

VŨ HỮU BÌNH

TOÁN 6

CƠ BẢN VÀ NÂNG CAO

Tập một

(Tái bản lần thứ ba)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh lớp 6 thân mến !

Mong muốn nắm vững kiến thức về Toán để học khá và học giỏi môn Toán là nguyện vọng của nhiều học sinh. Cuốn sách này giúp các em thực hiện mong muốn đó.

Cuốn sách được viết theo từng bài tương ứng với chương trình và Sách giáo khoa Toán 6. Mỗi bài gồm bốn mục :

Mục *Kiến thức cơ bản* hệ thống những kiến thức cần thiết nhất mà các em phải nắm vững.

Mục *Sai lầm cần tránh* lưu ý các em những lỗi phổ biến thường mắc khi học và làm toán.

Mục *Câu hỏi trắc nghiệm* giúp các em vận dụng lí thuyết và tự kiểm tra mức độ nắm kiến thức của mình.

Mục *Ví dụ minh họa* bao gồm các ví dụ ở hai mức độ cơ bản và nâng cao. Các ví dụ ở mức độ cơ bản được chọn lọc phù hợp với *Chuẩn kiến thức và kĩ năng* đối với môn Toán lớp 6 mà Bộ Giáo dục và Đào tạo quy định. Tất cả các em cần nắm vững những kiến thức nền móng và những kĩ năng thiết yếu trong các ví dụ cơ bản này. Các ví dụ ở mức độ nâng cao giúp các em đào sâu kiến thức và rèn luyện kĩ năng ở mức độ cao hơn.

Các bài tập cũng gồm hai mức độ cơ bản và nâng cao. Trong các bài tập ở mức độ nâng cao, có một số bài khó để các em học sinh giỏi thử sức, những bài tập đó được ghi kèm dấu *. Các em học sinh giỏi có nhu cầu làm các bài tập nâng cao hơn có thể sử dụng cuốn *Nâng cao và phát triển Toán 6* của cùng tác giả.

Trong cuốn sách này, các ví dụ giải mẫu giúp các em biết cách trình bày bài toán sao cho ngắn gọn và rõ ràng. Ở một số ví dụ có những lưu ý về phương pháp giải toán giúp các em định hướng suy luận, trau dồi phương pháp và kinh

nghiệm giải Toán, mở rộng thêm hiểu biết về bài toán. Các bài tập trong sách thường đơn giản nhưng vẫn có tình huống, chắc chắn sẽ lôi cuốn các em và làm các em hứng thú học Toán hơn.

Toán cơ bản và nâng cao

Luyện sát sao là sẽ giỏi.

Chúc các em sử dụng tốt cuốn sách này để học khá và học giỏi môn Toán.

Tác giả

VŨ HỮU BÌNH

SỐ HỌC

Chương

I ÔN TẬP VÀ BỔ TÚC VỀ SỐ TỰ NHIÊN

*Cộng thêm nhiều điểm tốt
Trừ đi thói biếng lười
Nhân lên nhiều thành tích
Chia đều những niềm vui.*

§1. TẬP HỢP. PHẦN TỬ CỦA TẬP HỢP

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Để viết một tập hợp, thường có hai cách :

- Cách 1. Liệt kê các phần tử của tập hợp đó.
- Cách 2. Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp đó.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

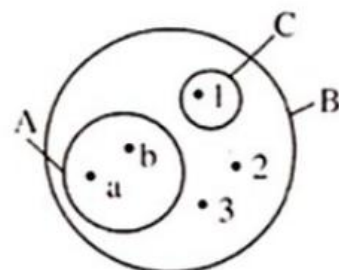
Viết tập hợp các chữ cái trong từ “ĐÔNG ĐÔ”

Sai	Đúng
$\{\text{Đ, Ô, N, G, Đ, Ô}\}$ (Các chữ Đ, Ô được liệt kê hai lần)	$\{\text{Đ, Ô, N, G}\}$ (Tất cả các chữ chỉ liệt kê một lần)

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Cho hình 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

- a) $a \in A$; b) $b \in B$;
c) $3 \in A$; d) $A = \{a, b\}$;



Hình 1

e) $B = \{1; 2; 3\}$; g) $C = \{1\}$.

2. Cho hai tập hợp $A = \{a, b\}$ và $B = \{c, d\}$. Có thể viết được bao nhiêu tập hợp, mỗi tập hợp gồm một phần tử của tập hợp A và một phần tử của tập hợp B?

- (A) 8; (B) 4; (C) 3; (D) 2.

Hãy chọn phương án đúng.

Đáp án

1. a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng; e) Sai; g) Đúng.

2. (B).

D. VÍ DỤ MINH HOẠ

Mức độ cơ bản

Ví dụ 1. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên không lớn hơn 5. B là tập hợp các số tự nhiên lớn hơn 3 và nhỏ hơn 10.

a) Viết các tập hợp A và B bằng cách liệt kê các phần tử.

b) Viết tập hợp C các số thuộc A mà không thuộc B. Viết tập hợp D các số thuộc B mà không thuộc A.

c) Hãy minh họa các tập hợp trên bằng hình vẽ.

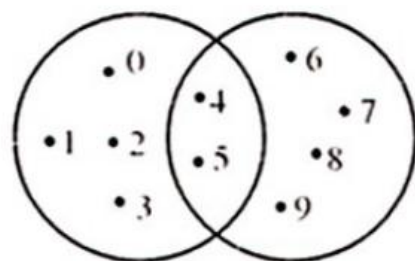
Giải

a) $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

$B = \{4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

b) $C = \{0; 1; 2; 3\}$, $D = \{6; 7; 8; 9\}$.

c) Xem hình 2.



Hình 2

Mức độ nâng cao

Ví dụ 2. Cho hai tập hợp $A = \{x, y\}$, $B = \{a, b, c\}$. Viết các tập hợp gồm một phần tử của tập hợp A và một phần tử của tập hợp B.

Giải

Có sáu tập hợp là $\{x, a\}$, $\{x, b\}$, $\{x, c\}$, $\{y, a\}$, $\{y, b\}$, $\{y, c\}$.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

1. Gọi A là tập hợp các tháng (dương lịch) có 30 ngày. Hãy điền các kí hiệu thích hợp vào ô vuông :

a) Tháng Hai ☐ A ;

b) Tháng Tư ☐ A ;

c) Tháng Sáu ☐ A ;

d) Tháng Tám ☐ A.

Mức độ nâng cao

2. Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của các tập hợp sau :

A = {Tháng Mười ; Tháng Mười một ; Tháng Mười hai}.

B = {Tháng Tư ; Tháng Sáu ; Tháng Chín ; Tháng Mười một}.

§2. TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Tập hợp các số tự nhiên là $N = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots\}$.

Tập hợp các số tự nhiên khác 0 là $N^* = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \dots\}$.

2. Hai số tự nhiên liên tiếp thì hơn kém nhau một đơn vị, chẳng hạn 5 và 6. Số 6 là số liền sau số 5, số 5 là số liền trước số 6.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Mỗi điểm trên tia số biểu diễn một số tự nhiên.	Mỗi số tự nhiên được biểu diễn bởi một điểm trên tia số. Nhưng có những điểm trên tia số không biểu diễn một số tự nhiên, chẳng hạn các điểm $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \dots$ (học ở chương III).

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

a) Nếu $x \in \mathbb{N}$ thì $x \in \mathbb{N}^*$.

b) Nếu $x \in \mathbb{N}^*$ thì $x \in \mathbb{N}$.

2. Cho biết $x \in \mathbb{N}$ nhưng $x \notin \mathbb{N}^*$. Số x là

(A) 1;

(B) Bất kì số tự nhiên nào ;

(C) 0 ;

(D) Không tồn tại số x .

Hãy chọn phương án đúng.

3. Điền vào chỗ trống (...).

Ba số tự nhiên liên tiếp tăng dần là a , ..., ..

Đáp án

1. a) Sai ; b) Đúng.

2. C.

3. $a + 1$, $a + 2$.

D. VÍ DỤ MINH HOẠ

Mức độ cơ bản

Ví dụ 3. Tập hợp A gồm n số tự nhiên liên tiếp được biểu diễn bởi n điểm trên tia số. Trong n điểm đó, có một điểm B thoả mãn: nếu đếm n điểm đó từ trái sang phải thì điểm B ở vị trí thứ 14, còn nếu đếm từ phải sang trái thì điểm B ở vị trí thứ 16. Tìm n .

Giải

Do điểm B được đếm hai lần nên n bằng $14 + 16 - 1 = 29$.

Lưu ý. Có $14 - 1 = 13$ điểm ở bên trái điểm B . Có $16 - 1 = 15$ điểm ở bên phải điểm B .

Mức độ nâng cao

Ví dụ 4. Tìm các số tự nhiên a, b, c thoả mãn cả hai điều kiện $20 < a < b$ và $24 > c > b$.

Giải

Theo đề bài $20 < a < b < c < 24$. Do đó $a = 21$, $b = 22$, $c = 23$.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

3. Tìm tập hợp các số tự nhiên x thỏa mãn :

a) $x + 8 = 14$; b) $18 - x = 5$; c) $x : 7 = 0$; d) $0 : x = 0$.

4. Trong các dãy sau, dãy nào cho ta ba số tự nhiên liên tiếp giảm dần ?

a) $a, a + 1, a + 2$ với $a \in \mathbb{N}$;

b) $a + 1, a, a - 1$ với $a \in \mathbb{N}^*$;

c) $4a, 3a, 2a$ với $a \in \mathbb{N}$.

Mức độ nâng cao

5. Tìm bốn số tự nhiên liên tiếp, biết rằng tổng của chúng bằng 2010.

§3. GHI SỐ TỰ NHIÊN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Trong hệ thập phân, cứ mười đơn vị ở một hàng thì làm thành một đơn vị ở hàng liền trước nó.

Kí hiệu $\overline{abc}$ với $a \neq 0$ biểu diễn với số a trăm, b chục, c đơn vị, tức là

$$\overline{abc} = a.100 + b.10 + c.$$

2. Cần phân biệt số và chữ số. Chẳng hạn số 2010 có bốn chữ số là 2, 0, 1, 0. Khi viết tập hợp các chữ số của số 2010, ta viết $\{2; 0; 1\}$.

3. Cần biết đọc và viết các số La Mã không quá 30, trong đó cần chú ý các số

IV = 4, XIV = 14, XXIV = 24

IX = 9, XIX = 19, XXIX = 29.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Số tự nhiên nhỏ nhất có bốn chữ số khác nhau là m .

Sai	Đúng
$m = 1234$	$m = 1023$

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Điền vào chỗ trống (...):

a) Tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số mà tổng các chữ số bằng 5 là ...

b) Tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số gồm cả ba chữ số 2, 1, 0 là ...

2. Dùng ba chữ số 1, 2, 3 để viết các số tự nhiên có hai chữ số và các chữ số khác nhau, ta viết được

(A) 3 số; (B) 4 số; (C) 6 số; (D) 9 số.

Hãy chọn phương án đúng.

3. Khi viết thêm một chữ số 5 vào cuối của một số tự nhiên thì số đó

(A) Tăng thêm 5 đơn vị; (B) Tăng gấp 5 lần.
(C) Tăng gấp 10 lần; (D) Tăng gấp 10 lần và thêm 5 đơn vị.

Hãy chọn phương án đúng.

Đáp án

1. a) {14; 23; 32; 41; 50}; b) {210; 201; 120; 102}.

2. (C). Có 6 số là 12, 13, 21, 23, 31, 32.

3. (D).

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 5. Viết tập hợp A các số tự nhiên có hai chữ số, trong đó:

a) Chữ số hàng chục nhỏ hơn chữ số hàng đơn vị là 4;

b) Chữ số hàng chục gấp ba chữ số hàng đơn vị.

Giải

a) $A = \{15 ; 26 ; 37 ; 48 ; 59\}$.

b) $B = \{31 ; 62 ; 93\}$.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 6. Với hai chữ số V và X có thể viết được các số La Mã nào nhỏ hơn 40 ? (mỗi chữ số có thể dùng nhiều lần hoặc không dùng).

Giải

Với hai chữ số V và X có thể viết được các số : V, X, XV, XX, XXV, XXX, XXXV.

Lưu ý :

Để viết đầy đủ (không trùng, không sót), ta viết theo quy luật :

- Số không chứa chữ số X là : V.
- Số chứa một chữ số X là : X, XV.
- Số chứa hai chữ số X là : XX, XXV.
- Số chứa ba chữ số X là : XXX, XXXV.

Tất cả có bảy số.

Ví dụ 7. Ngoài ba kí hiệu I, V, X được giới thiệu trong sách giáo khoa, số La Mã còn bốn kí hiệu nữa, đó là L(50), C(100), D(500), M(1 000).

Đối với số La Mã, một chữ số không viết liền nhau quá ba lần, do đó ngoài các số IV (4), IX(9) còn có bốn số La Mã đặc biệt là XL(40), XC(90), CD(400), CM(900).

a) Hãy viết các số La Mã sau đây trong hệ thập phân : XLVI, CXCII, MMIX.

b) Viết các số sau bằng số La Mã : 80, 413, 2014.

Giải

a) 46 ; 192 ; 2009.

b) LXXX, CDXIII, MMXIV.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

6. a) Viết số tự nhiên nhỏ nhất có năm chữ số khác nhau.
b) Viết số tự nhiên lớn nhất có năm chữ số khác nhau.
7. Dùng ba chữ số 3, 5, 7, hãy viết tất cả các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau.
8. Dùng ba chữ số 6, 8, 0, hãy viết tất cả các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau.
9. Cho chín que diêm xếp như hình 3. Hãy đổi chỗ một que diêm để được kết quả đúng.



Hình 3

Mức độ nâng cao

10. Tìm số tự nhiên có chữ số tận cùng là 2, biết rằng nếu xoá chữ số hàng đơn vị đó đi thì số tự nhiên ấy giảm đi 1811 đơn vị.
11. Cho bốn chữ số 1, 3, 4, 8. Lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số gồm cả bốn chữ số ấy ?
12. Ta gọi các số có dạng $\overline{aba}$, $\overline{abba}$, $\overline{abcba}$, $\overline{abccba}$, ... là các *số đối xứng*. Dùng mỗi chữ số ít nhất một lần, nhiều nhất hai lần, lập được bao nhiêu số đối xứng :
 - a) Từ hai chữ số 4 và 7?
 - b) Từ ba chữ số 3, 5, 0?
13. Dùng hai que diêm, ghi được các số La Mã nào ?
14. Đố. Cường đố Dũng chia số 9 thành hai phần mà tổng của chúng lại bằng 10. Thế mà Dũng lại làm được bằng cách dùng số La Mã. Dũng đã làm thế nào ?

§4. SỐ PHẦN TỬ CỦA MỘT TẬP HỢP. TẬP HỢP CON

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Một tập hợp có thể có một phần tử, có nhiều phần tử, có vô số phần tử, cũng có thể không có phần tử nào. Tập hợp không có phần tử nào gọi là tập hợp rỗng và được kí hiệu là $\emptyset$.

2. Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều thuộc tập hợp B thì tập hợp A gọi là tập hợp con của tập hợp B. Ta kí hiệu $A \subset B$.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
$\{3\} \in \{3; 4; 5\}$	$\{3\} \subset \{3; 4; 5\}$ hoặc $3 \in \{3; 4; 5\}$

Lưu ý. Kí hiệu $\in$ diễn tả quan hệ giữa một phần tử với một tập hợp. Kí hiệu $\subset$ diễn tả một quan hệ giữa hai tập hợp.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Hãy nối mỗi ô của cột trái với một ô của cột phải để được khẳng định đúng.

1) Tập hợp các số tự nhiên x mà $x - 10 = 7$	A) có vô số phần tử.
2) Tập hợp các số tự nhiên x mà $x + 8 = 5$	B) có hai phần tử.
3) Tập hợp các số tự nhiên x mà $x \cdot 0 = 0$	C) có một phần tử.
4) Tập hợp các số tự nhiên x mà $(x - 2) \cdot (x - 3) = 0$	D) không có phần tử nào.

2. Cho các tập hợp $A = \{1; 6; 5\}$, $B = \{1; 7; 5\}$, $E = \{1; 5; 6\}$, $F = \{1; 5; 6; 8\}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) $A \subset E$; | b) $E \subset A$; |
| c) $A = E$; | d) $A \subset B$; |

- e) $A \subset F$; g) $A = F$;
 h) $B \subset F$; i) $E \subset F$.

3. Cho tập hợp $M = \{a, b, c, d\}$. Số các tập hợp con của M có ba phần tử là
 (A) 2 ; (B) 3; (C) 4 ; (D) 5.

Hãy chọn phương án đúng.

Đáp án

1. Nối 1 – C. Nối 2 – D. Nối 3 – A. Nối 4 – B.

2. a) Đúng ; b) Đúng ; c) Đúng ; d) Sai ;
 e) Đúng ; g) Sai ; h) Sai ; i) Đúng.

3. (C).

D. VÍ DỤ MINH HOẠ

Mức độ cơ bản

Ví dụ 8. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên lẻ nhỏ hơn 10, B là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 10, C là tập hợp các số tự nhiên có một chữ số.

- a) Viết các tập hợp A , B , C .
 b) Sử dụng các kí hiệu $\subset$ hoặc “=” để viết quan hệ giữa các tập hợp trên.
 c) Dùng hình vẽ để minh họa quan hệ giữa các tập hợp ấy.
 d) Hãy viết các tập hợp con của A mà có bốn phần tử.

Giải

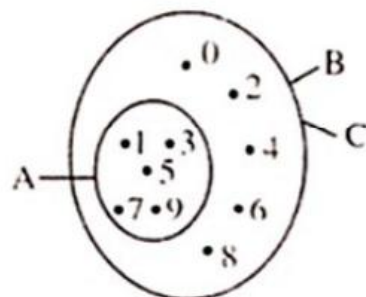
- a) $A = \{1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9\}$
 $B = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9\}$
 $C = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9\}.$

b) $A \subset B$, $A \subset C$, $B = C$.

c) Xem hình 4.

d) Các tập hợp con của A mà có bốn phần tử là

- $\{1 ; 3 ; 5 ; 7\},$
 $\{1 ; 3 ; 5 ; 9\}, \{1 ; 3 ; 7 ; 9\},$
 $\{1 ; 5 ; 7 ; 9\}, \{3 ; 5 ; 7 ; 9\}.$



Hình 4

Lưu ý

Tập hợp A có năm phần tử là 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9.

Để viết đầy đủ các tập hợp con của A mà có bốn phần tử, ta viết chúng theo quy luật : lần lượt bớt đi một phần tử của tập hợp A.

--- Bớt đi số 9 được { 1 ; 3 ; 5 ; 7 };

— Bớt đi số 7 được { 1 ; 3 ; 5 ; 9 };

--- Bớt đi số 5 được { 1 ; 3 ; 7 ; 9 };

--- Bớt đi số 3 được { 1 ; 5 ; 7 ; 9 };

--- Bớt đi số 1 được { 3 ; 5 ; 7 ; 9 }.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 9. Cho tập hợp $M = \{a, b, c\}$. Viết các tập hợp con của M mà có ít nhất một phần tử.

Giải

Các tập hợp con của M mà có một phần tử là $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$.

Các tập hợp con của M mà có hai phần tử là $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$.

Tập hợp con của M mà có ba phần tử là $\{a, b, c\}$.

Lưu ý. Người ta quy ước rằng tập hợp rỗng là tập hợp con của mọi tập hợp. Với quy ước đó, tập hợp có 3 phần tử có tất cả 8 tập hợp con. Người ta chứng minh được rằng nếu một tập hợp có n phần tử thì số tập hợp con của nó là 2^n .

Ví dụ 10. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có bốn chữ số ?

Giải

Các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số là 1000 ; 1002 ; ... ; 9998.

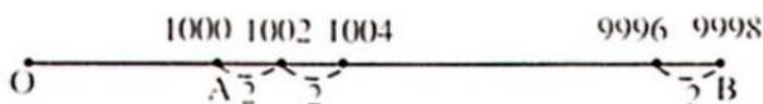
Số các số này là $(9998 - 1000) : 2 + 1 = 4500$ (số).

Lưu ý

a) Để đếm các số chẵn từ 1000 đến 9998, ta dùng công thức

$(\text{Số cuối} - \text{số đầu}) : 2 + 1$.

Có thể giải thích điều đó bằng cách liên hệ với bài toán đếm số cây trên đoạn đường AB ($OA = 1000$ m, $OB = 9998$ m), hai cây kế tiếp cách nhau 2 m ; cây trồng ở cả hai đầu A và B (h.5).



Hình 5

Khoảng cách AB là $9998 - 1000 = 8\,998$ (m).

Số khoảng cách giữa hai cây liên tiếp là $8998 : 2 = 4499$.

Số cây = số khoảng cách + 1 = $4499 + 1 = 4\,500$.

b) Cũng có thể đếm các số chẵn từ 1000 đến 9998 bằng quy tắc nhân như sau: Các số phải đếm có dạng $\overline{abcd}$. Chữ số a có 9 cách chọn (từ 1 đến 9). Với mỗi cách chọn a, chữ số b có 10 cách chọn (từ 0 đến 9). Với mỗi cách chọn $\overline{ab}$, chữ số c có 10 cách chọn (từ 0 đến 9). Với mỗi cách chọn $\overline{abc}$, chữ số d có 5 cách chọn (là 0, 2, 4, 6, 8). Vậy có tất cả $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 4\,500$ (số).

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

15. Mỗi tập hợp sau có bao nhiêu phần tử?

- a) Tập hợp A các số tự nhiên không vượt quá 20.
- b) Tập hợp B các số tự nhiên lẻ không vượt quá 20.
- c) Tập hợp C các số tự nhiên chẵn không vượt quá 20.
- d) Tập hợp D các số tự nhiên lớn hơn 20.
- e) Tập hợp E các số tự nhiên nhỏ hơn 0.

16. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3\}$. Hãy điền một kí hiệu thích hợp vào ô vuông.

$$\begin{array}{lll}
 3 \square A; & 4 \square A; & 12 \square A; \\
 \{2\} \square A; & \{1; 2\} \square A. &
 \end{array}$$

17. A có là tập hợp con của B không?

- a) $A = \{1; 3; 5\}$, $B = \{1; 3; 7\}$;
- b) $A = \{x, y\}$, $B = \{x, y, z\}$.

18. Điểm số của tám học sinh tổ 1 trong một bài kiểm tra môn Toán như sau :

An : 6, Bích : 8, Dũng : 7, Hà : 7
Mai : 9, Nam : 10, Tuấn : 5, Vân : 9.

- a) Viết tập hợp A tên các học sinh của tổ 1 đạt điểm giỏi (từ 8 trở lên).
b) Viết tập hợp B tên các học sinh của tổ 1 bị điểm dưới trung bình (dưới 5).

19. Cho hai tập hợp :

$A = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$, $B = \{3 ; 4\}$.

- a) Dùng kí hiệu $\subset$ để thể hiện quan hệ giữa hai tập hợp A và B.
b) Dùng hình vẽ minh họa hai tập hợp A và B.

20. Tổ 1 của lớp 6A có cả nam và nữ, tất cả các bạn nữ của tổ đều là học sinh giỏi. Gọi A là tập hợp các học sinh của tổ 1, gọi B là tập hợp các học sinh nữ của tổ 1, gọi E là tập hợp các học sinh giỏi của tổ 1. Dùng kí hiệu $\subset$ để thể hiện quan hệ giữa các tập hợp trên.

21. Trong các cách viết sau, cách viết nào đúng, cách viết nào sai ? Với các cách viết sai, sửa lại kí hiệu để được cách viết đúng.

a) $10 \in \mathbb{N}$; b) $4 \in \mathbb{N}^*$; c) $\{21\} \in \mathbb{N}$; d) $15 \subset \mathbb{N}$.

22. Cho tập hợp $M = \{2 ; 5 ; 10\}$. Viết các tập hợp con của M chỉ gồm các số chẵn.

Mức độ nâng cao

23. Cho ví dụ hai tập hợp A và B mà $A \subset B$ và $B \subset A$.

24. Cho hai tập hợp $E = \{a, b\}$, $F = \{a, b, c, d\}$.

- a) Dùng kí hiệu $\subset$ để thể hiện quan hệ giữa hai tập hợp E và F.
b) Dùng hình vẽ minh họa hai tập hợp E và F.
c) Viết các tập hợp con của tập hợp F mà có ba phần tử.

25. Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ có ba chữ số ?

§5. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP NHÂN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Với phép cộng, cần nhớ các tính chất :

- Giao hoán : $a + b = b + a$;
- Kết hợp : $(a + b) + c = a + (b + c)$.

2. Với phép nhân, cần nhớ các tính chất :

- Giao hoán : $a.b = b.a$;
- Kết hợp : $(a.b).c = a.(b.c)$;
- Nếu $a.b = 0$ thì có ít nhất một trong hai thừa số a và b bằng 0.

3. Giữa phép nhân và phép cộng có tính chất phân phối : $a(b + c) = ab + ac$.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
$15.12 + 15.4 + 15$ $= 15(12 + 4).$	$15.12 + 15.4 + 15$ $= 15(12 + 4 + 1).$

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Hãy nối mỗi ô của cột trái với một ô của cột phải sao cho thích hợp.

1) Tính chất giao hoán của phép cộng	A) $(a + b) + c = a + (b + c)$
2) Tính chất giao hoán của phép nhân	B) $(a.b).c = a.(b.c)$
3) Tính chất kết hợp của phép cộng	C) $a(b + c) = ab + ac$
4) Tính chất kết hợp của phép nhân	D) $a.b = b.a$
5) Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng	E) $a + b = b + a$

2. Số tự nhiên x thoả mãn điều kiện $7.(x - 2) = 0$. Số tự nhiên x bằng

- (A) 0 ; (B) 7 ; (C) 2 ; (D) Số tự nhiên bất kì lớn hơn 2.

Hãy chọn phương án đúng.

Đáp án

1. Nối 1 – E, nối 2 – D, nối 3 – A, nối 4 – B, nối 5 – C.

2. (C).

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 11. Cho ba chữ số 1, 2, 3. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số gồm cả ba chữ số trên.

- a) Viết tập hợp A.
- b) Tính tổng các phần tử của tập hợp A.

Giải

a) $A = \{123; 132; 213; 231; 312; 321\}$.

b) *Cách 1.* Tổng các phần tử của A là

$$123 + 132 + 213 + 231 + 312 + 321 = 1\,332.$$

Cách 2. Ở mỗi cột hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm, mỗi chữ số 1, 2, 3 đều có mặt hai lần. Tổng các chữ số ở mỗi hàng là

$$(1 + 2 + 3).2 = 12.$$

Tổng phải tìm là $12.(100 + 10 + 1) = 1\,332$.

Ví dụ 12. Tính nhanh:

- a) $3.125.121.8$;
- b) $98.132 + 264$.

Giải

a) $3.125.121.8 = (3.121).(125.8)$

$$= 363.1000 = 363\,000.$$

b) $98.132 + 264 = 98.132 + 2.132$

$$= (98 + 2).132 = 100.132 = 13\,200.$$

Lưu ý

Theo tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng, ta có

$$(a + b)c = ac + bc.$$

Cần làm quen với các bài toán vận dụng tính chất phân phối nói trên theo chiều ngược lại : viết tổng $ac + bc$ thành tích $(a + b)c$.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 13. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số ? Tính tổng của chúng.

Giải

Các số tự nhiên có hai chữ số là 10 ; 11 ; 12 ; ... ; 99.

Số các số này là : $99 - 10 + 1 = 90$ (số).

Ta có $A = 10 + 11 + \dots + 98 + 99$ (1)

$$A = 99 + 98 + \dots + 11 + 10. \quad (2)$$

Cộng (1) với (2) và áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng, ta được

$$A + A = (10 + 99) + (11 + 98) + \dots + (98 + 11) + (99 + 10)$$

$$= 109 + 109 + \dots + 109 + 109$$

nên $2A = 109.90$.

Do đó $A = 109.90 : 2 = 45.109 = 4\,905$.

Lưu ý

Với các dãy số mà số hạng đứng sau hơn số hạng đứng trước cùng một số đơn vị (ta gọi dãy có tính chất đó là dãy cộng), ta có thể tính tổng các số hạng của dãy theo cách làm như ở ví dụ trên.

Với cách làm như trên, ta rút ra quy tắc tính tổng : lấy số đầu cộng với số cuối, chia đôi, nhân với số số hạng (quy tắc dân gian : dĩ đầu, cộng vĩ, chiết bán, nhân chi).

Ví dụ 14. Các ống sắt của một nhà máy được xếp như theo kiểu của hình 6, trong đó hàng trên cùng có 5 ống, hàng dưới có nhiều hơn hàng liền trên một ống, hàng dưới cùng có 20 ống. Hỏi tất cả có bao nhiêu ống ?



Hình 6

Giải

Tổng số ống là

$$\begin{aligned} 5 + 6 + 7 + \dots + 20 &= (5 + 20) + (6 + 19) + (7 + 18) + \dots + (12 + 13) \\ &= 25.8 = 200 \text{ (ống)}. \end{aligned}$$

Ví dụ 15. So sánh hai số A và B mà không tính cụ thể giá trị của chúng :

a) $A = 2010.2010$; $B = 2009.2011$;

b) $A = 234\ 234.233$; $B = 233\ 233.234$.

Giải

a) $A = 2010.2010 = 2010(2009 + 1) = 2009.2010 + 2010.$ (1)

$B = 2009.2011 = 2009(2010 + 1) = 2009.2010 + 2009.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A > B$.

b) $A = 234.1001.233$; $B = 233.1001.234$. Vậy $A = B$.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

26. Viết số 7 dưới dạng tổng của hai số tự nhiên. Có mấy cách viết ?

27. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 38 < x \leq 41\}$.

Tính tổng tất cả các phần tử của A.

28. Cho $A = 274 + (158 + 26)$. Tính A theo hai cách :

– Cách 1 : Tính theo thứ tự đã chỉ ra trong biểu thức.

– Cách 2 : Tính nhanh.

29. Tính bằng cách nhanh chóng :

a) $367 + 129 + 133 + 371 + 17$;

b) $29 + 132 + 237 + 868 + 763$;

c) $652 + 327 + 148 + 15 + 73$.

30. Tính tổng của số tự nhiên lớn nhất có bốn chữ số khác nhau và số tự nhiên nhỏ nhất có bốn chữ số khác nhau.

31. Áp dụng các tính chất của phép nhân để tính nhanh :

a) $25.5.4.31.2$;

b) $37.64 + 37.36$;

c) $98.31 + 62$;

d) 635.2 ;

e) 375.4 ;

g) $(1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2001).(135\ 135.137 - 135.137\ 137)$.

32. Ta biết rằng $37.3 = 111$. Hãy tính nhanh : 37.18 .
33. So sánh hai số A và B mà không tính cụ thể giá trị của chúng :
- $A = 123.137\ 137$.
- $B = 137.123\ 123$.
34. Không làm phép nhân, hãy chứng tỏ rằng các kết quả của phép nhân sau đều bị sai :
- a) $184.18 = 3314$;
- b) $253.95 = 26\ 035$.
- Mức độ nâng cao*
35. Tính tổng các chữ số biểu thị bởi các dấu * :
- $$\overline{***} + \overline{***} = 1600.$$
36. Một cuốn sách có 120 trang. Để đánh số trang của cuốn sách đó, phải viết tất cả bao nhiêu chữ số ?
37. Tìm ba số tự nhiên lẻ liên tiếp, biết rằng tổng của số lớn nhất và số nhỏ nhất bằng 78.
38. Thực hiện phép tính để thấy rằng mỗi tích sau gồm toàn các chữ số như nhau :
- a) 3367.33 ;
- b) 3367.66 ;
- c) 3367.99 .
39. Bạn Mai phải nhân một số với 3. Nhưng do không cẩn thận, bạn đã nhân số đó với 8, do đó tích tăng thêm 120 đơn vị. Tìm tích đúng.
40. Trong một giải bóng đá ngoại hạng, có 20 đội bóng tham gia. Mỗi đội lần lượt đấu với tất cả các đội còn lại hai trận, một trận trên sân nhà và một trận trên sân khách. Có tất cả bao nhiêu trận đấu của giải ?

§6. PHÉP TRỪ VÀ PHÉP CHIA

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Điều kiện để thực hiện được phép trừ là số bị trừ lớn hơn hoặc bằng số trừ. Điều kiện để có hiệu $a - b$ là $a \geq b$.

2. Số tự nhiên a chia hết cho số tự nhiên b khác 0 nếu có số tự nhiên q sao cho $a = b.q$.

Chẳng hạn : 12 chia hết cho 4 vì $12 = 4.3$.

Trong phép chia hết ta có

$$\text{Số bị chia} = \text{Số chia} \times \text{Thương}.$$

3. Trong phép chia có dư ta có

$$\text{Số bị chia} = \text{Số chia} \times \text{Thương} + \text{Số dư}$$

$$a = b.q + r \text{ với } 0 < r < b.$$

4. Số chia bao giờ cũng khác 0.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

a chia cho b được thương là 3 còn dư 2. Cách viết:

Sai	Đúng
$a : b = 3 + 2$	$a = 3.b + 2$ (với $b > 2$).

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Điền các từ thích hợp (nhỏ hơn, lớn hơn, lớn hơn hoặc bằng, nhỏ hơn hoặc bằng, khác 1, khác 0) vào chỗ trống (...):

a) Điều kiện để thực hiện được phép trừ là số bị trừ ... số trừ.

b) Điều kiện để thực hiện được phép chia là số chia ...

c) Trong phép chia có dư, số dư bao giờ cũng ... số chia.

2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng với mọi số tự nhiên n ?

a) $n : 1 = n$;

b) $n : n = 1$;

c) $0 : n = 0$.

3. Điền vào chỗ trống :

a) Hiệu của số tự nhiên lớn nhất có ba chữ số khác nhau và số nhỏ nhất có ba chữ số khác nhau là ...

b) Số a chia cho 17 được thương là 5 và số dư là 13. Số a bằng ...

Đáp án

1. a) lớn hơn hoặc bằng ; b) khác 0 ; c) nhỏ hơn.

2. Chỉ có khẳng định a đúng với mọi số tự nhiên n . Các khẳng định b và c đúng với $n \neq 0$.

3. a) 885 ;

b) 98.

D. VÍ DỤ MINH HOẠ

Mức độ cơ bản

Ví dụ 16. Tìm số tự nhiên x , biết

$$(35 + x) - 81 = 54.$$

Giải

$$(35 + x) - 81 = 54$$

$$35 + x = 54 + 81 = 135$$

$$x = 135 - 35$$

$$x = 100.$$

Lưu ý. Quá trình suy nghĩ để tìm cách giải trên như sau :

– Số 54 là kết quả của phép trừ, để tìm số x cần tìm số bị trừ. Ta có

$$35 + x = 54 + 81$$

$$35 + x = 135.$$

– Số 135 là kết quả của phép cộng, số x là một số hạng nên

$$x = 135 - 35 = 100.$$

Ví dụ 17. Nêu hai cách tính nhẩm $720 : 12$.

Giải

$$\begin{aligned}\text{Cách 1 : } 720 : 12 &= 720 : (2.6) = (720 : 2) : 6 \\ &= 360 : 6 = 60.\end{aligned}$$

$$\text{Cách 2 : } 720 : 12 = (600 + 120) : 12 = 50 + 10 = 60.$$

Mức độ nâng cao

Ví dụ 18. Gọi A là tổng của các số tự nhiên chẵn có hai chữ số, B là tổng của các số tự nhiên lẻ có hai chữ số. Trong hai tổng A và B, tổng nào lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu ?

Giải

$$A = 10 + 12 + \dots + 98 = (98 + 10).45 : 2 = 2\,430.$$

$$B = 11 + 13 + \dots + 99 = (99 + 11).45 : 2 = 2\,475.$$

$$\text{Vậy } B > A \text{ và } B - A = 2\,475 - 2\,430 = 45.$$

Lưu ý

Có thể tính được hiệu $B - A$ mà không cần tính giá trị của mỗi biểu thức A và B.

Ta thấy mỗi tổng A và B đều có 45 số hạng. Mỗi số hạng của tổng B lớn hơn số hạng tương ứng của tổng A là 1. Do đó B lớn hơn A là $1.45 = 45$.

Ví dụ 19. Tìm số bị chia, số chia và thương của một phép chia hết, biết rằng nếu lấy số bị chia chia cho ba lần số chia thì được 8, nếu lấy số bị chia chia cho hai lần thương cũng được 8.

Giải

Gọi phép chia phải tìm là $a : b = c$.

$$\text{Ta có } a : (3b) = 8, \text{ tức là } (a : b) : 3 = 8 \text{ nên } a : b = 8.3 = 24. \text{ Vậy } c = 24.$$

$$\text{Ta có } a : (2c) = 8 \text{ nên } a : 48 = 8.$$

$$\text{Vậy } a = 48.8 = 384; \quad b = a : c = 384 : 24 = 16.$$

Ví dụ 20. Trong một phép chia có dư, số bị chia bằng 16, thương bằng 2. Tìm số chia và số dư.

Giải

Gọi số chia là b , số dư là r . Ta có

$$16 = 2b + r \text{ tức là } r = 16 - 2b, \text{ với } 0 < r < b.$$

$$\text{Từ } 16 - 2b > 0 \text{ suy ra } 2b < 16, \text{ tức là } b < 8. \quad (1)$$

$$\text{Từ } 16 - 2b < b \text{ suy ra } 16 < 3b, \text{ tức là } b > 5. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } b \in \{6; 7\}.$$

Với $b = 6$, ta có 16 chia cho 6 được 2, còn dư 4.

Với $b = 7$, ta có 16 chia cho 7 được 2, còn dư 2.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

41. Tìm số tự nhiên x , biết :

$$a) (x + 60) - 160 = 0 ;$$

$$b) (x - 425) + 317 = 914 ;$$

$$c) (235 - x) - 81 = 54 ;$$

$$d) 124 + (118 - x) = 217 ;$$

$$e) 156 - (x + 61) = 82 ;$$

$$g) 4\,221 : (x - 16) = 21.$$

42. Tính nhanh :

$$a) (317 + 49) - 117 ;$$

$$b) 867 - (167 + 80) ;$$

$$c) (1578 + 285) - 378 ;$$

$$d) 853 - (89 + 753) ;$$

$$e) 1637 - (137 - 98).$$

43. Tính hiệu của các số tự nhiên lớn nhất và nhỏ nhất gồm bốn chữ số 9, 7, 3, 0 (mỗi chữ số viết một lần).

44. Có hay không các phân tử của tập hợp B , biết rằng

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 - x = 7\}?$$

45. Hình vuông ở hình 7 có chín ô số, biết rằng nếu cộng các số theo từng dòng, hoặc theo từng cột, hoặc theo từng đường chéo thì đều được tổng bằng 15. Hãy điền số vào các ô còn trống.

4		
	5	
	1	

Hình 7

46. Tìm số tự nhiên x , biết :

a) $x : 13 = 41$;

b) $1\,428 : x = 14$;

c) $4x : 13 = 0$;

d) $7x - 7 = 714$;

e) $0 : x = 0$;

g) $x : 2 = x : 3$;

h) $2\,448 : [119 - (x - 6)] = 24$.

47. Tính nhẩm :

a) $(125.7) : 25$;

b) $3\,000 : 75$;

c) $3\,015 : 15$;

d) $4\,480 : (448 : 14)$.

48. Năm nhuận có 366 ngày. Hỏi năm nhuận gồm bao nhiêu tuần và còn dư mấy ngày ?

49. Viết dạng tổng quát của các số sau :

a) Số chia cho 2 thì dư 1.

b) Số chia cho 4 thì dư 3.

c) Số chia hết cho 7.

Mức độ nâng cao

50. Tìm số bị trừ, biết rằng tổng của số bị trừ, số trừ và hiệu bằng 24.

51. Thay các chữ a, b bởi các chữ số thích hợp :

$$\overline{120ab} : 376 = \overline{ab}.$$

52. Thay các chữ a, b, c bởi các chữ số thích hợp :

$$\overline{206abc} : 501 = \overline{abc}.$$

53. Tìm số bị chia và số chia nhỏ nhất để thương của phép chia là 12 và số dư là 32.

54. Ngày $2 - 9 - 2009$ vào thứ tư. Tính xem ngày $2 - 9 - 1945$ vào thứ mấy ?

55. Viết số tự nhiên nhỏ nhất có tổng các chữ số bằng :

a) 366 ;

b) 563.

56. Tìm số bị chia và số chia, biết rằng thương bằng 3, số dư bằng 20, tổng của số bị chia, số chia và số dư bằng 136.

57. Thay các dấu * bởi các chữ số thích hợp :

$$\overline{84**} : 47 = \overline{*8*}$$

58. Tìm số tự nhiên a sao cho chia nó cho 3 ta được số dư và thương bằng nhau.

59. Tìm số tự nhiên a khác 0 sao cho chia nó cho 8 ta được số dư gấp năm lần thương.

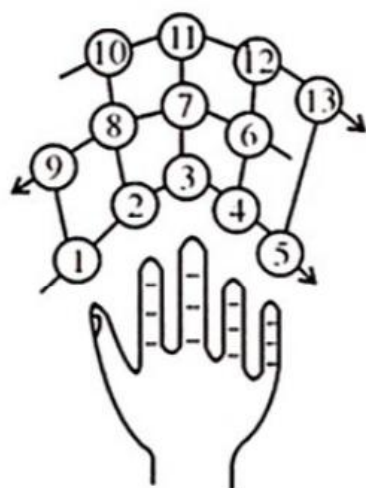
60. *Đố.* Ngọc đồ Tuấn xòe bàn tay ra và đếm trên các ngón tay như sau :

– Bắt đầu đếm từ ngón cái đến ngón út với các số 1, 2, 3, 4, 5.

– Quay trở lại từ ngón thứ tư đến ngón cái với các số 6, 7, 8, 9.

– Đếm tiếp từ ngón trỏ đến ngón út với các số 10, 11, 12, 13 (h.8).

Cứ đếm như vậy thì số 85 rơi vào ngón tay nào ?



Hình 8

§7. LUYỆN THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN. NHÂN HAI LUYỆN THỪA CÙNG CƠ SỐ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa : Luyện thừa bậc n của a là tích của n thừa số bằng nhau, mỗi thừa số bằng a.

$$a^n = \underbrace{a.a. \dots a}_{n \text{ thừa số}} \quad (n \neq 0)$$

a gọi là cơ số, n gọi là số mũ.

Định nghĩa trên được áp dụng để :

– Tính giá trị của một luyện thừa, chẳng hạn $2^3 = 2.2.2 = 8$.

– Viết gọn một tích bằng cách dùng luyện thừa, chẳng hạn $a.a.a.a.b.b.b = a^4b^3$.

2. Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng các số mũ.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
$a^3 \cdot a^2 = a^6$	$a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5$

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Khi nhân 5^4 với 5^3 ta được

- (A) 5^{12} ; (B) 5^7 ;
(C) 25^{12} ; (D) 25^7 .

Hãy chọn phương án đúng.

2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

- a) Số a^2 (với $a \in \mathbb{N}$) tận cùng bằng 0, 1, 4, 5, 6, 9.
b) Số a^2 (với $a \in \mathbb{N}$) không tận cùng bằng 2, 3, 7, 8.

Đáp án

1. (B). 2. a) Đúng ; b) Đúng.

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 21. Mặt Trăng cách Trái Đất $4 \cdot 10^5$ km, Mặt Trời cách Trái Đất $15 \cdot 10^7$ km. Hãy điền vào chỗ trống (...):

- a) Mặt Trăng cách Trái Đất ... nghìn ki-lô-mét.
b) Mặt Trời cách Trái Đất ... triệu ki-lô-mét.

Giải

- a) $4 \cdot 10^5 = 400\,000 = 400$ nghìn. Ta có :
Mặt Trăng cách Trái Đất 400 nghìn ki-lô-mét.

b) $15.10^7 = 150\,000\,000 = 150$ triệu. Ta có :

Mặt Trời cách Trái Đất 150 triệu ki-lô-mét.

Ví dụ 22. Viết kết quả của các phép tính sau dưới dạng một lũy thừa :

a) $25^2 - 24^2$; b) $6^2 - 3^2$; c) $8^4.2^3$.

Giải

a) $25^2 - 24^2 = 625 - 576 = 49 = 7^2$.

b) $6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27 = 3^3$.

c) $8^4.2^3 = 8^4.8 = 8^5$.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 23. Tìm số tự nhiên x, biết $x^{18} - x^3 = 0$.

Giải

$x^{18} - x^3 = 0$ nên $x^3(x^{15} - 1) = 0$. Suy ra $x^3 = 0$ hoặc $x^{15} = 1$.

Vậy $x = 0$ hoặc $x = 1$.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

61. Viết gọn các biểu thức sau bằng cách dùng lũy thừa :

a) $12.12.2.12.6$;

b) $25.5.4.2.10$;

c) $2.10.10.3.5.10$;

d) $a.a.a + b.b.b.b$.

62. Tính giá trị của các biểu thức :

a) $4.5^2 - 2.3^2$;

b) $5.2^2 + 3.4^2$;

c) $3^7.3^2 - 3^9$.

63. Viết kết quả của các phép tính sau dưới dạng một lũy thừa :

a) $8^5.8^2$;

b) $9^3.3^2$;

c) $2^7.5^7$.

64. Tìm số tự nhiên x , biết :

a) $3^x \cdot 3 = 243$; b) $2^x \cdot 7 = 56$.

Mức độ nâng cao

65. Tìm số tự nhiên x , biết :

a) $x^3 = 8^2$; b) $x^{20} = x$.

66. So sánh hai số.

$a = 2\,009^{10} + 2\,009^9$ và $b = 2\,010^{10}$.

67. Dùng năm chữ số 5 và dấu ngoặc, dấu các phép tính để viết biểu thức có giá trị bằng 10^6 .

68. Cho số tự nhiên a thoả mãn $10^{20} < a < 10^{21}$.

Số a có bao nhiêu chữ số?

69. Ở một siêu thị, người ta xếp các lon bia theo kiểu hình 9, trong đó kể từ trên xuống dưới thì

Tầng cao nhất có một lon.

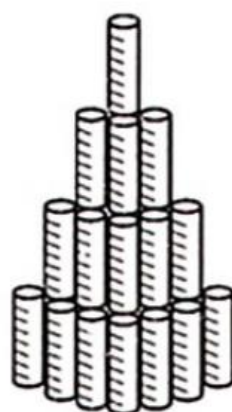
- Tầng cao thứ hai có hai hàng, mỗi hàng 2 lon.

- Tầng cao thứ ba có ba hàng, mỗi hàng 3 lon.

...

- Tầng cuối cùng có tám hàng, mỗi hàng 8 lon.

Tất cả có bao nhiêu lon bia ?



Hình 9

70*. Cho $a = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{50}$.

Bằng cách tính $2a$ rồi trừ đi a , hãy chứng tỏ rằng $a + 1$ là một lũy thừa của 2.

71. *Đố.* Một trong số 40 bạn học sinh lớp 6 đi tham quan được nhận một tặng phẩm. Ban tổ chức cho cả lớp xếp thành một hàng dọc và điểm danh 1, 2, 3, 4, ..., 40. Những người mang số lẻ bị loại, còn lại những người mang số 2, 4, 6, 8, ..., 40. Những người này lại tiếp tục điểm danh 1, 2, 3, 4, ..., 20, ai mang số lẻ lại bị loại. Cứ tiếp tục điểm danh như vậy cho đến khi chỉ còn một người và bạn đó được nhận tặng phẩm. Người đó là người điểm danh số nào trong lần điểm danh đầu tiên ?

§8. CHIA HAI LŨY THỪA CÙNG CƠ SỐ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số (cơ số khác 0), ta giữ nguyên cơ số và trừ các số mũ.

$$a^m : a^n = a^{m-n} \text{ với } a \neq 0 \text{ và } m \geq n.$$

2. Ta quy ước $a^0 = 1$ với $a \neq 0$.

$$3. \text{ Số } abcd = a.10^3 + b.10^2 + c.10 + d.10^0.$$

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
$a^6 : a^2 = a^3 \text{ (} a \neq 0 \text{)}$	$a^6 : a^2 = a^{6-2} = a^4 \text{ (} a \neq 0 \text{)}$

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hãy chọn phương án đúng.

1. Khi chia 7^8 cho 7^2 ta được

(A) 7^6 ; (B) 1^6 ; (C) 7^4 ; (D) 7^{10} .

2. Khi chia 3^4 cho 3^4 ta được

(A) 3; (B) 1; (C) 0; (D) 3^8 .

Đáp án

1. (A). 2. (B).

D. VÍ DỤ MINH HOẠ

Mức độ cơ bản

Ví dụ 24. Viết thương $27^6 : 3^3$ dưới dạng một lũy thừa.

Giải

$$27^6 : 3^3 = 27^6 : 27 = 27^5.$$

Mức độ nâng cao

Ví dụ 25. Khối lượng của Trái Đất bằng 6.10^{21} tấn, khối lượng của Mặt Trời bằng 198.10^{25} tấn. Khối lượng của Mặt Trời gấp bao nhiêu lần khối lượng của Trái Đất?

Giải

Khối lượng của Mặt Trời gấp khối lượng của Trái Đất :

$$(198.10^{25}) : (6.10^{21}) = 33.10^4 = 330\,000 \text{ (lần)}.$$

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

72. Thực hiện phép tính :

a) $3^6 : 3^2 - 3^4$; b) $5^3 : 5^3 + 1$.

73. So sánh $a = 3^6 : 3^2$ và $b = 4^7 : 4^3$.

74. Tìm số tự nhiên x , biết $x^6 : x^3 = 125$.

Mức độ nâng cao

75. Thực hiện phép tính $(2^{13} + 2^5) : (2^{10} + 2^2)$.

§9. THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Khi thực hiện phép tính trong biểu thức, cần chú ý hai trường hợp :

a) Trường hợp biểu thức không có dấu ngoặc :

– Nếu chỉ có phép cộng, trừ hoặc chỉ có phép nhân, chia, ta thực hiện phép tính theo thứ tự từ trái sang phải.

Chẳng hạn : $37 - 21 + 9 = 16 + 9 = 25$; $60 : 4.5 = 15.5 = 75$.

Nếu có các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa, ta thực hiện phép tính nâng lên lũy thừa trước, rồi đến nhân và chia, cuối cùng đến cộng và trừ.

Chẳng hạn : $2.3^2 - 4.3 = 2.9 - 4.3 = 18 - 12 = 6.$

b) Trường hợp biểu thức có dấu ngoặc :

Ta thực hiện phép tính trong dấu ngoặc tròn () trước, rồi thực hiện phép tính trong dấu ngoặc vuông [], cuối cùng thực hiện phép tính trong dấu ngoặc nhọn { }.

Chẳng hạn : $400 : \{ 2.[50 - (31 - 6)] \} = 400 : \{ 2.[50 - 25] \}$
 $= 400 : \{ 2.25 \} = 400 : 50 = 8.$

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
$3.2^3 = 6^3$	$3.2^3 = 3.8$

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hãy chọn phương án đúng.

1. Giá trị của biểu thức $100 - (74 - 16)$ bằng

(A) 52 ; (B) 42 ; (C) 10 ; (D) 32.

2. Giá trị của biểu thức $17 + 3.2^3$ bằng

(A) 41 ; (B) 160 ; (C) 35 ; (D) 233.

Đáp án

1. (B). 2. (A).

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 26. Thực hiện phép tính :

a) $13.3^3 + 17.3^3$;

b) $76 : [26 + (16 - 2.7)^3]$.

Giải

a) $13.3^3 + 17.3^3 = (13 + 17).3^3 = 30.27 = 810.$

b) $76 : [26 + (16 - 2.7)^3] = 76 : [26 + (16 - 14)^3]$
 $= 76 : [26 + 2^3] = 76 : [26 + 8] = 76 : 34 = 42.$

Mức độ nâng cao

Ví dụ 27. Thêm các dấu ngoặc vào biểu thức sau để kết quả của phép tính là một số tự nhiên :

$$60 : 7 - 3 + 8.$$

Giải

Cách 1. $60 : (7 - 3) + 8 = 23.$

Cách 2. $60 : (7 - 3 + 8) = 5.$

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

76. Thực hiện phép tính :

a) $253 - 137 + 25 ;$

b) $418 - 259 - 31 ;$

c) $3\,200 : 40 \cdot 2 ;$

d) $3\,920 : 28 : 2 ;$

e) $615 + 185 : 5 ;$

g) $185 + 215 \cdot 309 ;$

h) $44\,351 - 351 \cdot 105 ;$

i) $5^6 : 5^3 + 3^2 \cdot 3^3 - 3^4 \cdot 3 ;$

k) $3^6 : 3^2 + 2^3 \cdot 2^2 - 3^3 \cdot 3 ;$

l) $3^8 : 3^4 - 9^5 : 9^3.$

77. Hãy viết các phép tính sau thành một dãy tính gộp, chẳng hạn $5 - 2 = 3$;
 $10 - 3 = 7$ viết thành $10 - (5 - 2) :$

a) $27 + 38 = 65 ;$ $80 - 65 = 15.$

b) $23 + 7 = 30 ;$ $30 : 2 = 15 ; 55 - 15 = 40.$

78. Thực hiện phép tính :

a) $36 \cdot 68 + 68 \cdot 64 ;$

b) $39 \cdot 113 + 87 \cdot 39 ;$

c) $2^3 \cdot 15 + 2^3 \cdot 35 ;$

d) $[600 - (40 : 2^3 + 3 \cdot 5^3)] : 5.$

79. Tìm số tự nhiên x, biết :

a) $(x - 35) - 120 = 0 ;$

b) $310 - (118 - x) = 217 ;$

c) $156 - (x + 61) = 82 ;$

d) $814 - (x - 305) = 712 ;$

e) $2x - 138 = 2^3 \cdot 3^2 ;$

g) $5(x + 35) = 515 ;$

h) $20 - [7(x - 3) + 4] = 2 ;$

i) $[(6x - 39) : 3] \cdot 28 = 5628.$

80. Tìm số tự nhiên x , biết :

a) $4x^3 + 12 = 120$;

b) $3 \cdot 2^x - 3 = 45$;

c) $1\,500 : [(30x + 40) : x] = 30$.

§10. TÍNH CHẤT CHIA HẾT CỦA MỘT TỔNG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Nhớ lại định nghĩa về chia hết học ở §6 : Số tự nhiên a chia hết cho số tự nhiên b khác 0 nếu có số tự nhiên k sao cho $a = bk$.

$$a : b \Leftrightarrow a = bk \text{ với } k \in \mathbb{N}.$$

2. Tính chất 1 (để chứng minh sự chia hết) :

– Đối với một tổng :

$$a : m, b : m \Rightarrow (a + b) : m ;$$

$$a : m, b : m, c : m \Rightarrow (a + b + c) : m.$$

– Đối với một hiệu :

$$a : m, b : m \Rightarrow (a - b) : m.$$

3. Tính chất 2 (để chứng minh sự không chia hết):

– Đối với một tổng :

$$a \not: m, b : m \Rightarrow (a + b) \not: m ;$$

$$a \not: m, b : m, c : m \Rightarrow (a + b + c) \not: m.$$

– Đối với một hiệu :

$$a \not: m, b : m \Rightarrow (a - b) \not: m ;$$

$$a : m, b \not: m \Rightarrow (a - b) \not: m.$$

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Nếu các số tự nhiên a và b không chia hết cho 3 thì tổng $a + b$ không chia hết cho 3.	Tổng $a + b$ có thể chia hết cho 3 (Chẳng hạn $4 + 5 = 9$) hoặc không chia hết cho 3 (Chẳng hạn $4 + 7 = 11$)

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Điền các kí hiệu $:$ hoặc $\nmid$ vào chỗ trống (...):

a) Nếu $a : 6, b : 6, c : 6$ thì tổng $a + b + c \dots 6$.

b) Nếu $a : 7, b : 7, c \nmid 7$ thì tổng $a + b + c \dots 7$.

c) Nếu $a : 2, b \nmid 2, c \nmid 2$ thì tổng $a + b + c \dots 2$.

d) Nếu $a : 5$ và $b \nmid 5$ thì tích $ab \dots 5$.

2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) Nếu mỗi số hạng của tổng không chia hết cho 4 thì tổng đó không chia hết cho 4.

b) Nếu một tổng chia hết cho 3 thì mỗi số hạng của tổng đó chia hết cho 3.

3. Nếu $x : 4$ và $y : 6$ thì $x + y$ chia hết cho

(A) 2 ; (B) 4 ; (C) 6 ; (D) 10.

Hãy chọn phương án đúng.

Đáp án

1. a) $:$; b) $\nmid$; c) $:$; d) $:$.

2. a) Sai ; b) Sai. 3. (A).

D. VÍ DỤ MINH HOẠ

Mức độ cơ bản

Ví dụ 28. Khi chia số tự nhiên a cho 12, ta được số dư là 42. Số a có chia hết cho 6 không?

Giải

Số a chia cho 12 dư 42 nên $a = 12k + 42$ với $k \in \mathbb{N}$.

Ta có $12k \div 6$ và $42 \div 6$ nên $12k + 42 \div 6$.

Vậy a chia hết cho 6.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 29. Hãy chứng tỏ rằng nếu lấy một số tự nhiên có hai chữ số (chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị) trừ đi số gồm hai chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại, ta được một số chia hết cho 9.

Giải

Gọi số tự nhiên có hai chữ số là $\overline{ab}$ ($a, b \in \mathbb{N} ; a > b$).

Số gồm hai chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại là $\overline{ba}$.

Ta có $\overline{ab} - \overline{ba} = (10a + b) - (10b + a) = 9a - 9b$.

Số bị trừ và số trừ đều chia hết cho 9. Vậy $\overline{ab} - \overline{ba}$ chia hết cho 9.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

81. Không tính giá trị của biểu thức, hãy xét xem các tổng sau có chia hết cho 7 hay không ?

a) $28 + 42 + 210$;

b) $35 + 55 + 140$;

c) $16 + 40 + 490$.

82. Hiệu sau chia hết cho số nào trong các số 3, 5, 7, 9 ?

$A = 3.5.7.9.11 - 60$.

Mức độ nâng cao

83. Chứng tỏ rằng trong ba số tự nhiên liên tiếp có một số chia hết cho 3, trong bốn số tự nhiên liên tiếp có một số chia hết cho 4.

84. Tổng của ba số tự nhiên liên tiếp có chia hết cho 3 không ? Tổng của bốn số tự nhiên liên tiếp có chia hết cho 4 không ?

85. Chứng tỏ rằng số có dạng $\overline{abba}$ bao giờ cũng chia hết cho 11.
86. Cho biết hiệu $\overline{abc} - \overline{deg}$ chia hết cho 13. Chứng tỏ rằng số $\overline{abcdeg}$ chia hết cho 13.
87. Tìm số tự nhiên n sao cho :
- $n + 8$ chia hết cho $n + 3$;
 - $n + 6$ chia hết cho $n - 1$;
88. Tìm số tự nhiên n , sao cho :
- $4n - 5$ chia hết cho $2n - 1$;
 - $12 - n$ chia hết cho $8 - n$.
89. Có số tự nhiên nào mà chia cho 12 thì dư 8, còn chia cho 16 thì dư 2 không ?
- 90*. Cho $B = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{60}$. Chứng tỏ rằng :
- B chia hết cho 4 ;
 - B chia hết cho 13.

§11. DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 2, CHO 5

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Dấu hiệu chia hết cho 2 :

– Các số có chữ số tận cùng là chữ số chẵn (tức là các chữ số 0, 2, 4, 6, 8) thì chia hết cho 2.

– Và chỉ những số đó mới chia hết cho 2.

2. Dấu hiệu chia hết cho 5 :

– Các số có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5.

– Và chỉ những số đó mới chia hết cho 5.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Trong các số tự nhiên không quá 100, có 50 số lẻ và 50 số chẵn.	Trong các số tự nhiên không quá 100, có 50 số lẻ và 51 số chẵn.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Điền các từ thích hợp (chữ số lẻ, chữ số chẵn) vào chỗ trống (...):

- a) Các số có chữ số tận cùng là ... thì chia hết cho 2.
- b) Các số có chữ số tận cùng là ... thì không chia hết cho 2.

2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

- a) Số có chữ số tận cùng là 4 thì chia hết cho 2.
- b) Số chia hết cho 2 thì có chữ số tận cùng là 4.
- c) Số chia hết cho 5 thì có chữ số tận cùng là 5.
- d) Số có chữ số tận cùng là 5 thì chia hết cho 5.

Đáp án

- 1. a) chữ số chẵn ; b) chữ số lẻ.
- 2. a) Đúng ; b) Sai ; c) Sai ; d) Đúng.

D. VÍ DỤ MINH HOẠ

Mức độ cơ bản

Ví dụ 30. Cho các số 3 476, 1 254, 3 261, 4 735, 6 420.

Trong các số trên :

- a) Số nào chia hết cho 2 mà không chia hết cho 5 ?
- b) Số nào chia hết cho 5 mà không chia hết cho 2 ?
- c) Số nào chia hết cho cả 2 và 5 ?

Giải

a) Số chia hết cho 2 mà không chia hết cho 5 có chữ số tận cùng là 2, 4, 6, 8.
Trong các số đã cho, các số 3 476 và 1 254 chia hết cho 2 mà không chia hết cho 5.

b) Số chia hết cho 5 mà không chia hết cho 2 có chữ số tận cùng là 5. Trong các số đã cho, chỉ có số 4 735 chia hết cho 5 mà không chia hết cho 2.

c) Số chia hết cho cả 2 và 5 có chữ số tận cùng là 0. Trong các số đã cho, chỉ có số 6 420 chia hết cho cả 2 và 5.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 31. Dùng bốn chữ số 1, 3, 6, 0 để ghép thành số chia hết cho 2 có bốn chữ số (mỗi chữ số viết một lần). Có thể viết được tất cả bao nhiêu số như vậy ?

Giải

Số chia hết cho 2 phải tận cùng bởi chữ số chẵn. Do đó chữ số tận cùng của số cần lập phải là 6 hoặc 0.

Xét chữ số tận cùng là 6. Còn lại ba chữ số 1, 3, 0. Có bốn cách viết là 130, 103, 310, 301. Do đó có bốn số lập được có tận cùng bằng 6 là 1306, 1036, 3106, 3016.

Xét chữ số tận cùng là 0. Còn lại ba chữ số là 1, 3, 6. Có sáu cách viết là 136, 163, 316, 361, 613, 631. Do đó có sáu số lập được có tận cùng bằng 0 là 1360, 1630, 3160, 3610, 6130, 6310.

Lập được tất cả mười số.

Ví dụ 32. Thay dấu * bởi chữ số thích hợp để số $\overline{170*}$ chia hết cho 5 và chia hết cho 11.

Giải

Số $\overline{170*} : 5$ nên chữ số tận cùng phải bằng 0 hoặc 5.

Xét $* = 0$ ta được số 1700, số này không chia hết cho 11.

Xét $* = 5$ ta được số 1705, số này chia hết cho 11 (vì $1705 : 11 = 155$).

Vậy 1705 chia hết cho 5 và 11.

Lưu ý

Số cần tìm phải thỏa mãn hai điều kiện : chia hết cho 5 và chia hết cho 11.

Ta bắt đầu từ điều kiện cho 5 trước, suy ra $* = 0$ hoặc $* = 5$.

Bằng cách thử trực tiếp chia cho 11, số 1700 không chia hết cho 11, số 1705 chia hết cho 11.

Ở ví dụ trên, để tìm số thoả mãn hai điều kiện, ta tìm các số thoả mãn điều kiện thứ nhất, rồi thử trong các số tìm được để chọn ra số thoả mãn điều kiện thứ hai. Đó là đáp số của bài toán.

Ví dụ 33*. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số :

- a) Các chữ số khác nhau ?
- b) Không chia hết cho 5, các chữ số khác nhau ?
- c) Chia hết cho 5, các chữ số khác nhau ?

Giải

a) Gọi các số phải đếm là $\overline{abc}$. Chữ số a có 9 cách chọn (từ 1 đến 9). Với mỗi cách chọn a thì b có 9 cách chọn (từ 0 đến 9, khác a). Với mỗi cách chọn $\overline{ab}$ thì c có 8 cách chọn (từ 0 đến 9, khác a và b).

Vậy có $9.9.8 = 648$ số có ba chữ số, các chữ số khác nhau.

b) Gọi các số phải đếm là $\overline{abc}$. Chữ số c có 8 cách chọn (là 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9). Với mỗi cách chọn c thì a có 8 cách chọn (từ 1 đến 9, khác c). Với mỗi cách chọn c và a thì b có 8 cách chọn (từ 0 đến 9, khác c và a).

Vậy có $8.8.8 = 512$ số có ba chữ số, không chia hết cho 5, các chữ số khác nhau.

c) Từ câu a và câu b suy ra : Có $648 - 512 = 136$ số có ba chữ số, chia hết cho 5, các chữ số khác nhau.

Lưu ý

a) Ở câu a, ta đếm các số theo thứ tự $a \rightarrow b \rightarrow c$.

b) Ở câu b, ta đếm các số theo thứ tự $c \rightarrow a \rightarrow b$. Một câu hỏi đặt ra : Nếu vẫn đếm theo thứ tự $a \rightarrow b \rightarrow c$ thì sao ? Giả sử vẫn đếm theo thứ tự $a \rightarrow b \rightarrow c$.

Gọi $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 7; 8; 9\}$.

Chữ số a có 9 cách chọn (từ 1 đến 9).

Với mỗi cách chọn a thì b có 9 cách chọn (từ 0 đến 9, khác a).

Với mỗi cách chọn a và b thì c có thể có 8 hoặc 7 hoặc 6 cách chọn tùy theo trong a và b không có, hoặc có 1 hoặc có 2 chữ số thuộc A . Việc đếm số sẽ rất phức tạp.

Sở dĩ việc đếm số theo thứ tự $c \rightarrow a \rightarrow b$ được đơn giản vì với thứ tự đếm như vậy, các chữ số mà a nhận bao gồm hết các chữ số mà c nhận, các chữ số mà b nhận bao gồm hết các chữ số mà a nhận.

Ta rút ra một kết luận : Nên đếm theo thứ tự sao cho các chữ số đếm sau bao gồm hết các chữ số đếm trước.

c) Ở câu c ta đếm số theo cách gián tiếp dựa vào các câu a và b. Nếu đếm trực tiếp không dựa vào các câu a và b, ta giải như sau :

Chữ số c có hai cách chọn là 0 và 5. Ta gặp khó khăn vì chữ số đếm sau là a lại không nhận giá trị 0 của chữ số đếm trước. Để giải quyết khó khăn này, ta phải xét riêng trường hợp $c = 0$.

-- Trường hợp 1 : Xét các số dạng $ab0$. Chữ số a có 9 cách chọn (từ 1 đến 9). Với mỗi cách chọn a thì b có 8 cách chọn (từ 0 đến 9, khác a và 0). Có $9.8 = 72$ số.

-- Trường hợp 2 : Xét các số dạng $ab5$. Chữ số a có 8 cách chọn (từ 1 đến 9, khác 5). Với mỗi cách chọn a thì b có 8 cách chọn (từ 0 đến 9, khác 5 và a). Có $8.8 = 64$ số.

Vậy có $72 + 64 = 136$ số có ba chữ số, chia hết cho 5, các chữ số khác nhau.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

91. Không tính giá trị của biểu thức, cho biết tổng sau có chia hết cho 2 không ?

a) $125 + 214 + 316$;

b) $136 + 348 + 165 + 17$.

1

2

9

92. Có ba tấm bìa ghép thành số 129 (h.10). Hãy nêu cách đổi chỗ một tấm bìa để được một số chia hết cho 2.

Hình 10

93. Tổng (hiệu) sau đây có chia hết cho 2 không, có chia hết cho 5 không ?

a) $2.3.4.5.6 + 82$;

b) $2.3.4.5.6 - 95$.

94. Tìm tập hợp các số p vừa chia hết cho 2, vừa chia hết cho 5, biết rằng

$1\,995 \leq p \leq 2\,015$.

Mức độ nâng cao

95. Chứng tỏ rằng tích của hai số tự nhiên liên tiếp bao giờ cũng là số chẵn.
96. Chứng tỏ rằng tích $n(n + 5)$ là số chẵn với mọi số tự nhiên n .
97. Cho A là tổng các số lẻ có hai chữ số :
- $$A = 11 + 13 + 15 + \dots + 99.$$
- Không tính giá trị của A , cho biết A là số chẵn hay số lẻ.
98. Một tháng có ba ngày thứ năm là ngày chẵn. Hỏi ngày chủ nhật cuối cùng của tháng đó là ngày bao nhiêu ?
99. Cho dãy số $1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; \dots$ trong đó kể từ số thứ ba trở đi, mỗi số bằng tổng của hai số liền trước. Trong 100 số đầu tiên của dãy số trên, có bao nhiêu số chẵn ?
100. Dùng cả ba chữ số 4, 0, 5 hãy ghép thành các số tự nhiên có ba chữ số :
- a) Chia hết cho 2 ;
 - b) Chia hết cho 5 ;
 - c) Chia hết cho cả 2 và 5.
101. Từ 15 đến 120 có bao nhiêu số chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5 ?
102. Dùng cả ba chữ số 4, 5, 7, hãy ghép thành các số tự nhiên có ba chữ số :
- a) Nhỏ nhất và chia hết cho 2 ;
 - b) Lớn nhất và chia hết cho 5.
103. Cho số $n = 5a + 4b$ (a và b là các số tự nhiên).
- Tìm các số a và b để :
- a) n chia hết cho 2 ;
 - b) n chia hết cho 5 ;
 - c) n chia hết cho 10.

- 104*.** Tìm số tự nhiên n lớn nhất có hai chữ số sao cho $n^2 - n$ chia hết cho 5.
- 105.** Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số chia hết cho 5, chữ số hàng nghìn là 6, các chữ số hàng trăm và hàng chục bằng nhau ?
- 106.** Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5, gồm ba chữ số, hai chữ số đầu tiên khác nhau ?
- 107*.** Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ có ba chữ số, các chữ số khác nhau ?

§12. DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 3, CHO 9

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Dấu hiệu chia hết cho 9 :

- Các số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9.
- Và chỉ những số đó mới chia hết cho 9.

Chẳng hạn : $378 : 9$ vì $3 + 7 + 8 = 18 : 9$;

$$253 \not\vdots 9 \text{ vì } 2 + 3 + 5 = 10 \not\vdots 9.$$

2. Dấu hiệu chia hết cho 3 :

- Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3.
- Và chỉ những số đó mới chia hết cho 3.

3. Số nào chia hết cho 9 thì cũng chia hết cho 3. Nhưng một số chia hết cho 3 có thể không chia hết cho 9, chẳng hạn $15 : 3$ nhưng $15 \not\vdots 9$.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Một số chia hết 9 thì tổng các chữ số của nó bằng 9	Một số chia hết cho 9 thì tổng các chữ số của nó chia hết cho 9.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

a) Số chia hết cho 9 có thể không chia hết cho 3.

b) Số chia hết cho 3 có thể không chia hết cho 9.

c) Nếu một số không chia hết cho 9 thì tổng các chữ số của nó không chia hết cho 9.

d) Nếu tổng các chữ số của số a chia cho 9 dư r thì số a chia cho 9 dư r .

2. Trong các số 1323, 4617, 7431, 8946, số chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9 là

(A) 1323 ; (B) 4617 ; (C) 7431 ; (D) 8946.

Hãy chọn phương án đúng.

Đáp án

1. a) Sai ; b) Đúng ; c) Đúng ; d) Đúng.

2. (C).

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 34. Thay dấu $*$ bởi các chữ số thích hợp để số $1*5$ chia hết cho 3.

Giải

$1*5 \div 3$ nên tổng các chữ số chia hết cho 3, tức là $(1 + * + 5) \div 3$, do đó $(6 + *) \div 3$. Suy ra $* \in \{0 ; 3 ; 6 ; 9\}$.

Ta có các số 105, 135, 165, 195 chia hết cho 3.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 35. Thay dấu $*$ bởi các chữ số thích hợp

$$\begin{array}{r} **** \\ \times \quad 9 \\ \hline 212*3 \end{array}$$

Tìm cách giải

Ta có thể nghĩ đến tìm từng chữ số của thừa số thứ nhất : chữ số tận cùng bằng 7 vì chỉ có 7 mới nhân với 9 cho tận cùng bằng 3. Ta có $7 \cdot 9 = 63$. Tiếp tục : 9 nhân * cộng 6 có tận cùng bằng *. Ta gặp bế tắc.

Hãy chú ý đến tích là một số chia hết cho 9.

Giải. Thừa số thứ hai là 9 nên tích là một số chia hết cho 9. Do đó tổng các chữ số của nó chia hết cho 9 : tức là $(2 + 1 + 2 + * + 3) : 9$, suy ra $(8 + *) : 9$.

Vậy $* = 1$. Tích bằng 21 213.

Thừa số thứ nhất bằng $21\ 213 : 9 = 2357$.

Phép tính được diễn đầy đủ như sau :

$$\begin{array}{r} 2357 \\ \times \quad 9 \\ \hline 21213 \end{array}$$

Ví dụ 36. Mai có bốn túi kẹo :

túi thứ nhất có 17 chiếc, túi thứ hai có 20 chiếc,

túi thứ ba có 22 chiếc, túi thứ tư có 23 chiếc.

Mai cho hai bạn Bích và Chi ba túi kẹo, trong đó số kẹo cho Bích gấp đôi số kẹo cho Chi. Hỏi Mai còn lại túi kẹo nào ?

Giải

Cách 1. Số kẹo mà Mai cho Bích gấp đôi số kẹo mà Mai cho Chi, do đó số kẹo mà Mai cho Bích và Chi là một số chia hết cho 3.

Ta xét các trường hợp :

$$17 + 20 + 22 = 59, \text{ không chia hết cho } 3;$$

$$17 + 20 + 23 = 60, \text{ chia hết cho } 3;$$

$$17 + 22 + 23 = 62, \text{ không chia hết cho } 3;$$

$$20 + 22 + 23 = 65, \text{ không chia hết cho } 3.$$

Như vậy, Mai đã cho Bích và Chi các túi kẹo chứa 17 chiếc, 20 chiếc, 23 chiếc, còn lại túi kẹo chứa 22 chiếc.

Cách 2. Tổng số kẹo bằng $17 + 20 + 22 + 23 = 82$ (chiếc). Đó là số chia hết cho 3 dư 1.

Số kẹo mà Mai đã cho Bích và Chi là một số chia hết cho 3. Do đó số kẹo còn lại là số chia cho 3 dư 1.

Trong bốn số 17, 20, 22, 23 chỉ có 22 là số chia cho 3 dư 1. Vậy túi kẹo còn lại chứa 22 chiếc.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

108. Cho các số 3 261, 4 626, 7 643, 5 235. Trong các số trên :

a) Số nào chia hết cho 9 ?

b) Số nào chia hết cho 3 ?

109. Viết số tự nhiên nhỏ nhất :

a) Chia hết cho 9, có năm chữ số ;

b) Chia hết cho 3, có sáu chữ số.

110. Dùng ba trong bốn chữ số 2, 6, 7, 0, viết tất cả các số tự nhiên có ba chữ số sao cho :

a) Số đó chia hết cho 9 ;

b) Số đó chia hết cho 3.

111. Dùng ba trong bốn chữ số 4, 3, 1, 5 ghép lại thành số chia hết cho 9 và chia hết cho 5. Viết tất cả các số lập được.

Mức độ nâng cao

112. Gọi A là tập hợp các số chia hết cho 3, B là tập hợp các số chia hết cho 9. Dùng kí hiệu $\subset$ để thể hiện quan hệ giữa hai tập hợp A và B.

113. Thay dấu * bởi các chữ số thích hợp để :

a) $2*31$ chia cho 9 thì dư 2 ;

b) $25*3*$ chia hết cho các số 2, 3, 5.

114. Dùng ba trong bốn chữ số 5, 4, 3, 2, viết tất cả các số tự nhiên có ba chữ số chia hết cho cả ba số 2, 3, 9.
115. Các số sau đây có chia hết cho 3, cho 9 không ?
- a) $10^{11} + 8$; b) $10^{10} - 4$.
116. Thay các dấu * và các chữ bởi các chữ số thích hợp để :
- a) $\overline{24*68*}$ chia hết cho 45 (chia hết cho cả 5 và 9) ;
- b) $\overline{****.9} = \overline{1192*}$;
- c) $\overline{abcd0} - \overline{abcd} = \overline{2261*}$ (Lưu ý: Hiệu là một số chia hết cho 9).
117. Tìm các chữ số a và b sao cho $a - b = 5$ và $\overline{35a4b}$ chia hết cho 3.
118. Vì sao tích $n(n + 4)(n + 8)$ chia hết cho 3 với mọi số tự nhiên n ?
- 119*. An nghĩ một số tự nhiên có ba chữ số rồi trừ đi tổng các chữ số của nó, được kết quả là một số có ba chữ số. An chỉ nói cho Bách biết hai chữ số của kết quả : chữ số hàng trăm là 6, chữ số hàng chục là 5. Thế mà Bách tìm ra được chữ số hàng đơn vị. Đó là chữ số nào ?
120. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số, tận cùng bằng 1 và chia hết 3 ?
121. Viết các số tự nhiên liên tiếp từ 10 đến 99 ta được số A. Số A có chia hết cho 9 không ?

§13. ƯỚC VÀ BỘI

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Nếu có số tự nhiên a chia hết cho số tự nhiên b thì ta nói a là bội của b, còn b gọi là ước của a. Ta nhắc lại :

$$a : b \Leftrightarrow a = bk \text{ với } k \in \mathbb{N}.$$

2. Ta có thể tìm các bội của một số khác 0 bằng cách nhân số đó lần lượt với 0, 1, 2, 3, ...

Chẳng hạn $B(4) = \{0; 4; 8; 12; \dots\}$.

3. Ta có thể tìm các ước của a ($a > 1$) bằng cách chia a cho các số tự nhiên từ 1 đến a để xét xem a chia hết cho những số nào, khi đó các số ấy là ước của a .

Chẳng hạn để tìm các ước của 12, xét các phép chia số 12 cho 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 12, ta thấy 12 chia hết cho 1, cho 2, cho 3, cho 4, cho 6, cho 12. Do đó

$$U(12) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}.$$

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Nếu số tự nhiên a là bội của số tự nhiên b thì $a \geq b$.	Nếu số tự nhiên a là bội của số tự nhiên b mà $a \neq 0$ thì $a \geq b$.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Điền các từ thích hợp (ước, bội) vào chỗ trống (...):

a) Nếu có số tự nhiên x chia hết cho số tự nhiên y thì ta nói y là ... của x và x là ... của y .

b) Số có chữ số tận cùng bằng 0 là ... của 2 và là ... của 5.

2. Điền vào chỗ trống (...):

a) Số ... là bội của mọi số tự nhiên khác 0.

b) Số ... là ước của mọi số tự nhiên.

c) Tập hợp các ước của 9 là ...

d) Tập hợp các ước của 6 là ...

Đáp án

1. a) ước, bội ; b) bội, bội.

2. a) 0 ; b) 1 ; c) $\{1; 3; 9\}$; d) $\{1; 2; 3; 6\}$.

D. VÍ DỤ MINH HOẠ

Mức độ cơ bản

Ví dụ 37. Cho các số 4, 12, 16, 18, 30, 60, 68. Trong các số đó :

- a) Số nào là ước của 60 ?
- b) Số nào là bội của 4 ?

Giải

- a) Trong các số trên, có các ước của 60 là 4, 12, 30, 60.
- b) Trong các số trên, có các bội của 4 là 4, 12, 16, 60, 68.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 38.

- a) Tìm tập hợp các ước của 26.
- b) Tìm các số tự nhiên x và y sao cho

$$(x - 2)(2y + 3) = 26.$$

Giải

- a) Tập hợp các ước của 26 là

$$U(26) = \{1; 2; 13; 26\}.$$

- b) $2y + 3$ là ước của 26. Ta lại có $2y + 3$ là số lẻ và $2y + 3 \geq 3$ nên $2y + 3 = 13$. Suy ra $2y = 10$, do đó $y = 5$.

Do $2y + 3 = 13$ nên $x - 2 = 2$. Suy ra $x = 2 + 2 = 4$.

Vậy $x = 4$; $y = 5$.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

- 122.** a) Tìm tất cả các ước của 12.

- b) Trong các ước của 12, số nào lớn nhất ?

- 123.** a) Viết tập hợp các bội của 4.

- b) Trong các bội khác 0 của 4, số nào nhỏ nhất ?
- c) Viết dạng tổng quát của một số là bội của 4.

124. Tìm các số là bội của 75 đồng thời là ước của 600.

Mức độ nâng cao

125. Tìm các số tự nhiên x sao cho :

a) $x \in U(15)$ và $x > 4$;

b) $x \in B(8)$ và $x < 20$.

126. Cho các tập hợp A và B

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 150 \vdots x\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \vdots 150\}.$$

Điền A hoặc B vào các chỗ trống (...) cho đúng :

... là tập hợp các bội của 150, ... là tập hợp các ước của 150.

127. Chứng tỏ rằng số có dạng $\overline{aaa}$ là bội của 37.

128. Tìm số tự nhiên $abcd$ sao cho a, b, c, d là bốn số tự nhiên liên tiếp giảm dần và số $abcd$:

a) Là bội của 5 ;

b) Là bội của 3.

129. Tìm các chữ số a và b sao cho số $n = \overline{a53b}$ vừa là bội của 5, vừa là bội của 6.

130. Tìm các số tự nhiên n sao cho :

a) n là ước của 20 ;

b) $n - 1$ là ước của 28 ;

c) $2n + 1$ là ước của 18 ;

d) $n(n + 2) = 8$.

§14. SỐ NGUYÊN TỐ. HỢP SỐ. BẢNG SỐ NGUYÊN TỐ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1, chỉ có hai ước là 1 và chính nó.

Cần nhớ 25 số nguyên tố nhỏ hơn 100 là 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

2. Hợp số là số tự nhiên lớn hơn 1, có nhiều hơn hai ước.

Chẳng hạn 91 là hợp số vì nó lớn hơn 1, có ít nhất ba ước là 1, 91, 7.

Lưu ý. Để chứng tỏ 91 là hợp số, chỉ cần đưa ra một ước của 91 ngoài 1 và chính nó, chẳng hạn 7 (mặc dù 91 còn có ước là 13).

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Số nguyên tố là số tự nhiên chỉ chia hết cho 1 và chính nó.	Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1, chỉ chia hết cho 1 và chính nó.
Hợp số là số tự nhiên có nhiều hơn hai ước.	Hợp số là số tự nhiên lớn hơn 1, có nhiều hơn hai ước.

Lưu ý. Số 1 cũng chỉ chia hết cho 1 và chính nó nhưng không là số nguyên tố. Số 0 cũng có nhiều hơn hai ước (có vô số ước là số tự nhiên bất kì khác 0) nhưng không là hợp số.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Điền vào chỗ trống (...) cho đúng:

- a) Có hai số tự nhiên liên tiếp đều là số nguyên tố là ...
- b) Có ba số lẻ liên tiếp đều là số nguyên tố là ...
- c) Có một số nguyên tố chẵn duy nhất là ...

2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

a) Mọi số nguyên tố đều là số lẻ.

b) Không có số nguyên tố nào có chữ số hàng đơn vị là 5.

c) Không có số nguyên tố lớn hơn 5 có chữ số tận cùng là 0, 2, 4, 5, 6, 8.

d) Nếu số tự nhiên a lớn hơn 7 và chia hết cho 7 thì a là hợp số.

Đáp án

1. a) 2 và 3 ; b) 3, 5, 7 ; c) 2.

2. a) Sai ; b) Sai ; c) Đúng ; d) Đúng.

D. VÍ DỤ MINH HOẠ

Mức độ cơ bản

Ví dụ 39. a) Số 2009 có là bội của 7 không ?

b) Trong các số tự nhiên từ 2005 đến 2020, chỉ có hai số nguyên tố là 2011 và 2017. Vì sao các số lẻ trong khoảng từ 2005 đến 2020 khác hai số trên đều là hợp số ?

Giải

a) 2009 là bội của 7 vì $2009 : 7 = 287$.

b) Các số lẻ trong khoảng từ 2005 đến 2020 khác 2011 và 2017 là 2005, 2007, 2009, 2013, 2015, 2019.

Các số 2007, 2013, 2019 là hợp số vì chúng lớn hơn 3 và chia hết cho 3.

Các số 2005 và 2015 là hợp số vì chúng lớn hơn 5 và chia hết cho 5.

Còn số 2009 là hợp số vì nó lớn hơn 7 và chia hết cho 7.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 40. Tổng sau là số nguyên tố hay hợp số ?

$$A = 12.13.15.17 + 91.$$

Giải

$$A = 12.13.15.17 + 13.7.$$

A là tổng của hai số hạng, mỗi số hạng đều chia hết cho 13, do đó $A : 13$. Ta lại có $A > 13$, do đó A là hợp số.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

131. Trong các số sau, số nào là số nguyên tố, số nào là hợp số ?

0 ; 1 ; 651 ; 747 ; 235 ; 103.

132. Tổng (hiệu) sau là số nguyên tố hay hợp số ?

a) $A = 2.25 - 2.24$;

b) $B = 4.17 + 4.25$.

Mức độ nâng cao

133. Viết các số sau dưới dạng tổng của hai số nguyên tố : 26; 34.

134. Tổng sau là số nguyên tố hay hợp số ?

$$2.3.5.7.11 + 13.17.19.21.$$

135. Cho $n = 2.3.4.5.6.7$. Chứng tỏ rằng sáu số tự nhiên liên tiếp sau đều là hợp số :

$$n + 2, n + 3, n + 4, n + 5, n + 6, n + 7.$$

136. Tìm số tự nhiên n sao cho $n + 8 \vdots n + 1$.

137. a) Tổng của hai số nguyên tố có thể là một số nguyên tố không ?

b) Tích của hai số nguyên tố có thể là một số nguyên tố không ?

138. Tìm số nguyên tố p sao cho :

a) $3p + 5$ là số nguyên tố ;

b) $p + 8$ và $p + 10$ là các số nguyên tố.

§15. PHÂN TÍCH MỘT SỐ RA THỪA SỐ NGUYÊN TỐ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Phân tích một số tự nhiên lớn hơn 1 ra thừa số nguyên tố là viết số đó dưới dạng một tích các thừa số nguyên tố.

2. Khi phân tích một số tự nhiên a (lớn hơn 1) ra thừa số nguyên tố, trước hết ta thường xét xem a có chia hết cho 2, 3, 5 hay không.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
$156 = 2^2 \cdot 39$ nên 156 có $3 \cdot 2 = 6$ ước.	$156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13$ nên 156 có $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ ước.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trong các cách viết sau, cách viết nào được gọi là phân tích số 1638 ra thừa số nguyên tố ?

- (A) $2 \cdot 9 \cdot 91$; (B) $3 \cdot 6 \cdot 91$;
(C) $2 \cdot 3^2 \cdot 91$; (D) Một đáp số khác.

Hãy chọn phương án đúng.

2. Điền vào chỗ trống (...) cho đúng :

Tập hợp các ước của 153 là ...

Đáp án

1. (D). Đó là $2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 13$.
2. $\{1 ; 3 ; 9 ; 17 ; 51 ; 153\}$.

D. VÍ DỤ MINH HOẠ

Mức độ cơ bản

Ví dụ 41. Phân tích số 81 ra thừa số nguyên tố rồi tìm các ước của 81.

Giải

Phân tích ra thừa số nguyên tố : $81 = 3^4$.

Số 81 có năm ước là 1, 3, 9, 27, 81.

Lưu ý. Để tìm các ước của 81, ta phải xét xem 81 chia hết cho các số nào trong các số 2, 3, 4, ... Kiến thức về phân tích một số ra thừa số nguyên tố cho phép nhanh chóng tìm được đầy đủ các ước của 81.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 42. Tìm số chia và thương của một phép chia hết, biết số bị chia bằng 1339 và số chia là số tự nhiên có hai chữ số.

Giải

Phân tích ra thừa số nguyên tố : $1339 = 13.103$.

Số 1339 có bốn ước là 1, 13, 103, 1 339.

Do số chia là số có hai chữ số nên số chia là 13. Do đó thương bằng

$$1339 : 13 = 103.$$

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

- 139.** Phân tích mỗi số sau đây ra thừa số nguyên tố rồi tìm tất cả các ước của nó :
32, 161, 75, 250.
- 140.** Phân tích số 4422 ra thừa số nguyên tố rồi viết số đó thành một tích của hai số tự nhiên liên tiếp.

Mức độ nâng cao

- 141.** Tìm ba số lẻ liên tiếp có tích bằng 35 805.
- 142.** Tìm số tự nhiên a , biết rằng $559 : a$ và $20 < a < 100$.
- 143.** Tìm số chia và thương, biết số bị chia bằng 213 và số dư bằng 10.
- 144.** Tìm số tự nhiên có dạng $\overline{aaaa}$ và chỉ có hai ước là số nguyên tố.
- 145.** Cho tích $A = 1.2.3.4...30$ (gồm 30 số tự nhiên từ 1 đến 30).
- a) Khi phân tích số A ra thừa số nguyên tố, số A chứa thừa số 5 với số mũ bao nhiêu ?
- b) Số A tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0 ?
- 146.** Tích 2009.2010 có bao nhiêu ước ?

§16. ƯỚC CHUNG VÀ BỘI CHUNG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Ước chung của hai hay nhiều số là ước của tất cả các số đó.

Chẳng hạn $ƯC(4, 6) = \{1; 2\}$.

2. Bội chung của hai hay nhiều số là bội của tất cả các số đó.

Chẳng hạn $BC(4, 6) = \{0; 12; 24; 36; \dots\}$.

3. Giao của hai tập hợp là một tập hợp gồm tất cả các phần tử chung của hai tập hợp đó.

Kí hiệu giao của hai tập hợp A và B là $A \cap B$.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Số 0 là bội chung của mọi số tự nhiên a và b.	Số 0 là bội chung của mọi số tự nhiên a và b khác 0.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Gọi A là tập hợp các bội của 3 nhỏ hơn 40.

Gọi B là tập hợp các bội của 4 nhỏ hơn 40.

Tập hợp $A \cap B$ là

(A) $\{12; 24\}$;

(B) $\{12; 18\}$;

(C) $\{12; 24; 36\}$;

(D) $\{0; 12; 24; 36\}$.

Hãy chọn phương án đúng.

2. Hãy nối mỗi ô của cột trái với một ô ở cột phải sao cho thích hợp :

1) $a : x, b : x, c : x$	A) x là bội chung của a, b, c
2) $x : a, x : b, x : c$	B) x là ước chung của a, b, c
3. Giao của tập hợp các số chia hết cho a và tập hợp các số chia hết cho b là	C) tập hợp các ước chung của a và b
	D) tập hợp các bội chung của a và b

Đáp án

1. (D). 2. Nối 1 - B, nối 2 - A, nối 3 - D.

D. VÍ DỤ MINH HOẠ

Mức độ cơ bản

Ví dụ 43.

- a) Viết tập hợp A các bội của 2 và nhỏ hơn 20.
b) Viết tập hợp B các bội của 3 và nhỏ hơn 20.
c) Viết tập hợp C các bội chung của 2 và 3 nhỏ hơn 20.

Giải

a) $A = \{0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18\}$.

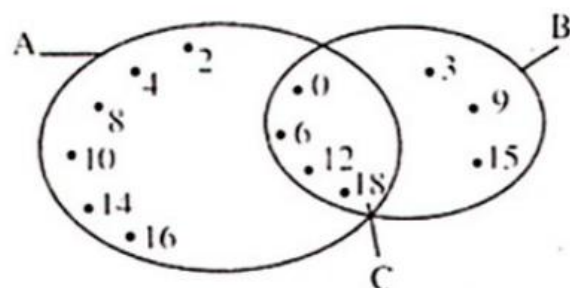
b) $B = \{0; 3; 6; 9; 12; 15; 18\}$.

c) $C = \{0; 6; 12; 18\}$.

Lưu ý.

- a) Có thể minh họa các tập hợp A, B, C trên hình 11.

- b) Tập hợp C là giao của hai tập hợp A và B, đó là tập hợp các bội của 6 và nhỏ hơn 20.



Hình 11

Mức độ nâng cao

Ví dụ 44. Kết quả điều tra ở một lớp học có 42 học sinh cho thấy :

- Có 30 học sinh thích thể thao ;
- Có 32 học sinh thích văn nghệ ;
- Không có học sinh nào không thích cả thể thao lẫn văn nghệ.

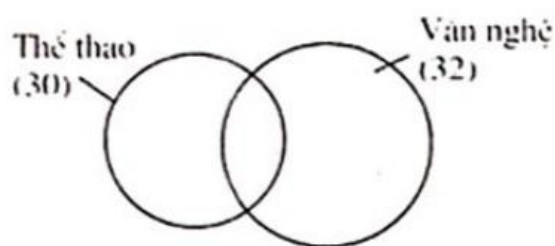
Hỏi có bao nhiêu học sinh thích cả thể thao và văn nghệ ?

Giải

Biểu thị tập hợp các học sinh của lớp thích thể thao và thích văn nghệ như trên hình 12.

Số học sinh không thích văn nghệ (chỉ thích thể thao) là $42 - 32 = 10$ (người).

Số học sinh thích cả thể thao và văn nghệ là $30 - 10 = 20$ (người).



Hình 12

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

147. Điền các kí hiệu $\in$ hoặc $\notin$ vào chỗ trống (...) cho đúng :

- a) $5 \dots \text{ƯC}(4\ 675, 6\ 231)$;
- b) $5 \dots \text{ƯC}(1\ 630, 2\ 765)$;
- c) $30 \dots \text{BC}(5, 10, 15)$;
- d) $30 \dots \text{BC}(10, 12, 15)$.

148. Gọi A là tập hợp các số chia hết cho 2, B là tập hợp các số chia hết cho 5, C là giao của A và B. Các số thuộc tập hợp C có tận cùng bằng chữ số nào ?

Mức độ nâng cao

149. Tìm $A \cap B$, biết :

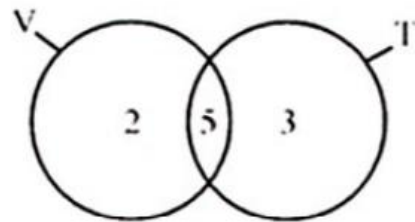
- a) A là tập hợp các số chia hết cho 3, B là tập hợp các số chia hết cho 9.
- b) A là tập hợp các số tự nhiên chẵn, B là tập hợp các số tự nhiên lẻ.
- c) A là tập hợp các số nguyên tố, B là tập hợp các hợp số.

150. Có khi nào giao của hai tập hợp lại chính là một trong hai tập hợp đó không ?

151. Từ 1 đến 100 có bao nhiêu số là :

- a) Bội của 3 ?
- b) Bội của 5 ?
- c) Bội chung của 3 và 5 ?

152. Gọi V là tập hợp các học sinh thi học sinh giỏi Văn của lớp 6A, gọi T là tập hợp các học sinh của lớp đó thi học sinh giỏi Toán. Số lượng các phần tử của các tập hợp trên được ghi ở bên trong các vòng tròn trên hình 13.



Hình 13

Căn cứ vào hình 13, hãy cho biết :

- Số học sinh thi Văn.
- Số học sinh thi Toán.
- Số học sinh thi cả hai môn Văn và Toán.

153. Trong một nhóm học sinh, em nào cũng biết tiếng Pháp hoặc tiếng Anh, trong đó có 8 em biết tiếng Pháp, có 16 em biết tiếng Anh, có 2 em biết cả hai thứ tiếng trên. Nhóm đó có bao nhiêu học sinh ?

§17. ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số là số lớn nhất trong các ước chung của các số đó.

Chẳng hạn $ƯC(4, 6) = \{1; 2\}$, $ƯCLN(4, 6) = 2$.

2. Muốn tìm ƯCLN của hai hay nhiều số lớn hơn 1, ta thực hiện ba bước sau :

Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố.

– Chọn ra các thừa số nguyên tố *chung*.

Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ *nhỏ nhất* của nó. Tích đó là ƯCLN phải tìm.

3. Trong các số đã cho, nếu số nhỏ nhất là ước của các số còn lại thì ƯCLN của các số đó chính là số nhỏ nhất ấy.

Chẳng hạn $ƯCLN(20, 8, 4) = 4$.

4. Nhờ có quy tắc tìm ƯCLN của nhiều số, để tìm ước chung của nhiều số, ta có thể :

– Tìm ƯCLN của các số đó.

– Tìm ước của ƯCLN đó.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Hai số nguyên tố cùng nhau là hai số cùng là số nguyên tố.	Hai số nguyên tố cùng nhau là hai số có ƯCLN bằng 1.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Điền vào chỗ trống (...) cho đúng :

a) $ƯCLN(a, b, 1) = \dots$

b) $ƯCLN(a, b) = 6$; $ƯC(a, b) = \dots$

c) $ƯCLN(a, b, c) = 15$; $ƯC(a, b, c) = \dots$

2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

a) Hai số nguyên tố là hai số nguyên tố cùng nhau.

b) Hai số 8 và 25 là hai số nguyên tố cùng nhau.

Đáp án

1. a) 1 ; b) { 1 ; 2 ; 3 ; 6 } ; c) { 1 ; 3 ; 5 ; 15 }.

2. a) Đúng ; b) Đúng.

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 45. Tìm ước chung lớn nhất của 144 và 420 rồi tìm tất cả các ước chung của 144 và 420.

Giải

Phân tích ra thừa số nguyên tố :

$$144 = 2^4 \cdot 3^2$$

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

$$\text{ƯCLN}(144, 420) = 2^2 \cdot 3 = 12.$$

$$\text{ƯC}(144, 420) = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12 \}.$$

Mức độ nâng cao

Ví dụ 46.

Bạn Tân có 42 viên bi đỏ và 30 viên bi xanh. Tân có thể chia số bi ấy nhiều nhất vào bao nhiêu túi, sao cho các bi đỏ cũng như các bi xanh được chia đều vào các túi ? Khi đó mỗi túi có bao nhiêu viên bi mỗi loại ?

Giải

Gọi số túi phải tìm là a. Để 42 bi đỏ và 30 bi xanh chia đều được vào các túi thì a phải là ước của 42, là ước của 30, ngoài ra số túi phải lớn nhất nên a là $\text{ƯCLN}(42, 30)$.

Phân tích ra thừa số nguyên tố :

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{ƯCLN}(42, 30) = 2 \cdot 3 = 6.$$

Số túi nhiều nhất là 6 túi. Khi đó, mỗi túi có số bi đỏ là $42 : 6 = 7$ (viên), số bi xanh là $30 : 6 = 5$ (viên).

Ví dụ 47. Tìm số tự nhiên a , biết rằng 106 chia cho a thì dư 16, còn 72 chia cho a thì dư 12.

Giải

Số 106 chia cho a thì dư 16 nên a là ước của $106 - 16 = 90$ và $a > 16$. Số 72 chia cho a thì dư 12 nên a là ước của $72 - 12 = 60$ và $a > 12$.

Do đó $a \in \text{ƯC}(90, 60)$ và $a > 16$.

Phân tích ra thừa số nguyên tố :

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{ƯCLN}(90, 60) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30.$$

Ước chung của 90 và 60 mà lớn hơn 16 là 30.

Vậy $a = 30$.

Ví dụ 48*. Tìm hai số tự nhiên a và b ($a > b$) biết rằng $a + b = 270$ và $\text{ƯCLN}(a, b) = 45$.

Giải

$$\text{Ta có } \text{ƯCLN}(a, b) = 45 \text{ nên } \begin{cases} a = 45a' \\ b = 45b' \\ \text{ƯCLN}(a', b') = 1 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có $a + b = 270$

$$\text{nên } 45a' + 45b' = 270$$

$$\text{suy ra } a' + b' = 6.$$

Do $a > b$ nên $a' > b'$. Chọn hai số a', b' có tổng bằng 6, nguyên tố cùng nhau, $a' > b'$, ta được $a' = 5$ và $b' = 1$.

$$\text{Do đó } a = 45 \cdot 5 = 225$$

$$b = 45 \cdot 1 = 45.$$

164*. Tìm hai số tự nhiên a và b ($a > b$), biết rằng

$$a.b = 2\,268 \text{ và } \text{UCLN}(a, b) = 6.$$

165. Chứng tỏ rằng hai số tự nhiên liên tiếp lớn hơn 0 là hai số nguyên tố cùng nhau.

166. Chứng tỏ rằng hai số $2n + 1$ và $6n + 5$ là hai số nguyên tố cùng nhau với mọi số tự nhiên n .

§18. BỘI CHUNG NHỎ NHẤT

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Bội chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số là số nhỏ nhất khác 0 trong tập hợp các bội chung của các số đó.

Chẳng hạn $\text{BC}(4, 6) = \{0; 12; 24; 36; \dots\}$.

$$\text{BCNN}(4, 6) = 12.$$

2. Muốn tìm BCNN của hai hay nhiều số lớn hơn 1, ta thực hiện ba bước sau :

Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố.

– Chọn ra các thừa số nguyên tố chung và riêng.

Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ lớn nhất của nó. Tích đó là BCNN phải tìm.

3. Trong các số đã cho, nếu số lớn nhất là bội của các số còn lại thì BCNN của các số đã cho chính là số lớn nhất ấy.

$$\text{Chẳng hạn } \text{BCNN}(6, 8, 24) = 24.$$

4. Nhờ có quy tắc tìm BCNN của nhiều số, để tìm bội chung của nhiều số, ta có thể :

Tìm BCNN của các số đó.

– Nhân BCNN đó lần lượt với $0; 1; 2; 3; \dots$

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
BCNN của hai hay nhiều số là số nhỏ nhất trong tập hợp các bội chung của các số đó.	BCNN của hai hay nhiều số là số nhỏ nhất <i>khác 0</i> trong tập hợp các bội chung của các số đó.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Điền vào chỗ trống (...) cho đúng :

a) $BCNN(15, 18) = \dots$;

b) $BCNN(7, 8) = \dots$;

c) $BCNN(15, 20, 60) = \dots$;

d) $BCNN(24, 32, 48) = \dots$;

e) $BCNN(a, b, 1) = \dots$

2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

a) Số 0 là bội chung của 5 và 8.

b) $BCNN(15, 24) = 0$.

Đáp án

1. a) 90 ; b) 56 ; c) 60 ; d) 96 ; e) $BCNN(a, b)$.

2. a) Đúng ; b) Sai.

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 49. Bé Hoàng có ba con vật đồ chơi kêu được thành tiếng : con mèo cứ 30 giây lại kêu “meo”, con chó cứ 16 giây lại kêu “gâu”, con lợn cứ 20 giây lại kêu “éc”. Bé Hoàng cho ba con vật cùng kêu một lúc. Hỏi sau ít nhất bao lâu ba con vật đó lại cùng kêu một lúc ?

Giải

Số giây ít nhất để ba con vật lại cùng kêu một lúc là $BCNN(30, 16, 20)$.

Phân tích ra thừa số nguyên tố :

$$30 = 2.3.5$$

$$16 = 2^4$$

$$20 = 2^2.5.$$

$$\text{BCNN}(30, 16, 20) = 2^4.3.5 = 240.$$

Sau ít nhất 240 giây, cả ba con vật lại cùng kêu một lúc.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 50. Một lớp học góp một số vở ủng hộ bạn nghèo. Nếu xếp từng bó 12 quyển thì thừa 2 quyển. Nếu xếp từng bó 18 quyển thì thừa 8 quyển. Nếu xếp từng bó 10 quyển thì vừa đủ. Tính số vở, biết rằng số đó trong khoảng từ 300 đến 500.

Giải

Gọi số vở là n . Ta có $n + 10 \div 12$, $n + 10 \div 18$, $n + 10 \div 10$ và $310 \leq n + 10 \leq 510$.

Như vậy $n + 10$ là bội chung của 12, 18, 10 và trong khoảng từ 310 đến 510.

Phân tích ra thừa số nguyên tố :

$$12 = 2^2.3$$

$$18 = 2.3^2$$

$$10 = 2.5.$$

$$\text{BCNN}(12, 18, 10) = 2^2.3^2.5 = 180 \text{ nên } n + 10 \in \{180 ; 360 ; 540 ; \dots\}.$$

Do $310 \leq n + 10 \leq 510$ nên $n + 10 = 360$, suy ra $n = 350$.

Số vở của lớp học đó quyển góp được là 350 quyển.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

167. Tìm các bội chung khác 0 của 40, 60, 126 mà nhỏ hơn 6 000.

168. Tìm số tự nhiên x nhỏ nhất sao cho

$$x + 14 \div 7$$

$$x - 16 \div 8$$

$$54 + x \div 9.$$

169. Bốn chiếc đồng hồ reo chuông tương ứng sau mỗi 5 phút, 10 phút, 15 phút và 20 phút. Chúng bắt đầu cùng reo chuông vào lúc 12 giờ trưa. Lần tiếp theo chúng cùng reo chuông vào lúc nào ?

170. Một trường tổ chức cho khoảng từ 700 đến 800 học sinh đi tham quan bằng ô tô. Tính số học sinh đi tham quan, biết rằng nếu xếp 40 người hay 45 người lên một xe đều vừa vặn. Số xe có thể là bao nhiêu ?

171. Số học sinh của một trường là một số tự nhiên có ba chữ số và lớn hơn 900. Mỗi lần xếp hàng 3, hàng 4, hàng 5 đều không ai lẻ hàng. Tính số học sinh của trường đó.

Mức độ nâng cao

172. Một liên đội thiếu niên khi xếp hàng 2, hàng 3, hàng 4, hàng 5 đều thừa 1 học sinh. Tính số đội viên của liên đội, biết rằng số đó trong khoảng từ 100 đến 150.

173. Một khối học sinh xếp hàng 2, hàng 3, hàng 4, hàng 5, hàng 6 đều thiếu 1 người, nhưng xếp hàng 7 thì vừa đủ. Biết số học sinh nhỏ hơn 300. Tính số học sinh.

174. Tìm ba số tự nhiên a, b, c nhỏ nhất khác 0 sao cho $250a = 300b = 400c$.

§19. ÔN TẬP CHƯƠNG I

A. BẢNG HỆ THỐNG VỀ ƯỚC CHUNG VÀ UCLN, BỘI CHUNG VÀ BCNN

	Ước chung và UCLN	Bội chung và BCNN
Định nghĩa	$x \in \text{ƯC}(a, b)$ nếu $a : x, b : x$	$x \in \text{BC}(a, b)$ nếu $x : a, x : b$
	$\text{UCLN}(a, b) = d$ nếu $\begin{cases} d \in \text{ƯC}(a, b) \\ d \text{ lớn nhất} \end{cases}$	$\text{BCNN}(a, b) = m$ nếu $\begin{cases} m \in \text{BC}(a, b) \\ m \text{ nhỏ nhất khác } 0 \end{cases}$
Cách tìm	- Phân tích các số ra thừa số nguyên tố. - Chọn các thừa số nguyên tố chung. - Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ nhỏ nhất.	- Phân tích các số ra thừa số nguyên tố. - Chọn các thừa số nguyên tố chung và riêng. - Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ lớn nhất.
Chú ý	$\text{UCLN}(a, b, 1) = 1$	$\text{BCNN}(a, b, 1) = \text{BCNN}(a, b)$
	a, b, c nguyên tố cùng nhau thì $\text{UCLN}(a, b, c) = 1$	a, b, c nguyên tố cùng nhau đôi một thì $\text{BCNN}(a, b, c) = a.b.c$
	Nếu $a : c$ và $b : c$ thì $\text{UCLN}(a, b, c) = c$	Nếu $a : b$ và $a : c$ thì $\text{BCNN}(a, b, c) = a$.
	Nếu $ab : c$ và $\text{UCLN}(b, c) = 1$ thì $a : c$	Nếu $a : b$ và $a : c$ thì $a : \text{BCNN}(b, c)$

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Nếu $a : m$ và $a : n$ thì a chia hết cho tích mn .	Nếu $a : m$ và $a : n$ thì $a : \text{BCNN}(m, n)$.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4\}$. Trong các cách viết sau, cách viết nào đúng, cách viết nào sai ?

- a) $12 \in A$; b) $\{4\} \in A$; c) $\{1; 2\} \subset A$; d) $34 \subset A$.

2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

- a) Số có chữ số tận cùng là 0 thì chia hết cho 2.
b) Số chia hết cho 2 thì có chữ số tận cùng là 0.
c) Số tự nhiên nhỏ nhất có ba chữ số khác nhau là 123.
d) Nếu $x \in \mathbb{N}$ nhưng $x \notin \mathbb{N}^*$ thì $x = 0$.

3. Kết quả của phép tính $3.2^3 + 2.3^3$ bằng

- (A) 36; (B) 42; (C) 78; (D) 512.

Hãy chọn phương án đúng.

4. Điền số vào chỗ trống (...) theo quy luật :

1, 4, 9, 16, 25, ...

5. ƯCLN của 84, 112, 140 bằng

- (A) 7; (B) 14; (C) 28; (D) 56.

Hãy chọn phương án đúng.

6. BCNN của 12, 15, 18 bằng

- (A) 60; (B) 120; (C) 360; (D) Một đáp số khác.

Hãy chọn phương án đúng.

Đáp án

1. a) Sai; b) Sai; c) Đúng, d) Sai.
2. a) Đúng; b) Sai; c) Sai; d) Đúng.
3. (C).
4. 36. Quy luật là n^2 với $n \in \mathbb{N}^*$.

5. (C).

6. (D) Đó là 180.

D. VÍ DỤ MINH HOẠ

Mức độ cơ bản

Ví dụ 51. Thực hiện phép tính (bằng cách nhanh chóng nếu có thể) :

a) $3^3 \cdot 18 - 3^3 \cdot 12$; b) $2^4 \cdot 30 - 26 \cdot 2^4$.

Giải

a) $3^3 \cdot 18 - 3^3 \cdot 12 = 3^3(18 - 12) = 27 \cdot 6 = 162.$

b) $2^4 \cdot 30 - 26 \cdot 2^4 = 2^4(30 - 26) = 16 \cdot 4 = 64.$

Ví dụ 52. Cho tổng $A = 540 + 675 + 924$. Không thực hiện phép tính, cho biết tổng A có chia hết cho 2, cho 5, cho 3, cho 9 hay không ?

Giải

Chỉ có một số hạng của A không chia hết cho 2 (là 675), các số hạng còn lại đều chia hết cho 2 nên A không chia hết cho 2.

Chỉ có một số hạng của A không chia hết cho 5 (là 924), các số hạng còn lại đều chia hết cho 5 nên A không chia hết cho 5.

Các số hạng của A đều chia hết cho 3 nên A chia hết cho 3.

Chỉ có một số hạng của A không chia hết cho 9 (là 924), các số hạng còn lại đều chia hết cho 9 nên A không chia hết cho 9.

Ví dụ 53. Ba bạn Ánh, Bảo, Cường chạy xung quanh một hồ có chu vi 900 m. Mỗi phút Ánh chạy được 180 m, Bảo chạy được 100 m, Cường chạy được 60 m. Ba bạn cùng khởi hành một lúc tại cùng một địa điểm và chạy theo cùng một chiều.

a) Mỗi bạn chạy hết một vòng hồ trong bao nhiêu phút ?

b) Sau ít nhất bao lâu thì cả ba bạn lại cùng gặp nhau tại nơi xuất phát ? Đến lúc gặp nhau đó, mỗi bạn chạy được mấy vòng ?

Giải

a) Để chạy hết một vòng hồ, Ánh cần $900 : 180 = 5$ (phút),

Bảo cần $900 : 100 = 9$ (phút), Cường cần $900 : 60 = 15$ (phút).

b) Số phút ít nhất để cả ba bạn lại cùng gặp nhau tại nơi xuất phát là BCNN(5, 9, 15).

Phân tích ra thừa số nguyên tố : $5 = 5$; $9 = 3^2$; $15 = 3.5$.

Suy ra $BCNN(5, 9, 15) = 3^2.5 = 45$.

Sau ít nhất 45 phút, cả ba bạn lại cùng gặp nhau tại nơi xuất phát. Đến lúc gặp nhau đó, Anh chạy được $45 : 5 = 9$ (vòng), Bảo chạy được $45 : 9 = 5$ (vòng), Cường chạy được $45 : 15 = 3$ (vòng).

Mức độ nâng cao

Ví dụ 54. Tính giá trị của biểu thức sau bằng cách nhanh chóng mà không dùng máy tính :

$$A = 194\,195.195\,194 - 194\,194.195\,195.$$

Giải

$$\begin{aligned} A &= (194\,194 + 1).195\,194 - 194\,194(195\,194 + 1) \\ &= 194\,194.195\,194 + 195\,194 - 194\,194.195\,194 - 194\,194 \\ &= 195\,194 - 194\,194 = 1\,000. \end{aligned}$$

Ví dụ 55. Thay các dấu * bởi các chữ số thích hợp để số $n = \overline{517**}$ chia hết cho cả ba số 6, 7, 9.

Giải

Số n là bội chung của 6, 7, 9 nên là bội của BCNN(6, 7, 9).

Phân tích ra thừa số nguyên tố : $6 = 2.3$; $7 = 7$; $9 = 3^2$.

Do đó $BCNN(6, 7, 9) = 2.3^2.7 = 126$.

$$n = \overline{517ab} = 51\,700 + \overline{ab} = 126.410 + 40 + \overline{ab}$$

Do $n : 126$ nên $40 + \overline{ab} : 126$

Suy ra $\overline{ab} = 126.k - 40$ ($k \in \mathbb{N}$).

Ta có $10 \leq 126k - 40 \leq 99$ nên $k = 1$ và $\overline{ab} = 126 - 40 = 86$.

Đáp số: 51786.

Lưu ý. Ta có thể nghĩ đến tìm từng chữ số của số $n = 517**$. Số n chia hết cho 2 nên chữ số tận cùng của n phải là chữ số chẵn. Với mỗi trường hợp tận cùng 0, 2, 4, 6, 8, ta tìm chữ số hàng đơn vị để $n \vdots 9$. Sau đó thử tiếp điều kiện $n \vdots 7$.

Cách làm như trên không gọn.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

175. Thực hiện phép tính (tính nhanh nếu có thể) :

a) $36.333 - 108.111$;

b) $136.68 + 16.272$.

176. Thay các dấu $*$ bởi các chữ số thích hợp để số $47*5*$ chia hết cho tất cả các số 2, 3, 5, 6, 9, 15.

177. Cho $a = 840$, $b = 150$, $c = 990$.

a) Tìm ƯCLN(a , b , c).

b) Tìm BCNN(a , b).

178. Tìm số tự nhiên x , biết rằng :

a) $x \vdots 18$, $x \vdots 48$ và $100 < x < 200$;

b) $105 \vdots x$, $126 \vdots x$ và $x > 10$.

179. Ba công nhân trực đêm theo lịch sau : anh An 4 ngày trực một lần, anh Bảo 6 ngày trực một lần, anh Hà 7 ngày trực một lần. Sau lần cả ba người cùng trực một đêm thì sau bao lâu ba người lại cùng trực lần tiếp theo ?

Mức độ nâng cao

180. Cho $A = 27.58 - 31$; $B = 27 + 58.26$. Không tính giá trị của A và B , hãy so sánh chúng.

181. Không tính giá trị của A và B , hãy cho biết A gấp mấy lần B :

a) $A = 4.8.12 + 8.12.16 + 12.16.20 + 16.20.24$;

$B = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + 4.5.6$.

$$b) A = (35! + 36!) : 37 ; \quad B = 35!$$

(Kí hiệu $n!$ là tích $1.2.3....n$).

182. Thay các chữ bởi các chữ số thích hợp :

$$a) \quad \begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ ab. \end{array} \begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ aba \end{array} = \begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ abab \end{array} ;$$

$$3576$$

$$b) \quad \begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ - \end{array} \begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ abc \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ abcd \end{array}$$

183*. Năm bạn A, B, C, D, E cân kiểm tra sức khoẻ 10 lần, mỗi lần hai người cùng cân và được các kết quả sau (tính từ thấp lên cao) : 71 kg, 73 kg, 74 kg, 76 kg, 76 kg, 77 kg, 79 kg, 79 kg, 81 kg, 82 kg. Hỏi người nặng thứ ba cân nặng bao nhiêu ki-lô-gam ?

$$184. \text{ Cho } A = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{20}.$$

Chứng tỏ rằng A chia hết cho 3.

185*. Thay chữ và các dấu * bởi các chữ số thích hợp, biết rằng cả hai thừa số đều là số chẵn :

$$\begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ ** \end{array} \cdot \begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ * \end{array} = \begin{array}{r} \dots\dots\dots \\ aaa \end{array}.$$

186*. Thay các dấu * bởi các chữ số thích hợp để số $679***$ chia hết cho tất cả các số 5, 6, 7, 9.

187. Một xí nghiệp có ba phân xưởng : phân xưởng I có 99 công nhân, phân xưởng II có 63 công nhân, phân xưởng III có 72 công nhân. Trong dịp liên hoan tổng kết cuối năm toàn xí nghiệp, công nhân được chia thành từng tổ sao cho số người của mỗi phân xưởng được chia đều cho mỗi tổ. Có thể chia được nhiều nhất thành bao nhiêu tổ ?

188. Tìm số tự nhiên a lớn nhất sao cho $84 + a$ và $132 - a$ đều là bội của a.

189. Tìm số tự nhiên x, biết rằng $x + 20 : 10$, $x - 15 : 5$, $x : 8$, $x + 1 : 9$ và $x < 300$.

190. Chứng tỏ rằng với mọi số tự nhiên n , hai số $n + 1$ và $2n + 3$ là hai số nguyên tố cùng nhau.
191. Chứng tỏ rằng tích của ba số tự nhiên liên tiếp là một bội của 6.
- 192*. Sử dụng tính chất “Nếu tích $a.b$ chia hết cho c mà b và c là hai số nguyên tố cùng nhau thì a chia hết cho c ” để giải các bài sau :
- a) Tìm dạng của số tự nhiên n , biết rằng $4n + 17$ chia hết cho 7.
- b) Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng nếu lấy số đó cộng với số gồm hai chữ số của số đó viết theo thứ tự ngược lại thì tổng chia hết cho 17.
- 193*. Tìm số tự nhiên có ba chữ số, chia hết cho 90 biết rằng tổng các chữ số của số đó là một số chẵn.
- 194*. Tìm số tự nhiên có ba chữ số bằng 39 lần tổng các chữ số của nó.

Bài đọc thêm

HỆ THẬP PHÂN CỨU NGUY

Một hoàng tử nọ mê săn bắn, ít chú ý đến học hành. Việc ấy đến tai vua. Vua giận lắm, cho người gọi hoàng tử đến và mắng :

– Có người mách với ta gần đây ngươi sao nhãng việc sách đèn. Nay để ngươi chuộc tội, ta ra một bài toán, nếu ngươi giải được ta sẽ tha cho. Ta nghĩ trong óc ba số từ 1 đến 9. Ngươi nói cho ta ba số mà ngươi chọn. Ta sẽ nhân số thứ nhất mà ngươi nói với số thứ nhất mà ta nghĩ, nhân số thứ hai mà ngươi nói với số thứ hai mà ta nghĩ, nhân số thứ ba mà ngươi nói với số thứ ba mà ta nghĩ. Ta cho ngươi biết tổng của ba tích ấy. Ngươi phải tìm được ba số mà ta nghĩ. Hãy về suy nghĩ rồi sáng mai đến gặp ta!

Hoàng tử rất lo lắng, tìm đến thầy dạy xin được chỉ bảo. Thầy chỉ cười và nói :

– Hãy nhớ đến hệ thập phân.

Hoàng tử về suy nghĩ và tối hôm đó đã tìm ra cách giải. Giả sử x, y, z là ba số mà nhà vua nghĩ : a, b, c là ba số mà hoàng tử đưa ra.

Cho biết số d với $d = ax + by + cz$, hoàng tử cần tìm được các số x, y, z . Nếu chọn $a = 100, b = 10, c = 1$ thì $d = 100x + 10y + z = \overline{xyz}$. Như vậy nếu nhà vua cho biết số $d = 392$ thì ba số mà nhà vua nghĩ chính là 3, 9, 2.

Tuy nhiên, hoàng tử không muốn các chữ số của số d mà nhà vua cho biết trùng với các số mà nhà vua nghĩ nên hoàng tử đã chọn $a = 200, b = 20, c = 2$.

Sáng hôm sau, vua cho gọi hoàng tử đến cùng với thầy dạy của hoàng tử và một viên thái giám. Hoàng tử thưa với vua cha :

Thưa phụ vương, con xin chọn ba số là 200, 20, 2.

Nhà vua nghĩ ba số $x = 7, y = 3, z = 4$, viết ba số này vào một tờ giấy rồi đưa cho viên thái giám. Loay hoay một lúc, viên thái giám tính được

$$200.7 + 20.3 + 2.4 = 1\,400 + 60 + 8 = 1\,468 \text{ và đưa tờ giấy cho nhà vua.}$$

Vua đồng dạc nói :

- Ta cho người biết số 1 468.

Hoàng tử không khó khăn gì khi tính nhẩm $1\,468 : 2 = 734$, và nói :

- Thưa phụ vương, ba số mà Người nghĩ là 7, 3, 4.

Nhà vua ngạc nhiên, cả thầy dạy của hoàng tử cũng ngạc nhiên. Thì ra hoàng tử mê săn bắn nhưng không sao nhãng việc học hành.

Hoàng tử không bị phạt, còn được nhà vua ban thưởng.

*Cộng vào mà lại giảm đi
Đố em biết được số gì cộng thêm ?*

§1. LÀM QUEN VỚI SỐ NGUYÊN ÂM. TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Bên cạnh các số tự nhiên, người ta còn dùng các số nguyên âm. Chẳng hạn, dùng số nguyên âm để biểu thị nhiệt độ dưới 0°C , độ cao dưới mực nước biển, số tiền nợ, ...; khi đó các số tự nhiên khác 0 được gọi là số nguyên dương.

Tập hợp gồm các số nguyên âm, số 0 và các số nguyên dương gọi là tập hợp các số nguyên. Tập hợp các số nguyên được kí hiệu là $\mathbb{Z}$.

$$\mathbb{Z} = \{ \dots; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; \dots \}.$$

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Cho số nguyên a .

Sai	Đúng
$-a$ là số nguyên âm.	Nếu $a > 0$ thì $-a$ là số nguyên âm. Nếu $a < 0$ thì $-a$ là số nguyên dương. Nếu $a = 0$ thì $-a = 0$.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- a) Nếu $a \in \mathbb{N}$ thì $a \in \mathbb{Z}$.
- b) Tồn tại số $a \in \mathbb{Z}$ mà $a \notin \mathbb{N}$.
- c) Nếu $a \in \mathbb{Z}$ thì $a \in \mathbb{N}$.

- d) Tập hợp các số nguyên bao gồm các số nguyên dương và các số nguyên âm.
e) Tập hợp các số nguyên bao gồm các số tự nhiên và các số nguyên âm.

2. Số nào có số đối là chính nó ?

- (A) Số 1; (B) Số -1; (C) Số 0; (D) Một số khác.

Đáp án

1. a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Sai; e) Đúng.

2. (C).

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 56. Điền các số vào bảng sau cho đầy đủ:

Tên học sinh	An	Bắc	Châu	Duy	Gia	Hòa	Khoa	Minh
Điểm bài thi	34	28	26			27	30	32
Chênh lệch so với điểm chuẩn	4	-2		-5	10			

Giải

Tên học sinh	An	Bắc	Châu	Duy	Gia	Hòa	Khoa	Minh
Điểm bài thi	34	28	26	25	40	27	30	32
Chênh lệch so với điểm chuẩn	4	-2	-4	-5	10	-3	0	2

Mức độ nâng cao

Ví dụ 57. Điền các kí hiệu thích hợp vào chỗ trống (...)

- a) $-3 \dots N$; b) $4 \dots Z$; c) $N \dots Z$.

Giải

- a) $-3 \notin N$; b) $4 \in Z$; c) $N \subset Z$.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

195. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng ?

- a) Mọi số tự nhiên đều là số nguyên.
- b) Mọi số nguyên đều là số tự nhiên.
- c) Có những số nguyên là số tự nhiên.

196. Dùng kí hiệu $\in$ hoặc $\notin$ để ghi vào chỗ trống:

- a) $5 \dots N$; $-8 \dots N$.
- b) $-7 \dots Z$; $12 \dots Z$.

197. Theo kế hoạch, mỗi tổ học sinh của lớp 7A phải trồng 5 cây. Trong sổ tay của bạn lớp trưởng, số cây mỗi tổ đã trồng được ghi theo quy ước: tổ trồng đủ số cây được ghi số 0; tổ trồng vượt mức 1, 2, 3... cây được ghi số +1, +2, +3, ...; tổ trồng kém mức 1, 2, 3 ... cây được ghi số -1, -2, -3, ... Hãy giải thích các dòng sau :

Tổ 1	Tổ 2	Tổ 3	Tổ 4	Tổ 5
+2	0	-2	+3	-1

198. Điền vào các chỗ trống trong bảng sau rồi biểu diễn các số trong bảng trên trục số.

a	4		-2		0
-a		-1		3	

Mức độ nâng cao

199. Điểm A biểu diễn số n trên trục số được kí hiệu là A(n).

- a) Hãy biểu diễn các điểm A, B, C, D trên trục số, biết rằng A(-2), B(2), C(4), D(-4).
- b) Điểm gốc O là trung điểm của đoạn thẳng nào trên trục số ?
- c) Biểu diễn trên trục số : trung điểm E của AC, trung điểm I của AD.

§2. THỨ TỰ TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Thứ tự trong tập hợp các số nguyên được xác định như sau: Khi biểu diễn trên trục số (nằm ngang), nếu điểm a nằm bên trái điểm b thì số nguyên a nhỏ hơn số nguyên b.

Do đó $-4 < -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 < 4$...

2. Để diễn đạt quy tắc so sánh hai số nguyên, quy tắc các phép tính số nguyên, người ta đưa ra khái niệm giá trị tuyệt đối (GTTĐ) của một số : Khoảng cách từ điểm a đến điểm 0 trên trục số là giá trị tuyệt đối của số nguyên a, kí hiệu $|a|$.

Cần nhớ :

GTTĐ của số 0 là số 0.	Nếu $a = 0$ thì $ a = 0$.
GTTĐ của một số nguyên dương là chính nó	Nếu $a > 0$ thì $ a = a$.
GTTĐ của một số nguyên âm là số đối của nó.	Nếu $a < 0$ thì $ a = -a$.

3. Với khái niệm GTTĐ, ta có quy tắc so sánh hai số nguyên âm: Trong hai số nguyên âm, số nào có GTTĐ nhỏ hơn thì lớn hơn. Chẳng hạn $|-4| < |-6|$ nên $-4 > -6$.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Cho a và b là các số nguyên.

Sai	Đúng
Nếu $a > b$ thì $ a > b $.	Nếu $a > b$ và $b \geq 0$ thì $ a > b $.

Lưu ý: $5 > -7$ nhưng $|5| < |-7|$.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- a) Số nguyên âm nhỏ hơn số nguyên dương.
- b) Số tự nhiên lớn hơn số nguyên âm.

- c) Số tự nhiên là một số nguyên dương.
 d) GTTĐ của một số nguyên là một số tự nhiên.

2. Điền các từ thích hợp (nhỏ hơn, lớn hơn, nguyên dương, nguyên âm, tự nhiên) vào các chỗ trống (...):

- a) Trong hai số nguyên dương, số có GTTĐ... thì lớn hơn.
 b) Trong hai số nguyên âm, số có GTTĐ... thì lớn hơn.
 c) Số ... có GTTĐ lớn hơn chính nó.

3. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- a) Nếu $a = b$ thì $|a| = |b|$.
 b) Nếu $|a| = |b|$ thì $a = b$.
 c) Nếu $|a| = |b|$ thì $a = \pm b$ (kí hiệu $\pm b$ là b hoặc $-b$).

Đáp án

1. a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.
 2. a) lớn hơn; b) nhỏ hơn; c) nguyên âm.
 3. a) Đúng; b) Sai; c) Đúng.

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 58. Năm sinh của bốn nhà toán học Ô-clít, Ac-si-mét, Py-ta-go, Ta-lét theo thứ tự vào khoảng các năm -330 , -287 , -570 , -624 . Hãy xếp thứ tự tên bốn nhà toán học đó từ người sinh trước đến người sinh sau.

Giải

Ta có $-624 < -570 < -330 < -287$. Thứ tự phải tìm:

Ta-lét, Py-ta-go, Ac-si-mét, Ô-clít.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 59. Có thể kết luận gì về số nguyên a nếu biết:

- a) $a = |a|$; b) $a < |a|$?

Giải

Một số nguyên a có thể là số tự nhiên hoặc là số nguyên âm. Ta giải đồng thời cả hai câu a và b bằng cách xét hai trường hợp của số nguyên a :

Các trường hợp	a	$ a $	So sánh a và $ a $
a là số tự nhiên	a	a	$a = a $
a là số nguyên âm	âm	dương	$a < a $

Như vậy: $a = |a|$ nếu a là số tự nhiên ;

$a < |a|$ nếu a là số nguyên âm.

Ví dụ 60

a) Với mọi số nguyên a , ta có $|a| \geq 0$. Khi nào xảy ra đẳng thức ?

b) Với mọi số nguyên a , ta có $|a| \geq a$. Khi nào xảy ra đẳng thức ?

Giải

a) Xảy ra $|a| = 0$ khi $a = 0$.

b) Xảy ra $|a| = a$ khi $a \geq 0$.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

200. Tìm tập hợp các số nguyên x sao cho :

a) $-2 < x < 1$; b) $-5 \leq x \leq -3$;

c) $-4 < x < -3$.

201. Xếp các số nguyên sau theo thứ tự tăng dần :

12 ; -7 ; 21; 0; 6; -5 ; -10.

202. Lấy ví dụ để minh họa các khẳng định sau :

a) Trong hai số nguyên dương, số có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì lớn hơn.

b) Trong hai số nguyên âm, số có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn thì lớn hơn.

Mức độ nâng cao

203. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -6 < x < 5\}$.

a) Viết tập hợp A bằng cách liệt kê các phần tử.

b) Điền các kí hiệu thích hợp vào các chỗ trống (...):

$-8 \dots A$; $-5 \dots A$; $\{-2 ; -1\} \dots A$; $A \dots \mathbb{Z}$.

204. Tìm số nguyên dương nhỏ nhất có ba chữ số, số nguyên âm lớn nhất có hai chữ số.

205. Cho hai tập hợp

$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -4\}$ và $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 3\}$.

Viết tập hợp $A \cap B$ bằng hai cách.

206. a) Có phải bao giờ ta cũng có $a > -a$ không ?

b) Khi nào thì $a < -a$?

207. Tìm tập hợp các số nguyên x, biết:

a) $|x| = 7$; b) $|x| = -2$; c) $|x| < 3$.

208. So sánh các số nguyên a và b, biết rằng $|a| < |b|$ và :

a) a và b là hai số nguyên dương;

b) a và b là hai số nguyên âm.

209. Cho số nguyên a. Điền các kí hiệu thích hợp vào chỗ trống (...):

a) Nếu $|a| = a$ thì $a \dots 0$;

b) Nếu $|a| = -a$ thì $a \dots 0$;

c) Nếu $|a| > a$ thì $a \dots 0$.

§3. CỘNG HAI SỐ NGUYÊN CÙNG DẤU. CỘNG HAI SỐ NGUYÊN KHÁC DẤU

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Quy tắc cộng hai số nguyên được xác định như sau :

- a) Nếu một trong hai số bằng 0 thì tổng bằng số kia.
- b) Cộng hai số nguyên dương chính là cộng hai số tự nhiên khác 0.
- c) Muốn cộng hai số nguyên âm, ta cộng hai GTTĐ của chúng rồi đặt dấu "-" trước kết quả.
- d) Hai số nguyên đối nhau có tổng bằng 0.
- e) Muốn cộng hai số nguyên khác dấu không đối nhau, ta lấy GTTĐ lớn trừ GTTĐ nhỏ, rồi đặt trước kết quả tìm được dấu của số có GTTĐ lớn hơn.

Lưu ý. Có thể diễn đạt gộp hai quy tắc b) và c) như sau: Muốn cộng hai số nguyên cùng dấu, ta cộng hai GTTĐ với nhau, còn dấu là dấu chung.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Cho a và b là các số nguyên.

Sai	Đúng
Tổng $a + b$ bao giờ cũng lớn hơn hay bằng a.	Tổng $a + b$ có thể nhỏ hơn a nếu b là số âm.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Điền các từ thích hợp (bằng, nhỏ hơn, lớn hơn) vào các chỗ trống (...):

- a) Tổng của hai số nguyên dương thì ... 0.
- b) Tổng của hai số nguyên âm thì ... 0.
- c) Tổng của hai số đối nhau thì ... 0.

2. Điền các kí hiệu thích hợp vào các chỗ trống :

- a) Nếu $a > 0 > b$ và $|a| \dots |b|$ thì $a + b > 0$.
- b) Nếu $a > 0 > b$ và $|a| \dots |b|$ thì $a + b < 0$.

Đáp án

1. a) lớn hơn ; b) nhỏ hơn; c) bằng.

2. a) $|a| > |b|$; b) $|a| < |b|$.

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 61. Cho các số $-10; -6; 2; 6; 16$. Tìm hai số trong các số đã cho để tổng của chúng bằng $0; -4; -8; 10$.

Giải

$$0 = -6 + 6 ; \qquad -4 = -6 + 2 = -10 + 6;$$

$$8 = -10 + 2; \qquad 10 = -6 + 16.$$

Mức độ nâng cao

Ví dụ 62. Với mọi số nguyên a và b , ta có $|a + b| \leq |a| + |b|$ (GTTĐ của một tổng hai số nhỏ hơn hoặc bằng tổng các GTTĐ của chúng).

a) Hãy lấy ví dụ để có $|a + b| < |a| + |b|$.

b) Hãy lấy ví dụ để có $|a + b| = |a| + |b|$.

Giải

a) Chẳng hạn $| -5 + 3| < | -5| + |3|$.

b) Chẳng hạn $|(-5) + (-2)| = | -5| + | -2|$.

Lưu ý. Xảy ra $|a + b| = |a| + |b|$ trong trường hợp a và b là hai số cùng dấu, hoặc trong a và b có một số bằng 0 .

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

210. Thực hiện phép tính :

a) $(-13) + (+29)$; b) $(-31) + (-17)$; c) $317 + (-421)$.

211. Tìm tổng của số nguyên âm nhỏ nhất có một chữ số và số nguyên âm lớn nhất.

Mức độ nâng cao

212. Thêm dấu "-" vào trước một hoặc nhiều số trong ô vuông để được kết quả đúng :

$$\boxed{5} + \boxed{2} = \boxed{3}$$

213. Cho tổng $a + b = c$. Có thể nói gì về số b nếu :

a) $a < 0$ và $c > 0$;

b) $a < 0$ và $c = 0$?

214. Dãy số sau được viết theo quy luật: $-18 ; -16 ; -14 ; \dots$ Hãy phát hiện quy luật và viết tiếp ba số hạng của dãy.

215*. Tìm các số nguyên a và b, biết :

a) $|a| + |b| = 0$;

b) $|a| + |b| = 2$.

§4. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CỘNG CÁC SỐ NGUYÊN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Phép cộng các số nguyên có các tính chất :

Giao hoán	$a + b = b + a$
Kết hợp	$(a + b) + c = a + (b + c)$
Cộng với số 0	$a + 0 = 0 + a = a$
Cộng với số đối	$a + (-a) = 0$

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Biết tổng $a + b$ là một số âm.

Sai	Đúng
a và b là những số âm.	Hoặc a và b là những số âm; Hoặc a và b là hai số khác dấu, trong đó số âm có GTĐ lớn hơn.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Tổng của ba số -37 ; 56 ; -63 bằng

(A) 44; (B) -156 ; (C) -44 ; (D) 156.

Hãy chọn phương án đúng.

2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai? (với a và b là những số nguyên)

- a) Nếu a và b là hai số đối nhau thì $a + b = 0$.
- b) Nếu $a + b = 0$ thì a và b là hai số đối nhau.
- c) Nếu a và b là những số nguyên dương thì $a + b > 0$.
- d) Nếu $a + b > 0$ thì a và b là những số nguyên dương.

Đáp án

1. (C). 2. a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 63. Vận dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng để tính các tổng sau:

- a) $45 + (-28) + (-6) + 27 + 11 + (-35)$;
- b) $305 + (-246) + (-105) + 546$.

Giải

$$\begin{aligned} \text{a) } & 45 + (-28) + (-6) + 27 + 11 + (-35) \\ &= 45 + 27 + 11 + (-28) + (-6) + (-35) \\ &= 83 + (-69) = 14. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 305 + (-246) + (-105) + 546 \\ &= [546 + (-246)] + [305 + (-105)] \\ &= 300 + 200 = 500. \end{aligned}$$

Lưu ý

- a) Khi cộng nhiều số, ta thường giải như ở câu a :
 - Cộng các số dương với nhau ;

Cộng các số âm với nhau :

Cộng hai kết quả trên.

b) Tuy nhiên cũng có trường hợp ta giao hoán và kết hợp như ở câu b để có tổng riêng là kết quả gọn.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 64. Tìm tổng các số nguyên x thỏa mãn $-10 < x < 17$.

Giải

Các số nguyên x thỏa mãn $-10 < x < 17$ là

$-9, -8, -7, \dots, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16$.

Tổng của chúng bằng

$$\begin{aligned} & [(-9 + 9) + (-8 + 8) + (-7 + 7) + \dots + (-1 + 1) + 0] + (10 + 11 + \dots + 16) \\ & = 0 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = 91. \end{aligned}$$

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

216. Tính các tổng sau :

a) $435 + (-43) + (-483) + (-57) + 383 + (-415)$;

b) $1316 + 317 + (-1216) + (-315) + (-85)$.

217. Một thủ quỹ ghi số tiền thu chi trong ngày (đơn vị: nghìn đồng), thu ứng với dấu +, chi ứng với dấu - như sau :

$+321; -410; +200; -150; -75; +60$.

Đầu ngày trong két có 500 nghìn đồng. Cuối ngày trong két có bao nhiêu ?

Mức độ nâng cao

218. Tìm tổng các số nguyên x thỏa mãn $-10 < x < 10$.

219*. Cho một bảng vuông 3×3 như trên hình 14. Điền các số thích hợp vào ô trống sao cho hai ô cạnh nhau nào của bảng cũng có tổng như nhau (hai ô cạnh nhau là hai ô có một cạnh chung).

		3
-2		

Hình 14

220. Điền các số thích hợp vào các ô trống sao cho tổng ba số ở ba ô liền nhau bằng 0:

		7				2	
--	--	---	--	--	--	---	--

§5. PHÉP TRỪ HAI SỐ NGUYÊN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Muốn trừ số nguyên a cho số nguyên b , ta cộng a với số đối của b .

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Cho a và b là những số nguyên.

Sai	Đúng
Ta luôn có $a - b \leq a + b$.	Ta có $a - b \leq a + b$ nếu $b \geq 0$.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Điền các số thích hợp vào chỗ trống của bảng sau:

a	12		7
b	5	4	
$a - b$		6	1

2. Hãy nối mỗi ô của cột trái với một ô của cột phải để được khẳng định đúng.

1) Trong tập hợp số tự nhiên, phép trừ $a - b$ chỉ thực hiện được với	A) điều kiện $a > b$.
2) Trong tập hợp số nguyên, phép trừ $a - b$ thực hiện được với	B) điều kiện $a \geq b$.
	C) mọi a và b
	D) mọi a và b , trong đó $b \neq 0$.

Đáp án

1.

a	12	2	7
b	5	4	6
$a - b$	17	6	1

2. Nối 1 – B. Nối 2 – C.

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 65. Điền các từ thích hợp (số nguyên dương, số 0, số nguyên âm) vào các chỗ trống (...) và cho ví dụ.

a) Nếu a là số nguyên dương, b là số nguyên âm thì hiệu $a - b$ là ...

b) Nếu a là số nguyên âm, b là số nguyên dương thì hiệu $a - b$ là ...

Giải

a) Nếu a là số nguyên dương, b là số nguyên âm thì hiệu $a - b$ là số nguyên dương. Ví dụ: $3 - (-2) = 3 + 2 = 5$.

b) Nếu a là số nguyên âm, b là số nguyên dương thì hiệu $a - b$ là số nguyên âm. Ví dụ: $-5 - (+1) = -5 + (-1) = -6$.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 66. Với mọi số nguyên a và b , ta có $|a - b| \geq |a| - |b|$

(GTTĐ của một hiệu hai số lớn hơn hoặc bằng hiệu các GTTĐ của chúng).

a) Hãy lấy ví dụ để có $|a - b| > |a| - |b|$.

b) Hãy lấy ví dụ để có $|a - b| = |a| - |b|$.

Giải

a) Chẳng hạn $|5 - (-2)| > |5| - |2|$.

b) Với $a = 3$, $b = 2$, ta có $|3 - 2| = |3| - |2|$.

Với $a = -3$, $b = -2$, ta có $|(-3) - (-2)| = |-3| - |-2|$.

Lưu ý. Xảy ra $|a - b| = |a| - |b|$ trong trường hợp a và b là hai số cùng dấu, hoặc $b = 0$.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

221. Thực hiện phép tính :

a) $125 - (-314)$;

b) $0 - (-275)$;

c) $(-127) - (-34)$;

d) $152 - 317$.

222. Điền dấu "+" hoặc "-" vào dấu * để biểu thức có giá trị nhỏ nhất :

a) $35 * 43$;

b) $35 * (-27)$.

223. Các số a và b đều là số nguyên âm. Tìm các ví dụ để hiệu $a - b$ là :

a) Số nguyên dương ;

b) Số nguyên âm ;

c) Số 0.

Mức độ nâng cao

224. Điền dấu "+" hoặc "-" vào dấu * để hiệu $(*12) - (*37)$ bằng:

a) -49 ;

b) 25 .

225. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = |x|.$$

§6. QUY TẮC DẤU NGOẶC

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Quy tắc dấu ngoặc

-- Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "+" đằng trước thì dấu các số hạng trong ngoặc vẫn giữ nguyên.

$$a + (b - c + d) = a + b - c + d.$$

-- Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "-" đằng trước, ta phải đổi dấu tất cả các số hạng trong dấu ngoặc.

$$a - (b - c + d) = a - b + c - d.$$

2. Tổng đại số: Một dãy các phép tính cộng, trừ các số nguyên được gọi là một tổng đại số.

Trong một tổng đại số, ta có thể :

- Thay đổi tùy ý vị trí các số hạng kèm theo dấu của chúng;

- Đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý theo quy tắc dấu ngoặc nêu ở trên.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
$a - (b + c - d) = a - b + c - d$	$a - (b + c - d) = a - b - c + d$

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trong các biến đổi sau, biến đổi nào đúng, biến đổi nào sai?

a) $a - (b + c) = a - b + c$;

b) $a - (b - c) = a - b + c$;

2. Hãy nối mỗi ô của cột trái với một ô của cột phải để được khẳng định đúng.

1) $(a + b) + (c - d)$	A) $a + b + c + d$
2) $(a + b) - (c - d)$	B) $a + b + c - d$
	C) $a + b - c - d$
	D) $a + b - c + d$

Đáp án

1. a) Sai;

b) Đúng.

2. Nối 1 - B.

Nối 2 - D.

C. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 67. Tìm số nguyên x , biết

$$25 - (25 - x) = 12 + (42 - 65)$$

Giải

$$25 - (25 - x) = 12 + (42 - 65)$$

$$25 - 25 + x = 12 + 42 - 65$$

$$\therefore x = -11.$$

Ví dụ 68. Một ô tô lên đến độ cao 800m, sau đó xuống dốc 70m, lên dốc 120m, xuống dốc 90m, lên dốc 140m. Hỏi cuối cùng ô tô ở độ cao bao nhiêu?

Giải

Lúc cuối cùng, ô tô ở độ cao :

$$800 - 70 + 120 - 90 + 140 = 900 \text{ (m)}.$$

Mức độ nâng cao

Ví dụ 69. Bỏ dấu ngoặc rồi rút gọn các biểu thức sau :

a) $A = (a - b) - (a - b + c) :$

b) $B = (a + b + c) - (a + b - 5).$

Giải

a) $A = a - b - a + b - c = a - a - b + b - c = (a - a) + (b - b) - c = -c.$

b) $B = a + b + c - a - b + 5 = a - a + b - b + c + 5$
 $= (a - a) + (b - b) + c + 5 = c + 5.$

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

226. Thực hiện phép tính (tính nhanh nếu có thể) :

a) $215 + (-38) - (-58) + 90 - 85;$

b) $31 - [26 - (209 + 35)];$

c) $315 - (41 + 215) ;$

d) $917 - (417 - 65).$

227. Tìm số nguyên x, biết:

a) $15 - (15 + x) = 21 ;$

b) $39 + (x - 39) = 50.$

Mức độ nâng cao

228. Không thực phép tính, hãy tìm các cặp kết quả bằng nhau trong các kết quả sau:

a) $= 42 - (321 - 410) ;$

b) $= 42 - 410 - 321 ;$

c) $= 42 - 410 + 321 ;$

m) $= 42 - (321 + 410);$

n) $= 42 + 410 - 321.$

§7. QUY TẮC CHUYỂN VẾ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó (dấu "+" đổi thành dấu "-", dấu "-" đổi thành dấu "+").

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Nếu $-a + b = c$ thì $b = c - a$	Nếu $-a + b = c$ thì $b = c + a$

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

a) Nếu $-a - b = c$ thì $b = -a - c$.

b) Nếu $a - b = -c$ thì $c = b - a$.

2. Hãy nối mỗi ô của cột trái với một ô của cột phải sao cho thích hợp.

1) $a + c = b$	A) $a = b$
2) $a + c = b + c$	B) $c = a - b$
3) $a - c = b$	C) $c = a + b$
	D) $c = b - a$

Đáp án

1. a) Đúng ;

b) Đúng ;

2. Nối 1 - D.

Nối 2 - A.

Nối 3 - B.

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 70. Tìm số nguyên x , biết

$$13 - (25 - x) = 7.$$

Giải

$$13 - (25 - x) = 7$$

$$13 - 25 + x = 7$$

$$x = 7 - 13 + 25$$

$$x = 19.$$

Mức độ nâng cao

Ví dụ 71. Tìm số nguyên x , biết $|x - 3| = 5$.

Giải

Ta biết rằng GTTĐ của một số bằng 5 nếu số đó bằng 5 hoặc -5 .

Xét hai trường hợp :

a) $x - 3 = 5$

$$x = 5 + 3$$

$$x = 8.$$

b) $x - 3 = -5$

$$x = -5 + 3$$

$$x = -2.$$

Vậy $x = 8$ hoặc $x = -2$.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

229. Tìm số nguyên x , biết :

a) $x - 15 = -21$;

b) $42 - x = -7$;

c) $12 - (30 - x) = -23$;

d) $31 - (17 + x) = 18$.

Mức độ nâng cao

230. Tìm số nguyên x , biết :

a) $|x| - 5 = 12$;

b) $|x + 7| = 2$;

c) $5 + |x + 2| = 8$.

231*. Tìm số nguyên a , biết:

a) $|a| - a = 0$;

b) $|a| + a = 0$.

§8. NHÂN HAI SỐ NGUYÊN KHÁC DẤU. NHÂN HAI SỐ NGUYÊN CÙNG DẤU

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Quy tắc nhân hai số nguyên được xác định như sau:

- a) Nếu một trong hai thừa số bằng 0 thì tích bằng 0.
- b) Nhân hai số nguyên dương chính là nhân hai số tự nhiên khác 0.
- c) Muốn nhân hai số nguyên âm, ta nhân hai GTTĐ của chúng.
- d) Muốn nhân hai số nguyên khác dấu, ta nhân hai GTTĐ của chúng, rồi đặt dấu "-" trước kết quả.

Lưu ý. Có thể diễn đạt gộp hai quy tắc b) và c) như sau: Muốn nhân hai số nguyên cùng dấu, ta nhân hai GTTĐ của chúng, rồi đặt dấu "+" trước kết quả.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
$(-a)(-b) = -ab.$	$(-a)(-b) = ab.$

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

- a) Nếu $ab = 0$ thì $a = 0$ và $b = 0$.
- b) Nếu $ab = 0$ thì $a = 0$ hoặc $b = 0$.
- c) Nếu $ab > 0$ thì a và b là hai số cùng dấu.
- d) Nếu $ab < 0$ thì a và b là hai số khác dấu.

2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

- a) Nếu $a + b = a + c$ thì $b = c$.
- b) Nếu $ab = ac$ thì $b = c$.
- c) Nếu $ab = ac$ thì $a = 0$ hoặc $b = c$.

Đáp án

1. a) Sai; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.
2. a) Đúng ; b) Sai ; c) Đúng.

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 72. Thực hiện phép tính :

- a) $(-12) + 6.(-3)$; b) $25.(30 - 51) - 20.(-17)$.

Giải

a) $(-12) + 6.(-3) = -12 - 18 = -30$.

b) $25.(30 - 51) - 20.(-17) = 25.(-21) + 20.17 = -525 + 340 = -185$.

Ví dụ 73. Tìm số nguyên x , biết $(x - 2).(x + 4) = 0$.

Giải

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

nếu $x - 2 = 0$ hoặc $x + 4 = 0$.

Vậy $x = 2$ hoặc $x = -4$.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 74. Hãy lấy các ví dụ để minh họa khẳng định sau: GTĐ của một tích hai số bằng tích các GTĐ của chúng :

$$|a.b| = |a|.|b|$$

Giải

Chẳng hạn $|3.(-4)| = |3|.|-4|$:

$$|(-3).(-4)| = |-3|.|-4|.$$

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

232. Thực hiện phép tính

a) $(-12) \cdot (-103)$;

b) $(+35) \cdot (-52)$.

233. Cho $a.b = -60$. Tính $a.(-b)$; $(-a).b$; $(-a).(-b)$.

234. Cho $a.b = c$. Tìm điều kiện của các số a và b để:

a) $c > 0$;

b) $c < 0$;

c) $c = 0$.

235. Thực hiện phép tính :

a) $-8 - 5 \cdot (-4)$;

b) $(-3) \cdot (-5) - 5 \cdot (-7)$.

236. Tìm số nguyên x , biết:

a) $x(x - 3) = 0$;

b) $(x + 7)(x - 8) = 0$.

Mức độ nâng cao

237. Tìm ba số nguyên liên tiếp có tổng bằng 0.

238. Cho biểu thức

$$A = 10 + 9 + 8 + \dots + x$$

trong đó các số hạng của A kể từ trái sang phải là các số nguyên liên tiếp giảm dần. Biết $A = 0$, tìm x .

239. Tính nhanh :

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 51 - 52 + 53.$$

240. Tìm số nguyên x , biết :

a) $x(x - 3) < 0$;

b) $x(x - 3) > 0$;

c) $(x + 2)(x + 5) < 0$;

d) $(x + 2)(x + 5) > 0$.

241. Có hai số nguyên nào nhỏ hơn 3 mà tích bằng 100 không ?

§9. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP NHÂN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Phép nhân các số nguyên có các tính chất :

Giao hoán	$a.b = b.a$
Kết hợp	$(a.b).c = a.(b.c)$
Nhân với số 1	$a.1 = 1.a = a$
Phân phối của phép nhân đối với phép cộng	$a(b + c) = ab + ac$

2. Khi nhân nhiều thừa số khác 0, cần nhớ quy tắc về dấu:

- Nếu số thừa số âm là 0, 2, 4, ... (tức là số thừa số âm chẵn) thì tích là số dương.
- Nếu số thừa số âm là 1, 3, 5, ... (tức là số thừa số âm lẻ) thì tích là số âm.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
$(-2)^4 = -16$	$(-2)^4 = 16$

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Điền các từ thích hợp (dương, âm) vào chỗ trống (...):

Trong một tích các số nguyên khác 0:

- a) Nếu có 7 thừa số âm thì tích là số ...
- b) Nếu có 8 thừa số âm thì tích là số ...

2. Điền các từ thích hợp (dương, âm) vào các chỗ trống (...)

- a) Khi nâng một số âm lên lũy thừa bậc chẵn, ta được một số ...
- b) Khi nâng một số âm lên lũy thừa bậc lẻ, ta được một số ...
- c) Khi nâng một số dương lên lũy thừa bậc chẵn, ta được một số ...
- d) Khi nâng một số dương lên lũy thừa bậc lẻ, ta được một số ...

Đáp án

1. a) âm ; b) dương.

2. a) dương; b) âm; c) dương; d) dương.

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 75. Áp dụng các tính chất của phép nhân để tính nhanh

$$A = 25 \cdot 7 \cdot 4 + 215 \cdot 35 - 217 \cdot 35.$$

Giải

$$\begin{aligned} A &= 7 \cdot (25 \cdot 4) + (215 - 217) \cdot 35 \\ &= 7 \cdot 100 + (-2) \cdot 35 = 700 - 70 = 630. \end{aligned}$$

Lưu ý

Các tính chất được vận dụng để tính nhanh thường là :

- Giao hoán và kết hợp các thừa số để có tích riêng là các số tròn chục, tròn trăm, tròn nghìn...
- Áp dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng nếu có một số được phân phối đem nhân với một tổng.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 76. Tìm số nguyên x để biểu thức $A = (x + 2)^2 - 13$ có giá trị nhỏ nhất.

Giải

Với mọi x ta có $(x + 2)^2 \geq 0$ nên $(x + 2)^2 - 13 \geq -13$.

Ta có $A \geq -13$. Xảy ra $A = -13$ với $x + 2 = 0$ tức là $x = -2$.

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức A bằng -13 với $x = -2$.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

242. Tính nhanh :

a) $(-8).14.125$;

b) $-4.2.6.25.(-7).5$;

c) $(-125) . (-72) . 7$;

d) $-310 . 87 + (-310).13$;

e) $47.69 - 31.(-47)$;

g) $42.48 - 24. 34$.

243. Tính : a) $(-1)^{25}$; b) $(-1)^{20}$; c) $(-3)^4$; d) $(-2)^5$;

e) $4.(-2)^3 - 7.(-4)$.

Mức độ nâng cao

244. Tìm số nguyên n, biết :

a) $(n + 3)(n^2 + 1) = 0$;

b) $(n - 1)(n^2 - 4) = 0$.

245. Cho $A = a.b.c$, trong đó $a < 0$, $A > 0$, $b < c$. Hãy so sánh b và c với số 0.

246. Tìm các số nguyên x và y, biết rằng

$$(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 0.$$

247. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức:

a) $A = 2x^2 - 15$;

b) $B = 2(x + 1)^2 - 17$.

248. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức:

a) $A = 14 - x^2$;

b) $B = 25 - (x - 2)^2$.

249. Tìm số nguyên a, biết rằng

$$(a^2 - 49)(a^2 - 81) < 0.$$

§10. BỘI VÀ ƯỚC CỦA MỘT SỐ NGUYÊN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Cho hai số nguyên a và b , trong đó $b \neq 0$. Nếu có số nguyên k sao cho $a = bk$ thì ta nói a chia hết cho b . Ta còn nói a là bội của b và b là ước của a .

2. Cần nhớ các tính chất chia hết sau:

$$a:b \text{ và } b:c \Rightarrow a:c$$

$$a:b \Rightarrow am:b \quad (m \in \mathbb{Z})$$

$$a:c \text{ và } b:c \Rightarrow (a+b):c$$

$$a:c \text{ và } b \nmid c \Rightarrow (a+b) \nmid c.$$

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Cho các số nguyên a và b khác 0.

Sai	Đúng
Nếu $a:b$ và $b:a$ thì $a = b$.	Nếu $a:b$ và $b:a$ thì $a = b$ hoặc $a = -b$.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Tập hợp các ước của -4 là

(A) $\{-1; -2; -4\};$

(B) $\{1; 2; 4\};$

(C) $\{-4; -2; -1; 1; 2; 4\};$

(D) $\{-4; -2; -1; 0; 1; 2; 4\}.$

Hãy chọn phương án đúng.

2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

a) Nếu số nguyên a là ước của số nguyên b thì $a \leq b$.

b) Số nguyên a có m ước. Số m bao giờ cũng là số chẵn.

Đáp án

1. (C).

2. a) Sai;

b) Đúng.

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 77. Tìm số nguyên n , biết rằng $n - 1$ là ước của 3.

Giải

3 có bốn ước là $\pm 1, \pm 3$. Vậy

$$n - 1 \in \{-3; -1; 1; 3\}$$

tức là $n \in \{-2; 0; 2; 4\}$.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 78. Tìm các số tự nhiên x và y sao cho

$$(x - 1)(y - 7) = 7.$$

Giải

$x - 1$ và $y - 7$ là các số nguyên và là ước của 7. Số 7 có bốn ước là $\pm 1, \pm 7$. Do $x \in \mathbb{N}$ nên $x - 1 \geq -1$.

Ta có

$x - 1$	-1	1	7
$y - 7$	-7	7	1

Vậy

x	0	2	8
y	0	14	8

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

250. Tìm tập hợp các ước của 12 mà lớn hơn -4.

251. Số -6 chia hết cho những số nào ?

252. Tìm số nguyên n , biết rằng $n - 3$ là ước của 7.

Mức độ nâng cao

253. Tìm các số nguyên x và y sao cho :

a) $(x + 3)(y + 1) = 3;$

b) $(x - 1)(xy + 1) = 2$;

c) $xy - 2x = 5$.

254. Tìm số nguyên n , biết :

a) $n + 3 \vdots n - 1$;

b) $2n - 1 \vdots n + 2$.

255*. Số nguyên a có tất cả 10 ước, trong đó có số 2. Tìm a .

256. Biết rằng một số chia hết cho 7 nếu hiệu giữa số chục (chú ý : số chục chứ không phải chữ số hàng chục) và hai lần chữ số hàng đơn vị là một số chia hết cho 7. Hãy kiểm tra xem các số sau có chia hết cho 7 không ?

a) 1384 :

b) 116;

c) 2226.

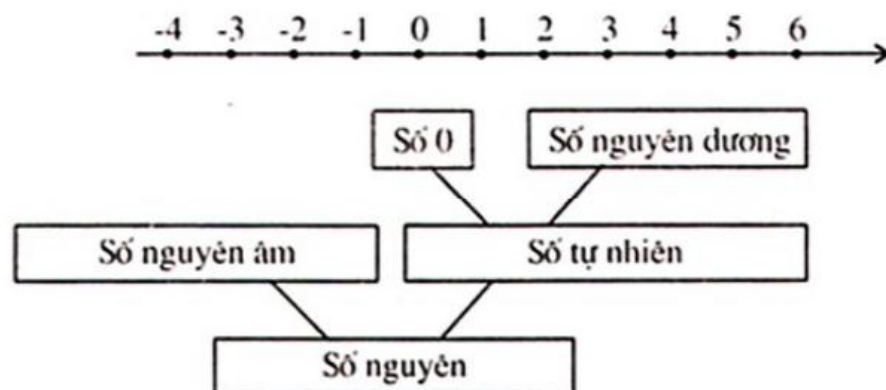
257. Cho tổng

$$A = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 99 - 100.$$

Tổng A có chia hết cho 2, cho 3, cho 4 không ?

§11. ÔN TẬP CHƯƠNG II

A. BẢNG HỆ THỐNG KIẾN THỨC



B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Nếu $a^2 = 25$ thì $a = 5$.	Nếu $a^2 = 25$ thì $a = 5$ hoặc $a = -5$.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Cho tích $a(-b)(-c)$. Biểu thức nào sau đây bằng biểu thức đã cho ?

(A) $(-a).b.c$;

(B) $a(-b).c$;

(C) abc ;

(D) $(-a)(-b)(-c)$.

2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

a) Nếu $a^2 = 0$ thì $a = 0$.

b) Nếu $a^2 > 0$ thì $a > 0$.

c) Nếu $a^2 = 1$ thì $a = 1$.

d) Nếu $a^2 > 1$ thì $a > 1$.

e) Ta luôn có $a^2 \geq 0$.

g) Ta luôn có $a^3 \geq 0$.

Đáp án

1. (C).

2. a) Đúng ; b) Sai ; c) Sai ; d) Sai ; e) Đúng ; g) Sai.

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 79. Cho các số nguyên : $-15, 20, 0, |-3|$.
Biểu diễn mỗi số trên bởi một chấm nhỏ và đặt vào vị trí thích hợp trong sơ đồ ở hình 15.

Giải

Xem hình 16.

Ví dụ 80. Thực hiện phép tính (một cách nhanh chóng nếu có thể):

a) $1532 + (-186) + (-1432) - 14 + 123$;

b) $-47.69 + 31.(-47)$;

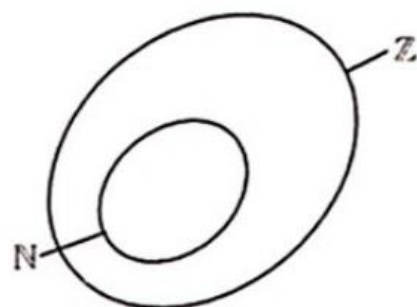
c) $-213.68 + 213.(-32)$.

Giải

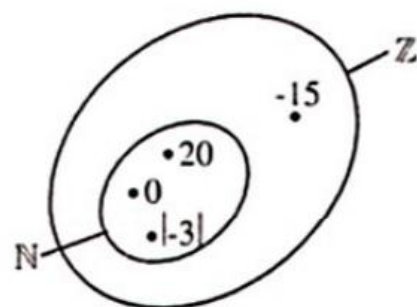
a) $1532 - 186 - 1432 - 14 + 123$

$= (1532 - 1432) - (186 + 14) + 123$

$= 100 - 200 + 123 = 23$.



Hình 15



Hình 16

$$b) -47.69 + 31.(-47) = -47.(69 + 31) = -47.100 = -4700.$$

$$\begin{aligned} c) -213.68 + 213.(-32) &= 213.(-68) + 213.(-32) \\ &= 213.(-68 - 32) = 213.(-100) = -21300. \end{aligned}$$

Mức độ nâng cao

Ví dụ 81. Cho các số nguyên a và b thỏa mãn $a - b = -(a - b)$. Hãy chứng tỏ rằng $a = b$.

Giải

Cách 1. $a - b = -(a - b)$.

Theo quy tắc dấu ngoặc: $a - b = -a + b$.

Theo quy tắc chuyển vế: $a + a = b + b$

nên $2a = 2b$. Suy ra $a = b$.

Cách 2. Số $a - b$ bằng số đối của nó nên $a - b = 0$.

Suy ra $a = b$.

Ví dụ 82. Rút gọn các biểu thức sau với a là số nguyên âm :

a) $a + |a|$; b) $a - |a|$; c) $a \cdot |a|$.

Giải

a là số nguyên âm nên $|a| = -a$. Do đó :

a) $a + |a| = a + (-a) = 0$.

b) $a - |a| = a - (-a) = a + a = 2a$.

c) $a \cdot |a| = a \cdot (-a) = -a^2$.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

258. Thực hiện phép tính :

a) $5.(-3)^2 - 14.(-8) + (-31)$;

b) $6.(-2)^3 + 5.(-4) - (-12)$;

c) $-31 - [82 - (-17)]$.

259. Tính các kết quả sau (một cách nhanh chóng nếu có thể) :

a) $-326 - (115 - 326)$;

b) $35.23 - 27.35$;

c) $34.(-84) + 17.(-32)$;

d) $-215.54 - 430.23$.

260. Điền số vào ô trống theo quy luật.

a)

27	13	14
2	-16	-18
-15	20	

b)

13	6	12
4	8	3
52		36

261. Tìm số nguyên x, biết :

a) $15 - (x - 7) = 21$;

b) $(17 - x) - 12 = 6$;

c) $5 - x$ là số nguyên âm lớn nhất ;

d) $x + 5$ là số nguyên âm nhỏ nhất có hai chữ số.

262. Tính giá trị của các biểu thức sau với $a = -3$:

a) $a + |a|$;

b) $a - |a|$;

c) $a \cdot |a|$.

263. Tìm các số nguyên x và y, biết $x + y = 3$ và $x - y = 7$.

Mức độ nâng cao

264. Tìm số nguyên x, biết $8 - |x + 2| = 5$.

265. Tìm các số nguyên x và y sao cho $(x - 3)(x + y) = -7$.

266. Các khẳng định sau có đúng với mọi số nguyên a, b không ?

Nếu sai, hãy chỉ ra một ví dụ.

a) $a = b \Rightarrow |a| = |b|$.

b) $|a| = |b| \Rightarrow a = b$;

c) $a > b \Rightarrow |a| > |b|$;

d) $|a| > |b| \Rightarrow a > b$;

e) $a \leq |a|$;

g) $|a| > 0$;

h) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$;

i) $|a + b| = |a| + |b|$.

267*. Tìm các số nguyên a, b, c biết rằng

$$a = b + c = b \cdot c.$$

HÌNH HỌC

Chương _____

I

ĐOẠN THẲNG

Hình gì giới hạn hai đầu

Toàn thân thẳng tắp, không đầu thẳng bằng?

§1. ĐIỂM. ĐƯỜNG THẲNG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Điểm, đường thẳng là các hình hình học không định nghĩa.

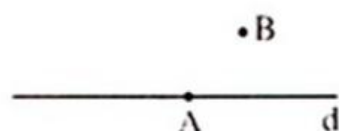
Hình ảnh của điểm: Một dấu chấm nhỏ trên trang giấy.

Hình ảnh của đường thẳng: Một sợi chỉ căng thẳng.

2. Quan hệ vị trí giữa điểm và đường thẳng (h. 17):

– Điểm A thuộc đường thẳng d, kí hiệu $A \in d$.

– Điểm B không thuộc đường thẳng d, kí hiệu $B \notin d$.



Hình 17

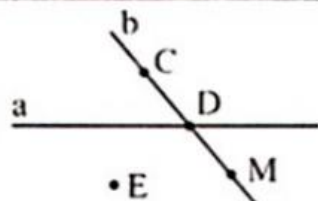
B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Một thước thẳng cho ta hình ảnh của một đường thẳng.	Mép của thước thẳng cho ta hình ảnh của một đường thẳng.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Cho hình 18. Điền các chữ hoặc các kí hiệu thích hợp vào các chỗ trống (...):

E ... a ; C ∈ ... ; ... ∈ a ; M ... b.



Hình 18

2. Vẽ cho hình 18. Điền các từ thích hợp (đi qua, không đi qua) vào chỗ trống (...):

a) Đường thẳng a ... điểm E.

b) Đường thẳng b ... điểm D.

Đáp án

1. $E \notin a$; $C \in b$; $D \in a$; $M \in b$.

2. a) không đi qua; b) đi qua.

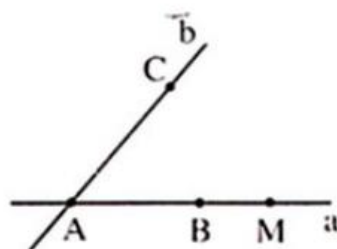
D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 1. Cho hình 19. Dùng các kí hiệu $\in$, $\notin$ để viết:

a) Các điểm nằm trên đường thẳng a, các điểm không nằm trên đường thẳng a.

b) Các điểm nằm trên đường thẳng b, các điểm không nằm trên đường thẳng b.



Hình 19

Giải

a) $A \in a$, $B \in a$, $M \in a$, $C \notin a$.

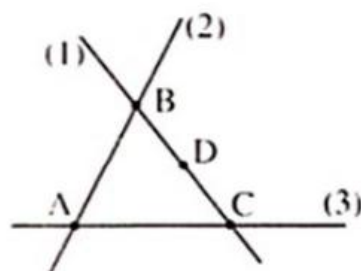
b) $A \in b$, $C \in b$, $B \notin b$, $M \notin b$.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 2. Cho hình 20. Đặt tên a, b, m cho các đường thẳng (1), (2), (3) thỏa mãn cả hai điều kiện sau:

a) Điểm C nằm trên đường thẳng a;

b) Đường thẳng m chứa điểm D.



Hình 20

Giải

Ta dùng điều kiện b) trước. Từ điều kiện này suy ra m là đường thẳng (1).

Từ điều kiện a) suy ra a là đường thẳng (3).

Còn lại b là đường thẳng (2).

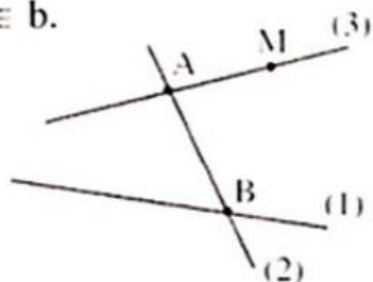
BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

1. Cho biết điểm A nằm trên đường thẳng d, đường thẳng d không đi qua điểm C, đường thẳng d chứa điểm M. Hãy vẽ hình và điền vào chỗ trống (...) cho đúng :
- M ... d ; A ... d, C ... d.
2. Vẽ các đường thẳng a, b và các điểm A, B, C thỏa mãn tất cả các điều kiện sau :
- a) $A \in b$; b) $C \notin a$ và $C \notin b$; c) $B \in a$ và $B \in b$.

Mức độ nâng cao

3. Cho hình 21. Đặt tên a, b, c cho các đường thẳng (1), (2), (3) thỏa mãn cả hai điều kiện sau :
- a) Đường thẳng a không đi qua M ;
- b) Điểm A không thuộc đường thẳng c.

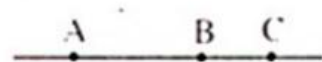


Hình 21

§2. BA ĐIỂM THẲNG HÀNG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Khi ba điểm cùng thuộc một đường thẳng, ta nói chúng thẳng hàng (h. 22). Khi ba điểm không cùng thuộc bất kì đường thẳng nào, ta nói chúng không thẳng hàng.



Hình 22

2. Trong ba điểm thẳng hàng, có một điểm và chỉ một điểm nằm giữa hai điểm còn lại.

B. SAI LÂM CẦN TRÁNH

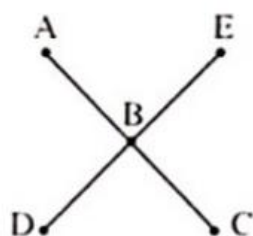
Sai	Đúng
Ba điểm A, B, C không cùng thuộc đường thẳng a thì chúng không thẳng hàng.	Ba điểm A, B, C không cùng thuộc bất kì đường thẳng nào thì chúng không thẳng hàng.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trên hình 23, có bao nhiêu bộ ba điểm thẳng hàng ?

- (A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4.

Hãy chọn phương án đúng.

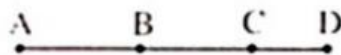


Hình 23

2. Cho hình 24. Điền vào chỗ trống (...) cho đúng:

a) Điểm ... nằm giữa hai điểm A và C ;

b) Điểm B nằm giữa hai điểm ... và D.



Hình 24

Đáp án

1. (B). 2. a) B ; b) A.

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 3. Vẽ bốn điểm A, B, C, D sao cho điểm B nằm giữa A và C, điểm C nằm giữa B và D.

a) Điểm B còn nằm giữa hai điểm nào ? Điểm C còn nằm giữa hai điểm nào ?

b) Tìm các điểm nằm cùng phía đối với A.

c) Tìm các điểm nằm khác phía đối với B.



Hình 25

Giải (h. 25)

a) B còn nằm giữa A và D ; C còn nằm giữa A và D.

b) Các điểm B, C, D nằm cùng phía đối với A.

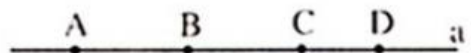
c) A và C nằm khác phía đối với B, A và D nằm khác phía đối với B.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 4. Cho bốn điểm A, B, C, D thuộc đường thẳng a theo thứ tự đó.

a) Kể tên các bộ ba điểm thẳng hàng.

b) Kể tên các trường hợp một điểm nằm giữa hai điểm khác.



Hình 26

Giải (h. 26)

Các bộ ba điểm thẳng hàng	Các trường hợp một điểm nằm giữa hai điểm khác
A, B, C	B nằm giữa A và C.
A, B, D	B nằm giữa A và D.
A, C, D	C nằm giữa A và D.
B, C, D	C nằm giữa B và D.

Lưu ý

a) Trên một hình có bao nhiêu bộ ba điểm thẳng hàng thì có bấy nhiêu trường hợp một điểm nằm giữa hai điểm khác.

b) Để viết đầy đủ (không trùng, không sót) các bộ ba điểm thẳng hàng, ta nên viết chúng theo một quy luật.

Cách 1. Bớt đi điểm D, ta có ba điểm A, B, C.

Bớt đi điểm C, ta có ba điểm A, B, D.

Bớt đi điểm B, ta có ba điểm A, C, D.

Bớt đi điểm A, ta có ba điểm B, C, D.

Cách 2. Viết các cặp hai điểm rồi bổ sung thêm điểm thứ ba (nằm bên phải hai điểm ấy).

Với cặp điểm A–B, ta có các bộ ba điểm A–B–C, A–B–D.

Với cặp điểm A–C, ta có bộ ba điểm A–C–D.

Với cặp điểm B–C, ta có bộ ba điểm B–C–D.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

4. Vẽ hình theo các câu sau :

a) Điểm A nằm giữa hai điểm B và C, điểm B nằm giữa hai điểm A và D.

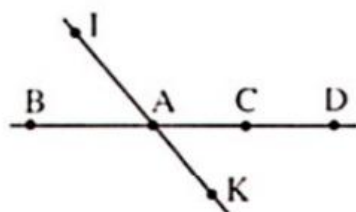
b) Điểm A nằm giữa hai điểm B và C, điểm A nằm giữa hai điểm M và N, ba điểm A, B, M không thẳng hàng.

5. Vẽ năm điểm A, B, C, M, N sao cho :
- Điểm C nằm giữa hai điểm A và B ;
 - Điểm M nằm giữa hai điểm A và C ;
 - Điểm N nằm giữa hai điểm C và B.

Trên hình vẽ ấy, điểm C nằm giữa hai điểm nào ?

Mức độ nâng cao

6. Kể tên các bộ ba điểm thẳng hàng trên hình 27.
7. Cho năm điểm A, B, C, D, E thuộc đường thẳng a.
- Có bao nhiêu bộ ba điểm thẳng hàng ?
 - Có bao nhiêu trường hợp một điểm nằm giữa hai điểm khác ?

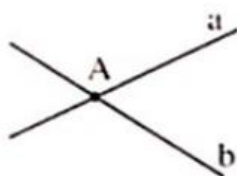


Hình 27

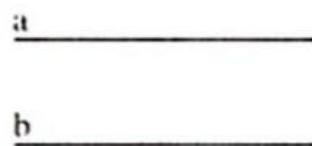
§3. ĐƯỜNG THẲNG ĐI QUA HAI ĐIỂM

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

- Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm A và B.
- Ba cách đặt tên đường thẳng : đường thẳng d, đường thẳng AB, đường thẳng xy.
- Với ba điểm thẳng hàng A, B, C, hai đường thẳng AB và AC trùng nhau (tức là điểm thuộc đường thẳng này cũng thuộc đường thẳng kia, và ngược lại).
- Hai đường thẳng phân biệt là hai đường thẳng không trùng nhau. Vị trí của hai đường thẳng phân biệt:
 - Chỉ có một điểm chung (h. 28). Trên hình 28, hai đường thẳng a và b cắt nhau tại giao điểm A.
 - Không có điểm chung nào (h. 29). Trên hình 29, hai đường thẳng a và b song song với nhau.



Hình 28



Hình 29

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Hai đường thẳng phân biệt là hai đường thẳng không có điểm chung.	Hai đường thẳng phân biệt là hai đường thẳng không trùng nhau.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

- a) Nếu $A \in m$, $B \in m$, $C \notin m$ thì ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
 b) Nếu $A \notin m$, $B \notin m$, $C \notin m$ thì ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

2. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng và điểm M không thẳng hàng với A và B. Kẻ các đường thẳng đi qua hai trong bốn điểm ấy. Có bao nhiêu đường thẳng đôi một phân biệt trong hình vẽ ?

- (A) 2; (B) 3; (C) 4; (D) 5.

Đáp án

1. a) Đúng ; b) Sai. 2. (C).

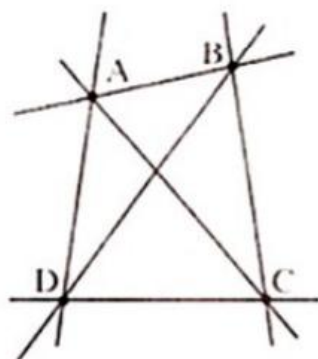
D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 5. Cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm, ta vẽ một đường thẳng. Có tất cả bao nhiêu đường thẳng ?

Giải (h. 30)

Có tất cả sáu đường thẳng là AB, AC, AD, BC, BD, CD.



Hình 30

Mức độ nâng cao

Ví dụ 6. Cho năm điểm A, B, C, D, E. Vẽ tất cả các đường thẳng đi qua hai trong năm điểm đó.

a) Có bao nhiêu đường thẳng, nếu trong năm điểm đã cho không có ba điểm nào thẳng hàng ?

b) Có bao nhiêu đường thẳng, nếu trong năm điểm đã cho có đúng ba điểm thẳng hàng ?

Giải

a) (h. 31) Qua một điểm ta kẻ được 4 đường thẳng đi qua một trong 4 điểm còn lại. Có tất cả 5 điểm nên kẻ được $5 \cdot 4 = 20$ đường thẳng. Do mỗi đường thẳng đã được kẻ hai lần nên có tất cả $20 : 2 = 10$ (đường thẳng).

b) Giả sử chỉ có ba điểm thẳng hàng là A, B, C (h. 32).

Cách 1. Có tất cả 8 đường thẳng là DA, DB, DC, DE, EA, EB, EC, AC.

Cách 2. Theo câu a) nếu không có ba điểm nào thẳng hàng thì có 10 đường thẳng.

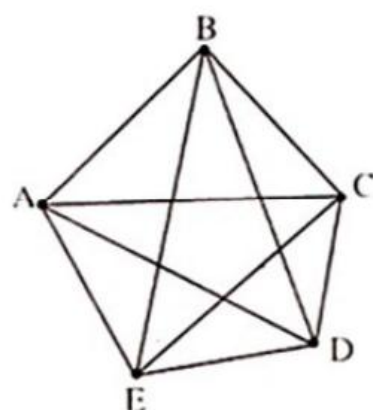
Với ba điểm A, B, C nếu chúng không thẳng hàng thì có ba đường thẳng, nhưng chúng thẳng hàng nên chỉ có một đường thẳng. Do đó số đường thẳng phải đếm giảm đi $3 - 1 = 2$.

Vậy có $10 - 2 = 8$ đường thẳng.

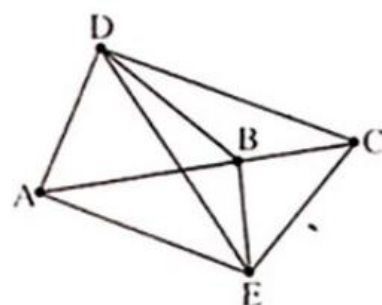
Lưu ý. a) Ở câu a, nếu có n điểm thì có $n(n - 1) : 2$ đường thẳng.

b) Ở câu b, so sánh hai cách giải ta thấy: Trong trường hợp có ít điểm (như ví dụ 6), ta có thể đếm số đường thẳng bằng cách liệt kê như cách 1.

Trong trường hợp có nhiều điểm, ta đếm bằng lập luận như cách 2. Giả sử trong hình vẽ có 100 điểm, trong đó đúng ba điểm thẳng hàng, cần đếm số đường thẳng đi qua hai trong 100 điểm nói trên.



Hình 31



Hình 32

Trước hết, giả sử không có ba điểm nào thẳng hàng thì lập luận như trên, số đường thẳng là

$$100 \cdot 99 : 2 = 4950.$$

Do có ba điểm thẳng hàng nên số đường thẳng giảm đi 2, tức là có

$$4950 - 2 = 4948 \text{ (đường thẳng).}$$

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

- Cho bốn điểm A, B, C, D sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng và ba điểm B, C, D thẳng hàng. Vì sao bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng ?
- Vẽ hai đường thẳng a và b cắt nhau tại điểm O. Trên đường thẳng a lấy điểm A (khác điểm O), trên đường thẳng b lấy điểm B (khác điểm O). Ba điểm A, O, B có thẳng hàng không ?
- Hai đường thẳng phân biệt có thể có bao nhiêu điểm chung ? Tại sao chúng không thể có hai điểm chung ?
- Vẽ bốn đường thẳng sao cho hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Hãy đếm số giao điểm của hai trong các đường thẳng đó.
- Có thể trồng 7 cây thành 6 hàng, mỗi hàng 3 cây (xem hình 33). Có thể trồng 6 cây thành 4 hàng, mỗi hàng 3 cây hay không ?



Hình 33

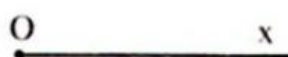
Mức độ nâng cao

- Cho sáu điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ một đường thẳng. Có tất cả bao nhiêu đường thẳng ?
- Cho n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ một đường thẳng. Có tất cả 21 đường thẳng. Tìm n.
- Cho bốn đường thẳng cắt nhau đôi một, tạo thành m giao điểm.
 - Tìm giá trị nhỏ nhất của m.
 - Tìm giá trị lớn nhất của m.

§4. TIA

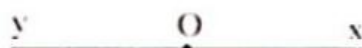
A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Hình gồm điểm O và một phần đường thẳng bị chia ra bởi điểm O gọi là một tia gốc O. Trên hình 34 ta có tia Ox.

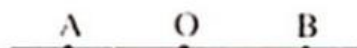


Hình 34

2. Hai tia chung gốc và tạo thành một đường thẳng gọi là hai tia đối nhau (h. 35a). Mỗi điểm trên đường thẳng là gốc chung của hai tia đối nhau.



a)



b)

Hình 35

3. Nếu điểm O nằm giữa hai điểm A và B (h. 35b) thì :

- Hai tia OA và OB đối nhau.
- Hai tia AO và AB trùng nhau. Hai tia BO và BA trùng nhau.

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Cho điểm A thuộc tia Ox.

Không nên vẽ	Nên vẽ
Hình 36a	Hình 36b

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trên đường thẳng a lấy các điểm A, B, C sao cho điểm B nằm giữa hai điểm A và C. Điền vào chỗ trống (...) cho đúng :

- Hai tia ... và ... đối nhau.
- Hai tia AB và ... trùng nhau.
- Hai tia CA và ... trùng nhau.

2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

- a) Nếu hai tia có hai điểm chung thì chúng trùng nhau.
- b) Nếu hai tia chung gốc có thêm một điểm chung khác thì chúng trùng nhau.
- c) Nếu trên một đường thẳng có 5 điểm thì có 10 tia.

Đáp án

- 1. a) BA, BC ; b) AC ; c) CB.
- 2. a) Sai; b) Đúng; c) Đúng.

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 7. Vẽ năm điểm A, B, C, M, N trên đường thẳng sao cho điểm C nằm giữa hai điểm A và B, điểm M nằm giữa hai điểm A và C, điểm N nằm giữa hai điểm C và B.

- a) Kể tên các tia trùng nhau có gốc C.
- b) Kể tên các tia đối nhau có gốc C.

Giải (h. 37)

- a) Các tia trùng nhau có gốc C là CA và CM, CB và CN.
- b) Các tia đối nhau có gốc C là CA và CB, CA và CN, CB và CM, CM và CN.



Hình 37

Lưu ý

Từ các điều kiện đã cho trong bài, có thể dùng lập luận để chứng tỏ điểm C nằm giữa hai điểm M và N. Thật vậy :

M nằm giữa A và C nên các tia CM, CA trùng nhau (1)

N nằm giữa C và B nên các tia CN, CB trùng nhau (2)

C nằm giữa A và B nên các tia CA, CB đối nhau (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra các tia CM, CN đối nhau. Do đó điểm C nằm giữa hai điểm M và N.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 8. Cho ba điểm A, B, C sao cho điểm C nằm giữa hai điểm A và B.

- a) Vẽ điểm M thuộc tia CB sao cho điểm M nằm giữa hai điểm C và B.
- b) Vẽ điểm M thuộc tia CB sao cho điểm B nằm giữa hai điểm C và M.
- c) Giải thích vì sao trong cả hai câu a và b, điểm C nằm giữa hai điểm A và M.

Giải

a) Xem hình 38a.

b) Xem hình 38b.



a)



b)

Hình 38

c) (h. 38) Điểm M thuộc tia CB và M không trùng C nên các tia CM và CB trùng nhau (1). Điểm C nằm giữa A và B nên các tia CA và CB đối nhau (2).

Từ (1) và (2) suy ra các tia CM, CA đối nhau nên điểm C nằm giữa A và M.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

- 16. Cho điểm A thuộc đường thẳng xy, điểm B thuộc tia Ay. Kể tên trên hình vẽ :
 - a) Các tia đối nhau ;
 - b) Các tia trùng nhau.
- 17. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng, trong đó các tia CA và CB đối nhau. Kể tên điểm nằm giữa hai điểm.
- 18. Cho điểm A thuộc đường thẳng xy, điểm B thuộc tia Ax, điểm C thuộc tia Ay.
 - a) Tìm các tia đối của tia Ax.
 - b) Tìm các tia trùng với tia Ax.
 - c) Trên hình vẽ có bao nhiêu tia phân biệt ?

19. Gọi O là một điểm của đường thẳng xy . Vẽ điểm A thuộc tia Ox , các điểm B và C thuộc tia Oy sao cho C nằm giữa O và B .

a) Trên hình vẽ có bao nhiêu tia phân biệt ?

b) Các tia OA và CB có đối nhau không ?

Các tia AO và CB có trùng nhau không ? Các tia AO và OA có trùng nhau không ?

c) Kể tên các cặp tia đối nhau.

Mức độ nâng cao

20. Ba đường thẳng xx' , yy' , zz' cắt nhau đôi một tạo thành ba giao điểm A , B , C . Trên hình vẽ có bao nhiêu tia ?

21. Cho bốn điểm A , B , C , D sao cho điểm B nằm giữa hai điểm A và C , điểm A nằm giữa hai điểm B và D . Vì sao điểm B nằm giữa hai điểm D và C ?

§5. ĐOẠN THẲNG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Đoạn thẳng AB là hình gồm điểm A , điểm B và tất cả các điểm nằm giữa A và B (h. 39).



Hình 39

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Nếu điểm M thuộc đoạn thẳng AB thì điểm M nằm giữa A và B .	Nếu điểm M thuộc đoạn thẳng AB và không trùng A , không trùng B thì điểm M nằm giữa A và B .

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

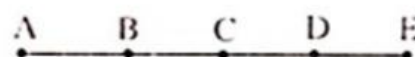
a) Tia AB có thể viết là tia BA .

b) Đoạn thẳng AB có thể viết là đoạn thẳng BA .

2. Số đoạn thẳng có trong hình 40 là

(A) 4; (B) 5; (C) 9; (D) 10.

Hãy chọn phương án đúng.



Hình 40

Đáp án

1. a) Sai ; b) Đúng. 2. (D).

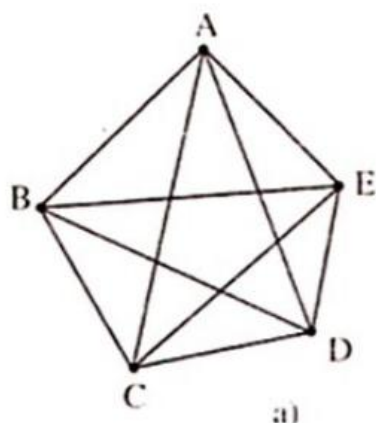
D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

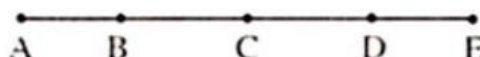
Ví dụ 9. Cho năm điểm A, B, C, D, E. Cứ qua hai điểm ta vẽ một đoạn thẳng. Trên hình vẽ có bao nhiêu đoạn thẳng ?

Giải (h. 41)

Có 10 đoạn thẳng là AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE.



a)



b)

Hình 41

Lưu ý

a) Số đoạn thẳng không phụ thuộc vào vị trí của năm điểm đã cho. Trong năm điểm ấy, nếu có ba điểm thẳng hàng hoặc nhiều điểm thẳng hàng, số đoạn thẳng vẫn là 10. Trên hình 41b cả năm điểm đều thẳng hàng.

b) Để viết các đoạn thẳng không trùng, không sót, ta nên kể tên chúng theo một thứ tự :

- Đoạn thẳng nối A với mỗi điểm B, C, D, E ;
- Đoạn thẳng nối B với mỗi điểm C, D, E ;

– Đoạn thẳng nối C với mỗi điểm D, E ;

– Đoạn thẳng nối D với E.

c) Cũng có thể đếm số đoạn thẳng theo cách đếm số đường thẳng như ở ví dụ 6.

d) Tổng quát nếu có n điểm thì số đoạn thẳng là $n(n - 1) : 2$.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 10. Cho n điểm. Vẽ các đoạn thẳng nối hai trong n điểm đó. Có tất cả 45 đoạn thẳng. Tính n .

Giải

Nối mỗi điểm với $n - 1$ điểm còn lại, ta được $n - 1$ đoạn thẳng. Có n điểm nên vẽ được $n(n - 1)$ đoạn thẳng. Do mỗi đoạn thẳng đã được tính hai lần nên có tất cả $n(n - 1) : 2$ đoạn thẳng.

Ta có $n(n - 1) : 2 = 45$ nên $n(n - 1) = 90 = 10.9$.

Vậy $n = 10$.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

22. Cho đoạn thẳng AB. Vẽ các điểm C và D sao cho điểm C nằm giữa A và B, điểm D nằm giữa C và B. Vẽ điểm E nằm ngoài đường thẳng AB. Kẻ các đoạn thẳng EA, EC, EB, ED. Trên hình vẽ có những đoạn thẳng nào ?

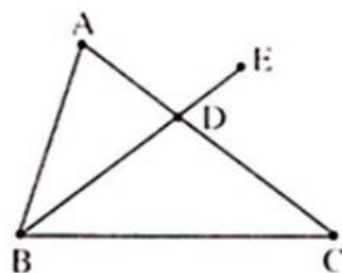
23. Vẽ hai đoạn thẳng AB và CD cắt nhau tại điểm I không trùng với các đầu của mỗi đoạn thẳng. Kể tên các đoạn thẳng có trên hình vẽ.

24. Vẽ hai đoạn thẳng AB và CD cắt nhau tại điểm C. Kể tên các đoạn thẳng có trên hình vẽ.

25. Vẽ hai đoạn thẳng AB và CD không cắt nhau, nhưng tia AB cắt đoạn thẳng CD.

Mức độ nâng cao

26. Có bao nhiêu đoạn thẳng trên hình 42 ?



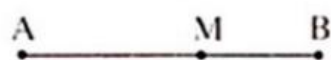
Hình 42

27. Vẽ ba đoạn thẳng sao cho mỗi đoạn thẳng cắt đúng hai đoạn thẳng khác.
28. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Hãy vẽ đường thẳng a không đi qua A, B, C sao cho đường thẳng a :
- Cắt hai đoạn thẳng AB và AC ;
 - Không cắt mỗi đoạn thẳng AB, AC, BC.
29. Dùng kí hiệu giao của hai tập hợp để ghi các câu sau :
- Giao điểm của hai đường thẳng a và b là điểm M.
 - Giao điểm của hai đoạn thẳng AB và CD là điểm O.

§6. ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG. KHI NÀO THÌ $AM + MB = AB$?

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

- Mỗi đoạn thẳng có một độ dài. Độ dài đoạn thẳng là một số lớn hơn 0.
- Nếu điểm M nằm giữa hai điểm A và B thì $AM + MB = AB$. Ngược lại, nếu $AM + MB = AB$ thì điểm M nằm giữa hai điểm A và B (h. 43).



Hình 43

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Cho hai đoạn thẳng AB và CD. Bao giờ ta cũng có $AB > CD$ hoặc $AB < CD$.	Cho hai đoạn thẳng AB và CD. Bao giờ ta cũng có $AB > CD$, hoặc $AB < CD$, hoặc $AB = CD$.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

- Cho điểm C nằm giữa hai điểm A và B. Điền các kí hiệu thích hợp ($<$, $>$, $=$) vào chỗ trống (...):
- $AB \dots CB$;
 - $AC \dots AB$;
 - $AB \dots AC + CB$.

2. Cho điểm I nằm giữa hai điểm A và B. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

- a) $AI < IB$; b) $IB < AB$; c) $AI = AB - IB$.

Đáp án

1. a) $AB > CB$; b) $AC < AB$; c) $AB = AC + CB$.
2. a) Sai ; b) Đúng ; c) Đúng.

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 11. Cho đoạn thẳng $AB = 8\text{cm}$. Điểm C nằm giữa hai điểm A và B. So sánh hai đoạn thẳng AC và CB nếu :

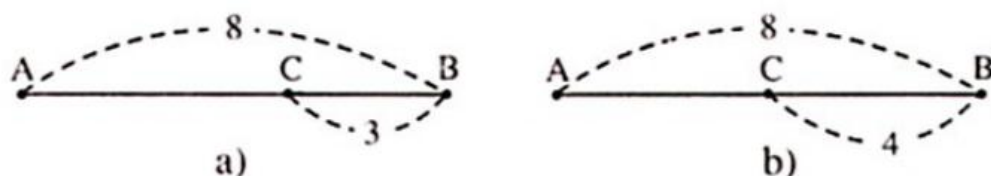
- a) $CB = 3\text{cm}$; b) $CB = 4\text{cm}$.

Giải (h. 44)

Điểm C nằm giữa A và B nên $AC + CB = AB$, tức là $AC + CB = 8\text{cm}$.

- a) (h. 44a). Nếu $CB = 3\text{cm}$ thì $AC + 3 = 8$. Suy ra $AC = 8 - 3 = 5(\text{cm})$.

Ta có $AC > CB$.



Hình 44

- b) (h. 44b) Nếu $CB = 4\text{cm}$ thì $AC + 4 = 8$. Suy ra $AC = 8 - 4 = 4(\text{cm})$.

Ta có $AC = CB$.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 12. Trên tia Ax lấy hai điểm B và C sao cho $AB = 8\text{cm}$, $BC = 2\text{cm}$. Tính độ dài trong mỗi trường hợp có thể có được của đoạn thẳng AC.

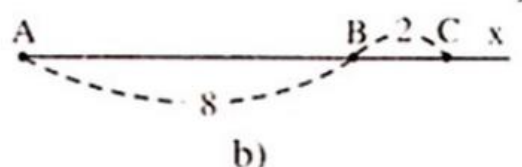
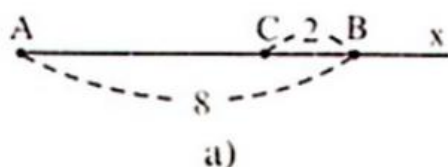
Giải (h. 45)

Ba điểm A, B, C thẳng hàng nên có một và chỉ một điểm nằm giữa hai điểm còn lại. Điểm A không nằm giữa B và C (vì A là gốc của hai tia AB, AC). Do đó có hai trường hợp:

– Trường hợp C nằm giữa A và B (h. 45a).

Ta có $AC + CB = AB$, tức là $AC + 2 = 8$.

Suy ra $AC = 8 - 2 = 6$ (cm).



Hình 45

– Trường hợp B nằm giữa A và C (h. 45b).

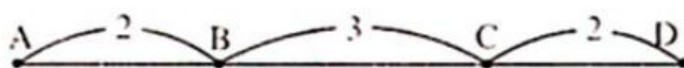
Ta có $AB + BC = AC$, tức là $8 + 2 = AC$.

Suy ra $AC = 10$ cm.

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

30. So sánh các đoạn thẳng AB, BC, CD trên hình 46.



Hình 46

31. Cho bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng theo thứ tự ấy. Biết $AD = 5$ cm, $AB = 1$ cm, $CD = 2$ cm. So sánh các đoạn thẳng AB, BC, CD.

32. Cho bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng theo thứ tự ấy. Biết $AC = BD$. So sánh các đoạn thẳng AB và CD.

Mức độ nâng cao

33. Cho đoạn thẳng AB, điểm C thuộc tia đối của tia AB, điểm D thuộc tia đối của tia BA sao cho $BD = AC$. Hãy chứng tỏ rằng $AD = BC$.

34*. Cho ba đoạn thẳng AB, BC, CA, trong đó $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm, $CA = 4$ cm.

a) Điểm B có nằm giữa hai điểm A và C không ?

b) Ba điểm A, B, C có thẳng hàng không ? Vì sao ?

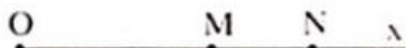
§7. VẼ ĐOẠN THẲNG CHO BIẾT ĐỘ DÀI

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Để vẽ một đoạn thẳng cho biết độ dài, ta có thể dùng thước chia khoảng hoặc dùng compa.

Trên tia Ox , bao giờ cũng vẽ được một và chỉ một điểm M sao cho $OM = a$ (đơn vị dài).

2. Nếu hai điểm M, N thuộc tia Ox và $0 < OM < ON$ thì điểm M nằm giữa hai điểm O và N (h. 47).



Hình 47

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Nếu các điểm O, A, B thuộc cùng một tia và $0 < OB < OA$ thì B nằm giữa O và A .	Nếu các điểm O, A, B thuộc cùng một tia gốc O và $0 < OB < OA$ thì B nằm giữa O và A .

Lưu ý. Trên hình 48, ba điểm O, A, B thuộc cùng một tia và $0 < OB < OA$ nhưng B không nằm giữa O và A .



Hình 48

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hãy chọn phương án đúng.

1. Trên tia Ox có các điểm A, B, C sao cho $OA = 2\text{cm}$, $OB = 3,5\text{ cm}$ và $OC = 7\text{cm}$. Hiệu $BC - AB$ bằng

- (A) 0 cm; (B) 1 cm; (C) 1,5 cm; (D) 2cm.

2. Trên đường thẳng a có các điểm O, M, N trong đó $OM = 3\text{cm}$, $MN = 1\text{cm}$. Khoảng cách ON bằng

- (A) 2cm; (B) 4cm; (C) 2cm hoặc 4cm; (D) 3cm.

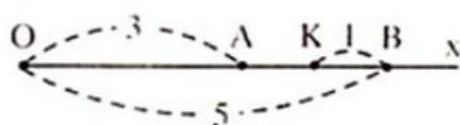
Đáp án

1. (D). 2. (C).

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 13. Trên tia Ox lấy các điểm A và B sao cho $OA = 3\text{cm}$, $OB = 5\text{cm}$. Trên tia BO lấy điểm K sao cho $BK = 1\text{cm}$. Tính độ dài AK.



Hình 49

Giải (h. 49)

Các điểm A, B thuộc tia Ox và $OA < OB$ (vì $3 < 5$) nên A nằm giữa O và B. Do đó $OA + AB = OB$, tức là $3 + AB = 5$. Vậy $AB = 5 - 3 = 2$ (cm).

Các điểm A, K thuộc tia BO và $BK < BA$ (vì $1 < 2$) nên K nằm giữa B và A. Do đó $AK + KB = AB$, tức là $AK + 1 = 2$. Vậy $AK = 2 - 1 = 1$ (cm).

Mức độ nâng cao

Ví dụ 14. Trên tia Ox lấy các điểm A, B, C sao cho $OA = 3\text{cm}$, $OB = 6\text{cm}$, $OC = 5\text{cm}$.

a) Tính các độ dài AB, CB.

b) Giải thích vì sao điểm C nằm giữa hai điểm A và B.

Giải (h. 50)

a) Các điểm A, B thuộc tia Ox và $OA < OB$ (vì $3 < 6$) nên A nằm giữa O và B. (1)

Do đó $OA + AB = OB$, tức là $3 + AB = 6$.
Vậy $AB = 6 - 3 = 3$ (cm).

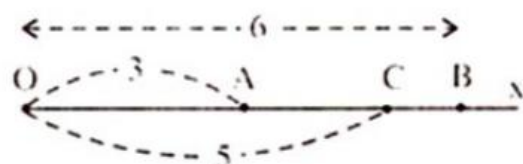
Các điểm C, B thuộc tia Ox và $OC < OB$ (vì $5 < 6$) nên C nằm giữa O và B. (2)

Do đó $OC + CB = OB$, tức là $5 + CB = 6$. Vậy $CB = 6 - 5 = 1$ (cm).

b) A nằm giữa O và B do (1) nên A thuộc tia BO.

C nằm giữa O và B do (2) nên C thuộc tia BO.

Các điểm C, A thuộc tia BO và $BC < BA$ (vì $1 < 3$) nên C nằm giữa A và B.



Hình 50

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

35. Trên tia Ox lấy các điểm A, B sao cho $OA = 2\text{cm}$, $OB = 5\text{cm}$. Trên tia đối của tia BO lấy điểm C sao cho $BC = 3\text{cm}$. Tính các độ dài AB, AC.
36. Cho đoạn thẳng $AB = 3\text{cm}$, điểm D thuộc tia AB sao cho $AD = 4\text{cm}$.
- Tính độ dài BD.
 - Điểm E thuộc tia AB sao cho $AE = 2\text{cm}$. So sánh BE và BD.

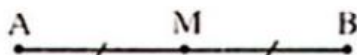
Mức độ nâng cao

37. Trên tia Ax có các điểm B và C sao cho $AB = 2\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$. Tính khoảng cách AC.
38. Trên đường thẳng a có các điểm A, B, C sao cho $AB = 7\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$. Tính độ dài AC.
39. Trên đường thẳng từ nhà đến trường. An đi qua nhà các bạn Bích và Mai. Nhà An cách nhà Bích 400m, nhà Bích cách nhà Mai 150m. Hỏi nhà An cách nhà Mai bao nhiêu mét ?

§8. TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Trung điểm M của đoạn thẳng AB là điểm nằm giữa A, B và cách đều A, B (h. 51).



Hình 51

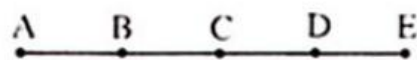
B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Nếu $MA = MB$ thì M là trung điểm của AB.	Nếu M nằm giữa A, B và $MA = MB$ thì M là trung điểm của AB.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hãy chọn phương án đúng.

1. Trên hình 52, ta có $AB = BC = CD = DE$. Có bao nhiêu trường hợp một điểm là trung điểm của đoạn thẳng ?



Hình 52

- (A) 2; (B) 3; (C) 4; (D) 5.

2. Trên tia Ax có các điểm B và C sao cho $AB = 4\text{cm}$, $AC = 1\text{cm}$. Gọi M là trung điểm của CB. Độ dài CM bằng

- (A) 1,5 cm ; (B) 2cm; (C) 2,5 cm; (D) 3cm.

Đáp án

1. (C). 2. (A).

D. VÍ DỤ MINH HỌA

Mức độ cơ bản

Ví dụ 15. Cho hình 53. Tìm các điểm :

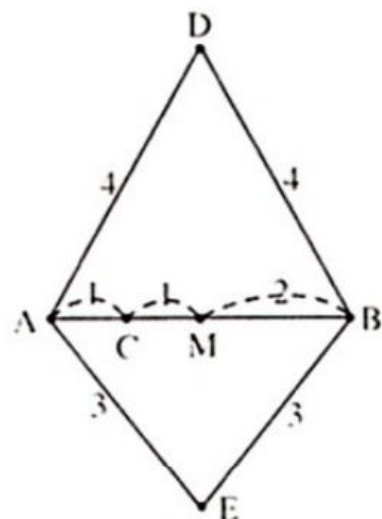
- Nằm giữa hai điểm A và B ;
- Cách đều hai điểm A và B ;
- Là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Giải

Các điểm C và M nằm giữa hai điểm A và B.

Các điểm D, M, E cách đều hai điểm A và B.

Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.



Hình 53

Lưu ý

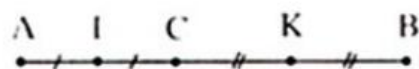
Để M là trung điểm của đoạn thẳng AB, phải có hai điều kiện :

- M nằm giữa hai điểm A và B ;
- M cách đều hai điểm A và B.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 16. Cho đoạn thẳng $AB = 6\text{cm}$, điểm C nằm giữa A và B . Gọi I và K theo thứ tự là trung điểm của AC và CB .

a) Vì sao các tia CI và CK đối nhau ?



b) Tính độ dài IK .

Hình 54

Giải (h. 54)

a) I nằm giữa A và C nên các tia CI , CA trùng nhau. (1)

K nằm giữa C và B nên các tia CK , CB trùng nhau. (2)

C nằm giữa A và B nên các tia CA , CB đối nhau. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra các tia CI , CK đối nhau.

b) I là trung điểm của AC nên $CI = CA : 2$.

K là trung điểm của CB nên $CK = CB : 2$.

Ta có C nằm giữa I và K , C nằm giữa A và B nên

$$IK = CI + CK = CA : 2 + CB : 2 = (CA + CB) : 2 = AB : 2 = 6 : 2 = 3 \text{ (cm)}.$$

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

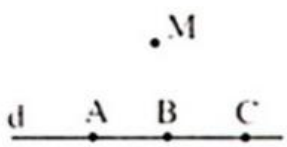
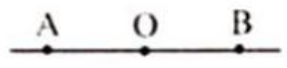
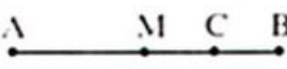
40. Cho đoạn thẳng $AB = 4\text{cm}$. Gọi O là trung điểm của AB . Trên tia OA lấy điểm E , trên tia OB lấy điểm F sao cho $OE = OF = 3\text{cm}$. Chứng tỏ rằng $AE = BF$.
41. Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = 3\text{cm}$, $OB = 7\text{cm}$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính độ dài BM .
42. Cho đoạn thẳng $AB = 3\text{cm}$. Trên tia AB lấy điểm C sao cho $AC = 1\text{cm}$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = 2\text{cm}$. Hãy chứng tỏ rằng B là trung điểm của CD .
43. Cho đoạn thẳng $AB = 4\text{cm}$, M là trung điểm của AB . Trên tia đối của tia AM lấy điểm C sao cho $AC = 1\text{cm}$. Trên tia đối của tia BM lấy điểm D sao cho $BD = 1\text{cm}$. Giải thích vì sao M là trung điểm của CD .

Mức độ nâng cao

44. Cho đoạn thẳng AB, điểm C nằm giữa A và B. Gọi M là trung điểm của AB. Biết $CA = 5\text{cm}$, $CB = 3\text{cm}$. Tính độ dài MC.
45. Trên tia Ox có các điểm A, B sao cho $OA = 2\text{cm}$, $OB = 5\text{cm}$. Gọi M là trung điểm của OB. Tính độ dài AM.
46. Cho bảy điểm thẳng hàng A, B, C, D, E, F, G trong đó $AB = BC = CD = DE = EF = FG$. Có bao nhiêu trường hợp một điểm là trung điểm của đoạn thẳng ?

§9. ÔN TẬP CHƯƠNG I

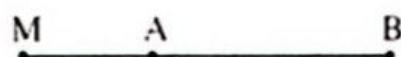
A. BẢNG HỆ THỐNG KIẾN THỨC

Hình	Hình vẽ	Định nghĩa	Một số tính chất
Điểm và đường thẳng	 Hình 55	Không định nghĩa	$A \in d, B \in d, C \in d, M \notin d$ A, B, C thẳng hàng; A, B, M không thẳng hàng. Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm A và B.
Tia	 Hình 56  Hình 57	Hình gồm điểm O và một phần đường thẳng bị chia ra bởi điểm O là một tia gốc O.	O nằm giữa A và B (h. 57) : – Hai tia đối nhau : OA và OB. – Hai tia trùng nhau : AO và AB, BO và BA.
Đoạn thẳng	 Hình 58	Đoạn thẳng AB là hình gồm điểm A, điểm B và tất cả các điểm nằm giữa A và B.	C nằm giữa A và B $\Leftrightarrow AC + CB = AB$. M là trung điểm của AB $\Leftrightarrow \begin{cases} M \text{ nằm giữa A và B} \\ MA = MB. \end{cases}$

B. SAI LẦM CẦN TRÁNH

Sai	Đúng
Nếu ba điểm phân biệt A, M, B thẳng hàng và $AM = AB : 2$ thì M là trung điểm của AB.	Nếu ba điểm phân biệt A, M, B thẳng hàng và $MA = MB$ thì M là trung điểm của AB.
	Nếu M nằm giữa A, B và $AM = AB : 2$ thì M là trung điểm của AB.

Lưu ý. Trên hình 59, ta có A, M, B thẳng hàng và $AM = AB : 2$ nhưng M không là trung điểm của AB.



Hình 59

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

- a) Nếu điểm M nằm giữa hai điểm A và B thì ba điểm A, M, B thẳng hàng.
- b) Nếu ba điểm A, M, B thẳng hàng thì điểm M nằm giữa hai điểm A và B.
- c) Nếu hai đường thẳng có hai điểm chung thì chúng trùng nhau.
- d) Nếu hai tia có hai điểm chung thì chúng trùng nhau.

2. Điều kiện để hai tia OA và OB đối nhau là

- (A) A nằm giữa O và B ;
- (B) B nằm giữa O và A ;
- (C) O nằm giữa A và B ;
- (D) A, O, B thẳng hàng.

Hãy chọn phương án đúng.

Đáp án

1. a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Sai.
2. (C).

D. VÍ DỤ MINH HỌA

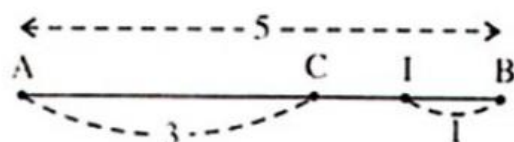
Mức độ cơ bản

Ví dụ 17. Cho đoạn thẳng $AB = 5\text{cm}$. Trên đoạn thẳng AB lấy các điểm C và I sao cho $AC = 3\text{cm}$, $BI = 1\text{cm}$.

a) Tính độ dài BC.

b) Vì sao điểm I nằm giữa hai điểm B và C ?

c) Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng nào ?



Hình 60

Vì sao ?

Giải (h. 60)

a) C nằm giữa A và B nên $AC + CB = AB$, tức là $3 + CB = 5$.

Vậy $CB = 5 - 3 = 2$ (cm).

b) Các điểm I và C thuộc tia BA và $BI < BC$ (vì $1 < 2$) nên I nằm giữa B và C.

c) I nằm giữa B và C nên $BI + IC = BC$, tức là $1 + IC = 2$.

Vậy $IC = 2 - 1 = 1$ (cm).

Điểm I nằm giữa B, C và $IB = IC (= 1\text{cm})$ nên I là trung điểm của BC.

Mức độ nâng cao

Ví dụ 18. Trên tia Ax có các điểm B, C, D sao cho $AC = 1\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$, $BD = 2\text{cm}$.

a) Tính độ dài BC.

b) Tính độ dài CD.

Giải (h. 61)

a) C, B thuộc tia Ax và $AC < AB$ (vì $1 < 4$) nên C nằm giữa A và B.

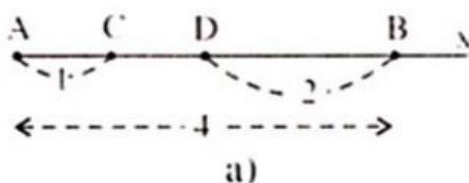
Do đó $AC + CB = AB$, tức là $1 + CB = 4$, suy ra $CB = 4 - 1 = 3$ (cm).

b) Xét hai trường hợp :

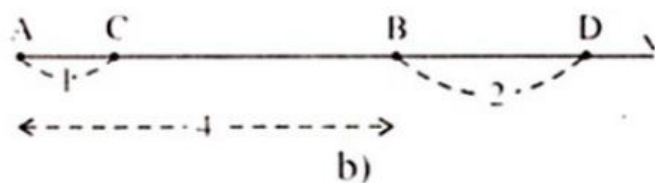
- D thuộc tia BA (h. 61 a)

D, C thuộc tia BA và $BD < BC$ (vì $2 < 3$) nên D nằm giữa B và C.

Do đó $BD + DC = BC$, tức là $2 + DC = 3$, suy ra $DC = 3 - 2 = 1$ (cm).



a)



b)

Hình 61

- D thuộc tia đối của tia BA (h. 61 b)

B nằm giữa C và D nên $CD = CB + BD = 3 + 2 = 5$ (cm).

BÀI TẬP

Mức độ cơ bản

47. Trên hình 62 có bao nhiêu điểm được gọi tên, bao nhiêu đường thẳng, bao nhiêu tia, bao nhiêu cặp tia đối nhau, bao nhiêu đoạn thẳng? Kể tên chúng.

48. Trên tia Ox có các điểm A, B, C sao cho $OA = 1\text{cm}$, $OB = 3\text{cm}$, $OC = 5\text{cm}$.

a) Tính các độ dài CA, CB .

b) Vì sao B nằm giữa C và A ?

c) Vì sao B là trung điểm của AC ?

49. Trên đường thẳng xy lấy một điểm O . Trên tia Ox lấy điểm M sao cho $OM = 1\text{cm}$. Trên tia Oy lấy hai điểm N và P sao cho $ON = 1\text{cm}$ và $OP = 3\text{cm}$. Tìm các trung điểm của đoạn thẳng trên hình và giải thích lí do.

50. Cho đoạn thẳng $AB = 6\text{cm}$, M là trung điểm của AB . Trên đoạn thẳng AB lấy các điểm C và D sao cho $AC = BD = 1\text{cm}$. Vì sao M là trung điểm của CD ?

51. Trên tia Ox lấy các điểm A và B sao cho $OA = 3\text{cm}$, $OB = 5\text{cm}$. Gọi I là trung điểm của OA , K là trung điểm của AB . Tính độ dài IK .

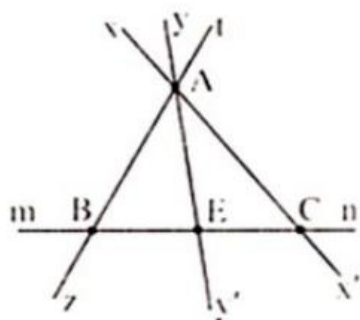
Mức độ nâng cao

52. Cho đoạn thẳng AB , điểm C nằm giữa A và B , các điểm M và N theo thứ tự là trung điểm của AC và CB . Tính độ dài AB , biết $MN = 3\text{cm}$.

53. Cho điểm B nằm giữa hai điểm A và C , $AB = 2\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$. Gọi I, M, N theo thứ tự là trung điểm của AC, AB, BC .

a) Tính độ dài BI .

b) Tính độ dài MN .



Hình 62

LỜI GIẢI - HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

SỐ HỌC

Chương _____

I ÔN TẬP VÀ BỔ TÚC VỀ SỐ TỰ NHIÊN

1. a) $\notin$; b) $\in$; c) $\in$; d) $\notin$.
2. A là tập hợp các tháng của quý bốn trong năm.
B là tập hợp các tháng (dương lịch) có 30 ngày.
3. a) $\{6\}$; b) $\{13\}$; c) $\{0\}$; d) $\mathbb{N}^*$.
4. Dãy b cho ba số tự nhiên liên tiếp giảm dần.
Dãy c cho ba số tự nhiên liên tiếp giảm dần nếu $a = 1$.
5. Đáp số: 501, 502, 503, 504.
6. a) 10234; b) 98765.
7. 357, 375, 537, 573, 735, 753.
8. 680, 608, 860, 806.
9. Cách 1. $IX = V - I$ sửa thành $IV = V - I$.
Cách 2. $IX = V - I$ sửa thành $IX = X - I$.
10. Gọi số tự nhiên phải tìm là $\overline{A2}$ (A có thể gồm nhiều chữ số). Sau khi xóa chữ số 2 tận cùng còn lại số A. Ta có
 $\overline{A2} - A = 1811$, tức là $10.A + 2 - A = 1811$ hay $9A = 1809$.
Do đó $A = 201$.
Số tự nhiên lúc đầu là 2012.

11. Các số phải lập có dạng $\overline{abcd}$.

Chữ số a có bốn cách chọn (là 1, 3, 4, 8). Với mỗi cách chọn a, có ba cách chọn b (là một trong ba chữ số còn lại). Với mỗi cách chọn $\overline{ab}$, có hai cách chọn c. Với mỗi cách chọn $\overline{abc}$, có một cách chọn d.

Lập được tất cả $4.3.2.1 = 24$ (số).

12. a) Có hai cách chọn hai chữ số đầu tiên (là 47 và 74). Với mỗi cách chọn đó, có hai cách viết số đối xứng. Vậy có $2.2 = 4$ (số), đó là :

Từ 47 có 474 ; 4774.

Từ 74 có 747; 7447.

b) Có bốn cách chọn ba chữ số đầu tiên (là 350, 305, 530, 503). Với mỗi cách chọn đó, có hai cách viết số đối xứng. Vậy có $4.2 = 8$ (số), đó là :

Từ 350 có 35053; 350053;

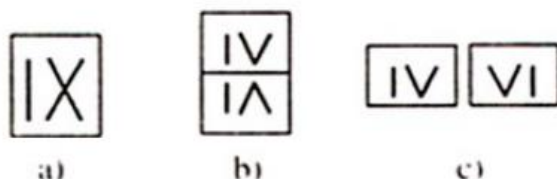
Từ 305 có 30503; 305503;

Từ 530 có 53035; 530035;

Từ 503 có 50305; 503305.

13. Dùng hai que diêm, ghi được các số La Mã sau : II, V, X, L.

14. Dùng viết IX vào giấy rồi cắt đôi và lật ngược mảnh giấy nhỏ ở dưới lên trên như hình 63.



Hình 63

15. a) Tập hợp A có 21 phần tử.

b) Tập hợp B có 10 phần tử.

c) Tập hợp C có 11 phần tử.

d) Tập hợp D có vô số phần tử.

e) Tập hợp E là tập hợp rỗng, không có phần tử nào.

16. $3 \in A$; $4 \notin A$; $12 \notin A$;
 $\{2\} \subset A$; $\{1; 2\} \subset A$.

17. a) $A \not\subset B$ vì $5 \in A$ nhưng $5 \notin B$.

b) $A \subset B$.

18. $A = \{\text{Bích, Mai, Nam, Vân}\}$.

$B = \emptyset$.

19. a) $B \subset A$.

b) Xem hình 64.

20. $B \subset A$, $E \subset A$, $B \subset E$.

21. Cách viết đúng: a, b.

Cách viết sai: c, d. Sửa lại $\{21\} \subset \mathbb{N}$, $15 \in \mathbb{N}$.

22. $\{2\}$, $\{10\}$, $\{2; 10\}$.

23. Chẳng hạn $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, a, c\}$.

Một ví dụ khác: A là tập hợp các số tự nhiên tận cùng bằng 0, 2, 4, 6, 8; B là tập hợp các số tự nhiên chẵn.

24. a) $E \subset F$.

b) Xem hình 65.

c) Các tập hợp con của tập hợp F mà có ba phần tử là

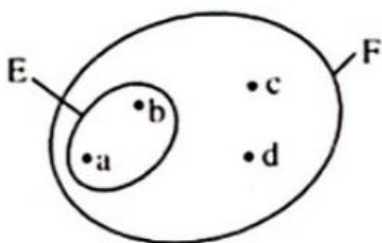
$\{b, c, d\}$, $\{a, c, d\}$, $\{a, b, d\}$, $\{a, b, c\}$.

Lưu ý. Ở câu c, để viết đầy đủ các tập hợp con của tập hợp F mà có ba phần tử, ta có thể viết như sau:

- Bớt đi phần tử a, ta có $\{b, c, d\}$;
- Bớt đi phần tử b, ta có $\{a, c, d\}$;
- Bớt đi phần tử c, ta có $\{a, b, d\}$;
- Bớt đi phần tử d, ta có $\{a, b, c\}$.



Hình 64



Hình 65

25. Các số phải tìm là 101, 103, ..., 999.

Có $(999 - 101) : 2 + 1 = 450$ (số).

26. Có 8 cách viết : số hạng thứ nhất lần lượt là 0, 1, 2, ..., 7.

$0 + 7;$	$1 + 6;$	$2 + 5;$	$3 + 4;$
$4 + 3;$	$5 + 2;$	$6 + 1;$	$7 + 0.$

27. $A = \{39 : 40; 41\}.$

$39 + 40 + 41 = 120.$

28. Cách 1. $274 + (158 + 26) = 274 + 184 = 458.$

Cách 2. $274 + (158 + 26) = (274 + 26) + 158$
 $= 300 + 158 = 458.$

29. a) $367 + 129 + 133 + 371 + 17$

$= (367 + 133) + (129 + 371) + 17$

$= 500 + 500 + 17 = 1017.$

b) $(132 + 868) + (237 + 763) + 29$

$= 1000 + 1000 + 29 = 2029.$

c) $(652 + 148) + (327 + 73) + 15$

$= 800 + 400 + 15 = 1215.$

30. $9876 + 1023 = 10899.$

31. a) $(25.4) . (5.2) .31 = 31\ 000.$

b) $37 . (64 + 36) = 3700.$

c) $98.31 + 2.31 = (98 + 2).31 = 3100.$

d) $635.2 = (600 + 35).2 = 1200 + 70 = 1270.$

e) $375 . 4 = (300 + 75) . 4 = 1200 + 300 = 1500,$

hoặc : $375 . 4 = 375 . 2 . 2 = 750 . 2 = 1500.$

g) Xét thừa số thứ hai của tích :

$$\begin{aligned} & 135135.137 - 135.137137 \\ & = 135.1001.137 - 135.137.1001 = 0. \end{aligned}$$

Vậy tích bằng 0.

Lưu ý. Khi tính nhanh kết quả của phép nhân, ta thường vận dụng các tính chất giao hoán, kết hợp, phân phối để tạo nên các thừa số là một số tròn chục, tròn trăm, tròn nghìn... ; ta cũng chú ý phát hiện một thừa số bằng 0 để kết luận tích bằng 0.

32. $37.18 = 37.3.6 = 111.6 = 666.$

33. $A = 123.137137 = 123.137.1001.$

$$B = 137.123123 = 137.123.1001.$$

Vậy $A = B.$

34. a) Tích đúng phải tận cùng bằng 2.

b) $253.95 < 253.100 = 25300 < 26035.$

35. Xét phép cộng

$$\begin{array}{r} \text{a b c} \\ + \quad \text{d e g} \\ \hline 1600 \end{array}$$

Ta có

$c + g = 10$, nhớ 1 sang cột hàng chục.

$b + e + 1$ (nhớ) $= 10$, nhớ 1 sang cột hàng trăm, nên $b + e = 9$.

$a + d + 1$ (nhớ) $= 16$ nên $a + d = 15$.

Tổng các chữ số biểu thị bởi dấu * bằng

$$10 + 9 + 15 = 34.$$

36. Từ 1 đến 9 có $9 - 1 + 1 = 9$ (số), phải viết $1.9 = 9$ (chữ số).

Từ 10 đến 99 có $99 - 10 + 1 = 90$ (số), phải viết $2.90 = 180$ (chữ số).

Từ 100 đến 120 có $120 - 100 + 1 = 21$ (số), phải viết $3.21 = 63$ (chữ số).

Tổng cộng phải viết $9 + 180 + 63 = 252$ (chữ số).

37. Tổng của số lớn nhất và số nhỏ nhất bằng 78.
Hiệu của số lớn nhất và số nhỏ nhất bằng 4.
Đáp số: 37; 39; 41.
38. a) $3367 \cdot 33 = 111\ 111$.
b) $3367.66 = 222\ 222$.
c) $3367.99 = 333\ 333$.
39. Tích đúng bằng 3 lần thừa số thứ nhất, tích sai bằng 8 lần thừa số thứ nhất.
Vậy 120 biểu thị $8 - 3 = 5$ lần thừa số thứ nhất.
Thừa số thứ nhất bằng $120 : 5 = 24$.
Tích đúng bằng $24 \cdot 3 = 72$.
40. Mỗi đội lần lượt đấu với 19 đội còn lại trên sân nhà 19 trận. Có 20 đội nên tất cả có $19 \cdot 20 = 380$ trận đấu.
41. a) 100 ; b) 1022 ; c) 100;
d) 25; e) 13; g) 217.
42. a) $(317 - 117) + 49 = 249$.
b) $(867 - 167) - 80 = 620$.
c) $(1578 - 378) + 285 = 1200 + 285 = 1485$.
d) $(853 - 753) - 89 = 100 - 89 = 11$.
e) $(1637 - 137) + 98 = 1500 + 98 = 1598$.
43. $9730 - 3079 = 6651$.
44. $B = \emptyset$, không có phân tử nào.
45. Xem hình 66.
- Trước tiên điền được ô thứ hai dòng 1, sau đó ô thứ ba dòng 1, tiếp theo là ô thứ 3 cột 1, ...
46. a) 533; b) 102; c) 0; d) 103;
e) Số tự nhiên bất kì khác 0 ; g) 0.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Hình 66

$$h) 119 - (x - 6) = 2448 : 24 = 102$$

$$x - 6 = 119 - 102 = 17$$

$$x = 17 + 6 = 23.$$

$$47. a) (125 : 25).7 = 5.7 = 35.$$

$$b) 3000 : (3.25) = 3000 : 3 : 25 = 1000 : 25 = 40.$$

$$c) 3015 : 15 = (3000 + 15) : 15 = 3000 : 15 + 15 : 15 = 200 + 1 = 201.$$

$$d) 4480 : (448 : 14) = 4480 : 448.14 = 10.14 = 140.$$

48. Năm nhuận gồm 52 tuần, còn dư 2 ngày.

$$49. 2a + 1, 4b + 3, 7c \text{ với } a, b, c \in \mathbb{N}.$$

50. Ta có số bị trừ + Số trừ + Hiệu = 24. Vì: Số bị trừ = Số trừ + Hiệu nên hai lần số bị trừ bằng 24. Vậy số bị trừ bằng 12.

$$51. \overline{120ab} : 376 = \overline{ab} \text{ nên}$$

$$(12000 + \overline{ab}) : 376 = \overline{ab}.$$

Đặt $\overline{ab} = x$ ta có

$$(12\,000 + x) : 376 = x$$

$$12\,000 + x = 376x$$

$$12\,000 = 376x - x = 375x. \text{ Từ đó } \overline{ab} = 32.$$

$$52. \text{Đáp số: } 206412 : 501 = 412.$$

53. Ta biết rằng số dư nhỏ hơn số chia nên số chia lớn hơn 32.

Số chia nhỏ nhất là 33. Khi đó số bị chia bằng :

$$33.12 + 32 = 428.$$

54. Từ 2 - 9 - 1945 đến 2 - 9 - 2009 có $2009 - 1945 = 64$ (năm), trong đó các năm nhuận là 1948, 1952, ..., 2008 gồm $(2008 - 1948) : 4 + 1 = 16$ (năm).

Do đó từ 2 - 9 - 1945 đến 2 - 9 - 2009 có $365.64 + 16 = 23\,376$ (ngày).

Mỗi tuần lễ có 7 ngày. Phép chia 23 376 cho 7 có số dư là 3.

Tính lùi trở lại 3 ngày, ta được : Ngày 2 - 9 - 1945 là ngày chủ nhật.

55. a) Ta thấy $366 : 9 = 40$ (dư 6).

Số nhỏ nhất là : $6 \underbrace{99\dots 9}_{40}$.

b) Đáp số: $5 \underbrace{99\dots 9}_{62}$.

56. Gọi số bị chia là a, số chia là b, ta có $a = 3b + 20$.

Theo đề bài $a + b + 20 = 136$

nên $3b + 20 + b + 20 = 136$.

Suy ra $4b = 136 - 40 = 96$.

Vậy $b = 96 : 4 = 24$.

$$a = 3.24 + 20 = 92.$$

57. Số bị chia nhỏ nhất là 8400, lớn nhất là 8499.

Ta thấy $8400 : 47 = 178$ (dư 34)

$$8499 : 47 = 180 \text{ (dư 39).}$$

Do đó $178 < \overline{*8*} \leq 180$ nên $\overline{*8*} = 180$.

Thương bằng 180. Số bị chia bằng : $180.47 = 8460$.

58. Gọi thương và số dư bằng k. Ta có

$$a = 3k + k \text{ (} k < 3 \text{)}$$

nên $a = 4k$ với $k \in \{0 ; 1 ; 2\}$.

Số a phải tìm là 0 ; 4 ; 8.

59. Đáp số: $a = 13$.

60. Các số rơi vào ngón cái là các số 1, 9, 17, 25, ... tức là các số chia cho 8 dư 1.

Số 81 chia cho 8 dư 1 nên rơi vào ngón cái. Đếm tiếp 4 số nữa thì số 85 rơi vào ngón út.

61. a) 12^4 ; b) 10^4 ; c) $3 \cdot 10^4$; d) $a^3 + b^4$.

62. a) $4.5^2 - 2.3^2 = 4.25 - 2.9 = 100 - 18 = 82$.

b) $5.2^2 + 3.4^2 = 5.4 + 3.16 = 20 + 48 = 68$.

c) $3^7 \cdot 3^2 - 3^9 = 3^9 - 3^9 = 0$.

63. a) 8^7 ; b) 9^4 ; c) 10^7 .

64. a) $3^x = 243 : 3 = 81 = 3^4$. Vậy $x = 4$.

b) $x = 3$.

65. a) $x = 4$; b) $x = 0$ hoặc $x = 1$.

66. $a = 2009^{10} + 2009^9 = 2009^9 (2009 + 1) = 2009^9 \cdot 2010$ (1)

$b = 2010^{10} = 2010^9 \cdot 2010$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a < b$.

67. $(5 + 5)^5 \cdot (5 + 5) = 10^5 \cdot 10 = 10^6$.

$(5 + 5)^{5 : 5 + 5} = 10^6$.

68. Ta có $1 \underbrace{00 \dots 0}_{20 \text{ chữ số } 0} < a < 1 \underbrace{00 \dots 0}_{21 \text{ chữ số } 0}$

Vậy a có 21 chữ số.

69. Tất cả có $1 + 2^2 + 3^2 + \dots + 8^2$
 $= 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 = 204$ (lon).

70. Ta có $a = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{50}$

nên $2a = 2(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{50}) = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{51}$.

Ta viết lại $2a$ và a như sau :

$$2a = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{50} + 2^{51}$$

$$a = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{50}$$

Suy ra $2a - a = 2^{51} - 1$. Do đó $a + 1 = 2^{51}$.

71. Người được nhận tặng phẩm là người mang số chẵn trong mọi lần điểm danh cho đến khi chỉ còn lại một người. Vậy lần đầu tiên người đó phải điểm danh số 2^n với n lớn nhất sao cho $2^n \leq 40$. Đó là số $2^5 = 32$.

72. a) $3^4 - 3^4 = 0$;

b) $1 + 1 = 2$.

73. $a = 3^6 : 3^2 = 3^4$.

$$b = 4^7 : 4^3 = 4^4. \text{ Vậy } a < b.$$

74. $x^3 = 5^3$ nên $x = 5$.

75. $2^{13} + 2^5 = 2^5(2^8 + 1)$;

$$2^{10} + 2^2 = 2^2 (2^8 + 1).$$

Do dó $(2^{13} + 2^5) : (2^{10} + 2^2) = 2^5 : 2^2 = 2^3 = 8$.

76. a) 141 :

b) 128 :

c) 160;

d) 70;

e) 652;

g) 66 620 ; h) 7496 ;

h) 7496 :

i) $5^3 + 3^5 - 3^5 = 125$;

k) $3^4 + 2^5 - 3^4 = 32$;

1) $3^4 - 9^2 = 81 - 81 = 0$.

77. a) $80 - (27 + 38)$;

b) $55 - (23 + 7) : 2$.

78. a) $68(36 + 64) = 6800$;

b) $39.200 = 7800 :$

c) $2^3(15 + 35) = 8.50 = 400$:

d) $[600 - (40 : 8 + 3.125)] : 5$

$$= [600 - (5 \div 375)] : 5 = [600 - 380] : 5$$

$$= 220 : 5 = 44.$$

79. a) 155 ;

b) 25;

c) 13:

d) 407;

e) 105;

g) 68:

h) 5:

i) 107.

80. a) 3; b) 4;

$$c) (30x + 40) : x = 1500 : 30$$

$$30 + 40 : x = 50$$

$$40 : x = 50 - 30 = 20$$

$$x = 40 : 20 = 2.$$

81. a) Tổng chia hết cho 7.

b) Tổng không chia hết cho 7.

c) Gộp thành một tổng của hai số :

$$(16 + 40) + 490 = 56 + 490, \text{ chia hết cho } 7.$$

82. A chia hết cho 3, cho 5 ; không chia hết cho 7, cho 9.

83. Gọi ba số tự nhiên liên tiếp là $a, a + 1, a + 2$ ($a \in \mathbb{N}$).

Nếu a chia hết cho 3 thì bài toán được giải xong.

Nếu a chia cho 3 dư 1 thì $a + 2$ chia hết cho 3.

Nếu a chia cho 3 dư 2 thì $a + 1$ chia hết cho 3.

Với bốn số tự nhiên liên tiếp, giải tương tự.

84. Tổng của ba số tự nhiên liên tiếp bằng

$$a + a + 1 + a + 2 = 3a + 3, \text{ chia hết cho } 3.$$

Tổng của bốn số tự nhiên liên tiếp bằng

$$a + a + 1 + a + 2 + a + 3 = 4a + 6, \text{ không chia hết cho } 4.$$

$$85. \overline{abba} = 1000a + 100b + 10b + a = 1001a + 110b.$$

Do $1001 : 11$ và $110 : 11$ nên $(1001a + 110b) : 11$, vậy $\overline{abba} : 11$.

$$86. \text{Ta có } \overline{abcdeg} = 1000 \cdot \overline{abc} + \overline{deg}$$

$$= 1001 \cdot \overline{abc} - \overline{abc} + \overline{deg}$$

$$= 1001 \cdot \overline{abc} - (\overline{abc} - \overline{deg}).$$

Do $1001 : 13$ và $(\overline{abc} - \overline{deg}) : 13$ nên $\overline{abcdeg} : 13$.

87. a) $n + 8 \div n + 3$ tức là $n + 3 + 5 \div n + 3$, hay $5 \div n + 3$.

Đáp số: $n \in \{2\}$.

b) $n + 6 \div n - 1$ tức là $n - 1 + 7 \div n - 1$, hay $7 \div n - 1$.

Đáp số: $n \in \{2; 8\}$.

88. a) $4n - 5 \div 2n - 1$ tức là $2(2n - 1) - 3 \div 2n - 1$, hay $3 \div 2n - 1$.

Đáp số: $n \in \{2\}$.

b) $12 - n \div 8 - n$ tức là $4 + 8 - n \div 8 - n$ hay $4 \div 8 - n$.

Đáp số: $n \in \{7; 6; 4\}$.

89. Giả sử tồn tại số tự nhiên n có tính chất như đề bài thì

$$n = 12a + 8 \text{ nên } n \div 4,$$

$$n = 16b + 2 \text{ nên } n \not\div 4.$$

Mâu thuẫn. Vậy không tồn tại số tự nhiên n chia cho 12 dư 8, chia cho 16 dư 2.

90. a) $B = (3 + 3^2) + (3^3 + 3^4) + \dots + (3^{59} + 3^{60})$

$$= 3(1 + 3) + 3^3(1 + 3) + \dots + 3^{59}(1 + 3)$$

$$= 4(3 + 3^3 + \dots + 3^{59}), \text{ chia hết cho 4.}$$

b) $B = (3 + 3^2 + 3^3) + (3^4 + 3^5 + 3^6) + \dots + (3^{58} + 3^{59} + 3^{60})$

$$= 3(1 + 3 + 3^2) + 3^4(1 + 3 + 3^2) + \dots + 3^{58}(1 + 3 + 3^2)$$

$$= 13(3 + 3^4 + \dots + 3^{58}), \text{ chia hết cho 13.}$$

91. a) Tổng không chia hết cho 2.

b) Gộp lại được $136 + 348 + (165 + 17)$. Tổng chia hết cho 2.

92. Cách 1. Đưa số 2 xuống cuối cùng, được số 192.

Cách 2. Đưa số 9 lên đầu tiên, được số 912.

Cách 3. Xoay ngược tám bìa ghi số 9, được số 126.

93. a) Tổng có chia hết cho 2, không chia hết cho 5.

b) Hiệu không chia hết cho 2, có chia hết cho 5.

94. {2000 ; 2010}.

95. Gọi hai số tự nhiên liên tiếp là n và $n + 1$. Xét tích $A = n(n + 1)$.

Nếu n chẵn thì $A : 2$.

Nếu n lẻ thì $n + 1$ chẵn, nên $A : 2$.

96. Trong cả hai trường hợp : n chẵn và n lẻ, ta đều có $n(n + 5) : 2$.

97. A là tổng của 45 số. Ghép A thành cặp :

$$A = (11 + 13) + (15 + 17) + \dots + (95 + 97) + 99.$$

Suy ra A là số lẻ.

98. Hai ngày thứ năm cùng là ngày chẵn cách nhau ít nhất 2 tuần lễ, tức là cách nhau 14 ngày. Do đó ba ngày thứ năm trong tháng cùng là ngày chẵn rơi vào các ngày 2, 16, 30 (không thể là 4, 18, 32).

Ngày thứ năm cuối cùng của tháng là ngày 30 nên ngày chủ nhật cuối cùng của tháng là ngày 26.

99. Xét dãy số đã cho

$$1, 1, \textcircled{2}, 3, 5, \textcircled{8}, 13, 21, \textcircled{34}, \dots$$

Ta thấy trong dãy số trên, cứ ba số lại có một số chẵn. Do đó trong 100 số đầu tiên của dãy có 33 số chẵn (100 chia cho 3 được 33, dư 1).

100. a) Chữ số tận cùng bằng 0 hoặc 4.

Đáp số: 450 ; 540; 504.

b) Chữ số tận cùng bằng 0 hoặc 5.

Đáp số: 450; 540; 405.

c) *Đáp số:* 450 ; 540.

101. Từ 15 đến 120 có các số chẵn là

$$16, 18, \dots, 120 \text{ gồm } (120 - 16) : 2 + 1 = 53 \text{ (số).}$$

Loại đi các số chia hết cho 5 là 20, 30, ..., 120 gồm $(120 - 20) : 10 + 1 = 11$ số.
 Còn lại $53 - 11 = 42$ số chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5.

102. a) Chữ số tận cùng phải bằng 4. Số phải tìm là 574.

b) Chữ số tận cùng phải bằng 5. Số phải tìm là 745.

103. a) $n = 5a + 4b : 2$ nếu $5a : 2$, do đó a chẵn.

Vậy $n : 2$ nếu $\begin{cases} a \text{ tận cùng bằng } 0, 2, 4, 6, 8 \\ b \text{ tùy ý} \end{cases}$

b) $n = 5a + 4b : 5$ nếu $4b : 5$, do đó b tận cùng bằng 0 hoặc 5.

Vậy $n : 5$ nếu $\begin{cases} a \text{ tùy ý} \\ b \text{ tận cùng bằng } 0 \text{ hoặc } 5 \end{cases}$

c) $n : 10$ nếu $\begin{cases} a \text{ tận cùng bằng } 0, 2, 4, 6, 8 \\ b \text{ tận cùng bằng } 0 \text{ hoặc } 5 \end{cases}$

104. Cách 1. Lần lượt xét n bằng 99, 98, 97, ...

$$99^2 - 99 = \dots 1 - 99, \text{ tận cùng bằng } 2.$$

$$98^2 - 98 = \dots 4 - 98, \text{ tận cùng bằng } 6.$$

$$97^2 - 97 = \dots 9 - 97, \text{ tận cùng bằng } 2.$$

$$96^2 - 96 = \dots 6 - 96, \text{ tận cùng bằng } 0.$$

Số phải tìm là 96.

Cách 2. Ta thấy $n^2 - n = n(n - 1) : 5$ nếu n hoặc $n - 1$ chia hết cho 5.

$n : 5$ nếu n tận cùng bằng 0 hoặc 5.

$n - 1 : 5$ nếu $n - 1$ tận cùng bằng 0 hoặc 5, tức là n tận cùng bằng 1 hoặc 6.

Như vậy $n^2 - n : 5$ nếu n tận cùng bằng 0, 1, 5, 6. Để n là số lớn nhất có hai chữ số ta chọn $n = 96$.

105. Các số phải tìm có dạng $\overline{6aab}$.

Chữ số a có 10 cách chọn (từ 0 đến 9).

Chữ số b có 2 cách chọn (là 0 hoặc 5).

Vậy có $10 \cdot 2 = 20$ (số).

106. Các số phải tìm có dạng $\overline{abc}$.

Chữ số a có 9 cách chọn (từ 1 đến 9).

Chữ số b có 9 cách chọn (từ 0 đến 9 nhưng khác a).

Chữ số c có 2 cách chọn (là 0 hoặc 5).

Vậy có $9 \cdot 9 \cdot 2 = 162$ (số).

107. Các số phải tìm có dạng $\overline{abc}$.

Chữ số c có 5 cách chọn (là 1, 3, 5, 7, 9).

Với mỗi cách chọn c thì a có 8 cách chọn (từ 1 đến 9, khác c).

Với mỗi cách chọn c và a thì b có 8 cách chọn (từ 0 đến 9, khác c và a).

Vậy có $5 \cdot 8 \cdot 8 = 320$ (số).

108. a) Số chia hết cho 9 là 4626.

b) Số chia hết cho 3 là 3261, 4626, 5235.

109. a) 10 008 ;

b) 100 002.

110. a) Chọn ba chữ số 2, 7, 0. Viết được bốn số là 270, 207, 720, 702.

b) Chọn ba chữ số 2, 7, 0 ; viết được bốn số như ở câu a. Chọn ba chữ số 2, 6, 7 ; viết được sáu số là 267, 276, 726, 762, 627, 672.

111. Tổng của bốn chữ số 4 ; 3 ; 1 ; 5 bằng 13, chia cho 9 dư 4. Ta loại chữ số 4, còn ba chữ số 3 ; 1 ; 5 luôn lập thành số chia hết cho 9.

Để số lập được chia hết cho 5, chữ số tận cùng của nó phải bằng 5. Ta có hai số là 315 và 135 chia hết cho cả 5 và 9.

112. $B \subset A$.

113. a) Tổng các chữ số $2 + * + 3 + 1$ bằng $6 + *$, chia cho 9 dư 2. Do đó $* = 5$.

b) Chữ số tận cùng phải bằng 0. Ta có $\overline{25*30}$ chia hết cho 3.

Tìm được $* \in \{2 ; 5 ; 8\}$.

114. Ta chọn ba chữ số có tổng là bội của 9, đó là 4, 3, 2. Điều kiện chia hết cho 9, cho 3 được thỏa mãn.

Để lập số chia hết cho 2, ta đặt chữ số chẵn ở vị trí tận cùng.

Trường hợp chữ số tận cùng là 4 ta có hai số là 324 và 234. Trường hợp chữ số tận cùng là 2 ta có hai số là 432 và 342.

Đáp số: 324, 234, 432, 342.

115. a) $10^{11} + 8$ có tổng các chữ số bằng 9 nên chia hết cho 3, chia hết cho 9.

b) $10^{10} - 4 = \underbrace{99 \dots 9}_9 6$ chia hết cho 3, không chia hết cho 9.

116. a) Vận dụng dấu hiệu chia hết cho 5 và chia hết cho 9.

Đáp số: 247680 và 242685.

b) Chú ý rằng tích là số chia hết cho 9.

Đáp số: $1325.9 = 11925$.

c) Hiệu $\overline{2261}^*$ là số chia hết cho 9.

Đáp số: $25130 - 2513 = 22617$.

117. $\overline{35a4b} : 3 \Rightarrow (12 + a + b) : 3 \Rightarrow (a + b) : 3$. Ta lại có $a - b = 5$ nên $5 \leq a + b \leq 18$ và $a + b$ là số lẻ chia hết cho 3. Do đó $a + b \in \{9; 15\}$. Đưa về bài toán tìm hai số biết tổng và hiệu.

Xét $a + b = 15$ và $a - b = 5$, loại.

Xét $a + b = 9$ và $a - b = 5$, ta tìm được $a = 7, b = 2$.

118. Gọi $A = n(n + 4)(n + 8)$.

Nếu $n = 3k$ thì $A : 3$.

Nếu $n = 3k + 1$ thì $n + 8 = 3k + 9 : 3$, do đó $A : 3$.

Nếu $n = 3k + 2$ thì $n + 4 = 3k + 6 : 3$, do đó $A : 3$.

119. Giả sử An nghĩ đến số $\overline{abc}$. Ta có

$$\overline{abc} - (a + b + c) = (100a + 10b + c) - (a + b + c) = 99a + 9b.$$

Vì lấy một số trừ đi tổng các chữ số của nó, ta được kết quả là một số chia hết cho 9.

Bách biết rằng $\overline{65}^* : 9$ nên tìm được $* = 7$.

120. Các số phải tìm là

1011, 1041, ..., 9981, gồm $(9981 - 1011) : 30 + 1 = 300$ (số).

121. $A = 101112 \dots 99$.

Xét 90 số 10, 11, 12, ..., 99.

Tổng các chữ số hàng đơn vị bằng

$$(0 + 1 + 2 + \dots + 9) \cdot 9 = 45 \cdot 9 = 405.$$

Tổng các chữ số hàng chục bằng

$$(1 + 2 + \dots + 9) \cdot 10 = 45 \cdot 10 = 450.$$

Tổng các chữ số của A bằng

$$405 + 450 = 855.$$

$855 : 9$. Vậy A chia hết cho 9.

122. a) 1, 2, 3, 4, 6, 12.

b) Số lớn nhất là 12.

123. a) $B(4) = \{0; 4; 8; 12; \dots\}$ hoặc $\{x \mid x = 4n, n \in \mathbb{N}\}$.

b) Trong $B(4)$, số nhỏ nhất khác 0 là 4.

c) Bội của 4 có dạng $4k$ ($k \in \mathbb{N}$).

124. Trước hết tìm các bội của 75 không vượt quá 600. Trong các số này, tìm các ước của 600. Đáp số: 75; 150; 300; 600.

125. a) 5 và 15;

b) 0, 8, 16.

126. B, A.

127. Ta có $\overline{aaa} = a.111 = a.3.37$ nên là bội của 37.

128. Các số $\overline{abcd}$ mà a, b, c, d là bốn số tự nhiên liên tiếp giảm dần gồm có 9876, 8765, 7654, 6543, 5432, 4321, 3210.

Trong các số trên :

a) Số chia hết cho 5 là 8765 và 3210.

b) Số chia hết cho 3 là 9876, 6543, 3210.

129. Ta có $n \div 6$ nên $n \div 2$.

Số $n = \overline{a53b}$ chia hết cho cả 2 và 5 nên $b = 0$. Ta có $n = \overline{a530}$.

Ta có $n \div 6$ nên $n \div 3$, suy ra $(a + 5 + 3 + 0) \div 3$, tức là $(a + 8) \div 3$.

Do đó $a \in \{1; 4; 7\}$.

Vậy $n \in \{1530; 4530; 7530\}$, cả ba số này vừa là bội của 5, vừa là bội của 6.

130. a) Đáp số: 1, 2, 4, 5, 10, 20.

b) Đáp số: 2, 3, 5, 8, 15, 29.

c) Đáp số: 0, 1, 4.

d) Đáp số: 2.

131. Các hợp số là 651, 747, 235 (sử dụng dấu hiệu chia hết cho 3, cho 5).
Số nguyên tố là 103 (Xem bảng số nguyên tố ở cuối Sách giáo khoa, hoặc giải thích : 103 không chia hết cho 2, 3, 5, 7, còn $11^2 > 103$).

132. a) $A = 2$, là số nguyên tố.

b) $B > 4$ và $B \div 4$ nên B là hợp số.

133. $26 = 3 + 23 = 7 + 19$.

$34 = 3 + 31 = 5 + 29 = 11 + 23$.

134. Tổng chia hết cho 3, lớn hơn 3, nên là hợp số.

135. Ta có $(n + 2) \div 2$, $(n + 3) \div 3$, $(n + 4) \div 4$, $(n + 5) \div 5$, $(n + 6) \div 6$, $(n + 7) \div 7$.

Đó là sáu hợp số.

136. Ta có $n + 8 \div n + 1$

$n + 1 + 7 \div n + 1$

$7 \div n + 1$.

$n + 1 \in \{1; 7\}$. Vậy $n \in \{0; 6\}$.

137. a) Tổng của hai số nguyên tố có thể là một số nguyên tố.

Chẳng hạn : $2 + 3 = 5$;

$2 + 5 = 7$.

(Lưu ý: Trong hai số nguyên tố đó, phải có một số bằng 2).

b) Tích của hai số nguyên tố không thể là một số nguyên tố.

Gọi a là tích của hai số nguyên tố m, n .

$a = m.n$ (có thể xảy ra $m = n$).

Khi đó a có ít nhất ba ước là 1, a, m nên a không thể là số nguyên tố.

138. a) p phải là số chẵn, do đó $p = 2$. Khi đó $3p + 5 = 11$, là số nguyên tố.

b) Đáp số: $p = 3$.

139. $32 = 2^5$ có sáu ước là 1, 2, 4, 8, 16, 32.

$161 = 7.23$ có bốn ước là 1, 7, 23, 161.

$75 = 3.5^2$ có sáu ước là 1, 3, 5, 15, 25, 75.

$250 = 2.5^3$ có tám ước là 1, 2, 5, 10, 25, 50, 125, 250.

140. $4422 = 2.3.11.67 = 66.67$.

141. $35805 = 3.5.7.11.31 = 31.(3.11) . (5.7) = 31.33.35$.

142. $559 = 13.43$ có bốn ước là 1, 13, 43, 559.

Vậy $a = 43$.

143. Gọi số chia là a , thương là b . Ta có

$$213 - 10 = ab \quad (a > 10) \text{ nên}$$

$$203 = ab.$$

Do đó a là ước của 203 và lớn hơn 10.

Vì $203 = 7.29$ có bốn ước là 1, 7, 29, 203 nên $a = 29$ hoặc $a = 203$.

Có hai đáp số : $a = 29 ; b = 7$ hoặc $a = 203 ; b = 1$.

144. Ta có $n = \overline{aaaa} = a.1111 = a.11.101$.

Do n chỉ có hai ước nguyên tố nên $a = 1$. Vậy $n = 1111$.

145. a) Trong các số tự nhiên từ 1 đến 30, các bội của 5 là 5, 10, 15, 20, 25, 30.

Trong 6 bội của 5 nói trên, số 25 có thêm một thừa số 5 nữa (vì $25 = 5.5$), do đó tích A chứa $6 + 1 = 7$ (thừa số 5).

Vậy số A phân tích ra thừa số nguyên tố chứa 5^7 .

b) Số thừa số 5 trong tích A là 7.

Số thừa số 2 trong tích A nhiều hơn 7 (vì chỉ riêng các số chẵn từ 1 đến 30 đã có 15 số).

Mỗi cặp thừa số 2 và 5 làm cho tích tận cùng bằng một chữ số 0. Trong tích đã cho có 7 cặp thừa số 2 và 5 nên số A tận cùng bằng 7 chữ số 0.

146. $2009 = 7^2.41$

$$2010 = 2.3.5.67$$

nên $2009 \cdot 2010 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 41 \cdot 67$

có $2.2.2.3.2.2 = 96$ (ước).

147. a) $\notin$; b) $\in$; c) $\in$; d) $\notin$.

148. Các số thuộc tập hợp C có chữ số tận cùng bằng 0.

149. a) $A \cap B = B$; b) $A \cap B = \emptyset$; c) $A \cap B = \emptyset$.

150. Có. Nếu $A \subset B$ thì $A \cap B = A$, chẳng hạn :

$A = \{a\}$, $B = \{a, b\}$, $A \cap B = \{a\}$. Một ví dụ khác, xem bài 149 a).

151. a) Có 33 số là bội của 3.

b) Có 20 số là bội của 5.

c) Có 6 số là bội chung của 3 và 5.

152. Số học sinh thi Văn là 7.

Số học sinh thi Toán là 8.

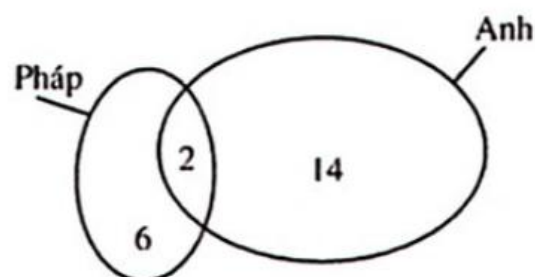
Số học sinh thi cả hai môn là 5.

153. (h. 67) Số học sinh biết tiếng Anh mà không biết tiếng Pháp bằng

$$16 - 2 = 14 \text{ (học sinh).}$$

Số học sinh của nhóm bằng

$$8 + 14 = 22 \text{ (học sinh).}$$



Hình 67

154. a) ƯCLN (220, 240, 330) = 20.

Các ước chung là 1, 2, 4, 5, 10, 20.

- b) ƯCLN (168, 120, 144) = 24.

Các ước chung là 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

155. Đáp số: 34 và 68.

156. ƯCLN (144, 192, 240) = 48.

Các ước chung có hai chữ số là 48, 24, 16, 12.

157. ƯCLN (1820, 3080, 4900) = 140.

Đáp số: 70.

158. ƯCLN (280, 700, 420) = 140.

Số x là ước của 140 thỏa mãn $40 < x < 100$, nên $x = 70$.

159. Gọi khoảng cách giữa hai cây liên tiếp là a (mét).

Ta có $48 : a$, $120 : a$ và a lớn nhất nên a là ƯCLN (48, 120) = 24.

Khoảng cách giữa hai cây liên tiếp là 24 m.

Khi đó số cây là ít nhất và bằng

$$(120 + 48) : 24 = 14 \text{ (cây).}$$

Xem hình 68.



Hình 68

160. a) Gọi số cây mỗi công nhân phải trồng là a ($a > 1$).

Ta có $156 : a$ và $169 : a$ nên $a \in \text{ƯC}(156, 169)$.

$$\text{ƯCLN}(156, 169) = 13.$$

ƯC $(156, 169) = \{1; 13\}$. Do $a > 1$ nên $a = 13$.

b) Đội 1 có $156 : 13 = 12$ (người).

Đội 2 có $169 : 13 = 13$ (người).

161. Số x là ước chung của $148 - 20 = 128$ và $108 - 12 = 96$. Ngoài ra $x > 20$.

Đáp số: $x = 32$.

162. a) $392 = 2^3 \cdot 7^2$.

Viết 392 thành một tích của hai thừa số nguyên tố cùng nhau :

$$392 = 1 \cdot 392 = 8 \cdot 49.$$

b) $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

Viết thành một tích của hai thừa số nguyên tố cùng nhau :

$$1 \cdot 180 = 4 \cdot 45 = 5 \cdot 36 = 9 \cdot 20.$$

163. Đáp số: 112 và 16 ; 80 và 48. Giải tương tự ví dụ 48.

164. ƯCLN $(a, b) = 6$ nên $a = 6a'$, $b = 6b'$ và ƯCLN $(a', b') = 1$.

Theo đề bài $ab = 2268$ nên $6a' \cdot 6b' = 2268$.

Suy ra $a'b' = 63 = 3^2 \cdot 7$.

Do $a > b$ nên $a' > b'$. Chọn hai số a' và b' có tích bằng 63, nguyên tố cùng nhau, $a' > b'$ ta được

a'	63	9
b'	1	7

Do đó

a	378	54
b	6	42

165. Gọi $d \in \text{ƯC}(n, n+1)$ thì $n+1 \vdots d$ và $n \vdots d$.

Do đó $(n+1) - n \vdots d$, suy ra $1 \vdots d$. Vậy $d = 1$.

166. Gọi $d \in \text{ƯC}(2n+1, 6n+5)$ thì $2n+1 \vdots d$; $6n+5 \vdots d$.

Do đó $(6n+5) - 3(2n+1) \vdots d$, tức là $2 \vdots d$, suy ra $d \in \{1; 2\}$.

d là ước của số lẻ $2n+1$ nên $d \neq 2$. Vậy $d = 1$.

167. *Đáp số:* 2520 và 5040.

168. $x \div 7, x \div 8, x \div 9$ và x nhỏ nhất ($x \geq 16$) nên x là BCNN $(7, 8, 9) = 504$.

169. Lúc 13 giờ cả ba chiếc đồng hồ cùng reo chuông.

170. Gọi số học sinh là a . Ta có $a \in BC(40, 45)$ và $700 \leq a \leq 800$.

Đáp số: 720 học sinh. Số xe là 18 chiếc hoặc 16 chiếc.

171. *Đáp số:* 960 học sinh.

172. Gọi số đội viên là a . Ta có $a - 1 \in BC(2, 3, 4, 5)$ và $99 \leq a - 1 \leq 149$. Mặt khác $BCNN(2, 3, 4, 5, 6) = 60$.

Ta tìm được $a - 1 = 120$. Suy ra $a = 121$.

Số đội viên là 121 người.

173. Gọi số học sinh là a . Ta có $a + 1 \in BC(2, 3, 4, 5, 6)$, $a + 1 < 301$. Mặt khác $BCNN(2, 3, 4, 5, 6) = 60$.

Do đó $a + 1 \in \{60; 120; 180; 240; 300\}$ nên

$a \in \{59; 119; 179; 239; 299\}$.

Vì $a \div 7$ và chỉ có $a = 119$ là bội của 7 nên số học sinh là 119 người.

174. Đặt $250a = 300b = 400c = m$. Do a, b, c khác 0 nên $m \neq 0$. Để a, b, c nhỏ nhất thì m nhỏ nhất. Do đó m là BCNN $(250, 300, 400) = 6000$.

Suy ra $a = 6000 : 250 = 24$,

$b = 6000 : 300 = 20$,

$c = 6000 : 400 = 15$.

175. a) $36.333 - 108.111 = 108.111 - 108.111 = 0$.

b) $136.68 + 16.272 = 136.68 + 32.136 = 136(68 + 32)$
 $= 136.100 = 13600$.

176. *Đáp số:* 47 250.

$$177. \text{ƯCLN}(840, 150, 990) = 30.$$

$$\text{BCNN}(840, 150) = 4200.$$

$$178. \text{a) } 144; \quad \text{b) } 21.$$

179. Sau 84 ngày, cả ba người cùng trực đêm lần tiếp theo.

$$180. A = (26 + 1) \cdot 58 - 31 = 26 \cdot 58 + 58 - 31 \\ = 26 \cdot 58 + 27 = B.$$

$$181. \text{a) } A = 64(1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + 4 \cdot 5 \cdot 6) = 64B.$$

$$\text{b) } A = (35! + 36!) : 37 = 35!(1 + 36) : 37 = 35! = B.$$

$$182. \text{a) } \overline{ab} \cdot \overline{aba} = \overline{abab} \text{ nên } \overline{aba} = \overline{abab} : \overline{ab} = 101.$$

Suy ra $a = 1, b = 0$. Ta có $10 \cdot 101 = 1010$.

b) Thêm chữ số d vào cuối của số bị trừ và số trừ :

$$\begin{array}{r} 3576 \\ - \quad abc \\ \hline abcd \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 3576d \\ - \quad abcd \\ \hline abcd0 \end{array}$$

Hiệu gấp 10 lần số trừ nên số bị trừ gấp 11 lần số trừ, tức là $\overline{3576d} : 11$.

Thực hiện phép chia số $\overline{3576d}$ cho 11, ta tìm được $d = 1$.

$\overline{abcd}$ bằng $35761 : 11 = 3251$.

$$\text{Đáp số: } \begin{array}{r} 3576 \\ - \quad 325 \\ \hline 3251 \end{array}$$

183. Giả sử cân nặng của năm bạn A, B, C, D, E theo thứ tự là a, b, c, d, e (kg).

Tổng số ki-lô-gam của 10 lần cân là

$$71 + 73 + 74 + 76 + 76 + 77 + 79 + 79 + 81 + 82 = 768 \text{ (kg)}.$$

Mỗi bạn cân 4 lần (với bốn người còn lại) nên

$$a + b + c + d + e = 768 : 4 = 192 \text{ (kg)}. (1)$$

Giả sử $a \geq b \geq c \geq d \geq e$ thì trong mười tổng $a + b, a + c, a + d, a + e, b + c, b + d, b + e, c + d, c + e, d + e$, tổng lớn nhất là $a + b$, tổng nhỏ nhất là $d + e$. Do đó $a + b = 82 \text{ (kg)}, d + e = 71 \text{ (kg)}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $c = 192 - 82 - 71 = 39 \text{ (kg)}$.

Người nặng thứ ba cân nặng 39kg.

184. Ghép cặp như sau :

$$\begin{aligned} A &= (2 + 2^2) + (2^3 + 2^4) + \dots + (2^{19} + 2^{20}) \\ &= 2(1 + 2) + 2^3(1 + 2) + \dots + 2^{19}(1 + 2). \end{aligned}$$

Mỗi số hạng đều chia hết cho 3 nên $A : 3$.

185. $\overline{**}.* = \overline{aaa} = a.111 = a.3.37$.

Tích $\overline{**}.*$ chia hết cho 37, mà 37 là số nguyên tố, nên phải có một thừa số chia hết cho 37, đó là thừa số thứ nhất. Thừa số này là số chẵn nên bằng 74.

Do thừa số thứ nhất (là 74) không chứa thừa số 3 (khi phân tích ra thừa số nguyên tố) nên thừa số thứ hai phải chia hết cho 3. Thừa số này là số chẵn có một chữ số (và khác 0) nên bằng 6.

Ta có $74 \cdot 6 = 444$.

186. Số $\overline{679***}$ chia hết cho 5, 6, 7, 9 nên chia hết cho 630 (là BCNN của 5, 6, 7, 9).

Ta thấy $679999 : 630 = 1079 \text{ (dư 229)}$

nên $679999 - 229 = 679770 : 630$,

$$679770 - 630 = 679140 : 630.$$

Đáp số: 679770 và 679140.

187. ƯCLN $(99, 63, 72) = 9$.

Có thể chia được nhiều nhất thành 9 tổ.

188. Số $84 + a \vdots a$ nên $84 \vdots a$. Số $132 - a \vdots a$ nên $132 \vdots a$.

Do đó $a = \text{ƯCLN}(84, 132) = 12$.

189. $x + 20 \vdots 10$, $x - 15 \vdots 5$, $x \vdots 8$ nên $x \in \text{BC}(10, 5, 8)$.

Do đó $x = 40k$. Do $15 \leq x < 300$ nên

$$x \in \{40; 80; 120; 160; 200; 240; 280\}.$$

Do đó $x + 1 \in \{41; 81; 121; 161; 201; 241; 281\}$.

Do $x + 1 \vdots 9$ nên $x + 1 = 81$. Vậy $x = 80$.

190. Giả sử $d \in \text{ƯC}(n + 1, 2n + 3)$.

Ta có $n + 1 \vdots d$ và $2n + 3 \vdots d$ nên $2n + 3 - 2(n + 1) \vdots d$, tức là $1 \vdots d$. Vậy $d = 1$.

191. Gọi $n, n + 1, n + 2$ là ba số tự nhiên liên tiếp.

Xét tích $A = n(n + 1)(n + 2)$. Nếu $n = 3k$ thì $A \vdots 3$.

Nếu $n = 3k + 1$ thì $n + 2 \vdots 3$ nên $A \vdots 3$. Nếu $n = 3k + 2$ thì $n + 1 \vdots 3$ nên $A \vdots 3$.

Trong ba số tự nhiên liên tiếp có ít nhất một số chẵn nên $A \vdots 2$.

A chia hết cho 2, cho 3 nên $A \vdots \text{BCNN}(2, 3)$. Do đó $A \vdots 6$.

192. a) Ta có $4n + 17 \vdots 7$ nên $4n + 17 - 21 \vdots 7$, tức là $4n - 4 \vdots 7$, hay $4(n - 1) \vdots 7$.

Ta lại có 4 và 7 là hai số nguyên tố cùng nhau nên $n - 1 \vdots 7$. Vậy $n = 7k + 1$ với $k \in \mathbb{N}$.

b) Gọi số phải tìm là $\overline{ab}$. Ta có $\overline{ab} + \overline{ba} \vdots 17$ nên $(10a + b) + (10b + a) \vdots 17$, tức là $11a + 11b \vdots 17$ hay $11(a + b) \vdots 17$.

Mặt khác 11 và 17 là hai số nguyên tố cùng nhau nên $a + b \vdots 17$. Do đó $a + b = 17$. Số phải tìm là 98 hoặc 89.

193. Gọi số phải tìm là $\overline{abc}$. Ta có $\overline{abc} \vdots 10$ nên $c = 0$.

Ta có $\overline{ab0} \vdots 9$ nên $a + b \vdots 9$. (1)

Theo đề bài $a + b + 0 \vdots 2$ nên $a + b \vdots 2$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a + b = 18$. Do đó $a = b = 9$.

Số phải tìm là 990. Thử lại : $990 : 90 = 10$;

$$9 + 9 + 0 = 18 \div 2.$$

194. Gọi số phải tìm là $\overline{abc}$. Ta có $\overline{abc} = 39(a + b + c)$. (1)

Vì $\overline{abc} \div 3$ nên $a + b + c \div 3$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\overline{abc} \div 9$, do đó $a + b + c = 9k$ ($k \in \mathbb{N}$).

Như vậy $\overline{abc} = 39.9k = 351k$.

Với $k = 1$ thì $\overline{abc} = 351$. Thử lại : $351 : (3 + 5 + 1) = 39$.

Với $k = 2$ thì $\overline{abc} = 702$. Thử lại : $702 : (7 + 0 + 2) = 78$, loại.

Với $k \geq 3$ thì $\overline{abc} \geq 1053$, loại.

Đáp số: 351.

195. a) Đúng

b) Sai, ví dụ : số nguyên -2 không là số tự nhiên.

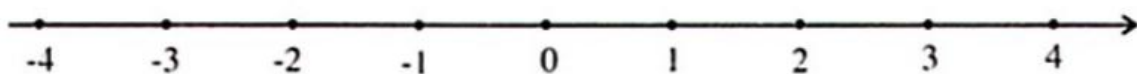
c) Đúng.

196. a) $5 \in \mathbb{N}$; $-8 \notin \mathbb{N}$.

b) $-7 \in \mathbb{Z}$; $12 \in \mathbb{Z}$.

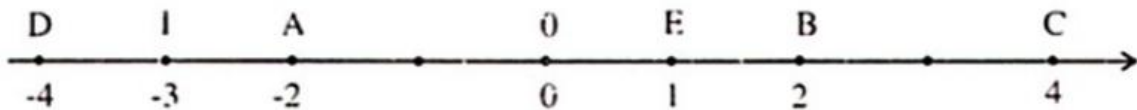
197. Tổ 1 vượt mức 2 cây, tổ 2 đạt mức, tổ 3 kém mức 2 cây, tổ 4 vượt mức 3 cây, tổ 5 kém mức 1 cây.

198. Xem hình 69.



Hình 69

199. Xem hình 70.



Hình 70

b) Điểm O là trung điểm của AB, của CD.

c) E(1), I(-3) : xem hình 70.

200. a) $\{-1 ; 0\}$; b) $\{-5 ; -4 ; -3\}$; c) $\emptyset$.

201. Bước 1 : Viết các số âm : $-7, -5, -10$. Xếp tăng dần : $-10, -7, -5$.

Bước 2: Viết số 0.

Bước 3: Viết các số dương: 12, 21, 6. Xếp tăng dần : 6, 12, 21.

Kết quả : $-10, -7, -5, 0, 6, 12, 21$.

202. a) $|5| > |3|$, ta có $5 > 3$.

b) $|-3| < |-5|$, ta có $-3 > -5$.

203. a) $A = \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

b) $-8 \notin A$; $-5 \in A$; $\{-2; -1\} \subset A$; $A \subset \mathbb{Z}$.

204. 100; -10.

205. $A \cap B = \{x \in \mathbb{Z}, -4 < x < 3\}$.

$A \cap B = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$.

206. a) Không phải bao giờ ta cũng có $a > -a$. Chẳng hạn: Với $a = 0$ thì $-a = 0$, do đó $a = -a$ (vì $0 = 0$). Với $a = -4$ thì $-a = 4$, do đó $a < -a$ (vì $-4 < 4$).

b) Xét ba trường hợp :

a	-a	Kết luận
dương	âm	$a > -a$
âm	dương	$a < -a$
0	0	$a = -a$

Vậy với a là số âm thì $a < -a$.

207. a) $\{-7; 7\}$; b) $\emptyset$; c) $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

208. a) $a < b$; b) $a > b$.

209. a) $a \geq 0$; b) $a \leq 0$; c) $a < 0$.

210. a) 16; b) -48; c) -104.

211. $(-9) + (-1) = -10$.

212. Cách 1. $5 + (-2) = 3$.

Cách 2. $(-5) + 2 = -3$.

213. a) $b > 0 ; |b| > |a|$.

b) $b > 0 ; b$ là số đối của a .

214. Quy luật: số hạng sau bằng số hạng liền trước cộng với 2. Ba số hạng tiếp theo là $-12, -10, -8$.

215. a) $|a|$ và $|b|$ là hai số tự nhiên. Tổng của chúng bằng 0 nên $|a| = |b| = 0$.
Do đó $a = b = 0$.

b) $|a|$ và $|b|$ là hai số tự nhiên. Tổng của chúng bằng 2 nên

$ a $	0	1	2
$ b $	2	1	0

Có 8 đáp số :

a	0	1	-1	2	-2
b	± 2	± 1	± 1	0	0

216. a) $[435 + (-415)] + [(-43) + (-57)] + [383 + (-483)]$
 $= 20 + (-100) + (-100) = -180$.

b) $[1316 + (-1216)] + [(-315) + (-85)] + 317$
 $= 100 + (-400) + 317 = 17$.

217. $500 + 581 - 635 = 446$ (nghìn đồng).

218. Tổng bằng 0.

219. Gọi số ở cạnh số -2 là x , số ở cạnh số x là y (h. 71 a).

y		
x		3
-2	x	y

a)

-2		
		3
-2		-2

b)

-2	3	-2
3	-2	3
-2	3	-2

c)

Hình 71

Ta có $-2 + x = x + y$ nên $y = -2$ (h. 71b).

Tổng của hai ô cạnh nhau bằng $3 + (-2) = 1$.

Bảng được điền đầy đủ như trên hình 71c.

220.

	7	a	b	c	-2	
--	---	---	---	---	----	--

Ta có $7 + a + b = a + b + c$ nên $c = 7$. Như vậy cứ cách hai ô thì số 7 được lặp lại. Tương tự đối với số -2. Do đó ta có

	7	2		7	-2	
--	---	---	--	---	----	--

Ta điền tiếp để ba số ở ba ô liên nhau có tổng bằng 0:

-5	7	-2	-5	7	-2	-5
----	---	----	----	---	----	----

221. a) 439 ; b) 275 ; c) -93 ; d) -165.

222. a) $35 - 43 = -8$.

b) $35 + (-27) = 8$.

223. a) Chẳng hạn $(-3) - (-5) = -3 + 5 = 2$.

b) Chẳng hạn $(-3) - (-2) = -3 + 2 = -1$.

c) Chẳng hạn $(-3) - (-3) = -3 + 3 = 0$.

224. a) $(-12) - (+37) = (-12) + (-37) = -49$.

b) $(-12) - (-37) = (-12) + (+37) = 25$.

225. $A = |x| \geq 0$.

Giá trị nhỏ nhất của A bằng 0 với $x = 0$.

226. a) 240 ; b) 249.

c) $315 - 41 - 215 = (315 - 215) - 41 = 100 - 41 = 59$.

d) $917 - 417 + 65 = (917 - 417) + 65 = 500 + 65 = 565$.

227. a) $15 - 15 - x = 21$

$$-x = 21$$

$$x = -21.$$

b) $x = 50$.

228. a) $a = n$, b) $b = m$.

229. a) $x = -21 + 15$ hay $x = -6$.

b) $42 + 7 = x$ hay $x = 49$.

c) $12 - 30 + x = -23$

$$x = -23 - 12 + 30$$

$$x = -5.$$

d) $31 - 17 - x = 18$

$$31 - 17 - 18 = x$$

$$-4 = x.$$

230. a) $|x| = 17$. *Đáp số:* $x = \pm 17$.

b) $x + 7 = 2$ hoặc $x + 7 = -2$.

Đáp số: $x = -5$ hoặc $x = -9$.

c) $x + 2 = 3$ hoặc $x + 2 = -3$.

Đáp số: $x = 1$ hoặc $x = -5$.

231. a) $|a| - a = 0$ hay $|a| = a$. Do đó $a \geq 0$. Vậy a là số tự nhiên tùy ý.

b) $|a| + a = 0$ hay $|a| = -a$. Do đó $a \leq 0$. Vậy a là số nguyên âm tùy ý hoặc số 0.

232. a) 1236 ; b) -1820.

233. a) $(-b) = 60$; $(-a).b = 60$; $(-a).(-b) = -60$.

234. a) a và b cùng dấu.

b) a và b khác dấu.

c) Trong a và b , có ít nhất một thừa số bằng 0.

235. a) $-8 + 20 = 12$; b) $15 + 35 = 50$.

236. a) $x = 0$; $x = 3$; b) $x = -7$; $x = 8$.

237. Gọi ba số nguyên liên tiếp là $a - 1$, a , $a + 1$ ($a \in \mathbb{Z}$).

Ta có $(a - 1) + a + (a + 1) = 0$ nên $3a = 0$. Do đó $a = 0$.

Ngược lại, với $a = 0$ thì $(a - 1) + a + (a + 1) = 0$. Vậy ba số nguyên liên tiếp phải tìm là -1 ; 0 ; 1 .

238. Giả sử tổng A có n số hạng. Ta có

$$A = 10 + 9 + 8 + \dots + (x + 1) + x$$

$$A = x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + 9 + 10$$

$$\text{nên } 2A = (10 + x).n. \text{ Do } A = 0 \text{ nên } (10 + x).n = 0.$$

$$\text{Ta lại có } n \neq 0 \text{ nên } 10 + x = 0. \text{ Vậy } x = -10.$$

$$\text{Ngược lại, với } x = -10 \text{ thì } A = 0.$$

239. $(-1).26 + 53 = -26 + 53 = 27.$

240. a) Do $0 < x < 3$ và $x \in \mathbb{Z}$ nên $x = 1$; $x = 2$; b) $x < 0$ hoặc $x > 3$ (x là số nguyên).

c) $x = -4$; $x = -3$; d) $x < -5$ hoặc $x > -2$ (x là số nguyên).

241. Có, chẳng hạn $(-50).(-2) = 100.$

242. a) $-14.(8.125) = -14000.$

b) $(6.7) . (4.25).(2.5) = 42000.$

c) $(125.8).(9.7) = 63000.$

d) $-310.(87 + 13) = -31000.$

e) $47.69 + 31.47 = 47.(69 + 31) = 47.100 = 4700.$

g) $42.2.24 - 24.34 = 24(84 - 34) = 24.50 = 1200.$

243. a) -1 ; b) 1 ; c) 81 ; d) $-32.$

e) $4.(-8) + 7.4 = 4.(-8 + 7) = 4.(-1) = -4.$

244. a) Tích bằng 0 khi có ít nhất một thừa số bằng 0.

$$\text{Ta có } n^2 + 1 \neq 0 \text{ nên } n + 3 = 0. \text{ Vậy } n = -3.$$

$$\text{Ngược lại, với } n = -3 \text{ thì } (n + 3)(n^2 + 1) = 0.$$

b) Ta có $n - 1 = 0$ hoặc $n^2 - 4 = 0.$

$$\text{Đáp số: } n \in \{1; 2; -2\}.$$

245. $bc < 0$ mà $b < c$ nên $b < 0 < c$.

246. Ta có $(x + 1)^2 \geq 0$ và $(y - 1)^2 \geq 0$. Tổng của hai số không âm bằng 0 nên mỗi số bằng 0 tức là

$$x + 1 = y - 1 = 0. \text{ Vậy } x = -1 \text{ và } y = 1.$$

247. a) Giá trị nhỏ nhất của A bằng -15 với $x = 0$.

b) Giá trị nhỏ nhất của B bằng -17 với $x = -1$.

248. a) Giá trị lớn nhất của A bằng 14 với $x = 0$.

b) Giá trị lớn nhất của B bằng 25 với $x = 2$.

249. Ta thấy $a^2 = 49$ và $a^2 = 81$ là hai số khác dấu, trong đó $a^2 = 81 < a^2 = 49$ nên

$$\begin{cases} a^2 - 81 < 0 \\ a^2 - 49 > 0 \end{cases} \quad \text{tức là} \quad \begin{cases} a^2 < 81 \\ a^2 > 49. \end{cases}$$

Ta có $49 < a^2 < 81$, mà $a \in \mathbb{Z}$ nên $a^2 = 64$. Do đó $a = \pm 8$.

Ngược lại, với $a = 8$ hoặc $a = -8$ thì $(a^2 - 49)(a^2 - 81) < 0$. Vậy $a = \pm 8$.

250. $\{-3; -2; -1; 1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.

251. $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$.

252. $4; 2; 10; -4$.

253.

a)

$x + 3$	1	-1	3	-3
$y + 1$	3	-3	1	-1

b)

$x - 1$	1	-1	2	-2
$xy + 1$	2	-2	1	-1

tức là

x	-2	-4	0	-6
y	2	-4	0	-2

x	2	0	3	-1
xy	1	-3	0	-2
y	không có	không có	0	2

c) $x(y - 2) = 5$.

x	1	-1	5	-5
y - 2	5	-5	1	-1
y	7	-3	3	1

254. a) $n + 3 \vdots n - 1$ nên $n - 1 + 4 \vdots n - 1$. Suy ra $4 \vdots n - 1$.

Đáp số: $n \in \{2; 0; 3; -1; 5; -3\}$.

b) $2n - 1 \vdots n + 2$ nên $2n + 4 - 5 \vdots n + 2$, tức là $2(n + 2) - 5 \vdots n + 2$.

Suy ra $5 \vdots n + 2$.

Đáp số: $n \in \{-1; -3; 3; -7\}$.

255. Số nguyên a có 10 ước nên số $|a|$ có 5 ước tự nhiên. Do đó $|a| = p^4$ với p là số nguyên tố. Do a có ước là 2 nên $p = 2$.

Vậy $|a| = 2^4 = 16$. Do đó $a = 16$ hoặc $a = -16$.

256. a) $138 - 8 = 130$. Không chia hết cho 7.

b) $11 - 12 = -1$. Không chia hết cho 7.

c) $222 - 12 = 210$. Có chia hết cho 7.

Lưu ý. Giải thích dấu hiệu chia hết cho 7 nêu trong bài tập trên như sau:

Gọi $n = 10a + b$ (a là số chục).

Xét $2n = 20a + 2b = 21a - (a - 2b)$.

Nếu $a - 2b \vdots 7$ thì $2n \vdots 7$ nên $n \vdots 7$ (vì 2 và 7 nguyên tố cùng nhau).

Nếu $a - 2b \not\vdots 7$ thì $2n \not\vdots 7$ nên $n \not\vdots 7$.

257. $A = -1.50 = -50$. Do đó A chia hết cho 2, không chia hết cho 3, không chia hết cho 4.

258. a) $5.9 + 112 - 31 = 126$.

b) $6.(-8) - 20 + 12 = -56$.

c) $-31 - (82 + 17) = -31 - 99 = -130$.

259. a) $-326 - 115 + 326 = (-326 + 326) - 115 = -115.$

b) $35.(23 - 27) = 35.(-4) = -140.$

c) $34.(-84) + 34.(-16) = 34(-84 - 16) = -3400.$

d) $-215.54 - 215.46 = -215.(54 + 46) = -21\,500.$

260. a) Quy luật : Cộng theo hàng ngang. Số phải điền là 5.

b) Quy luật: Nhân theo cột dọc. Số phải điền là 48.

261. a) 43; b) -1; c) 6; d) -104.

262. a) 0; b) -6; c) -9.

263. Đáp số $x = 5; y = -2.$

264. $x = 1$ hoặc $x = -5.$

265.

x	4	2	10	-4
y	-11	5	-11	5

266. a) Đúng.

b) Sai. Ví dụ $|-2| = 2$ nhưng $-2 < 2.$

c) Sai. Ví dụ $2 > -5$ nhưng $|2| < |-5|.$

d) Sai. Ví dụ $|-2| > |1|$ nhưng $-2 < 1.$

e) Đúng.

g) Sai với $a = 0.$ Khẳng định đúng là $|a| \geq 0.$

h) Đúng.

i) Sai. Ví dụ $|5 + (-3)| < |5| + |-3|.$ Khẳng định đúng là $|a + b| \leq |a| + |b|.$

267. Từ $a = b + c$ và $a = bc$ suy ra $bc = b + c$. (1)

Do đó $c = bc - b = b(c - 1)$. (2)

Do $c \neq 1$ nên từ (2) suy ra $c \div c - 1$, hay $c - 1 + 1 \div c - 1$, tức là $1 \div c - 1$. Suy ra $c - 1 \in \{1; -1\}$.

Với $c - 1 = 1$ thì $c = 2$. Từ (1) suy ra $2b = b + 2$ nên $b = 2$. Do đó $a = bc = 2.2 = 4$.

Với $c - 1 = -1$ thì $c = 0$. Từ (1) suy ra $b = 0$. Do đó $a = bc = 0$.

Thử lại $4 = 2 + 2 = 2.2$;

và $0 = 0 + 0 = 0.0$.

Đáp số: $a = 4$; $b = c = 2$

và $a = b = c = 0$.

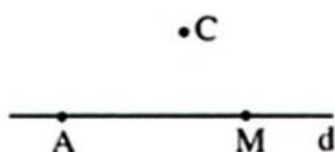
HÌNH HỌC

Chương

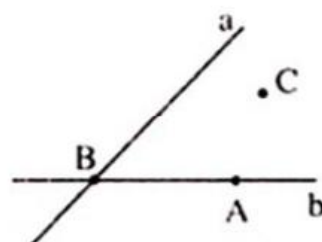
I

ĐOẠN THẲNG

1. (h. 72) $M \in d$, $A \in d$, $C \notin d$.

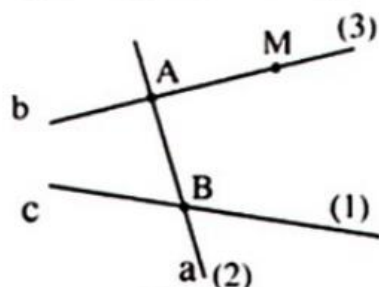


Hình 72



Hình 73

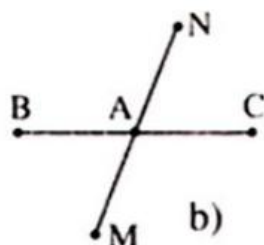
2. Xem hình 73. Dùng điều kiện c) để vẽ điểm B trước.
3. (h. 74) Từ điều kiện b) suy ra c là đường thẳng (1). Từ điều kiện a) suy ra a là đường thẳng (2). Còn lại b là đường thẳng (3).



Hình 74



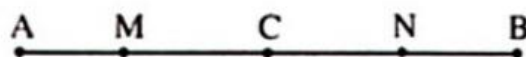
a)



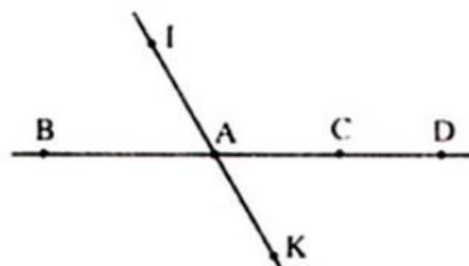
b)

Hình 75

4. Xem hình 75.
5. (h. 76) Điểm C nằm giữa A và N, nằm giữa A và B, nằm giữa M và B, nằm giữa M và N.
6. (h. 77) Có năm bộ ba điểm thẳng hàng là B - A - C, B - A - D, B - C - D, A - C - D, I - A - K.

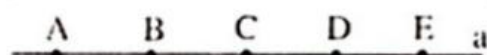


Hình 76



Hình 77

7. (h. 78)



Hình 78

a) Có 10 bộ ba điểm thẳng hàng là

$A - B - C$, $A - B - D$, $A - B - E$, $A - C - D$,

$A - C - E$, $A - D - E$, $B - C - D$, $B - C - E$, $B - D - E$, $C - D - E$.

b) Có 10 bộ ba điểm thẳng hàng nên có 10 trường hợp một điểm nằm giữa hai điểm khác.

Lưu ý. Cách viết các bộ ba điểm thẳng hàng ở câu a) như sau: Viết các cặp hai điểm rồi bổ sung thêm điểm thứ ba (nằm bên phải hai điểm ấy).

– Với cặp điểm $A - B$, chọn điểm thứ ba lần lượt là C, D, E .

– Với cặp điểm $A - C$, chọn điểm thứ ba lần lượt là D, E .

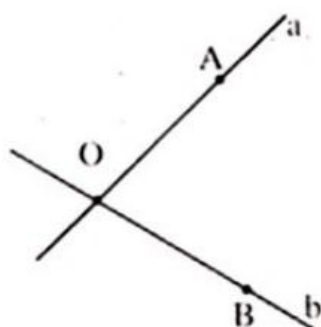
– Với cặp điểm $A - D$, chọn điểm thứ ba là E .

– Với cặp điểm $B - C$, chọn điểm thứ ba lần lượt là D, E .

– Với cặp điểm $B - D$, chọn điểm thứ ba là E .

– Với cặp điểm $C - D$, chọn điểm thứ ba là E .

8. Các điểm A và D cùng thuộc đường thẳng BC nên bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

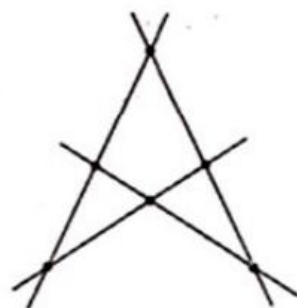


Hình 79

9. (h. 79) Hai đường thẳng a và b chỉ có một điểm chung O nên điểm B nằm ngoài đường thẳng a .

Vậy ba điểm A, O, B không thẳng hàng.

10. Hai đường thẳng phân biệt có thể có 1 điểm chung hoặc không có điểm chung nào. Chúng không thể có 2 điểm chung, vì nếu có 2 điểm chung thì chúng trùng nhau.



Hình 80

11. Có 6 giao điểm (xem hình 80).

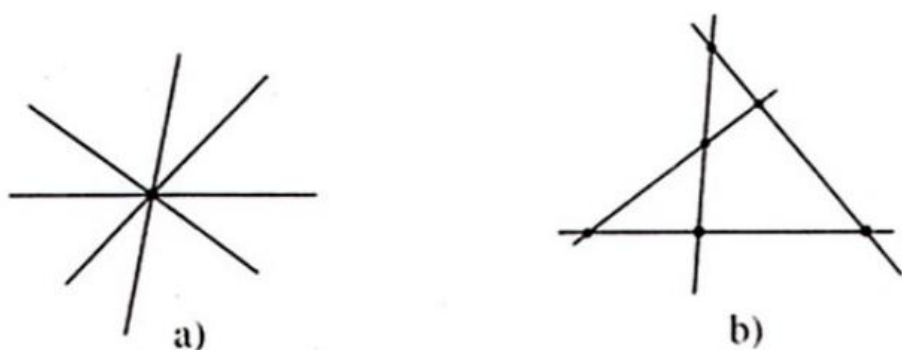
12. Có thể được. Xem hình 80.

13. Có $6.5 : 2 = 15$ (đường thẳng).

14. Ta có $n(n - 1) : 2 = 21$ nên $n(n - 1) = 42$. Ta tìm được $n = 7$.

15. a) Giá trị nhỏ nhất của m bằng 1 nếu bốn đường thẳng cùng đi qua một điểm (h. 81 a).

b) Giá trị lớn nhất của m bằng 6 nếu không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm (h. 81b).



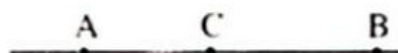
Hình 81

16. (h. 82) a) Các tia đối nhau : Ax và Ay, Bx và By.

b) Các tia trùng nhau : AB và Ay, BA và Bx.



Hình 82



Hình 83

17. (h. 83) Điểm C nằm giữa A và B.

18. (h. 84) a) Tia đối của tia Ax : tia AC, tia Ay.

b) Tia trùng với tia Ax : tia AB.

c) Có 6 tia phân biệt: Bx, By, Ax, Ay, Cx, Cy.



Hình 84



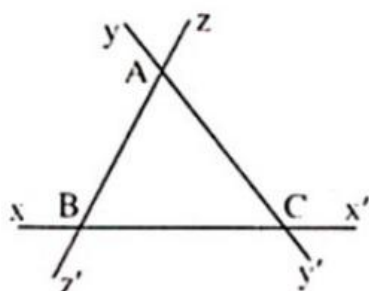
Hình 85

19. (h. 85) a) Có 8 tia.

b) Không.

c) Có 4 cặp tia đối nhau : Ax và Ay, Ox và Oy, Cx và Cy, Bx và By.

20. (h. 86) Có 12 tia: 4 tia gốc A, 4 tia gốc B, 4 tia gốc C.



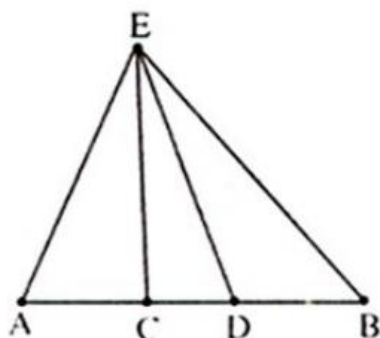
Hình 86



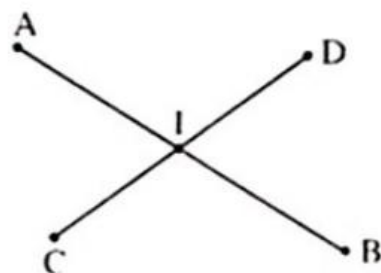
Hình 87

21. (h. 87) Chứng tỏ rằng hai tia BD và BC đối nhau.

22. (h. 88) Có 10 đoạn thẳng là EA, EC, ED, EB, AC, AD, AB, CD, CB, DB.



Hình 88

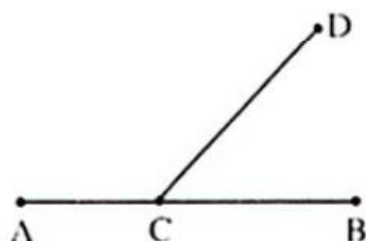


Hình 89

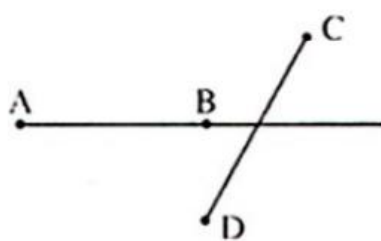
23. (h. 89) Có 6 đoạn thẳng là IA, IB, IC, ID, AB, CD.

24. (h. 90)

Có 4 đoạn thẳng là CA, CB, CD, AB.



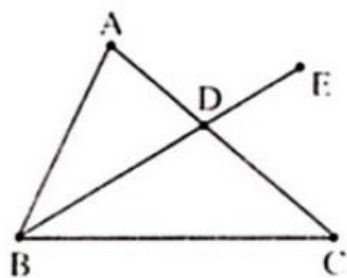
Hình 90



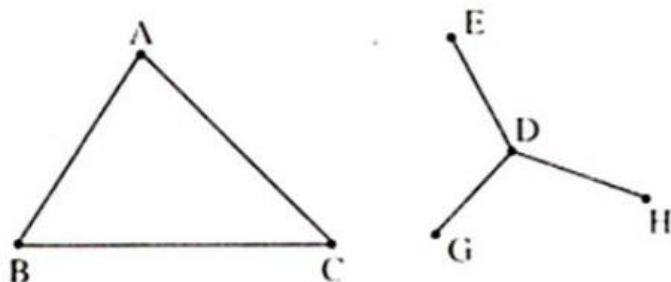
Hình 91

25. Xem hình 91.

26. (h. 92) Có 8 đoạn thẳng.



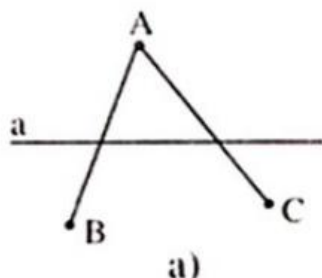
Hình 92



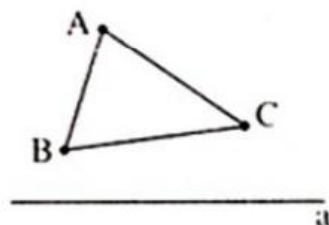
Hình 93

27. Xem hình 93.

28. Xem hình 94 a, b.



a)



b)

Hình 94

29. a) $a \cap b = \{M\}$.

b) $AB \cap CD = \{O\}$.

30. $AB = CD$, $AB < BC$, $CD < BC$.

31. (h. 95) C nằm giữa A và D

$$\Rightarrow AC + CD = AD$$

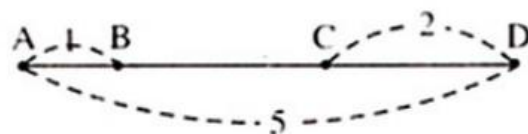
$$\Rightarrow AC + 2 = 5$$

$$\Rightarrow AC = 5 - 2 = 3 \text{ (cm)}.$$

B nằm giữa A và C $\Rightarrow AB + BC = AC$.

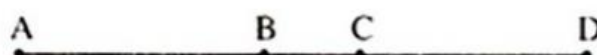
$$\Rightarrow 1 + BC = 3 \Rightarrow BC = 3 - 1 = 2 \text{ (cm)}.$$

Kết luận: $AB < BC$, $AB < CD$, $BC = CD$.



Hình 95

32. (h. 96) B nằm giữa A và C nên $AB + BC = AC$. C nằm giữa B và D nên $BC + CD = BD$.



Hình 96

Do $AC = BD$ nên $AB + BC = BC + CD$. Suy ra $AB = CD$.

33. (h. 97) B nằm giữa A và D nên $AB + BD = AD$. (1)



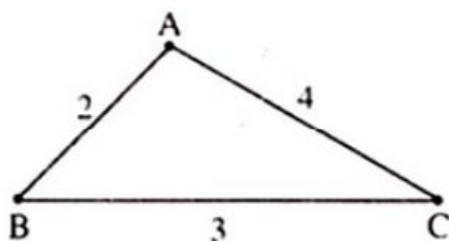
A nằm giữa C và B nên $AB + AC = BC$. (2)

Hình 97

Ta lại có $BD = AC$ (3). Từ (1), (2), (3) suy ra $AD = BC$.

34. (h. 98)

a) Giả sử B nằm giữa A và C thì $AB + BC = AC$ tức là $2 + 3 = 4$ vô lí. Vậy B không nằm giữa A và C.

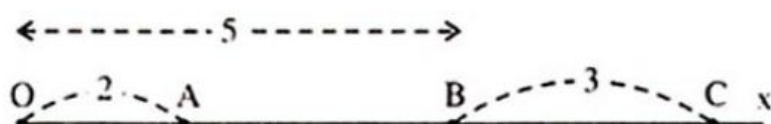


Hình 98

b) Giả sử ba điểm A, B, C thẳng hàng thì phải có một điểm nằm giữa hai điểm còn lại. Hãy bác bỏ các khả năng : A nằm giữa hai điểm còn lại, B nằm giữa hai điểm còn lại, C nằm giữa hai điểm còn lại.

Suy ra ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

35. (h. 99) A nằm giữa O và B nên tính được $AB = 3$ cm.

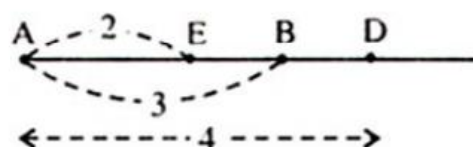


Hình 99

B nằm giữa A và C nên tính được $AC = 6$ cm.

36. (h. 100)

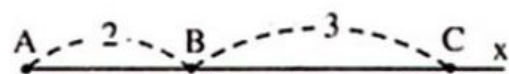
a) B nằm giữa A và D nên tính được $BD = 1$ cm.



Hình 100

b) E nằm giữa A và B nên tính được $BE = 1$ cm. Vậy $BE = BD$.

37. (h. 101) Trong ba điểm A, B, C thẳng hàng, có một và chỉ một điểm nằm giữa hai điểm còn lại. Điểm A không nằm giữa B và C vì A là



Hình 101

gốc chung của hai tia trùng nhau AB và AC. Điểm C không nằm giữa A và B vì B và C cùng thuộc tia Ax và $AB = 2\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$. Vậy điểm B nằm giữa A và C. Từ đó tính được $AC = 5\text{cm}$.

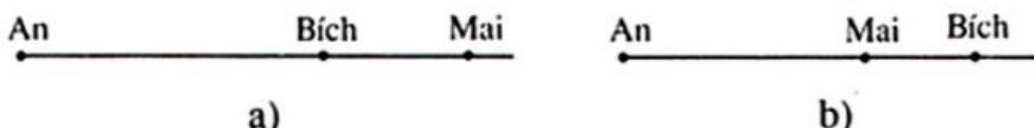
38. Xét hai trường hợp :

- C thuộc tia BA. Khi đó $AC = 4\text{ cm}$.
- C thuộc tia đối của tia BA. Khi đó $AC = 10\text{cm}$.

39. Xét hai trường hợp :

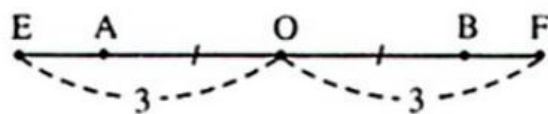
- Nhà Bích ở giữa nhà An và nhà Mai (h. 102a).
- Nhà Mai ở giữa nhà An và nhà Bích (h. 102b).

Đáp số: 550 m hoặc 250 m.

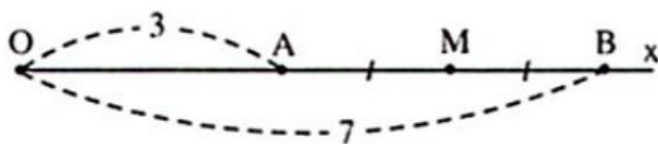


Hình 102

40. (h. 103) Ta tính được $OA = 2\text{cm}$, $AE = 1\text{cm}$. Tương tự, ta tính được $OB = 2\text{cm}$, $BF = 1\text{cm}$. Vậy $AE = BF$.



Hình 103

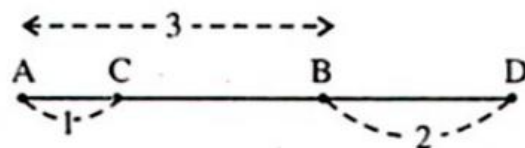


Hình 104

41. (h. 104) Ta tính được $BA = 4\text{ cm}$, từ đó $BM = 2\text{ cm}$.

42. (h. 105) Ta tính được $BC = 2\text{cm}$.

Các tia BC, BD đối nhau nên B nằm giữa C và D. Ta lại có $BC = BD$ nên B là trung điểm của CD.



Hình 105

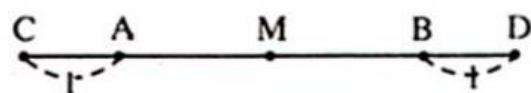
43. (h. 106) M là trung điểm của AB

nên $MA = MB = AB : 2 = 4 : 2 = 2$ (cm).

A nằm giữa M và C nên $MC = MA + AC = 2 + 1 = 3$ (cm).

B nằm giữa M và D nên $MD = MB + BD = 2 + 1 = 3$ (cm).

M nằm giữa C và D, đồng thời $MC = MD$ nên M là trung điểm của CD.



Hình 106

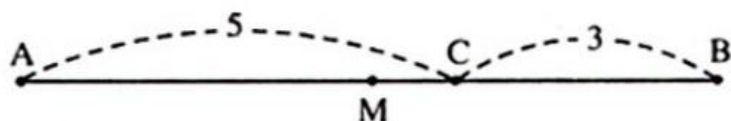
44. (h. 107) C nằm giữa A và B nên

$AB = CA + CB = 5 + 3 = 8$ (cm).

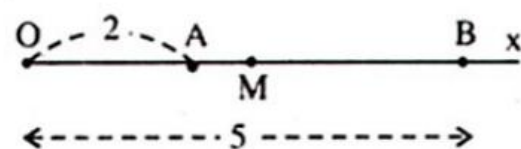
M là trung điểm của AB nên

$AM = AB : 2 = 8 : 2 = 4$ (cm).

M và C thuộc tia AB và $AM < AC$ nên M nằm giữa A và C. Do đó $AM + MC = AC$ tức là $4 + MC = 5$. Vậy $MC = 1$ cm.



Hình 107



Hình 108

45. (h. 108) $AM = 0,5$ cm.

46. (h. 109) Có 9 trường hợp một điểm là trung điểm của đoạn thẳng.

Một trường hợp nhận B là trung điểm.

Hai trường hợp nhận C là trung điểm.

Ba trường hợp nhận D là trung điểm.

Hai trường hợp nhận E là trung điểm.

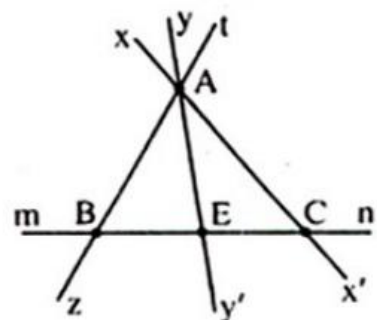
Một trường hợp nhận F là trung điểm.

47. (h. 110) Có 4 điểm là A, B, E, C. Có 4 đường thẳng là xx' , yy' , zt , mn (hoặc AC, AE, AB, BC).

Có 18 tia là Ax, Ax', Ay, Ay', Az, At, Bz, Bt, Bm, Bn, Ey, Ey', Em, En, Cx, Cx', Cm, Cn.



Hình 109



Hình 110

Có 9 cặp tia đối nhau (học sinh tự kể tên).

Có 6 đoạn thẳng là AB, AE, AC, BE, BC, EC.

48. (h. 111)

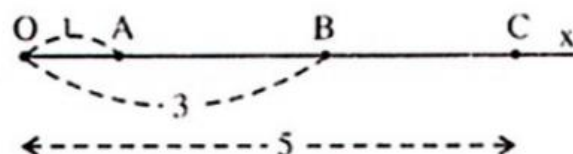
a) A nằm giữa O và C. Ta tính được $CA = OC - OA = 5 - 1 = 4$ (cm).

B nằm giữa O và C. Ta tính được $CB = OC - OB = 5 - 3 = 2$ (cm).

b) A, B thuộc tia CO và $CB < CA$ nên B nằm giữa A và C.

c) B nằm giữa A và C nên $AB = AC - BC = 4 - 2 = 2$ (cm).

Ta có B nằm giữa A, C và $AB = BC$ nên B là trung điểm của AC.

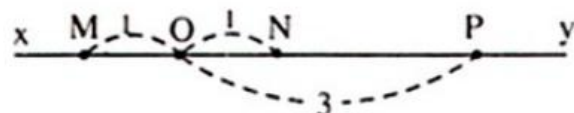


Hình 111

49. (h. 112) O nằm giữa M, N và $OM = ON$ ($= 1$ cm) nên O là trung điểm của MN.

Ta tính được $NP = 2$ cm.

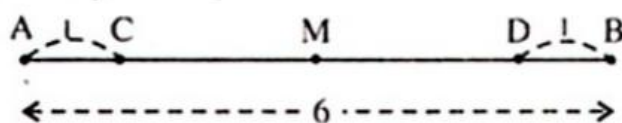
N nằm giữa M, P và $MN = NP$ nên N là trung điểm của MP.



Hình 112

50. (h. 113) Ta tính được $MA = MB = 3$ cm, $MC = 2$ cm, $MD = 2$ cm.

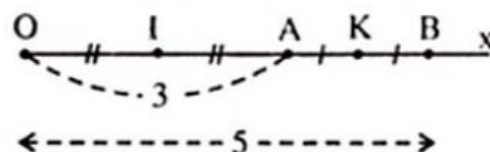
M nằm giữa C, D và $MC = MD$ nên M là trung điểm của CD.



Hình 113

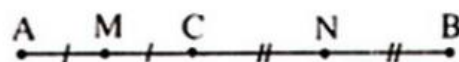
51. (h. 114) Ta tính được $AB = 2$ cm. I là trung điểm của OA nên $AI = OA : 2 = 3 : 2 = 1,5$ (cm). K là trung điểm của AB nên $AK = AB : 2 = 2 : 2 = 1$ (cm).

A nằm giữa I và K nên $IK = AI + AK = 1,5 + 1 = 2,5$ (cm).



Hình 114

52. (h. 115)



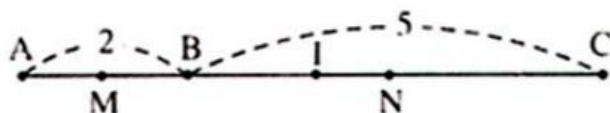
Hình 115

$$AB = AC + CB \text{ (vì C nằm giữa A và B)}$$

$$= 2MC + 2CN \text{ (vì M là trung điểm của AC, N là trung điểm của CB)}$$

$$= 2(MC + CN) = 2MN \text{ (vì C nằm giữa M và N)} = 2.3 = 6 \text{ (cm).}$$

53. (h. 116)



Hình 116

a) B nằm giữa A và C nên

$$AC = AB + BC = 2 + 5 = 7 \text{ (cm).}$$

I là trung điểm của AC nên $AI = AC : 2 = 7 : 2 = 3,5 \text{ (cm).}$

B nằm giữa A và I nên $BI = AI - AB = 3,5 - 2 = 1,5 \text{ (cm).}$

b) Ta tính được $BM = 1 \text{ cm}$, $BN = 2,5 \text{ cm}$.

B nằm giữa M và N nên $MN = BM + BN = 1 + 2,5 = 3,5 \text{ (cm).}$

MỤC LỤC

Trang

Lời nói đầu	3
-------------------	---

SỐ HỌC

Chương I – Ôn tập và bổ túc về số tự nhiên

§1. Tập hợp. Phần tử của tập hợp.....	5
§2. Tập hợp các số tự nhiên	7
§3. Ghi số tự nhiên	9
§4. Số phần tử của một tập hợp. Tập hợp con.....	13
§5. Phép cộng và phép nhân	18
§6. Phép trừ và phép chia.....	23
§7. Lũy thừa với số mũ tự nhiên. Nhân hai lũy thừa cùng cơ số	28
§8. Chia hai lũy thừa cùng cơ số	32
§9. Thứ tự thực hiện các phép tính	33
§10. Tính chất chia hết của một tổng	36
§11. Dấu hiệu chia hết cho 2, cho 5.	39
§12. Dấu hiệu chia hết cho 3, cho 9	45
§13. Ước và bội	49
§14. Số nguyên tố. Hợp số. Bảng số nguyên tố.....	53
§15. Phân tích một số ra thừa số nguyên tố.....	55
§16. Ước chung và bội chung.....	58
§17. Ước chung lớn nhất	61
§18. Bội chung nhỏ nhất.....	65
§19. Ôn tập chương I	69
Bài đọc thêm. Hệ thập phân cứu nguy	75

Chương II – Số nguyên

§1. Làm quen với số nguyên âm. Tập hợp các số nguyên	77
§2. Thứ tự trong tập hợp các số nguyên.....	80
§3. Cộng hai số nguyên cùng dấu. Cộng hai số nguyên khác dấu	84
§4. Tính chất của phép cộng các số nguyên	86
§5. Phép trừ hai số nguyên	89
§6. Quy tắc dấu ngoặc	91
§7. Quy tắc chuyển vế	94
§8. Nhân hai số nguyên khác dấu. Nhân hai số nguyên cùng dấu	96
§9. Tính chất của phép nhân.....	99
§10. Bội và ước của một số nguyên.....	102
§11. Ôn tập chương II.....	104

HÌNH HỌC

Chương I – Đoạn thẳng

§1. Điểm. Đường thẳng	108
§2. Ba điểm thẳng hàng	110
§3. Đường thẳng đi qua hai điểm	113
§4. Tia.....	117
§5. Đoạn thẳng	120
§6. Độ dài đoạn thẳng. Khi nào thì $AM + MB = AB$?.....	123
§7. Vẽ đoạn thẳng cho biết độ dài	126
§8. Trung điểm của đoạn thẳng	128
§9. Ôn tập chương I	131
Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số	135

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Chủ tịch Hội đồng Thành viên kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI

Tổng biên tập kiêm Phó Tổng Giám đốc NGUYỄN QUÝ THAO

Chịu trách nhiệm nội dung :

Phó Tổng biên tập PHAN DOãn THOẠI

Tổng Giám đốc Công ty CP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội VŨ BÁ KHÁNH

Biên tập lần đầu :

TRẦN PHƯƠNG DUNG - NGUYỄN THỊ THANH

Biên tập tái bản và sửa bản in :

NGUYỄN THỊ THANH

Trình bày bìa :

LUU CHÍ ĐỒNG

Chế bản :

LÊ ANH TÚ

Công ty Cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội–
Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam giữ quyền công bố tác phẩm

TOÁN 6 CƠ BẢN VÀ NÂNG CAO - TẬP MỘT

Mã số : T6T68a3-ĐTH

Số đăng kí KHXB : 55-2013/CXB/134-53/GD

In 3.000 bản (QĐ 30TK), khổ 17 x 24 cm.

Số in: 828. Tại Nhà máy in BTM.

In xong và nộp lưu chiểu tháng 3 năm 2013.