo từng bước liên quan đến một phép toán cụ thể, có phần giống như công thức nấu ăn trong toán học. Một cách khác để mô tả thuật toán Euclid:

Cho hai số a và b :

$a : b$ cho ta số dư r

$b : r$ cho ta số dư s

$r : s$ cho ta số dư t

...

$w : x$ cho ta số dư y

$x : y$ được số dư bằng 0.

Ở đây y sẽ là UCLN của a và b . Nếu ngay bước đầu tiên số dư đã là 0 thì b (số nhỏ hơn trong hai số) sẽ là UCLN.

BÊ KHÓA MẬT MÃ

Ai cũng thích những câu chuyện về điệp báo, nhưng điệp viên không chỉ là chuyện của súng ống và những món đồ có công dụng đặc biệt. Mật mã code, giống như dòng mã cipher dưới đây, được sử dụng khi người ta cần bảo mật thông tin trước sự tấn công của kẻ thù. Những ví dụ tiêu biểu của việc sử dụng mật mã bao gồm Julius Caesar, Mary - nữ hoàng xứ Scots, và mật mã Enigma của quân Đức trong Thế chiến thứ hai.

Nào, ta cùng làm!

Mật mã code và cipher là những phương thức giao tiếp bí mật. Mật mã code thay thế toàn bộ từ, cụm từ hoặc câu bằng các nhóm ký tự hoặc số; mật mã cipher sắp xếp lại các ký tự hoặc thay thế chúng bằng những ký tự hoặc ký hiệu để ngụy trang cho thông điệp. Quá trình này được gọi là mã hóa.

Đây là một thông điệp mà bạn có thể để lại cho bạn bè hoặc gia đình mình, nhưng nội dung của nó là gì?

WKH NHB LV XQGHU WKH PDW

Khi Julius Caesar gửi những thông điệp được mã hóa của mình cho các tướng lĩnh, mã cipher ông dùng là thay thế một chữ cái bằng chữ cái ở sau nó 3 vị trí trong bảng chữ cái: tức là A sẽ được thay bằng D, E được thay bằng H, v.v... Sử dụng bảng mã dưới đây, bạn có thể bẻ khóa mật mã không?

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Bài toán

Để tạo ra mã cipher trên, ta cộng 3 vào số đầu tiên, nên với A ta có:

$$0 + 3 = 3$$

Số 3 biểu diễn chữ cái D trong mã cipher của ta nên ta sẽ thay D vào vị trí của A. Với E ta có:

$$4 + 3 = 7$$

Ở đây số 7 là chữ H, nên E sẽ được thay bằng H khi ta mã hóa thông điệp. Khi giải mã thông điệp, ta sẽ làm ngược lại, nên ở ví dụ này, mã hóa là phép cộng còn giải mã là phép trừ. Sử dụng các khái niệm của mật mã học, phương pháp được dùng để tạo ra mật mã được gọi là thuật toán, trong khi bảng ký tự ở trang trước, công cụ ta dùng để mã hóa và giải mã được gọi là khóa.

Trong thực tế, nhìn vào thông điệp gốc bị mã hóa ở trên sẽ thấy ngay H là chữ cái xuất hiện nhiều nhất, ngay sau nó là chữ W. Có điều này là vì E và T là hai chữ cái thông dụng nhất trong bảng chữ cái tiếng Anh, và phương pháp phân tích tần suất xuất hiện là một trong những phương pháp được dùng để bẻ khóa mật mã.

Kết quả

Nội dung của thông điệp là:
"The key is under the mat" (chìa khóa nằm dưới thảm).

Bạn có biết?

Máy Enigma được phát minh vào năm 1918 bởi Arthur Scherbius, một doanh nhân người Đức, rồi ông bán nó cho các nhà băng để dùng trong thương mại. Một phiên bản quân sự của cỗ máy này đã được quân phát xít Đức sử dụng trước và trong Thế chiến thứ hai. Người Đức tin rằng mật mã này là không thể bị bẻ khóa, nhưng Ba Lan và Anh, với sự hỗ trợ của máy tính Bombe phiên bản đầu do Alan Turing sáng chế, đã lần lượt bẻ khóa thành công và khiến cuộc chiến kết thúc sớm hai năm so với dự kiến.

KHẢO SÁT CHO THẤY...

Bạn vừa hoàn thành một cuộc khảo sát và muốn có một buổi thuyết trình thật lôi cuốn, nhưng trình bày thế nào đây? Bản thân những con số đứng riêng lẻ thì tẻ nhạt, nhưng may thay đã có những dạng biểu đồ cho phép ta trình bày một cách thú vị hơn.

Nào, ta cùng làm!

Một nhóm bạn gồm 20 người, dưới đây là những loại chương trình ti vi họ yêu thích nhất:

Giải trí		Hài	Tin tức	Thể thao
5	4	6	1	4

Ta sẽ “diễn đạt” những thông tin này dưới dạng biểu đồ cột và biểu đồ tròn như thế nào?

Để vẽ một biểu đồ cột, ta cần thể hiện được mỗi loại chương trình ti vi có bao nhiêu người yêu thích. Do đó ta sẽ đánh dấu

số lượng người trên trục tung và các loại chương trình ti vi ở phía dưới trục hoành.

Vẽ một biểu đồ tròn - biểu đồ sử dụng các phần với kích thước tương đối để so sánh dữ liệu - phức tạp hơn một chút. Trước hết, ta coi cả nhóm là 100% (20 người) và tính xem mỗi loại chương trình ti vi có bao nhiêu phần trăm số người yêu thích.

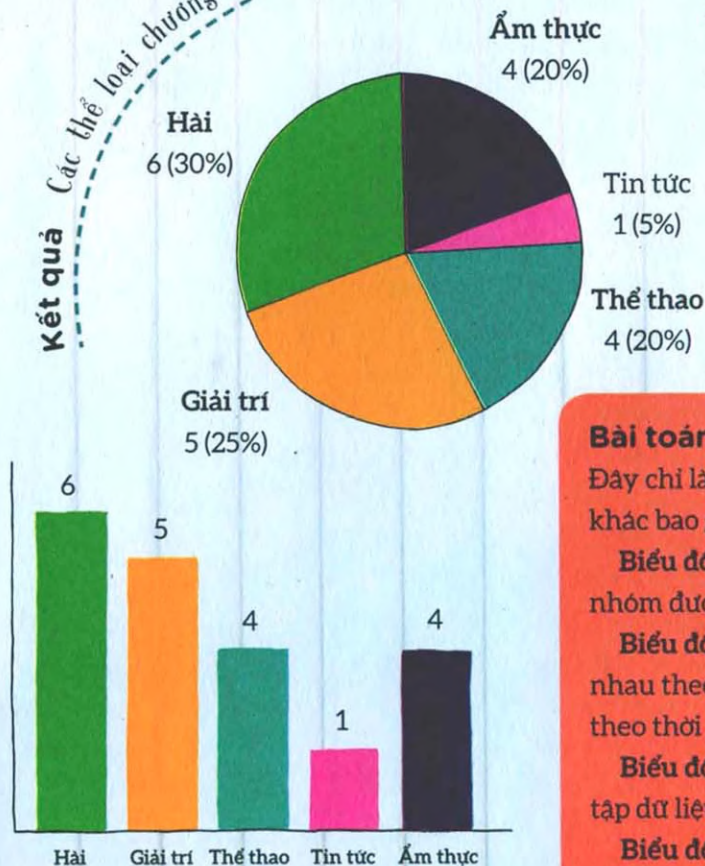
Sau đó ta sẽ phải xác định các tỷ lệ phần trăm tìm được ứng với góc bao nhiêu độ nếu 100% ứng với 360 độ (số đo góc của một đường tròn).



Giải trí		Hài	Tin tức	Thể thao
5	4	6	1	4
$5/20 = 25\%$	$4/20 = 20\%$	$6/20 = 30\%$	$1/20 = 5\%$	$4/20 = 20\%$
$25\% \text{ của } 360^\circ = 90^\circ$	$20\% \text{ của } 360^\circ = 72^\circ$	$30\% \text{ của } 360^\circ = 108^\circ$	$5\% \text{ của } 360^\circ = 18^\circ$	$20\% \text{ của } 360^\circ = 72^\circ$

Giờ ta có thể tiếp tục và chia hình tròn theo số liệu trên (sẽ cần đến thước đo góc).

Kết quả Các thể loại chương trình ti vi yêu thích



Tetraphobia là chứng sợ số 4. Ở các quốc gia Đông Á, ví dụ Trung Quốc, Hàn Quốc, Nhật Bản, số 4 hay còn gọi là "tứ" có cách phát âm gần giống với "tử", có nghĩa là chết. Và kết quả là số 4 và rất nhiều những số khác có chứa chữ số 4 thường bị né tránh, ví dụ như không có tầng 4, không có bàn số 4 trong tiệc cưới và các sự kiện quan trọng khác.

Bạn có biết?

Bài toán

Đây chỉ là hai cách để diễn giải dữ liệu. Các loại biểu đồ khác bao gồm:

Biểu đồ tần số: tương tự như biểu đồ cột nhưng các nhóm được xác định theo khoảng giá trị.

Biểu đồ đường: biểu diễn những thông tin có liên hệ với nhau theo một cách nào đó, ví dụ như mối liên hệ thay đổi theo thời gian.

Biểu đồ phân tán: so sánh một tập dữ liệu này với một tập dữ liệu khác để thể hiện mối liên hệ giữa chúng.

Biểu đồ tượng hình: sử dụng hình ảnh để thay thế cho những số lượng cụ thể.

HÌNH VUÔNG MA THUẬT

Bạn đã chơi Sudoku bao giờ chưa? Những ô số phức tạp này ở khắp mọi nơi, trong sách, báo, trên mạng Internet. Bạn có muốn biết cách giải những ô số này không? Hãy cùng quay về những bước cơ bản và tìm hiểu cách tạo ra những ô vuông ma thuật này rồi sau đó tự mình tiếp tục giải quyết chúng.

Nào, ta cùng làm!

Làm thế nào để tạo ra một hình vuông mà các số liên tiếp nhau trong mỗi hàng, mỗi cột và hai đường chéo có tổng bằng nhau? Giờ hãy tạm quên các ô vuông phía dưới đi, tự vẽ một ô vuông của riêng mình và xem bạn có thể hiểu đến đâu.

Bước 1 Vẽ một lưới hình vuông kích thước 3x3. Viết số 1 ở ô chính giữa hàng đầu tiên.

Bước 2 Điền các số tiếp theo vào các ô vuông còn lại. Khi đã điền một số vào ô trống, hãy nhớ di chuyển:

- * Một ô theo hướng chéo sang phải và hướng lên trên khi có thể.

- * Một ô xuống dưới nếu không thể thực hiện được như bước trên.

- * Nếu vượt ra khỏi cạnh của hình vuông

ban đầu thì ta phải quay trở lại hình vuông theo hướng đối diện.

Bước 3 Khi điền số 2, ta di chuyển lên và hướng về bên phải, nhưng vì ta sẽ vượt ra ngoài cạnh của hình vuông nên số 2 điền vào ô góc dưới cùng bên phải. Cũng như vậy với số 3, ta sẽ di chuyển ra ngoài cạnh phải hình vuông, nên ta phải quay trở lại hình vuông từ cạnh bên trái và ở dòng chính giữa. Vị trí của số 4 đã bị chiếm mất nên số 4 phải được điền ở ngay dưới số 3, và cứ như vậy...

Kết quả

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Ta có thể thấy: mỗi hàng, mỗi cột và hai đường chéo đều có tổng bằng 15. Bạn có thể làm tương tự với lưới hình vuông kích thước 5x5 không? (Xem kết quả trang 112.)

Bài toán

Phương pháp dùng để tạo nên hình vuông này là một thuật toán, hay một loạt các bước nối tiếp nhau, được biết đến với nhiều cái tên như thuật toán de la Loubère, phương pháp cầu thang hay phương pháp Xiêm. Simon de la Loubère là nhà toán học, nhà ngoại giao người Pháp. Vào thế kỷ 17, ông đã đem phương pháp này trở về Pháp sau thời gian làm việc ở Xiêm (nay là Thái Lan). Ông công bố phát hiện của mình trong cuốn sách có tên là *Mối quan hệ mới mang tính lịch sử với Vương quốc Xiêm* vào năm 1693.

Phương pháp này sử dụng một chuỗi thuật toán đơn giản và được bắt đầu với một số lẻ bất kỳ. (Một ô vuông ma thuật chuẩn bắt đầu với số 1; một ô vuông ma thuật có thể bắt đầu với một số dương bất kỳ.) Không có một thuật toán nào có thể tạo ra ô vuông ma thuật bắt đầu bằng số chẵn.

Tạo ra một ô Sudoku của riêng bạn, thử xem sao!

		6		9	2		
	8			6		7	
4			5				8
		2	7				3
	3			5			9
1				3	5		
7				1			4
	6		2			1	
		4	9		8		

Bạn có biết?

Cho một ô vuông ma thuật bất kỳ, quay hoặc lấy đối xứng ô vuông này ta sẽ được một ô vuông ma thuật mới. Các ô mới tạo ra theo các cách trên xếp cùng một hàng, người ta đã chứng minh được với các hình vuông 3x3 thì chỉ có duy nhất một hình vuông ma thuật chuẩn, và với các hình vuông 4x4 con số này là 880. Khi kích thước của hình vuông tăng lên thì số lượng hình vuông ma thuật chuẩn cũng tăng theo với tốc độ lớn hơn rất nhiều, với các hình vuông 5x5, có hơn 13 triệu ô vuông ma thuật chuẩn!

<http://tieulun.hopto.org>

HÃY ĐỂ TÂM ĐẾN “X” VÀ “Y”

Hệ phương trình với hai hoặc nhiều hơn hai ẩn có thể khiến ta phát điên, nhưng chúng cũng có thể rất hữu ích. Vậy nên đừng có quá bức mình, và hãy cương nghị nhìn thẳng vào đám “x”, “y”.

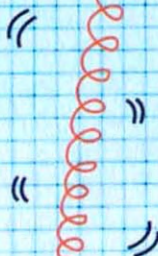
Nào, ta cùng làm!

Bạn đã từng đến một quán cà phê với hai nhóm bạn, bạn biết rõ hóa đơn của cả hai lần và biết ai uống gì, nhưng giá tiền mỗi thứ đồ ăn uống là bao nhiêu?

Lần đầu tiên bạn đi một nhóm 6 người, cả 6 người đều ăn theo suất, 5 người uống thêm cà phê và hóa đơn tổng cộng là 37,50 bảng. Lần thứ hai, bạn đi một nhóm 4 người, lần này tất cả vẫn ăn theo suất, chỉ có 2 người gọi cà phê, và hóa đơn tổng cộng là 23

bảng. Hỏi giá tiền của một suất ăn và một ly cà phê là bao nhiêu? Đặt giá tiền một suất ăn là x và giá tiền một ly cà phê là y , ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{aligned} 6x + 5y &= 37,5 \\ 4x + 2y &= 23 \end{aligned}$$



Vì không có ẩn nào bị triệt tiêu (cụ thể là không có sự xuất hiện của “+ x” và “- x” ở hai phương trình) nên việc đầu tiên ta phải làm là biến đổi để một trong hai biến có hệ số giống nhau ở cả hai phương trình. Ở đây ta sẽ chọn biến y :

Nhân cả hai vế của phương trình thứ nhất với 2 ta được:

$$12x + 10y = 75$$

Nhân cả hai vế của phương trình thứ hai với 5 ta được:

$$20x + 10y = 115$$

Ký hiệu “=” nghĩa là “bằng”, được sáng tạo vào thế kỷ 16 bởi nhà toán học người xứ Wales Robert Recorde, người đã quá mệt mỏi với việc viết các chữ “bằng” trong các phương trình của mình.

Bạn có biết?

*Đừng nhìn
tóm mắt lại
như chờ xi*

Kết quả

Muốn tìm x , ta lấy phương trình thứ nhất trừ đi phương trình thứ hai để triệt tiêu y :

$$(20x - 12x) + (10y - 10y) = 115 - 75$$

$$8x = 40$$

$$x = 5$$

Giờ ta đem thay giá trị x vừa tìm được vào phương trình thứ nhất và sắp xếp lại phương trình để tìm giá trị của y (có thể kiểm tra lại kết quả bằng cách thay số vào phương trình còn lại):

$$6 \times 5 + 5y = 37,5$$

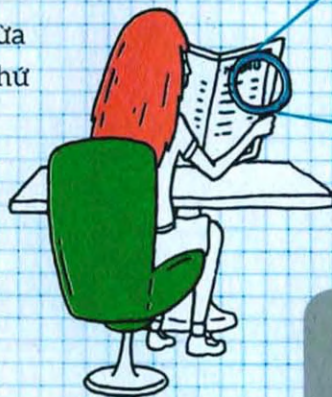
$$30 + 5y = 37,5$$

$$5y = 37,5 - 30$$

$$5y = 7,5$$

$$y = 7,5 : 5 = 1,5$$

Vậy một suất ăn là 5 bảng
còn một ly cà phê là 1,5 bảng.



HỆ PHƯƠNG TRÌNH CÓ THỂ RẤT HỮU ÍCH

Menu bữa trưa
Cà phê
Suất ăn
Tổng số là bao nhiêu?

Bài toán

Giải hệ phương trình cũng đòi hỏi kỹ năng tham tử: đầu tiên, tách một đối tượng tình nghi và cố bắt hán phải khai ra kẻ đồng phạm. Sử dụng bội chung nhỏ nhất (xem trang 96-97) để mỗi kẻ tình nghi phải kể cùng một câu chuyện, rồi tách chúng ra và sắp xếp để có câu trả lời mà ta mong muốn. Xong.

HÌNH ẢNH TRONG GƯƠNG

Chúng ta nhìn thấy tính đối xứng trong các hình dạng và sự vật ở quanh mình. Thậm chí tác phẩm hội họa ra đời sớm nhất của chúng ta cũng là một ví dụ hoàn hảo cho tính đối xứng: Bạn còn nhớ con bướm mà bạn từng vẽ khi còn nhỏ chứ, con bướm mà bạn vẽ trên một nửa mặt giấy rồi gấp đôi tờ giấy lại để màu in lên nửa còn lại? Tôi cá là bạn đã không nhận ra đó cũng chính là toán học chứ không chỉ đơn thuần là hội họa.

Bạn có biết?

Chúng ta nhìn thấy tính đối xứng trong các hình dạng và sự vật ở quanh mình. Thậm chí tác phẩm hội họa ra đời sớm nhất của chúng ta cũng là một ví dụ hoàn hảo cho tính đối xứng: Bạn còn nhớ con bướm mà bạn từng vẽ khi còn nhỏ chứ, con bướm mà bạn vẽ trên một nửa mặt giấy rồi gấp đôi tờ giấy lại để màu in lên nửa còn lại? Tôi cá là bạn đã không nhận ra đó cũng chính là toán học chứ không chỉ đơn thuần là hội họa.



Kết quả

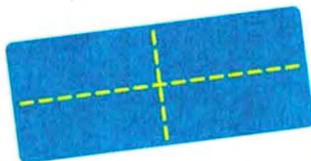
Thế còn trục đối xứng của đường tròn? Một đường thẳng bất kỳ đi qua tâm của đường tròn là trục đối xứng của nó, do đó đường tròn có vô số trục đối xứng.

Nào, ta cùng làm!

Vậy là bạn đã gấp đôi tờ giấy - thao tác tạo nên trục đối xứng - để tạo ra một con bướm. Nhưng còn những hình khác? Một đường tròn có bao nhiêu trục đối xứng?

Để một hình có tính đối xứng, khi ta gấp đôi hình đó, mép của hai nửa gấp lại phải xếp khít lên nhau. Một số hình có nhiều hơn một trục đối xứng.

Hình chữ nhật có 2 trục đối xứng.



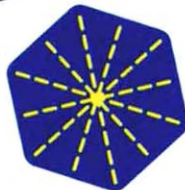
Hình vuông có 4 trục đối xứng.



Tam giác đều có 3 trục đối xứng.



Và như bạn có thể dự đoán, các đa giác đều khác sẽ có số trục đối xứng bằng với số cạnh của chúng (cứ thử xem, điều này chắc chắn đúng).



Bài toán

Trong toán học, sự di chuyển hình được gọi là phép biến hình. Có ba phép biến hình chính.

- **Phép đối xứng trục:** các ví dụ ở đây đều liên quan đến đối xứng trục, trong đó mọi điểm và ảnh của nó đều cách trục đối xứng một khoảng bằng nhau, và ảnh có cùng kích thước với hình ban đầu.

- **Phép quay:** hình ban đầu được quay quanh một điểm cố định cho trước. Với đối xứng tâm, ảnh có cùng kích thước với hình ban đầu nhưng quay theo hướng ngược lại.

- **Phép tịnh tiến:** mỗi điểm của hình hoặc vật thể bị dịch chuyển những độ dài bằng nhau theo cùng một hướng.

Trang 38-39

$x = 10, x = 8, x = 6, x = 4, x = 7$

Trang 40-41

37,58km/h

Trang 80-81

- 1. 36 6. 144
- 2. 88 7. 54
- 3. 24 8. 132
- 4. 84 9. 48
- 5. 70 10. 162

Trang 88-89

Số cần tìm (trong tiếng Anh) là 5 - FIVE.
Bỏ đi "F" và "E" ta còn "IV" (số 4 trong hệ số La Mã). Bỏ đi "I" ta còn "V" (số 5 trong hệ số La Mã).

Trang 96-97

Chữ "m".

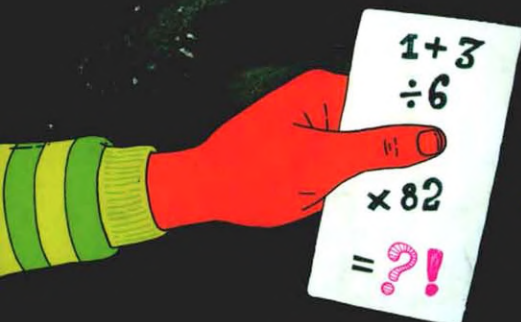
Trang 106-107

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

Với lưới hình vuông này, tổng các số thuộc mỗi hàng, mỗi cột và hai đường chéo là 65.

ĐÁP ÁN ĐÂY!





Những bài
toán thông
thường ư, dễ
như ăn kẹo!

50
tuyệt chiêu
nâng cao
trình độ toán



Có thể toán là nhát nhéo và không hề đặc sắc với những người không sẵn sàng hiểu nó, nhưng với những người còn lại, toán là nơi mà phép màu và điều kỳ diệu tồn tại trong hình hài của những con số và phương trình, trong những lý thuyết và công thức. Toán đem đến sự tươi mới cho thế giới bình thường này và biến một tình huống tẻ nhạt trở thành niềm vui bất tận đến không thể tin được.

Toán không chỉ là $1+1=2$. Toán có thể giúp ta dự đoán kết quả của những sự kiện ngẫu nhiên hoặc những giả định. Nó cũng cho phép ta, ví dụ như, tính được chiều cao của tháp Big Ben mà không cần đo đạc trực tiếp.

Trong cuốn sách **tuyệt vời** này, bạn sẽ thấy 50 tuyệt chiêu để nâng cao trình độ toán học, và bạn không bao giờ bị ám ảnh bởi “đám số ma” nữa, tớ hứa!

Đám con số kia,
đừng hong đề đầu
cuối cổ ta!



$$\begin{aligned} & ((4 \times 2) \times 2) + (5,5 \times 2) \times 2 \\ &= 8 \times 2 + 11 \times 2 \\ &= 16 + 22 = 38 \text{ m}^2 \end{aligned}$$




nhanam
www.nhanam.vn

Giá: 79.000đ

ISBN 978-604-77-2911-1



<http://tieulun.hopto.org>