

ĐỀ 3

Bài 1. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{x}{x-4} - \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x > 0$ và $x \neq 4$.

- Tính giá trị của A khi $x = 1$.
- Rút gọn B .
- Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm x để $Px \leq \frac{3}{2}(\sqrt{x} - 1)$.

Bài 2. (2.0 điểm)

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Theo kế hoạch, một xưởng may phải may xong 280 bộ quần áo trong một thời gian quy định. Đến khi thực hiện, mỗi ngày xưởng đó may được nhiều hơn 5 bộ quần áo so với số bộ quần áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế, xưởng đó hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may xong bao nhiêu bộ quần áo?

2. Sau mỗi ngày làm việc thầy Trung thường thưởng cho mình ly CHIVAS. Thầy dùng ly hình trụ có chiều cao 6cm và đường kính đáy là 8cm để thưởng thức rượu. Đầu tiên thầy rót một lượng rượu cao bằng nửa chiều cao ly rượu sau đó thầy bỏ thêm đá vĩnh cửu dạng hình cầu bán kính 2cm vào cốc rượu. Hỏi nếu thầy bỏ 3 viên đá thì lượng rượu trong cốc có tràn ra ngoài không? Tại sao?

Bài 3. (2.0 điểm)

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2x}{x+1} + \sqrt{y-1} = 7 \\ \frac{5x}{x+1} - 2\sqrt{y-1} = 4 \end{cases}$$

2. Cho phương trình $x^2 - 5x + 3m + 1 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1^2 - x_2^2| = 15$.

Bài 4. (3.5 điểm) Từ điểm A nằm ở ngoài đường tròn $(O; R)$ vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm) và cát tuyến ADE thuộc nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng OA không chứa điểm B của đường tròn (O) . Gọi H là giao điểm của OA và BC .

- Chứng minh bốn điểm O, A, B, C thuộc cùng một đường tròn.
- Chứng minh: $AH \cdot AO = AC^2$.
- Chứng minh tứ giác $OHDE$ nội tiếp.
- Đường thẳng đi qua điểm D và song song với đường thẳng BE cắt AB, BC lần lượt tại I, K . Chứng minh: D là trung điểm của IK .

Bài 5. (0.5 điểm) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$.

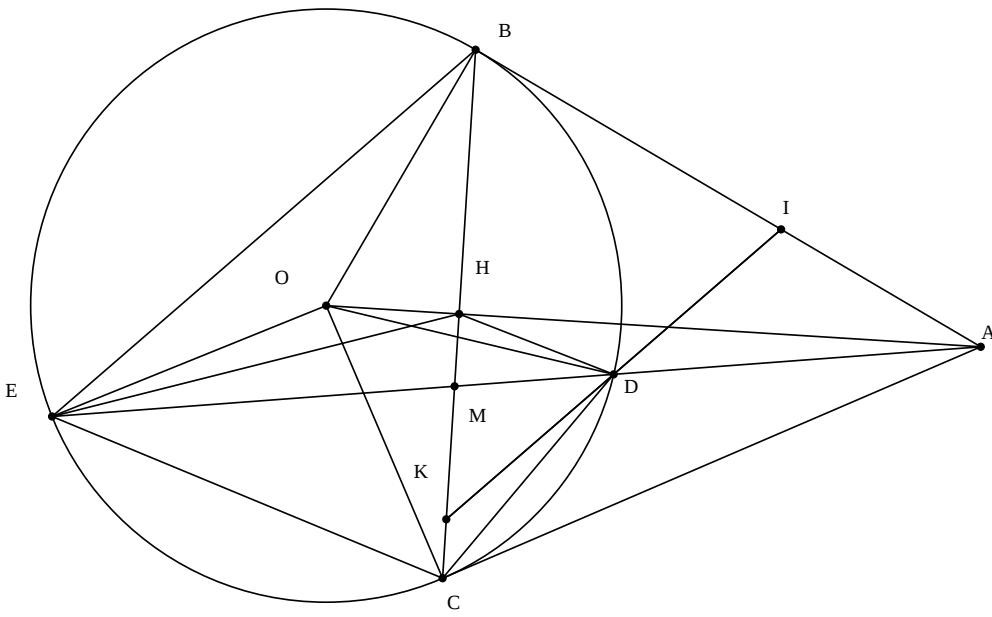
Chứng minh rằng:
$$\frac{4a-1}{(2b+1)^2} + \frac{4b-1}{(2c+1)^2} + \frac{4c-1}{(2a+1)^2} \geq 1.$$

.....**Hết**.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM

Bà	Ý	Nội dung	Điểm
1	a)	a) Thay $x = \frac{1}{4}$. (tmdk) vào biểu thức A ta có:	0,25
		$A = \frac{2+1}{1} = \frac{2+1}{1} = 3$. Vậy với $x = \frac{1}{4}$. thì giá trị của biểu thức A là 5.	0,25
	b)	$B = \frac{x}{x-4} - \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{x+\sqrt{x}+2+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$	1,0
	c)	$P = \frac{A}{B} = \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{x-4}{x}$ Đề $Px \leq \frac{3}{2}(\sqrt{x}-1) \Leftrightarrow x-4 \leq \frac{3}{2}(\sqrt{x}-1)$ $\Leftrightarrow x-4-\frac{3}{2}\sqrt{x}+\frac{3}{2} \leq 0$ $\Leftrightarrow x-\frac{3}{2}\sqrt{x}-\frac{5}{2} \leq 0$ $\Leftrightarrow 2x-3\sqrt{x}-5 \leq 0$	0,5
		$\Leftrightarrow (2\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+1) \leq 0$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x}-5 \leq 0 (\sqrt{x}+1 > 0)$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} \leq \frac{5}{2}$ $\Leftrightarrow x \leq \frac{25}{4}$	0,25
		Kết hợp với điều kiện ta có: $0 < x \leq \frac{25}{4}; x \neq 4$	0,25
2	1	Gọi số bộ quần áo xưởng may được trong một ngày theo kế hoạch là x (bộ) (Điều kiện: $x \in N^*$)	0,25
		Số ngày hoàn thành công việc theo kế hoạch là $\frac{280}{x}$ (ngày). Số bộ quần áo may trong một ngày khi thực hiện là $x+5$ (bộ). Số ngày hoàn thành công việc khi thực hiện là $\frac{280}{x+5}$ (ngày).	0,25
		Vì xưởng đó hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày nên ta có phương trình:	0,25
		$\frac{280}{x} - \frac{280}{x+5} = 1$	
		$\Leftrightarrow 280(x+5) - 280x = x(x+5)$ $\Leftrightarrow x^2 + 5x - 1400 = 0$ $\Leftrightarrow (x-35)(x+40) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 35 \\ x = -40 \end{cases}$	0,5

		Kết hợp điều kiện $\Rightarrow x = 35$ (thỏa mãn) ; $x = -40$ (loại).	0,25
		Vậy : Số bộ quần áo may trong một ngày theo kế hoạch là 35 bộ.	
	2.	Thể tích rượu là 48π . Thể tích đá là 32π	0,25
		Vậy rượu không tràn ra ngoài	0,25
3)	1	1. ĐKXD: $x \neq 1, y \geq 1$	0,25
		$\begin{cases} \frac{2x}{x+1} + \sqrt{y-1} = 7 \\ \frac{5x}{x+1} - 2\sqrt{y-1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4x}{x+1} + 2\sqrt{y-1} = 14 \\ \frac{5x}{x+1} - 2\sqrt{y-1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9x}{x+1} = 18 \\ \frac{4x}{x-1} - 2\sqrt{y-1} = 4 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2x + 2 \\ \frac{5x}{x-1} - 2\sqrt{y-1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ \sqrt{y-1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2\sqrt{y-1} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 (TM) \\ y = 10 (TM) \end{cases}$	0,25
		Vậy hệ phương trình có một nghiệm là $(x; y) = (-2; 10)$.	0,25
	2	Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta = 5^2 - 4(3m + 1) > 0 \Leftrightarrow 21 - 12m > 0$ $\Rightarrow m < \frac{21}{12}$	0,25
		Với $m < \frac{21}{12}$. Áp dụng hệ thức Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = 3m + 1 \end{cases}$	0,25
		$\Rightarrow x_1 - x_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \sqrt{5^2 - 4(3m + 1)} = \sqrt{21 - 12m}$	
		$\Rightarrow x_1^2 - x_2^2 = (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = 5 x_1 - x_2 = 5\sqrt{21 - 12m}$	0,25
		Ta có $ x_1^2 - x_2^2 = 15 \Leftrightarrow 5\sqrt{21 - 12m} = 15$	
		$\Leftrightarrow \sqrt{21 - 12m} = 3 \Leftrightarrow 21 - 12m = 9 \Leftrightarrow 12m = 12 \Leftrightarrow m = 1$ (tm)	
		Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm	0,25
4	a)		0,25
		Xét đường tròn (O) có:	0,75

		+) AB là tiếp tuyến tại $B \Rightarrow ABO = 90^\circ \Rightarrow B$ thuộc đường tròn đường kính OA (1) +) AC là tiếp tuyến tại $C \Rightarrow ACO = 90^\circ \Rightarrow C$ thuộc đường tròn đường kính OA (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ Bốn điểm O, A, B, C thuộc cùng một đường tròn đường kính OA	
	b	Xét đường tròn (O) có: +) AB và AC là hai tiếp tuyến tại $A \Rightarrow AB = AC$ $\Rightarrow A$ thuộc đường trung trực của BC (3) +) $OB = OC$ (bán kính) $\Rightarrow O$ thuộc đường trung trực của BC (4) Từ (3) và (4) $\Rightarrow AO$ là đường trung trực của $BC \Rightarrow OA \perp BC$ tại H	0,5
		Xét $\triangle ACO$ vuông tại C đường cao CH ($CH \perp AO$) có: $AC^2 = AH \cdot AO$ (6)	0,5
	c)	Xét $\triangle ACD$ và $\triangle AEC$ có: $ACD = AEC$ (chứng minh trên) CAE chung $\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle AEC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AC^2 = AD \cdot AE$ (7) Từ (6) và (7) $\Rightarrow AH \cdot AO = AD \cdot AE$	0,25
		Có $AH \cdot AO = AD \cdot AE \Rightarrow \frac{AH}{AE} = \frac{AD}{AO}$ Xét $\triangle ADH$ và $\triangle AOE$ có: $\frac{AH}{AE} = \frac{AD}{AO}$ OAE chung $\Rightarrow \triangle ADH \sim \triangle AOE$ (g.g) $\Rightarrow AHD = AEO$	0,5
		Mà $AHD + OHD = 180^\circ \Rightarrow AED + OHD = 180^\circ$ Xét tứ giác $OHDE$ có $AED + OHD = 180^\circ$ Mà hai góc này ở vị trí đối nhau nên tứ giác $OHDE$ là tứ giác nội tiếp.	0,25
	d	Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $OHDE$ có:	0,25

	$OHE = ODE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OE) (8) Xét $\triangle ODE$ có $OD = OE$ (hai bán kính) $\Rightarrow \triangle ODE$ cân tại $O \Rightarrow OED = ODE$ (9) Có $\triangle ADH \sim \triangle AOE \Rightarrow OEA = AHD$ hay $OED = AHD$ (10) Từ (8),(9),(10) $\Rightarrow OHE = AHD$ Có $OHE + EHM = 90^\circ$, $AHD + DHM = 90^\circ$ Mà $OHE = AHD \Rightarrow EHM = DHM$ $\Rightarrow HM$ là phân giác của EHD Xét $\triangle EHD$ có HM là phân giác của EHD Mà $HM \perp HA$ ($CH \perp AO$) $\Rightarrow HA$ là phân giác góc ngoài tại đỉnh H của $\triangle HED$ Xét $\triangle EHD$ có HM là phân giác của $EHD \Rightarrow \frac{HD}{HE} = \frac{MD}{ME}$	
	Có HA là phân giác góc ngoài tại đỉnh H của $EHD \Rightarrow \frac{HD}{HE} = \frac{AD}{AE}$ Mà $\frac{HD}{HE} = \frac{MD}{ME} \Rightarrow \frac{MD}{ME} = \frac{AD}{AE}$ (11) Xét $\triangle ABE$ có $DI // BE \Rightarrow \frac{DI}{BE} = \frac{AD}{AE}$ (12) Xét $\triangle BEM$ có $KD // BE \Rightarrow \frac{DK}{BE} = \frac{MD}{ME}$ (13) Từ (11),(12),(13) $\Rightarrow \frac{DI}{BE} = \frac{DK}{BE} \Rightarrow DI = DK$. Vậy D là trung điểm của IK.	0,25
4	Bất đẳng thức được viết lại là: $\frac{4a-1}{(2b+1)^2} + 1 + \frac{4b-1}{(2c+1)^2} + 1 + \frac{4c-1}{(2a+1)^2} + 1 \geq 4$ $\Leftrightarrow \frac{b^2+b+a}{(2b+1)^2} + \frac{c^2+c+b}{(2c+1)^2} + \frac{a^2+a+c}{(2a+1)^2} \geq 1$ Ta có: $(b^2+b+a)\left(1+b+\frac{1}{a}\right) \geq (2b+1)^2 \Rightarrow \frac{b^2+b+a}{(2b+1)^2} \geq \frac{1}{1+b+\frac{1}{a}} = \frac{a}{a+ab+1}$	0,25

		Bất đẳng thức trở thành: $\frac{b^2 + b + a}{(2b + 1)^2} + \frac{c^2 + c + b}{(2c + 1)^2} + \frac{a^2 + a + c}{(2a + 1)^2} \geq \frac{a}{a + ab + 1} + \frac{b}{b + bc + 1} + \frac{c}{c + ca + 1}$ $= \frac{1}{bc + b + 1} + \frac{b}{b + bc + 1} + \frac{bc}{bc + a + b} = 1$ Dấu “=” khi $a = b = c = 1$.	
--	--	---	--