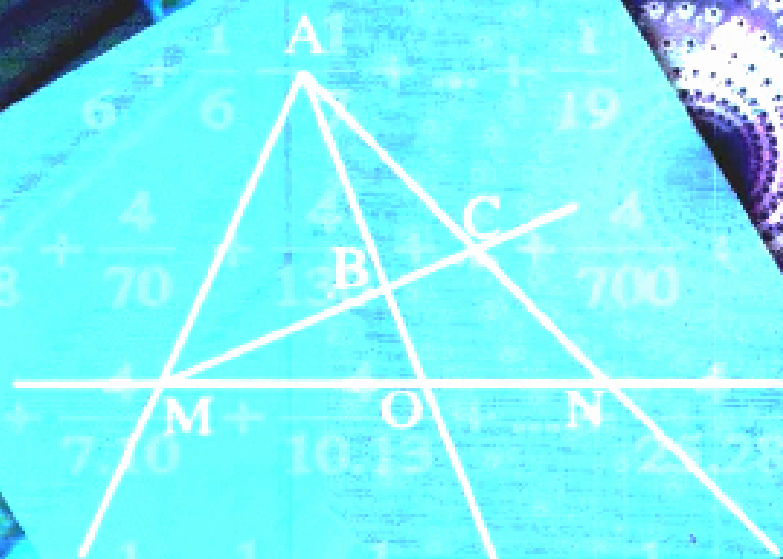


TÔN THÂN (Chủ biên)
BÙI VĂN TUYÊN - ĐẶNG VĂN QUẢN

CÁC CHUYÊN ĐỀ CHỌN LỌC TOÁN 6

TẬP MỘT



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TÔN THÂN (Chủ biên)
BÙI VĂN TUYÊN - ĐẶNG VĂN QUẢN

CÁC CHUYÊN ĐỀ
CHỌN LỌC

TOÁN 6

TẬP MỘT

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

LỜI NÓI ĐẦU

Để giúp các em học sinh học tập tốt môn Toán ở Trung học cơ sở (THCS) hiện nay và ở Trung học phổ thông (THPT) sau này, chúng tôi biên soạn bộ sách gồm 8 cuốn : "*Các chuyên đề chọn lọc Toán 6, 7, 8, 9 tập một và tập hai*".

Mỗi cuốn trong bộ sách có các chương tương ứng với các chương trong Sách giáo khoa Toán. Các chương đều được viết theo những chuyên đề (cơ bản và nâng cao) mà các tác giả cho rằng đó là những chuyên đề cần thiết cho việc học và hiểu sâu kiến thức của chương.

Mỗi chuyên đề gồm ba phần:

- A. *Kiến thức cần nhớ*: Phần này đưa ra những kiến thức cơ bản, những kiến thức bổ sung cần thiết để có thể giải được các bài tập, các dạng toán của chuyên đề.
- B. *Một số ví dụ*: Phần này trình bày những ví dụ chọn lọc minh họa cho những dạng toán điển hình của chuyên đề với cách trình bày lời giải chuẩn mực kèm theo những *nhận xét, lưu ý, bình luận*,... về phương pháp giải, về các sai lầm học sinh có thể mắc, về việc tìm tòi thêm các cách giải khác,.... Nhiều ví dụ ở phần này được trích trong các đề thi học sinh giỏi Toán ở THCS, trong các đề thi vào lớp 10 THPT chuyên.
- C. *Bài tập*: Phần này đưa ra hệ thống các bài tập được phân loại theo các dạng toán để học sinh dễ sử dụng. Hệ thống các bài tập này khá đa dạng, bao gồm các bài tập cơ bản và các bài tập nâng cao cho học sinh khá, giỏi. Nhiều bài được trích từ các đề thi học sinh giỏi Toán ở trong và ngoài nước. Mỗi cuốn sách đều cung cấp một số lượng lớn các bài tập với hướng dẫn giải khá chi tiết, minh họa cho phương pháp giải các dạng toán, các chuyên đề đã đề cập.

Cuối sách là phần *Hướng dẫn giải - Đáp số* cho các bài tập ở các chuyên đề. Qua những hướng dẫn giải cụ thể, học sinh sẽ nắm rõ hơn cách giải cho mỗi dạng toán.

Các kiến thức trong mỗi cuốn sách được sắp xếp từ dễ đến khó, được trình bày đơn giản, dễ hiểu, đáp ứng cho nhiều đối tượng học sinh.

Các tác giả của bộ sách là những thầy cô giáo đã có nhiều kinh nghiệm trong việc giảng dạy, bồi dưỡng học sinh giỏi Toán ở THCS, đó là các thầy cô giáo: PGS.TS. NGND Tôn Thân (Chủ biên bộ sách), NGƯT Bùi Văn Tuyên, NGƯT Nguyễn Ngọc Đạm, Ths. Nguyễn Đức Trường, Ths. Nguyễn Đức Tấn, Ths. Nguyễn Anh Hoàng, Ths. Đặng Văn Quân, Ths. Phạm Thị Lệ Hằng.

Mặc dù đã có nhiều cố gắng, song bộ sách khó tránh khỏi những thiếu sót. Các tác giả rất mong nhận được thư góp ý của các em học sinh, các thầy cô giáo và các bậc phụ huynh. Mọi ý kiến góp ý xin gửi về theo địa chỉ : *Ban Toán - Tin, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam - 187B Giảng Võ - Hà Nội.*

Hi vọng rằng, bộ sách sẽ là tài liệu tham khảo thiết thực, hữu ích đối với các em học sinh THCS, các thầy cô giáo dạy Toán và bạn đọc yêu thích Toán.

CÁC TÁC GIẢ

Chương I. ÔN TẬP VÀ BỔ TÚC VỀ SỐ TỰ NHIÊN

Chuyên đề 1. TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tập hợp. Tập hợp con

– Tập hợp là một khái niệm cơ bản của Toán học. Để kí hiệu một tập hợp, ta dùng các chữ cái in hoa $A, B, \dots$ còn để viết một tập hợp, ta có thể sử dụng một trong hai cách :

- Liệt kê các phần tử của tập hợp.
- Chỉ ra tính chất đặc trưng cho tất cả các phần tử của tập hợp.

– Một tập hợp có thể có một phần tử, nhiều phần tử, vô số phần tử nhưng cũng có thể không có phần tử nào. Tập hợp không có phần tử gọi là *tập rỗng*, kí hiệu là $\emptyset$. Để minh họa một tập hợp cùng các phần tử của nó, người ta dùng biểu đồ Ven.

– Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều thuộc tập hợp B thì ta nói A là *tập hợp con* của B . Kí hiệu : $A \subset B$.

– Hai tập hợp A và B gọi là bằng nhau nếu mọi phần tử của tập hợp A đều thuộc tập hợp B và ngược lại. Kí hiệu : $A = B$.

– Một số tính chất :

- Với mọi tập hợp A , ta có : $\emptyset \subset A$ và $A \subset A$.
- Nếu $A \subset B$ và $B \subset A$ thì $A = B$.
- Nếu $A \subset B$ và $B \subset C$ thì $A \subset C$ (tính chất bắc cầu).

2. Tập hợp các số tự nhiên

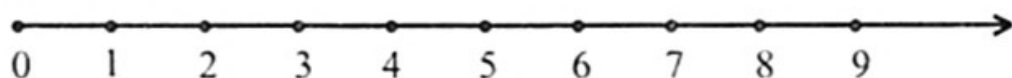
– Tập hợp các số tự nhiên được kí hiệu là $\mathbf{N}$.

$$\mathbf{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \dots\}.$$

Tập hợp các số tự nhiên khác 0 kí hiệu là $\mathbf{N}^*$.

$$\mathbf{N}^* = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \dots\}.$$

– Tia số tự nhiên :



Mỗi số tự nhiên được biểu diễn bởi một điểm trên tia số. Điểm biểu diễn số tự nhiên a trên tia số gọi là điểm a .

– Để ghi số tự nhiên trong hệ thập phân, ta dùng mười chữ số là : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9.

Trong hệ La Mã, ta dùng bảy kí hiệu : I, V, X, L, C, D, M với giá trị tương ứng trong hệ thập phân lần lượt là : 1 ; 5 ; 10 ; 50 ; 100 ; 500 ; 1000.

– Thứ tự trong tập hợp số tự nhiên : Với hai số tự nhiên a và b bất kì, xảy ra một trong ba khả năng sau : $a < b$; $a = b$; $a > b$.

Nếu $a < b$ thì trên tia số tự nhiên, điểm a nằm bên trái điểm b .

II. MỘT SỐ VÍ DỤ

Dạng 1. Viết tập hợp, tập hợp con và sử dụng các kí hiệu $\in$, $\notin$, $\subset$.

Ví dụ 1. Cho hai tập hợp $A = \{1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 7 ; 9\}$ và $B = \{2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 7\}$.

a) Viết tập hợp C gồm các phần tử thuộc tập hợp A mà không thuộc tập hợp B .

b) Viết tập hợp D gồm các phần tử thuộc tập hợp B mà không thuộc tập hợp A .

c) Viết tập hợp E gồm các phần tử thuộc cả hai tập hợp A và B .

d) Viết tập hợp G gồm các phần tử hoặc thuộc tập hợp A hoặc thuộc tập hợp B .

Giải

a) Ta thấy phần tử $1 \in A$ mà $1 \notin B$, do đó $1 \in C$. Tương tự, ta cũng có : $4 ; 9 \in C$. Vậy $C = \{1 ; 4 ; 9\}$.

b) Làm tương tự câu a), ta có : $D = \{3 ; 6\}$.

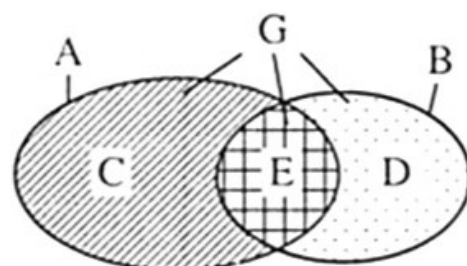
c) Ta thấy phần tử 2 vừa thuộc A, vừa thuộc B nên $2 \in E$. Tương tự, ta có : $5 ; 7 \in E$. Vậy $E = \{2 ; 5 ; 7\}$.

d) Ta thấy phần tử $1 \in A$ nên $1 \in G$; $3 \in B$ nên $3 \in G$; ...

Vậy $G = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 9\}$.

Nhận xét :

Tập hợp C gồm những phần tử thuộc tập hợp A, trừ những phần tử của A mà cũng thuộc B. Trên biểu đồ Ven, tập hợp C có minh họa là miền gạch chéo. Kí hiệu : $C = A \setminus B$ (đọc là : C là *hiệu* của A và B).



Tương tự, tập hợp D có minh họa là miền chấm và $D = B \setminus A$ (đọc là : D là *hiệu* của B và A).

Tập hợp E gồm những phần tử chung của hai tập hợp A và B. Trên biểu đồ Ven, E có minh họa là miền kẻ caro. Kí hiệu : $E = A \cap B$ (đọc là : E là *giao* của A và B).

Tập hợp G gồm những phần tử hoặc thuộc A, hoặc thuộc B nên có minh họa là cả hai vòng kín. Kí hiệu : $G = A \cup B$ (đọc là : G là *hợp* của A và B). Hiển nhiên ta cũng có $G = C \cup D \cup E$.

Ví dụ 2. Cho tập hợp $A = \{a, b, c\}$. Hỏi tập hợp A có tất cả bao nhiêu tập hợp con ?

Giải

Tập hợp con của A không có phần tử nào là : $\emptyset$.

Các tập hợp con của A có một phần tử là : $\{a\}, \{b\}, \{c\}$.

Các tập hợp con của A có hai phần tử là : $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, a\}$.

Tập hợp con của A có ba phần tử là : $\{a, b, c\}$.

Vậy A có tất cả tám tập hợp con.

Nhận xét :

Để tìm các tập hợp con của một tập hợp có n phần tử ($n \in \mathbf{N}$), ta lần lượt tìm các tập hợp con có $0 ; 1 ; 2 ; \dots ; n$ phần tử của tập hợp đó.

Tập hợp A	Các tập hợp con của A	Số tập hợp con của A
$\emptyset$ ($n = 0$)	$\emptyset$	1
$\{a\}$ ($n = 1$)	$\emptyset ; \{a\}$	$2 = 2$
$\{a, b\}$ ($n = 2$)	$\emptyset ; \{a\} ; \{b\} ; \{a, b\}$	$4 = 2.2$
$\{a, b, c\}$ ($n = 3$)	$\emptyset ; \{a\} ; \{b\} ; \{c\} ; \{a, b\} ;$ $\{b, c\} ; \{c, a\} ; \{a, b, c\}$	$8 = 2.2.2$
...		

Từ đó ta rút ra kết luận sau :

✎ Tập hợp rỗng chỉ có một tập hợp con duy nhất là chính nó.

✎ Tập hợp có n phần tử ($n \geq 1$) thì có $\underbrace{2.2.\dots 2}_{n \text{ thừa số } 2}$ tập hợp con.

Dạng 2. Tính số phần tử của một tập hợp

Ví dụ 3. Cho A là tập hợp các số tự nhiên lẻ có ba chữ số. Hỏi A có bao nhiêu phần tử ?

Giải

Khi liệt kê các phần tử của tập hợp A theo giá trị tăng dần ta được một dãy số cách đều có khoảng cách 2 :

$$101 ; 103 ; 105 ; \dots ; 999$$

Từ đó, số phần tử của tập hợp A bằng số các số hạng của dãy số cách đều :

$$(999 - 101) : 2 + 1 = 898 : 2 + 1 = 449 + 1 = 450.$$

Vậy tập hợp A có 450 phần tử.

Ví dụ 4. Cho A là tập hợp các số tự nhiên lẻ lớn hơn 5 và không lớn hơn 79.

a) Viết tập hợp A bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử.

b) Giả sử các phần tử của A được viết theo giá trị tăng dần. Tìm phần tử thứ mười hai của A.

Giải

a) Số tự nhiên n lớn hơn 5 và không lớn hơn 79 là số thoả mãn điều kiện : $5 < n \leq 79$. Vậy ta có : $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ lẻ và } 5 < n \leq 79\}$.

b) Khi giá trị của n tăng dần thì giá trị các phần tử của A tạo thành một dãy số cách đều tăng dần (bắt đầu từ số 7, khoảng cách giữa hai số liên tiếp là 2). Giả sử phần tử thứ mười hai của A là x thì ta có :

$$(x - 7) : 2 + 1 = 12$$

$$\Rightarrow (x - 7) : 2 = 11$$

$$\Rightarrow x - 7 = 11.2 = 22$$

$$\Rightarrow x = 22 + 7 = 29.$$

Vậy phần tử thứ mười hai cần tìm của A là 29.

Nhận xét :

Số phần tử của tập hợp A là : $(79 - 7) : 2 + 1 = 37$ nên A có phần tử thứ mười hai.

Ở câu b), ta có thể viết tập hợp A dưới dạng liệt kê các phần tử cho tới phần tử thứ mười hai. Tuy nhiên cách này có nhược điểm là ta phải liệt kê được tất cả các phần tử đứng trước phần tử cần tìm. Vậy với cách làm này, bài toán yêu cầu tìm phần tử ở vị trí càng lớn thì sẽ càng khó khăn.

Dạng 3. Đếm số chữ số

Ví dụ 5. Cần bao nhiêu chữ số để đánh số trang (bắt đầu từ trang 1) của một cuốn sách có 1031 trang ?

Giải

Ta chia các số trang của cuốn sách thành 4 nhóm :

– Nhóm các số có một chữ số (từ trang 1 đến trang 9) : Số chữ số cần dùng là 9.

– Nhóm các số có hai chữ số (từ trang 10 đến trang 99) : Số trang sách là : $(99 - 10) : 1 + 1 = 90$. Số chữ số cần dùng là $90.2 = 180$.

– Nhóm các số có ba chữ số (từ trang 100 đến trang 999) : Số trang sách là : $(999 - 100) : 1 + 1 = 900$. Số chữ số cần dùng để đánh số trang nhóm này là $900.3 = 2700$.

– Nhóm các số có bốn chữ số (từ trang 1000 đến trang 1031) : Số trang sách là : $(1031 - 1000) : 1 + 1 = 32$. Số chữ số cần dùng là $32.4 = 128$.

Vậy tổng số chữ số cần dùng để đánh số trang của cuốn sách đó là :

$$9 + 180 + 2700 + 128 = 3017.$$

Nhận xét :

Việc chia các số trang thành các nhóm giúp chúng ta dễ dàng tính được số chữ số cần dùng trong mỗi nhóm, từ đó tính được tổng số chữ số cần dùng. Một câu hỏi ngược lại là : Nếu ta biết số chữ số dùng để đánh số trang của một cuốn sách thì ta có thể tìm được số trang của cuốn sách đó hay không ? Ta có *bài toán ngược* của ví dụ trên.

Ví dụ 6. Tính số trang của một cuốn sách biết rằng để đánh số trang của cuốn sách đó (bắt đầu từ trang 1) cần dùng đúng 3897 chữ số.

Giải

Để đánh các số trang có một chữ số (từ trang 1 đến trang 9), cần 9 chữ số.

Để đánh các số trang có hai chữ số (từ trang 10 đến trang 99, gồm 90 trang), cần $90.2 = 180$ chữ số.

Để đánh các số trang có ba chữ số (từ trang 100 đến trang 999, gồm 900 trang), cần $900.3 = 2700$ chữ số.

Vì $9 + 180 + 2700 = 2889 < 3897$ nên cuốn sách có nhiều hơn 999 trang, tức là số trang của cuốn sách có nhiều hơn ba chữ số. Số chữ số còn lại là $3897 - 2889 = 1008$.

Vì để đánh tất cả các số trang có bốn chữ số (từ trang 1000 đến trang 9999, gồm 9000 trang), cần $9000.4 = 36000$ chữ số (vượt quá 1008 chữ số), nên số trang của cuốn sách là số có bốn chữ số.

Giả sử cuốn sách có n trang mà số trang có bốn chữ số. Số chữ số cần dùng để đánh n trang này là $4.n$. Ta có : $4.n = 1008$, suy ra : $n = 1008 : 4 = 252$. Vì các trang này bắt đầu từ trang 1000 nên trang cuối cùng sẽ là $252 + 999 = 1251$.

Vậy cuốn sách có 1251 trang.

Nhận xét :

Trong cách giải trên, ta xét lần lượt nhóm các số trang có một chữ số, hai chữ số, ... cho đến khi dùng hết số chữ số mà đề bài cho. Vậy làm thế nào để biết số trang của cuốn sách có bao nhiêu chữ số ?

Sau đây là một số gợi ý :

Số chữ số dùng để đánh số trang	Số trang của cuốn sách (n)
Từ 1 đến 9 (kí hiệu : $1 \rightarrow 9$)	$n \leq 9$
$10 \rightarrow 189$	$10 \leq n \leq 99$
$190 \rightarrow 2889$	$100 \leq n \leq 999$
$2890 \rightarrow 38889$	$1000 \leq n \leq 9999$
$38890 \rightarrow 488889$	$10000 \leq n \leq 99999$
...	

Với gợi ý trên, từ quy luật của phạm vi số các chữ số được cho ta có thể suy ra phạm vi số trang của cuốn sách. Chẳng hạn, nếu số chữ số được cho là 16789432, nằm trong phạm vi từ 5888890 đến 68888889, thì số trang của cuốn sách là số có bảy chữ số.

Dạng 5. Các bài toán về cấu tạo số

Ví dụ 7. Tìm một số có hai chữ số biết rằng khi viết thêm chữ số 0 vào giữa hai chữ số của số đó thì được số mới gấp 7 lần số đã cho.

Giải

Gọi số có hai chữ số cần tìm là $\overline{ab}$ ($0 < a \leq 9$; $0 \leq b \leq 9$).

Khi viết thêm chữ số 0 vào giữa hai chữ số ta được số mới là $\overline{a0b}$.

Theo bài ra, ta có : $\overline{a0b} = 7.\overline{ab}$

$$100.a + b = 7.(10.a + b)$$

$$100.a + b = 70.a + 7.b$$

$$30.a = 6.b$$

$$5.a = b.$$

Vì a, b là các chữ số và $a \neq 0$ nên suy ra $a = 1 ; b = 5$.

Vậy số cần tìm là 15.

Nhận xét :

Trong ví dụ trên ta đã sử dụng phương pháp *tách cấu tạo số theo các chữ số* trong hệ thập phân. Sau khi tìm được mối quan hệ giữa các chữ số, ta xác định được cụ thể từng chữ số.

Ví dụ 8. Tìm số có ba chữ số biết rằng nếu viết thêm chữ số 1 vào trước số đó thì được số mới gấp 9 lần số ban đầu.

Giải

Gọi số có ba chữ số cần tìm là $x = \overline{abc}$ ($0 < a \leq 9 ; 0 \leq b \leq 9, 0 \leq c \leq 9$).

Khi viết thêm số 1 trước số x ta được số mới là $\overline{1abc}$.

Theo bài ra, ta có : $\overline{1abc} = 9.\overline{abc}$

$$1000 + \overline{abc} = 9.\overline{abc} \text{ hay } 1000 + x = 9.x$$

$$1000 = 8.x$$

Suy ra $x = 1000 : 8 = 125$.

Vậy số cần tìm là 125.

Nhận xét :

Ở ví dụ này ta không tách cấu tạo số cần tìm theo các chữ số mà *tách theo cụm chữ số*. Ta thấy số viết thêm không làm thay đổi cụm chữ số $\overline{abc}$ nên ta giữ nguyên cụm chữ số này trong quá trình tách cấu tạo số.

Ví dụ 9. Tìm tất cả các số tự nhiên khác 0, sao cho khi viết thêm chữ số 0 vào giữa chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị thì số đó được gấp lên 9 lần.

(Đề thi HSG tỉnh Yên Bái, 2005)

Nhận xét :

Ta chưa biết số phải tìm có bao nhiêu chữ số, nhưng từ đề bài ta thấy nó có ít nhất hai chữ số. Từ đó ta gọi bộ phận số đứng trước chữ số hàng chục là x (x có thể bằng 0), sử dụng phương pháp tách cấu tạo số theo các chữ số và cụm chữ số, ta có lời giải sau :

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{xab}$, trong đó : a, b là các chữ số ; $x \in \mathbb{N}$.

Khi viết thêm số 0 vào giữa chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị ta được số mới là $\overline{xa0b}$.

Theo đề ra, ta có : $\overline{xa0b} = 9.\overline{xab}$

$$1000.x + 100.a + b = 9.(100.x + 10.a + b)$$

$$1000.x + 100.a + b = 900.x + 90.a + 9.b$$

$$100.x + 10.a = 8.b$$

$$50.x + 5.a = 4.b$$

Vì $b \leq 9$ nên $4.b \leq 4.9 = 36$, do đó : $50.x + 5.a \leq 36 \Rightarrow x = 0$.

Khi đó số cần tìm là $\overline{ab}$, với $5.a = 4.b$.

Vì $a \neq 0$ và a, b là các chữ số nên ta có $a = 4$. Từ đó ta suy ra $b = 5$.

Vậy số cần tìm là 45.

III. BÀI TẬP

1.1. Cho tập hợp $A = \{1 ; 2 ; 3\}$. Trong các cách viết sau, cách viết nào đúng ? Cách viết nào sai ? Nếu sai, hãy sửa lại cho đúng.

- a) $1 \in A$ b) $\{1\} \in A$ c) $3 \subset A$ d) $\{2; 3\} \subset A$

1.2. Cho hai tập hợp : $A = \{2 ; 3 ; 7 ; 8\}$, $B = \{1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9\}$.

a) Mỗi tập hợp trên có bao nhiêu phần tử ?

b) Viết tất cả các tập hợp vừa là tập hợp con của A, vừa là tập hợp con của B.

1.3. Viết các tập hợp sau và cho biết mỗi tập hợp đó có bao nhiêu phần tử ?

a) Tập hợp A các số tự nhiên x mà $15 - x = 7$;

b) Tập hợp B các số tự nhiên y mà $19 - y = 21$.

1.4. Tính số phần tử của các tập hợp sau :

a) $A = \{10; 12; 14; \dots; 98\}$

b) $B = \{10; 13; 16; 19; \dots; 70\}$.

- 1.5. Cho dãy số 2 ; 7 ; 12 ; 17 ; 22 ; ...
- Nêu quy luật của dãy số trên.
 - Viết tập hợp B gồm 5 số hạng liên tiếp của dãy số đó, bắt đầu từ số hạng thứ năm.
 - Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của dãy số.
- 1.6. Hãy viết lại mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử :
- $$A = \{x \mid x \in \mathbf{N} ; x \text{ lẻ và } 30 < x < 50\} ;$$
- $$B = \{x \mid x \in \mathbf{N}; x : 5; x : 2; x < 90\} .$$
- 1.7. Mẹ mua cho Hà một quyển sổ tay 256 trang. Để tiện theo dõi Hà đánh số trang từ 1 đến 256. Hỏi Hà đã phải viết bao nhiêu chữ số để đánh số trang hết cuốn sổ tay đó ?
- 1.8. Người ta viết liền nhau các số tự nhiên 123456.....
- Hỏi các chữ số đơn vị của các số 53 ; 328 ; 1587 đứng ở hàng thứ bao nhiêu?
 - Chữ số viết ở hàng thứ 427 là chữ số nào ?
- 1.9. Cho bốn chữ số a, b, c, d đôi một khác nhau và khác 0. Tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số gồm cả bốn chữ số a, b, c, d có bao nhiêu phần tử ?
- 1.10. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà :
- Trong số đó có ít nhất một chữ số 5 ?
 - Trong số đó chữ số hàng chục bé hơn chữ số hàng đơn vị ?
 - Trong số đó chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị ?
- 1.11. Với hai chữ số I, V có thể viết được bao nhiêu số La Mã (theo cách viết thông thường) ? Số nhỏ nhất là số nào? Số lớn nhất là số nào ?
- 1.12. Mỗi tập hợp sau đây có bao nhiêu phần tử ?
- Tập hợp các số có hai chữ số được lập nên từ hai số khác nhau.
 - Tập hợp các số có ba chữ số được lập nên từ ba chữ số đôi một khác nhau.
- 1.13. Tổng kết đợt thi đua lớp 6A có 45 bạn được 1 điểm 10 trở lên, 41 bạn được từ 2 điểm 10 trở lên, 15 bạn được từ 3 điểm 10 trở lên, 5 bạn được 4 điểm 10. Biết không có ai được trên 4 điểm 10, hỏi trong đợt thi đua đó lớp 6A có bao nhiêu điểm 10 ?

- 1.14. Tìm số tự nhiên có bốn chữ số, chữ số hàng đơn vị là 1. Nếu chuyển chữ số hàng đơn vị lên đầu thì được số mới nhỏ hơn số đã cho 2889 đơn vị.
- 1.15. Hiệu của hai số tự nhiên là 57. Chữ số hàng đơn vị của số bị trừ là 3. Nếu bỏ chữ số hàng đơn vị của số bị trừ ta được số trừ. Tìm hai số đó.
- 1.16. Tìm số có ba chữ số, biết rằng nếu viết các chữ số theo thứ tự ngược lại thì được một số mới lớn hơn số ban đầu 792 đơn vị.
- 1.17. Cho một số có hai chữ số. Nếu viết thêm chữ số 1 vào bên trái và bên phải số đó ta được số mới gấp 23 lần số đã cho. Tìm số đã cho.
- 1.18. Tìm một số có năm chữ số biết rằng nếu viết chữ số 7 đằng trước số đó thì được số lớn gấp 5 lần số có được bằng cách viết thêm chữ số 7 vào đằng sau chữ số đó.
- 1.19. Một số gồm ba chữ số có tận cùng là chữ số 7, nếu chuyển chữ số 7 đó lên đầu thì được một số mới mà khi chia cho số cũ thì được thương là 2 dư 21. Tìm số đó.
- 1.20. (*Đề thi HSG Hà Nội, 2005*)
- Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số mà chữ số hàng đơn vị là 4 ?
 - Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số thoả mãn có chữ số hàng đơn vị là 4 và chia hết cho 3 ?

Chuyên đề 2. PHÉP TOÁN TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Các tính chất cơ bản của phép cộng và phép nhân

- Tính chất giao hoán : $a + b = b + a$; $a.b = b.a$
- Tính chất kết hợp : $(a + b) + c = a + (b + c)$; $(a.b).c = a.(b.c)$
- Cộng với số 0 : $a + 0 = 0 + a = a$
Nhân với số 1 : $a.1 = 1.a = a$
- Tính chất phân phối : $a.(b + c) = a.b + a.c$.

2. Điều kiện để thực hiện phép trừ $a - b$ là $a \geq b$

Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép trừ :

$$a.(b - c) = a.b - a.c$$

3. Điều kiện để số a chia hết cho số $b \neq 0$ là tồn tại một số q sao cho : $a = b.q$

4. Phép chia có dư : Chia số a cho số $b \neq 0$ ta có : $a = b.q + r$,

trong đó số dư r thỏa mãn điều kiện $0 \leq r < b$.

*** Nhận xét :**

- $r \in \{0 ; 1 ; 2 ; \dots ; b - 1\}$, suy ra có b khả năng về số dư khi chia một số cho b .
- $a - r \vdots b$.
- Nếu $a \vdots c$ và $b \vdots c$ thì $(a \pm b) \vdots c = a \vdots c \pm b \vdots c$.
- Quan hệ chia hết có tính chất bắc cầu, tức là nếu $a \vdots b$ và $b \vdots c$ thì $a \vdots c$.

5. Lũy thừa với số mũ tự nhiên

a) Định nghĩa : $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ thừa số } a}$ ($n \in \mathbb{N}^*$) là một lũy thừa của a ; a gọi là cơ số, n

gọi là số mũ.

Quy ước : $a^1 = a$; $a^0 = 1$ (với $a \neq 0$), 0^0 không có nghĩa.

b) Một số tính chất

- Nhân, chia hai lũy thừa cùng cơ số :

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \in \mathbb{N})$$

$$a^m : a^n = a^{m-n} \quad (m, n \in \mathbb{N}; m \geq n)$$

- Lũy thừa của một lũy thừa : $(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad (m, n \in \mathbb{N})$
- Lũy thừa của một tích : $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad (n \in \mathbb{N})$
- Lũy thừa tầng : $a^{m^n} = a^{(m^n)} \quad (m, n \in \mathbb{N})$

c) Số chính phương là số viết được dưới dạng bình phương của một số tự nhiên.

Ví dụ : $0 = 0^2$; $1 = 1^2$; $4 = 2^2$; $25 = 5^2$; $121 = 11^2$; ... là các số chính phương.

6. Thứ tự thực hiện các phép tính

- Thứ tự thực hiện phép tính trong biểu thức không có dấu ngoặc :

Lũy thừa $\Rightarrow$ Nhân, chia $\Rightarrow$ Cộng, trừ.

- Thứ tự thực hiện phép tính trong biểu thức có dấu ngoặc :

$() \Rightarrow [] \Rightarrow \{ \}$.

II. MỘT SỐ VÍ DỤ

Dạng 1. Thực hiện phép tính

Ví dụ 1. Thực hiện phép tính sau bằng cách hợp lí nhất

a) $12.53 + 53.172 - 53.84$

b) $35.13 + 35.17 + 65.75 - 65.45$

c) $(3.4.2^{16})^2 : (11.2^{13}.4^{11} - 16^9)$.

Giải

$$\begin{aligned}\text{a) Ta có : } 12.53 + 53.172 - 53.84 &= 53.(12 + 172 - 84) \\ &= 53.100 \\ &= 5300.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b) } 35.13 + 35.17 + 65.75 - 65.45 &= (35.13 + 35.17) + (65.75 - 65.45) \\ &\quad \text{(tính chất kết hợp)} \\ &= 35.(13 + 17) + 65.(75 - 45) \\ &= 35.30 + 65.30 \\ &= 30.(35 + 65) \\ &= 30.100 \\ &= 3000.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c) Ta có : } (3.4.2^{16})^2 &= (3.2^2.2^{16})^2 = (3.2^{2+16})^2 = (3.2^{18})^2 = 3^2.(2^{18})^2 \\ &= 3^2.2^{18.2} = 3^2.2^{36} \\ 11.2^{13}.4^{11} - 16^9 &= 11.2^{13}.(2^2)^{11} - (2^4)^9 = 11.2^{13}.2^{22} - 2^{36} \\ &= 11.2^{35} - 2^{36} = 2^{35}.(11 - 2) = 2^{35}.9 = 2^{35}.3^2\end{aligned}$$

$$\text{Suy ra : } (3.4.2^{16})^2 : (11.2^{13}.4^{11} - 16^9) = \frac{2^{36}.3^2}{2^{35}.3^2} = 2.$$

Nhận xét :

Trong câu a) và câu b), ta đã sử dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng và phép trừ để tính hợp lí. Tuy nhiên, công thức thể hiện tính chất được viết lại là : $a.b + a.c - a.d = a.(b + c - d)$

Quy tắc này được gọi là quy tắc *đặt thừa số chung*.

Dạng 2. So sánh

Ví dụ 2. So sánh :

a) 2011.2013 và 2012^2

b) $(3 + 4)^2$ và $3^2 + 4^2$

c) 2^{300} và 3^{200} .

Giải

a) Ta có : $2013 = 2012 + 1$ và $2012 = 2011 + 1$

Suy ra : $2011.2013 = 2011.(2012 + 1) = 2011.2012 + 2011$

$$2012^2 = 2012.(2011 + 1) = 2012.2011 + 2012$$

Vì $2011 < 2012$ nên $2011.2013 < 2012^2$.

b) Ta có : $(3 + 4)^2 = 7^2 = 49$ và $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.

Vậy : $(3 + 4)^2 > 3^2 + 4^2$.

Chú ý : Nói chung $(a + b)^n \neq a^n + b^n$.

c) Ta có : $2^{300} = 2^{3 \cdot 100} = (2^3)^{100} = 8^{100}$ và $3^{200} = 3^{2 \cdot 100} = (3^2)^{100} = 9^{100}$

Vì $8^{100} < 9^{100}$ nên $2^{300} < 3^{200}$.

Nhận xét :

Khi so sánh hai lũy thừa, ta thường sử dụng các quy tắc để biến đổi về hai lũy thừa hoặc cùng cơ số hoặc cùng số mũ và sử dụng quy tắc :

- Nếu $n < m$ thì $a^n < a^m$ ($a > 1; m, n \in \mathbb{N}$)
- Nếu $a < b$ thì $a^n < b^n$ ($a, b \in \mathbb{N}; n \in \mathbb{N}^*$).

Dạng 3. Tìm số chưa biết

Ví dụ 3. Tìm x , biết : $165 - (35 : x + 3).19 = 13$.

Giải

$$\begin{aligned}\text{Ta có :} \quad & 165 - (35 : x + 3).19 = 13 \\ & (35 : x + 3).19 = 165 - 13 \\ & (35 : x + 3).19 = 152 \\ & 35 : x + 3 = 152 : 19 \\ & 35 : x + 3 = 8 \\ & 35 : x = 8 - 3 \\ & 35 : x = 5 \\ & x = 35 : 5 \\ & x = 7.\end{aligned}$$

Vậy $x = 7$.