

Mục tiêu:

- + Tính được số đường thẳng, số đoạn thẳng, số góc, số giao điểm được tạo thành
- + Rèn tính logic, khái quát hóa cho học sinh.

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1 (NB): Cho 4 điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

Câu 2 (NB): Cho 5 điểm: M, N, P, Q, K trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ được đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

- A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

Câu 3 (TH): Cho 102 điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

- A. 5151 B. 4950 C. 5050 D. 4420

Câu 4 (TH): Cho 4 đường thẳng phân biệt, trong đó đúng một cặp đường thẳng song song và không có ba đường thẳng nào đồng quy. Hỏi có tất cả bao nhiêu giao điểm.

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Câu 5 (VD): Cho 12 điểm phân biệt trên mặt phẳng trong đó có 3 điểm A, B, C thẳng hàng. Số tam giác tạo bởi 3 trong 12 điểm đó là:

- A. 219 B. 220 C. 225 D. 228

Câu 6 (VD): Có n đường thẳng đồng quy tại một điểm. Hỏi có tất cả bao nhiêu góc được tạo thành từ n đường thẳng đó?

- A. 16 góc B. 18 góc C. 32 góc D. 48 góc

Câu 7(VDC): Trên mặt phẳng có 20 điểm phân biệt $A_1, A_2, \dots, A_{20}$ trong đó có 19 điểm thẳng hàng là $A_2, A_3, \dots, A_{20}$. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành trong trường hợp trên?

- A. 101 B. 171 C. 129 D. 201

Câu 8 (VDC): Trên mặt phẳng có n điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Số đường thẳng đi qua 2 trong n điểm đó là 861 đường thẳng. Tính $n(n \geq 2)$.

A. $n = 99$

B. $n = 215$

C. $n = 211$

D. $n = 42$

II. TỰ LUẬN:

Câu 1(TH): Cho 40 điểm trên mặt phẳng. Trong đó có ba điểm thẳng hàng là M, N, P, còn lại không có ba điểm nào thẳng hàng.

a) Tính số đoạn thẳng tạo thành từ hai trong bốn mươi điểm trên.

b) Tính số đường thẳng đi qua hai trong 40 điểm trên.

Câu 2: Trên mặt phẳng có n điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Số đường thẳng đi qua 2 trong n điểm đó là 66 đường thẳng. Tính $n(n \geq 2)$.

Câu 3 (VD): Có 10 điểm trên mặt phẳng trong đó có 4 điểm A, B, C, D.

a) Tính số tam giác tạo thành từ 3 trong 10 điểm trên nếu không có ba điểm nào thẳng hàng.

b) Tính số tam giác tạo thành từ 3 trong 10 điểm trên. Biết A, B, C, D thẳng hàng. Các điểm còn lại không có ba điểm nào thẳng hàng.

Câu 4 (VD): Có 20 đường thẳng đôi một cắt nhau trên mặt phẳng.

a) Tính số giao điểm nếu không có giao điểm nào trùng nhau.

b) Tính số giao điểm trong trường hợp chỉ có 3 đường thẳng cắt nhau từ một điểm.

Câu 5 (VDC): Trên mặt phẳng có 4 đường thẳng. Trong đó không có ba đường thẳng nào đồng quy. Số giao điểm của các đường thẳng có thể có là bao nhiêu?

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN BỞI BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM I. TRẮC NGHIỆM.

1C	2B	3A	4C
5A	6C	7B	8D

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1:

Phương pháp:

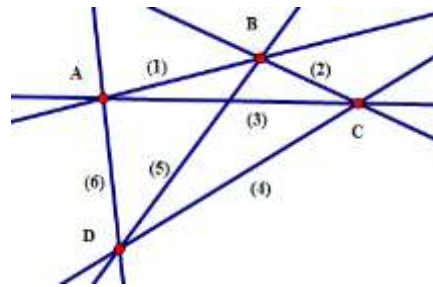
Vẽ hình rồi đếm số đường thẳng có được.

Cách giải:

Vẽ phác họa hình ra nháp: 4 điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng.

Cứ qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng.

Đếm số đường thẳng vừa vẽ được ta có: 6 đường thẳng.



Chọn đáp án C.

Câu 2:

Phương pháp:

Cách 1: Vẽ hình là phương pháp cơ bản nhất khi chưa biết tổng quát. Ta có thể đếm được ngay số đường thẳng qua hình vẽ. Tuy nhiên cách này không áp dụng với những bài có số điểm lớn.

Cách 2: Dùng công thức tổng quát:

CTTQ: Khi cho n điểm phân biệt, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Khi đó số đường thẳng vẽ được

là: $\frac{n(n-1)}{2}$ (đường thẳng)

Cách giải:

Cách 1: Vẽ hình (Hướng dẫn cách vẽ hình, cách đếm và viết tên các đường thẳng)

+ Cách vẽ: Qua điểm M ta vẽ lần lượt các đường thẳng đi qua 4 điểm N, P, Q, K còn lại. Qua điểm N ta vẽ lần lượt các đường thẳng đi qua 3 điểm P, Q, K còn lại.

Qua điểm P ta vẽ lần lượt các đường thẳng đi qua 2 điểm Q, K còn lại.

Qua điểm Q ta vẽ đường thẳng đi qua điểm K còn lại.

+ Cách đếm và viết tên các đường thẳng:

Lấy chữ M ghép với 4 chữ N, P, Q, K còn lại. Ta có 4 đường thẳng: MN, MP, MQ, MK.

Lấy chữ N ghép với 3 chữ P, Q, K còn lại. Ta có 3 đường thẳng: NP, NQ, NK

Lấy chữ P ghép với 2 chữ Q, K còn lại. Ta có 2 đường thẳng: PQ và PK

Cuối cùng là QK.

Tổng số đường thẳng ta liệt kê được là: $4+3+2+1=10$ (đường thẳng)

Cách 2: Dùng công thức tổng quát:

Số điểm: $n=5$

Trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng cả. Vậy số đường thẳng vẽ được trong trường hợp này là:

$$\frac{5.4}{2} = 10 \text{ (đường thẳng)}$$

Chọn đáp án B.

Câu 3:

Phương pháp:

Sử dụng công thức tổng quát.

CTTQ: Khi cho n điểm phân biệt, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Khi đó số đường thẳng vẽ được

là: $\frac{n(n-1)}{2}$ (đường thẳng).

Cách giải:

Số điểm: $n = 102$

Trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng.

Số đường thẳng có được là: $\frac{n(n-1)}{2} = \frac{102.101}{2} = 5151$ (đường thẳng)

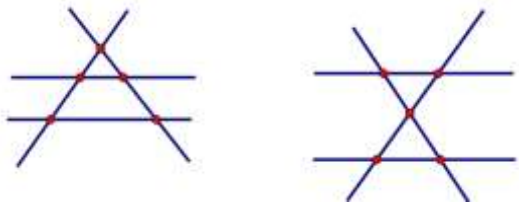
Chọn đáp án A.

Câu 4:

Phương pháp:

Vẽ hình, rồi đếm số giao điểm được tạo thành.

Cách giải:



Quan sát hình vẽ ta thấy, số giao điểm là: 5 giao điểm.

Chọn đáp án C.

Câu 5:

Phương pháp:

Tính số đoạn thẳng được tạo bởi 2 trong 12 điểm đã cho. Cứ mỗi đoạn thẳng kết hợp với một điểm khác hai đầu mút, ta được một tam giác. Từ đó lập luận để tìm ra số tam giác. Lưu ý: Trong 12 điểm cho trước có 3 điểm thẳng hàng nên số tam giác giảm đi là 1 tam giác.

Trong bài tập trắc nghiệm ta có thể áp dụng trực tiếp công thức: Mỗi đoạn thẳng bổ sung thêm một điểm thì tạo thành một tam giác. Số tam giác tạo bởi 3 trong n điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng là:

$$n(n-1)(n-2):6 = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

Rồi sau đó xét xem có ba điểm nào thẳng hàng không rồi loại đi những tam giác không tồn tại.

Cách giải:

Giả sử trong 12 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng.

Số đoạn thẳng được tạo thành từ 2 trong 12 điểm phân biệt cho trước là: $\frac{12 \cdot 11}{2} = 66$ (đoạn thẳng)

Cứ mỗi đoạn thẳng kết hợp với một điểm khác hai đầu mút, ta được một tam giác.

Có 66 đoạn thẳng được tạo thành. Vậy số tam giác là:

Xét mỗi đoạn thẳng, cứ bổ sung thêm một điểm thì tạo thành một tam giác.

Có 12 điểm. Nối 2 điểm bất kì để tạo thành một đoạn thẳng, đoạn thẳng đó kết hợp với 10 điểm còn lại sẽ được 10 tam giác.

Có 66 đoạn thẳng, tạo bởi 2 trong số 12 điểm đã cho nên số tam giác là: $66 \times 10 = 660$

Mà mỗi tam giác được tính 3 lần nên số tam giác thực tế là: $\frac{66 \times 10}{3} = 220$ (tam giác)

Vì trong 12 điểm có 3 điểm A, B, C thẳng hàng nên không tồn tại tam giác ABC.

Do đó: Số tam giác tạo thành là: $220 - 1 = 219$ (tam giác)

Giải nhanh:

Với $n = 12$

Số tam giác được tạo thành từ 3 trong 12 điểm phân biệt trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng là:

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{6} = 220 \text{ (tam giác)}$$

Vì trong 12 điểm đó có 3 điểm A, B, C thẳng hàng nên tam giác ABC không tồn tại.

Vậy số tam giác là: $220 - 1 = 219$ (tam giác)

Chọn đáp án A.

Câu 6:

Phương pháp:

Khái quát hóa bài toán, từ hai đường thẳng cắt nhau ta có 4 góc, 3 đường thẳng đồng quy ta có 6 góc, 4 đường thẳng đồng quy ta có 8 góc, 5 đường thẳng đồng quy ta có 10 góc Suy ra n đường thẳng đồng quy sẽ tạo ra $2n$ góc.

Cách giải:

Ta có số đường thẳng đồng quy n thì số góc được tạo thành từ n đường thẳng đồng quy đó là $2n$.

$\Rightarrow$ Số góc được tạo thành là: $2 \times 16 = 32$ (góc)

Chọn đáp án C

Câu 7:

Phương pháp:

Tìm số đoạn thẳng trong 19 điểm thẳng hàng. Sau đó kết hợp với điểm còn lại là điểm A_1 sẽ tạo thành một tam giác, có bao nhiêu đoạn thẳng sẽ có bấy nhiêu tam giác.

Cách giải:

Số đoạn thẳng được tạo thành từ 19 điểm thẳng hàng là:

$$\frac{19 \cdot 18}{2} = 171 \text{ (đoạn thẳng)}$$

Mỗi đoạn thẳng kết hợp với điểm còn lại (A_1) ta được 1 tam giác.

Có 171 đoạn thẳng $\Rightarrow$ Có 171 tam giác.

Chọn đáp án B

Câu 8:

Phương pháp:

Số đường thẳng tạo bởi 2 trong n điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng là: $n(n-1):2 = \frac{n(n-1)}{2}$

Biết số đường thẳng ta tìm được số điểm ban đầu. Bằng cách: lấy số đoạn thẳng nhân hai, viết kết quả thu được dưới dạng $n(n-1)$, từ đó suy ra n.

$$\text{Số đường thẳng} = \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow n(n-1) = \text{số đường thẳng} \times 2$$

$$\Rightarrow n = ?$$

Cách giải:

Ta có:

$$\frac{n(n-1)}{2} = 861$$

$$\Rightarrow n(n-1) = 861 \cdot 2 = 1722 = 42 \cdot 41$$

$$\Rightarrow n = 42$$

Chọn đáp án D

II. TỰ LUẬN

Câu 1:

Phương pháp:

Dùng lập luận và công thức tổng quát: Số đoạn thẳng tạo bởi 2 trong n điểm, trong đó không có ba điểm nào

thẳng hàng là: $n(n-1):2 = \frac{n(n-1)}{2}$

Cách giải:

a) + Nói một điểm với 39 điểm còn lại ta được 39 đoạn thẳng.

+ Tương tự với 39 điểm còn lại

+ Ta có tổng số đoạn thẳng là: $40 \times 39 = 1560$ (đoạn thẳng)

+ Tuy nhiên, mỗi đoạn thẳng được tính 2 lần nên số đoạn thẳng là: $\frac{40 \times 39}{2} = 780$ (đoạn thẳng)

b) Số đường thẳng đi qua 2 trong 40 điểm bằng số đoạn thẳng nếu không có ba điểm nào thẳng hàng. Vì M, N, P thẳng hàng nên các đường thẳng MN, MP, NP trùng nhau.

Vậy số đường thẳng qua 2 trong 40 điểm trên là: $780 - 2 = 778$ (đường thẳng)

Câu 2:

Phương pháp:

Số đường thẳng tạo bởi 2 trong n điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng là: $n(n-1):2 = \frac{n(n-1)}{2}$

Biết số đường thẳng ta tìm được số điểm ban đầu. Bằng cách: lấy số đoạn thẳng nhân hai, viết kết quả thu được dưới dạng $n(n-1)$, từ đó suy ra n.

$$\text{Số đường thẳng} = \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow n(n-1) = \text{số đường thẳng} \times 2$$

$$\Rightarrow n = ?$$

Cách giải:

Số đường thẳng đi qua 2 trong n điểm là:

$$\frac{n(n-1)}{2} = 66 \Rightarrow n(n-1) = 66 \times 2 = 132 = 12 \cdot 11 \Rightarrow n = 12$$

Vậy $n = 12$. Trên mặt phẳng đó có 12 điểm phân biệt trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng.

Câu 3:

Phương pháp:

Để tính số tam giác, ta xét các đoạn thẳng, tính số đoạn thẳng được tạo thành từ n điểm cho trước.

Chú ý: Mỗi đoạn thẳng bổ sung thêm một điểm thì tạo thành một tam giác. Số tam giác tạo bởi 3 trong n điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng là: $n(n-1)(n-2):6 = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$

Cách giải:

Số đoạn thẳng tạo bởi 2 trong 10 điểm là: $\frac{10.9}{2} = 45$ (đoạn thẳng)

a) Xét mỗi đoạn thẳng, cứ bổ sung thêm một điểm thì tạo thành một tam giác.

Có 10 điểm. Nối 2 điểm bất kì để tạo thành một đoạn thẳng, đoạn thẳng đó kết hợp với 8 điểm còn lại sẽ được 8 tam giác.

Có 45 đoạn thẳng, tạo bởi 2 trong số 10 điểm đã cho nên số tam giác là: 45.8

Mà mỗi tam giác được tính 3 lần nên số tam giác thực tế là: $\frac{45.8}{3} = 120$ (tam giác)

b) Vì A, B, C, D thẳng hàng nên không tồn tại tam giác: ABC, ABD, BCD

$\Rightarrow$ Số tam giác là: $120 - 3 = 117$ (tam giác)

Câu 4:

Phương pháp:

Số giao điểm được tạo thành từ 2 trong số n đường thẳng đôi một cắt nhau và không có điểm nào trùng nhau là:

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

Cách giải:

a) Xét 1 đường thẳng bất kì cắt 19 đường thẳng còn lại thì có 19 giao điểm.

Có 20 đường thẳng nên số giao điểm là:

$$20.19 = 380 \text{ (giao điểm)}$$

Vì mỗi giao điểm được tính hai lần nên số giao điểm là:

$$380 : 2 = 190 \text{ (giao điểm)}$$

b) Vì có 3 đường thẳng cắt nhau tại một điểm nên số giao điểm giảm đi là: $3 - 1 = 2$ (giao điểm)

Số giao điểm là: $190 - 2 = 188$ (giao điểm)

Câu 5:

Phương pháp:

Vì trên mặt phẳng có 4 đường thẳng, trong đó không có ba đường thẳng nào đồng quy.

Để biết được số giao điểm có thể có của các đường thẳng. Ta xét các trường hợp sau:

TH1: 4 đường thẳng đôi một song song.

TH2: 4 đường thẳng trong đó có đúng 3 đường thẳng song song.

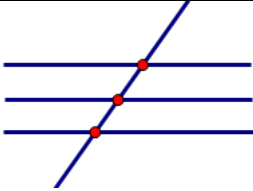
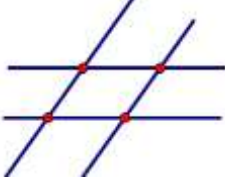
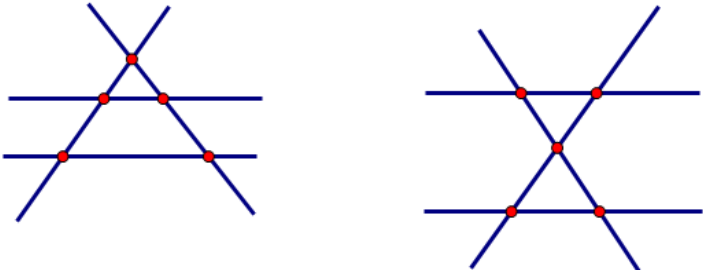
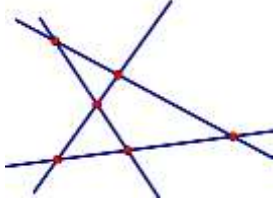
TH3: 4 đường thẳng, trong đó có 2 cặp đường thẳng song song.

TH4: 4 đường thẳng trong đó có đúng một cặp đường thẳng song song.

TH4: 4 đường thẳng trong đó không có hai đường thẳng nào song song.

Cách giải:

Xét các trường hợp sau:

TH1: 4 đường thẳng đôi một song song. Ta có: 0 giao điểm.	
TH2: 4 đường thẳng trong đó có đúng 3 đường thẳng song song. Ta có: 3 giao điểm.	
TH3: 4 đường thẳng, trong đó có 2 cặp đường thẳng song song. Ta có: 4 giao điểm.	
TH4: 4 đường thẳng trong đó có đúng một cặp đường thẳng song song. Ta có: 5 giao điểm.	
TH5: 4 đường thẳng trong đó không có hai đường thẳng nào song song. Ta có 6 giao điểm.	

Vậy số giao điểm có thể có của các đường thẳng là: 0; 3; 4; 5; 6 giao điểm.