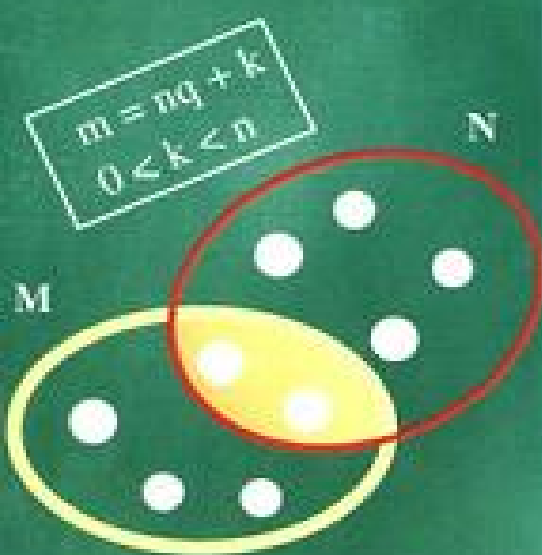
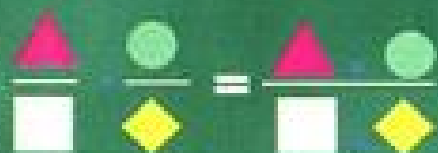


VŨ DƯƠNG THỤY (chủ biên)
NGUYỄN NGỌC ĐẠM

TÓÁN NÂNG CAO & CÁC CHUYÊN ĐỀ



TÓÁN 6



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

NGUYỄN NGỌC ĐẠM - VŨ DƯƠNG THỤY

TOÁN NÂNG CAO
VÀ
CÁC CHUYÊN ĐỀ
TOÁN 6
(Tái bản lần thứ chín)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

LỜI NÓI ĐẦU

Cuốn **Toán năng cao và các chuyên đề Toán 6** thuộc bộ sách **Toán năng cao và các chuyên đề** dùng cho học sinh khá, giỏi bậc THCS.

Cuốn sách được biên soạn theo chương trình mới của Bộ Giáo dục và Đào tạo.

Nội dung sách gồm hai phần :

Phần thứ nhất : *Toán năng cao*, gồm những bài tập được sắp xếp theo từng đề mục của chương trình. Các bài tập được lựa chọn, đa dạng về thể loại, phong phú về cách giải nhằm củng cố nhiều kiến thức, rèn luyện các kỹ năng, phát triển năng lực tư duy linh hoạt, sáng tạo phù hợp với khả năng tiếp thu của học sinh khá, giỏi lớp 6.

Phần thứ hai : Chuyên đề *Đồng dư*, trong đó giới thiệu khái niệm, ví dụ áp dụng và các bài tập để học sinh luyện tập, nhằm cung cấp thêm cho học sinh một trong những cách giải bài toán chia hết, tìm chữ số tận cùng của một số ...

Các tác giả hi vọng cuốn sách sẽ là một tài liệu tham khảo bổ ích cho các em học sinh ham thích học tập môn Toán , cung cấp cho các thầy giáo những tư liệu cần thiết trong việc dạy học, giúp các bậc cha mẹ một tài liệu để hướng dẫn con em học tập ở nhà.

Các tác giả rất mong nhận được những ý kiến đóng góp về cuốn sách.

Thư từ góp ý xin gửi về Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, số 81 Trần Hưng Đạo - Hà Nội.

CÁC TÁC GIẢ

TOÁN NÂNG CAO

Phần **SỐ HỌC**

TÓM TẮT LÝ THUYẾT VÀ BÀI TẬP ỨNG DỤNG

Chương I

ÔN TẬP VÀ BỔ TÚC VỀ SỐ TỰ NHIÊN

§1. TẬP HỢP - PHẦN TỬ CỦA TẬP HỢP

1. Trong toán học, trong đời sống, ta thường gặp các ví dụ về tập hợp : tập hợp các học sinh trong một lớp, tập hợp các số tự nhiên, tập hợp các chữ cái : a, b, c, ...

2. Mỗi đối tượng (học sinh, số tự nhiên, chữ cái, ...) là một phần tử của tập hợp.

Kí hiệu : $x \in A$, đọc là x thuộc A hoặc x là phần tử của A.

$y \notin A$, đọc là y không thuộc A hoặc y không là phần tử của A.

3. Để viết một tập hợp, ta có thể :

- Liệt kê các phần tử của tập hợp.

- Chỉ ra các tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp đó.

Ví dụ 1. Viết tập hợp A các số tự nhiên lớn hơn 5 và nhỏ hơn 15 bằng hai cách, sau đó điền kí hiệu thích hợp vào ô vuông :

$$7 \square A \quad ; \quad 17 \square A.$$

Giải. Cách 1. Tập hợp A gồm các số tự nhiên : 6, 7, 8, ..., 13, 14, nên :

$$A = \{6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14\}.$$

Cách 2. Gọi x là các số tự nhiên thuộc tập hợp A , ta có :

$$A = \{x \in \mathbf{N} : 5 < x < 15\}.$$

Vì số 7 thuộc tập hợp A , nên ta điền vào ô vuông kí hiệu $\in$, còn số 17 không thuộc tập hợp A , ta điền vào ô vuông kí hiệu $\notin$ và ta có :

$$7 \in A \quad ; \quad 17 \notin A.$$

BÀI TẬP

1. Viết tập hợp các chữ cái trong cụm từ :

- a) "KHOA HỌC" ;
- b) "HỌC SINH GIỎI".

2. Cho hai tập hợp :

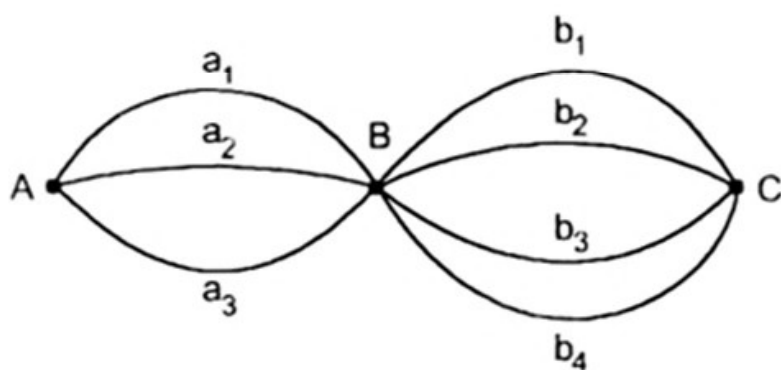
$$A = \{m : n\} \quad ; \quad B = \{p : q : r\}.$$

a) Điền kí hiệu ($\in$, $\notin$) hoặc chữ thích hợp vào ô vuông :

$$\begin{array}{ll} m \square A ; & q \in \square ; \\ r \in \square ; & p \notin \square . \end{array}$$

b) Bằng cách liệt kê, hãy viết các tập hợp trong đó mỗi tập hợp gồm một phần tử thuộc tập hợp A và hai phần tử thuộc tập hợp B .

3. Có ba con đường a_1, a_2, a_3 đi từ A đến B và có bốn con đường b_1, b_2, b_3, b_4 đi từ B đến C . Hãy viết tập hợp các con đường đi từ A đến C qua B (a_1b_1 là một trong những con đường đi từ A đến C qua B).



Hình 1

4. Cho hai số : $C = 353535$ và $D = 478478478$.

a) Viết tập hợp P các chữ số trong số C và tập hợp Q các chữ số trong số D bằng cách liệt kê các phần tử :

b) Bằng cách liệt kê các phần tử, hãy viết các tập hợp, trong đó mỗi tập hợp gồm có hai phần tử thuộc tập hợp P và một phần tử thuộc tập hợp Q.

§2. TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN

1. Tập hợp các số tự nhiên được kí hiệu là $\mathbf{N}$.

$$\mathbf{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; \dots\}$$

2. Tập hợp các số tự nhiên khác 0 được kí hiệu là $\mathbf{N}^*$

$$\mathbf{N}^* = \{1 ; 2 ; 3 ; \dots\}$$

3. Mỗi số tự nhiên được biểu diễn bởi một điểm trên tia số. Trên tia số, điểm biểu diễn số nhỏ ở bên trái biểu diễn số lớn.

Ví dụ 2. Cho các tập hợp :

$$A = \{x \in \mathbf{N} : x < 10\} ;$$

$$B = \{x \in \mathbf{N} : x \neq 0, x \text{ là số chẵn có 1 chữ số}\}.$$

a) Viết các tập hợp A và B bằng cách liệt kê các phần tử :

b) Viết tập hợp C các số tự nhiên thuộc A, nhưng không thuộc B ; tập hợp D các số tự nhiên thuộc B, nhưng không thuộc A.

Giải : a) $A = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9\} ;$

$$B = \{2 ; 4 ; 6 ; 8\}.$$

b) Các số tự nhiên thuộc tập hợp A, nhưng không thuộc tập hợp B là : 0 ; 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9. Vậy :

$$C = \{0 ; 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9\} ;$$

Không có số tự nhiên nào thuộc B, nhưng không thuộc A. Vậy $D = \emptyset$.

BÀI TẬP

5. Viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử :

a) $M = \{x \in \mathbb{N} : 19 < x < 27\}$;

b) $N = \{x \in \mathbb{N}^* : x \leq 7\}$;

c) $P = \{x \in \mathbb{N} : 47 \leq x \leq 48\}$.

6. Cho tập hợp $A = \{3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10\}$. Bằng cách liệt kê các phần tử, hãy viết :

a) Tập hợp B gồm các số là số liền trước mỗi số của tập hợp A ;

b) Tập hợp C gồm các số là số liền sau mỗi số của tập hợp A.

7. Có bao nhiêu số tự nhiên không vượt quá n, trong đó $n \in \mathbb{N}^*$?

8. Cho các câu sau :

a) $x ; x + 1 ; x + 2$ trong đó $x \in \mathbb{N}$;

b) $x - 1 ; x ; x + 1$ trong đó $x \in \mathbb{N}^*$;

c) $x - 2 ; x - 1 ; x$ trong đó $x \in \mathbb{N}$.

Câu nào cho ta ba số tự nhiên liên tiếp tăng dần ? x phải có thêm điều kiện gì để cả ba câu đều là ba số tự nhiên liên tiếp tăng dần ?

9. Cho các câu sau :

a) $y + 2 ; y + 1 ; y$ trong đó $y \in \mathbb{N}$;

b) $y + 1 ; y ; y - 1$ trong đó $y \in \mathbb{N}^*$;

c) $y - 1 ; y - 2 ; y - 3$ trong đó $y \in \mathbb{N}$.

Câu nào cho ta ba số tự nhiên liên tiếp giảm dần ? y phải có thêm điều kiện gì để cả ba câu đều là ba số tự nhiên liên tiếp giảm dần ?

§3. GHI SỐ TỰ NHIÊN

1. Trong hệ thập phân, cứ mười đơn vị ở một hàng thì làm thành một đơn vị ở hàng trên nó.

2. Để ghi số tự nhiên trong hệ thập phân, người ta dùng mười chữ số là : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9.

Trong hệ thập phân, giá trị của mỗi chữ số trong một số thay đổi theo vị trí.

Ví dụ 3. Viết các số tự nhiên có hai chữ số, thoả mãn một trong các điều kiện sau :

- a) Có ít nhất một chữ số 5 ;
- b) Chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị ;
- c) Chữ số hàng chục nhỏ hơn chữ số hàng đơn vị.

Giải. Gọi số có hai chữ số cần viết là $\overline{xy}$, trong đó x là chữ số hàng chục, y là chữ số hàng đơn vị, x, y là các chữ số và $x \neq 0$.

a) Số $\overline{xy}$ phải có ít nhất một chữ số 5, nên :

– Nếu $x = 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9$ thì $y = 5$. Có 8 số thoả mãn đề bài là : 15 ; 25 ; 35 ; 45 ; 65 ; 75 ; 85 ; 95.

– Nếu $x = 5$ thì $y = 0 ; 1 ; \dots ; 9$. Có 10 số thoả mãn đề bài là : 50 ; 51 ; 52 ; ... ; 59.

Vậy có tất cả 18 số thoả mãn đề bài.

b) Số $\overline{xy}$ phải có $x > y$, đồng thời $x \neq 0$, nên :

– Nếu $x = 1$ thì $y = 0$. Có 1 số thoả mãn đề bài là : 10.

– Nếu $x = 2$ thì $y = 0 ; 1$. Có 2 số thoả mãn đề bài là : 20 ; 21.

– Nếu $x = 3$ thì $y = 0 ; 1 ; 2$. Có 3 số thoả mãn đề bài là : 30 ; 31 ; 32.

–

– Nếu $x = 9$ thì $y = 0 ; 1 ; \dots ; 8$. Có 9 số thoả mãn đề bài là : 90 ; 91 ; ... 98.

Vậy có tất cả 45 số thoả mãn đề bài.

c) Có tất cả 36 số thoả mãn đề bài.

BÀI TẬP

10. a) Dùng ba chữ số 0 ; 6 ; 8, viết tất cả các số có ba chữ số, trong mỗi số các chữ số đều khác nhau.

b) Dùng ba chữ số 3 ; 5 ; 7, viết tất cả các số có hai chữ số, trong mỗi số các chữ số đều khác nhau.

11. Viết tập hợp các số sau bằng cách liệt kê các phần tử :

a) Tập hợp A các số tự nhiên có hai chữ số trong đó chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 3 ;

b) Tập hợp B các số tự nhiên có ba chữ số mà tổng các chữ số của mỗi số đều bằng 5.

12. Cho số 97531.

a) Viết thêm chữ số 0 vào số đã cho để được số lớn nhất có thể được ;

b) Viết thêm chữ số 0 xen giữa các chữ số của số đã cho để được số nhỏ nhất có thể được.

13. a) Có bao nhiêu số có 5 chữ số ?

b) Có bao nhiêu số có 6 chữ số ?

14. Để viết được các số tự nhiên :

a) Từ 1 đến 99 phải dùng bao nhiêu chữ số 5 ?

b) Từ 100 đến 999 phải dùng bao nhiêu chữ số 9 ?

15. Dùng chữ số La Mã để viết :

a) Các số chẵn từ 20 đến 30 ;

b) Các số lẻ từ 21 đến 31.

16. a) Viết số nhỏ nhất có hai chữ số bằng chữ số La Mã ;

b) Viết số lớn nhất có ba chữ số bằng chữ số La Mã.

17. Khi viết tất cả các số tự nhiên từ 1 đến 100 thì :

a) Chữ số 0 được viết bao nhiêu lần ?

b) Chữ số 1 được viết bao nhiêu lần ?

c) Các chữ số 2, 3, ..., 9, mỗi chữ số được viết bao nhiêu lần ?

18. Trong các số tự nhiên từ 100 đến 10000 có bao nhiêu số mà trong cách viết của nó có đúng 3 chữ số giống nhau ?

19. Viết liên tiếp các số tự nhiên từ 1 đến 60 thành một dãy, để được số $A = 12345...585960$. Hỏi phải xoá đi 100 chữ số nào để số còn lại của số A (vẫn giữ nguyên thứ tự ban đầu của các chữ số) tạo thành số nhỏ nhất ?

Cũng hỏi như trên trong trường hợp số còn lại của A là số lớn nhất ?

§4. SỐ PHẦN TỬ CỦA MỘT TẬP HỢP. TẬP HỢP CON

1. Một tập hợp có thể có một phần tử, có nhiều phần tử, có vô số phần tử, cũng có thể không có phần tử nào.

2. Tập hợp không có phần tử nào gọi là tập rỗng.

Tập hợp rỗng được kí hiệu là $\emptyset$.

3. Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều thuộc tập hợp B thì tập hợp A gọi là tập hợp con của tập hợp B, kí hiệu : $A \subset B$ hay $B \supset A$.

• Nếu $A \subset B$ và $B \subset A$ thì ta nói A và B là hai tập hợp bằng nhau, kí hiệu $A = B$.

Ví dụ 4. Cho hai tập hợp

$$A = \{3 ; 4 ; 5\} ;$$

$$B = \{5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10\}.$$

a) Mỗi tập hợp có bao nhiêu phần tử ?

b) Viết các tập hợp khác tập hợp rỗng vừa là tập hợp con của tập hợp A vừa là tập hợp con của tập hợp B.

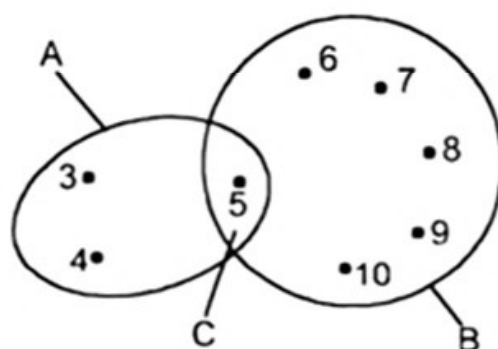
c) Dùng kí hiệu $\subset$ để thể hiện mối quan hệ giữa các tập hợp A, B và tập hợp nói trong câu b). Dùng hình vẽ minh họa các tập hợp đó.

Giải. a) Tập hợp A có 3 phần tử, tập hợp B có 6 phần tử ;

b) Vì số 5 là phần tử duy nhất vừa thuộc A vừa thuộc B. Vì vậy chỉ có một tập hợp C vừa là tập hợp con của tập hợp A, vừa là tập hợp con của tập hợp B :

$$C = \{5\}.$$

c) $C \subset A$ và $C \subset B$. Biểu diễn bởi hình vẽ (h.2).



Hình 2

BÀI TẬP

20. Cho hai tập hợp :

$$M = \{0 ; 2 ; 4 ; \dots ; 96 ; 98 ; 100\} ;$$

$$Q = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x \text{ là số chẵn, } x < 100\}.$$

a) Mỗi tập hợp có bao nhiêu phần tử ?

b) Dùng kí hiệu $\subset$ để thể hiện mối quan hệ giữa M và Q.

21. Cho hai tập hợp :

$$R = \{m \in \mathbf{N} \mid 69 \leq m \leq 85\} ;$$

$$S = \{n \in \mathbf{N} \mid 69 \leq n \leq 91\}.$$

a) Viết các tập hợp trên ;

b) Mỗi tập hợp có bao nhiêu phần tử ?

c) Dùng kí hiệu $\subset$ để thể hiện mối quan hệ giữa hai tập hợp đó.

22. Viết các tập hợp sau và cho biết mỗi tập hợp có bao nhiêu phần tử :

a) Tập hợp A các số tự nhiên x mà $17 - x = 3$;

b) Tập hợp B các số tự nhiên y mà $15 - y = 16$;

c) Tập hợp C các số tự nhiên z mà $13 : z = 1$;

d) Tập hợp D các số tự nhiên t, $t \in \mathbf{N}^*$ mà $0 : t = 0$.

23. Tính số điểm 10 về môn Toán trong học kì I. Lớp 6A có 40 học sinh đạt ít nhất một điểm 10 ; 27 học sinh đạt ít nhất hai điểm 10 ; 19 học sinh đạt ít nhất ba điểm 10 ; 14 học sinh đạt ít nhất bốn điểm 10 và không có học sinh nào đạt được năm điểm 10.

Dùng kí hiệu $\subset$ để thể hiện mối quan hệ giữa các tập hợp học sinh đạt số các điểm 10 của lớp 6A, rồi tính tổng số điểm 10 của lớp đó.

24. Bạn Nam đánh số trang của một cuốn sách bằng các số tự nhiên từ 1 đến 256. Hỏi bạn Nam phải viết tất cả bao nhiêu chữ số ?

25. Để đánh số trang của một cuốn sách bạn Việt phải viết 282 chữ số. Hỏi cuốn sách đó có bao nhiêu trang ?

§5. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP NHÂN

1. Tính chất giao hoán của phép cộng và phép nhân :

$$a + b = b + a ; \quad a.b = b.a$$

Khi đổi chỗ các số hạng trong một tổng thì tổng không đổi.

Khi đổi chỗ các thừa số trong một tích thì tích không đổi.

2. Tính chất kết hợp của phép cộng và phép nhân :

$$(a + b) + c = a + (b + c) ; \quad (a.b).c = a.(b.c)$$

Muốn cộng một tổng hai số với một số thứ ba, ta có thể cộng số thứ nhất với tổng của số thứ hai và số thứ ba.

Muốn nhân một tích hai số với một số thứ ba, ta có thể nhân số thứ nhất với tích của số thứ hai và số thứ ba.

3. Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng :

$$a(b + c) = ab + ac$$

Muốn nhân một số với một tổng, ta có thể nhân số đó với từng số hạng của tổng, rồi cộng các kết quả lại.

Ví dụ 5. a) Tính tổng các số tự nhiên lẻ từ 1 đến 999 ;

b) Viết liên tiếp các số tự nhiên từ 1 đến 999 thành một hàng ngang, ta được số 123. . .999. Tính tổng các chữ số của số đó.

Giải. a) Ta có :

$$\begin{aligned} & 1 + 2 + 3 + \dots + 997 + 998 + 999 = \\ & = (1 + 999) + (2 + 998) + (3 + 997) + \dots + (409 + 501) = \\ & = 1000.250 = 250000. \end{aligned}$$

b) Số 999 có tổng các chữ số bằng 27, vì thế nếu tách riêng số 999, rồi kết hợp 1 với 998 ; 2 với 997 ; 3 với 996, ... thành từng cặp để có tổng bằng 999, thì mỗi tổng như vậy đều có tổng các chữ số là 27. Vì có 499 tổng như vậy, cộng thêm với số 999 cũng có tổng các chữ số bằng 27. Do đó tổng các chữ số của số nêu trên là : $27.500 = 13500$.

Ví dụ 6. Tìm số có hai chữ số, biết rằng nếu viết chữ số 0 xen giữa hai chữ số của số đó thì được số có ba chữ số gấp 9 lần số có hai chữ số ban đầu.

Giải. Gọi số có hai chữ số phải tìm là $\overline{ab}$ trong đó a, b là các số tự nhiên từ 1 đến 9. Theo đề bài, ta có :

$$\overline{a0b} = 9\overline{ab} \quad \text{hay} \quad 100a + b = 9(10a + b)$$

$$\text{hay} \quad 100a + b = 90a + 9b, \quad \text{hay} \quad 10a = 8b, \text{ do đó}$$

$$5a = 4b.$$

Bằng phép thử trực tiếp ta thấy rằng trong các số tự nhiên từ 1 đến 9 chỉ có $a = 4, b = 5$ thoả mãn $5a = 4b$.

Số có hai chữ số phải tìm là 54.

BÀI TẬP

26. Tính :

$$\text{a) } 1 + 7 + 8 + 15 + 23 + \dots + 160 ;$$

$$\text{b) } 1 + 4 + 5 + 9 + 14 + \dots + 60 + 97 ;$$

$$\text{c) } 78.31 + 78.24 + 78.17 + 22.72.$$

27. a) Hãy viết liên tiếp 20 chữ số 5 thành một hàng ngang, rồi đặt dấu + xen giữa các chữ số đó để được tổng bằng 1000 ;

b) Hãy viết liên tiếp tám chữ số 8 thành một hàng ngang, rồi đặt dấu cộng xen giữa các chữ số đó để được tổng bằng 1000.

28. Chia các số tự nhiên từ 1 đến 100 thành hai lớp : lớp số chẵn và lớp số lẻ. Hỏi lớp nào có tổng các chữ số lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu ?

29. Điền các chữ số thích hợp vào các chữ để được phép tính đúng :

$$\text{a) } \overline{lab} + 36 = \overline{abl} ;$$

$$\text{b) } \overline{abc} + \overline{acc} + \overline{dbc} = \overline{bcc}.$$

30. Có 9 tấm bìa ghi các chữ số (hình 3).

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Hình 3

Hãy xếp các miếng bìa đó vào hình 4 dưới đây để được phép tính đúng.

$$\square \times \square \quad \square = \square \quad \square \quad \square = \square \quad \square \times \square$$

Hình 4

31. Cho ba chữ số a, b, c với $0 < a < b < c$.

a) Viết tập hợp A các số có ba chữ số, mỗi số gồm cả ba chữ số a, b, c ;

b) Biết rằng tổng hai số nhỏ nhất trong tập hợp A bằng 488. Tìm tổng các chữ số $a + b + c$.

32. Cho một bảng vuông gồm 9 ô vuông như hình 5. Hãy điền vào các ô của bảng các số tự nhiên từ 1 đến 10 (mỗi số chỉ được viết một lần) sao cho tổng các số ở mỗi hàng, mỗi cột, mỗi đường chéo bằng nhau.

	4	
10		2
	8	

Hình 5

33. Kí hiệu $n!$ là tích của các số tự nhiên từ 1 đến n .

$$n! = 1.2.3...n.$$

Tính : $S = 1.1! + 2.2! + 3.3! + 4.4! + 5.5!$

34. Trên một tờ giấy kẻ ô vuông kích thước 50.50 ô vuông. Trong mỗi ô người ta viết một số tự nhiên. Biết rằng cứ bốn ô tạo thành một hình như hình 6 thì tổng các số trong bốn ô đó đều bằng 4. Hãy chứng tỏ rằng mỗi số đó đều bằng 1.



Hình 6

35. Một số có bảy chữ số, cộng với số được viết bởi bảy chữ số đó nhưng theo thứ tự ngược lại thì được tổng là số có bảy chữ số. Hãy chứng tỏ rằng tổng tìm được có ít nhất một chữ số chẵn.

36. Cho bảng gồm 16 ô vuông như hình 7. Hãy điền vào các ô của bảng các số tự nhiên lẻ từ 1 đến 31 (mỗi số chỉ viết một lần) sao cho tổng các số trong cùng một hàng, cùng một cột, cùng một đường chéo đều bằng nhau.

	15		29
23		5	
	3		17
27		9	

Hình 7

37. Cho dãy số 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... (dãy số Phi-bô-na-xi) trong đó mỗi số (bắt đầu từ số thứ ba) bằng

tổng hai số đứng liền trước nó. Chọn trong dãy số đó 8 số liên tiếp tùy ý. Chứng tỏ rằng tổng của 8 số này không phải là một số của dãy đã cho.

38. Một số chẵn có bốn chữ số, trong đó chữ số hàng trăm và chữ số hàng chục lập thành một số gấp 3 lần chữ số hàng nghìn và gấp 2 lần chữ số hàng đơn vị. Tìm số đó.

39. Tìm các chữ số a, b, c, d trong phép tính sau :

$$\begin{array}{r} \text{a b c d} \\ + \quad \text{a b c} \\ \quad \text{a b} \\ \hline \text{a} \\ \hline 4321 \end{array}$$

40. Hai người chơi một trò chơi lần lượt bốc những viên bi từ hai hộp ra ngoài. Mỗi người đến lượt mình bốc một số viên bi tùy ý ở trong một hộp tùy ý. Người bốc viên bi cuối cùng đối với cả hai hộp là người thắng cuộc. Biết rằng ở hộp thứ nhất có 190 viên bi, hộp thứ hai có 201 viên bi. Hãy tìm thuật chơi để đảm bảo người bốc bi đầu tiên là người thắng cuộc.

§6. PHÉP TRỪ VÀ PHÉP CHIA

- Điều kiện để thực hiện phép trừ là số bị trừ lớn hơn hoặc bằng số trừ.*
- Điều kiện để a chia hết cho b ($a, b \in \mathbb{N}$; $b \neq 0$) là có số tự nhiên q sao cho $a = b \cdot q$*
- Trong phép chia có dư :*

$$\text{Số bị chia} = \text{Số chia} \times \text{Thương} + \text{Số dư} \quad (a = b \cdot q + r)$$

Số dư bao giờ cũng khác 0. Số dư bao giờ cũng nhỏ hơn số chia.

Ví dụ 7. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất, biết rằng khi chia số này cho 29 thì dư 5, còn khi chia cho 31 thì dư 28.

Giải. Gọi số tự nhiên cần tìm là a và gọi q, q_1 theo thứ tự là thương của phép chia số cho 29 và cho 31. Ta có $a = 29q + 5$ và $a = 31q_1 + 28$. Suy ra $29(q - q_1) = 2q_1 + 23$. Vì $2q_1 + 23$ là số tự nhiên lẻ, nên $29(q - q_1)$ là số tự nhiên lẻ, vì thế $q - q_1 \geq 1$.

Để a là số tự nhiên nhỏ nhất thì q_1 là số tự nhiên nhỏ nhất, khi đó $2q_1 + 23 = 29(q - q_1)$ nhỏ nhất, hay $q - q_1$ nhỏ nhất, suy ra $q - q_1 = 1$, vì thế $2q_1 + 23 = 29$ và $q_1 = 3$. Vậy $a = 31.3 + 28 = 121$, thoả mãn đề bài.

BÀI TẬP

41. Tính giá trị của biểu thức một cách hợp lí :

$$A = 100 + 98 + 96 + \dots + 2 - 97 - 95 - \dots - 1 ;$$

$$B = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + 10 - 11 - 12 + \dots - \\ - 299 - 300 + 301 + 302$$

42. Tính nhanh :

a) $53.39 + 47.39 - 53.21 - 47.21 ;$

b) $2.53.12 + 4.6.87 - 3.8.40 ;$

c) $5.7.77 - 7.60 + 49.25 - 15.42.$

43. Tìm x , biết :

a) $x : [(1800 + 600) : 30] = 560 : (315 - 35) ;$

b) $[250 - 25] : 15 : x = (450 - 60) : 130.$

44. Tổng của hai số bằng 78293. Số lớn trong hai số đó có chữ số hàng đơn vị là 5, chữ số hàng chục 1, chữ số hàng trăm là 2. Nếu ta gạch bỏ các chữ số đó đi thì ta được một số bằng số nhỏ. Tìm hai số đó.

45. Hãy điền vào ô trống của bảng vuông trong hình 8 các số tự nhiên sao cho tất cả các đẳng thức theo mỗi hàng, mỗi cột đều đúng.

46. Một phép chia có thương là 6, dư là 3. Tổng của số bị chia, số chia và số dư là 195. Tính số bị chia và số chia.

47. Tổng của hai số có ba chữ số là 836. Chữ số hàng trăm của số thứ nhất là 5, của số thứ hai là 3. Nếu gạch bỏ các chữ số 5 và 3 thì sẽ được hai số có hai chữ số mà số này gấp 2 lần số kia. Tìm hai số đó.

4	+		-		=	2
+		-		+		+
	-	2	+	()	=	
-		+		-		-
	+		-	6	=	6
=		=		=		=
1	+	5	-		=	3

Hình 8

48. Hãy thay dấu * bởi chữ số thích hợp để hoàn thành các phép tính đã cho trong sơ đồ bên (h.9).

49. Một học sinh khi giải một bài toán đáng lẽ phải chia một số cho 2 và cộng thương tìm được với 3. Nhưng do nhầm lẫn em đó đã nhân số đó với 2, và sau đó lấy tích tìm được trừ đi 3. Mặc dù vậy kết quả vẫn đúng. Hỏi số cần phải chia cho 2 là số nào ?

$$\begin{array}{rcl} *0 & : & 2 + * = * \\ + 14 & : & * - * = 3 \\ ** & - & * - 2 = 7 \\ \hline *6 & - & * - *() = ** \end{array}$$

Hình 9

50. Tìm số có ba chữ số, biết rằng chữ số hàng trăm bằng hiệu của chữ số hàng chục với chữ số hàng đơn vị. Chia chữ số hàng chục cho chữ số hàng đơn vị thì được thương là 2 và dư 2. Tích của số phải tìm với 7 là một số có chữ số tận cùng là 1.

51. Thay các chữ bởi các chữ số thích hợp :

$$\overline{481abc} : \overline{abc} = 1481.$$

52. Tìm số tự nhiên $a \leq 200$, biết rằng khi chia a cho số tự nhiên b thì được thương là 4 và dư 35.

53. Viết số A bất kì có ba chữ số, viết tiếp ba chữ số đó một lần nữa ta được số B có sáu chữ số. Chia số B cho 13 ta được số C. Chia số C cho 11 ta được số D. Lại chia số D cho 7. Tìm thương của phép chia này.

54. Khi chia số M gồm sáu chữ số giống nhau cho số N gồm bốn chữ số giống nhau thì được thương là 233 và số dư là một số r nào đó. Sau khi bỏ một chữ số của số M và một chữ số của số N thì thương không đổi và số dư giảm đi 1000. Tìm hai số M và N.

§7. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN. NHÂN HAI LŨY THỪA CÙNG CƠ SỐ

1. Lũy thừa bậc n của a là tích của n thừa số bằng nhau, mỗi thừa số bằng a :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ thừa số } a} \quad (n \neq 0)$$

2. Khi nhân hai lũy thừa của cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng các số mũ :

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Ví dụ 8. Hãy chứng tỏ rằng :

$$\text{a) } (2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} ; \quad (3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2} ; \quad (5^4)^3 = 5^{4 \cdot 3} ;$$

$$\text{b) } (a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad (m, n \in \mathbf{N}).$$

Giải. a) $(2^2)^3 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^{2+2+2} = 2^6 = 2^{2 \cdot 3} ;$

$$(3^3)^2 = 3^3 \cdot 3^3 = 3^{3+3} = 3^6 = 3^{3 \cdot 2} ;$$

$$(5^4)^3 = 5^4 \cdot 5^4 \cdot 5^4 = 5^{4+4+4} = 5^{12} = 5^{4 \cdot 3} ;$$

$$\text{b) } (a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \dots a^m}_{\substack{\text{n số hạng m} \\ \text{n thừa số } a^m}} = a^{m+m+\dots+m} = a^{m \cdot n} .$$

Ví dụ 9. a) Hãy so sánh : $2^3 \cdot 5^3$ với $(2 \cdot 5)^3 ;$

$$3^2 \cdot 5^2 \text{ với } (3 \cdot 5)^2 ;$$

b) Hãy chứng tỏ rằng : $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad (n \neq 0).$

Giải. a) $2^3 \cdot 5^3 = 8 \cdot 125 = 1000 ;$

$$(2 \cdot 5)^3 = 10^3 = 1000 ;$$

$$\text{Vậy } 2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3 ;$$

$$\bullet \quad 3^2 \cdot 5^2 = 9 \cdot 25 = 225 ;$$

$$(3 \cdot 5)^2 = 15^2 = 225 ;$$

$$\text{Vậy } 3^2 \cdot 5^2 = (3 \cdot 5)^2 .$$

$$\text{b) } (a \cdot b)^n = \underbrace{ab \cdot ab \dots ab}_{\text{n lần}} = \underbrace{a \cdot a \dots a}_{\text{n lần}} \cdot \underbrace{b \cdot b \dots b}_{\text{n lần}} = a^n b^n .$$

BÀI TẬP

55. Viết các số sau dưới dạng lũy thừa :

a) 10 ; 100 ; 1000 ; 10000 ; $\underbrace{100\dots 0}_{n \text{ số } 0}$;

b) 5 ; 25 ; 125 ; 625 ; 3125.

56. Trong hai số sau, số nào lớn hơn ?

a) 3^{200} và 2^{300} ;

b) 125^5 và 25^7 ;

c) 9^{20} và 27^{13} ;

d) 3^{54} và 2^{81} .

57. Viết các tích sau dưới dạng lũy thừa :

a) 5.125.625 ;

b) 10.100.1000 ;

c) $8^4 \cdot 16^5 \cdot 32$;

d) $27^4 \cdot 81^{10}$.

58. So sánh :

a) 10^{30} và 2^{100} ;

b) 5^{40} và 620^{10} .

59. Một hình lập phương có cạnh là 5m.

a) Tính thể tích của hình lập phương ;

b) Nếu cạnh hình lập phương tăng lên 2 lần, 3 lần thì thể tích của hình lập phương tương ứng tăng lên bao nhiêu lần ?

60. Trong cách viết ở hệ thập phân số 2^{100} có bao nhiêu chữ số ?

§8. CHIA HAI LŨY THỪA CÙNG CƠ SỐ

1. Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và trừ các số mũ :

$$a^m : a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0 ; m \geq n).$$

Trường hợp $m = n$ thì $a^m : a^n = 1 \quad (a \neq 0)$.

2. Quy ước $a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$.

Ví dụ 10. Tìm số tự nhiên n , biết :

a) $5^n = 125$;

b) $3^4 \cdot 3^n = 3^7$.