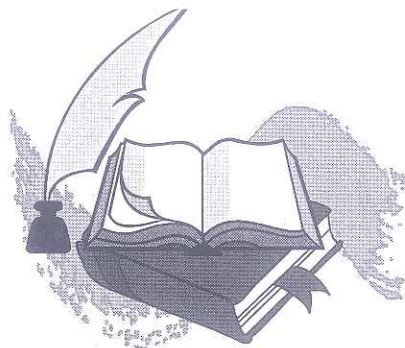


**ỦY BAN NHÂN DÂN HUYỆN HOÀI ĐỨC
TRƯỜNG THCS YÊN SỞ**



SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

**GIÚP HỌC SINH THÁO GỠ KHÓ KHĂN KHI VẬN DỤNG
KIẾN THỨC TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG VÀO GIẢI MỘT SỐ
DẠNG TOÁN CHỨNG MINH HÌNH HỌC 8**

Lĩnh vực/môn: Toán

Cấp: THCS

Tác giả: Trần Thị Huyền

Đơn vị công tác: Trường THCS Yên Sở

Chức vụ: Tổ phó tổ KHTN

Năm học 2022 - 2023

MỤC LỤC

Số TT	Nội Dung	Trang
1	<u>1. ĐẶT VẤN ĐỀ</u>	1
2	1.1. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI	1
3	1.2. MỤC ĐÍCH VÀ NỘI DUNG NGHIÊN CỨU.	1
4	1.3. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU.	2
5	1.4. ĐỐI TƯỢNG KHẢO SÁT, THỰC NGHIỆM.	2
6	1.5. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU	2
7	<u>2. NỘI DUNG.</u>	2
8	2.1. CƠ SỞ LÝ LUẬN:	2
9	2.2. THỰC TRẠNG VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU:	3
10	2.3. MÔ TẢ, PHÂN TÍCH CÁC GIẢI PHÁP:	4
11	2.3.1. Các giải pháp tiến hành	4
12	2.3.2. Thuyết minh tính mới	5
13	2.4. KẾT QUẢ THỰC HIỆN	24
14	<u>3. KẾT LUẬN – KHUYẾN NGHỊ.</u>	25
15	3.1. KẾT LUẬN:	25
16	3.2. KHUYẾN NGHỊ:	25

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

1.1. Lý do chọn đề tài.

Dạy học sinh học Toán không chỉ cung cấp những kiến thức cơ bản, giải các bài tập ở SGK hay sách tham khảo mà giáo viên cần dạy cho các em phương pháp học tập bộ môn, các phương pháp chung để giải các dạng toán, từ đó giúp các em tích cực hoạt động, độc lập, sáng tạo để dần hoàn thiện kỹ năng, kỹ xảo giải toán.

Ở chương III Hình học lớp 8, tam giác đồng dạng là một nền tảng kiến thức cơ bản quan trọng, có nhiều ứng dụng trong việc giải các bài toán hình học nhưng đa số học sinh chưa có kỹ năng giải bài tập có vận dụng kiến thức này, ngay cả học sinh khá giỏi đôi khi cũng lúng túng: Chưa biết vẽ hình hoặc vẽ hình sai theo giả thiết bài toán, không biết vận dụng kiến thức nào để chứng minh, còn sai sót khi viết kí hiệu hai tam giác đồng dạng, việc trình bày chứng minh một bài toán hình không biết bắt đầu từ đâu, thiếu phương pháp để chứng minh dạng toán có vận dụng nội dung kiến thức này. Điều đó thể hiện qua các bài kiểm tra, bài thi của học sinh có nội dung vận dụng kiến thức tam giác đồng dạng chưa đạt yêu cầu còn nhiều.

Vì vậy, tôi viết Sáng kiến này cùng trao đổi thêm về cách dạy, cách học nội dung chương III, Hình học 8 sao cho có hiệu quả nhằm giúp HS tháo gỡ khó khăn, biết vận dụng linh hoạt kiến thức về tam giác đồng dạng trong giải toán là rất cần thiết trong quá trình học toán hình, là cơ sở để học sinh học tập tốt phân môn hình học ở các lớp tiếp theo.

1.2. Mục đích và nội dung nghiên cứu.

Do thời gian có hạn nên tôi nghiên cứu sáng kiến này với mục đích sau:

- Qua sáng kiến này tôi muốn đưa ra một số biện pháp giúp học sinh tháo gỡ khó khăn trong việc vận dụng tam giác đồng dạng vào giải toán chứng minh hình học. Cũng qua sáng kiến này giúp giáo viên dạy Toán 8 nói chung và bản thân tôi nói riêng sẽ:

+ Nâng cao chất lượng khi giảng dạy nội dung này.

+ Hiểu rõ được làm thế nào để bồi dưỡng học sinh năng lực vận dụng tam giác đồng dạng trong giải toán. Biết sử dụng phương pháp phù hợp để giúp học sinh phát huy tính tích cực, sáng tạo trong quá trình tìm tòi lời giải một bài toán hình có vận dụng tam giác đồng dạng.

+ Tìm hiểu được một số nguyên nhân, các sai lầm, khó khăn của học sinh khi giải bài tập có vận dụng tam giác đồng dạng.

+ Đề ra biện pháp khắc phục, lập kế hoạch bồi dưỡng năng lực vận dụng tam giác đồng dạng vào giải toán.

- + Có phương pháp dạy học sinh tìm lời giải bài toán hình học đạt hiệu quả.
- Đối với học sinh: Sau khi thực hiện sáng kiến này sẽ giúp các em:
- + Nắm chắc các phương pháp chứng minh hai tam giác đồng dạng, cách viết ký hiệu hai tam giác đồng dạng đảm bảo các định tương ứng, từ đó thiết lập tỉ lệ thức giữa các cạnh tương ứng.
- + Nắm vững, sử dụng tốt phương pháp đồng dạng trong giải một số dạng toán thường gặp chủ yếu (chứng minh hai tam giác đồng dạng, hai góc bằng nhau, tính độ dài đoạn thẳng, chứng minh hệ thức hình học, hai đoạn thẳng bằng nhau) ở chương III, Hình học 8.
- + Rèn kỹ năng tìm tòi lời giải bài toán hình học.

1.3. Đối tượng nghiên cứu.

Sáng kiến này tôi nghiên cứu trên hai nhóm đối tượng cụ thể như sau:

- Giáo viên giảng dạy Toán 8 THCS.
- Học sinh lớp 8 THCS.

1.4. Đối tượng khảo sát, thực nghiệm.

Sáng kiến được nghiên cứu, khảo sát thực nghiệm ở sinh lớp 8B, 8E năm học 2021 - 2022; 2022 - 2023

1.5. Phương pháp nghiên cứu.

Thực hiện Sáng kiến này tôi sử dụng các phương pháp sau:

- Phương pháp nghiên cứu lý luận.
- Phương pháp khảo sát thực tiễn.
- Phương pháp phân tích.
- Phương pháp tổng hợp.
- Phương pháp quan sát.
- Phương pháp kiểm tra.
- Phương pháp tổng kết kinh nghiệm.

2. NỘI DUNG

2.1. Cơ sở lý luận

2.1.1. Vị trí của chủ đề “Tam giác đồng dạng” trong chương trình Toán 8

Chủ đề tam giác đồng dạng được dạy từ §4 đến §8 trong chương III sách giáo khoa (SGK) Toán 8, tập hai hiện hành sau khi học sinh đã được học các kiến thức:

- + Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác (Toán 7)
- + Các loại hình tứ giác đặc biệt (hình thang, hình thang cân, hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông)
- + Đoạn thẳng tỉ lệ.
- + Định lý Talet trong tam giác.

- + Tính chất đường phân giác trong tam giác.
- + Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác (tam giác thường và tam giác vuông).

Vậy học sinh đã được trang bị đầy đủ những kiến thức nền tảng để tôi thực hiện sáng kiến này.

2.1.2 Vai trò của tam giác đồng dạng trong chương trình Toán THCS

Vận dụng hai tam giác đồng dạng để chứng minh nhiều dạng toán nhưng trong quá trình giải toán học sinh gặp không ít khó khăn trong phạm vi của sáng kiến tôi xin trình bày một số biện pháp giúp học sinh tháo gỡ khó khăn khi vận dụng kiến thức tam giác đồng dạng để chứng minh các dạng toán thường gặp:

- Hai góc bằng nhau;
- Chứng minh một hệ thức hình học;
- Tính độ dài đoạn thẳng;
- Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau;

Quá trình vận dụng tam giác đồng dạng vào giải một số dạng toán hình học chương III, Hình học 8 là một quá trình rèn luyện phương pháp suy nghĩ, phương pháp tìm tòi và vận dụng kiến thức vào giải toán. Thông qua việc giải bài tập củng cố khắc sâu kiến thức, kỹ năng cơ bản cho học sinh, là nền tảng để các em học tập các nội dung kiến thức Toán 9 sau này.

2.2. Thực trạng vấn đề nghiên cứu.

Trong các môn học ở trường phổ thông học sinh rất sợ học môn toán và đặc biệt là học môn hình học. Vì đây là một môn học đòi hỏi độ chính xác cao, khả năng tư duy lập luận chặt chẽ, đa phần học sinh chưa có năng lực cốt lõi để tự mình giải một bài tập hình lập luận chặt chẽ và đúng.

Qua thực tế giảng dạy tôi nhận thấy học sinh giải bài tập Hình học 8 ở chương III còn gặp các khó khăn sau:

- Học sinh chưa đọc kỹ đề bài, vẽ hình không được hoặc vẽ hình thiếu chính xác. Chưa biết dùng kí hiệu trên hình để biểu thị các yếu tố mà bài toán đã cho.
 - Học sinh chưa biết phân tích đề bài kết hợp với hình vẽ để xác định ngắn gọn giả thiết và kết luận bài toán.
 - Nhiều em chưa nắm vững kiến thức căn bản của phân môn Hình học. Một số em do tâm lí “sợ” phân môn Hình học nên làm cho bài toán từ dễ trở nên khó.
 - Học sinh chưa nắm vững cách dùng kiến thức căn bản về hai tam giác đồng dạng nên trong quá trình thực hiện giải toán vận dụng còn sai lầm:
- + Xác định không đúng các đỉnh tương ứng, các cạnh tương ứng, các góc tương ứng.
 - + Ghi kí hiệu hai tam giác đồng dạng chưa đúng theo thứ tự các đỉnh tương ứng

dẫn đến việc xác định sai các cặp góc bằng nhau, lập hệ thức tỉ lệ giữa các cạnh sai.

- + Lẫn lộn giữa sự tương ứng tỉ lệ giữa các cạnh với sự bằng nhau giữa các cạnh.
- Kỹ năng phân tích tìm tòi lời giải một bài toán hình học còn hạn chế, bế tắc hay đi vào ngõ cụt.
- Giáo viên trong quá trình giảng dạy chưa chú trọng khắc sâu phương pháp từng dạng toán phổ biến trong chương III, Hình học 8, chưa chú trọng thường xuyên bồi dưỡng học sinh sử dụng sơ đồ phân tích đi lên để tìm, xây dựng lời giải cho một bài toán.

Trước tình hình thực tế tôi nghiên cứu và áp dụng sáng kiến này vào giảng dạy chắc lý thuyết, vận dụng linh hoạt tam giác đồng dạng trong giải một số dạng bài tập thường gặp ở chương III Hình học 8.

2.3. Mô tả, phân tích các giải pháp.

2.3.1. Các giải pháp tiến hành.

2.3.1.1. Dạy học sinh nắm chắc các kiến thức cơ bản về tam giác đồng dạng và vận dụng tránh sai lầm như:

- Các cách để chứng minh hai tam giác đồng dạng;
- Biết dùng kí hiệu hai tam giác đồng dạng một cách chính xác (đảm bảo viết theo thứ tự các đỉnh tương ứng);
- Biết thiết lập các tỉ số bằng nhau từ các cạnh tương ứng của hai tam giác đồng dạng để chứng minh một hệ thức hình học, tính độ dài đoạn thẳng, chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau;
- Biết sử dụng định nghĩa hai tam giác đồng dạng suy ra các cặp góc tương ứng bằng nhau áp dụng để chứng minh hai góc bằng nhau;
- Biết xâu chuỗi các kiến thức, phân tích đề bài, tìm tòi lời giải bài toán bằng sơ đồ phân tích đi lên.

2.3.1.2. Sử dụng bài tập trong SGK đạt hiệu quả mục tiêu tiết dạy:

- Chọn những bài tập trong SGK phù hợp với từng loại hình tiết dạy: Tiết dạy kiến thức mới, tiết luyện tập, tiết ôn tập chương, ôn tập học kỳ, các tiết phụ đạo và bồi dưỡng học sinh giỏi.
- Chọn bài tập căn cứ vào mục đích sử dụng bài tập trong từng tiết luyện tập, sau khi học sinh học xong một nội dung kiến thức mới.
- Chú trọng sử dụng bài tập gồm nhiều câu, bài tập xâu chuỗi được nhiều kiến thức căn bản cần củng cố lại cho học sinh qua vận dụng.

2.3.1.3. Phát huy vai trò và tác dụng của từng loại bài tập trong giảng dạy:

Cụ thể:

- Bài tập căn bản nhằm kiểm tra củng cố, khắc sâu lại kiến thức cho học sinh;

- Bài tập tính toán về độ dài đoạn thẳng;
- Bài tập chứng minh một nội dung hình học: Hai góc bằng nhau, hai đoạn thẳng bằng nhau, hệ thức hình học;
- Bài tập bồi dưỡng, phát huy trí lực học sinh “khá giỏi”, phù hợp với trình độ học sinh;

Ứng với mỗi loại bài tập giáo viên cần chú ý:

* Hướng dẫn học sinh vẽ hình theo giả thiết bài toán: Hình vẽ thoáng, rộng, đường nét không sát nhau, tránh vẽ hình rơi vào trường hợp đặc biệt. Nên kí hiệu vào hình vẽ các góc bằng nhau, các góc vuông...để sử dụng chúng cho tiện khi tìm cách chứng minh.

* Giúp học sinh khai thác triệt để giả thiết để phát hiện những quan hệ mới

- Giả thiết đề cập đến hình nào thì chúng ta cần khai thác các tính chất của hình đó, đặc biệt là những tính chất có liên quan đến các dữ kiện trong bài.

- Càng phát hiện được nhiều quan hệ mới từ giả thiết chúng ta càng có nhiều vật liệu để giải bài toán.

- Muốn vậy người giải toán ngoài việc cần trang bị cho mình một hệ thống kiến thức cơ bản, cần phải luôn đặt ra cho mình một câu hỏi thường trực khi đứng trước giả thiết của mỗi bài toán, đó là: Bài toán cho điều này ta có thể suy ra điều gì? Nó có liên quan gì với kết luận không? Từ đó tìm cách để nối với kết luận.

* Hướng dẫn học sinh phân tích kết luận để định hướng chứng minh

Phân tích kết luận để định hướng chứng minh giúp ta chọn được những phương án có nhiều khả năng đi đến đích nhất.

Muốn vậy người giải toán phải luôn đặt ra cho mình câu hỏi trước mỗi kết luận của bài toán đó là: Để chứng minh điều này ta phải chứng minh điều gì? Câu hỏi này đặt ra liên tục cho đến khi ta nối được với giả thiết đã được khai thác ở trên.

2.3.2. Thuyết minh tính mới

2.3.2.1. Dạy học sinh khắc phục khó khăn khi học tập kiến thức về tam giác đồng dạng.

* Xác định chính xác các đỉnh tương ứng, các góc tương ứng, các cạnh tương ứng và viết chính xác hệ thức khi hai tam giác đồng dạng:

- Nếu biết kí hiệu hai tam giác đồng dạng thì ta dựa vào thứ tự các chữ cái trên kí hiệu để xác định đỉnh tương ứng, cạnh tương ứng, góc tương ứng.

Ví dụ: Từ kí hiệu

$$\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$$



Các đỉnh tương ứng

Từ các đỉnh tương ứng, ta xác định các góc tương ứng, hai đỉnh tương ứng ghép thành một cạnh ta sẽ được hai cạnh tương ứng ($A'B'$ tương ứng AB).

- Nếu biết góc của hai tam giác này bằng góc của tam giác kia thì hai đỉnh của hai góc đó là hai đỉnh tương ứng;
- Nếu biết hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia thì hai đỉnh đối diện với hai cạnh tỉ lệ đó là hai đỉnh tương ứng;

Ví dụ: ΔABC và ΔMNP nếu có

- + $\angle ACB = \angle PMN$ thì đỉnh C tương ứng với đỉnh M
- + $\frac{AB}{MP} = \frac{AC}{NP}$ thì đỉnh C đối diện với cạnh AB tương ứng với đỉnh N đối diện với cạnh MP ; đỉnh B đối diện với cạnh AC tương ứng với đỉnh M đối diện với cạnh NP .

Mục đích của việc xác định các đỉnh tương ứng là để viết đúng kí hiệu hai tam giác đồng dạng và thiết lập đúng hệ thức giữa các cạnh tương ứng, suy ra các góc tương ứng bằng nhau.

*Giúp học sinh nắm chắc các kiến thức cơ bản về tam giác đồng dạng qua từng tiết dạy:

- + Định nghĩa hai tam giác đồng dạng.

$$\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} A' = A, B' = B, C' = C \\ \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = k \end{cases}$$

k : gọi là tỉ số đồng dạng của $\Delta A'B'C'$ và ΔABC

- + Định lí về hai tam giác đồng dạng “Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh (hoặc phần kéo dài hai cạnh) của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì tạo ra một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.”

- Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác

“Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng”. Tôi củng cố bằng bài tập sau:

Nếu hai tam giác ABC và DEF có $AB = 4\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$ và $DE = 8\text{cm}$, $EF = 10\text{cm}$, $DF = 12\text{cm}$ thì hai tam giác đó có đồng dạng không?

Tôi mời một học sinh trung bình khá lên bảng làm, qua quan sát thấy học sinh gặp khó khăn là không xác định được sự tương ứng giữa các cạnh để thiết lập

đúng dãy tỉ số bằng nhau giữa ba cặp cạnh đã cho. Vậy làm thế nào để giúp học sinh tháo gỡ khó khăn?

Ngay sau dạy xong định lý giáo viên lưu ý học sinh thiết lập đúng dãy tỉ số bằng nhau từ độ dài các cạnh tương ứng của hai tam giác đã cho trên cơ sở xét các tỉ số giữa :

- + **Cạnh dài nhất** của tam giác này với **cạnh dài nhất** của tam giác kia.
- + **Cạnh ngắn nhất** của tam giác này với **cạnh ngắn nhất** của tam giác kia.
- + Hai cạnh còn lại.

Sau khi được giúp đỡ học sinh yếu dễ dàng trình bày được:

$$\text{Ta có } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} \quad (\text{Vì } \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12})$$

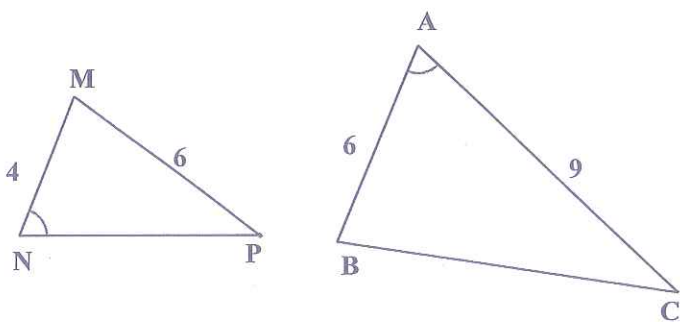
Vậy $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

Qua bài tập đó dạy học sinh chuyển đổi từ dãy tỉ số bằng nhau thu được sang dãy tỉ số tương ứng của các cạnh chính xác và viết đúng kí hiệu hai tam giác đồng dạng.

- Sau khi khẳng định sự đúng đắn của định lý về trường hợp đồng dạng thứ hai giáo viên đưa bài tập sau nhằm củng cố, khắc sâu định lý về góc xen giữa hai cặp cạnh tỉ lệ:

Xét bài toán:

Cho hình vẽ. Hỏi $\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ có đồng dạng không? Vì sao?



Học sinh có thể giải như sau:

$$\text{Ta có } \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} \quad (\text{do } \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}) \text{ và } A = N$$

Vậy $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ (c.g.c)

Học sinh mắc sai lầm ở chỗ $A = N$ không phải là cặp góc xen giữa của hai cặp cạnh tỉ lệ $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP}$.

Qua đó giáo viên khắc sâu cho học sinh định lý về trường hợp đồng dạng thứ hai: cặp góc bằng nhau phải là góc tạo bởi hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ.

- Trường hợp đồng dạng thứ ba “Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng”.

2.3.2.2. Sử dụng bài tập khi giảng dạy tam giác đồng dạng.

Các bài tập có trong SGK và bài tập được tôi sử dụng khi giảng dạy tam giác đồng dạng là các bài tập được lựa chọn theo các tiêu chí sau:

- * Là bài tập nhằm khắc sâu kiến thức qua luyện tập cho học sinh.
- Giúp học sinh nắm chắc hơn định nghĩa, định lý về các trường hợp đồng dạng của hai tam giác.
- Thông hiểu các cách thức chứng minh, nhận biết hai tam giác đồng dạng.
- * Là bài tập diện căn bản; luyện tập trang bị kỹ năng nền tảng cho học sinh.
- Rèn kỹ năng chứng minh hai tam giác đồng dạng từ đó suy ra các góc tương ứng bằng nhau, các cạnh tương ứng tỉ lệ.
- Trình bày được các dạng toán cơ bản sau:
 - + Chứng minh hai góc bằng nhau;
 - + Tính độ dài đoạn thẳng;
 - + Chứng minh các hệ thức hình học (ở mức độ căn bản);
 - + Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau.

* Khi hướng dẫn học sinh giải từng loại bài tập nên tuân thủ theo các bước sau

Bước 1: Tìm hiểu nội dung bài toán

- Cho học sinh đọc kỹ đề bài, vẽ hình theo giả thiết bài toán, tóm tắt bài toán dưới dạng giả thiết, kết luận;

- Học sinh xác định bài toán thuộc dạng toán nào? Kiến thức cơ bản cần dùng?

Bước 2: Xây dựng chương trình giải bằng cách dùng hệ thống câu hỏi hướng dẫn học sinh tìm lời giải theo sơ đồ phân tích đi lên.

Bước 3: Thực hiện chương trình giải.

Bước 4: Kiểm tra nghiên cứu sâu lời giải.

Dạng 1: Bài tập về chứng minh hai tam giác đồng dạng suy ra hai góc bằng nhau:

* Mục đích sử dụng:

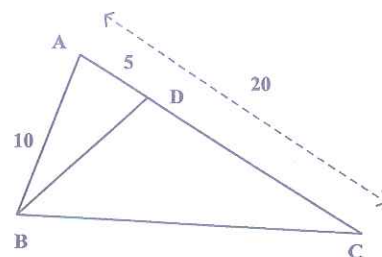
Học sinh cần đạt qua hai bài tập này:

- Biết phát hiện và chứng minh cặp tam giác đồng dạng phù hợp từ đó suy ra hai góc tương ứng bằng nhau;
- Dùng đúng kí hiệu hai tam giác đồng dạng.

- Ví dụ 1: Bài 38/tr 92SBT Toán 8, tập hai

Cho $\triangle ABC$ có $AB = 10\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$. Trên cạnh AC , đặt đoạn thẳng

$AD = 5\text{cm}$. Chứng minh $\angle ABD = \angle ACB$ (hình vẽ)



Học sinh nêu GT, KL bài toán

GT: $\triangle ABC$ có $AB = 10\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$, $AD = 5\text{cm}$

KL: Chứng minh $\angle ABD = \angle ACB$

Khó khăn và sai lầm học sinh gặp phải trong bài toán này:

- Không định hướng phương pháp để chứng minh hai góc bằng nhau.
- Không phát hiện cặp tam giác đồng dạng phù hợp.
- Thiết lập tỉ số hai cạnh không tương ứng nên không chứng minh được hai tam giác ADC , ABC đồng dạng.
- Viết kí hiệu hai tam giác đồng dạng không theo thứ tự các đỉnh tương ứng.

Hướng khắc phục:

- Cung cấp cho học sinh phương pháp chứng minh hai góc bằng nhau. Đối với bài toán này ta nên chứng minh nó là hai góc tương ứng của hai tam giác đồng dạng.
- Định hướng học sinh tìm cặp tam giác đồng dạng và chứng minh. Giáo viên cần giúp học sinh phân tích từ kết luận để tìm ra cặp tam giác có thể chứng minh đồng dạng mà nó chứa hai góc tương ứng đó.

Sơ đồ phân tích:

$$\angle ABD = \angle ACD$$

$\Uparrow$

$$\triangle ABD \sim \triangle ACB$$

$\Uparrow$

$$\angle BAD = \angle CAB \text{ (góc chung)}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$$

Bài giải:

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACB$

Ta có:

$$\angle BAD = \angle CAB \text{ (góc chung)}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } \triangle ABD \sim \triangle ACB$$

$$\text{Do đó } \angle ABD = \angle ACD$$

Nhận xét: Để chứng minh hai góc bằng nhau ngoài việc vận dụng các phương pháp đã học ta cũng có thể ghép vào chứng minh hai tam giác có chứa hai góc tương ứng đó đồng dạng.

Dạng 2: Bài tập về chứng minh hai tam giác đồng dạng suy ra hệ thức, tỉ lệ thức và tính độ dài đoạn thẳng:

Dạng toán này thường gặp nhiều trong các bài tập chứng minh hai tam giác đồng dạng.

*** Mục đích sử dụng:**

Qua dạng bài tập này giáo viên rèn cho học sinh:

- Biết thiết lập được các hệ thức hình học từ hai tam giác đồng dạng;
- Từ một hệ thức cần chứng minh biết phân tích, lựa chọn hai tam giác đồng dạng thích hợp;
- Rèn kỹ năng vận dụng linh hoạt các cách để chứng minh hai tam giác đồng dạng;
- Biết đi từ điều phải chứng minh, tìm tòi suy luận từng bước, xác định kiến thức cần vận dụng, rèn năng lực suy luận theo sơ đồ phân tích đi lên;
- Rèn luyện cho học sinh các thao tác trí tuệ qua hoạt động giải toán: quan sát, dự đoán, vẽ hình, sử dụng dụng cụ, tìm tòi phân tích, suy luận có căn cứ, suy luận chứng minh và biết trình bày bài giải.

Ví dụ 2: (Bài 41 trang 94SBT Toán 8, tập hai)

Hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có $AB = 2,5\text{cm}$, $AD = 3,5\text{cm}$, $BD = 5\text{cm}$ và $\angle DAB = \angle DBC$

a) Chứng minh $\triangle ADB \sim \triangle BCD$

b) Tính độ dài các cạnh BC, CD.

*** Học sinh cần đạt qua bài tập**

- Vẽ hình bài toán chính xác theo giả thiết đề bài.
- Chứng minh được và viết đúng kí hiệu $\triangle ADB \sim \triangle BCD$ (g.g)
- Biết cách thiết lập tỉ lệ thức giữa các cạnh tương ứng của hai tam giác đồng dạng để tính độ dài cạnh.

*** Khó khăn học sinh gặp phải:**

- Học sinh vẽ hình sai theo giả thiết bài toán.
- Học sinh yếu không biết phân tích đề bài để tìm phương pháp chứng minh hai tam giác đồng dạng.
- Thiết lập sai tính tương ứng tỉ lệ giữa các cạnh.

*** Hướng khắc phục:**

- Hướng dẫn học sinh sử dụng thước và compa vẽ hình theo yêu cầu bài toán theo các bước:

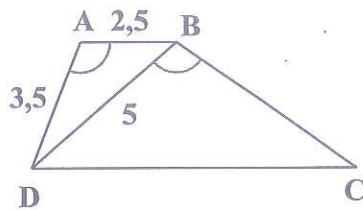
+ Vẽ $\triangle ABC$ theo độ dài cho trước của mỗi cạnh.

+ Vẽ $DBx = DAB$.

+ Qua điểm D kẻ đường thẳng song song với AB cắt tia Bx tại C.

- Phân tích giả thiết bài toán để lựa chọn phương pháp chứng minh hai tam giác đồng dạng hợp lí (thể hiện ở sơ đồ phân tích)

Hình vẽ:



Sơ đồ phân tích

a) $\triangle ADB \sim \triangle BCD$

↑↑

$DAB = DBC$ (gt) và $ABD = BDC$ (vì $AB \parallel CD$)

b) $BC = ?$; $CD = ?$

↑↑

$\frac{AB}{BD} = \frac{AD}{BC}$; $\frac{AB}{BD} = \frac{DB}{CD}$

↑↑

$\triangle ADB \sim \triangle BCD$

Bài giải:

a) Chứng minh $\triangle ADB \sim \triangle BCD$

Xét $\triangle ADB$ và $\triangle BCD$ có:

$DAB = DBC$ (gt)

$ABD = BDC$ (so le trong, vì $AB \parallel CD$)

Vậy $\triangle ADB \sim \triangle BCD$

b) Tính độ dài các cạnh BC , CD

Vì $\triangle ADB \sim \triangle BCD$

Nên $\frac{AB}{BD} = \frac{AD}{BC}$ hay $\frac{2,5}{5} = \frac{3,5}{BC}$

Suy ra $BC = \frac{5 \cdot 3,5}{2,5} = 7$ (cm)

$\frac{AB}{BD} = \frac{DB}{CD}$ hay $\frac{2,5}{5} = \frac{5}{CD}$

Suy ra $CD = \frac{5 \cdot 5}{2,5} = 10$ (cm)

Nhận xét: Phương pháp giải:

- Để tính độ dài a của đoạn thẳng ta tìm cách liên hệ a với các đoạn đã biết độ dài khác chẳng hạn $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ hoặc $\frac{a}{b} = \frac{c}{a}$... trong đó độ dài b, c, d đã biết. Để được các tỉ lệ thức đó ta thường nghĩ đến chứng minh hai tam giác đồng dạng, tính chất đường phân giác trong tam giác, định lý Ta-lét, hệ quả định lý Ta-lét.

Ví dụ 3:

Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Chứng minh $OA \cdot OD = OB \cdot OC$.

* Học sinh cần đạt qua bài tập

- Vẽ hình bài toán chính xác theo giả thiết đề bài.

- Chứng minh được $\triangle AOB \sim \triangle COD$ (g.g)

- Từ một hệ thức $OA \cdot OD = OB \cdot OC$ biết phân tích, quy về chứng minh hai tam giác đồng dạng thích hợp.

* **Khó khăn học sinh gặp phải:**

- Không biết bắt đầu từ đâu để chứng minh được $OA \cdot OD = OB \cdot OC$;

- Từ yêu cầu chứng minh $OA \cdot OD = OB \cdot OC$ thiết lập tỉ lệ thức cần chứng minh sai;
- Lựa chọn hai tam giác đồng dạng không hợp lí.

* **Hướng khắc phục:**

Giáo viên cho học sinh vẽ hình xác định GT, KL bài toán.

- Hướng dẫn học sinh phân tích kết luận để tìm ra cách chứng minh.
- Hướng dẫn HS tìm cặp tam giác cần chứng minh đồng dạng từ

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$$

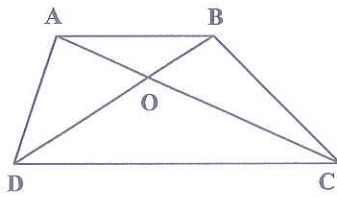
Cặp 1: Tam giác có ba đỉnh từ hai cạnh phía trên của tỉ số và tam giác có ba đỉnh từ hai cạnh phía dưới của tỉ số ($\triangle AOB$ và $\triangle COD$);

Cặp 2: Tam giác có ba đỉnh từ hai cạnh của một tỉ số này và tam giác có ba đỉnh từ hai cạnh của tỉ số kia ($\triangle AOD$ và $\triangle BOC$);

Trong hai cặp đó có một cặp chứng minh đồng dạng dễ dàng hơn.

- Phân tích giả thiết bài toán để lựa chọn phương pháp chứng minh hai tam giác đồng dạng hợp lí (thể hiện ở sơ đồ phân tích)

Hình vẽ



Sơ đồ phân tích

$$OA \cdot OD = OB \cdot OC$$

↑

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$$

↑

$$\triangle AOB \sim \triangle COD$$

↑

$$OAB = OCD \text{ (so le trong, do } AB \parallel CD)$$

$$AOB = COD \text{ (đối đỉnh)}$$

GT	Hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) AC cắt BD tại O
KL	Chứng minh $OA \cdot OD = OB \cdot OC$

Bài giải:

Xét $\triangle AOB$ và $\triangle COD$ có:

$$OAB = OCD \text{ (so le trong, do } AB \parallel CD)$$

$$AOB = COD \text{ (đối đỉnh)}$$

Do đó $\triangle AOB \sim \triangle COD$

$$\text{Suy ra } \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$$

$$\text{Vậy } OA \cdot OD = OB \cdot OC$$

Nhận xét:

- Để chứng minh một đẳng thức tích ta phải biến đổi chúng thành một đẳng thức của hai tỉ số. Nó gợi ý cho ta nhớ đến chứng minh hai tam giác đồng dạng.
- Đối với bài tập trên ngoài cách vận dụng hai tam giác đồng dạng để chứng minh ta cũng có thể dùng hệ quả của định lý Ta-lét.

Ví dụ 4:

Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. Tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại D. Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu của B, C trên đường thẳng AD. Chứng minh

a) $\triangle ABM \sim \triangle ACN$

b) $\frac{AM}{AN} = \frac{DM}{DN}$

- * Học sinh cần đạt qua bài tập
- Vẽ hình bài toán chính xác theo giả thiết đề bài.
- Chứng minh được $\triangle ABM \sim \triangle ACN$ (g.g)
- Học sinh biết phân tích, dự đoán, tìm cách để chứng minh $\frac{AM}{AN} = \frac{DM}{DN}$ thì cần chứng minh $\frac{AM}{AN} = \frac{BM}{CN}$; $\frac{DM}{DN} = \frac{BM}{CN}$. Nó gợi ý cho ta nghĩ đến chứng minh các cặp tam giác đồng dạng.

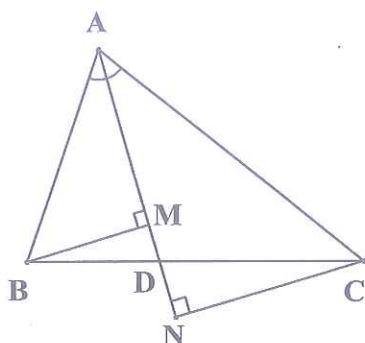
*** Khó khăn học sinh gặp phải:**

- Học sinh yếu, trung bình vẽ hình sai theo giả thiết bài toán: Vẽ tia phân giác sai, không nhớ khái niệm hình chiếu, thiếu kí hiệu hai góc bằng nhau, góc vuông. Do vậy học sinh sẽ khó nhận ra cách chứng minh $\triangle ABM \sim \triangle ACN$;
- Không biết bắt đầu từ đâu để chứng minh được $\frac{AM}{AN} = \frac{DM}{DN}$;

*** Hướng khắc phục:**

- Giáo viên hướng dẫn cho học sinh vẽ hình xác định GT, KL bài toán, chú trọng sử dụng thước thẳng, compa vẽ chính xác tia phân giác, êke vẽ hình chiếu. Nếu học sinh quên khái niệm tia phân giác, hình chiếu một điểm trên một đường thẳng thì yêu cầu học sinh phải ôn tập bổ sung ngay;
- Hướng dẫn học sinh phân tích kết luận để tìm ra cách chứng minh.
- Hướng dẫn học sinh tìm tỉ số trung gian để chứng minh $\frac{AM}{AN} = \frac{DM}{DN}$

Hình vẽ:



Học sinh vẽ hình tóm tắt GT, KL bài toán

Sơ đồ phân tích:

$$a) \triangle ABM \sim \triangle ACN$$

↑

$\angle BAM = \angle CAN$ (AD là tia phân giác của góc A)

$$\angle BMA = \angle CNA = 90^\circ$$

Học sinh yếu lên bảng trình bày câu a

Để chứng minh câu b học sinh sẽ gặp khó khăn không thể chứng minh trực tiếp hai tỉ số bằng nhau được. Do vậy Giáo viên cần giúp học sinh phân tích chứng minh cùng bằng một tỉ số trung gian

$$b) \frac{AM}{AN} = \frac{DM}{DN}$$

↑

$$\frac{AM}{AN} = \frac{BM}{CN} \quad \text{và} \quad \frac{DM}{DN} = \frac{BM}{CN}$$

↑

↑

$$\triangle ABM \sim \triangle ACN; \triangle BMD \sim \triangle CND$$

↑

$$\angle BMD = \angle CND = 90^\circ$$

$$\angle BDM = \angle CDN \text{ (đối đỉnh)}$$

Giáo viên gọi học sinh trung bình lên bảng trình bày câu b

GT

$\triangle ABC$ có $AB < AC$
 $\angle BAD = \angle CAD$;
 $BM \perp AD, CN \perp AD$

KL

$$a) \triangle ABM \sim \triangle ACN$$

$$b) \frac{AM}{AN} = \frac{DM}{DN}$$

a) Xét $\triangle ABM$ và $\triangle ACN$, có:

$\angle BAM = \angle CAN$ (AD là tia phân giác của góc A)

$$\angle BMA = \angle CNA = 90^\circ$$

Vậy $\triangle ABM \sim \triangle ACN$

$$b) \text{ suy ra } \frac{AM}{AN} = \frac{DM}{DN} \quad (1)$$

Xét $\triangle BMD$ và $\triangle CND$, ta có :

$$\angle BMD = \angle CND = 90^\circ$$

$$\angle BDM = \angle CDN \text{ (đối đỉnh)}$$

Do đó $\triangle BMD \sim \triangle CND$

$$\text{Suy ra } \frac{DM}{DN} = \frac{BM}{CN} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{AM}{AN} = \frac{DM}{DN}$$

Giáo viên thay giả thiết gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu của B, C trên đường thẳng AD bằng giả thiết trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa điểm A, vẽ tia Cx sao cho $\angle BCx = \angle BAD$. Gọi I là giao điểm của Cx và AD ta được một nội dung bài toán mới như ví dụ 5.

Ví dụ 5:

Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$), có AD là đường phân giác trong. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa điểm A, vẽ tia Cx sao cho $\angle BCx = \angle BAD$. Gọi I là giao điểm của Cx và AD. Chứng minh rằng:

a) $\triangle ADB$ đồng dạng $\triangle CDI$.

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AI}$$

Mở rộng cho học sinh khá giỏi ở câu c

c) $AD^2 = AB.AC - BD.DC$

** Học sinh cần đạt qua bài tập*

- Vẽ hình bài toán chính xác theo giả thiết đề bài.
- Chứng minh được $\triangle ADB \sim \triangle CDI$ (g.g)
- Biết phân tích, lựa chọn chứng minh hai tam giác đồng dạng phù hợp suy ra các cạnh tương ứng tỉ lệ để chứng minh một hệ thức hình học.

*** Khó khăn học sinh gặp phải:**

- Học sinh yếu, trung bình vẽ hình sai theo giả thiết bài toán: Vẽ tia phân giác sai, không chọn nửa mặt phẳng phù hợp, thiếu kí hiệu hai góc bằng nhau
- Không vận dụng được trường hợp đồng dạng hợp lí để chứng minh $\triangle ADB$ đồng dạng $\triangle CDI$
- Lựa chọn hai tam giác đồng dạng không hợp lí nên không chứng minh

$$\text{được } \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AI}.$$

- Học sinh lúng túng trong việc chứng minh hệ thức hình học phức tạp như: $AD^2 = AB.AC - BD.DC$

*** Hướng khắc phục:**

- Giáo viên cho học sinh vẽ hình xác định GT, KL bài toán chú ý rèn học sinh sử dụng dụng cụ vẽ tia phân giác, hai góc bằng nhau, chọn nửa mặt phẳng phù hợp;
- Hướng dẫn học sinh tìm ra cách chứng minh hai tam giác đồng dạng hợp lí.

- Hướng dẫn học sinh tìm cặp tam giác cần chứng minh đồng dạng từ

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AI}$$

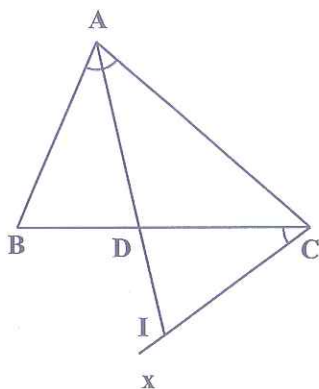
Cặp 1: Tam giác có ba đỉnh từ hai cạnh phía trên của tỉ số và tam giác có ba đỉnh từ hai cạnh phía dưới của tỉ số ($\triangle ADB$ và $\triangle AIC$);

Cặp 2: Tam giác có ba đỉnh từ hai cạnh của một tỉ số này và tam giác có ba đỉnh từ hai cạnh của tỉ số kia ($\triangle ADC$ và $\triangle ABI$);

Trong hai cặp đó có một cặp chứng minh đồng dạng dễ dàng hơn.

- Phân tích giả thiết bài toán để lựa chọn phương pháp chứng minh hai tam giác đồng dạng hợp lí (thể hiện ở sơ đồ phân tích)

Học sinh vẽ hình và ghi GT, KL bài toán:



a) $\triangle ADB$ đồng dạng $\triangle CDI$

↑

$$BAD = DCI (BAD = DCx)$$

$$BDA = CDI$$

b) Để chứng minh $\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AI}$ ta phải

tìm ra hai tam giác đồng dạng.

lấy hai cạnh trên tử và hai cạnh dưới mẫu lập thành hai tam giác và kiểm tra xem chúng có đó đồng dạng không? Hoặc ghép hai cạnh của một tỉ số xem chúng có đồng dạng không?

Từ đó học sinh lập sơ đồ phân tích

GT	$\triangle ABC$ có $AB < AC$
	$BAD = CAD$; $BCx = BAD$
KL	a) $\triangle ADB$ đồng dạng $\triangle CDI$.
	b) $\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AI}$
	c) $AD^2 = AB.AC - BD.DC$

a) Xét $\triangle ADB$ và $\triangle CDI$ có:

$$BAD = DCI (BAD = DCx)$$

$$BDA = CDI (\text{đối đỉnh})$$

Vậy $\triangle ADB \sim \triangle CDI$

b) Xét $\triangle ADB$ và $\triangle ACI$ có:

$$BAD = CAD (gt)$$

$$ABD = AIC (\text{vì } \triangle ADB \sim \triangle CDI)$$

Vậy $\triangle ADB \sim \triangle ACI$

$$\text{Nên } \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AI}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AI}$$

$$\Uparrow$$

$$\triangle ADB \sim \triangle ACI \text{ hoặc}$$

$$\triangle ADC \sim \triangle ABI$$

Nhưng rõ ràng ta sử dụng chứng minh

$$\triangle ADB \sim \triangle ACI \text{ dễ dàng hơn}$$

$$\Uparrow$$

$$\angle BAD = \angle CAD \text{ (gt)}$$

$$\angle ABD = \angle AIC \text{ (vì } \triangle ABD \sim \triangle CID)$$

$$\text{c) Ta có } AB.AC = ?$$

$$DB.DC = ?$$

$$\text{c) Vì } \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AI} \text{ nên } AB.AC = AD.AI$$

$$\text{Ta lại có } \triangle ABD \sim \triangle CID$$

Nên

$$\frac{AD}{DC} = \frac{DB}{DI} \Rightarrow DB.DC = AD.DI$$

Do đó

$$AB.AC - DB.DC = AD.AI - AD.DI$$

$$= AD.(AI - DI) = AD^2$$

$$\text{Vậy } AD^2 = AB.AC - DB.DC$$

Ví dụ 6: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A và AH là đường cao ($H \in BC$). Chứng minh:

$$\text{a) } \triangle BAH \sim \triangle BCA$$

$$\text{b) } AB^2 = BH.BC$$

$$\text{c) } AH^2 = BH.CH$$

* Học sinh cần đạt qua bài tập

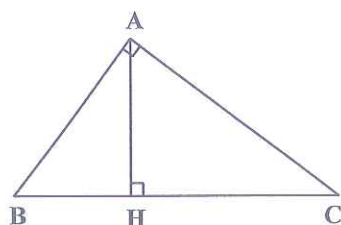
- Vẽ hình bài toán chính xác theo giả thiết đề bài.

- Chứng minh được $\triangle BAH \sim \triangle BCA$ (g.g)

- Biết phân tích, lựa chọn chứng minh hai tam giác đồng dạng phù hợp suy ra các cạnh tương ứng tỉ lệ để chứng minh một hệ thức hình học có dạng $a^2 = b.c$.

Học sinh đọc đề vẽ hình và tóm tắt

GT, KL bài toán



Sơ đồ phân tích:

$$\text{a) } \triangle BAH \sim \triangle BCA$$

$$\Uparrow$$

$$\angle ABH = \angle CBA \text{ (là góc B)}$$

GT	$\triangle ABC$ vuông tại A và AH là đường cao ($H \in BC$)
----	---

KL	a) $\triangle BAH \sim \triangle BCA$
----	---------------------------------------

KL	b) $AB^2 = BH.BC$
----	-------------------

KL	c) $AH^2 = BH.CH$
----	-------------------

Bài giải:

$$\text{a) Xét } \triangle BAH \text{ và } \triangle BCA$$

Ta có

$$\angle ABH = \angle CBA \text{ (là góc B)}$$

$$\angle AHB = \angle CAB = 90^\circ$$

$$\text{Vậy } \triangle BAH \sim \triangle BCA$$

$$\angle AHB = \angle CAB = 90^\circ$$

$$b) AB^2 = BH \cdot BC$$

$$\uparrow$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB}$$

$$\uparrow$$

$$\triangle BAH \sim \triangle BCA$$

$$c) AH^2 = BH \cdot CH$$

$$\uparrow$$

$$\frac{AH}{BH} = \frac{CH}{AH}$$

$$\uparrow$$

$$\triangle HAC \sim \triangle HBA$$

$$\uparrow$$

$$\angle AHC = \angle BHA = 90^\circ$$

$$\angle CAH = \angle B \text{ (cùng phụ } \angle BAH)$$

$$b) \text{ Suy ra } \frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB}$$

$$\Rightarrow AB^2 = BH \cdot BC$$

$$c) \text{ Xét } \triangle HAC \text{ và } \triangle HBA$$

Ta có :

$$\angle AHC = \angle BHA = 90^\circ$$

$$\angle CAH = \angle B \text{ (cùng phụ } \angle BAH)$$

$$\text{Vậy } \triangle HAC \sim \triangle HBA$$

$$\text{Suy ra } \frac{AH}{BH} = \frac{CH}{AH}$$

$$\text{Do đó } AH^2 = BH \cdot CH$$

* Nhận xét: Ngoài các hệ thức trên ta còn có thể chứng minh được các hệ thức khác $AC^2 = BC \cdot CH$ hoặc $AB \cdot AC = BC \cdot BH$. Đây là các hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông sẽ được học ở lớp 9 ta cần ghi nhớ để vận dụng.

Ví dụ 7: (Bài 53 trang 97SBT Toán 8, tập hai)

Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 12\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BD.

$$a) \text{ Chứng minh } \triangle AHB \sim \triangle BCD$$

$$b) \text{ Chứng minh } AD^2 = DH \cdot DB$$

$$c) \text{ Tính độ dài đoạn thẳng AH}$$

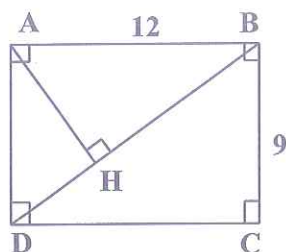
* Học sinh cần đạt qua bài tập

- Vẽ hình bài toán chính xác theo giả thiết đề bài.

- Vận dụng phù hợp các trường hợp đồng dạng của hai tam giác để chứng minh hai tam giác đồng dạng.

- Biết phân tích, lựa chọn chứng minh hai tam giác đồng dạng phù hợp suy ra các cạnh tương ứng tỉ lệ để chứng minh một hệ thức hình học có dạng $a^2 = b \cdot c$, tính độ dài đoạn thẳng.

Hình vẽ



Sơ đồ phân tích:

$$a) \triangle AHB \sim \triangle BCD$$

$\uparrow$

$$\angle AHB = \angle BCD = 90^\circ$$

$\angle ABH = \angle BDC$ (so le trong do $AB \parallel CD$)

$$b) AD^2 = DH \cdot DB$$

$\uparrow$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{DH}{AD}$$

$\uparrow$

$$\triangle HDA \sim \triangle ADB$$

$\uparrow$

$$\angle AHD = \angle DAB = 90^\circ$$

$$\angle ADH = \angle ADB \text{ (là góc ADB)}$$

Giáo viên hướng dẫn học sinh từ hai tam giác đồng dạng ở câu a lập tỉ lệ thức giữa các cạnh đã biết độ dài và cạnh cần tính

$$a) \quad AH = ? \leftarrow BD = ?$$

GT

Hình chữ nhật ABCD có
 $AB = 12\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$,
 $AH \perp BD$

KL

$$a) \triangle AHB \sim \triangle BCD$$

$$b) AD^2 = DH \cdot DB$$

$$c) \text{ Tính } AH = ?$$

Bài giải:

a) Ta có:

$$\angle AHB = \angle BCD = 90^\circ$$

$\angle ABH = \angle BDC$ (so le trong do $AB \parallel CD$)

Vậy $\triangle AHB \sim \triangle BCD$

b) Xét $\triangle HDA$ và $\triangle ADB$

$$\angle AHD = \angle DAB = 90^\circ$$

$\angle ADH = \angle ADB$ (là góc chung)

Do đó $\triangle HDA \sim \triangle ADB$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{DH}{AD}$$

Suy ra $AD^2 = DH \cdot DB$

c) Áp dụng định lí Pytago trong $\triangle BCD$ vuông tại C ta có

$$BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} \\ = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15\text{cm}$$

Do $\triangle AHB \sim \triangle BCD$ nên $\frac{AH}{BC} = \frac{AB}{BD}$

$$\Rightarrow AH = \frac{BC \cdot AB}{BD} = \frac{9 \cdot 12}{15} = 7,2\text{cm}$$

*** Phương pháp giải:**

Để chứng minh đẳng thức dạng $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; ad = bc; a^2 = bc$ ta thường nghĩ đến chứng minh hai tam giác đồng dạng. Việc lựa chọn hai tam giác đồng dạng được xác định thường chọn ba đỉnh từ hai cạnh nằm phía trên tử và ba đỉnh từ hai cạnh nằm phía dưới mẫu của tỉ lệ thức lập thành hai tam giác và kiểm tra xem chúng có đồng dạng hay không? Hoặc chọn ba đỉnh từ hai cạnh của một tỉ số xem chúng có đồng dạng không?

* Giáo viên hệ thống lại từ các bài tập từ ví dụ 1 đến ví dụ 7:

- Khắc sâu về các cách thức chứng minh, nhận biết hai tam giác đồng dạng đặc biệt là trường hợp đồng dạng thứ ba được dùng nhiều.
- Dùng định nghĩa hai tam giác đồng dạng suy ra các cặp góc tương ứng bằng nhau và các cạnh tương ứng tỉ lệ.
- Để chứng minh hai góc bằng nhau ta tìm cặp tam giác có chứa hai góc đó chứng minh đồng dạng.
- Để chứng minh đẳng thức hình học hay tính độ dài đoạn thẳng ta thiết lập tỉ lệ thức từ đẳng thức đó ta phải tìm ra các cặp tam giác đồng dạng.

Dạng 3: Bài tập vận dụng tam giác đồng dạng để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau (Bài tập phát triển trí lực học sinh ở mức độ vừa)

Giáo viên cho học sinh học tập một số phương pháp chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau từ việc vận dụng tam giác đồng dạng. Dạng bài tập này thường dùng ở câu cuối trong mỗi bài hình hoặc trong dạy bồi dưỡng học sinh giỏi Toán 8.

Phương pháp: Để chứng minh $a = b$ ta chứng minh $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ hoặc $\frac{c}{a} = \frac{c}{b}$ hoặc

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} \text{ và } x = y \text{ hoặc } \frac{a}{b} = 1$$

Ví dụ 8: Cho hình thang ABCD (AB//CD) có AC cắt BD tại O. Đường thẳng qua O song song với hai đáy hình thang cắt AD, BC theo thứ tự tại E, F. Chứng minh: OE = OF

*** Tác dụng của bài toán :**

-Về kiến thức:

+Củng cố lại các kiến thức : Hệ quả định lý Ta-lét, tính chất của tỉ lệ thức.

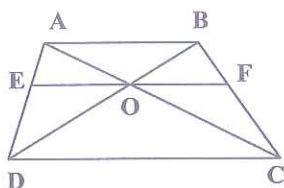
+Tập dượt cho học sinh cách chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau bằng

cách áp dụng kiến thức để chứng minh $a = b$ ta chứng minh $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ hoặc $\frac{c}{a} = \frac{c}{b}$

-Về kỹ năng: Vẽ hai đoạn thẳng song song, vẽ hình thang, chứng minh tỉ lệ thức, chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau.

- Về thái độ: Học sinh biết quan sát, dự đoán, trình bày chứng minh một bài toán chứng minh hình.

Hình vẽ:



Sơ đồ phân tích tìm lời giải

$$\begin{array}{c}
 OE = OF \\
 \Uparrow \\
 \frac{OE}{CD} = \frac{OF}{CD} \\
 \Uparrow \\
 \frac{OE}{CD} = \frac{OA}{AC}; \frac{OF}{CD} = \frac{OB}{BD}; \frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD} \\
 \Uparrow \quad \quad \quad \Uparrow \quad \quad \quad \Uparrow \\
 OE // CD \quad OF // CD \quad \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \Uparrow \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad AB // CD
 \end{array}$$

Nhận xét: ngoài ra ta cũng có thể chứng minh

$$\frac{OE}{AB} = \frac{OD}{BD}; \frac{OF}{AB} = \frac{OC}{AC}; \frac{OD}{BD} = \frac{OC}{AC}$$

từ đó suy ra

$$\frac{OE}{AB} = \frac{OF}{AB}$$

Nhận xét: Để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau bằng cách áp dụng kiến

thức để chứng minh $a = b$ ta chứng minh $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ hoặc $\frac{c}{a} = \frac{c}{b}$

Ví dụ 9: Cho hình chữ nhật ABCD và M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC. Trên tia đối của tia DC lấy điểm P tùy ý và gọi Q là giao điểm của PM và AC, E là giao điểm của QN và đường thẳng CD. Chứng minh: $PC = CE$

* Tác dụng của bài toán:

+ Về kiến thức: Học sinh

GT	hình thang ABCD($AB // CD$) có AC cắt BD tại O. $AB // EF // CD$
KL	$OE = OF$

Vì $AB // CD$ nên $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$ (hệ quả định lý Ta-lét)

$$\Rightarrow \frac{OA}{OA + OC} = \frac{OB}{OB + OD}$$

$$\text{hay } \frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD} \quad (1)$$

$$\text{Vì } OE // CD \text{ (} EF // CD \text{) nên } \frac{OE}{CD} = \frac{OA}{AC} \quad (2)$$

$$\text{Vì } OF // CD \text{ (} EF // CD \text{) nên } \frac{OF}{CD} = \frac{OB}{BD} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3) suy ra } \frac{OE}{CD} = \frac{OF}{CD}$$

$$\Rightarrow OE = OF$$

- Cùng cố lại các kiến thức: hình chữ nhật, tia đối, đường trung bình, hệ quả định lý Ta-lét.

- Tập dượt cho học sinh cách chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau bằng cách áp dụng kiến thức để chứng minh $a = b$

$$\text{ta chứng minh } \frac{a}{x} = \frac{b}{y} \text{ và } x = y$$

+ Về kỹ năng:

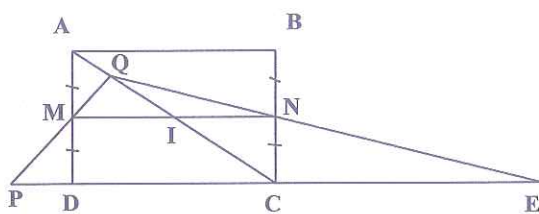
- Vẽ hình chữ nhật; vẽ trung điểm của một đoạn thẳng ;

- Trình bày chứng minh được: Đoạn thẳng bằng nhau bằng cách áp dụng kiến

thức để chứng minh $a = b$ ta chứng minh $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$ và $x = y$.

- Phát triển được trí lực qua các thao tác: Vẽ hình bài toán, dự đoán, tìm tòi phân tích và trình bày chứng minh.

Hình vẽ



Gọi I là giao điểm của AM và AC.

Sơ đồ phân tích:

$$\begin{array}{c} PC = CE \\ \Uparrow \\ MI = IN; \frac{MI}{PC} = \frac{IN}{CE} \\ \Uparrow \\ \frac{MI}{PC} = \frac{QI}{QC}; \frac{IN}{CE} = \frac{QI}{QC} \\ \Uparrow \qquad \qquad \Uparrow \\ MI//PC; \quad IN//CE \\ \Uparrow \\ MN//CD \end{array}$$

Hình chữ nhật ABCD có

MA=MD; BN = NC

GT PN cắt AC tại Q, QN cắt DC tại E.

KL PC = CE

Bài giải

Ta có AM//CN và AM = CN nên tứ giác AMCN là hình bình hành.

Gọi I là giao điểm của MN và AC.

Suy ra MI = IN; AI = IC

Ta có MI//PC (MI//CD) và IN//CE

Nên theo hệ quả của định lý Thales, ta có

$$\frac{MI}{PC} = \frac{QI}{QC}; \frac{IN}{CE} = \frac{QI}{QC}$$

$$\text{Suy ra } \frac{MI}{PC} = \frac{IN}{CE}$$

Mà MI = IN nên PC = CE

Nhận xét: Để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau bằng cách áp dụng kiến

thức để chứng minh $a = b$ ta chứng minh $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$ và $x = y$.

Ví dụ 10:

Cho $\triangle ABC$ có trung tuyến AM , phân giác trong AD ($M, D \in BC$). Trên tia BA , CA lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $BME = BAD$, $CDF = CAM$.

a) Chứng minh $BD \cdot BM = BA \cdot BE$.

b) Chứng minh $BE = CF$.

*** Tác dụng của bài toán:**

+ Về kiến thức: Học sinh

- Củng cố lại các kiến thức: Đường trung tuyến, tính chất đường phân giác của tam giác, trường hợp đồng dạng thứ ba của hai tam giác.

- Tập dượt cho học sinh cách chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau bằng cách áp dụng kiến thức để chứng minh $a = b$ ta chứng minh $\frac{a}{b} = 1$.

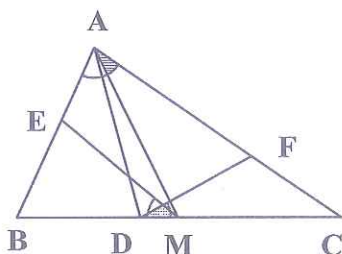
+ Về kỹ năng:

- Vẽ trung tuyến, đường phân giác của tam giác, vẽ hai góc bằng nhau.

- Trình bày chứng minh được: Hai tam giác đồng dạng, đẳng thức hình học, hai đoạn thẳng bằng nhau bằng cách áp dụng kiến thức để chứng minh $a = b$ ta chứng minh $\frac{a}{b} = 1$.

- Phát triển được trí lực qua các thao tác: Vẽ hình bài toán, dự đoán, tìm tòi phân tích và trình bày chứng minh.

Giáo viên cho học sinh vẽ hình, ghi GT, KL bài toán



Học sinh dễ dàng phân tích chứng minh câu a như đã hướng dẫn ở dạng 2 chứng minh một hệ thức hình học.

Giáo viên hướng dẫn học sinh chứng minh câu b

GT	$\triangle ABC$ có trung tuyến AM , phân giác trong AD ($M, D \in BC$) $BME = BAD$, $CDF = CAM$
KL	a) $BD \cdot BM = BA \cdot BE$. b) $BE = CF$.

a) Chứng minh $BD \cdot BM = BA \cdot BE$.

Xét $\triangle BEM$ và $\triangle BDA$ có:

$\angle EBM = \angle ABD$ (góc chung)

$\angle BME = \angle BAD$ (gt)

Vậy $\triangle BEM \sim \triangle BAD$

Suy ra $\frac{BE}{BD} = \frac{BM}{BA}$

Do vậy $BD \cdot BM = BA \cdot BE$ (1)

b) Chứng minh $BE = CF$

Xét $\triangle CDF$ và $\triangle CAM$ có:

$\angle FCD = \angle ACM$ (góc chung)

$\angle CDF = \angle CAM$ (gt)

Học sinh dễ dàng phân tích chứng minh $CD \cdot CM = CA \cdot CF$

Thiết lập tỉ số $\frac{BE}{CF}$

Ta có $\frac{BD}{CD} = ?$

Vậy $\triangle CDF \sim \triangle CAM$

Suy ra $\frac{CD}{CA} = \frac{CF}{CM}$

Do vậy $CD \cdot CM = CA \cdot CF$ (2)

Chia (1) cho (2) vế theo vế ta được

$\frac{BD}{CD} = \frac{BA \cdot BE}{CA \cdot CF}$ (Vì $BM = CM$) (*)

Vì AD là đường phân giác của $\angle BAC$

nên $\frac{BD}{CD} = \frac{BA}{CA}$ (**)

Từ (*) và (**) ta suy ra $\frac{BE}{CF} = 1$

Vậy $BE = CF$ (đpcm)

Nhận xét: Để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau bằng cách áp dụng kiến

thức để chứng minh $a = b$ ta chứng minh $\frac{a}{b} = 1$

2.4. Kết quả thực hiện.

Việc áp dụng sáng kiến “Giúp học sinh tháo gỡ khó khăn khi vận dụng kiến thức tam giác đồng dạng vào giải một số dạng toán chứng minh Hình học 8” đã giúp học sinh tự tìm ra kiến thức một cách độc lập tích cực. Do đó học sinh hứng thú, hiểu bài sâu sắc từ đó vận dụng tốt các phương pháp trên để giải các bài toán và dạng bài toán có liên quan đến hai tam giác đồng dạng. Đặc biệt với mỗi bài toán đưa ra các em luôn tìm tòi nhiều cách giải khác nhau và lựa chọn cách giải tối ưu nhất để làm. Qua thực tế dạy đối chứng và kiểm tra tôi thấy chất lượng học tập được nâng lên một cách rõ rệt, số học sinh yêu thích toán ngày càng nhiều, học sinh ngày càng hăng say học toán hơn.

Cụ thể lớp 8E:

Trước khi thực hiện đề tài này chỉ có 10/36 em học sinh (chiếm 28%) biết cách làm nhưng chưa tới đích.

Sau khi thực hiện đề tài này có 31/36 em học sinh (chiếm 86%) làm thành thạo và có lời giải chính xác.

Trước khi làm đề tài

Lớp	Sĩ số	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10
8E	36	8 = 22%	18 = 50%	10 = 28%	0 = 0%	0 = 0%

Sau khi làm đề tài

Lớp	Sĩ số	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10
8E	36	0	5 = 14%	10 = 28%	15 = 42%	6 = 16%

3. Kết luận và khuyến nghị.

3.1. Kết luận:

Trong giai đoạn mới hiện nay, đổi mới phương pháp giảng dạy là nhiệm vụ hết sức quan trọng, bản thân tôi mong muốn làm thế nào để nâng cao chất lượng của học sinh nên tôi cố gắng tìm tòi và ứng dụng những cái mới. Để làm tốt được bài tập sử dụng kiến thức hai tam giác đồng dạng này học sinh cần phải nắm chắc các kiến thức cơ bản như : Định nghĩa, tính chất, các trường hợp đồng dạng của hai tam giác...

Đối với học sinh cần khơi dậy niềm hứng thú đam mê qua từng tiết học, bài tập cụ thể, hoàn thành các bài tập được giao, trao đổi thẳng thắn trực tiếp phần kiến thức mà mình đã lĩnh hội được, những khó khăn vướng mắc khi thực hiện phần bài tập được giao, trao đổi những thông tin với bạn học qua đó rút ra phương pháp học tập phù hợp để đạt được kết quả cao. Tuy nhiên trong quá trình làm học sinh cần vận dụng linh hoạt nội dung kiến thức trên vào từng bài cho phù hợp, có như vậy mới đạt được hiệu quả tốt.

Với sáng kiến kinh nghiệm này sẽ giúp học sinh dễ phân dạng, tiếp thu nhanh hơn và thấy được trong từng bài toán ta nên áp dụng kiến thức nào cho phù hợp. Mỗi dạng toán tôi chọn 1 số bài toán cơ bản điển hình để học sinh hiểu cách làm, song sau khi giải giáo viên nên chỉ ra đặc điểm, hướng giải quyết để khi gặp các bài tương tự hoặc dần nâng cao lên học sinh có thể liên hệ được và từ đó biết cách giải các bài toán dạng này.

3.2. Khuyến nghị:

Qua nghiên cứu và thực tế áp dụng dạy học tôi có khuyến nghị như sau:

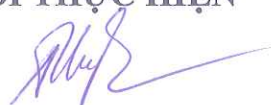
- Đề nghị nhà trường trang bị mỗi phòng học một máy chiếu projector.
- Yêu cầu cung cấp sách tham khảo về các dạng toán cơ bản và nâng cao của lớp 8.

Trên đây là một vài kinh nghiệm nhỏ của bản thân tôi tự rút ra khi dạy phần hai tam giác đồng dạng, cùng với sự góp ý của đồng nghiệp hy vọng rằng đề tài của tôi sẽ góp phần tăng thêm hiệu quả học tập của học sinh. Do khả năng và kinh nghiệm chưa nhiều nên không tránh khỏi những thiếu sót, rất mong nhận được sự quan tâm góp ý của đồng nghiệp và hội đồng khoa học các cấp để những năm tới kết quả tốt hơn.

Tôi xin trân thành cảm ơn !

Hà Nội, ngày 16 tháng 4 năm 2023

NGƯỜI THỰC HIỆN



Trần Thị Huyền

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Sách giáo khoa Toán 8, sách giáo viên môn Toán 8.
- Sách bài tập Toán 8 (Nhà xuất bản Giáo dục - năm 2004)
- Các Tạp chí Giáo dục, Nghiên cứu giáo dục.
- Tham khảo một số tài liệu trên internet.