

HÌNH HỌC CHO TUỔI TRẺ
VŨ HỮU BÌNH

CÁC BÀI TẬP
VÀ CHUYÊN ĐỀ VỀ
**TAM GIÁC
ĐỒNG DẠNG**



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

HÌNH HỌC CHO TUỔI TRẺ - TẬP III

VŨ HỮU BÌNH

**CÁC BÀI TẬP
VÀ CHUYÊN ĐỀ
VỀ TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG
(THEO CHƯƠNG TRÌNH C.C.G.D LỚP 8)
(Tái bản lần thứ 3)**

www.facebook/otoanhoc2911



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

HÀ NỘI - 1997



LỜI NÓI ĐẦU

Bộ môn hình học không những chỉ cung cấp những kiến thức về các quan hệ hình học vốn có xung quanh ta, mà nó còn dạy ta cách suy nghĩ sáng tạo và hợp logic.

Cuốn sách nhỏ này dành cho các bộ khoa học và những người trực tiếp sản xuất cần đến kiến thức hình học, học sinh phổ thông, lớp chọn, lớp chuyên, thầy cô giáo, cha mẹ học sinh và tất cả những ai muốn tìm hiểu để nắm vững và vận dụng tốt các kiến thức hình học trong học tập sản xuất và công tác.

Cuốn sách bao gồm các kiến thức thuộc chương trình hình học các lớp phổ thông cơ sở. Sau phần tóm tắt các kiến thức cơ bản của mỗi chương là các câu hỏi và bài tập được sắp xếp theo từng mục của chương trình để cách giáo dục để học đọc liên sử dụng. Một số kiến thức cần bổ sung về lý thuyết được nêu dưới dạng bài tập in chữ nghiêng. Bên cạnh các bài tập ở mức độ trung bình có các bài khó với những gợi ý cần thiết. Các bài toán gần với sản xuất và đời sống, các bài toán và các vấn đề về lịch sử hình học được coi trọng và được giới thiệu ở các phần tương ứng. Cuối mỗi chương, cuốn sách còn đề cập đến các phương pháp giải toán và các bài tập vận dụng nhằm giúp bạn đọc có thêm phương tiện và kinh nghiệm giải toán, đồng thời nâng cao dần khả năng tư duy của mình.

Các câu hỏi và bài tập được chọn lọc đầy đủ, bám sát các đề mục của lý thuyết. Lời giải được cân nhắc sao cho với một số lượng bài vừa đủ, bạn đọc có thể nắm vững nhiều vấn đề liên quan đến chương trình hình học và rèn luyện được nhiều phẩm chất cần thiết trong học tập và nghiên cứu.

Tác giả chân thành cảm ơn về những ý kiến đóng góp của bạn đọc cho cuốn sách này.

VŨ HỮU BÌNH

CHƯƠNG I

ĐỊNH LÝ TALET VÀ TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

§1. ĐOẠN THẲNG TỈ LỆ

I – Tỉ số của hai đoạn thẳng

Tỉ số của hai đoạn thẳng là tỉ số các độ dài của chúng theo cùng một đơn vị đo.

II – Đoạn thẳng tỉ lệ

1. Định nghĩa : AB và CD tỉ lệ với A'B' và C'D' $\Leftrightarrow$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$$

2. Tính chất : nếu $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$ thì :

a) $AB \cdot C'D' = A'B' \cdot CD$;

b) $\frac{AB \pm CD}{CD} = \frac{A'B' \pm C'D'}{C'D'}$, $\frac{AB}{AB \pm CD} = \frac{A'B'}{A'B' \pm C'D'}$;

c) $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} = \frac{AB \pm A'B'}{CD \pm C'D'}$

Ví dụ 1. Cho đoạn thẳng AB bằng 10cm. Lấy điểm C thuộc đoạn thẳng AB sao cho $\frac{CA}{CB} = \frac{3}{2}$.

a) Tính độ dài CB.

b) Lấy D thuộc tia đối của tia BA sao cho $\frac{DA}{DB} = \frac{3}{2}$. Trong ba

điểm A, B, D, điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ? Tính độ dài DB.

c) Tính độ dài CD.

Giải (h. 1)



Hình 1

a) *Cách 1.* $\frac{CA}{CB} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{CA + CB}{CB} = \frac{3 + 2}{2} \Rightarrow \frac{AB}{CB} = \frac{5}{2}$

(vì C nằm giữa A và B) $\Rightarrow \frac{10}{CB} = \frac{5}{2} \Rightarrow CB = 4 \text{ (cm)}.$

Cách 2. Đặt $CB = x$ thì $CA = 10 - x$. Ta có $\frac{CA}{CB} = \frac{3}{2}$

nên $\frac{10 - x}{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3x = 20 - 2x \Rightarrow x = 4 \text{ (cm)}.$

b) Nếu điểm D nằm giữa hai điểm còn lại thì trái với giả thiết D thuộc tia đối của tia BA.

Nếu A nằm giữa hai điểm còn lại thì $DA + AB = DB \Rightarrow$

$DA < DB$, trái với $\frac{DA}{DB} = \frac{3}{2}$.

Vậy B nằm giữa A và D.

Ta có : $\frac{DA}{DB} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{DA - DB}{DB} = \frac{3 - 2}{2} \Rightarrow \frac{AB}{DB} = \frac{1}{2}$

(vì B nằm giữa A và D) $\Rightarrow \frac{10}{DB} = \frac{1}{2} \Rightarrow DB = 20 \text{ (cm)}.$

c) B nằm giữa C và D $\Rightarrow CD = CB + BD = 4 + 20 = 24 \text{ (cm)}.$

Chú ý

1) Ở câu b, điều kiện "D thuộc tia đối của tia BA" có thể thay bởi điều kiện rộng hơn "D thuộc đường thẳng AB nhưng nằm ngoài đoạn thẳng AB". Khi đó D thuộc tia đối của tia BA chứ không thuộc tia đối của tia AB. Như vậy, cho D thuộc đường thẳng AB :

– nếu D nằm ngoài đoạn thẳng AB mà $DA > DB$ thì D thuộc tia đối của tia BA;

– nếu D nằm ngoài đoạn thẳng AB mà $DA < DB$ thì D thuộc tia đối của tia AB.

2) Điểm C nằm trong đoạn thẳng AB và $\frac{CA}{CB} = \frac{3}{2}$ gọi là *điểm chia trong đoạn thẳng AB* theo tỉ số 3 : 2. Khi đó điểm C chia trong đoạn thẳng BA theo tỉ số 2 : 3.

3) Điểm D nằm ngoài đoạn thẳng AB nhưng nằm trên đường thẳng AB và $\frac{DA}{DB} = \frac{3}{2}$ gọi là *điểm chia ngoài đoạn thẳng AB* theo tỉ số 3 : 2. Khi đó điểm D chia ngoài đoạn thẳng BA theo tỉ số 2 : 3.

4) Điểm chia trong đoạn thẳng AB theo tỉ số 1 là trung điểm của AB. Không có điểm chia ngoài đoạn thẳng AB theo tỉ số 1.

5) Với mọi số $k > 0$, có duy nhất một điểm chia trong đoạn thẳng AB theo tỉ số k. Với mọi số $k > 0$, $k \neq 1$, có duy nhất một điểm chia ngoài đoạn thẳng AB theo tỉ số k.

BÀI TẬP

1. Cho đoạn thẳng AB dài 5 cm. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C sao cho $CA : CB = 3 : 4$.

Tính độ dài AC.

2. Cho đoạn thẳng AB dài 12 cm. Điểm C chia trong đoạn thẳng AB theo tỉ số 1:3, điểm D chia trong đoạn thẳng BA theo tỉ số 1:3.

a) Giải thích vì sao điểm C nằm giữa A và D ?

b) Tính độ dài CD.

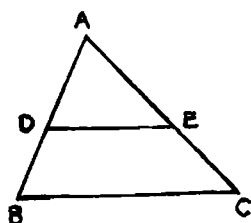
3. Cho đoạn thẳng AB dài 8 cm. Trên tia đối của tia BA lấy các điểm C và D. Biết rằng $\frac{AB}{CD} = 2$, $\frac{CD}{BD} = \frac{2}{3}$. Tính độ dài AD.

§2. ĐỊNH LÝ TALET TRONG TAM GIÁC

I- Định lý Talet trong tam giác

Dường thẳng song song với một cạnh của tam giác thì định ra trên các đường thẳng chứa hai cạnh kia các cặp đoạn thẳng tỉ lệ.

Hệ quả. Đường thẳng song song với một cạnh của tam giác thì tạo thành với các đường thẳng chứa hai cạnh kia một tam giác mới có ba cạnh tỉ lệ với ba cạnh tương ứng của tam giác ban đầu.

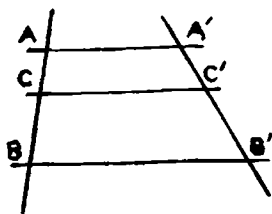


Hình 2

$$DE // BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \quad (h.2)$$

II- Định lý Talet tổng quát

Nhiều đường thẳng song song định ra trên hai cát tuyến bất kì các cặp đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.



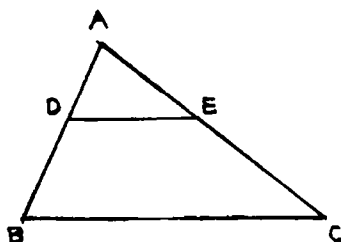
Hình 3

$$AA' // BB' // CC' \Rightarrow \frac{AC}{CB} = \frac{A'C'}{C'B'} \quad (h.3)$$

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC. Một đường thẳng song song với BC cắt các cạnh AB và AC theo thứ tự ở D và E.

- a) Biết $\frac{AE}{EC} = \frac{3}{4}$, $BC = 28\text{cm}$. Tính độ dài DE.

b) Biết $\frac{AD}{DB} = \frac{EC}{AE}$ Chứng minh rằng D, E thứ tự là trung điểm của AB, AC.



Hình 4

Giải (h.4)

a) Từ $\frac{AE}{EC} = \frac{3}{4}$ suy ra $\frac{AE}{AE + EC} = \frac{3}{3 + 4}$

tức là $\frac{AE}{AC} = \frac{3}{7}$

Áp dụng định lí Talet trong ΔABC với $DE \parallel BC$, ta có :

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{DE}{28} = \frac{3}{7} \Rightarrow DE = 12 \text{ (cm)}.$$

b) Áp dụng định lí Talet trong ΔABC với $DE \parallel BC$, ta có $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$, mà $\frac{AD}{DB} = \frac{EC}{AE}$ (giả thiết) nên $\frac{AE}{EC} = \frac{EC}{AE}$, do đó $EC^2 = AE^2$. Vậy $EC = AE$. Suy ra $DB = AD$.

Ví dụ 3. Cho hình thang ABCD có $AB \parallel CD$ ($AB < CD$). Gọi O là giao điểm của hai đường chéo, K là giao điểm của AD và BC. Đường thẳng KO cắt AB, CD thứ tự ở M, N. Chứng minh rằng :

a) $\frac{MA}{ND} = \frac{MB}{NC}$

b) $\frac{MA}{NC} = \frac{MB}{ND}$

c) $MA = MB, NC = ND$.

Giải (h.5)

a) Áp dụng định lí Talet vào các tam giác KDN, KNC với $AB \parallel CD$, ta có : $\frac{MA}{ND} = \frac{KM}{KN}$, $\frac{MB}{NC} = \frac{KM}{KN}$, suy ra $\frac{MA}{ND} = \frac{MB}{NC}$ (1)