

BÀI 10: TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN CỦA TAM GIÁC

I. MỤC TIÊU:

1. Kiến thức: Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Nhận biết được khái niệm đường trung tuyến của tam giác, ba đường trung tuyến của tam giác cùng đi qua một điểm, tính chất trọng tâm của tam giác.

2. Năng lực

- Năng lực chung:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

Năng lực riêng:

- Góp phần tạo cơ hội để HS phát triển các NL toán học như: NL tư duy và lập luận toán học; NL giải quyết vấn đề toán học; NL mô hình hoá toán học; NL sử dụng công cụ, phương tiện học toán.
- Thông qua các thao tác như sử dụng tính chất đường trung tuyến để chứng minh đẳng thức độ dài đoạn thẳng, chứng minh hai tam giác bằng nhau, ... là cơ hội để HS hình thành NL tư duy và lập luận toán học, NL giải quyết vấn đề toán học.
- Thông qua các nội dung về tính khoảng cách gắn với thực tiễn là cơ hội góp phần để HS hình thành năng lực mô hình hoá toán học.
- Thông qua thao tác vẽ các đường trung tuyến của tam giác, HS có cơ hội hình thành NL sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Phẩm chất

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

a) Mục tiêu:

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, suy nghĩ trả lời câu hỏi.

c) Sản phẩm: HS trả lời được câu hỏi mở đầu.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV yêu cầu HS đọc tình huống mở đầu:

Hình 96 minh họa một miếng bìa phẳng có dạng hình tam giác đặt thẳng bằng trên đầu ngón tay tại điểm G.

Điểm G được xác định như thế nào?

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: *Bài 10: Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác.*

B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

Hoạt động 1: Đường trung tuyến của tam giác

a) Mục tiêu:

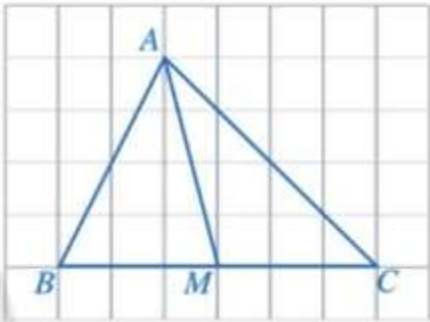
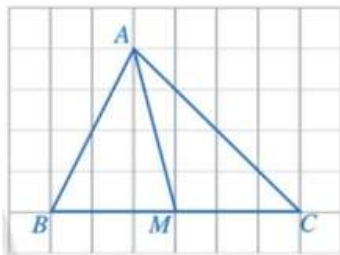
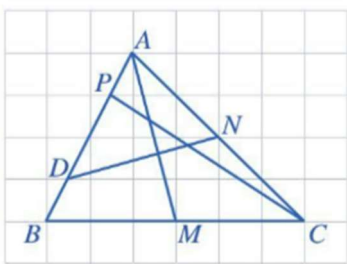
- Nhận biết và thể hiện được khái niệm đường trung tuyến của tam giác.

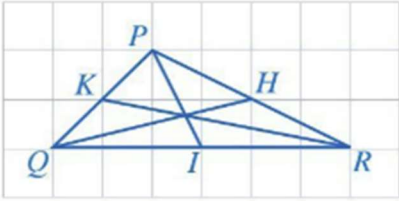
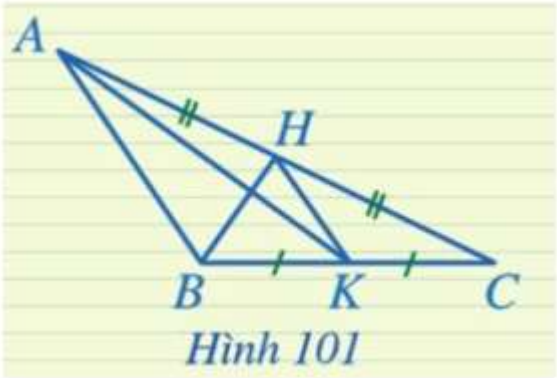
b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện các hoạt động, luyện tập.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, cho HĐ1, LT1.

d) Tổ chức thực hiện:

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi, hoàn thành HĐ1  GV đặt vấn đề: Vậy tên gọi của đoạn thẳng đó là gì. Chúng ta cùng đi tìm hiểu. - GV giới thiệu về đường trung tuyến của tam giác. + GV nhấn mạnh: đường trung tuyến AM có thể chỉ cả đoạn thẳng AM hoặc đường thẳng AM. - HS thực hiện Ví dụ 1: HS giải thích được đoạn thẳng nào là đường trung tuyến của một tam giác, đoạn thẳng nào không phải là đường trung tuyến của một tam giác. - HS thực hiện Ví dụ 2: HS vẽ được đường trung tuyến của tam giác. - HS thực hiện LT1: HS luyện tập khái niệm đường trung tuyến của một tam giác. + HS nhận biết được một đoạn thẳng có thể là đường trung tuyến của nhiều tam giác khác nhau.	I. Đường trung tuyến của tam giác HĐ1: Ta thấy điểm A là một đỉnh của tam giác ABC, điểm M là trung điểm của cạnh BC. Kết luận: Trong tam giác ABC (Hình 97), đoạn thẳng AM nối đỉnh A với trung điểm M của cạnh BC được gọi là đường trung tuyến (xuất phát từ đỉnh A hoặc tương ứng với cạnh BC).  Chú ý: Đôi khi, đường thẳng AM cũng được gọi là đường trung tuyến của tam giác ABC. Ví dụ 1 (SGK -tr104)  + AM là đường trung tuyến của tam giác ABC.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm. - GV quan sát hỗ trợ. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giờ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm và yêu cầu HS ghi chép đầy đủ vào vở.	+ DN, CP không là đường trung tuyến của tam giác ABC. Ví dụ 2 (SGK -tr104).  Nhận xét: Mỗi tam giác có ba đường trung tuyến. LT1:  Hình 101 K là đỉnh của tam giác AKC, H là trung điểm của cạnh AC nên KH là đường trung tuyến của tam giác AKC. H là đỉnh của tam giác BHC, K là trung điểm của cạnh BC nên HK là đường trung tuyến của tam giác BHC
--	---

Hoạt động 2: Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác

a) Mục tiêu:

- HS nêu được tính chất ba đường trung tuyến của tam giác

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện các hoạt động, luyện tập.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, cho HĐ, LT.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi, hoàn thành HĐ2. Hãy quan sát hình vẽ và dự đoán ba đường trung tuyến của tam giác cùng đi qua một điểm hay không. - GV giới thiệu định lí.	II. Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác HĐ2:

+ GV giới thiệu về: cách gọi tên ba đường đồng quy tại một điểm; cách xác định trọng tâm của tam giác trong phần Chú ý.

- HS thực hiện **Ví dụ 3**: sử dụng định lý 3 đường trung tuyến đồng quy để chỉ ra tính chất điểm M.

- HS thực hiện **HĐ3**: quan sát Hình 104, dự đoán các tỉ số.

- Từ đó Gv cho HS khái quát về tính chất về độ dài khoảng cách từ trọng tâm đến đỉnh so với độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh đó.

- HS thực hiện **Ví dụ 4**: HS sử dụng tính chất trọng tâm vừa học để tìm mối quan hệ độ dài cạnh.

- GV chú ý các tính chất về độ dài cạnh.

- HS thực hiện **Ví dụ 5**: HS sử dụng tính chất trọng tâm của tam giác, dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.

- GV: quan sát và trợ giúp HS.

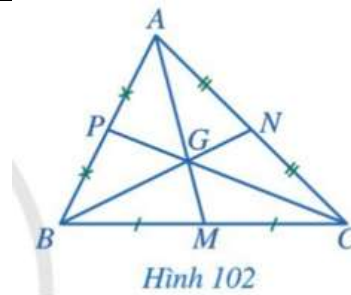
Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm và yêu cầu HS ghi chép đầy đủ vào vở.



Hình 102

Ta thấy ba đường trung tuyến AM, BN, CP của tam giác ABC cùng đi qua điểm G.

Định lý:

Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm đó được gọi là trọng tâm của tam giác.

Chú ý:

Trong tam giác ABC, ba đường trung tuyến Am, BN, CP cùng đi qua điểm G, ta còn nói chúng đồng quy tại điểm G. Do đó, để xác định trọng tâm của một tam giác, ta chỉ cần vẽ hai đường trung tuyến bất kỳ và xác định giao điểm của hai đường đó.

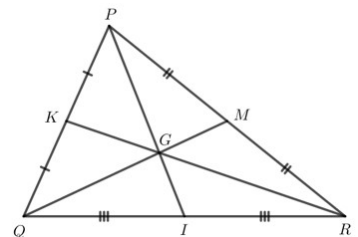
Ví dụ 3 (SGK -tr105)

LT2:

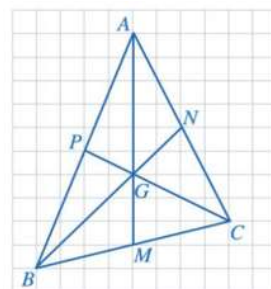
Tam giác PQR có hai đường trung tuyến QM và RK cắt nhau tại G nên G là trọng tâm của tam giác PQR.

I là trung điểm của cạnh QR nên PI là đường trung tuyến của tam giác PQR.

Các đường trung tuyến của tam giác cùng đi qua trọng tâm của tam giác nên P, G, I thẳng hàng.



HĐ3:



Đếm số ô vuông trong Hình 104, ta thấy:

$$\frac{AG}{AM} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}; \frac{BG}{BN} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; \frac{CG}{CP} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Nhận xét:

Trọng tâm của một tam giác cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.

Ví dụ 4 (SGK -tr106)

Chú ý:

Trong tam giác ABC, với AM là đường trung

	tuyến và G là trọng tâm ta có: $\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}, \frac{GN}{BN} = \frac{1}{3}.$ Ví dụ 5 (SGK -tr106)
--	---

C. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) **Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) **Nội dung:** HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập.

c) **Sản phẩm học tập:** Câu trả lời của HS bài 1, 2, 3, 4 (SGK -tr107).

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV tổ chức cho HS hoạt động thực hiện Bài 1, 2, 3, 4 (SGK -tr107).

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

- GV quan sát và hỗ trợ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

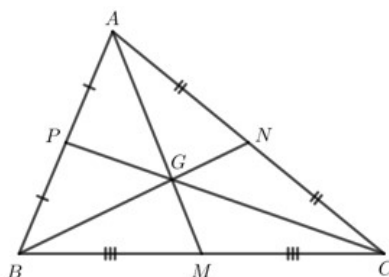
- Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.

Kết quả:

Bài 1.



Tam giác ABC có ba đường trung tuyến AM, BN, CP cắt nhau tại G nên G là trọng tâm của tam giác ABC nên: $GA = \frac{2}{3}AM$; $GB = \frac{2}{3}BN$; $GC = \frac{2}{3}CP$.

Do đó $GA + GB + GC = \frac{2}{3}AM + \frac{2}{3}BN + \frac{2}{3}CP = \frac{2}{3}(AM + BN + CP)$

Bài 2.

a) Tam giác ABC cân tại A nên $AB = AC$ và $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

Do BM và CN là hai đường trung tuyến của tam giác ABC nên M là trung điểm của AC và N là trung điểm của AB.

Do đó $BN = MC$.

Xét $\triangle NBC$ và $\triangle MCB$ có:

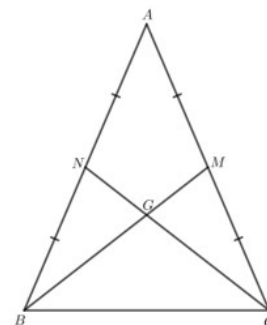
$BN = MC$ (chứng minh trên).

$\widehat{NBC} = \widehat{MCB}$

BC chung.

Do đó $\triangle NBC = \triangle MCB$ (c - g - c).

Suy ra $BM = CN$ (2 cạnh tương ứng).



b) Tam giác ABC có hai đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G nên G là trọng tâm của tam giác ABC.

$$\text{Khi đó } GB = \frac{2}{3}BM; GC = \frac{2}{3}CN$$

Mà $BM = CN$ nên $GB = GC$.

Tam giác GBC có $GB = GC$ nên tam giác GBC cân tại G.

Bài 3.

a) Tam giác ABC có hai đường trung tuyến AM, BN cắt nhau tại G nên G là trọng tâm của tam giác ABC.

$$\text{Khi đó } GM = \frac{1}{2}GA$$

Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MG$ nên M là trung điểm của GD.

$$\text{Suy ra } GM = \frac{1}{2}GD$$

b) Do M là trung điểm của GD nên $MG = MD$.

Xét $\triangle MBG$ và $\triangle MCD$ có:

$MB = MC$ (theo giả thiết).

$\widehat{GMB} = \widehat{DMC}$ (2 góc đối đỉnh)

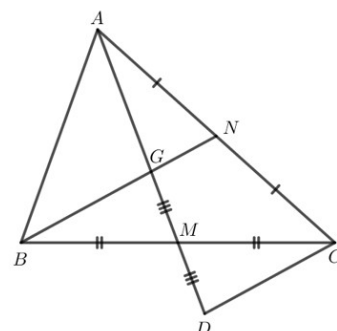
$MG = MD$ (chứng minh trên).

Do đó $\triangle MBG = \triangle MCD$ (c - g - c).

c) Do $\triangle MBG = \triangle MCD$ (c - g - c) nên $CD = BG$ (2 cạnh tương ứng).

Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên $BG = 2GN$.

Mà $CD = BG$ nên $CD = 2GN$.



Bài 4.

a) Do H là hình chiếu của A trên BC nên $AH \perp BC$.

Xét $\triangle AHB$ vuông tại H và $\triangle AHM$ vuông tại H có:

AH chung.

$HB = HM$ (theo giả thiết).

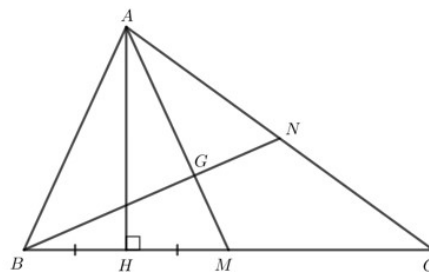
Do đó $\triangle AHB = \triangle AHM$ (2 cạnh góc vuông).

b) Do $\triangle AHB = \triangle AHM$ (2 cạnh góc vuông) nên $AB = AM$ (2 cạnh tương ứng).

$\triangle ABC$ có hai đường trung tuyến AM, BN cắt nhau tại G nên G là trọng tâm của $\triangle ABC$.

$$\text{Suy ra } AG = \frac{2}{3}AM$$

$$\text{Mà } AB = AM \text{ nên } AG = \frac{2}{3}AB.$$



D. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

b) Nội dung: HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài tập.

c) Sản phẩm: Kết quả thực hiện các bài tập và tìm hiểu thêm về tính chất của trọng tâm.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành bài tập 5 (SGK -tr107).

- Gv cho HS tìm hiểu phần Có thể em chưa biết: Tính chất khác của trọng tâm tam giác.

+ Nếu nối ba đỉnh của tam giác ABC với trọng tâm G của tam giác đó thì tam giác ABC chia thành ba tam giác nhỏ GAB, GCA, GBC có diện tích bằng nhau.

+ Điểm đặt G làm cho miếng bìa hình tam giác giữ thăng bằng trên đầu ngón tay (trong phần mở đầu bài học) chính là trọng tâm tam giác đó.

- GV giao bài tập về nhà:

Câu 1. Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AM. Trên tia đối của MA lấy điểm D sao cho $MA = MD$. Trên đoạn MC lấy điểm N sao cho $MN = \frac{1}{3}CM$; AN và CD cắt nhau tại E. Chứng minh E là trung điểm của CD.

Câu 2. Cho tam giác ABC cân tại A có hai trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G. Chứng minh:

a) $BM = CN$

b) Tam giác GBC là tam giác cân.

c) AG vuông góc với BC.

Câu 3. Chứng minh kết quả tính chất đầu tiên của trọng tâm được nêu trong phần Có thể em chưa biết (SGK -tr107) :

Nếu nối ba đỉnh của tam giác ABC với trọng tâm G của tam giác đó thì tam giác ABC chia thành ba tam giác nhỏ GAB, GCA, GBC có diện tích bằng nhau.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS suy nghĩ, trao đổi, thảo luận thực hiện nhiệm vụ.

- GV điều hành, quan sát, hỗ trợ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Bài tập: đại diện HS trình bày kết quả thảo luận, các HS khác theo dõi, đưa ý kiến.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá, đưa ra đáp án đúng, chú ý các lỗi sai của học sinh hay mắc phải.

Gợi ý đáp án:

Bài 5.

a) ΔABC cân tại A nên $AB = AC$ và $\widehat{ABH} = \widehat{ACH}$

AH là đường trung tuyến của ΔABC nên H là trung điểm của BC.

Do đó $BH = CH$.

Xét ΔABH và ΔACH có:

$AB = AC$ (chứng minh trên).

$\widehat{ABH} = \widehat{ACH}$ (chứng minh trên)

$BH = CH$ (chứng minh trên).

Do đó $\Delta ABH = \Delta ACH$ (c - g - c).

Suy ra $\widehat{AHB} = \widehat{AHC}$ (2 góc tương ứng)

Mà $\widehat{AHB} + \widehat{AHC} = 180^\circ$ nên $\widehat{AHB} = \widehat{AHC} = 90^\circ$ hay $AH \perp BC$.

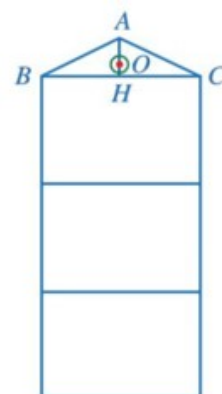
b) Do O là trọng tâm của tam giác ABC nên $OH = \frac{1}{3}AH = \frac{1}{3} \cdot 1,2 = 0,4m$.

Do mỗi tầng cao 3,3 m nên vị trí O ở độ cao $0,4 + 3,3 \cdot 3 = 10,3$ m so với mặt đất.

Gợi ý đáp án bài về nhà:

Câu 1.

Ta có $AM = MD$ nên CM là đường trung tuyến của CAD. Mà $N \in CM$ và $MN = \frac{1}{3}CM$ nên N là trọng tâm của tam giác CAD.



Hình 107

Suy ra AN đi qua trung điểm của CD. Vậy E là trung điểm của CD.

Câu 2.

a) Chứng minh $\triangle AMB = \triangle ANC$ (c. g. c) suy ra $BM = CN$.

b) Do $\triangle AMB = \triangle ANC$ (c. g. c) suy ra $\widehat{ABM} = \widehat{ACN}$.

Mà $\hat{B} = \hat{C}$ nên $\widehat{GBC} = \widehat{GCB}$ suy ra tam giác GBC cân tại G.

c) G là trọng tâm tam giác ABC nên AG nằm trên đường trung tuyến thuộc cạnh BC. Suy ra AG vuông góc với BC (do tam giác ABC cân tại A).

*** HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ**

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT
- Chuẩn bị bài mới: "Bài 11: Tính chất ba đường phân giác của tam giác"

