



ĐỖ ĐỨC THÁI

BÀI TẬP

Toán 7

TẬP MỘT

$$a + (b + c) = a + b + c; a + (b - c) = a + b - c$$

$$a - (b + c) = a - b - c; a - (b - c) = a - b + c$$



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

ĐỖ ĐỨC THÁI

BÀI TẬP

Toán 7

TẬP MỘT

Cánh Diều

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM



LỜI NÓI ĐẦU

Sách **Bài tập Toán 7** (gồm hai tập) được biên soạn tương thích với sách giáo khoa Toán 7 (Tổng Chủ biên kiêm Chủ biên – GS.TSKH Đỗ Đức Thái). Nội dung sách hướng đến tạo cơ hội hình thành và phát triển năng lực toán học, phát huy hứng thú học tập, tính chủ động và tiềm năng của mỗi học sinh; bảo đảm tính tích hợp, phân hoá trong dạy học bộ môn Toán.

Nội dung mỗi bài trong sách được thể hiện qua các phần: A. Kiến thức cần nhớ – B. Ví dụ – C. Bài tập.

Các bài tập cơ bản gồm những bài tập giúp học sinh củng cố, kết nối các kiến thức cốt lõi, trọng tâm được học trong mỗi chủ đề. Ngoài ra, có những bài tập nâng cao (được đánh dấu *) ở mức độ vận dụng phát triển và gắn với một số ứng dụng của toán học trong đời sống. Qua đó tạo cơ hội để học sinh nâng cao dần năng lực tư duy, vận dụng giải quyết vấn đề và hình thành niềm yêu thích môn Toán. Những bài tập đó cũng cung cấp tư liệu để các thầy cô giáo dạy học phân hoá, bồi dưỡng học sinh khá, giỏi.

Tác giả hi vọng sách có thể giúp học sinh học tốt môn Toán theo định hướng phát triển năng lực, đồng thời hỗ trợ tài liệu cho các thầy cô giáo, cha mẹ học sinh nhằm tham gia vào việc nâng cao khả năng tự học, tự thực hành giải quyết vấn đề trên lớp, ở nhà cho học sinh.

Mặc dù đã có nhiều cố gắng trong khi biên soạn, song cuốn sách khó tránh khỏi sơ suất, rất mong nhận được sự góp ý của đông đảo bạn đọc để cuốn sách được hoàn thiện hơn trong các lần tái bản sau.

Mọi ý kiến đóng góp xin gửi về: Công ty Cổ phần Đầu tư Xuất bản – Thiết bị Giáo dục Việt Nam, tầng 5, toà nhà hỗn hợp AZ Lâm Viên, 107 đường Nguyễn Phong Sắc, phường Dịch Vọng Hậu, quận Cầu Giấy, TP. Hà Nội.

Xin chân thành cảm ơn.

Tác giả



Chương I

SỐ HỮU TỈ

§1 TẬP HỢP $\mathbb{Q}$ CÁC SỐ HỮU TỈ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Số hữu tỉ

- Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.
- Tập hợp các số hữu tỉ được kí hiệu là $\mathbb{Q}$.
- Mỗi số nguyên là một số hữu tỉ.
- Các phân số bằng nhau cùng biểu diễn một số hữu tỉ.

Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

- Có thể biểu diễn mọi số hữu tỉ trên trục số.
- Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỉ a được gọi là điểm a .

Số đối của một số hữu tỉ

- Trên trục số, hai số hữu tỉ (phân biệt) có điểm biểu diễn nằm về hai phía của điểm gốc 0 và cách đều điểm gốc 0 được gọi là hai số đối nhau.
- Số đối của số hữu tỉ a , kí hiệu là $-a$. Số đối của số $-a$ là số a , tức là $-(-a) = a$.
- Số đối của số 0 là 0.

So sánh các số hữu tỉ

- Trong hai số hữu tỉ khác nhau luôn có một số nhỏ hơn số kia.
 - + Số hữu tỉ lớn hơn 0 gọi là số hữu tỉ dương.
 - + Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 gọi là số hữu tỉ âm.
 - + Số hữu tỉ 0 không là số hữu tỉ dương, cũng không là số hữu tỉ âm.
 - + Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$.

– Cách so sánh hai số hữu tỉ:

+ Khi hai số hữu tỉ cùng là phân số hoặc cùng là số thập phân, ta so sánh chúng theo những quy tắc đã biết ở lớp 6;

+ Ngoài hai trường hợp trên, để so sánh hai số hữu tỉ, ta viết chúng về cùng dạng phân số (hoặc cùng dạng số thập phân) rồi so sánh chúng.

– Cũng như số nguyên, đối với hai số hữu tỉ x và y , ta có:

+ Trên trục số nằm ngang, nếu $x < y$ hay $y > x$ thì điểm x nằm bên trái điểm y ;

+ Trên trục số thẳng đứng, nếu $x < y$ hay $y > x$ thì điểm x nằm phía dưới điểm y .

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Các số 0 ; 45 ; $\frac{9\,865}{899}$; $\frac{-3}{-790}$; $1\frac{3}{11}$; $7,718$; $-4,35$ có là số hữu tỉ không? Vì sao?

Giải

Các số đã cho là số hữu tỉ vì ngoài $\frac{9\,865}{899}$; $\frac{-3}{-790}$ đã được viết dưới dạng phân số, mỗi số còn lại cũng viết được dưới dạng phân số. Cụ thể là:

$$0 = \frac{0}{1}; \quad 45 = \frac{45}{1}; \quad 1\frac{3}{11} = \frac{14}{11}; \quad 7,718 = \frac{7\,718}{1\,000}; \quad -4,35 = \frac{-435}{100}.$$

Ví dụ 2 Biểu diễn mỗi số hữu tỉ sau trên trục số:

a) $\frac{2}{3}$;

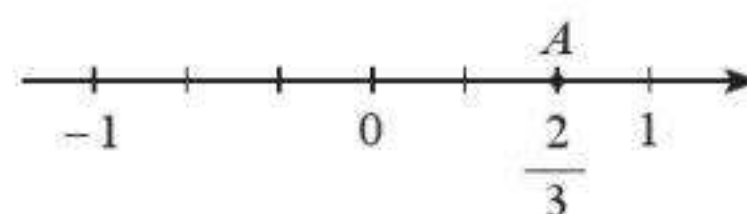
b) $\frac{-3}{5}$;

c) $1,25$.

Giải

a) Để biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{3}$ trên trục số, ta làm như sau (xem Hình 1):

- Chia đoạn thẳng đơn vị (chẳng hạn đoạn từ điểm 0 đến điểm 1) thành ba phần bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (đơn vị mới bằng $\frac{1}{3}$ đơn vị cũ);

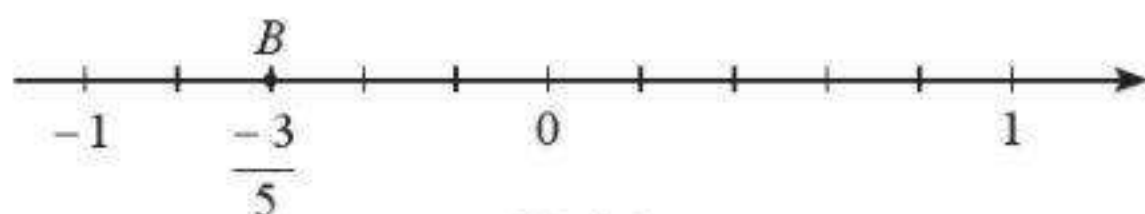


Hình 1

- Đi theo chiều dương của trục số, bắt đầu từ điểm 0 , ta lấy 2 đơn vị mới đến điểm A . Điểm A biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{3}$.

b) Để biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{3}{5}$ trên trục số, ta làm như sau (xem Hình 2):

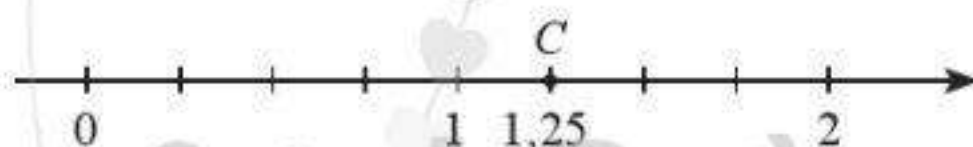
- Chia đoạn thẳng đơn vị (chẳng hạn đoạn từ điểm 0 đến điểm 1) thành năm phần bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (đơn vị mới bằng $\frac{1}{5}$ đơn vị cũ);
- Đi theo chiều âm của trục số, bắt đầu từ điểm 0, ta lấy 3 đơn vị mới đến điểm B. Điểm B biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{3}{5}$.



Hình 2

c) Để biểu diễn số hữu tỉ 1,25 trên trục số, ta làm như sau (xem Hình 3):

- Viết 1,25 dưới dạng phân số tối giản $1,25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$;
- Chia đoạn thẳng đơn vị (chẳng hạn đoạn từ điểm 0 đến điểm 1) thành bốn phần bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (đơn vị mới bằng $\frac{1}{4}$ đơn vị cũ);
- Đi theo chiều dương của trục số, bắt đầu từ điểm 0, ta lấy 5 đơn vị mới đến điểm C. Điểm C biểu diễn số hữu tỉ 1,25.



Hình 3

Ví dụ 3 Tìm số đối của mỗi số hữu tỉ sau: $\frac{4}{3}$; $\frac{11}{8}$; $-\frac{5}{7}$; 1,2; -15,66.

Giải

Số đối của các số hữu tỉ $\frac{4}{3}$; $\frac{11}{8}$; $-\frac{5}{7}$; 1,2; -15,66 lần lượt là: $-\frac{4}{3}$; $-\frac{11}{8}$; $\frac{5}{7}$; -1,2; 15,66.

Ví dụ 4 So sánh:

a) $\frac{35}{101}$ và $\frac{139}{303}$;

c) $-\frac{32}{19}$ và $\frac{23}{32}$;

e) 0,1 và $\frac{176}{451}$;

b) $\frac{11}{-13}$ và $\frac{-14}{15}$;

d) -1,561 và -1,5611;

g) -0,3 và $-\frac{19}{38}$.

Giải

a) Ta có: $\frac{35}{101} = \frac{105}{303}$.

Do $\frac{105}{303} < \frac{139}{303}$ nên $\frac{35}{101} < \frac{139}{303}$.

b) Ta có: $\frac{11}{-13} = \frac{-11}{13} = \frac{-165}{195}$; $\frac{-14}{15} = \frac{-182}{195}$.

Do $\frac{-165}{195} > \frac{-182}{195}$ nên $\frac{11}{-13} > \frac{-14}{15}$.

c) Do $\frac{-32}{19} < 0$ và $\frac{23}{32} > 0$ nên $\frac{-32}{19} < \frac{23}{32}$.

d) Ta có: $-1,561 = -1,5610$.

Do $-1,5610 > -1,5611$ nên $-1,561 > -1,5611$.

e) Ta có: $0,1 = \frac{1}{10} = \frac{451}{4\,510}$; $\frac{176}{451} = \frac{1\,760}{4\,510}$.

Do $\frac{451}{4\,510} < \frac{1\,760}{4\,510}$ nên $0,1 < \frac{176}{451}$.

g) Ta có: $-\frac{19}{38} = -0,5$.

Do $-0,3 > -0,5$ nên $-0,3 > -\frac{19}{38}$.

Ví dụ 5

a) Sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần: $\frac{5}{3}$; $-\frac{3}{4}$; 2.

b) Trong ba điểm A, B, C trên trục số ở Hình 4 có một điểm biểu diễn số hữu tỉ $\frac{5}{3}$.
Hãy xác định điểm đó.



Hình 4

Giải

a) Ta có $\frac{5}{3} > 0$ và $-\frac{3}{4} < 0$ nên $\frac{5}{3} > -\frac{3}{4}$.

Mặt khác, ta lại có $2 = \frac{6}{3}$ và $\frac{6}{3} > \frac{5}{3}$ nên $2 > \frac{5}{3}$.

Suy ra: $-\frac{3}{4} < \frac{5}{3} < 2$.

Vậy các số đã cho được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là: $-\frac{3}{4}; \frac{5}{3}; 2$.

- b) Do $-\frac{3}{4} < \frac{5}{3} < 2$ nên điểm $\frac{5}{3}$ nằm bên phải điểm $-\frac{3}{4}$ và nằm bên trái điểm 2 trên trục số. Trong ba điểm A, B, C chỉ có điểm B thỏa mãn hai điều kiện đó. Vậy điểm B biểu diễn số hữu tỉ $\frac{5}{3}$.

C. BÀI TẬP

1. Các số $0,5; 11; 3,111; 4\frac{5}{7}; -34; -1,3; -\frac{1}{-3}; -\frac{9}{8}$ có là số hữu tỉ không? Vì sao?

2. Chọn kí hiệu “ $\in$ ”, “ $\notin$ ” thích hợp cho $\boxed{?}$:

a) $-13 \boxed{?} \mathbb{N};$

b) $-345\,987 \boxed{?} \mathbb{Z};$

c) $0 \boxed{?} \mathbb{Q};$

d) $10\frac{34}{75} \boxed{?} \mathbb{Q};$

e) $\frac{301}{756} \boxed{?} \mathbb{Z};$

g) $\frac{13}{-499} \boxed{?} \mathbb{Q};$

h) $-11,01 \boxed{?} \mathbb{Z};$

i) $\frac{-21}{-128} \boxed{?} \mathbb{Q};$

k) $0,3274 \boxed{?} \mathbb{Q}.$

3. Trong giờ học nhóm, ba bạn An, Bình, Chi đã lần lượt phát biểu như sau:

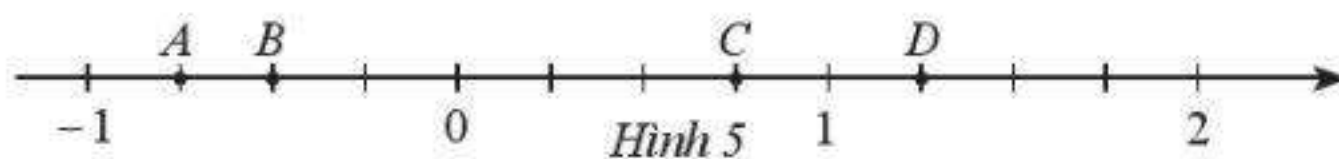
– An: “Số 0 là số nguyên và không phải là số hữu tỉ.”

– Bình: “Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$.”

– Chi: “Mỗi số nguyên là một số hữu tỉ.”

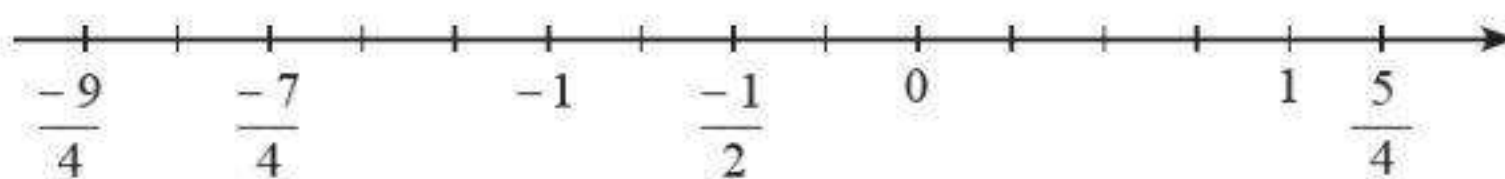
Theo em, bạn nào phát biểu đúng, bạn nào phát biểu sai? Vì sao?

4. Quan sát trục số ở Hình 5, điểm nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{4}$?



5. Tìm số đối của mỗi số hữu tỉ sau: $\frac{37}{221}; \frac{-93}{1\,171}; \frac{87}{-19\,543}; 41,02; -791,8$.

6. Biểu diễn số đối của mỗi số hữu tỉ đã cho trên trục số ở Hình 6.



7. So sánh:

a) $3\frac{2}{11}$ và 3,2;

b) $\frac{-5}{211}$ và -0,01;

c) $\frac{105}{-15}$ và -7,112;

d) -943,001 và 943,0001.

8. Sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần:

a) $3\frac{2}{11}$; $2\frac{1}{12}$; $\frac{15}{21}$; $\frac{17}{21}$;

b) -5,12; 0,534; -23; 123; 0; 0,543.

9. Sắp xếp các số sau theo thứ tự giảm dần:

a) $\frac{2}{15}$; $\frac{2}{3}$; $-\frac{7}{8}$; $\frac{5}{6}$; $-\frac{7}{9}$;

b) $\frac{19}{22}$; 0,5; $-\frac{1}{4}$; -0,05; $2\frac{1}{6}$.

10*. Cho số hữu tỉ $y = \frac{2a-4}{3}$ (a là số nguyên). Với giá trị nào của a thì:

a) y là số nguyên?

b) y không là số hữu tỉ âm và cũng không là số hữu tỉ dương?

§2 CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Cộng, trừ hai số hữu tỉ. Quy tắc chuyển vế

– Để cộng, trừ hai số hữu tỉ, ta có thể viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ phân số. Tuy nhiên, khi hai số hữu tỉ cùng viết ở dạng số thập phân (với hữu hạn chữ số khác 0 ở phần thập phân) thì ta có thể cộng, trừ hai số đó theo quy tắc cộng, trừ số thập phân.

– Tính chất của phép cộng các số hữu tỉ: giao hoán, kết hợp, cộng với số 0, cộng với số đối.

– Phép trừ cho một số hữu tỉ là phép cộng với số đối của số hữu tỉ đó. Trong một biểu thức số chỉ gồm phép cộng và phép trừ, ta có thể thay đổi tùy ý vị trí các số hạng kèm theo dấu của chúng.

– Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó.

Nhân, chia hai số hữu tỉ

– Để nhân, chia hai số hữu tỉ, ta có thể viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc nhân, chia phân số. Tuy nhiên, khi hai số hữu tỉ cùng viết ở dạng số thập phân (với hữu hạn chữ số khác 0 ở phần thập phân) thì ta có thể nhân, chia hai số đó theo quy tắc nhân, chia số thập phân.

– Tính chất của phép nhân các số hữu tỉ: giao hoán, kết hợp, nhân với số 1, phân phối của phép nhân đối với phép cộng và phép trừ.

– Số nghịch đảo của số hữu tỉ a khác 0 kí hiệu là $\frac{1}{a}$. Ta có: $a \cdot \frac{1}{a} = 1$.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Tính:

a) $\frac{3}{7} + \left(-\frac{5}{6}\right)$;

b) $5,28 - 1,545$;

c) $-\frac{11}{6} + 1,75$;

d) $-2,593 - \frac{2}{5}$.

Giải

a) $\frac{3}{7} + \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{3}{7} + \frac{-5}{6} = \frac{18}{42} + \frac{-35}{42} = \frac{-17}{42}$.

b) $5,28 - 1,545 = 3,735$.

c) Ta có: $1,75 = \frac{175}{100} = \frac{7}{4}$.

Do đó: $-\frac{11}{6} + 1,75 = -\frac{11}{6} + \frac{7}{4} = \frac{-22}{12} + \frac{21}{12} = \frac{-1}{12}$.

d) Ta có: $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$.

Do đó: $-2,593 - \frac{2}{5} = -2,593 - 0,4 = -2,993$.

Ví dụ 2 Tính:

a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{-5}{11}$;

b) $1,6 : (-0,4)$;

c) $0,443 \cdot \frac{1}{5}$;

d) $-\frac{2}{3} : 2,75$.

Giải

a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{-5}{11} = \frac{-15}{77}$.

b) $1,6 : (-0,4) = -4$.

c) Ta có: $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0,2$.

Do đó: $0,443 \cdot \frac{1}{5} = 0,443 \cdot 0,2 = 0,0886$.

d) Ta có: $2,75 = \frac{275}{100} = \frac{11}{4}$.

Do đó: $-\frac{2}{3} : 2,75 = -\frac{2}{3} : \frac{11}{4} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{11} = -\frac{8}{33}$.

Ví dụ 3 Tính một cách hợp lí:

a) $0,7 + \frac{-7}{19} - (-0,3)$;

b) $\frac{5}{3} \cdot (-2,5) : \frac{5}{6}$;

c) $0,6 \cdot \frac{-5}{17} - \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{17}$.

Giải

a) $0,7 + \frac{-7}{19} - (-0,3) = 0,7 + \frac{-7}{19} + 0,3 = (0,7 + 0,3) + \frac{-7}{19}$
 $= 1 + \frac{-7}{19} = \frac{19}{19} + \frac{-7}{19} = \frac{12}{19}$.

b) $\frac{5}{3} \cdot (-2,5) : \frac{5}{6} = \frac{5}{3} \cdot (-2,5) \cdot \frac{6}{5} = \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{6}{5}\right) \cdot (-2,5) = 2 \cdot (-2,5) = -5$.

c) Ta có: $0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$. Do đó:

$$0,6 \cdot \frac{-5}{17} - \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{17} = \frac{3}{5} \cdot \frac{-5}{17} - \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{17} = \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{-5}{17} - \frac{12}{17}\right) = \frac{3}{5} \cdot (-1) = -\frac{3}{5}.$$

Ví dụ 4 Tìm số hữu tỉ x, biết:

a) $x + \frac{7}{3} = \frac{1}{5}$;

b) $x - 2,5 = \frac{6}{7}$;

c) $x \cdot (-0,6) = 4,2$;

d) $(-1,25) : x = \frac{1}{2}$.

Giải

a) $x + \frac{7}{3} = \frac{1}{5}$
 $x = \frac{1}{5} - \frac{7}{3}$

b) $x - 2,5 = \frac{6}{7}$
 $x - \frac{5}{2} = \frac{6}{7}$

$$x = \frac{3}{15} - \frac{35}{15}$$

$$x = \frac{-32}{15}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{-32}{15}$$

$$x = \frac{6}{7} + \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{12}{14} + \frac{35}{14}$$

$$x = \frac{47}{14}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{47}{14}$$

$$\text{c) } x \cdot (-0,6) = 4,2$$

$$x = 4,2 : (-0,6)$$

$$x = -7$$

$$\text{Vậy } x = -7$$

$$\text{d) } (-1,25) : x = \frac{1}{2}$$

$$(-1,25) : x = 0,5$$

$$x = (-1,25) : 0,5$$

$$x = -2,5$$

$$\text{Vậy } x = -2,5$$

C. BÀI TẬP

11. Tính:

$$\text{a) } -6,07 + 3,58;$$

$$\text{b) } \frac{3}{5} + (-4);$$

$$\text{c) } 1\frac{3}{5} - \frac{-7}{11};$$

$$\text{d) } \frac{-7}{13} + 0,6;$$

$$\text{e) } -1,221 \cdot \frac{2}{-5};$$

$$\text{g) } \frac{-17}{7} : 0,25.$$

12. So sánh giá trị của các biểu thức sau:

$$A = 10\frac{5}{7} \cdot (-0,7); \quad B = 2\frac{4}{5} : (-0,4); \quad C = (-4,5) \cdot 1\frac{31}{45}$$

13. Tính một cách hợp lí:

$$\text{a) } \frac{-3}{11} + 0,35 - \frac{8}{11};$$

$$\text{b) } \frac{9}{19} - 1,251 + \frac{10}{19} + 1,251;$$

$$\text{c) } -8 \cdot \frac{24}{7} \cdot 0,125;$$

$$\text{d) } 0,25 \cdot \frac{7}{15} - \frac{1}{4} \cdot \frac{-8}{15} + 2,75.$$

14. Tìm số hữu tỉ x , biết:

$$\text{a) } \frac{3}{7} + x = -1,5;$$

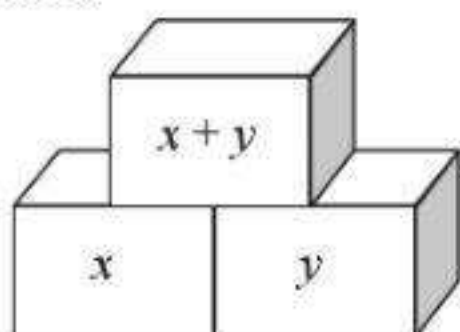
$$\text{b) } 3\frac{1}{5} - x = 1,6 + \frac{7}{10};$$

$$\text{c) } x \cdot \frac{14}{3} = 2,5;$$

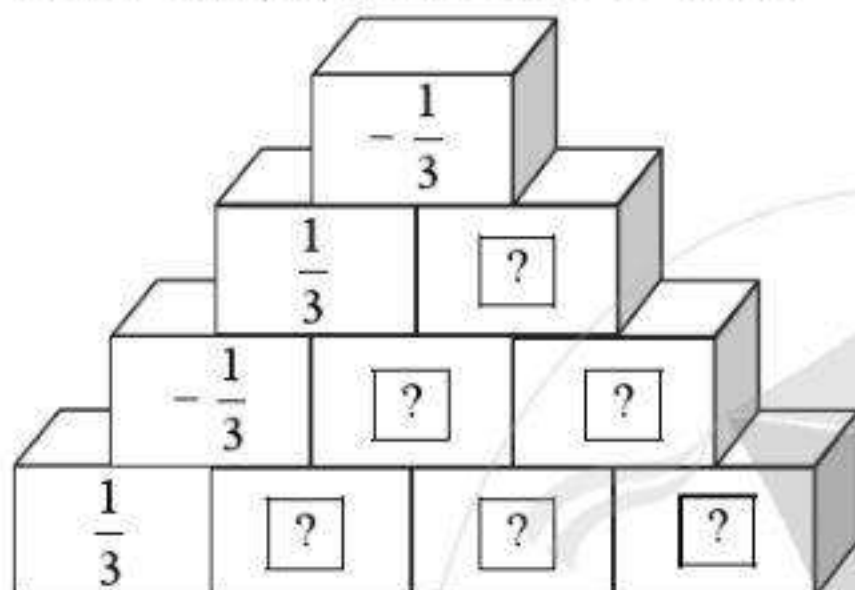
$$\text{d) } x : \left(-\frac{3}{5}\right) = 1\frac{1}{4}.$$

15. Tìm số thích hợp cho $\boxed{?}$ trong các hình tháp dưới đây theo quy tắc.

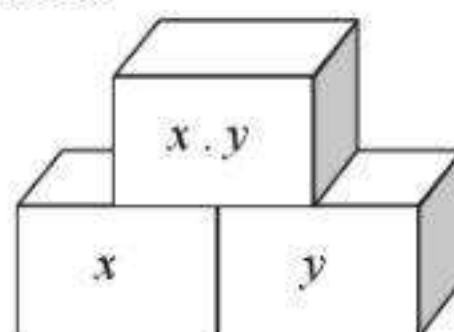
Quy tắc 1:



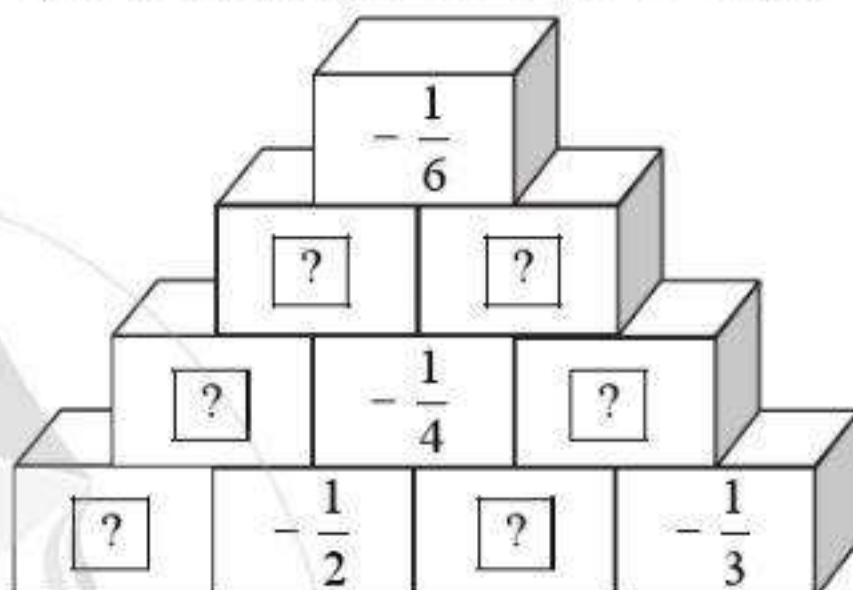
a) Áp dụng Quy tắc 1, ta có tháp:



Quy tắc 2:



b) Áp dụng Quy tắc 2, ta có tháp:



16. Một vệ tinh nhân tạo bay xung quanh Trái Đất ở độ cao 330 km so với mặt đất. Hỏi sau khi bay được đúng một vòng quanh Trái Đất thì vệ tinh đã bay được khoảng bao nhiêu ki-lô-mét? Biết rằng bán kính Trái Đất xấp xỉ 6 371 km (lấy $\pi = 3,14$).

17. Mẹ bạn Ngân gửi vào ngân hàng 20 triệu đồng với kì hạn 1 năm, lãi suất 7,8%/năm.

a) Tính số tiền cả gốc và lãi của mẹ bạn Ngân rút ra sau khi hết kì hạn 1 năm.

b) Sau kì hạn 1 năm, mẹ bạn Ngân rút ra $\frac{3}{40}$ số tiền (cả gốc và lãi) để mua một chiếc xe đạp thưởng cho bạn Ngân vì kết quả học tập đạt mức Tốt. Tính giá của chiếc xe đạp mà mẹ bạn Ngân đã mua.

18. Một chiếc máy tính có giá niêm yết là 14 triệu đồng (đã bao gồm thuế VAT). Trong tuần lễ khai trương cửa hàng, chiếc máy tính đó được giảm giá 10% của giá niêm yết và nếu khách hàng mua hàng trực tuyến (giao hàng miễn phí) thì được giảm thêm 5% của giá niêm yết. Tính số tiền bác Lan phải trả khi mua hàng trực tuyến chiếc máy tính đó trong tuần lễ khai trương cửa hàng.



PHÉP TÍNH LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Phép tính lũy thừa với số mũ tự nhiên

Với n là một số tự nhiên lớn hơn 1, lũy thừa bậc n của một số hữu tỉ x , kí hiệu là x^n , là tích của n thừa số x :

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{n \text{ thừa số } x} \quad (x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1).$$

Số x được gọi là cơ số, n được gọi là số mũ.

Quy ước: $x^1 = x$; $x^0 = 1$ ($x \neq 0$).

Tích và thương của hai lũy thừa cùng cơ số

– Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng các số mũ:

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}.$$

– Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số (khác 0), ta giữ nguyên cơ số và lấy số mũ của lũy thừa bị chia trừ đi số mũ của lũy thừa chia:

$$x^m : x^n = x^{m-n} \quad (x \neq 0; m \geq n).$$

Lũy thừa của một lũy thừa

Khi tính lũy thừa của một lũy thừa, ta giữ nguyên cơ số và nhân hai số mũ:

$$(x^m)^n = x^{m \cdot n}.$$

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Viết mỗi tích sau dưới dạng một lũy thừa:

a) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3};$

b) $(-1,4) \cdot (-1,4) \cdot (-1,4) \cdot (-1,4).$

Giải

a) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^5.$

b) $(-1,4) \cdot (-1,4) \cdot (-1,4) \cdot (-1,4) = (-1,4)^4.$

Ví dụ 2 Một khối kim loại có dạng hình lập phương với độ dài cạnh là $\frac{1}{5}$ m.

Mỗi xăng-ti-mét khối kim loại đó nặng 0,0062 kg. Khối kim loại đó nặng bao nhiêu ki-lô-gam?

Giải

Đổi: $\frac{1}{5} \text{ m} = 20 \text{ cm}$.

Thể tích của khối kim loại đỏ là:

$$20 \cdot 20 \cdot 20 = 8\,000 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Khối lượng của khối kim loại đỏ là:

$$0,0062 \cdot 8\,000 = 49,6 \text{ (kg)}.$$

Ví dụ 3 Viết kết quả mỗi phép tính sau dưới dạng một lũy thừa:

a) $\left(\frac{-4}{9}\right)^2 \cdot \left(\frac{-4}{9}\right)^3$;

b) $\left(\frac{18}{19}\right)^6 : \left(\frac{18}{19}\right)^3$.

Giải

a) $\left(\frac{-4}{9}\right)^2 \cdot \left(\frac{-4}{9}\right)^3 = \left(\frac{-4}{9}\right)^{2+3} = \left(\frac{-4}{9}\right)^5$.

b) $\left(\frac{18}{19}\right)^6 : \left(\frac{18}{19}\right)^3 = \left(\frac{18}{19}\right)^{6-3} = \left(\frac{18}{19}\right)^3$.

Ví dụ 4 Viết mỗi số sau dưới dạng lũy thừa với cơ số cho trước:

a) -125 với cơ số -5 ;

b) $0,064$ với cơ số $0,4$;

c) $\frac{16}{9}$ với cơ số $\frac{4}{3}$ và $\frac{-4}{3}$;

d) $\frac{4}{225}$ với cơ số $\frac{2}{15}$ và $\frac{-2}{15}$.

Giải

a) $-125 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = (-5)^3$.

b) $0,064 = 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = (0,4)^3$.

c) $\frac{16}{9} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$; $\frac{16}{9} = \frac{-4}{3} \cdot \frac{-4}{3} = \left(\frac{-4}{3}\right)^2$.

d) $\frac{4}{225} = \frac{2}{15} \cdot \frac{2}{15} = \left(\frac{2}{15}\right)^2$; $\frac{4}{225} = \frac{-2}{15} \cdot \frac{-2}{15} = \left(\frac{-2}{15}\right)^2$.

Ví dụ 5 Viết kết quả mỗi phép tính sau dưới dạng lũy thừa của a :

a) $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]^6$ với $a = -\frac{2}{3}$;

b) $\left[(0,01)^3\right]^2$ với $a = 0,01$;

c) $\left[\left(3\frac{1}{2}\right)^4\right]^5$ với $a = 3\frac{1}{2}$.

Giải

a) $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]^6 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{2 \cdot 6} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{12}$.

b) $\left[(0,01)^3\right]^2 = (0,01)^{3 \cdot 2} = (0,01)^6$.

c) $\left[\left(3\frac{1}{2}\right)^4\right]^5 = \left(3\frac{1}{2}\right)^{4 \cdot 5} = \left(3\frac{1}{2}\right)^{20}$.

Ví dụ 6 So sánh:

a) $\left(\frac{5}{6}\right)^2$ và $\left(\frac{5}{6}\right)^4$;

b) $(1,5)^2$ và $(1,5)^4$.

Giải

a) Ta có: $\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$;

$$\left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{125}{216} \cdot \frac{5}{6} = \frac{625}{1296}.$$

Do $\frac{25}{36} = \frac{900}{1296}$ và $\frac{900}{1296} > \frac{625}{1296}$ nên $\frac{25}{36} > \frac{625}{1296}$. Vậy $\left(\frac{5}{6}\right)^2 > \left(\frac{5}{6}\right)^4$.

b) Ta có: $(1,5)^2 = 1,5 \cdot 1,5 = 2,25$;

$$(1,5)^4 = 1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5 = 2,25 \cdot 1,5 \cdot 1,5 = 3,375 \cdot 1,5 = 5,0625.$$

Do $2,25 < 5,0625$ nên $(1,5)^2 < (1,5)^4$.

C. BÀI TẬP

19. Tính:

a) 2^5 ;

b) $(-5)^3$;

c) $(0,4)^3$;

d) $(-0,4)^3$;

e) $\left(\frac{1}{2}\right)^5$;

g) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4$;

h) $(21,5)^0$;

i) $\left(3\frac{1}{2}\right)^2$.

20. Chọn từ “bằng nhau”, “đôi nhau” thích hợp cho $\boxed{?}$:

a) Nếu hai số đôi nhau thì bình phương của chúng $\boxed{?}$;

b) Nếu hai số đôi nhau thì lập phương của chúng $\boxed{?}$;

c) Lũy thừa chẵn cùng bậc của hai số đối nhau thì $\boxed{?}$;

d) Lũy thừa lẻ cùng bậc của hai số đối nhau thì $\boxed{?}$.

21. Cho các đẳng thức sau:

a) $10^2 \cdot 10^3 = 10^6$;

b) $(1,2)^8 : (1,2)^4 = (1,2)^2$;

c) $\left[\left(-\frac{1}{8} \right)^2 \right]^4 = \left(-\frac{1}{8} \right)^6$;

d) $\left(\frac{-5}{7} \right)^4 = \left(\frac{-10}{49} \right)^2$;

e) $5^{61} : (-5)^{60} = 5$;

g) $(-0,27)^3 \cdot (-0,27)^2 = (0,27)^5$.

Bạn Đức phát biểu: “Trong các đẳng thức trên, chỉ có một đẳng thức đúng”. Theo em, phát biểu của bạn Đức đúng không? Vì sao?

22. Viết mỗi số sau dưới dạng lũy thừa với cơ số cho trước:

a) 343 với cơ số 7;

b) 0,36 với cơ số 0,6 và -0,6;

c) $-\frac{8}{27}$ với cơ số $-\frac{2}{3}$;

d) 1,44 với cơ số 1,2 và -1,2.

23. Tìm số thích hợp cho $\boxed{?}$:

a) $\left[(0,5)^3 \right]^{\boxed{?}} = (0,5)^{12}$;

b) $\left[(3,57)^3 \right]^0 = \boxed{?}$;

c) $\left[\left(-\frac{5}{7} \right)^2 \right]^6 = \left(-\frac{5}{7} \right)^{\boxed{?}}$;

d) $\frac{16}{81} = \left(-\frac{2}{3} \right)^{\boxed{?}}$.

24. So sánh:

a) $(-0,1)^2 \cdot (-0,1)^4$ và $\left[(-0,1)^3 \right]^2$;

b) $\left(\frac{1}{2} \right)^8 : \left(\frac{1}{2} \right)^2$ và $\left(\frac{1}{2} \right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^3$;

c) $9^8 : 27^3$ và $3^2 \cdot 3^5$;

d) $\left(\frac{1}{4} \right)^7 \cdot 0,25$ và $\left[\left(\frac{1}{4} \right)^2 \right]^4$;

e) $\left[(-0,7)^2 \right]^3$ và $\left[(0,7)^3 \right]^2$.

25. Viết kết quả mỗi phép tính sau dưới dạng lũy thừa của a :

a) $\left(\frac{5}{13} \right)^4 \cdot \frac{5}{26} \cdot \frac{10}{13}$ với $a = \frac{5}{13}$;

b) $\left(-\frac{3}{4} \right)^4 \cdot (0,75)^3$ với $a = 0,75$;

c) $(-0,36)^3 : \frac{-25}{9}$ với $a = \frac{3}{5}$;

d) $4 \cdot 2 : \left(2^3 \cdot \frac{1}{16} \right)$ với $a = 2$.

26. Tìm số hữu tỉ x , biết:

a) $\left(\frac{3}{7}\right)^5 \cdot x = \left(\frac{3}{7}\right)^7$;

b) $(0,09)^3 : x = -(0,09)^2$.

27*. So sánh:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{40}$ và $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$;

b) 243^3 và 125^5 .

28. Bạn Na viết một trang web để kết bạn. Trang web đã nhận được 3 lượt truy cập trong tuần đầu tiên. Nếu số lượt truy cập tuần tiếp theo gấp 3 lần số lượt truy cập tuần trước thì sau 6 tuần đầu tiên, trang web của bạn Na có tất cả bao nhiêu lượt truy cập?

29*. a) Rút gọn biểu thức: $A = 1 + 2 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{25}$.

b) Một công ty phát triển kĩ thuật số có một thông báo rất hấp dẫn: Cần thuê một nhóm kĩ thuật viên hoàn thành một dự án trong vòng 26 ngày, công việc rất khó khăn nhưng tiền công cho dự án rất thú vị. Nhóm kĩ thuật viên được nhận làm dự án sẽ lựa chọn một trong hai phương án trả tiền công như sau:

- Phương án 1: Nhận một lần và nhận tiền công trước với mức tiền 50 triệu đồng;
- Phương án 2: Ngày đầu nhận 1 đồng, ngày sau nhận gấp đôi ngày trước đó.

Theo em, phương án nào nhận được nhiều tiền công hơn? Vì sao?



THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH. QUY TẮC DẤU NGOẶC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Thứ tự thực hiện các phép tính

Thứ tự thực hiện các phép tính đối với số hữu tỉ cũng tương tự như thứ tự thực hiện các phép tính đối với số tự nhiên, số nguyên, phân số, số thập phân.

Quy tắc dấu ngoặc

– Khi bỏ dấu ngoặc có dấu “+” đằng trước, ta giữ nguyên dấu của các số hạng trong dấu ngoặc.

$$a + (b + c) = a + b + c;$$

$$a + (b - c) = a + b - c.$$

– Khi bỏ dấu ngoặc có dấu “–” đằng trước, ta đổi dấu của các số hạng trong dấu ngoặc: dấu “+” đổi thành dấu “–” và dấu “–” đổi thành dấu “+”.

$$a - (b + c) = a - b - c;$$

$$a - (b - c) = a - b + c.$$

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Kết quả của mỗi biểu thức sau là số dương hay số âm?

a) $A = -\frac{2}{3} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)^2;$

b) $B = 2 \cdot (-1)^6 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{3}{8}.$

Giải

a) Ta có:

$$\begin{aligned} A &= -\frac{2}{3} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)^2 = -\frac{2}{3} - 4 \cdot \left(\frac{2}{4} + \frac{3}{4}\right)^2 = -\frac{2}{3} - 4 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2 \\ &= -\frac{2}{3} - 4 \cdot \frac{25}{16} = -\frac{2}{3} - \frac{25}{4} = -\frac{8}{12} - \frac{75}{12} = -\frac{83}{12}. \end{aligned}$$

Do $-\frac{83}{12} < 0$ nên A là số âm.

b) Ta có:

$$\begin{aligned} B &= 2 \cdot (-1)^6 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{3}{8} = 2 \cdot 1 + \frac{9}{16} - \frac{3}{8} = 2 + \frac{9}{16} - \frac{3}{8} \\ &= \frac{32}{16} + \frac{9}{16} - \frac{6}{16} = \frac{35}{16}. \end{aligned}$$

Do $\frac{35}{16} > 0$ nên B là số dương.

Ví dụ 2 Tính giá trị của mỗi biểu thức sau:

a) $(0,4)^3 - (0,5)^2 \cdot 2 + 30,936;$

b) $6,3 - [(2,5 - 2,3)^3 : 4] \cdot 2,7.$

Giải

a) $(0,4)^3 - (0,5)^2 \cdot 2 + 30,936 = 0,064 - 0,25 \cdot 2 + 30,936 = 0,064 - 0,5 + 30,936$
 $= (0,064 + 30,936) - 0,5 = 31 - 0,5 = 30,5.$

b) $6,3 - [(2,5 - 2,3)^3 : 4] \cdot 2,7 = 6,3 - [(0,2)^3 : 4] \cdot 2,7 = 6,3 - [0,008 : 4] \cdot 2,7$
 $= 6,3 - 0,002 \cdot 2,7 = 6,3 - 0,0054 = 6,2946.$

Ví dụ 3 Tính một cách hợp lí:

a) $10,75 - 22,5 - 77,5$;

b) $4\frac{1}{3} - 2,7 - 17,3$;

c) $-\frac{11}{24} + \left(\frac{5}{41} - \frac{13}{24}\right)$;

d) $-\frac{5}{9} - \left(\frac{8}{15} + \frac{4}{9}\right) + \frac{7}{15}$.

Giải

a) $10,75 - 22,5 - 77,5 = 10,75 - (22,5 + 77,5) = 10,75 - 100 = -89,25$.

b) $4\frac{1}{3} - 2,7 - 17,3 = \frac{13}{3} - (2,7 + 17,3) = \frac{13}{3} - 20 = \frac{13}{3} - \frac{60}{3} = \frac{-47}{3}$.

c) $-\frac{11}{24} + \left(\frac{5}{41} - \frac{13}{24}\right) = -\frac{11}{24} + \frac{5}{41} - \frac{13}{24} = \frac{5}{41} - \left(\frac{11}{24} + \frac{13}{24}\right) = \frac{5}{41} - 1 = \frac{-36}{41}$.

d) $-\frac{5}{9} - \left(\frac{8}{15} + \frac{4}{9}\right) + \frac{7}{15} = -\frac{5}{9} - \frac{8}{15} - \frac{4}{9} + \frac{7}{15} = \left(-\frac{5}{9} - \frac{4}{9}\right) - \left(\frac{8}{15} - \frac{7}{15}\right)$
 $= -1 - \frac{1}{15} = -\frac{16}{15}$.

C. BÀI TẬP

30. Tính giá trị của mỗi biểu thức sau:

a) $12 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6}\right)^2$;

b) $4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1$.

31. Tính giá trị của mỗi biểu thức sau:

a) $\frac{45}{4} - \left(2\frac{5}{7} + 5,25\right)$;

b) $\frac{5}{9} : 2,4 - \frac{41}{9} : 2,4$;

c) $\left(-\frac{3}{4} + \frac{5}{13}\right) \cdot \frac{7}{2} - \left(\frac{9}{4} - \frac{8}{13}\right) \cdot \frac{7}{2}$.

32. Cho $A = \frac{13}{50} \cdot (-15,5) - \frac{13}{50} \cdot 84\frac{1}{2}$; $B = \frac{(-0,7)^2 \cdot (-5)^3}{\left(-\frac{7}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot (-1)^5}$.

Bạn An tính được giá trị của các biểu thức trên: $A = -26$; $B = \frac{-20}{21}$. Theo em, bạn An tính đúng hay sai?

33. Cho $A = \frac{-\frac{1}{2} - 5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2}{15\frac{2}{9} + \left(-\frac{2}{3}\right)^2}$; $B = \frac{7}{12} \cdot 3,4 - \frac{7}{12} \cdot 8,8$.

Tính $A - 5B$.

34. Chọn dấu “<”, “>”, “=” thích hợp cho $\boxed{?}$:

a) $\frac{5}{6} - \left(\frac{1}{6}\right)^2 \boxed{?} \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{6}\right)^2$;

b) $250 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right)^2 \boxed{?} 250 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 - \frac{1}{6}$;

c) $3\frac{1}{5} : 1,5 + 4\frac{2}{5} : 1,5 \boxed{?} \left(3\frac{1}{5} + 4\frac{2}{5}\right) : 1,5$;

d) $\left(\frac{9}{25} - 2,18\right) : \left(3\frac{4}{5} + 0,2\right) \boxed{?} \frac{9}{25} : 3\frac{4}{5} - 2,18 : 0,2$.

35. Cho $A = \left(17,81 : 1,37 - \frac{59}{3} : \frac{11}{6}\right) + \frac{(0,8)^3}{(0,4)^3 \cdot 11}$.

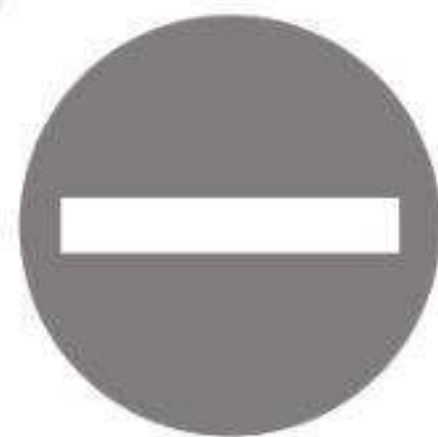
Chứng minh rằng $A + 1$ là bình phương của một số tự nhiên.

36. Một vườn trường có dạng hình chữ nhật với độ dài hai cạnh là 26 m và 14 m. Người ta muốn rào xung quanh vườn, cứ cách 2 m đóng một cọc rào, mỗi góc vườn đều đóng một cọc rào và chỉ để một cửa ra vào vườn rộng 4 m. Tính số cọc rào cần dùng, biết rằng hai cạnh bên của cửa đồng thời cũng là hai cọc rào.

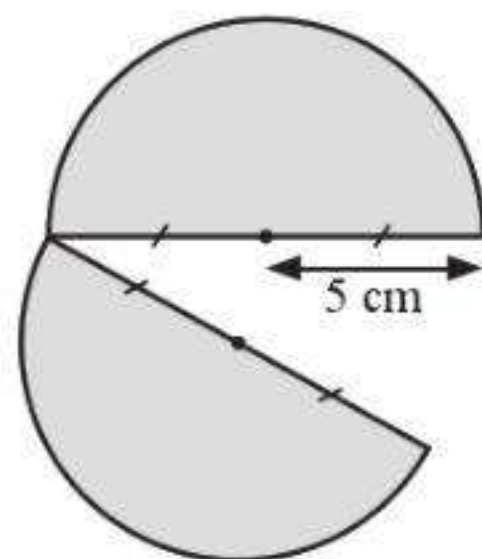
37. Quan sát biển báo giao thông ở Hình 7.

a) Tính diện tích của biển báo, biết rằng đường kính của biển báo là 87,5 cm (lấy $\pi = 3,14$).

b) Ở chính giữa của biển báo là hình chữ nhật được sơn màu trắng có chiều dài là 70,3 cm và chiều rộng là 12,3 cm. Phần còn lại của biển báo được sơn màu đỏ. Tính diện tích phần được sơn màu đỏ của biển báo.



Biển báo Cấm đi ngược chiều
Hình 7



Hình 8

38. Người ta cắt một tấm tôn có dạng hình tròn bán kính 5 cm thành hai phần bằng nhau như Hình 8. Tính chu vi của tấm tôn sau khi bị cắt (lấy $\pi = 3,14$).

BIỂU DIỄN THẬP PHÂN CỦA SỐ HỮU TỈ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Số thập phân hữu hạn và số thập phân vô hạn tuần hoàn

– Số thập phân hữu hạn là số thập phân chỉ gồm hữu hạn chữ số khác 0 sau dấu “,”.

Chẳng hạn: 2,76; 152,009; – 0,0006 là các số thập phân hữu hạn.

– Các số thập phân vô hạn tuần hoàn có tính chất: Trong phần thập phân, bắt đầu từ một hàng nào đó, có một chữ số hay một cụm chữ số liên nhau xuất hiện liên tiếp mãi.

Chẳng hạn:

- Số $1,333... = 1,(3)$ là một số thập phân vô hạn tuần hoàn có chu kì 3;
- Số $0,232323... = 0,(23)$ là một số thập phân vô hạn tuần hoàn có chu kì 23;
- Số $1,6515151... = 1,6(51)$ là một số thập phân vô hạn tuần hoàn có chu kì 51.

Biểu diễn thập phân của số hữu tỉ

Mỗi số hữu tỉ được biểu diễn bởi một số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Viết mỗi số hữu tỉ sau dưới dạng số thập phân hữu hạn:

$$\frac{7}{20}, \frac{289}{25}, \frac{-2\,981}{500}.$$

Giải

$$\text{Ta có: } \frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0,35; \quad \frac{289}{25} = \frac{1\,156}{100} = 11,56; \quad \frac{-2\,981}{500} = \frac{-5\,962}{1\,000} = -5,962.$$

Vậy các số hữu tỉ $\frac{7}{20}$; $\frac{289}{25}$; $\frac{-2\,981}{500}$ viết dưới dạng số thập phân hữu hạn lần lượt là: 0,35; 11,56; – 5,962.

Ví dụ 2 Viết mỗi số hữu tỉ sau dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn (dùng dấu ngoặc để nhận rõ chu kì): $\frac{1}{6}$; $\frac{269}{111}$; $\frac{-91}{3}$.

Giải

$$\text{Ta có: } \frac{1}{6} = 1 : 6 = 0,1666... = 0,1(6);$$

$$\frac{269}{111} = 269 : 111 = 2,423423423... = 2,(423);$$

$$\frac{-91}{3} = (-91) : 3 = -30,333... = -30,(3).$$

Vậy các số hữu tỉ $\frac{1}{6}$; $\frac{269}{111}$; $\frac{-91}{3}$ viết dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn lần lượt là: $0,1(6)$; $2,(423)$; $-30,(3)$.

C. BÀI TẬP

39. Chọn cụm từ “số hữu tỉ”, “số thập phân hữu hạn”, “số thập phân vô hạn tuần hoàn” thích hợp cho $\boxed{?}$:

a) Mỗi $\boxed{?}$ được biểu diễn bởi một $\boxed{?}$ hoặc vô hạn tuần hoàn;

b) Số hữu tỉ $\frac{17}{18}$ viết được dưới dạng $\boxed{?}$;

c) Kết quả của phép tính $\frac{233}{2^2 \cdot 5^2}$ viết được dưới dạng $\boxed{?}$.

40. Viết mỗi số hữu tỉ sau dưới dạng số thập phân hữu hạn:

$$\frac{33}{8}; \frac{543}{125}; \frac{-1\,247}{500}.$$

41. Viết mỗi số hữu tỉ sau dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn (dùng dấu ngoặc để nhận rõ chu kì):

$$\frac{13}{24}; \frac{-35}{111}; \frac{-77}{1\,350}.$$

42. Viết mỗi số thập phân hữu hạn sau dưới dạng phân số tối giản:

$$0,12; 0,136; -7,2625.$$

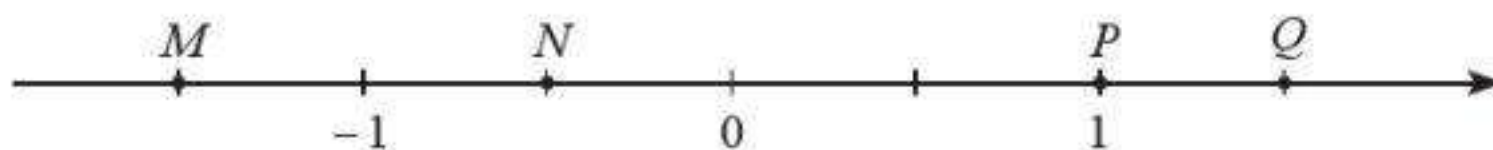
43. Viết thương mỗi phép chia sau dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn (dùng dấu ngoặc để nhận rõ chu kì):

$$\text{a) } 1 : 11; \quad \text{b) } 17 : 333; \quad \text{c) } 4,3 : 99; \quad \text{d) } 18,7 : 6,6.$$

44*. Chữ số thập phân thứ 221 sau dấu “,” của số hữu tỉ $\frac{1}{7}$ được viết dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn là chữ số nào?

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I

45. Trong Hình 9, điểm nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{2}$ trên trục số?



Hình 9

- A. Điểm M . B. Điểm N . C. Điểm P . D. Điểm Q .

46. Kết quả phép tính $\left(-\frac{7}{8} : \frac{5}{16}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$ là:

- A. $-\frac{7}{6}$. B. $-\frac{7}{3}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{5}{3}$.

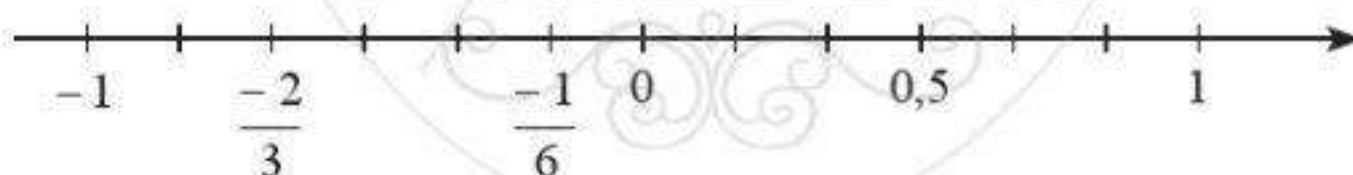
47. Giá trị của x trong đẳng thức $(3x - 2)^2 = 2 \cdot 2^3$ là:

- A. 2. B. $\frac{2}{3}$ và 2. C. $-\frac{2}{3}$ và 2. D. $-\frac{5}{3}$ và 2.

48. Trong các phân số $\frac{8}{50}$; $\frac{12}{39}$; $\frac{21}{42}$; $\frac{25}{100}$, phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn là:

- A. $\frac{8}{50}$. B. $\frac{12}{39}$. C. $\frac{21}{42}$. D. $\frac{25}{100}$.

49. Biểu diễn các số hữu tỉ $-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{6}$; 1 lần lượt bằng các điểm A , B , C trên trục số ở Hình 10.



Hình 10

50. a) Sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần: $\frac{21}{11}$; $1\frac{1}{2}$; $\frac{3}{7}$; $-\frac{13}{6}$; $-\frac{1}{5}$; $-3,7$.

b) Sắp xếp các số sau theo thứ tự giảm dần: $\frac{17}{48}$; $2\frac{1}{5}$; $2,45$; $-\frac{3}{61}$; $-\frac{1}{10}$; 0.

51. Tính giá trị của mỗi biểu thức sau:

a) $1\frac{3}{4} \cdot \frac{-16}{7}$;

b) $12 : \frac{-6}{5} + \frac{1}{5}$;

c) $\frac{2}{9} + \frac{1}{3} : \left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2} \cdot (-0,5)$;

d) $(0,1)^{21} : (-0,01)^{10}$.

52. Tính một cách hợp lí:

a) $\frac{-5}{7} \cdot \frac{2}{11} + \frac{-5}{7} \cdot \frac{9}{11} + \frac{5}{7}$;

b) $\left[\left(\frac{-3}{8} + \frac{11}{23} \right) : \frac{5}{9} + \left(\frac{-5}{8} + \frac{12}{23} \right) : \frac{5}{9} \right] \cdot \frac{-11}{325}$;

c*) $\frac{15^5}{5^5} - (-0,25)^2 \cdot 4^2$;

d*) $-\frac{2^{15} \cdot 9^4}{6^6 \cdot 8^3} + 0,75 \cdot \frac{-1}{2} + 0,375$.

53. Tìm số hữu tỉ x , biết:

a) $x + \left(-\frac{2}{5} \right) = \frac{-1}{3}$;

b) $0,5 - x = \frac{-5}{14}$;

c) $(-0,4) \cdot \left(2x + \frac{2}{5} \right) = -9,4$;

d) $\left(\frac{3}{2} - x \right) : \frac{-14}{3} = \frac{-6}{7}$.

54*. So sánh:

a) 2^{24} và 2^{16} ;

b) $\left(-\frac{1}{5} \right)^{300}$ và $\left(-\frac{1}{3} \right)^{500}$;

c) $\left(\frac{32}{17} \right)^{15}$ và $\left(\frac{17}{32} \right)^{30}$.

55. Sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần:

a) $\left(\frac{22}{21} \right)^{18}$; $\left(\frac{22}{21} \right)^{21}$; $\left(\frac{22}{21} \right)^{20}$; $\left(\frac{22}{21} \right)^{22}$; $\frac{22}{21}$;

b) $(0,1)^{21}$; $(-0,1)^{20}$; $(0,1)^{22}$; $(-0,1)^{19}$; 0.

56. Viện hàn lâm Nhi khoa Mỹ (AAP) khuyến nghị, khối lượng cặp sách của học sinh tiểu học và trung học cơ sở không nên vượt quá 10% khối lượng cơ thể. Một nghiên cứu tại Tây Ban Nha cũng chỉ ra, học sinh mang cặp sách nặng trong thời gian dài sẽ tăng nguy cơ mắc các bệnh về cột sống. Những chiếc cặp quá nặng không chỉ gây cong vẹo cột sống, gù, mà còn ảnh hưởng tới phát triển chiều cao của trẻ.

(Nguồn: <https://vnexpress.net/tac-hai-cua-viec-tre-cong-cap-di-hoc-4161875.html>)

Bạn Đức học lớp 7 có cân nặng 46 kg. Hằng ngày, bạn Đức đi học mang một chiếc cặp sách nặng 3,5 kg. Hôm nay, bạn Đức cần đem thêm một số quyển vở mới, mỗi quyển vở nặng $\frac{4}{25}$ kg để quyên tặng học sinh vùng lũ lụt. Bạn Đức có thể mang theo nhiều nhất bao nhiêu quyển vở để khối lượng cặp sách phù hợp với khuyến nghị trên?

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

1. Học sinh tự làm.

2. a) $-13 \notin \mathbb{N}$.

b) $-345\,987 \in \mathbb{Z}$.

c) $0 \in \mathbb{Q}$.

d) $10\frac{34}{75} \in \mathbb{Q}$.

e) $\frac{301}{756} \notin \mathbb{Z}$.

g) $\frac{13}{-499} \in \mathbb{Q}$.

h) $-11,01 \notin \mathbb{Z}$.

i) $\frac{-21}{-128} \in \mathbb{Q}$.

k) $0,3274 \in \mathbb{Q}$.

3. – Bạn An phát biểu sai do 0 viết được dưới dạng phân số $\frac{0}{1}$ nên 0 là số hữu tỉ.

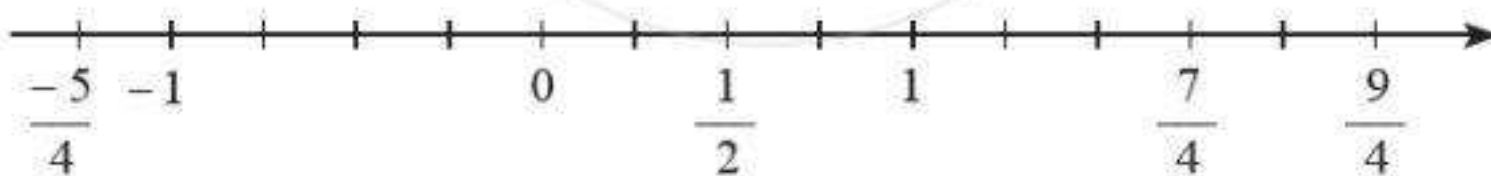
– Bạn Bình phát biểu sai do số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.

– Bạn Chi phát biểu đúng do mỗi số nguyên a viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{1}$.

4. Điểm C biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{4}$ trên trục số ở Hình 5.

5. Học sinh tự làm.

6. Số đối của các số $-\frac{9}{4}; -\frac{7}{4}; -1; -\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{5}{4}$ lần lượt là $\frac{9}{4}; \frac{7}{4}; 1; \frac{1}{2}; 0; -1; -\frac{5}{4}$. Hình 11 biểu diễn số đối của mỗi số hữu tỉ đã cho trên trục số ở Hình 6.



Hình 11

7. Học sinh tự làm.

8. a) $\frac{15}{21}; \frac{17}{21}; 2\frac{1}{12}; 3\frac{2}{11}$.

b) $-23; -5,12; 0; 0,534; 0,543; 123$.

9. a) $\frac{5}{6}; \frac{2}{3}; \frac{2}{15}; -\frac{7}{9}; -\frac{7}{8}$.

b) $2\frac{1}{6}; \frac{19}{22}; 0,5; -0,05; -\frac{1}{4}$.

10*. a) Do y là số nguyên nên $2a - 4 = 2(a - 2)$ chia hết cho 3.

Vì ƯCLN(2, 3) = 1 nên $(a - 2) : 3$ hay $a - 2 = 3k$ ($k \in \mathbb{Z}$). Suy ra $a = 3k + 2$.

Vậy a là số chia 3 dư 2.

b) Do y không là số hữu tỉ âm và cũng không là số hữu tỉ dương nên $y = 0$.

Suy ra $2a - 4 = 0$ hay $a = 2$.

Vậy $a = 2$.

11. a) $-2,49$.

b) $-3,4$.

c) $\frac{123}{55}$.

d) $\frac{4}{65}$.

e) $0,4884$.

g) $\frac{-68}{7}$.

12. Ta có:

$$A = 10\frac{5}{7} \cdot (-0,7) = \frac{75}{7} \cdot \frac{-7}{10} = \frac{-75}{10} = -7,5;$$

$$B = 2\frac{4}{5} : (-0,4) = 2,8 : (-0,4) = -7;$$

$$C = (-4,5) \cdot 1\frac{31}{45} = \frac{-45}{10} \cdot \frac{76}{45} = \frac{-76}{10} = -7,6.$$

Do $-7,6 < -7,5 < -7$ nên ta có: $C < A < B$.

13. a) $\frac{-3}{11} + 0,35 - \frac{8}{11} = \left(\frac{-3}{11} - \frac{8}{11}\right) + 0,35 = -1 + 0,35 = -0,65.$

b) $\frac{9}{19} - 1,251 + \frac{10}{19} + 1,251 = \left(\frac{9}{19} + \frac{10}{19}\right) + (-1,251 + 1,251) = 1 + 0 = 1.$

c) $-8 \cdot \frac{24}{7} \cdot 0,125 = (-8 \cdot 0,125) \cdot \frac{24}{7} = (-1) \cdot \frac{24}{7} = \frac{-24}{7}.$

d) $0,25 \cdot \frac{7}{15} - \frac{1}{4} \cdot \frac{-8}{15} + 2,75 = 0,25 \cdot \frac{7}{15} - 0,25 \cdot \frac{-8}{15} + 2,75$
 $= 0,25 \cdot \left(\frac{7}{15} - \frac{-8}{15}\right) + 2,75$
 $= 0,25 \cdot 1 + 2,75 = 0,25 + 2,75 = 3.$

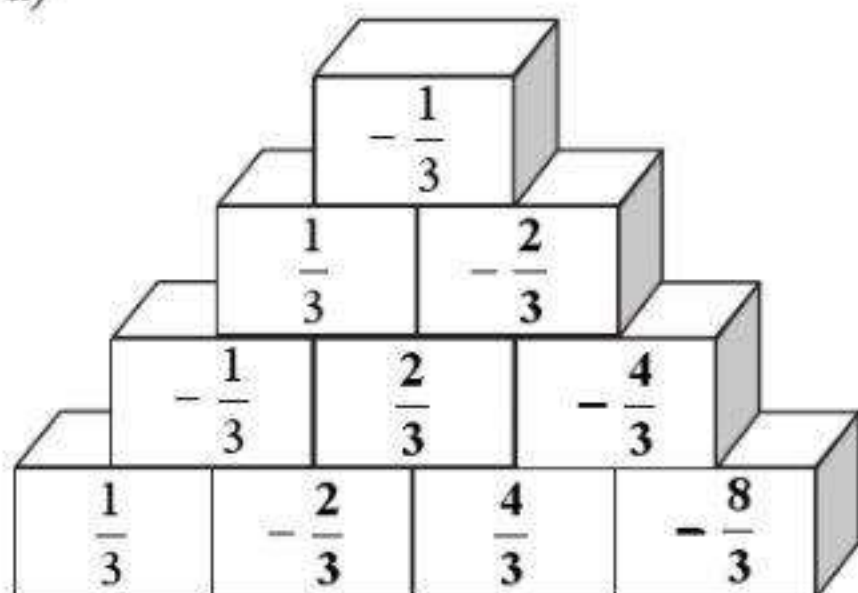
14. a) $x = \frac{-27}{14}.$

b) $x = 0,9.$

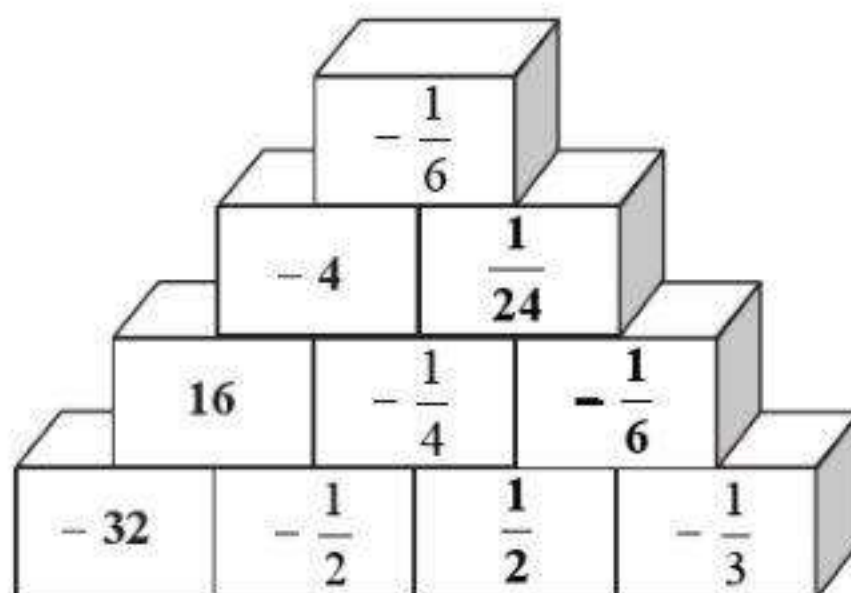
c) $x = \frac{15}{28}.$

d) $x = -0,75.$

15. a)



b)



16. Khi bay xung quanh Trái Đất, vệ tinh nhân tạo di chuyển theo một đường tròn có bán kính khoảng:

$$6\,371 + 330 = 6\,701 \text{ (km)}.$$

Sau khi bay được đúng một vòng Trái Đất thì vệ tinh bay được khoảng:

$$2 \cdot 3,14 \cdot 6\,701 = 42\,082,28 \text{ (km)}.$$

17. a) Số tiền lãi mẹ bạn Ngân nhận được sau kì hạn 1 năm là:

$$20\,000\,000 \cdot 7,8\% = 1\,560\,000 \text{ (đồng)}.$$

Số tiền cả gốc lẫn lãi của mẹ bạn Ngân rút ra sau khi hết kì hạn 1 năm là:

$$20\,000\,000 + 1\,560\,000 = 21\,560\,000 \text{ (đồng)}.$$

b) Giá của chiếc xe đạp mà mẹ bạn Ngân đã mua là:

$$21\,560\,000 \cdot \frac{3}{40} = 1\,617\,000 \text{ (đồng)}.$$

18. Giá của chiếc máy tính khi mua hàng trực tuyến trong tuần lễ khai trương cửa hàng bằng:

$$100\% - 10\% - 5\% = 85\% \text{ (giá niêm yết)}.$$

Số tiền bác Lan phải trả khi mua hàng trực tuyến chiếc máy tính đó trong tuần lễ khai trương cửa hàng là:

$$14\,000\,000 \cdot 85\% = 11\,900\,000 \text{ (đồng)}.$$

19. a) 32.

b) -125.

c) 0,064.

d) -0,064.

e) $\frac{1}{32}$.

g) $\frac{1}{81}$.

h) 1.

i) $\frac{49}{4}$.

20. a) bằng nhau.

b) đối nhau.

c) bằng nhau.

d) đối nhau.

21. Ta có:

$$10^2 \cdot 10^3 = 10^{2+3} = 10^5;$$

$$(1,2)^8 : (1,2)^4 = (1,2)^{8-4} = (1,2)^4;$$

$$\left[\left(-\frac{1}{8} \right)^2 \right]^4 = \left(-\frac{1}{8} \right)^{2 \cdot 4} = \left(-\frac{1}{8} \right)^8;$$

$$\left(\frac{-5}{7} \right)^4 = \frac{625}{2\,401} \text{ và } \left(\frac{-10}{49} \right)^2 = \frac{100}{2\,401};$$

$$5^{61} : (-5)^{60} = 5^{61} : 5^{60} = 5^{61-60} = 5^1 = 5;$$

$$(-0,27)^3 \cdot (-0,27)^2 = (-0,27)^{3+2} = (-0,27)^5.$$

Suy ra chỉ đẳng thức ở câu e đúng. Vậy phát biểu của bạn Đức là đúng.

22. a) $343 = 7^3$.

b) $0,36 = (0,6)^2 = (-0,6)^2$.

c) $-\frac{8}{27} = \left(-\frac{2}{3} \right)^3$.

d) $1,44 = (1,2)^2 = (-1,2)^2$.

23. a) $[(0,5)^3]^4 = (0,5)^{12}$.

b) $[(3,57)^3]^0 = 1$.

c) $\left[\left(-\frac{5}{7} \right)^2 \right]^6 = \left(-\frac{5}{7} \right)^{12}$.

d) $\frac{16}{81} = \left(-\frac{2}{3} \right)^4$.

24. a) $(-0,1)^2 \cdot (-0,1)^4 = (-0,1)^{2+4} = (-0,1)^6 = (-0,1)^{3 \cdot 2} = [(-0,1)^3]^2$.

Vậy $(-0,1)^2 \cdot (-0,1)^4 = [(-0,1)^3]^2$.

b) $\left(\frac{1}{2} \right)^8 : \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^{8-2} = \left(\frac{1}{2} \right)^6 = \left(\frac{1}{2} \right)^{3+3} = \left(\frac{1}{2} \right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^3$.

Vậy $\left(\frac{1}{2} \right)^8 : \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^3$.

c) $9^8 : 27^3 = (3^2)^8 : (3^3)^3 = 3^{2 \cdot 8} : 3^{3 \cdot 3} = 3^{16} : 3^9 = 3^7 = 3^{2+5} = 3^2 \cdot 3^5$.

Vậy $9^8 : 27^3 = 3^2 \cdot 3^5$.

d) $\left(\frac{1}{4} \right)^7 \cdot 0,25 = \left(\frac{1}{4} \right)^7 \cdot \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4} \right)^{7+1} = \left(\frac{1}{4} \right)^8 = \left(\frac{1}{4} \right)^{2 \cdot 4} = \left[\left(\frac{1}{4} \right)^2 \right]^4$.

Vậy $\left(\frac{1}{4} \right)^7 \cdot 0,25 = \left[\left(\frac{1}{4} \right)^2 \right]^4$.

e) $[(-0,7)^2]^3 = [(0,7)^2]^3 = (0,7)^{2 \cdot 3} = (0,7)^{3 \cdot 2} = [(0,7)^3]^2$.

Vậy $[(-0,7)^2]^3 = [(0,7)^3]^2$.

$$25. a) \left(\frac{5}{13}\right)^4 \cdot \frac{5}{26} \cdot \frac{10}{13} = \left(\frac{5}{13}\right)^4 \cdot \frac{5}{13 \cdot 2} \cdot \frac{5 \cdot 2}{13} = \left(\frac{5}{13}\right)^4 \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{5}{13} = \left(\frac{5}{13}\right)^6.$$

$$b) \left(-\frac{3}{4}\right)^4 \cdot (0,75)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot (0,75)^3 = (0,75)^4 \cdot (0,75)^3 = (0,75)^7.$$

$$c) (-0,36)^3 : \frac{-25}{9} = \left(-\frac{9}{25}\right)^3 \cdot \left(-\frac{9}{25}\right) = \left(-\frac{9}{25}\right)^4 \\ = \left(\frac{9}{25}\right)^4 = \left[\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]^4 = \left(\frac{3}{5}\right)^8.$$

$$d) 4 \cdot 2 : \left(2^3 \cdot \frac{1}{16}\right) = 2^2 \cdot 2 : \frac{2^3}{16} = 2^2 \cdot 2 : \frac{2^3}{2^4} = 2^2 \cdot 2 \cdot \frac{2^4}{2^3} = 2^2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4.$$

$$26. a) \left(\frac{3}{7}\right)^5 \cdot x = \left(\frac{3}{7}\right)^7$$

$$x = \left(\frac{3}{7}\right)^7 : \left(\frac{3}{7}\right)^5$$

$$x = \left(\frac{3}{7}\right)^2$$

$$x = \frac{9}{49}.$$

$$\text{Vậy } x = \frac{9}{49}.$$

$$b) (0,09)^3 : x = -(0,09)^2$$

$$x = (0,09)^3 : [-(0,09)^2]$$

$$x = -[(0,09)^3 : (0,09)^2]$$

$$x = -0,09.$$

$$\text{Vậy } x = -0,09.$$

27*. a) *Nhận xét:* Với hai số tự nhiên m, n thỏa mãn $m > n > 0$, ta có:

• Nếu $0 < x < 1$ thì $x^m < x^n$;

• Nếu $x > 1$ thì $x^m > x^n$.

$$\text{Do } 0 < \frac{1}{2} < 1 \text{ và } 40 < 50 \text{ nên } \left(\frac{1}{2}\right)^{40} > \left(\frac{1}{2}\right)^{50}.$$

b) *Nhận xét:* Với số tự nhiên m lớn hơn 0 và hai số hữu tỉ a, b thỏa mãn $a > b > 0$, ta có: $a^m > b^m$.

$$\text{Ta có: } 243^3 = (3^5)^3 = 3^{15}; 125^5 = (5^3)^5 = 5^{15}.$$

$$\text{Do } 3 < 5 \text{ nên } 3^{15} < 5^{15}. \text{ Vậy } 243^3 < 125^5.$$

28. Số lượt truy cập trang web của bạn Na trong tuần thứ nhất là 3 lượt; tuần thứ hai là 3^2 lượt; tuần thứ ba là 3^3 lượt; ...; tuần thứ sáu là 3^6 lượt. Như vậy, sau 6 tuần đầu tiên, số lượt truy cập trang web của bạn Na có tất cả là:

$$3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 = 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729 = 1\,092 \text{ (lượt)}.$$

29*. a) Ta có: $2A = 2 \cdot (1 + 2 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{25}) = 2 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{25} + 2^{26}$.

Suy ra $2A - A = 2 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{25} + 2^{26} - (1 + 2 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{25})$

hay $A = 2^{26} - 1$.

b) Theo phương án 2 ta có: Số tiền nhận ngày thứ nhất là 1 đồng; ngày thứ hai là 2 đồng; ngày thứ ba là 2^2 đồng; ngày thứ bốn là 2^3 đồng; ...; ngày thứ hai mươi sáu là 2^{25} đồng. Như vậy, số tiền công nhận được theo phương án 2 là:

$$1 + 2 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{25} = 2^{26} - 1 = 67\,108\,863 \text{ (đồng)}.$$

Do $50\,000\,000 < 67\,108\,863$ nên phương án 2 nhận được nhiều tiền công hơn.

30. a) $12 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6}\right)^2 = 12 \cdot \left(\frac{4}{6} - \frac{5}{6}\right)^2 = 12 \cdot \left(\frac{-1}{6}\right)^2 = 12 \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{3}.$

b) $4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 4 \cdot \frac{-1}{8} - 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{-3}{2} + 1$
 $= \frac{-1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{-3}{2} + \frac{2}{2} = \frac{-3}{2}.$

31. a) $\frac{23}{7}.$

b) $-\frac{5}{3}.$

c) $-7.$

32. Ta có:

$$A = \frac{13}{50} \cdot (-15,5) - \frac{13}{50} \cdot 84\frac{1}{2} = \frac{13}{50} \cdot (-15,5 - 84,5) = \frac{13}{50} \cdot (-100) = -26;$$

$$B = \frac{(-0,7)^2 \cdot (-5)^3}{\left(-\frac{7}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot (-1)^5} = \frac{0,49 \cdot (-125)}{\left(-\frac{343}{27}\right) \cdot \frac{81}{16} \cdot (-1)} = \frac{-61,25}{\frac{1\,029}{16}}$$

$$= -61,25 : \frac{1\,029}{16} = \frac{-245}{4} \cdot \frac{16}{1\,029} = \frac{-20}{21}.$$

Như vậy, bạn An đã tính đúng.

33. Ta có:

$$A = \frac{\frac{-1}{2} - 5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2}{15\frac{2}{9} + \left(-\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\frac{-1}{2} - 5 \cdot \frac{9}{4}}{\frac{137}{9} + \frac{4}{9}} = \frac{\frac{-1}{2} - \frac{45}{4}}{\frac{47}{3}} = \frac{\frac{-47}{4}}{\frac{47}{3}}$$

$$= \frac{-47}{4} : \frac{47}{3} = \frac{-47}{4} \cdot \frac{3}{47} = \frac{-3}{4};$$

$$B = \frac{7}{12} \cdot 3,4 - \frac{7}{12} \cdot 8,8 = \frac{7}{12} \cdot (3,4 - 8,8) = \frac{7}{12} \cdot (-5,4) = \frac{7}{12} \cdot \frac{-27}{5} = \frac{-63}{20}.$$

$$\text{Do đó } A - 5B = \frac{-3}{4} - 5 \cdot \frac{-63}{20} = \frac{-3}{4} + \frac{63}{4} = 15.$$

34. a) $\frac{5}{6} - \left(\frac{1}{6}\right)^2 > \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{6}\right)^2.$

b) $250 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right)^2 < 250 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 - \frac{1}{6}.$

c) $3\frac{1}{5} : 1,5 + 4\frac{2}{5} : 1,5 = \left(3\frac{1}{5} + 4\frac{2}{5}\right) : 1,5.$

d) $\left(\frac{9}{25} - 2,18\right) : \left(3\frac{4}{5} + 0,2\right) > \frac{9}{25} : 3\frac{4}{5} - 2,18 : 0,2.$

35. Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \left(17,81 : 1,37 - \frac{59}{3} : \frac{11}{6}\right) + \frac{(0,8)^3}{(0,4)^3 \cdot 11} \\ &= \left(13 - \frac{59}{3} \cdot \frac{6}{11}\right) + \frac{0,512}{0,064 \cdot 11} \\ &= \left(13 - \frac{118}{11}\right) + \frac{8}{11} = \frac{25}{11} + \frac{8}{11} = 3. \end{aligned}$$

Suy ra $A + 1 = 3 + 1 = 4 = 2^2.$

Vậy $A + 1$ là bình phương của số tự nhiên 2.

36. Chu vi của vườn trường là:

$$(26 + 14) \cdot 2 = 80 \text{ (m)}.$$

Chiều dài của hàng rào là:

$$80 - 4 = 76 \text{ (m)}.$$

Số cọc rào cần dùng là:

$$76 : 2 + 1 = 39 \text{ (cọc)}.$$

37. a) Bán kính của biển báo là:

$$87,5 : 2 = 43,75 \text{ (cm)}.$$

Diện tích của biển báo là:

$$43,75 \cdot 43,75 \cdot 3,14 = 6\,010,15625 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

b) Diện tích hình chữ nhật được sơn màu trắng của biển báo là:

$$70,3 \cdot 12,3 = 864,69 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích phần được sơn màu đỏ của biển báo là:

$$6\,010,15625 - 864,69 = 5\,145,46625 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

38. Chu vi của tấm tôn trước khi bị cắt là:

$$5 \cdot 2 \cdot 3,14 = 31,4 \text{ (cm)}.$$

Chu vi của tấm tôn sau khi bị cắt là:

$$31,4 + 5 \cdot 4 = 51,4 \text{ (cm)}.$$

39. a) Mỗi **số hữu tỉ** được biểu diễn bởi một **số thập phân hữu hạn** hoặc vô hạn tuần hoàn.

b) Số hữu tỉ $\frac{17}{18}$ viết được dưới dạng **số thập phân vô hạn tuần hoàn**.

c) Kết quả của phép tính $\frac{233}{2^2 \cdot 5^2}$ viết được dưới dạng **số thập phân hữu hạn**.

40. Các số hữu tỉ $\frac{33}{8}$; $\frac{543}{125}$; $\frac{-1\,247}{500}$ viết dưới dạng số thập phân hữu hạn lần lượt là: 4,125; 4,344; -2,494.

41. Các số hữu tỉ $\frac{13}{24}$; $\frac{-35}{111}$; $\frac{-77}{1\,350}$ viết dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn lần lượt là: 0,541(6); -0,(315); -0,05(703).

42. Các số thập phân hữu hạn 0,12; 0,136; -7,2625 viết dưới dạng phân số tối giản lần lượt là: $\frac{3}{25}$; $\frac{17}{125}$; $\frac{-581}{80}$.

43. a) 0,(09). b) 0,(051). c) 0,0(43). d) 2,8(3).

44*. Ta có: $\frac{1}{7} = 0,(142857)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn với chu kì gồm 6 chữ số. Mặt khác, ta lại có: $221 = 6 \cdot 36 + 5$. Do đó, chữ số thập phân thứ 221 sau dấu “,” của số hữu tỉ $\frac{1}{7}$ được viết dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn là chữ số thứ năm trong chu kì. Vậy chữ số cần tìm là 5.

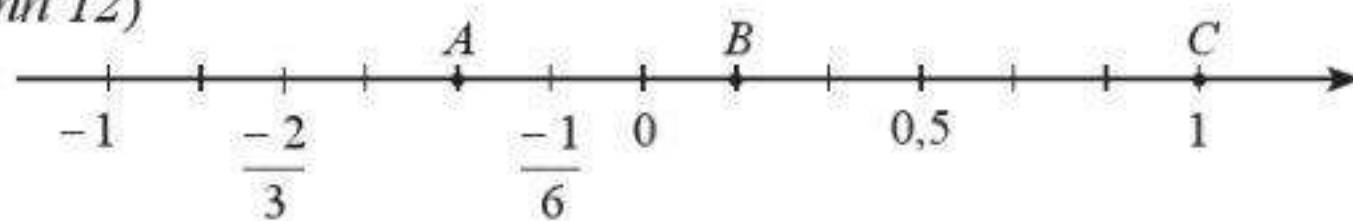
45. D.

46. B.

47. C.

48. B.

49. (Xem Hình 12)



Hình 12

50. a) $-3,7; \frac{-13}{6}; \frac{-1}{5}; \frac{3}{7}; 1\frac{1}{2}; \frac{21}{11}$, b) $2,45; 2\frac{1}{5}; \frac{17}{48}; 0; \frac{-3}{61}; \frac{-1}{10}$.

51. a) $1\frac{3}{4} \cdot \frac{-16}{7} = \frac{7}{4} \cdot \frac{-16}{7} = -4$.

b) $12 : \frac{-6}{5} + \frac{1}{5} = 12 \cdot \frac{-5}{6} + \frac{1}{5} = -10 + 0,2 = -9,8$.

c) $\frac{2}{9} + \frac{1}{3} : \left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2} \cdot (-0,5) = \frac{2}{9} + \frac{1}{3} \cdot \frac{-2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{-1}{2}$
 $= \frac{2}{9} + \frac{-2}{9} + \frac{-1}{4} = \frac{-1}{4}$.

d) $(0,1)^{21} : (-0,01)^{10} = (0,1)^{21} : (0,01)^{10} = (0,1)^{21} : [(0,1)^2]^{10}$
 $= (0,1)^{21} : (0,1)^{20} = 0,1$.

52. a) $\frac{-5}{7} \cdot \frac{2}{11} + \frac{-5}{7} \cdot \frac{9}{11} + \frac{5}{7} = \frac{-5}{7} \cdot \left(\frac{2}{11} + \frac{9}{11}\right) + \frac{5}{7} = \frac{-5}{7} \cdot 1 + \frac{5}{7}$
 $= \frac{-5}{7} + \frac{5}{7} = 0$.

b) $\left[\left(\frac{-3}{8} + \frac{11}{23}\right) : \frac{5}{9} + \left(\frac{-5}{8} + \frac{12}{23}\right) : \frac{5}{9}\right] \cdot \frac{-11}{325}$
 $= \left[\left(\frac{-3}{8} + \frac{11}{23} + \frac{-5}{8} + \frac{12}{23}\right) : \frac{5}{9}\right] \cdot \frac{-11}{325}$
 $= \left[\left[\left(\frac{-3}{8} + \frac{-5}{8}\right) + \left(\frac{11}{23} + \frac{12}{23}\right)\right] : \frac{5}{9}\right] \cdot \frac{-11}{325}$
 $= \left[\left[(-1) + 1\right] : \frac{5}{9}\right] \cdot \frac{-11}{325} = \left(0 : \frac{5}{9}\right) \cdot \frac{-11}{325} = 0 \cdot \frac{-11}{325} = 0$.

c*) Nhận xét: Với hai số hữu tỉ x, y , ta có:

$$(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n; \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n} (y \neq 0).$$

$$\frac{15^5}{5^5} - (-0,25)^2 \cdot 4^2 = \left(\frac{15}{5}\right)^5 - (-0,25 \cdot 4)^2 = 3^5 - (-1)^2 = 243 - 1 = 242.$$

$$\begin{aligned}
 d^*) &= \frac{2^{15} \cdot 9^4}{6^6 \cdot 8^3} + 0,75 \cdot \frac{-1}{2} + 0,375 \\
 &= -\frac{2^{15} \cdot (3^2)^4}{(2 \cdot 3)^6 \cdot (2^3)^3} + (-0,375) + 0,375 \\
 &= -\frac{2^{15} \cdot 3^8}{2^6 \cdot 3^6 \cdot 2^9} + [(-0,375) + 0,375] \\
 &= -\frac{2^{15} \cdot 3^8}{2^{15} \cdot 3^6} + 0 = -3^2 = -9.
 \end{aligned}$$

53. a) $x = \frac{1}{15}$. b) $x = \frac{6}{7}$. c) $x = 11,55$. d) $x = \frac{-5}{2}$.

54*. a) Do $2 > 1$ và $24 > 16$ nên $2^{24} > 2^{16}$.

b) Ta có: $\left(-\frac{1}{5}\right)^{300} = \left[\left(-\frac{1}{5}\right)^3\right]^{100} = \left(-\frac{1}{125}\right)^{100} = \left(\frac{1}{125}\right)^{100}$;
 $\left(-\frac{1}{3}\right)^{500} = \left[\left(-\frac{1}{3}\right)^5\right]^{100} = \left(-\frac{1}{243}\right)^{100} = \left(\frac{1}{243}\right)^{100}$.

Do $\frac{1}{125} > \frac{1}{243} > 0$ nên $\left(\frac{1}{125}\right)^{100} > \left(\frac{1}{243}\right)^{100}$. Vậy $\left(-\frac{1}{5}\right)^{300} > \left(-\frac{1}{3}\right)^{500}$.

c) Do $\frac{32}{17} > 1 > 0$ nên $\left(\frac{32}{17}\right)^{15} > 1$. Mặt khác, $0 < \frac{17}{32} < 1$ nên $\left(\frac{17}{32}\right)^{30} < 1$.

Vậy $\left(\frac{32}{17}\right)^{15} > \left(\frac{17}{32}\right)^{30}$.

55. a) $\frac{22}{21}; \left(\frac{22}{21}\right)^{18}; \left(\frac{22}{21}\right)^{20}; \left(\frac{22}{21}\right)^{21}; \left(\frac{22}{21}\right)^{22}$.

b) $(-0,1)^{19}; 0; (0,1)^{22}; (0,1)^{21}; (-0,1)^{20}$.

56. Theo khuyến nghị, khối lượng cặp sách bạn Đức nên mang không vượt quá là:

$$46 \cdot 10\% = 4,6 \text{ (kg)}.$$

Khối lượng bạn Đức có thể mang thêm nhiều nhất theo khuyến nghị là:

$$4,6 - 3,5 = 1,1 \text{ (kg)}.$$

Ta có: $1,1 : \frac{4}{25} = 6,875$ nên Bạn Đức có thể mang theo nhiều nhất 6 quyển vở để khối lượng cặp sách phù hợp với khuyến nghị trên.

Chương II

SỐ THỰC

§1 SỐ VÔ TỈ. CĂN BẬC HAI SỐ HỌC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Số vô tỉ

- Ta thường gặp những số không phải là số hữu tỉ, những số đó được gọi là số vô tỉ.
- Số vô tỉ được viết dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

Chẳng hạn: Số $\pi = 3,14159265358979323846264338\dots$ là số vô tỉ.

Căn bậc hai số học

- Căn bậc hai số học của số a không âm là số x không âm sao cho $x^2 = a$.
 - + Căn bậc hai số học của số a ($a \geq 0$) được kí hiệu là $\sqrt{a}$.
 - + Căn bậc hai số học của số 0 là số 0, viết là: $\sqrt{0} = 0$.
- Cho $a \geq 0$. Khi đó:
 - Đẳng thức $\sqrt{a} = b$ là đúng nếu $b \geq 0$ và $b^2 = a$;
 - $(\sqrt{a})^2 = a$.
- Nếu số nguyên dương a không phải là bình phương của bất kì số nguyên dương nào thì $\sqrt{a}$ là số vô tỉ.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai? Vì sao?

- Nếu a là số tự nhiên thì a là số vô tỉ.
- Nếu a là số hữu tỉ thì a không thể là số vô tỉ.
- Số thập phân vô hạn tuần hoàn là số vô tỉ.

Giải

- Sai. Lí do như sau: Nếu a là số tự nhiên thì a được biểu diễn bởi một số thập phân hữu hạn, tức là a không thể là số vô tỉ.

- b) Đúng. Lí do như sau: Nếu a là số hữu tỉ thì a được biểu diễn bởi một số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn, tức là a không thể là số vô tỉ.
- c) Sai. Lí do như sau: Số vô tỉ được viết dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

Ví dụ 2

- a) Đọc các số sau: $\sqrt{16}$; $\sqrt{1,69}$; $\sqrt{\frac{1}{79}}$.
- b) Viết các số sau: căn bậc hai số học của 125; căn bậc hai số học của 2,21; căn bậc hai số học của $\frac{1}{144}$.

Giải

- a) Các số đã cho lần lượt được đọc là: căn bậc hai số học của 16; căn bậc hai số học của 1,69; căn bậc hai số học của $\frac{1}{79}$.
- b) Các số đã cho lần lượt được viết là: $\sqrt{125}$; $\sqrt{2,21}$; $\sqrt{\frac{1}{144}}$.

Ví dụ 3 Tìm giá trị của:

a) $\sqrt{64}$;

b) $\sqrt{121}$;

c) $\sqrt{\frac{1}{100}}$.

Giải

a) $\sqrt{64} = 8$.

b) $\sqrt{121} = 11$.

c) $\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$.

C. BÀI TẬP

- a) Đọc các số sau: $\sqrt{35}$; $\sqrt{1,96}$; $\sqrt{\frac{1}{225}}$.

b) Viết các số sau: căn bậc hai số học của 2,4; căn bậc hai số học của 3,648; căn bậc hai số học của $\frac{49}{1089}$.
- Trong các cách viết sau, cách viết nào đúng? Vì sao?

a) $\sqrt{81} = \pm 9$. b) $\sqrt{81} = -9$. c) $\sqrt{81} = 9$.
- Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai? Vì sao?

a) Số 0 vừa là số vô tỉ, vừa là số hữu tỉ.

b) Căn bậc hai số học của số x không âm là số y sao cho $y^2 = x$.

c) $\sqrt{15}$ là số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

4. Chọn từ “vô tỉ”, “hữu tỉ”, “hữu hạn”, “vô hạn không tuần hoàn” thích hợp cho $\boxed{?}$:

a) Số vô tỉ được viết dưới dạng số thập phân $\boxed{?}$;

b) $\sqrt{26}$ là số $\boxed{?}$;

c) $\sqrt{\frac{1}{144}}$ là số $\boxed{?}$;

d) $\frac{-7}{50}$ viết được dưới dạng số thập phân $\boxed{?}$.

5. Trong các tập hợp sau, tập hợp nào có tất cả các phần tử đều là số vô tỉ?

a) $A = \left\{ -0,1; \sqrt{12}; \frac{21}{32}; -316 \right\}$; b) $B = \left\{ 32,1; \sqrt{25}; \sqrt{\frac{1}{16}}; \sqrt{0,01} \right\}$;

c) $C = \left\{ \sqrt{3}; \sqrt{5}; \sqrt{31}; \sqrt{83} \right\}$; d) $D = \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{231}{2}; \frac{2}{5}; -3 \right\}$.

6. Tìm số thích hợp cho $\boxed{?}$:

x	144	$\sqrt{16}$	$\boxed{?}$	$\boxed{?}$	$\boxed{?}$	0,04
$\sqrt{x}$	$\boxed{?}$	$\boxed{?}$	21	0,8	$\frac{1}{6}$	$\boxed{?}$

7. Tính:

a) $\sqrt{1+3+5}$;

b) $\sqrt{100+17+4}$;

c) $\sqrt{78+11+41+194}$.

8. Tính giá trị của biểu thức:

a) $7 \cdot \sqrt{0,36} - 5 \cdot \sqrt{25}$;

b) $11 \cdot \sqrt{1,69} + 3 \cdot \sqrt{0,01}$;

c) $3 \cdot \sqrt{\frac{1}{9}} + 1,5 \cdot \sqrt{225}$;

d) $0,1 \cdot \sqrt{100} - \sqrt{\frac{4}{25}}$.

9. Sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần: $\sqrt{\frac{1}{16}}$; $4\frac{1}{7}$; 1,(3); $\sqrt{81}$; $-\sqrt{25}$; $-12,1$.

10. Tìm x , biết:

a) $x + 2 \cdot \sqrt{16} = -3 \cdot \sqrt{49}$;

b) $2x - \sqrt{1,69} = \sqrt{1,21}$;

c) $5 \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{25}} - x \right) - \sqrt{\frac{1}{81}} = -\frac{1}{9}$;

d) $2 + \frac{1}{6} - x = 10 \cdot \sqrt{0,01} - \sqrt{\frac{25}{36}}$.

11*. Chứng tỏ rằng $\sqrt{2}$ là số vô tỉ.

TẬP HỢP $\mathbb{R}$ CÁC SỐ THỰC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Số thực

- Số hữu tỉ và số vô tỉ được gọi chung là số thực. Tập hợp các số thực được kí hiệu là $\mathbb{R}$.
- Mỗi số thực là số hữu tỉ hoặc số vô tỉ. Vì thế, mỗi số thực đều biểu diễn được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn.

Biểu diễn số thực trên trục số

- Mỗi số thực được biểu diễn bởi một điểm trên trục số. Ngược lại, mỗi điểm trên trục số đều biểu diễn một số thực.
- Trục số còn được gọi là trục số thực.

Số đối của một số thực

- Trên trục số, hai số thực (phân biệt) có điểm biểu diễn nằm về hai phía của điểm gốc 0 và cách đều điểm gốc 0 được gọi là hai số đối nhau.
- Số đối của số thực a kí hiệu là $-a$.
- Số đối của số 0 là 0.

So sánh các số thực

- So sánh hai số thực: Trong hai số thực khác nhau luôn có một số nhỏ hơn số kia.
 - + Số thực lớn hơn 0 gọi là số thực dương.
 - + Số thực nhỏ hơn 0 gọi là số thực âm.
 - + Số 0 không phải là số thực dương, cũng không phải là số thực âm.
 - + Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$.
- Cách so sánh hai số thực:
 - + Ta có thể so sánh hai số thực bằng cách biểu diễn thập phân mỗi số thực đó rồi so sánh hai số thập phân đó.
 - + Với a, b là hai số thực dương, nếu $a > b$ thì $\sqrt{a} > \sqrt{b}$.
- Minh họa trên trục số: Đối với hai số thực x và y , ta có:

+ Trên trục số nằm ngang, nếu $x < y$ hay $y > x$ thì điểm x nằm bên trái điểm y ; ngược lại, nếu điểm x nằm bên trái điểm y thì $x < y$ hay $y > x$.

+ Trên trục số thẳng đứng, nếu $x < y$ hay $y > x$ thì điểm x nằm phía dưới điểm y ; ngược lại, nếu điểm x nằm phía dưới điểm y thì $x < y$ hay $y > x$.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai? Vì sao?

a) Nếu a là số hữu tỉ thì a cũng là số thực.

b) Mọi số thực là số nguyên hoặc số vô tỉ.

c) $\sqrt{3}$ là số vô tỉ nhưng không là số thực.

Giải

a) Đúng. Lí do như sau: Số hữu tỉ và số vô tỉ được gọi chung là số thực.

b) Sai. Lí do như sau: $\frac{1}{2}$ là số thực nhưng không là số nguyên, không là số vô tỉ.

c) Sai. Lí do như sau: $\sqrt{3}$ là số vô tỉ mà mọi số thực là số hữu tỉ hoặc số vô tỉ nên $\sqrt{3}$ là số thực.

Ví dụ 2 Tìm số đối của mỗi số sau: 4; 1,22; $\frac{12}{7}$; $\sqrt{7}$; -1,7; $-\frac{5}{4}$.

Giải

Số đối của các số 4; 1,22; $\frac{12}{7}$; $\sqrt{7}$; -1,7; $-\frac{5}{4}$ lần lượt là: -4; -1,22; $-\frac{12}{7}$; $-\sqrt{7}$; 1,7; $\frac{5}{4}$.

Ví dụ 3 So sánh:

a) $3\frac{1}{6}$ và 3,168;

b) $\sqrt{21}$ và $\sqrt{27}$;

c) -1,(625) và $1\frac{5}{8}$.

Giải

a) Ta có: $3\frac{1}{6} = 3,1(6) = 3,1666\dots$

Do $3,1666\dots < 3,168$ nên $3\frac{1}{6} < 3,168$.

b) Do $21 < 27$ nên $\sqrt{21} < \sqrt{27}$.

c) Do $-1,(625) < 0$ và $1\frac{5}{8} > 0$ nên $-1,(625) < 1\frac{5}{8}$.

C. BÀI TẬP

12. Chọn kí hiệu “ $\in$ ”, “ $\notin$ ” thích hợp cho $\boxed{?}$:

- a) $5,76 \boxed{?} \mathbb{Z}$; b) $-0,(78) \boxed{?} \mathbb{R}$; c) $\frac{-321}{4\ 391} \boxed{?} \mathbb{R}$; d) $\sqrt{13} \boxed{?} \mathbb{Q}$.

13. Chọn từ “số thực”, “số hữu tỉ”, “số vô tỉ” thích hợp cho $\boxed{?}$:

- a) Nếu x là số thực thì x là $\boxed{?}$ hoặc là $\boxed{?}$;
b) Nếu y là số hữu tỉ thì y không là $\boxed{?}$;
c) Nếu z là số vô tỉ thì z cũng là $\boxed{?}$.

14. Tìm số đối của mỗi số sau: $23,56$; $3,552$; $\frac{3}{9}$; $\sqrt{156}$; $-\sqrt{17}$; $\frac{-15}{41}$.

15. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai? Vì sao?

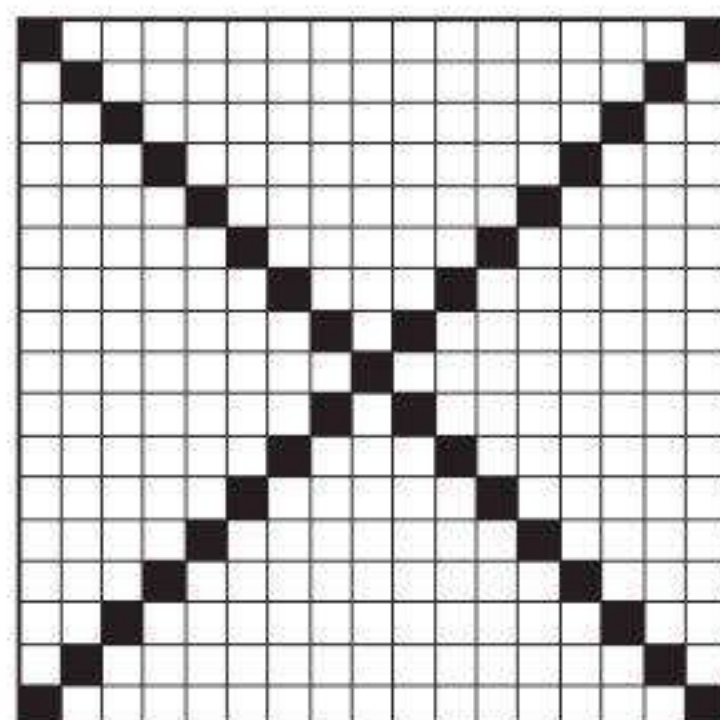
- a) Trên trục số nằm ngang, hai điểm $\sqrt{13}$ và $-\sqrt{12}$ nằm về hai phía của điểm gốc 0 và cách đều điểm gốc 0.
b) Trên trục số thẳng đứng, điểm $\frac{-5}{6}$ nằm phía dưới điểm $\sqrt{5}$.
c) Trên trục số nằm ngang, điểm $\sqrt{2}$ nằm bên phải điểm $\sqrt{3}$.

16. Bạn Na phát biểu: “Có năm số thực âm và ba số thực dương trong tám số thực sau: $\frac{-1}{2}$; $\frac{-7}{4}$; $\frac{-5}{6}$; $\frac{5}{6}$; $\sqrt{7}$; $-\sqrt{2}$; $2\frac{1}{2}$; $\sqrt{16}$ ”. Phát biểu của bạn Na đúng hay sai? Vì sao?

17. Tìm chữ số thích hợp cho $\boxed{?}$:

- a) $4,62 \boxed{?} 9 < 4,6211$; b) $-0,76 \boxed{?} (14) < -0,76824$;
c) $7,53 > 7, \boxed{?} 3 > 7,(3)$; d) $-158,76 > -158,(7 \boxed{?}) > -158,(7)$.

18. Một nền nhà có dạng hình vuông được lát bằng 289 viên gạch. Các viên gạch được lát đều có dạng hình vuông và cùng kích thước. Hai đường chéo của nền nhà được lát bằng các viên gạch màu đen, phần còn lại được lát bằng các viên gạch màu trắng (Hình 1). Tính số viên gạch màu trắng được dùng để lát nền nhà.



Hình 1

GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ THỰC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Khái niệm

- Khoảng cách từ điểm x đến điểm gốc 0 trên trục số được gọi là giá trị tuyệt đối của số x , kí hiệu là $|x|$.
- Giá trị tuyệt đối của một số luôn là một số không âm: $|x| \geq 0$ với mọi số thực x .
- Hai số thực đối nhau có giá trị tuyệt đối bằng nhau: $|-x| = |x|$ với mọi số thực x .

Tính chất

Với mỗi số thực x , ta có:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{nếu } x > 0 \\ 0 & \text{nếu } x = 0 \\ -x & \text{nếu } x < 0. \end{cases}$$

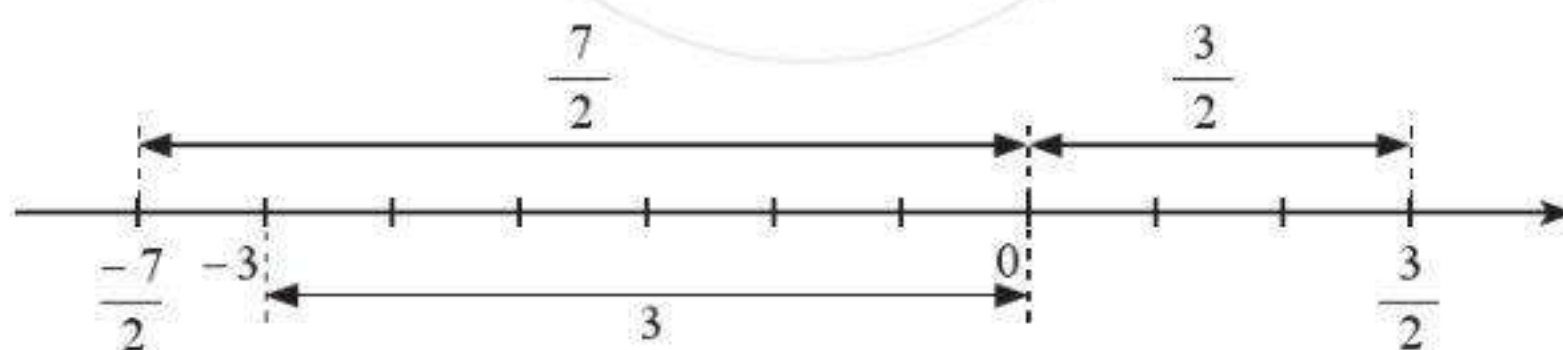
B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Biểu diễn trên trục số và tìm giá trị tuyệt đối của mỗi số thực sau:

$$-3; \frac{-7}{2}; \frac{3}{2}; 0.$$

Giải

Ta có biểu diễn trên trục số:



Hình 2

Căn cứ vào khoảng cách từ mỗi điểm $-3; \frac{-7}{2}; \frac{3}{2}; 0$ đến điểm gốc 0 trên trục số (Hình 2), ta có:

$$|-3| = 3; \left| \frac{-7}{2} \right| = \frac{7}{2}; \left| \frac{3}{2} \right| = \frac{3}{2}; |0| = 0.$$

Ví dụ 2 So sánh giá trị tuyệt đối của hai số thực x, y trong mỗi trường hợp sau:

a) $x = \frac{15}{7}$ và $y = \frac{1}{8}$;

b) $x = 3\frac{1}{81}$ và $y = -\frac{1}{845}$;

c) $x = \frac{-1\,000}{2\,829}$ và $y = 1,2$;

d) $x = -7,4$ và $y = -6,7$.

Giải

a) Ta có: $|x| = \left| \frac{15}{7} \right| = \frac{15}{7}$ và $|y| = \left| \frac{1}{8} \right| = \frac{1}{8}$.

Do $\frac{15}{7} > 1$ và $\frac{1}{8} < 1$ nên $\frac{15}{7} > \frac{1}{8}$. Vậy $|x| > |y|$.

b) Ta có: $|x| = \left| 3\frac{1}{81} \right| = 3\frac{1}{81}$ và $|y| = \left| -\frac{1}{845} \right| = \frac{1}{845}$.

Do $3\frac{1}{81} > 1$ và $\frac{1}{845} < 1$ nên $3\frac{1}{81} > \frac{1}{845}$. Vậy $|x| > |y|$.

c) Ta có: $|x| = \left| \frac{-1\,000}{2\,829} \right| = \frac{1\,000}{2\,829}$ và $|y| = |1,2| = 1,2$.

Do $\frac{1\,000}{2\,829} < 1$ và $1,2 > 1$ nên $\frac{1\,000}{2\,829} < 1,2$. Vậy $|x| < |y|$.

d) Ta có: $|x| = |-7,4| = 7,4$ và $|y| = |-6,7| = 6,7$.

Do $7,4 > 6,7$ nên $|x| > |y|$.

Ví dụ 3 Tìm số thực x , biết:

a) $|x| = 1$;

b) $|x - 20| = 0$;

c) $|x + 21| = -\sqrt{2}$.

Giải

a) Do $|x| = 1$ nên $x = 1$ hoặc $x = -1$.

b) Do $|x - 20| = 0$ nên $x - 20 = 0$. Suy ra $x = 20$.

c) Do $|x + 21| \geq 0$ với mọi số thực x mà $-\sqrt{2} < 0$ nên không có giá trị nào của x thoả mãn $|x + 21| = -\sqrt{2}$.

Ví dụ 4 Tính giá trị của mỗi biểu thức:

a) $|5,9 + (-4,1)|$;

b) $(-4,18) + |-3,411|$.

Giải

a) $|5,9 + (-4,1)| = |1,8| = 1,8$.

b) $(-4,18) + |-3,411| = (-4,18) + 3,411 = -0,769$.

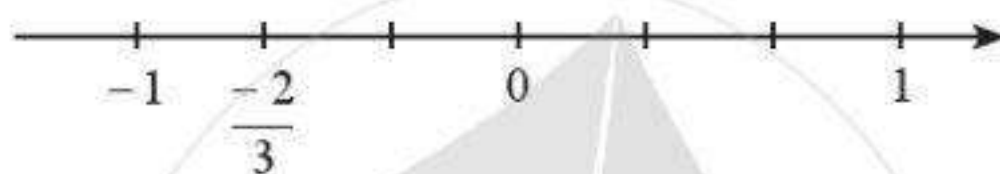
C. BÀI TẬP

19. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai? Vì sao?

- a) Giá trị tuyệt đối của một số thực là một số dương hoặc bằng 0.
- b) Hai số có giá trị tuyệt đối bằng nhau là hai số bằng nhau.
- c) Hai số đối nhau có giá trị tuyệt đối bằng nhau.
- d) Giá trị tuyệt đối của một số thực luôn bằng chính nó.

20. Tìm: $|-2022|$; $|\sqrt{312}|$; $|\sqrt{5,4}|$; $|\frac{-273}{2}|$; $|-20,21|$.

21. Biểu diễn trên trục số giá trị tuyệt đối của mỗi số đã cho trên trục số ở Hình 3:



22. Tính giá trị của mỗi biểu thức:

- a) $|-11| + |22| + |-33| - 44$;
- b) $2 \cdot |-21| - 3 \cdot |125| - 5 \cdot |-33| - |2 \cdot 21|$;
- c) $2,8 + 3 \cdot \left| -\frac{13}{3} \right| + 0,2 \cdot |6| + 5 \cdot |-10|$;
- d) $(-1,5) + 2 \cdot \left| 2\frac{1}{2} \right| - 6 \cdot \left| \frac{-16}{3} \right| + 5 \cdot |-0,3|$.

23. Trong giờ hoạt động của câu lạc bộ Toán, bạn Nam phát biểu “Giá trị tuyệt đối của tổng hai số thực khác dấu bất kì luôn là một số dương”. Bạn Nam phát biểu đúng hay sai? Vì sao?

24. Chọn dấu “<”, “>”, “=” thích hợp cho $\boxed{?}$:

- a) $|-12| \boxed{?} |0|$;
- b) $\left| \frac{-321}{491} \right| \boxed{?} \left| \frac{321}{491} \right|$;
- c) $|5,706| \boxed{?} |-7,01|$;
- d) $|\sqrt{131}| \boxed{?} 131$.

25. Tìm số thực x , biết:

- a) $|x| = \frac{13}{17}$;
- b) $|x + 2,037| = 0$;
- c) $|x - 22| = -\sqrt{3}$;
- d) $|x| = x$;
- e*) $|x| + |x + 1| = 0$.

26. Cho hai số thực a, b ($a \neq 0, b \neq 0, a \neq b$). Gọi $M = \sqrt{19} \cdot |a| \cdot b^2 \cdot (a - b)^2$. Chứng tỏ rằng M là số dương.

27*. Cho 100 số thực, trong đó tích của ba số bất kì là một số âm. Chứng tỏ rằng tích của 100 số thực đó là một số dương.

28*. a) Với giá trị nào của x thì $A = 10 \cdot |x - 2| + 22$ đạt giá trị nhỏ nhất?

b) Với giá trị nào của x thì $B = -(21x^2 + 22 \cdot |x|) - 23$ đạt giá trị lớn nhất?

§4 LÀM TRÒN VÀ ƯỚC LƯỢNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Làm tròn số

– Ở nhiều tình huống thực tiễn, ta cần tìm một số thực khác xấp xỉ với số thực đã cho để thuận tiện hơn trong ghi nhớ, đo đạc hay tính toán. Số thực tìm được như thế được gọi là số làm tròn của số thực đã cho.

– Ta nói số a được làm tròn đến số b với độ chính xác d nếu khoảng cách giữa điểm a và điểm b trên trục số không vượt quá d .

+ Để xác định độ chính xác khi làm tròn số đến một hàng nào đó, ta có thể sử dụng kết quả được minh họa trong *Bảng 1*.

Làm tròn số đến hàng	Độ chính xác
trăm	50
chục	5
đơn vị	0,5
phần mười	0,05
phần trăm	0,005

Bảng 1

Độ chính xác	Làm tròn số đến hàng
50	trăm
5	chục
0,5	đơn vị
0,05	phần mười
0,005	phần trăm

Bảng 2

+ Để làm tròn số với độ chính xác cho trước, ta có thể sử dụng cách được minh họa trong *Bảng 2*.

Ước lượng

Trong thực tiễn, đôi lúc ta không quá quan tâm đến tính chính xác của kết quả tính toán mà chỉ cần ước lượng kết quả, tức là tìm một số gần sát với kết quả chính xác.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1

- a) Làm tròn số 256 498 với độ chính xác 50.
- b) Làm tròn số 127,364 với độ chính xác 0,05.
- c) Làm tròn số $-18,8367$ với độ chính xác 0,005.

Giải

- a) Để làm tròn số 256 498 với độ chính xác 50, ta sẽ làm tròn số đó đến hàng trăm. Áp dụng quy tắc làm tròn số ta được $256\,498 \approx 256\,500$.
- b) Để làm tròn số 127,364 với độ chính xác 0,05, ta sẽ làm tròn số đó đến hàng phần mười. Áp dụng quy tắc làm tròn số ta được $127,364 \approx 127,4$.
- c) Để làm tròn số $-18,8367$ với độ chính xác 0,005, ta sẽ làm tròn số đó đến hàng phần trăm. Áp dụng quy tắc làm tròn số ta được $-18,8367 \approx -18,84$.

Ví dụ 2 Eo biển Malacca nằm giữa bán đảo Malay và đảo Sumatra, nằm trên tuyến giao thông cực kì quan trọng, vận chuyển hàng hoá bằng đường thuỷ từ châu Âu, châu Phi, Nam Á, Trung Đông, đi Đông Á. Eo biển này có chiều dài khoảng 500 dặm.

(Nguồn: <http://tapchikhxh.vass.gov.vn>)

Hỏi chiều dài eo biển Malacca là bao nhiêu ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị), biết $1 \text{ dặm} = 1,609344 \text{ km}$?

Giải

Chiều dài eo biển Malacca là:

$$500 \cdot 1,609344 = 804,672 \approx 805 \text{ (km)}.$$

Ví dụ 3

- a) Làm tròn số thập phân vô hạn tuần hoàn $42,7(6)$ đến hàng phần mười.
- b) Làm tròn số thập phân vô hạn không tuần hoàn 122,1133965432... đến hàng phần trăm.

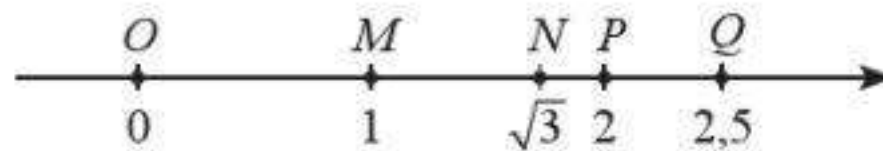
Giải

a) Ta có: $42,7(6) = 42,7666\dots$

Do chữ số hàng phần trăm là 6 và $6 > 5$ nên $42,7(6) = 42,7666\dots \approx 42,8$.

b) Do chữ số hàng phần nghìn là 3 và $3 < 5$ nên $122,1133965432\dots \approx 122,11$.

Ví dụ 4 Quan sát các điểm biểu diễn những số $1; \sqrt{3}; 2; 2,5$ trên trục số sau (Hình 4):



Hình 4

a) Tính độ dài các đoạn thẳng MP, PQ .

b) So sánh độ dài hai đoạn thẳng MN và MP .

c*) Chứng tỏ rằng số $\sqrt{3}$ được làm tròn đến số 2 với độ chính xác 0,5.

Giải

a) Ta có: $MP = OP - OM = |2| - |1| = 2 - 1 = 1$;

$$PQ = OQ - OP = |2,5| - |2| = 2,5 - 2 = 0,5.$$

b) Do điểm N nằm giữa hai điểm M và P nên $MN < MP$.

c*) Ta có $2,25 < 3$ nên $\sqrt{2,25} < \sqrt{3}$ hay $1,5 < \sqrt{3}$.

Mặt khác, ta lại có $NP = OP - ON = |2| - |\sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3}$ nên $NP < 2 - 1,5 = 0,5$.

Suy ra khoảng cách giữa điểm $\sqrt{3}$ và điểm 2 trên trục số là nhỏ hơn 0,5. Vì vậy, số $\sqrt{3}$ được làm tròn đến số 2 với độ chính xác 0,5.

Ví dụ 5 Áp dụng quy tắc làm tròn để ước lượng kết quả của mỗi phép tính sau:

a) $61,74 + 0,31835$;

b) $48 - 122$;

c) $3,197 \cdot 8,5$;

d) $29,88 : 9,99$.

Giải

a) Làm tròn đến hàng phần mười của mỗi số hạng: $61,74 \approx 61,7$; $0,31835 \approx 0,3$.

Cộng hai số đã được làm tròn, ta có: $61,74 + 0,31835 \approx 61,7 + 0,3 = 62$.

b) Làm tròn đến hàng chục của số bị trừ và số trừ: $48 \approx 50$; $122 \approx 120$.

Trừ hai số đã được làm tròn, ta có: $48 - 122 \approx 50 - 120 = -70$.

c) Làm tròn đến hàng đơn vị của mỗi thừa số: $3,197 \approx 3$; $8,5 \approx 9$.

Nhân hai số đã được làm tròn, ta có: $3,197 \cdot 8,5 \approx 3 \cdot 9 = 27$.

d) Làm tròn đến hàng đơn vị của số bị chia và số chia: $29,88 \approx 30$; $9,99 \approx 10$.

Chia hai số đã được làm tròn, ta có: $29,88 : 9,99 \approx 30 : 10 = 3$.

C. BÀI TẬP

29. Theo thống kê tính đến tháng 12 năm 2021 của NapoleonCat (công cụ đo lường các chỉ số mạng xã hội), tổng số người dùng Facebook tại Việt Nam là 80 595 300 người, tăng 9 055 300 người so với số người dùng Facebook tính đến tháng 12 năm 2020.

a) Làm tròn số chỉ số người dùng Facebook tính đến tháng 12 năm 2021 đến hàng triệu.

b) Tính số người dùng Facebook tính đến tháng 12 năm 2020 (làm tròn kết quả đến hàng triệu).

30. Tìm số tự nhiên lớn nhất và số tự nhiên nhỏ nhất sau khi làm tròn đến hàng nghìn cho kết quả là 83 000.

31. a) Làm tròn số 76 648 với độ chính xác 50.

b) Làm tròn số 893,453 với độ chính xác 0,05.

c) Làm tròn số $-9\,051,1379$ với độ chính xác 0,005.

32. Làm tròn số 11,345679 với độ chính xác d trong mỗi trường hợp sau:

a) $d = 0,5$;

b) $d = 0,05$;

c*) $d = 0,00005$.

33. Diện tích gieo cấy lúa vụ đông xuân năm 2021 trên cả nước đạt 3 006,7 nghìn ha và bằng 99,438% diện tích gieo cấy lúa vụ đông xuân năm 2020.

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

Tính tổng diện tích gieo cấy lúa vụ đông xuân của cả hai năm 2020 và 2021 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

34. Parker Solar là tàu vũ trụ mang sứ mệnh nghiên cứu Mặt Trời. Ngày 29/4/2021, Parker Solar bay qua lớp khí quyển ngoài của Mặt Trời với vận tốc 532 000 km/h.

(Nguồn: <https://vnexpress.net/tau-nasa-tro-thanh-vat-the-nhan-cao-nhanh-nhat-lich-su>)

Bạn Bình chuyển đổi vận tốc trên về đơn vị mét/giây được kết quả là 147 777,(7) m/s.

a) Bạn Vân nói rằng “Parker Solar bay qua lớp khí quyển ngoài của Mặt Trời với vận tốc 147 778 m/s.” Số liệu đó đã được làm tròn đến hàng nào?

b) Tính tỉ số phần trăm giữa vận tốc của Parker Solar được bạn Vân làm tròn và vận tốc ánh sáng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm), biết rằng vận tốc ánh sáng là 299 792 458 m/s.

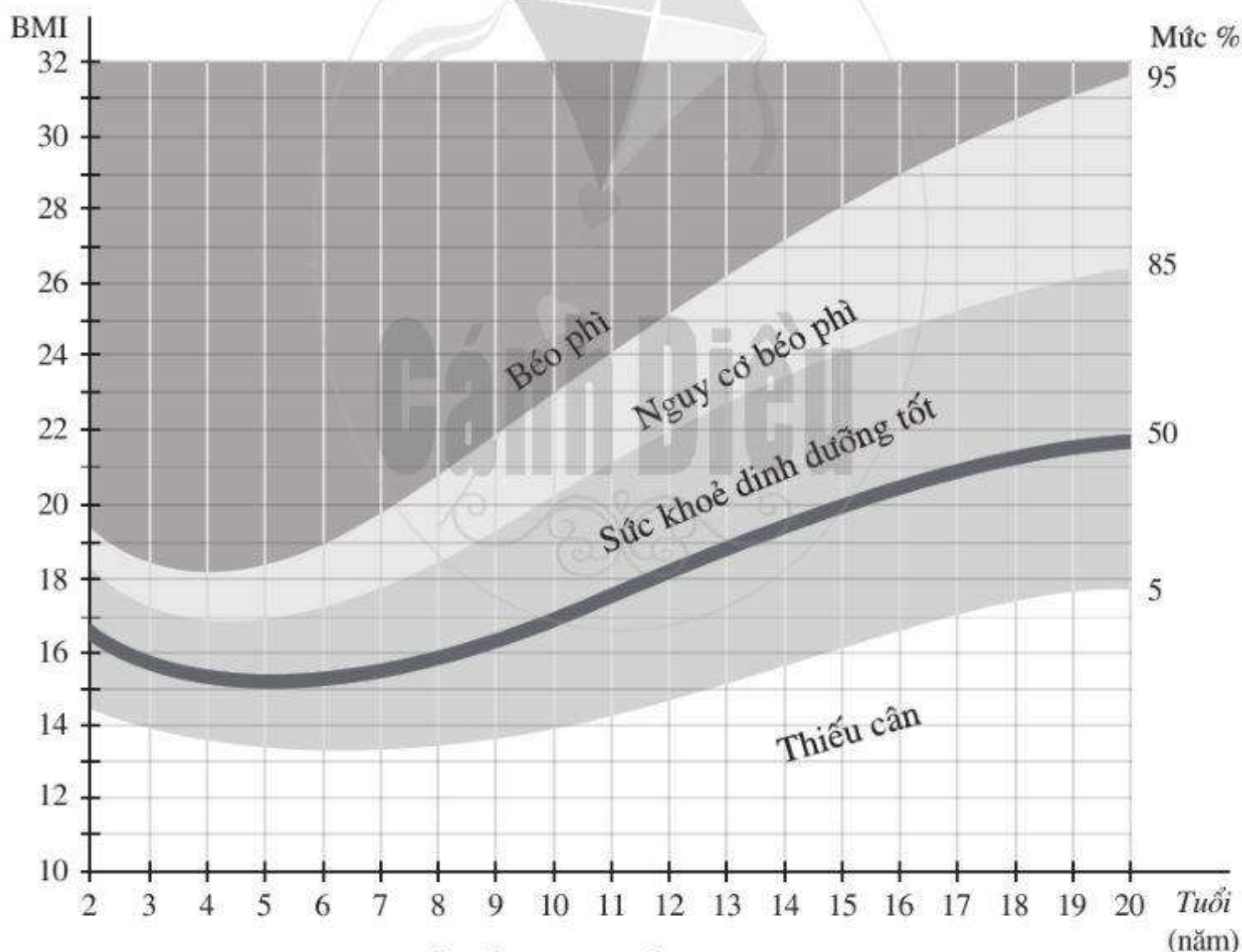
35. a) Làm tròn mỗi số thập phân vô hạn sau đến hàng phần mười:

456,91(3); 13,141567890123....

b) Làm tròn mỗi số thập phân vô hạn sau đến hàng phần nghìn:

6,76(87); 987,41485075432... .

36. Chỉ số khối cơ thể thường được biết đến với tên viết tắt BMI theo tên tiếng Anh *Body Mass Index*, là một tỉ số cho phép đánh giá thể trạng của một người là gầy, bình thường hay béo. Chỉ số khối cơ thể của một người được tính theo công thức sau: $BMI = \frac{m}{h^2}$, trong đó m là khối lượng cơ thể tính theo ki-lô-gam, h là chiều cao tính theo mét.



Hình 5. Biểu đồ đánh giá thể trạng ở trẻ em theo BMI

(Nguồn: Toán 6, NXB Đại học Sư phạm, 2021)

Kết quả (cân nặng, chiều cao) của bốn học sinh Đạt, Hà, Nam, Linh lớp 7A (độ tuổi 13) được cho trong Bảng 3.

Học sinh	Cân nặng (kg)	Chiều cao (m)
Đạt	44	1,55
Hà	58	1,56
Nam	75	1,62
Linh	37	1,59

Bảng 3

- a) Tính chỉ số BMI của từng học sinh Đạt, Hà, Nam, Linh (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).
- b) Biểu đồ ở Hình 5 cho ta đánh giá thể trạng của học sinh lớp 7 (độ tuổi 13) theo BMI như sau:

- BMI < 15,2: Thiếu cân;
- $15,2 \leq \text{BMI} < 22,7$: Sức khỏe dinh dưỡng tốt;
- $22,7 \leq \text{BMI} < 27,2$: Nguy cơ béo phì;
- $27,2 \leq \text{BMI}$: Béo phì.

Nhận xét thể trạng (thiếu cân, sức khỏe dinh dưỡng tốt, nguy cơ béo phì, béo phì) của mỗi học sinh Đạt, Hà, Nam, Linh.

37*. Gọi $a = \underbrace{777\dots777}_{27 \text{ chữ số } 7} : 15$. Tìm chữ số hàng đơn vị của b , biết b là kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của a .

§5 TỈ LỆ THỨC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định nghĩa

Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$, viết là $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (hoặc $a : b = c : d$).

Tính chất

1) Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$.

2) Nếu $ad = bc$ và a, b, c, d đều khác 0 thì ta có các tỉ lệ thức:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; \frac{d}{b} = \frac{c}{a}; \frac{d}{c} = \frac{b}{a}.$$

Với a, b, c, d đều khác 0 thì từ một trong năm đẳng thức sau đây, ta có thể suy ra các đẳng thức còn lại:

$$ad = bc; \frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; \frac{d}{b} = \frac{c}{a}; \frac{d}{c} = \frac{b}{a}.$$

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Nhân dịp tết Trung thu, bác An tặng các bạn thiếu nhi phường Bồ Đề hai thùng bánh kẹo. Thùng thứ nhất chứa 15 kg bánh và 21 kg kẹo; thùng thứ hai chứa 12,5 kg bánh và 17,5 kg kẹo.

- Tính tỉ số giữa khối lượng bánh và khối lượng kẹo ở mỗi thùng.
- Hai tỉ số trên có lập thành tỉ lệ thức không?

Giải

- Tỉ số giữa khối lượng bánh và khối lượng kẹo ở thùng thứ nhất là:

$$15 : 21 = \frac{5}{7}.$$

Tỉ số giữa khối lượng bánh và khối lượng kẹo ở thùng thứ hai là:

$$12,5 : 17,5 = \frac{5}{7}.$$

- Do $15 : 21 = 12,5 : 17,5$ (cùng bằng $\frac{5}{7}$) nên hai tỉ số trên lập được tỉ lệ thức.

Ví dụ 2 Từ các tỉ số sau đây có thể lập được tỉ lệ thức không?

$$a) \frac{-14}{21} \text{ và } \frac{10}{-15}.$$

$$b) \frac{9}{13} : 5 \text{ và } 5 : \frac{9}{13}.$$

Giải

- Ta có:

$$\frac{-14}{21} = \frac{(-14) : 7}{21 : 7} = \frac{-2}{3}; \quad \frac{10}{-15} = \frac{-10}{15} = \frac{(-10) : 5}{15 : 5} = \frac{-2}{3}.$$

Hai tỉ số đã cho đều bằng $\frac{-2}{3}$. Vậy ta có tỉ lệ thức: $\frac{-14}{21} = \frac{10}{-15}$.

$$b) \text{ Ta có: } \frac{9}{13} : 5 = \frac{9}{13} \cdot \frac{1}{5} = \frac{9}{65}; \quad 5 : \frac{9}{13} = 5 \cdot \frac{13}{9} = \frac{65}{9}.$$

Hai tỉ số đã cho không bằng nhau nên ta không có tỉ lệ thức từ hai tỉ số đó.

Ví dụ 3 Tìm số x trong mỗi tỉ lệ thức sau:

$$a) \frac{-3}{x} = \frac{15}{7};$$

$$b) x : 8 = 5 : 4;$$

$$c) 2,5 : 7,5 = x : \frac{3}{5}.$$

Giải

a) Do $\frac{-3}{x} = \frac{15}{7}$ nên $15x = -21$.

Vậy $x = -21 : 15 = -1,4$.

b) Do $x : 8 = 5 : 4$ hay $\frac{x}{8} = \frac{5}{4}$ nên $4x = 40$.

Vậy $x = 40 : 4 = 10$.

c) Do $2,5 : 7,5 = x : \frac{3}{5}$ hay $\frac{2,5}{7,5} = x \cdot \frac{5}{3}$, suy ra $\frac{1}{3} = \frac{5x}{3}$. Do đó $5x = 1$.

Vậy $x = \frac{1}{5}$.

Ví dụ 4 Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ đẳng thức:

$$3 \cdot 20 = 4 \cdot 15.$$

Giải

Ta có các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}; \quad \frac{3}{15} = \frac{4}{20}; \quad \frac{20}{4} = \frac{15}{3}; \quad \frac{20}{15} = \frac{4}{3}.$$

C. BÀI TẬP

38. Lần thứ nhất bác Dũng xay 100 kg thóc được 65 kg gạo. Lần thứ hai bác xay 30 kg thóc được 19,5 kg gạo.

a) Tính tỉ số giữa khối lượng thóc xay lần thứ nhất và khối lượng thóc xay lần thứ hai; tỉ số giữa khối lượng gạo lần thứ nhất và khối lượng gạo lần thứ hai.

b) Hai tỉ số trên có lập thành tỉ lệ thức không?

39. Thùng thứ nhất chứa 17 l dầu nặng 13,6 kg. Thùng thứ hai chứa 15 l dầu nặng 12 kg.

a) Tính tỉ số giữa thể tích dầu của thùng thứ nhất và thể tích dầu của thùng thứ hai; tỉ số giữa khối lượng dầu của thùng thứ nhất và khối lượng dầu của thùng thứ hai.

b) Hai tỉ số trên có lập thành tỉ lệ thức không?

40. Từ các tỉ số sau đây có thể lập được tỉ lệ thức không?

a) $16 : 6$ và $40 : 15$.

b) $\frac{2}{3} : \frac{1}{4}$ và $12 : (-3)$.

c) $(-3,9) : 2,4$ và $5,85 : (-3,6)$.

d) $\sqrt{9} : 2$ và $\sqrt{36} : 4$.

41. Tìm số x trong mỗi tỉ lệ thức sau:

a) $\frac{x}{26} = \frac{21}{39}$;

b) $4 : 5,2 = x : \frac{2}{7}$;

c) $\frac{1,25}{0,1x} = \frac{1,35}{0,2}$;

d*) $(3x - 2) : \frac{7}{2} = \frac{4}{21} : \frac{1}{12}$.

42. Chọn số thích hợp cho $\boxed{?}$:

a) $-\frac{16}{3} : \boxed{?} = \frac{25}{6} : (-0,4)$;

b) $\frac{5}{3} : 0,125 = \boxed{?} : 0,3$.

43. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể có được từ bốn số sau:

a) 12; 21; 84; 3;

b) 0,36; 4,25; 0,9; 1,7;

c) $\frac{3}{5}$; 6; $\frac{4}{5}$; 8;

d) 2,5; -5,12; -3,2; 4.

44. Cho ba số 6, 8, 24.

a) Tìm số x sao cho x cùng với ba số trên lập thành một tỉ lệ thức.

b) Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể có được.

45. Cho tỉ lệ thức $\frac{x}{2} = \frac{y}{7}$ và $xy = 56$. Tìm x và y .

46*. Tìm chu vi của một hình chữ nhật biết tỉ số giữa chiều rộng và chiều dài là $\frac{2}{5}$ và diện tích của nó là 40 m^2 .

S6 DÂY TỈ SỐ BẰNG NHAU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Khái niệm

– Những tỉ số bằng nhau và được viết nối với nhau bởi các dấu đẳng thức tạo thành dãy tỉ số bằng nhau.

– Với dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{g}$, ta cũng viết $a : b = c : d = e : g$.

– Khi có dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{g}$ (các số a, b, c, d, e, g đều khác 0), ta nói các số a, c, e tỉ lệ với các số b, d, g và viết là $a : c : e = b : d : g$.

Tính chất

– Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, ta suy ra:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d} \quad (b \neq d \text{ và } b \neq -d).$$

– Tính chất trên còn được mở rộng cho dãy tỉ số bằng nhau. Chẳng hạn, từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{g}$, ta suy ra:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{g} = \frac{a+c+e}{b+d+g} = \frac{a-c+e}{b-d+g} \quad (\text{giả thiết các tỉ số đều có nghĩa}).$$

Ứng dụng

Các tính chất của dãy tỉ số bằng nhau có nhiều ứng dụng trong thực tiễn, chẳng hạn, ứng dụng vào bài toán chia một đại lượng cho trước thành các phần theo tỉ lệ cho trước.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Tìm hai số x, y , biết: $x : y = 20 : 9$ và $x - y = -22$.

Giải

Do $x : y = 20 : 9$ hay $\frac{x}{y} = \frac{20}{9}$ nên $\frac{x}{20} = \frac{y}{9}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{20} = \frac{y}{9} = \frac{x-y}{20-9} = \frac{-22}{11} = -2.$$

Vậy $x = 20 \cdot (-2) = -40$; $y = 9 \cdot (-2) = -18$.

Ví dụ 2 Tìm ba số x, y, z , biết $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{5}$ và $x - y + z = -10,2$.

Giải

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{5} = \frac{x-y+z}{3-2+5} = \frac{-10,2}{6} = -1,7.$$

Vậy $x = 3 \cdot (-1,7) = -5,1$; $y = 2 \cdot (-1,7) = -3,4$; $z = 5 \cdot (-1,7) = -8,5$.

Ví dụ 3 Hướng ứng phong trào “Tết trồng cây”, các học sinh lớp 7A và 7B cùng tham gia trồng cây. Hai lớp 7A và 7B trồng được tất cả là 300 cây; số cây của lớp 7A trồng và số cây của lớp 7B trồng lần lượt tỉ lệ với 7, 8. Tính số cây mỗi lớp trồng được.

Giải

Gọi số cây của lớp 7A trồng và số cây của lớp 7B trồng lần lượt là x, y .

Ta có: $\frac{x}{7} = \frac{y}{8}$ và $x + y = 300$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{7} = \frac{y}{8} = \frac{x+y}{7+8} = \frac{300}{15} = 20.$$

Suy ra: $x = 7 \cdot 20 = 140$; $y = 8 \cdot 20 = 160$.

Vậy lớp 7A trồng 140 cây, lớp 7B trồng 160 cây.

C. BÀI TẬP

47. Tìm hai số x, y , biết:

a) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ và $x + y = 14$;

b) $\frac{x}{4} = \frac{y}{-7}$ và $x - y = 33$;

c) $x : y = 2\frac{2}{3}$ và $x - y = 60$;

d) $x : 3 = y : 16$ và $3x - y = 35$.

48. Tìm ba số x, y, z , biết:

a) $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ và $x + y + z = 98$;

b) $\frac{x}{5} = \frac{y}{-6} = \frac{z}{7}$ và $x - y - z = 16$;

c) $x : y : z = 2 : 3 : 4$ và $x + 2y - z = -8$;

d) $\frac{x}{-3} = \frac{y}{4}$; $\frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ và $x + y + z = 14$.

49. Chị Ngọc trộn bột mì và đường để làm bánh theo công thức 6 phần bột mì và 1 phần đường. Khối lượng bột mì và đường sau khi trộn là 420 g. Hỏi chị Ngọc đã trộn bao nhiêu gam bột mì và bao nhiêu gam đường?

50. Theo bảng xếp hạng giải bóng đá Ngoại hạng Anh mùa giải 2020 – 2021, câu lạc bộ Leicester City hơn câu lạc bộ Aston Villa 11 điểm. Tính điểm số của mỗi câu lạc bộ, biết rằng điểm số của câu lạc bộ Leicester City bằng 1,2 lần điểm số của câu lạc bộ Aston Villa.

51. Trong đợt chống dịch Covid-19, để hưởng ứng phong trào “ATM gạo”, ba quận I, II, III đã ủng hộ tổng cộng 120 tạ gạo. Số gạo ủng hộ của ba quận I, II, III tỉ lệ với ba số 9; 7; 8. Tính số gạo mỗi quận đã ủng hộ.

52. Tổng số trang của 8 quyển vở loại một, 9 quyển vở loại hai và 5 quyển vở loại ba là 1 980 trang. Số trang của mỗi quyển vở loại hai bằng $\frac{2}{3}$ số trang của mỗi quyển vở loại một. Số trang của bốn quyển vở loại ba bằng số trang của ba quyển vở loại hai. Tính số trang mỗi quyển vở của từng loại vở trên.

53. Tìm một số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng số đó chia hết cho 18 và các chữ số của nó tỉ lệ với 1; 2; 3.

54. Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, hãy chứng tỏ mỗi tỉ lệ thức sau:

a) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$;

b) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$.

ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Khái niệm

Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = kx$ (với k là một hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k .

Nếu y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k thì x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{k}$.

Tính chất

Nếu hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau thì:

- Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi;
- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia.

Cụ thể: Giả sử y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k . Với mỗi giá trị $x_1, x_2, x_3, \dots$ khác 0 của x , ta có một giá trị tương ứng $y_1, y_2, y_3, \dots$ của y . Khi đó:

$$\bullet \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots = k;$$

$$\bullet \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}; \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_1}{y_3}; \dots$$

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Cho biết hai đại lượng đã cho trong mỗi trường hợp sau có là hai đại lượng tỉ lệ thuận hay không. Nếu có hãy xác định hệ số tỉ lệ đó.

- a) Chu vi C và độ dài cạnh a của một hình vuông.
 b) Diện tích S và độ dài cạnh a của một hình vuông.

Giải

- a) Do $C = 4a$ nên chu vi C của hình vuông có tỉ lệ thuận với độ dài cạnh a của hình vuông đó theo hệ số tỉ lệ là 4.
 b) Do $S = a^2$ nên diện tích S của một hình vuông không tỉ lệ thuận với độ dài cạnh a của hình vuông đó.

Ví dụ 2 Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau và khi $x = 5$ thì $y = 18$.

- a) Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x .
 b) Viết công thức tính y theo x .

Giải

- a) Gọi k là hệ số tỉ lệ của y đối với x . Ta có $y = kx$.
 Vì khi $x = 5$ thì $y = 18$ nên $18 = k \cdot 5$ hay $k = \frac{18}{5} = 3,6$.
 b) Ta có $y = 3,6x$.

Ví dụ 3 Cho biết m tỉ lệ thuận với V theo hệ số tỉ lệ là 7,8.

- a) Tìm số thích hợp cho $\boxed{?}$.

V	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{39}$	-2	$\frac{31}{13}$	$\frac{47}{156}$
m	$\boxed{?}$	$\boxed{?}$	$\boxed{?}$	$\boxed{?}$	$\boxed{?}$	$\boxed{?}$

- b) Tìm giá trị của V khi $m = -18$.

Giải

- a) Do m tỉ lệ thuận với V theo hệ số tỉ lệ là 7,8 nên ta có: $m = 7,8V$.

Khi $V = -1$ thì $m = 7,8 \cdot (-1) = -7,8$.

Khi $V = -\frac{1}{2}$ thì $m = 7,8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -3,9$.

Khi $V = \frac{5}{39}$ thì $m = 7,8 \cdot \frac{5}{39} = 1$.

Khi $V = -2$ thì $m = 7,8 \cdot (-2) = -15,6$.

Khi $V = \frac{31}{13}$ thì $m = 7,8 \cdot \frac{31}{13} = 18,6$.

Khi $V = \frac{47}{156}$ thì $m = 7,8 \cdot \frac{47}{156} = 2,35$.

Vậy ta có bảng:

V	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{39}$	-2	$\frac{31}{13}$	$\frac{47}{156}$
m	$-7,8$	$-3,9$	1	$-15,6$	$18,6$	$2,35$

b) Do m tỉ lệ thuận với V theo hệ số tỉ lệ là $7,8$ nên V tỉ lệ thuận với m theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{7,8} = \frac{5}{39}$. Do đó $V = \frac{5}{39}m$. Khi $m = -18$ thì $V = \frac{5}{39} \cdot (-18) = -\frac{30}{13}$.

Ví dụ 4 Trung bình cứ 50 l nước biển chứa $1,75\text{ kg}$ muối. Hỏi trung bình 420 ml nước biển chứa bao nhiêu gam muối?

Giải

Đổi: $50\text{ l} = 50\,000\text{ ml}$; $1,75\text{ kg} = 1\,750\text{ g}$.

Gọi khối lượng muối có trong 420 ml nước biển là $x\text{ (g)}$.

Vì khối lượng muối có trong nước biển tỉ lệ thuận với thể tích nước biển nên ta có:

$$\frac{x}{420} = \frac{1\,750}{50\,000} = 0,035.$$

Suy ra $x = 0,035 \cdot 420 = 14,7\text{ (g)}$.

Vậy trung bình 420 ml nước biển chứa $14,7\text{ g}$ muối.

C. BÀI TẬP

55. Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau. Tìm số thích hợp cho $\boxed{?}$:

x	-5	-2	0	$\boxed{?}$	$1\frac{1}{3}$	$\boxed{?}$
y	-15	$\boxed{?}$	$\boxed{?}$	$\frac{1}{4}$	$\boxed{?}$	-156

- 56.** Cho biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ là -2 ; z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ là -3 ; t tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ là 4 . Chứng tỏ rằng t tỉ lệ thuận với x và tìm hệ số tỉ lệ đó.
- 57.** Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau. Với mỗi giá trị x_1, x_2 của x , ta có một giá trị tương ứng y_1, y_2 của y .
- a) Tìm x_1 biết $x_2 = 2$; $y_1 = -\frac{7}{6}$; $y_2 = -\frac{1}{2}$.
- b) Tìm x_1, y_1 biết $x_1 - y_1 = 2$; $x_2 = -4$; $y_2 = 3$.
- 58.** Bác Lan làm nước mơ đường theo tỉ lệ: Cứ 4 kg mơ thì cần $1,5$ kg đường. Bác Lan ước tính cần có nhiều nhất $3,5$ kg đường để ngâm $10,8$ kg mơ theo tỉ lệ trên. Bác Lan ước tính như vậy đúng hay sai? Vì sao?
- 59.** Một nhân viên văn phòng có thể đánh máy được 160 từ trong $2,5$ phút. Người đó cần bao nhiêu phút để đánh máy được 800 từ (giả thiết rằng thời gian để đánh máy được các từ là như nhau)?
- 60.** Bác Ngọc dùng dịch vụ Internet viễn thông công nghệ $4G$ với tốc độ tải lên trung bình là $24,22$ Mbps (Mb/giây) và tốc độ tải xuống trung bình là $52,35$ Mbps. Bác Ngọc cần tải lên 2 tệp tài liệu có dung lượng $48,44$ Mb; $193,76$ Mb và tải xuống 4 tệp tài liệu có dung lượng $104,7$ Mb; $314,1$ Mb; $942,3$ Mb; $994,65$ Mb. Hỏi bác Ngọc cần bao nhiêu thời gian để tải lên và tải xuống các tệp tài liệu trên?
- 61.** Ba công ty A, B, C thoả thuận góp vốn để mở rộng sản xuất. Số tiền công ty C góp vốn gấp đôi số tiền công ty A góp vốn. Số tiền công ty B góp vốn gấp rưỡi số tiền công ty A góp vốn. Tính số tiền lãi của mỗi công ty, biết rằng số tiền lãi thu được của mỗi công ty tỉ lệ thuận với số tiền góp vốn và tổng số tiền lãi của hai công ty A và C nhiều hơn số tiền lãi của công ty B là 900 triệu đồng.
- 62.** Tìm hai số nguyên dương, biết rằng tổng, hiệu, tích của chúng tỉ lệ thuận với 4 ; 1 ; 45 .



ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Khái niệm

Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{a}{x}$ hay $xy = a$ (với a là một hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a .

Nếu y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a thì x cũng tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ a .

Tính chất

Nếu hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau thì:

- Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (bằng hệ số tỉ lệ);
- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia.

Cụ thể: Giả sử y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a . Với mỗi giá trị $x_1, x_2, x_3, \dots$ khác 0 của x , ta có một giá trị tương ứng $y_1, y_2, y_3, \dots$ của y . Khi đó:

$$\bullet x_1 y_1 = x_2 y_2 = x_3 y_3 = \dots = a \text{ hay } \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3} = \dots = a;$$

$$\bullet \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}; \quad \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1}; \quad \dots$$

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 15$ thì $y = 4$.

- Tim hệ số tỉ lệ.
- Viết công thức tính y theo x .

Giải

- Ta có $xy = 15 \cdot 4 = 60$ nên hệ số tỉ lệ là 60.
- Do $xy = 60$ nên $y = \frac{60}{x}$.

Ví dụ 2 Cho biết hai đại lượng đã cho trong mỗi trường hợp sau có là hai đại lượng tỉ lệ nghịch hay không. Nếu có hãy xác định hệ số tỉ lệ đó.

- a) Chiều dài x (m) và chiều rộng y (m) của các hình chữ nhật có cùng diện tích bằng 120 m^2 .
- b) Diện tích S và bán kính r của một hình tròn (lấy $\pi = 3,14$).

Giải

- a) Do diện tích của các hình chữ nhật có chiều dài x (m) và chiều rộng y (m) là 120 m^2 nên $xy = 120$. Vậy x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch theo hệ số tỉ lệ bằng 120.
- b) Do $S = 3,14r^2$ nên diện tích S và bán kính r của một hình tròn không là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Ví dụ 3 Tìm ba số tự nhiên tỉ lệ nghịch với ba số 3; 5; 6 và tổng của ba số đó là 126.

Giải

Gọi ba số cần tìm là x, y, z theo thứ tự tỉ lệ nghịch với ba số 3; 5; 6.

Ta có: $\frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{1}{5}} = \frac{z}{\frac{1}{6}}$ và $x + y + z = 126$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{1}{5}} = \frac{z}{\frac{1}{6}} = \frac{x + y + z}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}} = \frac{126}{\frac{10}{10}} = 180.$$

Suy ra: $x = \frac{1}{3} \cdot 180 = 60$; $y = \frac{1}{5} \cdot 180 = 36$; $z = \frac{1}{6} \cdot 180 = 30$.

Vậy ba số cần tìm là: 60; 36; 30.

Ví dụ 4 Với số tiền mua được 96 kg gạo có thể mua được bao nhiêu ki-lô-gam ngô, biết rằng giá 1 kg ngô chỉ bằng 48% giá của 1 kg gạo?

Giải

Gọi khối lượng ngô có thể mua được là x (kg).

Vì với cùng một số tiền thì khối lượng mua được và giá của loại hàng đó là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có:

$$\frac{x}{96} = \frac{\text{Giá 1 kg gạo}}{\text{Giá 1 kg ngô}} = \frac{100\%}{48\%} = \frac{100}{48} = \frac{25}{12}.$$

Suy ra $x = 96 \cdot \frac{25}{12} = 200$ (kg).

Vậy với số tiền mua được 96 kg gạo có thể mua được 200 kg ngô.

C. BÀI TẬP

- 63.** Hai chiếc máy bay chở khách bay cùng một chặng đường. Tốc độ của máy bay thứ nhất là 965 km/h và nhanh gấp 1,5 lần tốc độ của máy bay thứ hai. Nếu máy bay thứ nhất bay chặng đường trên trong 6 giờ thì máy bay thứ hai bay chặng đường trên trong bao nhiêu giờ?
- 64.** Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau. Với mỗi giá trị x_1, x_2 của x , ta có một giá trị tương ứng y_1, y_2 của y . Tìm y_1, y_2 ; biết $x_1 = 5, x_2 = 2, y_1 + y_2 = 21$.
- 65.** Cho biết x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ là 2 và y tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ là -3 . Chứng tỏ rằng z tỉ lệ thuận với x và tìm hệ số tỉ lệ đó.
- 66.** Nhân dịp tết Trung thu, bác Minh đã chuẩn bị đúng số tiền để mua 45 hộp bánh trung thu cùng loại. Nhưng hôm đó cửa hàng đã giảm giá 10% mỗi hộp. Với số tiền đã chuẩn bị, bác Minh mua được nhiều nhất bao nhiêu hộp bánh trung thu như trên?
- 67.** Một xưởng sản xuất có 42 công nhân hoàn thành một công việc trong 27 ngày. Nhưng khi bắt đầu công việc, xưởng sản xuất đó đã bổ sung một số công nhân để hoàn thành công việc trên trong 21 ngày. Hỏi xưởng sản xuất đó đã bổ sung thêm bao nhiêu công nhân? Giả sử năng suất lao động của mỗi công nhân là như nhau.
- 68.** Ba lớp 7A, 7B, 7C được phân công đi lao động với khối lượng công việc như nhau. Lớp 7A, 7B, 7C lần lượt hoàn thành công việc trong 3 giờ, 4 giờ, 5 giờ. Tính số học sinh của mỗi lớp, biết rằng tổng số học sinh của ba lớp là 94 học sinh. Giả sử năng suất lao động của mỗi học sinh là như nhau.
- 69.** Anh Lâm mua 12 chiếc bánh nướng, 8 chiếc bánh dẻo, 17 chiếc bánh cốm hết 1 284 000 đồng. Biết giá của 3 chiếc bánh nướng bằng giá của 4 chiếc bánh dẻo và bằng giá của 15 chiếc bánh cốm. Tính giá tiền mỗi chiếc bánh của từng loại bánh trên, biết rằng giá mỗi chiếc bánh trong từng loại trên là như nhau.
- 70.** Ba xe chở khách đi từ tỉnh A về tỉnh B trên cùng một quãng đường. Xe thứ nhất đi hết 4 giờ, xe thứ hai đi hết 3 giờ và xe thứ ba đi hết 2 giờ. Tính vận tốc mỗi xe, biết vận tốc xe thứ ba nhanh hơn xe thứ hai là 20 km/h.
- 71*.** Ba máy cày cày được 107,7 ha. Số ngày làm việc của máy thứ nhất, máy thứ hai, máy thứ ba tỉ lệ thuận với ba số 3; 4; 5. Số giờ làm việc mỗi ngày của máy thứ nhất, máy thứ hai, máy thứ ba tỉ lệ thuận với ba số 6; 7; 8. Năng suất làm việc của máy thứ nhất, máy thứ hai, máy thứ ba tỉ lệ nghịch với ba số 5; 4; 3. Hỏi mỗi máy cày cày được bao nhiêu héc-ta?

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG II

72. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

- A. Mọi số vô tỉ đều là số thực. B. Mọi số thực đều là số vô tỉ.
C. Số 0 là số hữu tỉ. D. $-\sqrt{2}$ là số vô tỉ.

73. Trong các kết quả của mỗi phép tính sau, kết quả nào **không** bằng 1,1?

- A. $\sqrt{(2,1 - 0,3)^2}$. B. $\sqrt{1,21}$.
C. $\frac{\sqrt{121}}{10}$. D. $\sqrt{(0,7 + 0,4) \cdot (1,3 - 0,2)}$.

74. Tổng các giá trị của x thoả mãn $\left|x - \frac{1}{2}\right| - 1 = \frac{5}{2}$ là:

- A. 4. B. -3. C. 1. D. -1.

75. Sắp xếp các số $|-4|$; $\sqrt{5}$; $\left|-\frac{11}{3}\right|$; $\sqrt{64}$; $-\frac{7}{3}$ theo thứ tự tăng dần là:

- A. $-\frac{7}{3}$; $\left|-\frac{11}{3}\right|$; $\sqrt{5}$; $|-4|$; $\sqrt{64}$. B. $-\frac{7}{3}$; $\sqrt{5}$; $\left|-\frac{11}{3}\right|$; $|-4|$; $\sqrt{64}$.
C. $\sqrt{64}$; $|-4|$; $\left|-\frac{11}{3}\right|$; $\sqrt{5}$; $-\frac{7}{3}$. D. $-\frac{7}{3}$; $\sqrt{5}$; $\left|-\frac{11}{3}\right|$; $\sqrt{64}$; $|-4|$.

76. Hai lớp 7A, 7B đã ủng hộ 8 400 000 đồng cho quỹ phòng chống dịch Covid-19. Số tiền ủng hộ của hai lớp 7A, 7B lần lượt tỉ lệ với 4; 3. Số tiền mỗi lớp ủng hộ quỹ trên là:

- A. Lớp 7A ủng hộ 3 600 000 đồng; Lớp 7B ủng hộ 4 800 000 đồng.
B. Lớp 7A ủng hộ 4 600 000 đồng; Lớp 7B ủng hộ 3 800 000 đồng.
C. Lớp 7A ủng hộ 3 800 000 đồng; Lớp 7B ủng hộ 4 600 000 đồng.
D. Lớp 7A ủng hộ 4 800 000 đồng; Lớp 7B ủng hộ 3 600 000 đồng.

77. Một ô tô đi quãng đường 135 km với vận tốc v (km/h) và thời gian t (h). Mối quan hệ giữa v và t là:

- A. v và t là hai đại lượng tỉ lệ thuận với hệ số tỉ lệ 135.
B. v và t là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với hệ số tỉ lệ $\frac{1}{135}$.
C. v và t là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với hệ số tỉ lệ 135.
D. v và t là hai đại lượng tỉ lệ thuận với hệ số tỉ lệ $\frac{1}{135}$.

78. Viết mỗi số sau dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn:

$$\frac{1}{3}; \frac{17}{6}; \frac{3}{4}; \frac{-14}{11}; \frac{-4}{55}.$$

79. Trong các số sau, số nào là số vô tỉ:

$$34,(3); 5,234561213141516...; -45,8(89); -\sqrt{121}; \sqrt{19}; \sqrt{\frac{25}{16}}?$$

80. So sánh:

a) $213,6(42)$ và $213,598...$;

b) $-43,001$ và $-43,(001)$;

c) $-\sqrt{237}$ và -15 ;

d) $\sqrt{1\frac{40}{81}}$ và $\sqrt{1\frac{20}{101}}$;

e) $2 + \sqrt{37}$ và $6 + \sqrt{2}$;

g) $\frac{\sqrt{5^2} + \sqrt{15^2}}{\sqrt{4^2} + \sqrt{36^2}}$ và $\frac{1}{\sqrt{2^2}}$.

81. Sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần:

a) $-0,34$; $-6,(25)$; $1\frac{5}{9}$; $\sqrt{169}$; $\sqrt{15}$;

b) $1,0(09)$; $\sqrt{64}$; $31\frac{1}{5}$; $-34,(5)$; $-\sqrt{225}$.

82. Sắp xếp các số sau theo thứ tự giảm dần:

a) $2\frac{1}{4}$; $\sqrt{16}$; $-\sqrt{83}$; $-\sqrt{196}$; $-0,0(51)$;

b) $21\frac{1}{6}$; $\sqrt{49}$; $-\sqrt{144}$; $-614,1$; $-111,0(3)$.

83. Tính:

a) $\sqrt{0,04} + \sqrt{0,25} + 2,31$;

b) $(-\sqrt{0,09}) + (-\sqrt{169}) + 12,501$;

c) $\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}} + \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{144}} - 3,5$;

d) $(-\sqrt{0,04}) \cdot \sqrt{0,01} + 12,02$;

e) $\left| \frac{-11}{3} \right| + \left(\frac{-1}{2} \right)^2 - \left| 4\frac{1}{2} + (-3,25) \right|$;

g) $\left| \sqrt{169} - \sqrt{900} \right| - \left| \frac{-5}{4} \right| : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right)^2$.

84. Tìm x , biết:

a) $x + \frac{6}{23} + (-0,7) + \frac{17}{23} = 0;$

b) $|x| - \frac{1}{2} = \frac{9}{2};$

c) $2x + \sqrt{0,81} - \left| \frac{-5}{4} \right| : \left(-\frac{1}{2} \right)^2 = -0,1;$

d*) $|x| + |x+1| = -\frac{3}{4}.$

85. Chỉ số đồng hồ đo nước sinh hoạt của nhà bạn Hạnh được thống kê theo bảng sau:

Thời điểm	Cuối tháng 6	Cuối tháng 7	Cuối tháng 8	Cuối tháng 9
Chỉ số đồng hồ đo nước (m^3)	204	220	237	250

Tổng số tiền nước nhà bạn Hạnh phải trả trong Quý III là 354 200 đồng. Tính số tiền nước nhà bạn Hạnh phải trả trong mỗi tháng của Quý III, biết rằng giá mỗi mét khối nước hằng tháng là như nhau.

86. Tìm ba số x, y, z , biết:

a) $2x = 3y, 5y = 7z$ và $3x - 7y + 5z = 30;$

b) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và $x - 2y + 3z = 14.$

87. Một chiếc xe đạp và một chiếc xe máy cùng một lúc đi từ A đến B . Vận tốc của xe máy lớn hơn vận tốc của xe đạp là 18 km/h nên khi xe máy đến B thì xe đạp mới đến C (C nằm giữa A và B). Quãng đường CB bằng 0,6 lần quãng đường AB . Tính vận tốc của mỗi xe.

88. Chị Hà đã chuẩn bị đúng số tiền để mua 15 kg cá hồi tại một cửa hàng thủy hải sản. Nhưng hôm đó nhân dịp năm mới nên cửa hàng đã giảm giá 20% mỗi ki-lô-gam cá hồi. Với số tiền đã chuẩn bị, chị Hà mua thêm được nhiều nhất bao nhiêu ki-lô-gam cá hồi?

89. Một công ty xây dựng dự định giao cho một nhóm gồm 48 công nhân thực hiện một công việc trong 12 ngày. Tuy nhiên, khi bắt đầu công việc thì một số công nhân bị điều động đi làm việc khác, do đó thời gian làm việc thực tế của nhóm

công nhân còn lại kéo dài thêm 6 ngày so với dự kiến. Hỏi số công nhân bị điều động đi làm việc khác là bao nhiêu? Giả sử năng suất lao động của mỗi công nhân là như nhau.

90*. Trong kì thi học sinh giỏi cấp huyện môn Toán, ba khối 6, 7, 8 có tất cả 200 học sinh tham dự thi. Tính số học sinh tham dự thi của mỗi khối, biết rằng nếu tăng $\frac{3}{13}$ số học sinh tham dự thi của khối lớp 6, tăng $\frac{1}{15}$ số học sinh tham dự thi của khối lớp 7 và tăng $\frac{1}{3}$ số học sinh tham dự thi của khối lớp 8 thì số học sinh tham dự thi của mỗi khối là như nhau.

91*. Cho các số a, b, c thoả mãn $\frac{a}{2\,020} = \frac{b}{2\,021} = \frac{c}{2\,022}$. Chứng tỏ rằng:
$$4(a-b)(b-c) = (c-a)^2.$$

92*. Tìm giá trị nhỏ nhất của mỗi biểu thức sau:

a) $A = |x - 1| + 21;$

b) $B = \sqrt{x} + x^2 - 22$ với $x \geq 0$.

93*. Tìm giá trị lớn nhất của mỗi biểu thức sau:

a) $C = -|x| - x^2 + 23;$

b) $D = -\sqrt{x^2 + 25} + 1\,225.$

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

1. Học sinh tự làm.
2. Cách viết ở câu c đúng do căn bậc hai số học của 81 là 9.
3. a) Sai. Lí do như sau: Số 0 là số thập phân hữu hạn nên số 0 là số hữu tỉ và số 0 không là số vô tỉ.
b) Sai. Lí do như sau: Căn bậc hai số học của số x không âm là số y không âm sao cho $y^2 = x$.
c) Đúng. Lí do như sau: 15 không là bình phương của bất kì số nguyên dương nào nên $\sqrt{15}$ là số vô tỉ và viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.
4. a) vô hạn không tuần hoàn. b) vô tỉ.
c) hữu tỉ. d) hữu hạn.
5. Tập hợp C có tất cả các phần tử đều là số vô tỉ.
6. Kết quả như trong bảng dưới đây:

x	144	$\sqrt{16}$	441	0,64	$\frac{1}{36}$	0,04
$\sqrt{x}$	12	2	21	0,8	$\frac{1}{6}$	0,2

7. a) 3. b) 11. c) 18.
8. a) $7 \cdot \sqrt{0,36} - 5 \cdot \sqrt{25} = 7 \cdot 0,6 - 5 \cdot 5 = 4,2 - 25 = -20,8$.
b) $11 \cdot \sqrt{1,69} + 3 \cdot \sqrt{0,01} = 11 \cdot 1,3 + 3 \cdot 0,1 = 14,3 + 0,3 = 14,6$.
c) $3 \cdot \sqrt{\frac{1}{9}} + 1,5 \cdot \sqrt{225} = 3 \cdot \frac{1}{3} + 1,5 \cdot 15 = 1 + 22,5 = 23,5$.
d) $0,1 \cdot \sqrt{100} - \sqrt{\frac{4}{25}} = 0,1 \cdot 10 - \frac{2}{5} = 1 - 0,4 = 0,6$.

9. $-12,1; -\sqrt{25}; \sqrt{\frac{1}{16}}; 1,(3); 4\frac{1}{7}; \sqrt{81}.$

10. a) $x = -29.$ b) $x = 1,2.$ c) $x = \frac{1}{5}.$ d) $x = 2.$

11*. Giả sử $\sqrt{2}$ là số hữu tỉ.

Như vậy, $\sqrt{2}$ có thể viết được dưới dạng $\frac{m}{n}$ với $m, n \in \mathbb{N}$ và $(m, n) = 1.$

Ta có $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ nên $(\sqrt{2})^2 = \left(\frac{m}{n}\right)^2$ hay $2 = \frac{m^2}{n^2}.$ Suy ra $m^2 = 2n^2.$

Mà $(m, n) = 1$ nên m^2 chia hết cho 2 hay m chia hết cho 2. Do đó $m = 2k$ với $k \in \mathbb{N}$ và $(k, n) = 1.$

Thay $m = 2k$ vào $m^2 = 2n^2$ ta được $4k^2 = 2n^2$ hay $n^2 = 2k^2.$

Do $(k, n) = 1$ nên n^2 chia hết cho 2 hay n chia hết cho 2.

Suy ra m và n đều chia hết cho 2 mâu thuẫn với $(m, n) = 1.$

Vậy $\sqrt{2}$ không là số hữu tỉ mà là số vô tỉ.

12. a) $5,76 \notin \mathbb{Z}.$ b) $-0,78 \in \mathbb{R}.$ c) $\frac{-321}{4\ 391} \in \mathbb{R}.$ d) $\sqrt{13} \notin \mathbb{Q}.$

13. a) Nếu x là số thực thì x là **số hữu tỉ** hoặc là **số vô tỉ**.

b) Nếu y là số hữu tỉ thì y không là **số vô tỉ**.

c) Nếu z là số vô tỉ thì z cũng là **số thực**.

14. Học sinh tự làm.

15. a) Sai. Lí do như sau: Hai điểm $\sqrt{13}$ và $-\sqrt{12}$ nằm về hai phía của điểm gốc 0 nhưng $\sqrt{13} \neq \sqrt{12}$ nên hai điểm $\sqrt{13}$ và $-\sqrt{12}$ không cách đều điểm gốc 0.

b) Đúng. Lí do như sau: Ta có $\frac{-5}{6} < 0$ và $0 < \sqrt{5}$ nên $\frac{-5}{6} < \sqrt{5};$ tức là điểm $\frac{-5}{6}$ nằm phía dưới điểm $\sqrt{5}$ trên trục số thẳng đứng.

c) Sai. Lí do như sau: Ta có $2 < 3$ nên $\sqrt{2} < \sqrt{3};$ tức là điểm $\sqrt{2}$ nằm bên trái điểm $\sqrt{3}$ trên trục số nằm ngang.

16. Trong các số đã cho có bốn số thực âm là $\frac{-1}{2}; \frac{-7}{4}; \frac{-5}{6}; -\sqrt{2}$ và bốn số thực dương là $\frac{5}{6}; \sqrt{7}; 2\frac{1}{2}; \sqrt{16}$ nên phát biểu của bạn Na là sai.

17. a) 0. b) 9. c) 4. d) 6.

18. Số viên gạch được lát ở một cạnh của nền nhà là:

$$\sqrt{289} = 17 \text{ (viên gạch).}$$

Do số viên gạch được lát ở một đường chéo của nền nhà bằng số viên gạch ở một cạnh của nó và hai đường chéo của nền nhà chung nhau một viên gạch nên số viên gạch màu đen được dùng để lát nền nhà là:

$$17 \cdot 2 - 1 = 33 \text{ (viên gạch).}$$

Số viên gạch màu trắng được dùng để lát nền nhà là:

$$289 - 33 = 256 \text{ (viên gạch).}$$

19. a) Đúng. Lí do như sau: Giá trị tuyệt đối của một số thực là một số không âm.

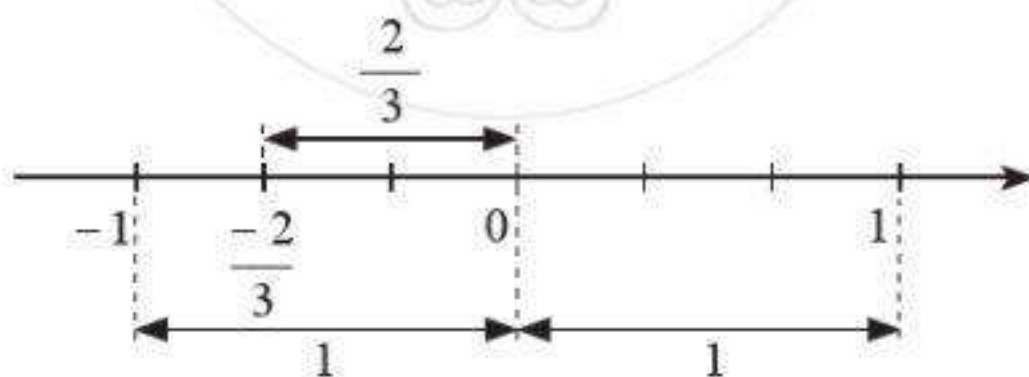
b) Sai. Lí do như sau: Hai số có giá trị tuyệt đối bằng nhau là hai số bằng nhau hoặc đối nhau.

c) Đúng. Lí do như sau: Hai số đối nhau có điểm biểu diễn cách đều điểm gốc 0 nên giá trị tuyệt đối của chúng bằng nhau.

d) Sai. Lí do như sau: Giá trị tuyệt đối của số âm là số đối của nó.

$$\begin{aligned} 20. \quad | - 2\,022 | &= - (- 2\,022) = 2\,022; & | \sqrt{312} | &= \sqrt{312}; \\ | - \sqrt{5,4} | &= - (- \sqrt{5,4}) = \sqrt{5,4}; & \left| \frac{- 273}{2} \right| &= - \left(\frac{- 273}{2} \right) = \frac{273}{2}; \\ | - 20,21 | &= - (- 20,21) = 20,21. \end{aligned}$$

21. Học sinh tham khảo Hình 6.



Hình 6

22. a) 22. b) - 540. c) 67. d) - 27.

23. Phát biểu của bạn Nam là sai do giá trị tuyệt đối của tổng hai số đối là 0. Chẳng hạn:

$$| 2 + (- 2) | = | 0 | = 0.$$

24. a) $|-12| > |0|$. b) $\left| \frac{-321}{491} \right| = \left| \frac{321}{491} \right|$.
 c) $|5,706| < |-7,01|$. d) $|\sqrt{131}| < |131|$.

25. a) Do $|x| = \frac{13}{17}$ nên $x = \frac{13}{17}$ hoặc $x = -\frac{13}{17}$.

b) Do $|x + 2,037| = 0$ nên $x + 2,037 = 0$. Suy ra $x = -2,037$.

c) Do $|x - 22| \geq 0$ với mọi số thực x mà $-\sqrt{3} < 0$ nên không có giá trị nào của x thoả mãn $|x - 22| = -\sqrt{3}$.

d) Ta có $|x| = x$ với mọi số thực x không âm. Vậy $x \geq 0$.

e*) Do $|x| \geq 0$, $|x + 1| \geq 0$ với mọi số thực x nên $|x| + |x + 1| \geq 0$ với mọi số thực x . Do đó $|x| + |x + 1| = 0$ khi $|x| = 0$ và $|x + 1| = 0$. Suy ra x đồng thời bằng 0 và bằng -1 (vô lí). Vậy không có giá trị nào của x thoả mãn yêu cầu của đề bài.

26. Ta có: $\sqrt{19} > 0$ và $|a| > 0$, $b^2 > 0$, $(a - b)^2 > 0$ với mọi số thực a, b thoả mãn $a \neq 0$, $b \neq 0$, $a \neq b$. Do đó $\sqrt{19} \cdot |a| \cdot b^2 \cdot (a - b)^2 > 0$. Vậy M là số dương.

27*. Do trong 100 số thực đã cho thì tích của ba số bất kì là một số âm nên trong 100 số thực đó có ít nhất một số âm. Ta gọi số âm đó là a . Tách riêng số a , chia 99 số còn lại thành 33 nhóm, mỗi nhóm gồm 3 số. Khi đó, tích của mỗi nhóm là một số âm. Suy ra tích của 99 số trong 33 nhóm cũng là một số âm. Do đó, tích của số âm a và 99 số còn lại là một số dương. Vậy tích của 100 số thực đã cho là một số dương.

28*. a) Nhận xét: Với các số thực a, b, c, d , nếu $a \geq b$, $c \geq d$ thì $a + c \geq b + d$.

Ta có: $|x - 2| \geq 0$ với mọi số thực x nên $A = 10 \cdot |x - 2| + 22 \geq 22$ với mọi số thực x .

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 22.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $|x - 2| = 0$. Suy ra $x - 2 = 0$ hay $x = 2$.

b) Nhận xét: Với hai số thực a, b , nếu $a \geq b$ thì $-a \leq -b$.

Ta có: $x^2 \geq 0$, $|x| \geq 0$ với mọi số thực x nên $21x^2 + 22 \cdot |x| \geq 0$ hay $-(21x^2 + 22 \cdot |x|) \leq 0$ với mọi số thực x .

Suy ra $B = -(21x^2 + 22 \cdot |x|) - 23 \leq -23$ với mọi số thực x .

Vậy giá trị lớn nhất của B là -23 .

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x^2 = 0$ và $|x| = 0$. Suy ra $x = 0$.

29. a) 81 000 000 người.

b) 72 000 000 người.

30. Số tự nhiên lớn nhất sau khi làm tròn đến hàng nghìn cho kết quả là 83 000 là 83 499.

Số tự nhiên nhỏ nhất sau khi làm tròn đến hàng nghìn cho kết quả là 83 000 là 82 500.

31. a) 76 600.

b) 893,5.

c) $-9\,051,14$.

32. a) 11.

b) 11,3.

c*) 11,3457.

33. Diện tích gieo cấy lúa vụ đông xuân năm 2020 là:

$$3\,006,7 : 99,438\% = 3\,023,6931... \approx 3\,023,7 \text{ (ha)}.$$

Tổng diện tích gieo cấy lúa vụ đông xuân của cả hai năm 2020 và 2021 là:

$$3\,023,7 + 3\,006,7 = 6\,030,4 \text{ (ha)}.$$

34. a) Bạn Vân đã làm tròn số 147 777,(7) đến hàng đơn vị.

b) 0,05%.

35. a) $456,91(3) \approx 456,9$; $13,141567890123... \approx 13,1$.

b) $6,76(87) \approx 6,769$; $987,41485075432... \approx 987,415$.

36. a) Chỉ số BMI của bạn Đạt là: $\frac{44}{1,55^2} = 18,3142... \approx 18,3$.

Tương tự, chỉ số BMI của ba bạn Hà, Nam, Linh lần lượt là: 23,8; 28,6; 14,6.

b) Dựa vào đánh giá thể trạng của học sinh lớp 7 (độ tuổi 13), ta có:

- Bạn Đạt có sức khỏe dinh dưỡng tốt;
- Bạn Hà có nguy cơ béo phì;
- Bạn Nam bị béo phì;
- Bạn Linh bị thiếu cân.

37*. Gọi $c = \underbrace{777...777}_{27 \text{ chữ số } 7}$. Khi đó, $a = c : 15 = c : 3 : 5 = (c : 3) \cdot \frac{1}{5} = (c : 3) \cdot 0,2$.

Tổng các chữ số của c là $27 : 7$, mà 27 chia hết cho 3 nên tổng các chữ số của c chia hết cho 3; tức là c chia hết cho 3.

Chữ số tận cùng của c là 7 không chia hết cho 3 mà c chia hết cho 3 nên trong phép chia của c cho 3 thì số cuối cùng chia cho 3 phải là 27. Suy ra chữ số cuối cùng (cũng chính là chữ số hàng đơn vị) của thương phép chia c cho 3 là 9.

Ta có $9 : 0,2 = 1,8$ nên a có chữ có hàng đơn vị là 1 và chữ số hàng phần mười là 8. Suy ra khi làm tròn số a đến hàng đơn vị thì chữ số hàng đơn vị là 2.

Vậy chữ số hàng đơn vị của b là 2.

38. a) Tỉ số giữa khối lượng thóc xay lần thứ nhất và khối lượng thóc xay lần thứ hai là:

$$100 : 30 = \frac{10}{3}.$$

Tỉ số giữa khối lượng gạo lần thứ nhất và khối lượng gạo lần thứ hai là:

$$65 : 19,5 = \frac{10}{3}.$$

b) Do $100 : 30 = 65 : 19,5$ (cùng bằng $\frac{10}{3}$) nên hai tỉ số trên lập được tỉ lệ thức.

39. Học sinh tự làm.

40. a) Ta có: $16 : 6 = \frac{16}{6} = \frac{16 : 2}{6 : 2} = \frac{8}{3}$; $40 : 15 = \frac{40}{15} = \frac{40 : 5}{15 : 5} = \frac{8}{3}$.

Hai tỉ số đã cho đều bằng $\frac{8}{3}$. Vậy ta có tỉ lệ thức: $16 : 6 = 40 : 15$.

b) Ta có: $\frac{2}{3} : \frac{1}{4} = \frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{8}{3}$; $12 : (-3) = -4$.

Hai tỉ số đã cho không bằng nhau nên ta không có tỉ lệ thức từ hai tỉ số đó.

c) Ta có: $(-3,9) : 2,4 = \frac{-3,9}{2,4} = \frac{-39}{24} = \frac{(-39) : 3}{24 : 3} = \frac{-13}{8}$;

$$5,85 : (-3,6) = \frac{5,85}{-3,6} = \frac{-5,85}{3,6} = \frac{-585}{360} = \frac{(-585) : 45}{360 : 45} = \frac{-13}{8}.$$

Hai tỉ số đã cho đều bằng $\frac{-13}{8}$.

Vậy ta có tỉ lệ thức: $(-3,9) : 2,4 = 5,85 : (-3,6)$.

d) Ta có: $\sqrt{9} : 2 = 3 : 2 = \frac{3}{2}$; $\sqrt{36} : 4 = 6 : 4 = \frac{6}{4} = \frac{6 : 2}{4 : 2} = \frac{3}{2}$.

Hai tỉ số đã cho đều bằng $\frac{3}{2}$. Vậy ta có tỉ lệ thức: $\sqrt{9} : 2 = \sqrt{36} : 4$.

41. a) $x = 14$. b) $x = \frac{20}{91}$. c) $x = \frac{50}{27}$.

d*) Do $(3x - 2) : \frac{7}{2} = \frac{4}{21} : \frac{1}{12}$ hay $(3x - 2) \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{21} \cdot 12$, suy ra $\frac{2(3x - 2)}{7} = \frac{16}{7}$.

Do đó $2(3x - 2) = 16$ hay $3x - 2 = 8$, tức là $3x = 10$.

Vậy $x = \frac{10}{3}$.

42. a) $\frac{64}{125}$. b) 4.

43. a) Do $12 \cdot 21 = 84 \cdot 3$ (cùng bằng 252) nên tất cả các tỉ lệ thức có thể lập được từ bốn số 12; 21; 84; 3 là:

$$\frac{12}{84} = \frac{3}{21}; \frac{12}{3} = \frac{84}{21}; \frac{21}{84} = \frac{3}{12}; \frac{21}{3} = \frac{84}{12}.$$

Tương tự, học sinh tự làm câu b, c, d.

44. a) Trong ba số 6, 8, 24 có ba cách chọn ra tích của hai trong ba số đó.

- Do $6 \cdot 8 = 48$ và $48 = 24 \cdot 2$ nên $x = 2$.
- Do $6 \cdot 24 = 144$ và $144 = 8 \cdot 18$ nên $x = 18$.
- Do $8 \cdot 24 = 192$ và $192 = 6 \cdot 32$ nên $x = 32$.

b) Với đẳng thức $6 \cdot 8 = 24 \cdot 2$, ta có các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{6}{24} = \frac{2}{8}; \frac{6}{2} = \frac{24}{8}; \frac{8}{24} = \frac{2}{6}; \frac{8}{2} = \frac{24}{6}.$$

Với đẳng thức $6 \cdot 24 = 8 \cdot 18$, ta có các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{6}{8} = \frac{18}{24}; \frac{6}{18} = \frac{8}{24}; \frac{24}{8} = \frac{18}{6}; \frac{24}{18} = \frac{8}{6}.$$

Với đẳng thức $8 \cdot 24 = 6 \cdot 32$, ta có các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{8}{6} = \frac{32}{24}; \frac{8}{32} = \frac{6}{24}; \frac{24}{6} = \frac{32}{8}; \frac{24}{32} = \frac{6}{8}.$$

45. Đặt $\frac{x}{2} = \frac{y}{7} = k$. Khi đó, ta có $x = 2k$; $y = 7k$.

Do $xy = 56$ nên $2k \cdot 7k = 56$ hay $14k^2 = 56$, suy ra $k^2 = 4$.

Ta thấy: $2^2 = (-2)^2 = 4$ nên $k = 2$ hoặc $k = -2$.

- Trường hợp 1: $k = 2$ thì $x = 2 \cdot 2 = 4$; $y = 7 \cdot 2 = 14$.
- Trường hợp 2: $k = -2$ thì $x = 2 \cdot (-2) = -4$; $y = 7 \cdot (-2) = -14$.

46*. Gọi chiều rộng và chiều dài của hình chữ nhật đã cho lần lượt là x (m), y (m).

Do tỉ số giữa chiều rộng và chiều dài là $\frac{2}{5}$ nên $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$ hay $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$.

Đặt $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = k$ ($k > 0$). Khi đó, ta có $x = 2k, y = 5k$.

Do diện tích của hình chữ nhật là 40 m^2 nên $xy = 40$.

Suy ra $2k \cdot 5k = 40$ hay $10k^2 = 40$, tức là $k^2 = 4$.

Ta thấy: $2^2 = (-2)^2 = 4$ mà $k > 0$ nên $k = 2$.

Do đó $x = 2 \cdot 2 = 4$ (m) và $y = 5 \cdot 2 = 10$ (m).

Vậy chu vi của hình chữ nhật đó là: $2 \cdot (4 + 10) = 28$ (m).

47. a) $x = 6; y = 8$.

b) $x = 12; y = -21$.

c) $x = 96; y = 36$.

d) Do $x : 3 = y : 16$ nên $\frac{x}{3} = \frac{y}{16}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{16} = \frac{3x - y}{3 \cdot 3 - 16} = \frac{35}{-7} = -5.$$

Vậy $x = 3 \cdot (-5) = -15; y = 16 \cdot (-5) = -80$.

48. a) $x = 21; y = 35; z = 42$.

b) $x = 20; y = -24; z = 28$.

c) Do $x : y : z = 2 : 3 : 4$ nên $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x + 2y - z}{2 + 2 \cdot 3 - 4} = \frac{-8}{4} = -2.$$

Vậy $x = 2 \cdot (-2) = -4; y = 3 \cdot (-2) = -6; z = 4 \cdot (-2) = -8$.

d) Do $\frac{x}{-3} = \frac{y}{4}; \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ nên $\frac{x}{-3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{-3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = \frac{x + y + z}{-3 + 4 + 6} = \frac{14}{7} = 2.$$

Vậy $x = (-3) \cdot 2 = -6; y = 4 \cdot 2 = 8; z = 6 \cdot 2 = 12$.

49. 360 g bột mì, 60 g đường.

50. Gọi điểm số của câu lạc bộ Leicester City và điểm số của câu lạc bộ Aston Villa lần lượt là x (điểm), y (điểm).

Ta có: $x = 1,2y$ hay $x = \frac{6}{5}y$ nên $\frac{x}{6} = \frac{y}{5}$. Mặt khác, ta lại có: $x - y = 11$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{5} = \frac{x - y}{6 - 5} = \frac{11}{1} = 11.$$

Suy ra: $x = 6 \cdot 11 = 66$ (điểm); $y = 5 \cdot 11 = 55$ (điểm).

Vậy điểm số của câu lạc bộ Leicester City và điểm số của câu lạc bộ Aston Villa lần lượt là 66 điểm, 55 điểm.

51. Gọi số gạo ủng hộ của ba quận I, II, III lần lượt là x (tạ), y (tạ), z (tạ).

Ta có: $\frac{x}{9} = \frac{y}{7} = \frac{z}{8}$ và $x + y + z = 120$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{9} = \frac{y}{7} = \frac{z}{8} = \frac{x + y + z}{9 + 7 + 8} = \frac{120}{24} = 5.$$

Suy ra: $x = 9 \cdot 5 = 45$ (tạ); $y = 7 \cdot 5 = 35$ (tạ); $z = 8 \cdot 5 = 40$ (tạ).

Vậy số gạo ủng hộ của ba quận I, II, III lần lượt là 45 tạ, 35 tạ, 40 tạ.

52. Gọi số trang của mỗi quyển vở loại một, loại hai, loại ba lần lượt là x , y , z .

Ta có: $y = \frac{2}{3}x$ hay $\frac{y}{2} = \frac{x}{3}$; $4z = 3y$ hay $\frac{z}{3} = \frac{y}{4}$ nên $\frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$. Mặt khác, ta lại có $8x + 9y + 5z = 1\,980$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{8x + 9y + 5z}{8 \cdot 6 + 9 \cdot 4 + 5 \cdot 3} = \frac{1\,980}{99} = 20.$$

Suy ra: $x = 6 \cdot 20 = 120$; $y = 4 \cdot 20 = 80$; $z = 3 \cdot 20 = 60$.

Vậy số trang của mỗi quyển vở loại một, loại hai, loại ba lần lượt là 120 trang, 80 trang, 60 trang.

53. Gọi ba chữ số của số tự nhiên cần tìm là a , b , c . Khi đó, chữ số hàng trăm khác 0 và $1 \leq a + b + c \leq 27$.

Vì số đó chia hết cho 18 nên số đó chia hết cho cả 2 và 9.

• Do số đó chia hết cho 9 nên $a + b + c$ chia hết cho 9. Suy ra $a + b + c$ có thể bằng 9 hoặc 18 hoặc 27.

Từ giả thiết, giả sử rằng các chữ số a, b, c của nó tỉ lệ với 1; 2; 3. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{6} \quad (1)$$

Từ (1) và a, b, c là các chữ số nên $a+b+c$ phải chia hết cho 6.

Suy ra $a+b+c=18$.

Thay $a+b+c=18$ vào (1) ta được: $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{18}{6} = 3$.

Suy ra $a=1 \cdot 3=3; b=2 \cdot 3=6; c=3 \cdot 3=9$.

• Do số đó chia hết cho 2 nên chữ số hàng đơn vị phải là 6.

Vậy số cần tìm là 396 hoặc 936.

54. a) Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ nên $\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1$, suy ra $\frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{c}{d} + \frac{d}{d}$ hay $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.
- b) Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ nên $\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1$, suy ra $\frac{a}{b} - \frac{b}{b} = \frac{c}{d} - \frac{d}{d}$ hay $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$.

55. Kết quả như trong bảng dưới đây:

x	-5	-2	0	$\frac{1}{12}$	$1\frac{1}{3}$	-52
y	-15	-6	0	$\frac{1}{4}$	4	-156

56. Do y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ là -2; z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ là -3; t tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ là 4 nên $y=-2x; z=-3y; t=4z$.

Suy ra $t=4 \cdot (-3y)=4 \cdot [-3 \cdot (-2x)]=24x$.

Vậy t tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ là 24.

57. a) Vì x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$ hay $\frac{x_1}{2} = \frac{-\frac{7}{6}}{-\frac{1}{2}} = \frac{7}{3}$.

Suy ra $x_1 = \frac{7}{3} \cdot 2 = \frac{14}{3}$.

b) Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1 - y_1}{x_2 - y_2} = \frac{2}{-4-3} = \frac{-2}{7}.$$

Suy ra: $x_1 = \frac{-2}{7} \cdot x_2 = \frac{-2}{7} \cdot (-4) = \frac{8}{7}$; $y_1 = \frac{-2}{7} \cdot y_2 = \frac{-2}{7} \cdot 3 = \frac{-6}{7}$.

58. Gọi khối lượng đường bác Lan cần dùng để ngâm 10,8 kg mơ theo tỉ lệ đã cho là x (kg).

Vì theo tỉ lệ đã cho, khối lượng đường và khối lượng mơ là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên $\frac{x}{1,5} = \frac{10,8}{4} = 2,7$. Suy ra $x = 2,7 \cdot 1,5 = 4,05$ (kg).

Do đó, bác Lan cần dùng 4,05 kg đường. Vậy bác Lan ước tính sai.

59. 12,5 phút.

60. 55 giây.

61. Gọi số tiền lãi của công ty A, B, C lần lượt là x (triệu đồng), y (triệu đồng), z (triệu đồng).

Do số tiền lãi thu được của mỗi công ty tỉ lệ thuận với số tiền góp vốn nên ta có:

$$z = 2x; y = 1,5x \text{ hay } \frac{z}{2} = \frac{x}{1}; \frac{y}{1,5} = \frac{x}{1} \text{ nên } \frac{x}{1} = \frac{y}{1,5} = \frac{z}{2}.$$

Mặt khác, ta lại có: $x + z - y = 900$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{1,5} = \frac{z}{2} = \frac{x + z - y}{1 + 2 - 1,5} = \frac{900}{1,5} = 600.$$

Suy ra: $x = 1 \cdot 600 = 600$ (triệu đồng);

$y = 1,5 \cdot 600 = 900$ (triệu đồng);

$z = 2 \cdot 600 = 1\,200$ (triệu đồng).

Vậy số tiền lãi của công ty A, B, C lần lượt là: 600 triệu đồng, 900 triệu đồng, 1 200 triệu đồng.

62. Gọi hai số cần tìm là x, y ($x, y \in \mathbb{Z}; x > 0; y > 0$).

Ta có: $\frac{x + y}{4} = \frac{x - y}{1} = \frac{xy}{45}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, suy ra:

$$\frac{xy}{45} = \frac{(x + y) + (x - y)}{4 + 1} = \frac{(x + y) - (x - y)}{4 - 1} \text{ hay } \frac{xy}{45} = \frac{2x}{5} = \frac{2y}{3}.$$

Do đó $xy = 18x = 30y$. Mà $x, y \in \mathbb{Z}; x > 0; y > 0$ nên $x = 30, y = 18$.

Vậy hai số cần tìm là 30 và 18.

63. 9 giờ.

64. Do x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có: $x_1 y_1 = x_2 y_2$ hay $\frac{y_1}{x_2} = \frac{y_2}{x_1}$.

Suy ra $\frac{y_1}{2} = \frac{y_2}{5}$. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{y_1}{2} = \frac{y_2}{5} = \frac{y_1 + y_2}{2 + 5} = \frac{21}{7} = 3.$$

Vậy $y_1 = 2 \cdot 3 = 6; y_2 = 5 \cdot 3 = 15$.

65. Do x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ là 2 và y tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ là -3 nên $y = \frac{2}{x}; z = \frac{-3}{y}$.

Suy ra $z = \frac{-3}{\frac{2}{x}}$ hay $z = \frac{-3}{2}x$.

Vậy z tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ là $\frac{-3}{2}$.

66. Gọi số hộp bánh trung thu bác Minh dự định mua và mua được nhiều nhất lần lượt là x_1, x_2 và giá của mỗi hộp bánh trung thu lúc chưa giảm giá và sau khi giảm giá lần lượt là y_1 (đồng), y_2 (đồng).

Ta có giá của mỗi hộp bánh sau khi giảm là: $y_2 = y_1 - \frac{10}{100}y_1 = 0,9y_1$.

Do với cùng một số tiền thì số hộp bánh mua được và giá mỗi hộp bánh là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có: $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$. Suy ra $\frac{45}{x_2} = 0,9$ hay $x_2 = 50$.

Vậy với số tiền đã chuẩn bị, bác Minh mua được nhiều nhất 50 hộp bánh trung thu.

67. Gọi số công nhân để hoàn thành công việc trên trong 21 ngày là x .

Vì số công nhân và thời gian hoàn thành công việc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên $21x = 27 \cdot 42$ hay $x = (27 \cdot 42) : 21 = 54$.

Vậy xưởng sản xuất đã bổ sung thêm là: $54 - 42 = 12$ (công nhân).

68. Gọi số học sinh của lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là x, y, z .

Do với khối lượng công việc như nhau thì số học sinh và thời gian hoàn thành công việc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên $3x = 4y = 5z$.

$$\text{Suy ra: } \frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{1}{5}} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}} = \frac{94}{\frac{47}{60}} = 120.$$

$$\text{Do đó: } x = \frac{1}{3} \cdot 120 = 40;$$

$$y = \frac{1}{4} \cdot 120 = 30;$$

$$z = \frac{1}{5} \cdot 120 = 24.$$

Vậy lớp 7A, 7B, 7C lần lượt có: 40 học sinh; 30 học sinh; 24 học sinh.

69. Giá tiền mỗi chiếc bánh nướng, bánh dẻo, bánh cốm lần lượt là: 60 000 đồng; 45 000 đồng; 12 000 đồng.

70. Vận tốc của xe thứ nhất, xe thứ hai, xe thứ ba lần lượt là: 30 km/h, 40 km/h, 60 km/h.

71*. Gọi diện tích máy cày thứ nhất, máy cày thứ hai, máy cày thứ ba cày được lần lượt là x (ha), y (ha), z (ha) tương ứng với: số ngày làm việc x_1 (ngày), y_1 (ngày), z_1 (ngày); thời gian làm việc mỗi ngày x_2 (giờ), y_2 (giờ), z_2 (giờ); năng suất làm việc x_3 (ha/giờ), y_3 (ha/giờ), z_3 (ha/giờ).

$$\text{Ta có: } \frac{x_1}{3} = \frac{y_1}{4} = \frac{z_1}{5}, \frac{x_2}{6} = \frac{y_2}{7} = \frac{z_2}{8}, \frac{x_3}{\frac{1}{5}} = \frac{y_3}{\frac{1}{4}} = \frac{z_3}{\frac{1}{3}};$$

$$x = x_1 x_2 x_3, y = y_1 y_2 y_3, z = z_1 z_2 z_3 \text{ và } x + y + z = 107,7$$

$$\text{Suy ra } \frac{x_1 x_2 x_3}{3 \cdot 6 \cdot \frac{1}{5}} = \frac{y_1 y_2 y_3}{4 \cdot 7 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{z_1 z_2 z_3}{5 \cdot 8 \cdot \frac{1}{3}} \text{ hay } \frac{x}{\frac{18}{5}} = \frac{y}{7} = \frac{z}{\frac{40}{3}}.$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{\frac{18}{5}} = \frac{y}{7} = \frac{z}{\frac{40}{3}} = \frac{x+y+z}{\frac{18}{5} + 7 + \frac{40}{3}} = \frac{107,7}{\frac{359}{15}} = 4,5.$$

$$\text{Do đó: } x = \frac{18}{5} \cdot 4,5 = 16,2 \text{ (ha); } y = 7 \cdot 4,5 = 31,5 \text{ (ha); } z = \frac{40}{3} \cdot 4,5 = 60 \text{ (ha).}$$

Vậy máy cày thứ nhất, máy cày thứ hai, máy cày thứ ba cày được lần lượt là: 16,2 ha; 31,5 ha; 60 ha.

72. B.

73. A.

74. C.

75. B.

76. D.

77. C.

78. $\frac{1}{3} = 0,(3); \frac{17}{6} = 2,8(3); \frac{3}{4} = 0,75; \frac{-14}{11} = -1,(27); \frac{-4}{55} = -0,0(72).$

79. Các số vô tỉ trong các số đã cho là: $5,234561213141516\dots; \sqrt{19}.$

80. a) $213,6(42) > 213,598\dots$

b) $-43,001 > -43,(001).$

c) $-\sqrt{237} < -15.$

d) $\sqrt{1\frac{40}{81}} > \sqrt{1\frac{20}{101}}.$

e) $2 + \sqrt{37} > 6 + \sqrt{2}.$

e) $\frac{\sqrt{5^2} + \sqrt{15^2}}{\sqrt{4^2} + \sqrt{36^2}} = \frac{1}{\sqrt{2^2}}.$

81. a) $-6,(25); -0,34; 1\frac{5}{9}; \sqrt{15}; \sqrt{169}.$

b) $-34,(5); -\sqrt{225}; 1,0(09); \sqrt{64}; 31\frac{1}{5}.$

82. a) $\sqrt{16}; 2\frac{1}{4}; -0,0(51); -\sqrt{83}; -\sqrt{196}.$

b) $21\frac{1}{6}; \sqrt{49}; -\sqrt{144}; -111,0(3); -614,1.$

83. a) 3,01.

b) $-0,799.$

c) 1,25.

d) 12.

e) $\frac{8}{3}.$

g) $-28.$

84. a) $x = -0,3.$

b) $x = 5$ hoặc $x = -5.$

c) $x = 2.$

d*) Ta có: $|x| \geq 0; |x+1| \geq 0$ với mọi số thực x nên $|x| + |x+1| \geq 0$ với mọi số thực $x.$

Mà $-\frac{3}{4} < 0$ nên không có giá trị nào của x thoả mãn yêu cầu của đề bài.

85. Số nước nhà bạn Hạnh dùng trong Quý III là:

$$250 - 204 = 46 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Giá của 1 m³ nước là:

$$354\,200 : 46 = 7\,700 \text{ (đồng)}.$$

Số tiền nước nhà bạn Hạnh phải trả trong tháng 7 là:

$$7\,700 \cdot (220 - 204) = 123\,200 \text{ (đồng)}.$$

Số tiền nước nhà bạn Hạnh phải trả trong tháng 8 là:

$$7\,700 \cdot (237 - 220) = 130\,900 \text{ (đồng)}.$$

Số tiền nước nhà bạn Hạnh phải trả trong tháng 9 là:

$$7\,700 \cdot (250 - 237) = 100\,100 \text{ (đồng)}.$$

86. a) Do $2x = 3y$; $5y = 7z$ hay $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$; $\frac{y}{7} = \frac{z}{5}$ nên $\frac{x}{21} = \frac{y}{14} = \frac{z}{10}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{21} = \frac{y}{14} = \frac{z}{10} = \frac{3x - 7y + 5z}{3 \cdot 21 - 7 \cdot 14 + 5 \cdot 10} = \frac{30}{15} = 2.$$

Vậy $x = 21 \cdot 2 = 42$; $y = 14 \cdot 2 = 28$; $z = 10 \cdot 2 = 20$.

b) Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4} &= \frac{(x-1) - 2(y-2) + 3(z-3)}{2 - 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4} \\ &= \frac{x - 2y + 3z - 6}{8} = \frac{14 - 6}{8} = 1. \end{aligned}$$

Suy ra: $x - 1 = 2 \cdot 1 = 2$; $y - 2 = 3 \cdot 1 = 3$; $z - 3 = 4 \cdot 1 = 4$.

Do đó: $x = 3$; $y = 5$; $z = 7$.

87. Ta có quãng đường CB bằng 0,6 lần quãng đường AB nên quãng đường AC bằng 0,4 lần quãng đường AB .

Gọi vận tốc của xe đạp, xe máy lần lượt là v_1 (km/h), v_2 (km/h).

Do cùng một thời gian thì vận tốc và quãng đường là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{AC}{AB} = 0,4 = \frac{2}{5} \text{ hay } \frac{v_1}{2} = \frac{v_2}{5}. \text{ Mặt khác, ta lại có } v_2 - v_1 = 18. \text{ Áp dụng tính}$$

chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{v_1}{2} = \frac{v_2}{5} = \frac{v_2 - v_1}{5 - 2} = \frac{18}{3} = 6.$$

Suy ra: $v_1 = 2 \cdot 6 = 12$ (km/h); $v_2 = 5 \cdot 6 = 30$ (km/h).

Vậy vận tốc của xe đạp, xe máy lần lượt là: 12 km/h; 30 km/h.

88. 3,75 kg cá hồi.

89. 16 công nhân.

90*. Gọi số học sinh tham dự thi của khối 6, 7, 8 lần lượt là x, y, z .

Ta có: $x + \frac{3}{13}x = y + \frac{1}{15}y = z + \frac{1}{3}z$ hay $\frac{16x}{13} = \frac{16y}{15} = \frac{4z}{3}$, suy ra

$$\frac{x}{13} = \frac{y}{15} = \frac{z}{12}.$$

Mặt khác, ta lại có: $x + y + z = 200$. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{13} = \frac{y}{15} = \frac{z}{12} = \frac{x + y + z}{13 + 15 + 12} = \frac{200}{40} = 5.$$

Do đó: $x = 13 \cdot 5 = 65$; $y = 15 \cdot 5 = 75$; $z = 12 \cdot 5 = 60$.

Vậy khối 6, 7, 8 lần lượt có: 65 học sinh; 75 học sinh; 60 học sinh tham dự cuộc thi.

91*. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{a}{2\ 020} = \frac{b}{2\ 021} = \frac{c}{2\ 022} = \frac{a - b}{2\ 020 - 2\ 021} = \frac{b - c}{2\ 021 - 2\ 022} = \frac{c - a}{2\ 022 - 2\ 020}.$$

Suy ra $\frac{a - b}{-1} = \frac{b - c}{-1} = \frac{c - a}{2}$ hay $c - a = -2(a - b) = -2(b - c)$.

Do đó $(c - a)^2 = [-2(a - b)][-2(b - c)] = 4(a - b)(b - c)$.

92*. a) Ta có: $|x - 1| \geq 0$ với mọi số thực x nên $A = |x - 1| + 21 \geq 21$ với mọi số thực x . Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 21. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $|x - 1| = 0$. Suy ra $x - 1 = 0$ hay $x = 1$.

b) Ta có: $\sqrt{x} \geq 0$, $x^2 \geq 0$ với mọi số thực x nên $\sqrt{x} + x^2 \geq 0$ với mọi số thực x . Suy ra $B = \sqrt{x} + x^2 - 22 \geq -22$ với mọi số thực x . Vậy giá trị nhỏ nhất của B là -22 . Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{x} = 0$ và $x^2 = 0$. Suy ra $x = 0$.

93*. a) Ta có: $|x| \geq 0$, $x^2 \geq 0$ với mọi số thực x nên $-|x| - x^2 \leq 0$ với mọi số thực x .

Suy ra $C = -|x| - x^2 + 23 \leq 23$ với mọi số thực x . Vậy giá trị lớn nhất của C là 23. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $|x| = 0$ và $x^2 = 0$. Suy ra $x = 0$.

b) Ta có: $x^2 \geq 0$ với mọi số thực x nên $\sqrt{x^2 + 25} \geq \sqrt{25}$ hay $\sqrt{x^2 + 25} \geq 5$ với mọi số thực x . Suy ra $-\sqrt{x^2 + 25} \leq -5$ với mọi số thực x .

Suy ra $D = -\sqrt{x^2 + 25} + 1\ 225 \leq -5 + 1\ 225$ hay $D \leq 1\ 220$ với mọi số thực x .

Vậy giá trị lớn nhất của D là 1 220.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x^2 = 0$. Suy ra $x = 0$.

Chương III

HÌNH HỌC TRỰC QUAN

§1 HÌNH HỘP CHỮ NHẬT. HÌNH LẬP PHƯƠNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Hình hộp chữ nhật

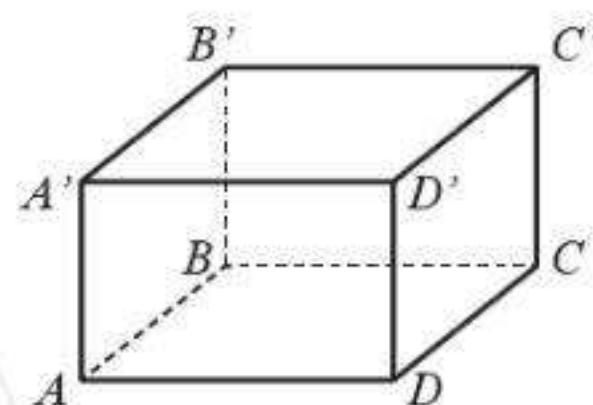
– Ở Hình 1, ta có:

- Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$;
- Đáy dưới $ABCD$, đáy trên $A'B'C'D'$;
Các mặt bên: $AA'B'B$, $BB'C'C$, $CC'D'D$, $DD'A'A$;
- Các cạnh đáy: AB , BC , CD , DA , $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$, $D'A'$;
Các cạnh bên: AA' , BB' , CC' , DD' ;
- Các đỉnh: A , B , C , D , A' , B' , C' , D' ;
- Các đường chéo $A'C$, $B'D$, $C'A$, $D'B$.

– Hình hộp chữ nhật có 6 mặt, 12 cạnh, 8 đỉnh, 4 đường chéo.

– Hình hộp chữ nhật có:

- Các mặt đều là hình chữ nhật;
- Các cạnh bên bằng nhau.

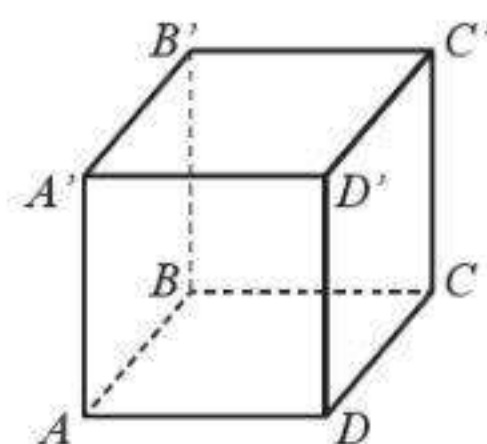


Hình 1

Hình lập phương

– Ở Hình 2, ta có:

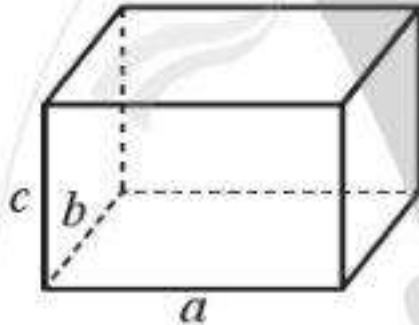
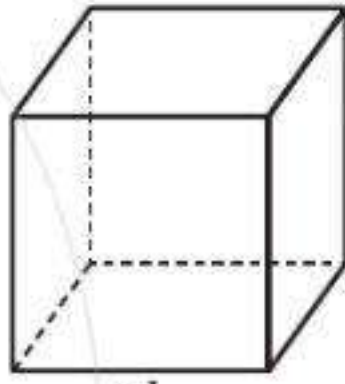
- Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$;
- Đáy dưới $ABCD$, đáy trên $A'B'C'D'$;
Các mặt bên: $AA'B'B$, $BB'C'C$, $CC'D'D$, $DD'A'A$;
- Các cạnh đáy: AB , BC , CD , DA , $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$, $D'A'$;
Các cạnh bên: AA' , BB' , CC' , DD' ;



Hình 2

- Các đỉnh: $A, B, C, D, A', B', C', D'$;
 - Các đường chéo $A'C, B'D, C'A, D'B$.
- Hình lập phương có 6 mặt, 12 cạnh, 8 đỉnh, 4 đường chéo.
- Hình lập phương có:
- Các mặt đều là hình vuông;
 - Các cạnh đều bằng nhau.

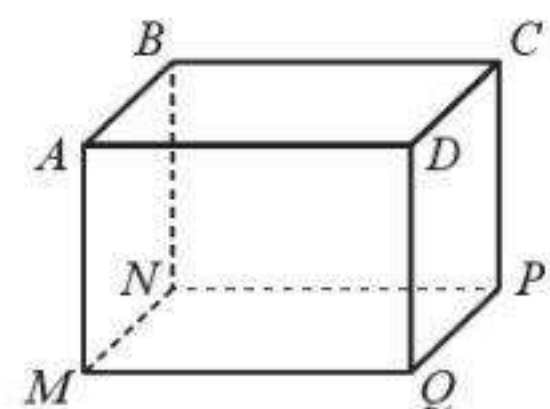
Diện tích xung quanh và thể tích của hình hộp chữ nhật, hình lập phương

	Hình hộp chữ nhật (Hình 3) có ba kích thước: chiều dài là a, chiều rộng là b, chiều cao là c (a, b, c cùng đơn vị đo).  Hình 3	Hình lập phương (Hình 4) có độ dài cạnh là d.  Hình 4
Diện tích xung quanh	$S_{xq} = 2(a + b)c$	$S_{xq} = 4d^2$
Thể tích	$V = abc$	$V = d^3$

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Quan sát hình hộp chữ nhật $ABCD MNPQ$ (Hình 5) và kể tên:

- Các mặt bên của hình hộp chữ nhật;
- Các đỉnh của hình hộp chữ nhật;
- Các cạnh bên của hình hộp chữ nhật;
- Các đường chéo của hình hộp chữ nhật.



Hình 5

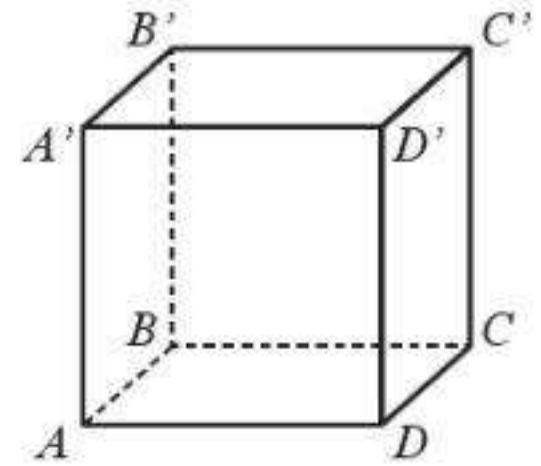
Giải

- Các mặt bên của hình hộp chữ nhật là: $ABNM, BCPN, CDQP, DAMQ$.
- Các đỉnh của hình hộp chữ nhật là: A, B, C, D, M, N, P, Q .

- c) Các cạnh bên của hình hộp chữ nhật là: AM, BN, CP, DQ .
 d) Các đường chéo của hình hộp chữ nhật là: AP, BQ, CM, DN .

Ví dụ 2 Quan sát hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (Hình 6). Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai? Vì sao?

- a) Các mặt $ABCD, A'B'C'D', AA'B'B, BB'C'C, CC'D'D, DD'A'A$ đều là hình vuông.
 b) Các cạnh AA', BB', CC', DD' bằng nhau; các cạnh $AB, BC, CD, DA, A'B', B'C', C'D', D'A'$ không bằng nhau.
 c) Diện tích của các mặt $ABCD, A'B'C'D', AA'B'B, BB'C'C, CC'D'D, DD'A'A$ bằng nhau.



Hình 6

- d) $A'B', B'D, C'A, D'B$ là các đường chéo của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Giải

- a) Đúng. Lí do như sau: Hình lập phương có các mặt đều là hình vuông nên các mặt $ABCD, A'B'C'D', AA'B'B, BB'C'C, CC'D'D, DD'A'A$ đều là hình vuông.
 b) Sai. Lí do như sau: Hình lập phương có các cạnh đều bằng nhau nên các cạnh $AB, BC, CD, DA, A'B', B'C', C'D', D'A'$ bằng nhau.
 c) Đúng. Lí do như sau: Hình lập phương có các mặt đều là hình vuông có cùng độ dài cạnh nên diện tích của các mặt $ABCD, A'B'C'D', AA'B'B, BB'C'C, CC'D'D, DD'A'A$ bằng nhau.
 d) Sai. Lí do như sau: $A'B'$ là cạnh đáy của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ mà không phải là đường chéo của hình lập phương.

Ví dụ 3 Tính diện tích xung quanh, thể tích của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AB = 3 \text{ cm}, AD = 5 \text{ cm}, AA' = 6 \text{ cm}$.

Giải

Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là:

$$S_{xq} = 2 \cdot (3 + 5) \cdot 6 = 96 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Thể tích của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là:

$$V = 3 \cdot 5 \cdot 6 = 90 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Ví dụ 4 Diện tích xung quanh của một hình lập phương là 196 m^2 . Tính thể tích của hình lập phương đó.

Giải

Gọi d (m) là độ dài cạnh hình lập phương ($d > 0$).

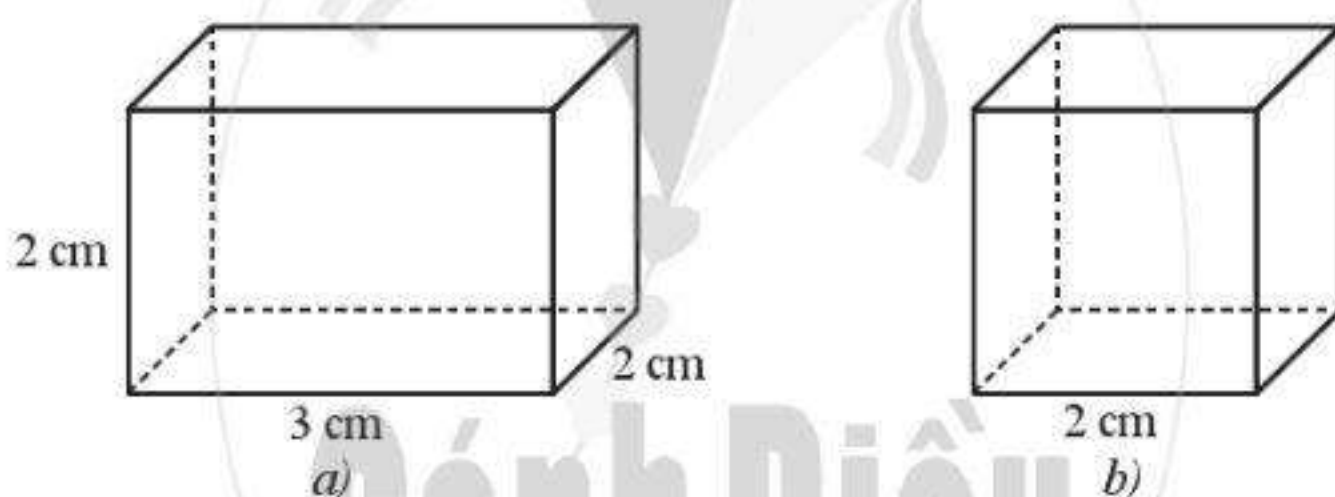
Do diện tích xung quanh của hình lập phương đó là 196 m^2 nên $4d^2 = 196$ hay $d^2 = 49$.
Mà $d > 0$ nên $d = 7$ (m).

Vậy thể tích của hình lập phương đó là:

$$V = 7^3 = 343 \text{ (m}^3\text{)}.$$

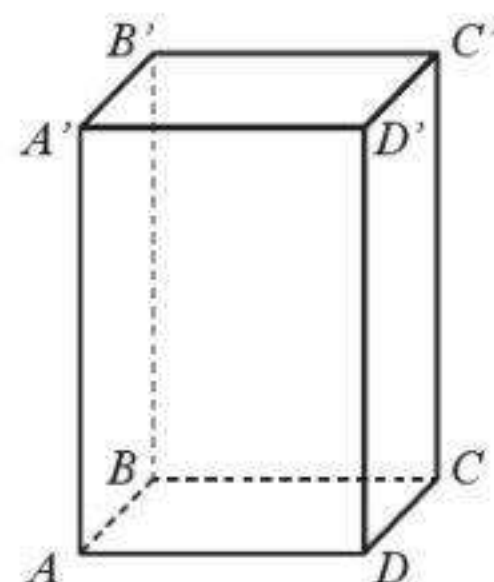
C. BÀI TẬP

- Tính thể tích và diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật ở Hình 7a.
 - Tính thể tích và diện tích xung quanh của hình lập phương ở Hình 7b.



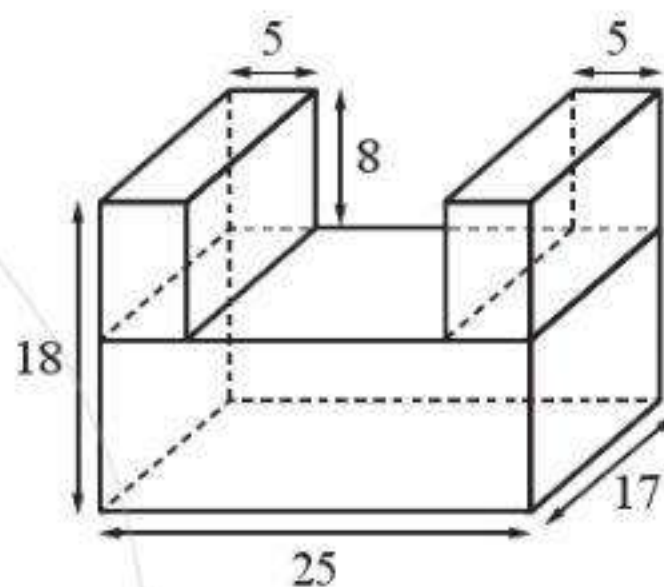
Hình 7

- Tính độ dài cạnh của hình lập phương, biết thể tích của hình lập phương đó bằng thể tích của hình hộp chữ nhật có ba kích thước: chiều dài là 8 dm, chiều rộng là 4 dm, chiều cao là 2 dm.
- Người ta xếp các hình lập phương có độ dài cạnh là 2 cm để được một hình hộp chữ nhật có ba kích thước: chiều dài là 12 cm, chiều rộng là 8 cm, chiều cao là 10 cm. Hỏi phải dùng tất cả bao nhiêu hình lập phương để xếp được hình hộp chữ nhật đó?
- Cho hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$ (Hình 8). Diện tích của các mặt $ABCD$, $BB'C'C$ và $CC'D'D$ lần lượt là 2 cm^2 , 6 cm^2 , 3 cm^2 . Tính thể tích hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$.



Hình 8

5. Một bể rồng không chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 2,2 m, chiều rộng là 1 m, chiều cao là 0,75 m. Người ta sử dụng một máy bơm nước có công suất 25 lít/phút để bơm đầy bể đó. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì bể đầy nước?
6. Một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 5 m, chiều rộng là 3,2 m, chiều cao là 3 m. Người ta muốn sơn phía trong bốn bức tường và cả trần của căn phòng. Tính số tiền mà người đó phải trả, biết rằng diện tích các cửa của căn phòng đó là 7 m^2 và giá tiền sơn mỗi mét vuông (bao gồm tiền công và nguyên vật liệu) là 10 500 đồng.
7. Một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 12 m, chiều rộng là 5 m, chiều sâu là 1,75 m. Người thợ phải dùng bao nhiêu viên gạch men để lát đáy và xung quanh bể đó? Biết rằng mỗi viên gạch có dạng hình chữ nhật với chiều dài là 25 cm, chiều rộng là 20 cm và diện tích mạch vữa không đáng kể.
8. Hình 9 được ghép bởi 3 hình hộp chữ nhật. Tính thể tích của hình được ghép với các số đo trên hình tính theo đơn vị mét.



Hình 9

§2 HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TAM GIÁC. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TỨ GIÁC

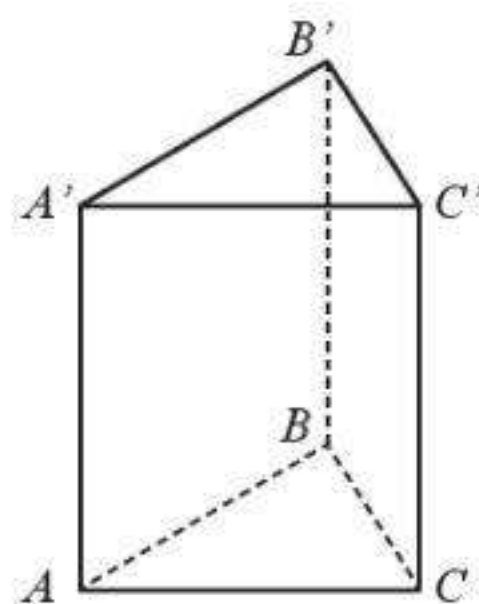
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Hình lăng trụ đứng tam giác

– Ở Hình 10, ta có:

- Lăng trụ đứng tam giác $ABCA'B'C'$;
- Đáy dưới ABC , đáy trên $A'B'C'$;
Các mặt bên: $AA'B'B$, $BB'C'C$, $CC'A'A$;
- Các cạnh đáy: AB , BC , CA , $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$;
Các cạnh bên: AA' , BB' , CC' ;
- Các đỉnh: A , B , C , A' , B' , C' .

– Lăng trụ đứng tam giác có 5 mặt, 9 cạnh, 6 đỉnh.

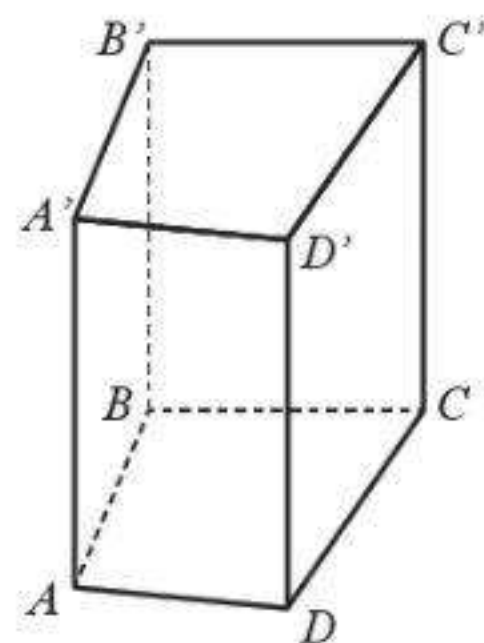


Hình 10

- Lăng trụ đứng tam giác có:
 - Hai mặt đáy cùng là tam giác và song song với nhau;
 - Các mặt bên đều là hình chữ nhật;
 - Các cạnh bên bằng nhau;
 - Chiều cao là độ dài một cạnh bên.

Hình lăng trụ đứng tứ giác

- Ở Hình 11, ta có:
 - Lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$;
 - Đáy dưới $ABCD$, đáy trên $A'B'C'D'$;
 - Các mặt bên: $AA'B'B$, $BB'C'C$, $CC'D'D$, $DD'A'A$;
 - Các cạnh đáy: AB , BC , CD , DA , $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$, $D'A'$;
 - Các cạnh bên: AA' , BB' , CC' , DD' ;
 - Các đỉnh: A , B , C , D , A' , B' , C' , D' .
- Lăng trụ đứng tứ giác có 6 mặt, 12 cạnh, 8 đỉnh.
- Lăng trụ đứng tứ giác có:
 - Hai mặt đáy cùng là tứ giác và song song với nhau;
 - Các mặt bên đều là hình chữ nhật;
 - Các cạnh bên bằng nhau;
 - Chiều cao là độ dài một cạnh bên.

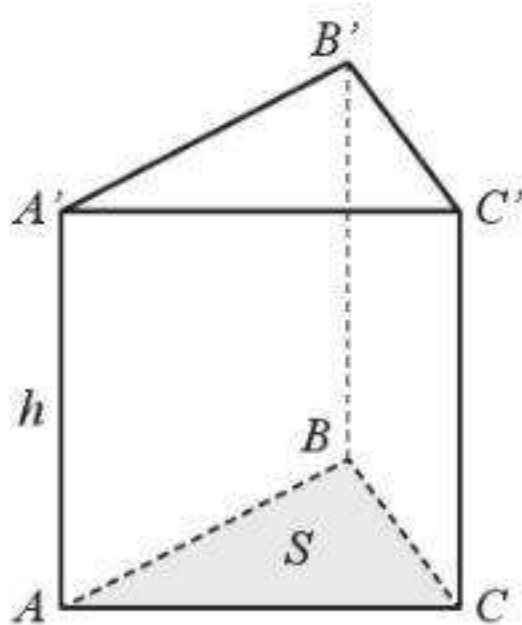


Hình 11

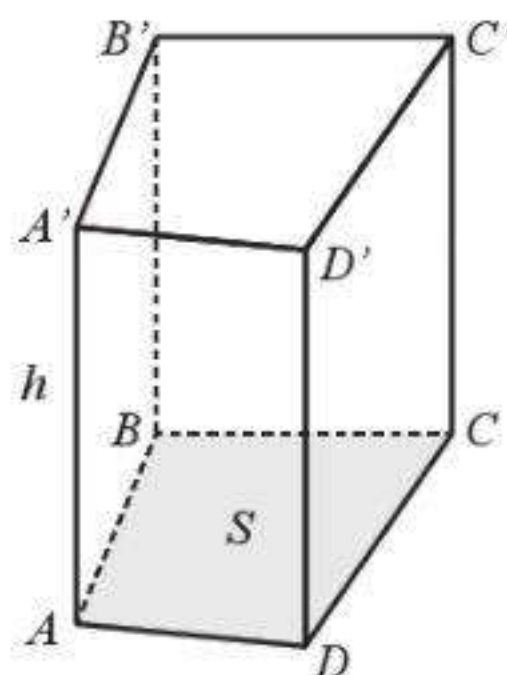
Thể tích và diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác

- Thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác hay hình lăng trụ đứng tứ giác bằng diện tích đáy nhân chiều cao.

Ta có $V = S \cdot h$, trong đó V là thể tích, S là diện tích đáy và h là chiều cao của hình lăng trụ đứng tam giác (Hình 12) hay hình lăng trụ đứng tứ giác (Hình 13).



Hình 12



Hình 13

– Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác hay hình lăng trụ đứng tứ giác bằng chu vi đáy nhân với chiều cao.

Ta có: $S_{xq} = C \cdot h$, trong đó S_{xq} là diện tích xung quanh, C là chu vi đáy, h là chiều cao của hình lăng trụ đứng tam giác hay hình lăng trụ đứng tứ giác.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Quan sát hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD MNPQ$ (Hình 14) và kể tên:

- Các mặt bên của hình lăng trụ;
- Các đỉnh của hình lăng trụ;
- Các cạnh bên của hình lăng trụ;
- Các mặt đáy của hình lăng trụ.

Giải

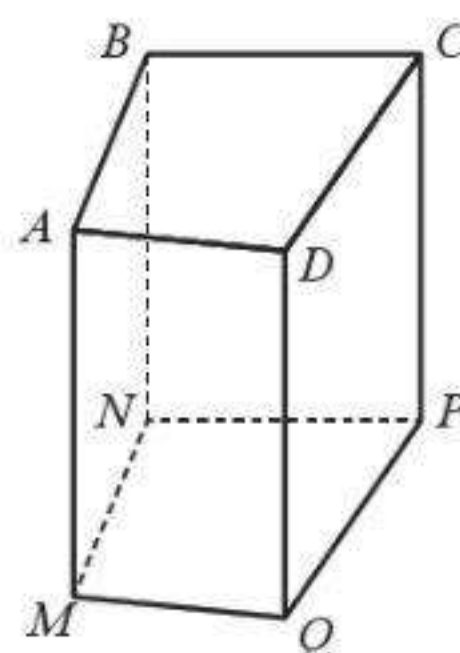
- Các mặt bên của hình lăng trụ là: $ABNM$, $BCPN$, $CDQP$, $DAMQ$.
- Các đỉnh của hình lăng trụ là: A, B, C, D, M, N, P, Q .
- Các cạnh bên của hình lăng trụ là: AM, BN, CP, DQ .
- Các mặt đáy của hình lăng trụ là: $ABCD, MNPQ$.

Ví dụ 2 Quan sát hình lăng trụ đứng tam giác $ABC A'B'C'$ (Hình 15). Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai? Vì sao?

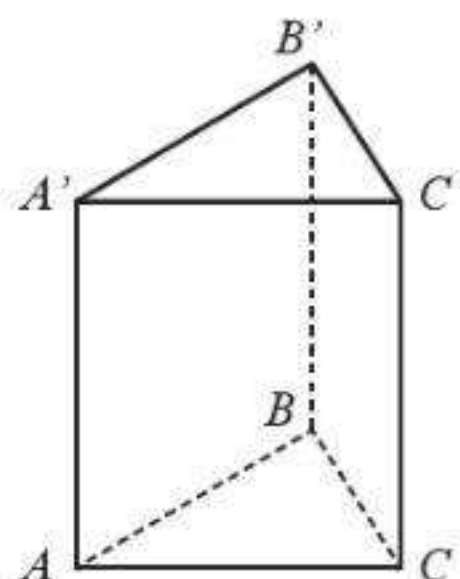
- Các mặt $AA'B'B$, $BB'C'C$, $CC'A'A$ đều là hình tam giác.
- Các cạnh AA' , BB' , CC' bằng nhau.
- Hai mặt ABC , $A'B'C'$ đều là hình tam giác và song song với nhau.

Giải

- Sai. Lí do như sau: Lăng trụ đứng tam giác có các mặt bên là hình chữ nhật nên các mặt $AA'B'B$, $BB'C'C$, $CC'A'A$ không là hình tam giác.
- Đúng. Lí do như sau: Lăng trụ đứng tam giác có các cạnh bên bằng nhau nên các cạnh AA' , BB' , CC' bằng nhau.
- Đúng. Lí do như sau: Lăng trụ đứng tam giác có hai mặt đáy cùng là tam giác và song song với nhau nên hai mặt ABC , $A'B'C'$ đều là hình tam giác và song song với nhau.

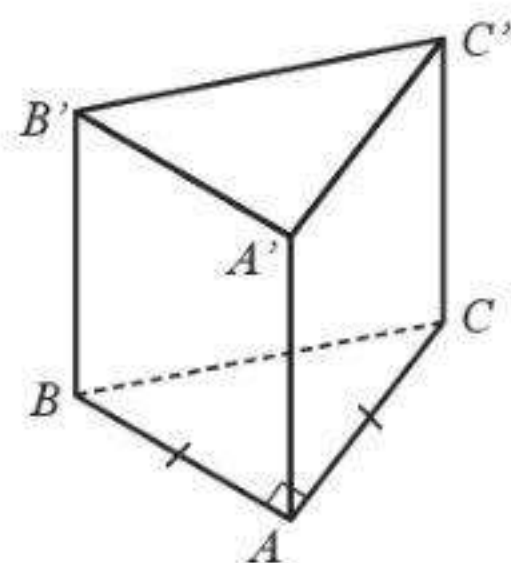


Hình 14



Hình 15

Ví dụ 3 Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC$ (Hình 16). Tính độ dài cạnh đáy AB , biết đường cao và thể tích của hình lăng trụ đó lần lượt là 9 cm và 72 cm^3 .



Hình 16

Giải

Diện tích đáy ABC của hình lăng trụ đứng tam giác đó là:

$$S_{ABC} = 72 : 9 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Gọi x (cm) là độ dài cạnh AB ($x > 0$). Suy ra $AC = AB = x$.

Vì tam giác ABC vuông tại A nên ta có

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} x^2.$$

Do đó $\frac{1}{2} x^2 = 8$ hay $x^2 = 16$. Mà $x > 0$ nên $x = 4$ (cm).

Vậy độ dài cạnh đáy AB là 4 cm.

Ví dụ 4 Một hình lăng trụ đứng tứ giác có độ dài cạnh bên là 25 cm và đáy là hình thoi với độ dài hai đường chéo là 16 cm, 30 cm. Tính thể tích của hình lăng trụ đó.

Giải

Diện tích đáy của hình lăng trụ đó là:

$$S = \frac{16 \cdot 30}{2} = 240 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Thể tích của lăng trụ đó là:

$$V = 240 \cdot 25 = 6\,000 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

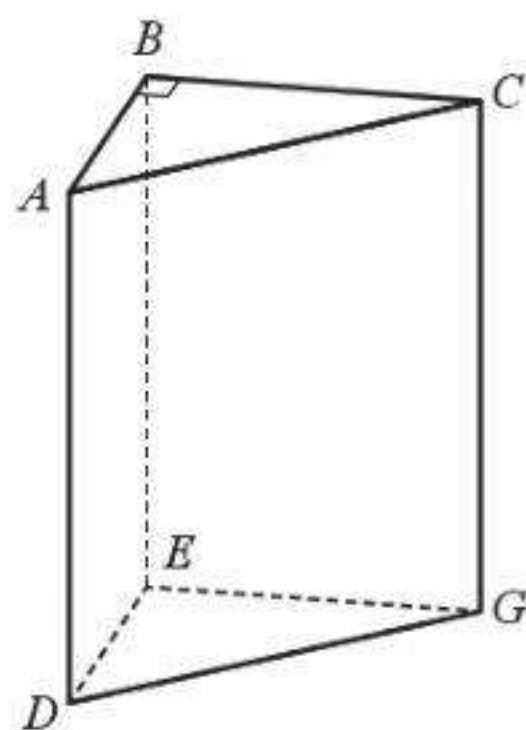
Ví dụ 5 Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.DEG$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B với $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm, $AC = 5$ cm và đường cao $CG = 7$ cm (Hình 17). Tính:

- Diện tích xung quanh của hình lăng trụ $ABC.DEG$;
- Thể tích của hình lăng trụ $ABC.DEG$.

Giải

a) Chu vi đáy ABC của hình lăng trụ $ABC.DEG$ là:

$$3 + 5 + 4 = 12 \text{ (cm)}.$$



Hình 17

Diện tích xung quanh của hình lăng trụ $ABC.DEG$ là:

$$S_{xq} = 12 \cdot 7 = 84 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

b) Diện tích đáy ABC của hình lăng trụ $ABC.DEG$ là:

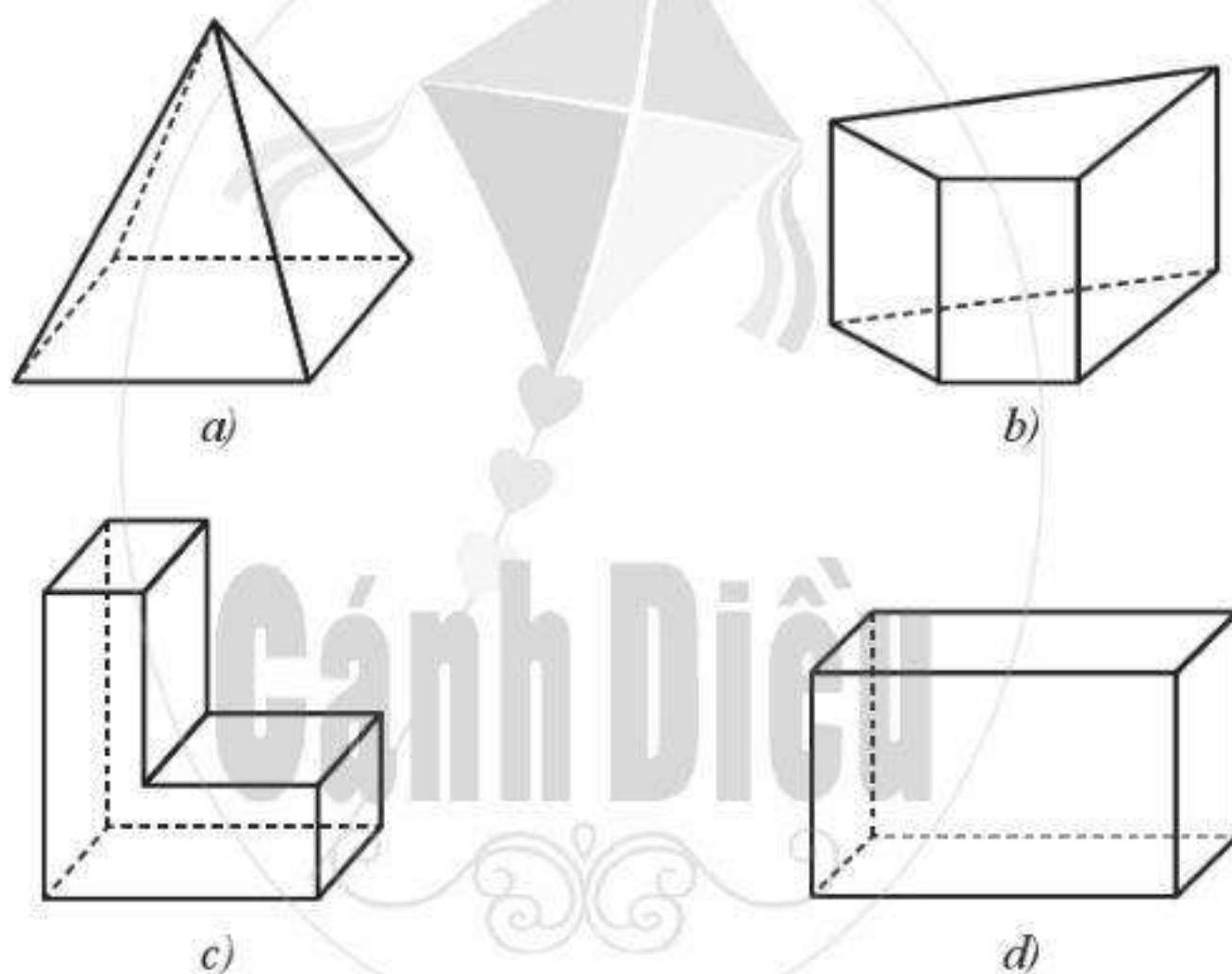
$$S_{ABC} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Thể tích của hình lăng trụ $ABC.DEG$ là:

$$V = 6 \cdot 7 = 42 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

C. BÀI TẬP

9. Trong các hình $18a, 18b, 18c, 18d$ có hai hình lăng trụ đứng tứ giác. Chỉ ra các hình lăng trụ đứng tứ giác đó?



Hình 18

10. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai?

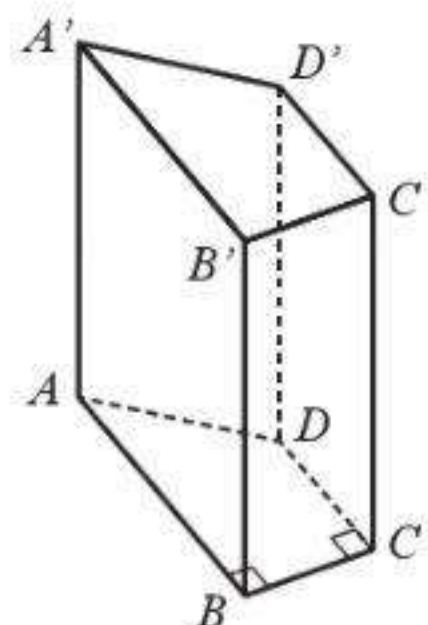
- a) Hình lăng trụ đứng tam giác có 4 cạnh, 6 đỉnh.
- b) Hình lăng trụ đứng tam giác có 5 mặt, 5 đỉnh.
- c) Hình lăng trụ đứng tam giác có 4 mặt, 5 đỉnh.
- d) Hình lăng trụ đứng tam giác có 5 mặt, 6 đỉnh.

11. Cho hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang $ABCD$ vuông tại B (AB song song với CD) với $AB = 9$ dm, $DC = 6$ dm, $BC = 4$ dm, $AD = 5$ dm và chiều cao $AA' = 100$ cm (Hình 19).

a) Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ $ABCD A'B'C'D'$.

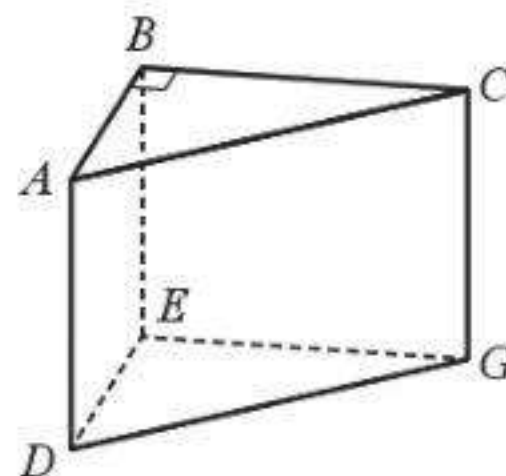
b) Tính thể tích của hình lăng trụ $ABCD A'B'C'D'$.

c) Người ta dán giấy màu (bên ngoài) tất cả các mặt của hình lăng trụ. Tính số tiền người đó phải trả, biết rằng giá tiền dán giấy màu mỗi mét vuông (bao gồm tiền công và nguyên vật liệu) là 150 000 đồng.



Hình 19

12. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.DEG$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B với cạnh đáy $AB = 2$ cm và cạnh bên $AD = 5$ cm (Hình 20). Tính độ dài cạnh BC , biết thể tích của hình lăng trụ đó bằng 25 cm^3 .



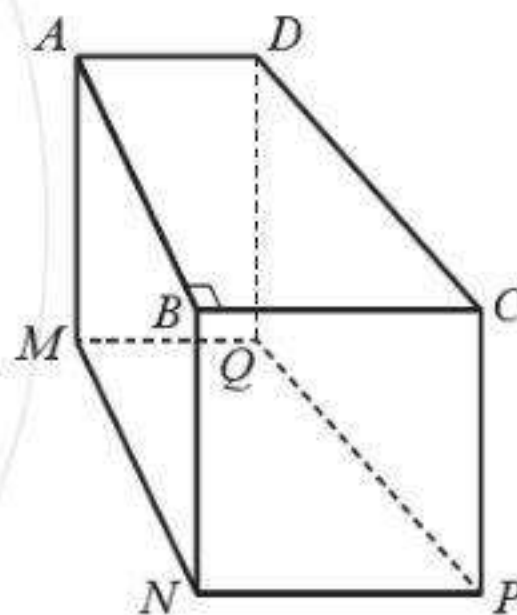
Hình 20

13. Cho hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.MNPQ$ có đáy là hình thang $ABCD$ vuông tại B (AD song song với BC) với $AB = 20$ cm, $AD = 11$ cm, $BC = 15$ cm (Hình 21).

a) Tính tỉ số giữa thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác $ABCMNP$ và thể tích của hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.MNPQ$.

b) Tính tỉ số phần trăm giữa thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác $ABDMNQ$ và thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác $BCD.NPQ$.

c) So sánh thể tích của hai hình lăng trụ đứng tam giác $ABDMNQ$ và $ACD.MPQ$.



Hình 21

14. Sắp xếp các hình sau theo thứ tự thể tích giảm dần:

- Hình lăng trụ đứng tứ giác có độ dài cạnh bên bằng 10 cm và đáy là hình thang cân với độ dài đáy bé, đáy lớn, đường cao lần lượt bằng 2 cm, 8 cm, 4 cm;
- Hình lập phương có độ dài cạnh bằng 8 cm;
- Hình lăng trụ đứng tam giác có độ dài cạnh bên bằng 10 cm và đáy là tam giác có độ dài một cạnh, đường cao tương ứng cạnh đó lần lượt bằng 4 cm, 3 cm.

15*. Người ta ghi một cách tùy ý vào ba mặt bên và hai mặt đáy của hình lăng trụ đứng tam giác các số tự nhiên lẻ từ 21 đến 29 (số được ghi ở mỗi mặt khác nhau). Chứng tỏ rằng không thể xảy ra trường hợp tổng các số trên ba mặt bên và tổng các số trên hai đáy của hình lăng trụ trên bằng nhau.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG III

16. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

- A. Hình lăng trụ đứng tứ giác có 6 mặt, 8 đỉnh, 8 cạnh.
- B. Hình lăng trụ đứng tứ giác có 4 mặt, 6 đỉnh, 8 cạnh.
- C. Hình lăng trụ đứng tứ giác có 4 mặt, 8 đỉnh, 12 cạnh.
- D. Hình lăng trụ đứng tứ giác có 6 mặt, 8 đỉnh, 12 cạnh.

17. Một hình lập phương có thể tích là 125 m^3 . Diện tích xung quanh của hình lập phương đó là:

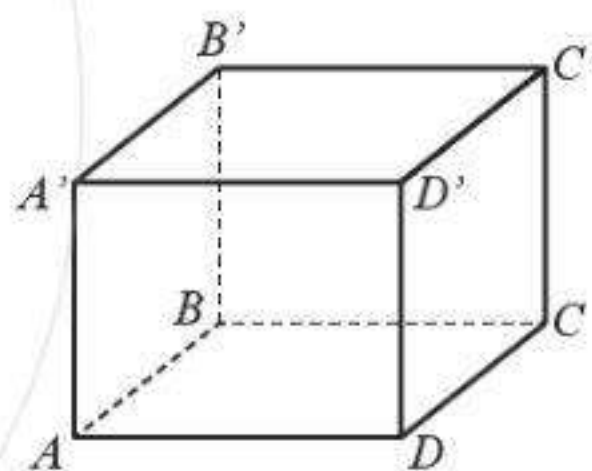
- A. 125 m^2 .
- B. 500 m^2 .
- C. 150 m^2 .
- D. 100 m^2 .

18. Một bể rỗng không chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 2,4 m, chiều rộng là 1,5 m, chiều cao là 1 m. Người ta sử dụng một máy bơm nước có công suất 30 l/phút để bơm đầy bể đó. Số giờ để bể đó đầy nước là:

- A. $\frac{13}{3}$ giờ.
- B. 120 giờ.
- C. 2 giờ.
- D. $\frac{49}{18}$ giờ.

19. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$ với các kích thước $AB = 20 \text{ cm}$, $BC = 15 \text{ cm}$, $CC' = 12 \text{ cm}$ (Hình 22). Tỷ số diện tích xung quanh và tổng diện tích hai đáy của hình hộp chữ nhật đó là:

- A. $\frac{5}{14}$.
- B. $\frac{7}{5}$.
- C. $\frac{5}{7}$.
- D. $\frac{14}{5}$.



Hình 22

20. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai?

- a) Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật bằng một nửa tổng diện tích các mặt.
- b) Thể tích của hình hộp chữ nhật bằng tích chiều dài nhân với chiều rộng rồi nhân với chiều cao.
- c) Diện tích xung quanh của hình lập phương bằng diện tích của một mặt nhân với 6.
- d) Thể tích của hình lập phương bằng tích của cạnh nhân cạnh rồi nhân với cạnh.

21. a) Một hình lập phương có thể tích là 216 dm^3 . Tính diện tích xung quanh của hình lập phương đó.

b) Hình hộp chữ nhật thứ nhất có các kích thước: chiều dài, chiều rộng, chiều cao lần lượt bằng a (m), b (m), c (m). Hình hộp chữ nhật thứ hai có các kích thước: chiều dài, chiều rộng, chiều cao lần lượt bằng $3a$ (m), $2b$ (m), $4c$ (m). Tính tỉ số giữa thể tích của hình hộp chữ nhật thứ hai và thể tích của hình hộp chữ nhật thứ nhất.

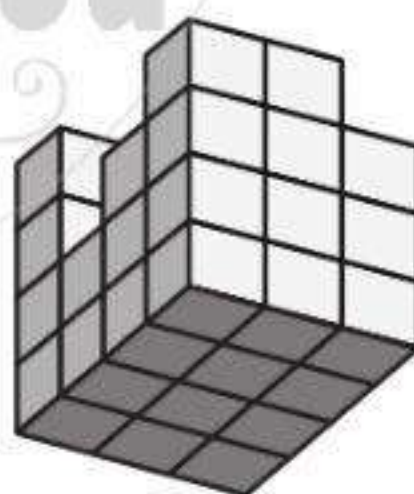
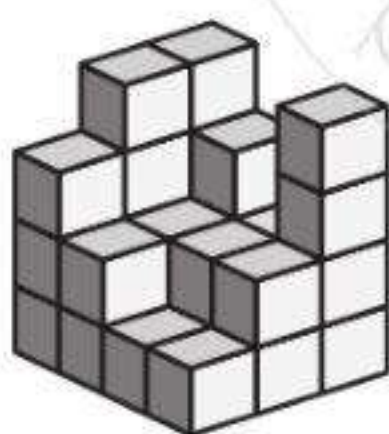
22*. Một hình lăng trụ đứng tứ giác có chu vi đáy là 12 dm. Nếu tăng chiều cao thêm 2 dm và giảm chu vi đáy đi 4 dm thì diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng đã cho giảm 20 dm². Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng ban đầu.

23. a) Một hình lăng trụ đứng tam giác có độ dài cạnh bên bằng 16 cm và đáy là tam giác với độ dài các cạnh lần lượt là 4 cm, 8 cm, 11 cm. Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ đó.

b) Một hình lăng trụ đứng tứ giác có đáy là hình thoi với độ dài cạnh đáy bằng 17 cm. Tính chiều cao của hình lăng trụ đó, biết các đường chéo của đáy lần lượt bằng 16 cm, 30 cm và diện tích toàn phần của hình lăng trụ (tức là tổng diện tích các mặt) bằng 1 840 cm².

c) Một hình lăng trụ đứng tứ giác có độ dài cạnh bên là 12 cm và đáy là hình thang với độ dài đáy bé, đáy lớn, đường cao lần lượt là 15 cm, 17 cm, 13 cm. Tính thể tích của hình lăng trụ đó.

24*. Hình 23 minh họa các mặt của một hình được ghép bởi nhiều khối lập phương nhỏ cạnh 1 cm.



Hình 23

a) Hình được ghép có bao nhiêu khối lập phương nhỏ cạnh 1 cm?

b) Tính thể tích của hình được ghép.

c) Người ta sơn màu lên bề ngoài của hình được ghép. Có bao nhiêu khối lập phương nhỏ cạnh 1 cm không được sơn mặt nào?

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

1. a) $V = 12 \text{ cm}^3, S_{xq} = 20 \text{ cm}^2$.

b) $V = 8 \text{ cm}^3, S_{xq} = 16 \text{ cm}^2$.

2. Thể tích của hình hộp chữ nhật là:

$$8 \cdot 4 \cdot 2 = 64 (\text{dm}^3).$$

Gọi d (dm) là độ dài cạnh của hình lập phương.

Do thể tích của hình lập phương bằng thể tích của hình hộp chữ nhật nên ta có $d^3 = 64$. Mà $4^3 = 64$ nên $d = 4$ (dm).

Vậy độ dài cạnh của hình lập phương là 4 dm.

3. Thể tích của hình hộp chữ nhật là:

$$12 \cdot 8 \cdot 10 = 960 (\text{cm}^3).$$

Thể tích của hình lập phương có độ dài cạnh là 2 cm là:

$$2^3 = 8 (\text{cm}^3).$$

Số hình lập phương phải dùng tất cả là:

$$960 : 8 = 120 (\text{hình}).$$

4. Gọi các kích thước của hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$ như sau: $AB = a$ (cm), $AD = b$ (cm), $AA' = c$ (cm) ($a > 0, b > 0, c > 0$). Khi đó, thể tích của hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$ là $V = abc$ (cm^3).

Ta có: $S_{ABCD} = ab = 2$ (cm^2); $S_{BB'C'C} = bc = 6$ (cm^2); $S_{CC'D'D} = ca = 3$ (cm^2).

Suy ra $(ab) \cdot (bc) \cdot (ca) = 2 \cdot 6 \cdot 3$ hay $(abc)^2 = 6^2$, do đó $abc = 6$.

Vậy thể tích của hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$ là 6 cm^3 .

5. Thể tích của bể đó là:

$$2,2 \cdot 1 \cdot 0,75 = 1,65 (\text{m}^3) = 1\,650 (l).$$

Thời gian để bể đầy nước là:

$$1\,650 : 25 = 66 (\text{phút}) = 1,1 (\text{giờ}).$$

6. Diện tích xung quanh của căn phòng là:

$$2 \cdot (5 + 3,2) \cdot 3 = 49,2 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích trần của căn phòng là:

$$5 \cdot 3,2 = 16 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích cần quét sơn của căn phòng là:

$$49,2 + 16 - 7 = 58,2 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Số tiền người đó phải trả để quét sơn căn phòng là:

$$58,2 \cdot 10\,500 = 611\,100 \text{ (đồng)}.$$

7. Diện tích của đáy bể là:

$$12 \cdot 5 = 60 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích xung quanh bể là:

$$2 \cdot (12 + 5) \cdot 1,75 = 59,5 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích cần lát gạch men là:

$$60 + 59,5 = 119,5 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích của mỗi viên gạch men là:

$$25 \cdot 20 = 500 \text{ (cm}^2\text{)} = 0,05 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Số viên gạch men mà người thợ phải dùng để lát đáy và xung quanh thành bể đó là:

$$119,5 : 0,05 = 2\,390 \text{ (viên)}.$$

8. Hình 9 được ghép bởi 2 hình hộp chữ nhật có chiều dài 17 m, chiều rộng 5 m, chiều cao 8 m và 1 hình hộp chữ nhật có chiều dài 25 m, chiều rộng 17 m, chiều cao 10 m. Do đó thể tích của hình được ghép là:

$$2 \cdot (17 \cdot 5 \cdot 8) + 25 \cdot 17 \cdot 10 = 5\,610 \text{ (m}^3\text{)}.$$

9. Các hình 18b, 18d là hình lăng trụ đứng tứ giác.

10. a) Sai.

b) Sai.

c) Sai.

d) Đúng.

11. a) Đúng: $100 \text{ cm} = 10 \text{ dm}$.

Diện tích xung quanh của hình lăng trụ $ABCD A'B'C'D'$ là:

$$(9 + 6 + 4 + 5) \cdot 10 = 240 \text{ (dm}^2\text{)}.$$

b) Diện tích đáy $ABCD$ của hình lăng trụ là:

$$\frac{(9 + 6) \cdot 4}{2} = 30 \text{ (dm}^2\text{)}.$$

Thể tích của hình lăng trụ $ABCD A'B'C'D'$ là:

$$30 \cdot 10 = 300 \text{ (dm}^3\text{)}.$$

c) Tổng diện tích tất cả các mặt của hình lăng trụ là:

$$240 + 30 \cdot 2 = 300 \text{ (dm}^2\text{)} = 3 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Số tiền người đó phải trả là:

$$3 \cdot 150\,000 = 450\,000 \text{ (đồng)}.$$

12. Diện tích đáy ABC của hình lăng trụ là:

$$S_{ABC} = 25 : 5 = 5 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Độ dài cạnh BC là:

$$BC = (S_{ABC} \cdot 2) : AB = (5 \cdot 2) : 2 = 5 \text{ (cm)}.$$

13. a) Ta có:

$$S_{ABC} = \frac{20 \cdot 15}{2} = 150 \text{ (cm}^2\text{)}; S_{ABCD} = \frac{(11 + 15) \cdot 20}{2} = 260 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Tỉ số giữa thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác $ABC MNP$ và thể tích của hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD MNPQ$ là:

$$\frac{V_{ABC MNP}}{V_{ABCD MNPQ}} = \frac{S_{ABC} \cdot BN}{S_{ABCD} \cdot BN} = \frac{S_{ABC}}{S_{ABCD}} = \frac{150}{260} = \frac{15}{26}.$$

b) Ta có:

$$S_{ABD} = \frac{20 \cdot 11}{2} = 110 \text{ (cm}^2\text{)}; S_{BCD} = \frac{15 \cdot 20}{2} = 150 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Tỉ số phần trăm giữa thể tích của hình lăng trụ $ABD MNQ$ và thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác $BCD.NPQ$ là:

$$\begin{aligned} \frac{V_{ABD MNQ} \cdot 100\%}{V_{BCD.NPQ}} &= \frac{S_{ABD} \cdot BN \cdot 100\%}{S_{BCD} \cdot BN} = \frac{S_{ABD} \cdot 100\%}{S_{BCD}} = \frac{110 \cdot 100\%}{150} \\ &= 73,3\%. \end{aligned}$$

c) Thể tích của hai hình lăng trụ đứng tam giác $ABD MNQ$ và $ACD MPQ$ bằng nhau do diện tích hai đáy ABD, ACD bằng nhau và chúng có cùng chiều cao BN .

14. Thể tích của hình lăng trụ đứng tứ giác là:

$$\frac{(8 + 2) \cdot 4}{2} \cdot 10 = 200 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Thể tích của hình lập phương là:

$$8^3 = 512 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác là:

$$\frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 10 = 60 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Do $512 > 200 > 60$ nên sắp xếp các hình theo thứ tự thể tích giảm dần là: hình lập phương, hình lăng trụ đứng tứ giác, hình lăng trụ đứng tam giác.

15*. Do tổng của ba số lẻ là một số lẻ nên tổng các số trên ba mặt bên của hình lăng trụ là một số lẻ. Mà tổng của hai số lẻ là một số chẵn nên tổng các số trên hai đáy của hình lăng trụ là một số chẵn. Do đó không thể xảy ra trường hợp tổng các số trên ba mặt bên và tổng các số trên hai đáy của hình lăng trụ trên bằng nhau.

16. D.

17. D.

18. C.

19. B.

20. a) Sai.

b) Đúng.

c) Sai.

d) Đúng.

21. a) Gọi d (dm) là độ dài cạnh của hình lập phương ($d > 0$).

Do thể tích của hình lập phương là 216 dm^3 nên ta có $d^3 = 216$. Mà $6^3 = 216$ nên $d = 6$ (dm).

Vậy diện tích xung quanh của hình lập phương là:

$$4 \cdot 6^2 = 144 \text{ (dm}^2\text{)}.$$

b) Thể tích hình hộp chữ nhật thứ nhất là: $abc \text{ (m}^3\text{)}.$

Thể tích hình hộp chữ nhật thứ hai là: $3a \cdot 2b \cdot 4c = 24abc \text{ (m}^3\text{)}.$

Vậy tỉ số giữa thể tích của hình hộp chữ nhật thứ hai và thể tích của hình hộp chữ nhật thứ nhất là: $(24abc) : (abc) = 24$.

22*. Gọi độ dài cạnh bên của hình lăng trụ đứng tứ giác ban đầu là x (dm) ($x > 0$). Khi đó, diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng ban đầu là $12x \text{ (dm}^2\text{)}.$ Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng mới là:

$$(12 - 4) \cdot (x + 2) = 8x + 16 \text{ (dm}^2\text{)}.$$

Ta có: $12x - 20 = 8x + 16$, suy ra $x = 9$ (dm).

Vậy diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng ban đầu là:

$$12 \cdot 9 = 108 \text{ (dm}^2\text{)}.$$

23. a) Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác đó là:

$$(4 + 8 + 11) \cdot 16 = 368 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

b) Diện tích hai mặt đáy của hình lăng trụ đứng tứ giác đó là:

$$2 \cdot \frac{16 \cdot 30}{2} = 480 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tứ giác đó là:

$$1\,840 - 480 = 1\,360 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Chiều cao của hình lăng trụ đứng tứ giác đó là:

$$1\,360 : (4 + 17) = 20 \text{ (cm)}.$$

c) Thể tích của hình lăng trụ tứ giác đó là:

$$\frac{(15 + 17) \cdot 13}{2} \cdot 12 = 2\,496 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

24*. a) Có 4 lớp tính từ dưới lên:

Lớp dưới cùng (gọi là lớp thứ nhất) có:

$$4 \cdot 3 = 12 \text{ khối lập phương nhỏ cạnh } 1 \text{ cm};$$

Lớp tiếp theo (gọi là lớp thứ hai) có:

$$12 - 2 = 10 \text{ khối lập phương nhỏ cạnh } 1 \text{ cm};$$

Lớp thứ ba có 5 khối lập phương nhỏ cạnh 1 cm;

Lớp trên cùng có 3 khối lập phương nhỏ cạnh 1 cm.

Vậy hình được ghép có:

$$12 + 10 + 5 + 3 = 30 \text{ khối lập phương nhỏ cạnh } 1 \text{ cm}.$$

b) Thể tích của mỗi khối lập phương nhỏ cạnh 1 cm là 1 cm^3 nên thể tích của hình được ghép là 30 cm^3 .

c) Do sơn màu lên bề ngoài của hình được ghép nên khối lập phương nhỏ nào cũng có mặt được sơn. Vậy số khối lập phương nhỏ cạnh 1 cm không được sơn mặt nào là 0.

Chương IV

GÓC. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

§1 GÓC Ở VỊ TRÍ ĐẶC BIỆT

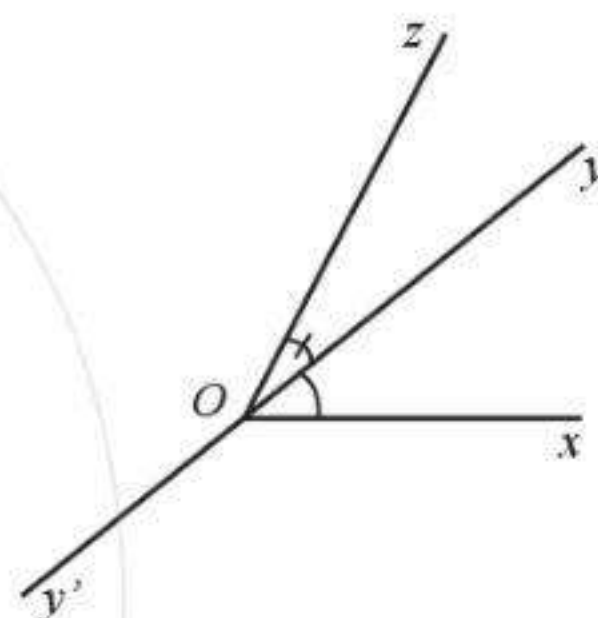
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Hai góc kề nhau

– Hai góc xOy và zOy ở *Hình 1* có tính chất sau: Hai góc có đỉnh chung, có một cạnh chung và hai cạnh còn lại nằm về hai phía của đường thẳng chứa cạnh chung đó. Hai góc xOy và zOy như vậy gọi là hai góc kề nhau.

– Cho góc xOz (khác góc bẹt) và tia Oy nằm trong góc đó thì hai góc xOy và yOz là hai góc kề nhau và $\widehat{xOz} = \widehat{xOy} + \widehat{yOz}$.

– Nếu góc xOz là góc bẹt thì với mỗi tia Oy (khác hai tia Ox, Oz), ta cũng có $\widehat{xOz} = \widehat{xOy} + \widehat{yOz}$.



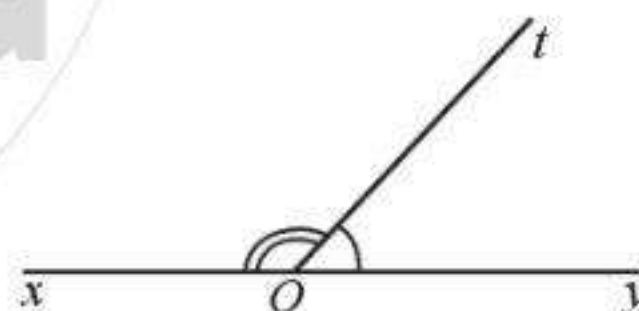
Hình 1

Hai góc bù nhau. Hai góc kề bù

– Hai góc bù nhau là hai góc có tổng số đo bằng 180° .

– Hai góc vừa kề nhau, vừa bù nhau gọi là hai góc kề bù.

Chẳng hạn, hai góc xOt và yOt ở *Hình 2* là hai góc kề bù.



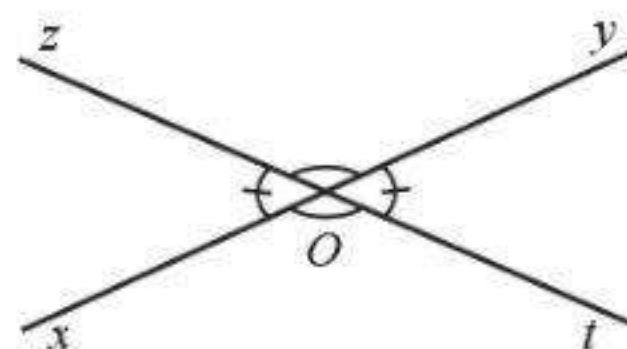
Hình 2

Hai góc đối đỉnh

– Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia.

Chẳng hạn, ở *Hình 3*, hai góc xOz và yOt là hai góc đối đỉnh, hai góc yOz và xOt cũng là hai góc đối đỉnh.

– Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.

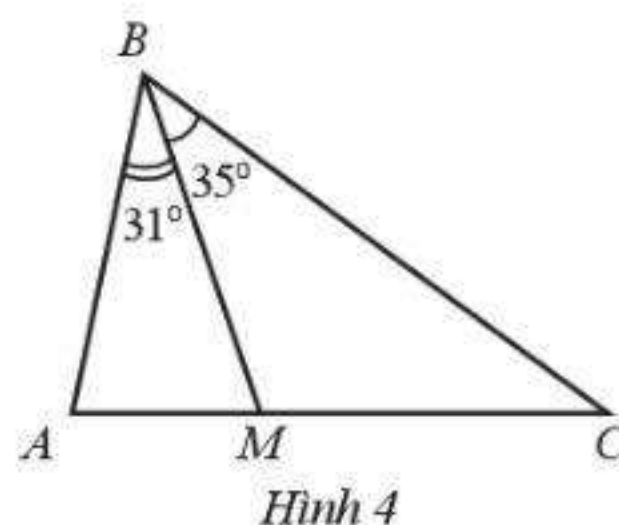


Hình 3

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Quan sát Hình 4.

- Tìm các cặp góc kề nhau ở Hình 4.
- Tính số đo góc ABC .



Giải

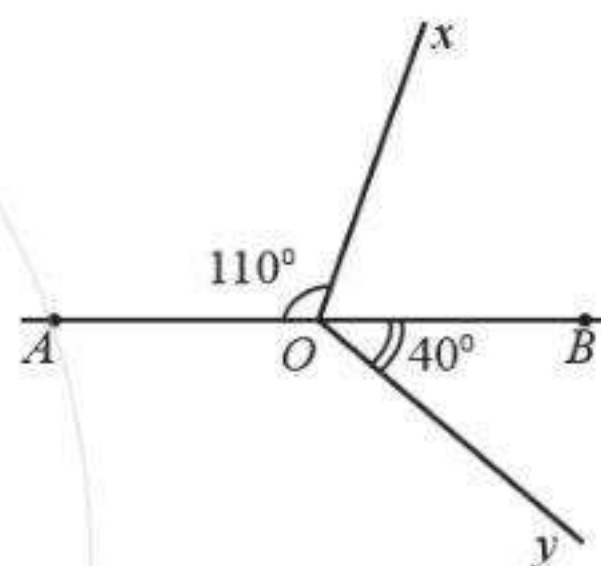
- Ở Hình 4, các cặp góc kề nhau là ABM và MBC , AMB và BMC .

- Ta có hai góc ABM và MBC là hai góc kề nhau nên

$$\widehat{ABC} = \widehat{ABM} + \widehat{MBC} = 31^\circ + 35^\circ = 66^\circ.$$

Ví dụ 2 Quan sát Hình 5.

- Tìm các cặp góc kề bù (khác góc bẹt) ở Hình 5.
- Tính số đo mỗi góc AOy , BOx .



Giải

- Ở Hình 5, các cặp góc kề bù là AOx và BOx , AOy và BOy .

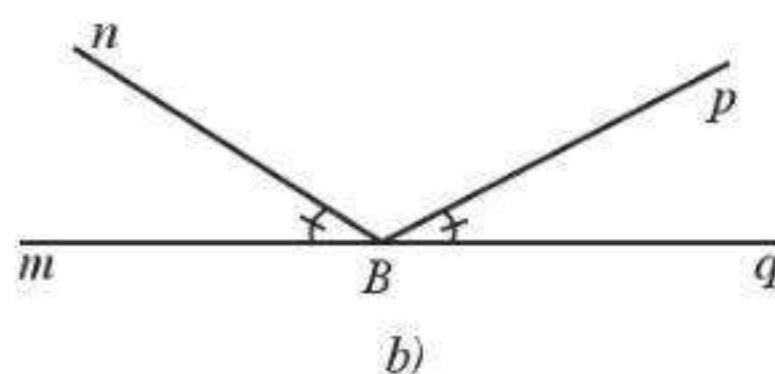
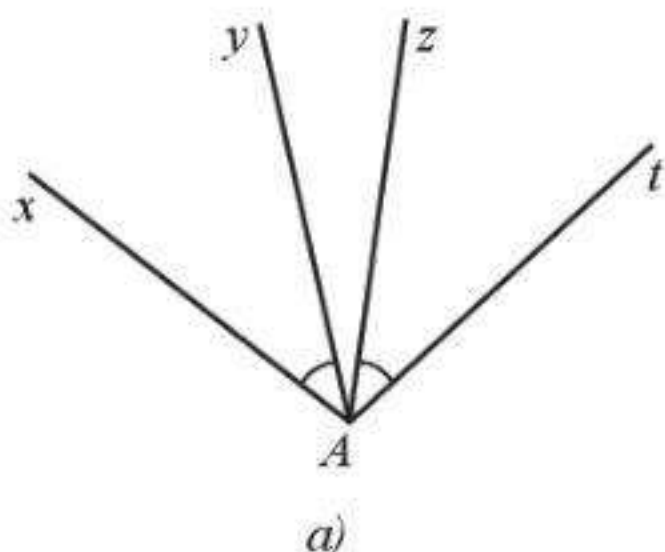
- Ta có hai góc AOy và BOy là hai góc kề bù nên

$$\widehat{AOy} + \widehat{BOy} = 180^\circ. \text{ Suy ra}$$

$$\widehat{AOy} = 180^\circ - \widehat{BOy} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ.$$

$$\text{Tương tự, ta có } \widehat{BOx} = 180^\circ - \widehat{AOx} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ.$$

Ví dụ 3 Bạn Khôi cho rằng các cặp góc xAy và zAt , mBn và pBq ở Hình 6 là các cặp góc đối đỉnh. Bạn Đức cho rằng bạn Khôi nói sai. Bạn nào nói đúng? Vì sao?



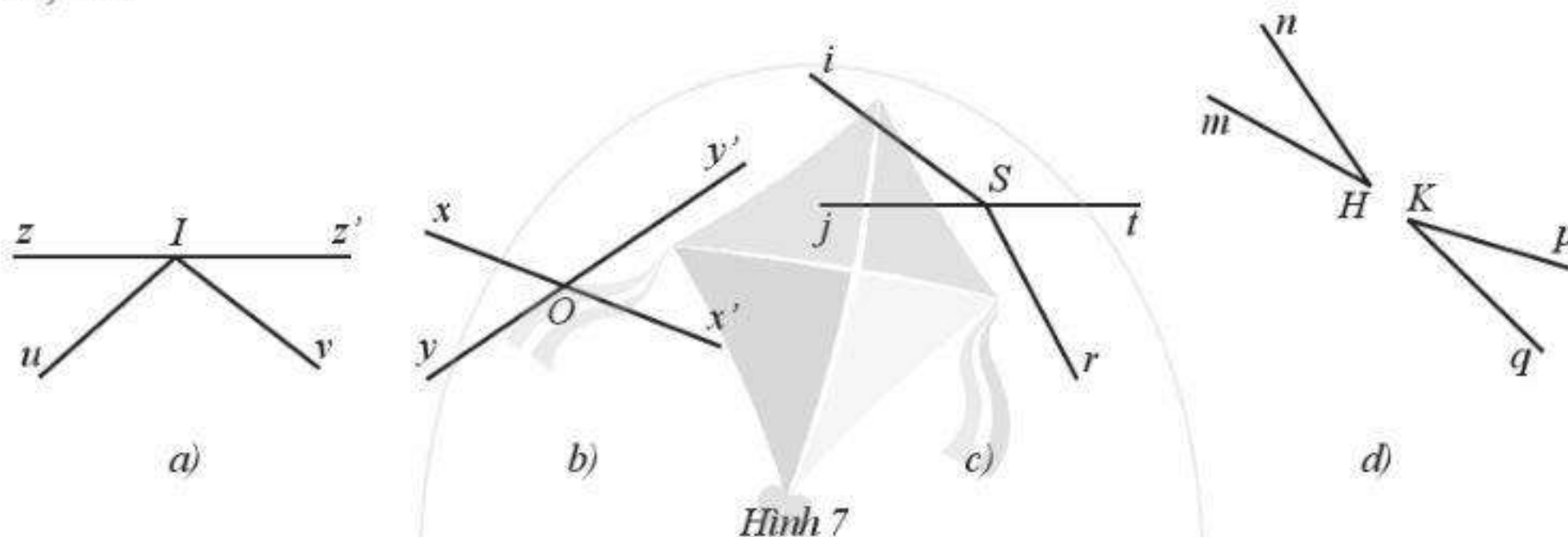
Hình 6

Giải

Bạn Đức nói đúng do:

- Ở Hình 6a, trong bốn tia Ax, Ay, Az, At không có cặp tia nào đối nhau nên hai góc xAy và zAt không là hai góc đối đỉnh;
- Ở Hình 6b, hai tia Bm, Bq đối nhau nhưng hai tia Bn, Bp không đối nhau nên hai góc mBn và pBq không là hai góc đối đỉnh.

Ví dụ 4 Tìm hai góc đối đỉnh (khác góc bẹt và góc không) trong mỗi hình 7a, 7b, 7c, 7d.



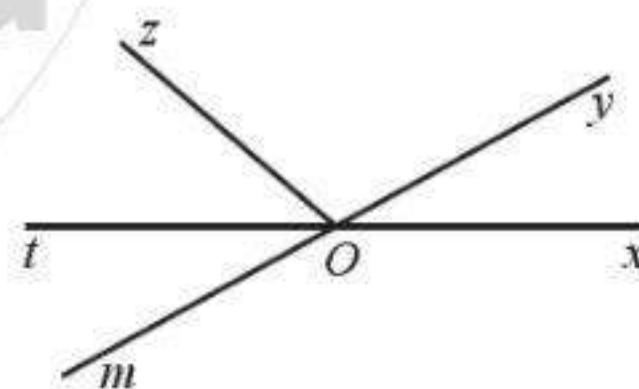
Giải

Các cặp góc xOy và $x'Oy'$, xOy' và $x'Oy$ ở Hình 7b là các cặp góc đối đỉnh.

C. BÀI TẬP

1. Quan sát Hình 8 và chỉ ra:

- Bốn cặp góc kề nhau;
- Ba cặp góc kề bù (khác góc bẹt);
- Hai cặp góc đối đỉnh (khác góc bẹt và góc không).



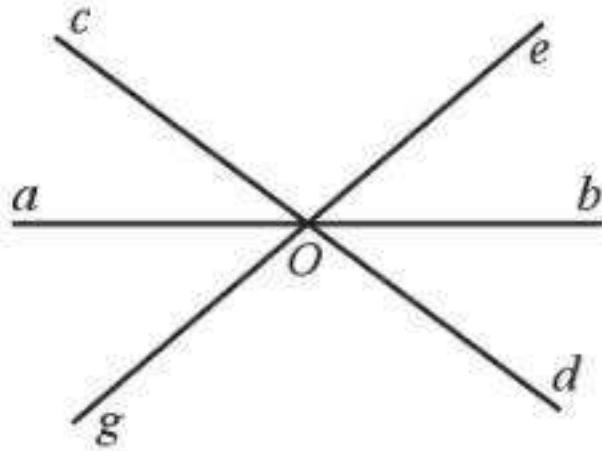
Hình 8

2. Cho các cặp tia Oa và Ob , Oc và Od là các cặp tia đối nhau. Tìm số đo mỗi góc aOc , bOc , bOd , aOd trong mỗi trường hợp sau:

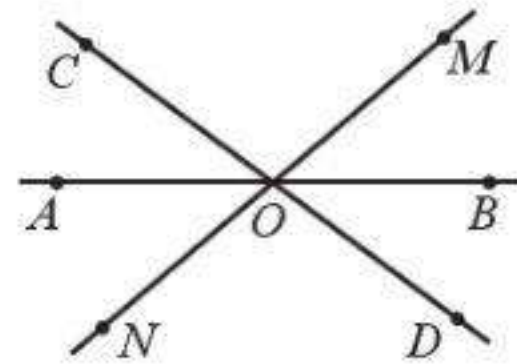
- $\widehat{aOc} = 75^\circ$;
- $\widehat{aOc} + \widehat{bOd} = 140^\circ$;
- $\widehat{aOc} + \widehat{bOd} = \widehat{bOc} + \widehat{aOd}$;
- $\widehat{bOc} - \widehat{aOc} = 10^\circ$;
- $\widehat{bOc} = 2\widehat{aOc}$.

3. Quan sát Hình 9.

- Hai góc aOg và cOe có phải là hai góc đối đỉnh hay không? Vì sao?
- Tìm các cặp góc đối đỉnh (khác góc bẹt và góc không) ở Hình 9.
- Chứng tỏ rằng $\widehat{aOg} + \widehat{cOe} + \widehat{bOd} = 180^\circ$.



Hình 9



Hình 10

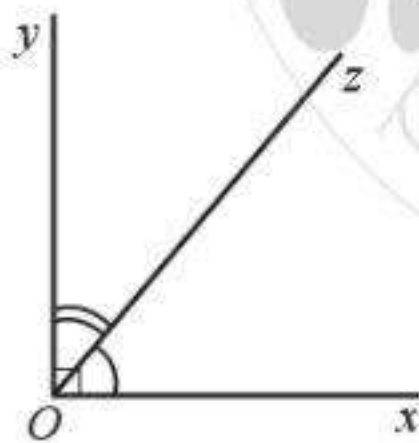
4. Quan sát Hình 10 và chỉ ra:

- Bốn góc kề với góc AOC (không kể góc bẹt);
- Hai góc kề bù với góc AOC .

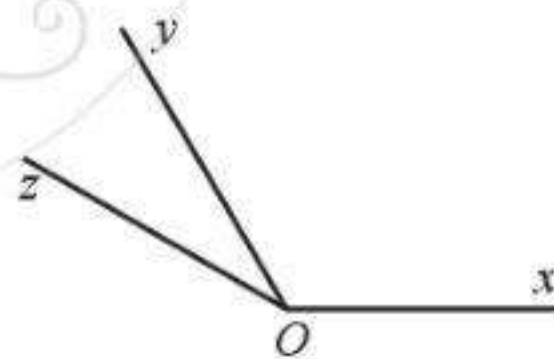
5. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai?

- Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.
- Hai góc bằng nhau thì đối đỉnh.
- Hai góc không đối đỉnh thì không bằng nhau.

6. Quan sát Hình 11. Tính số đo mỗi góc xOz , yOz biết $\frac{1}{5}\widehat{xOz} = \frac{1}{4}\widehat{yOz}$.



Hình 11



Hình 12

7. Quan sát Hình 12. Cho hai góc xOy , yOz là hai góc kề nhau, $\widehat{xOz} = 150^\circ$ và $\widehat{xOy} - \widehat{yOz} = 90^\circ$.

- Tính số đo mỗi góc xOy , yOz .
- Vẽ các tia Ox' và Oy' lần lượt là tia đối của các tia Ox , Oy . Tính số đo mỗi góc $x'Oy'$, $y'Oz$, xOy' .



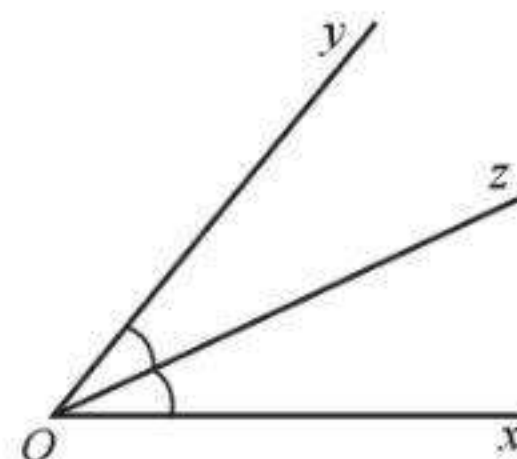
TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định nghĩa

Tia phân giác của một góc là tia nằm trong góc và tạo với hai cạnh của góc đó hai góc bằng nhau.

Chẳng hạn, ở Hình 13, tia Oz là tia phân giác của góc xOy vì tia Oz nằm trong góc xOy và $\widehat{xOz} = \widehat{yOz}$.



Hình 13

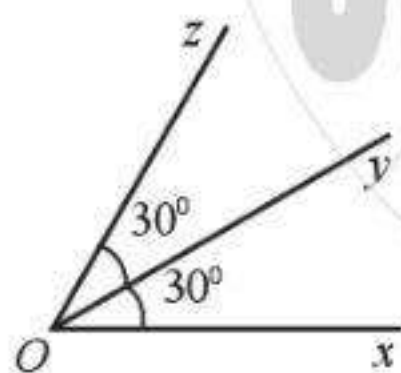
Vẽ tia phân giác của một góc

Có hai cách vẽ tia phân giác của một góc:

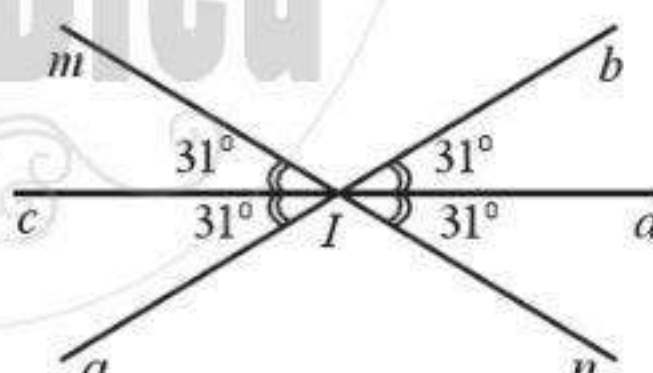
- Vẽ tia phân giác của góc bằng thước thẳng và compa;
- Vẽ tia phân giác của góc bằng thước hai lề (thước có hai cạnh song song).

B. VÍ DỤ

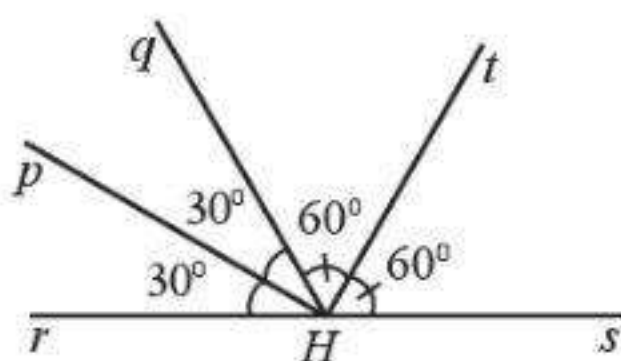
Ví dụ 1 Quan sát các hình 14a, 14b, 14c, 14d và chỉ ra các tia phân giác có trong mỗi hình.



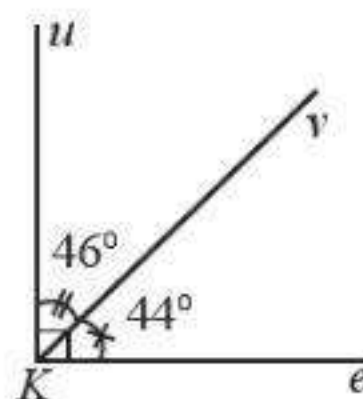
a)



b)



c)



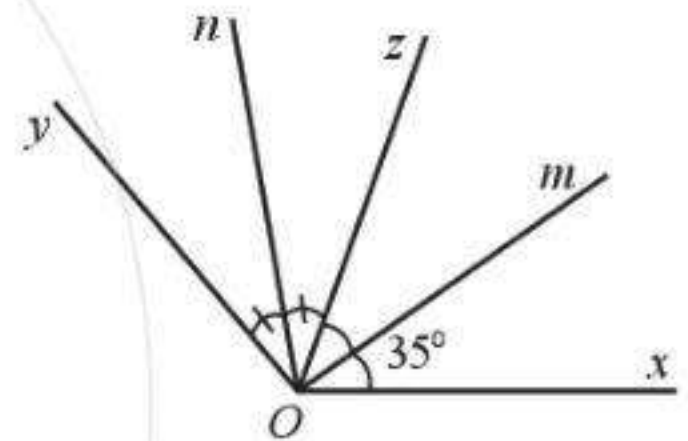
d)

Hình 14

Giải

- Trong Hình 14a, tia Oy là tia phân giác của góc xOz vì Oy nằm trong góc xOz và $\widehat{xOy} = \widehat{yOz}$ (cùng bằng 30°).
- Trong Hình 14b, tia Ic là tia phân giác của góc aIm vì Ic nằm trong góc aIm và $\widehat{aIc} = \widehat{cIm}$ (cùng bằng 31°); tia Id là tia phân giác của góc bIn vì Id nằm trong góc bIn và $\widehat{bId} = \widehat{dIn}$ (cùng bằng 31°).
- Trong Hình 14c, tia Hp là tia phân giác của góc rHq vì Hp nằm trong góc rHq và $\widehat{rHp} = \widehat{pHq}$ (cùng bằng 30°); tia Ht là tia phân giác của góc qHs vì Ht nằm trong góc qHs và $\widehat{qHt} = \widehat{tHs}$ (cùng bằng 60°).
- Trong Hình 14d, tia Kv không là tia phân giác của góc uKe vì Kv nằm trong góc uKe nhưng hai góc uKv , vKe không bằng nhau.

Ví dụ 2 Ở Hình 15 có Om , On lần lượt là tia phân giác của góc xOz , yOz và $\widehat{xOy} = 130^\circ$, $\widehat{xOm} = 35^\circ$. Tính số đo của mỗi góc mOz , yOz , nOy , nOz .



Hình 15

Giải

Tia Om là tia phân giác của góc xOz nên

$$\widehat{xOm} = \widehat{mOz} = 35^\circ.$$

Ta có hai góc xOm và mOz là hai góc kề nhau nên

$$\widehat{xOz} = \widehat{xOm} + \widehat{mOz} = 35^\circ + 35^\circ = 70^\circ.$$

Ta lại có hai góc xOz và yOz là hai góc kề nhau nên $\widehat{xOy} = \widehat{xOz} + \widehat{yOz}$. Suy ra

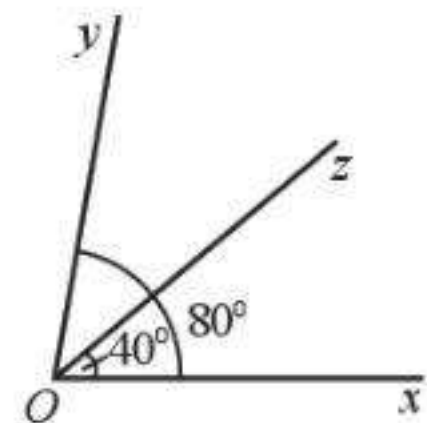
$$\widehat{yOz} = \widehat{xOy} - \widehat{xOz} = 130^\circ - 70^\circ = 60^\circ.$$

Tia On là tia phân giác của góc zOy nên

$$\widehat{nOy} = \widehat{nOz} = \frac{1}{2} \widehat{yOz} = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ.$$

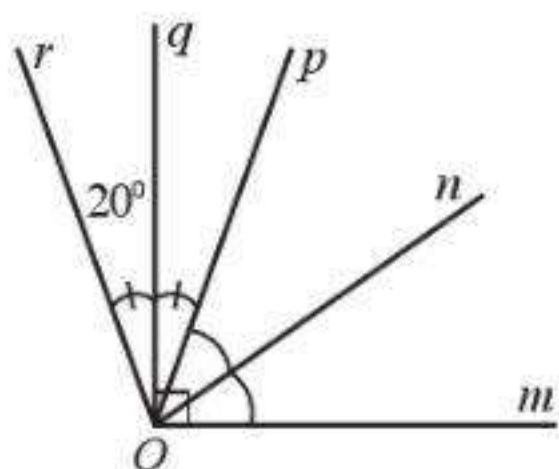
C. BÀI TẬP

8. Ở Hình 16 có $\widehat{xOz} = 40^\circ$, $\widehat{xOy} = 80^\circ$. Tia Oz có là tia phân giác của góc xOy hay không?

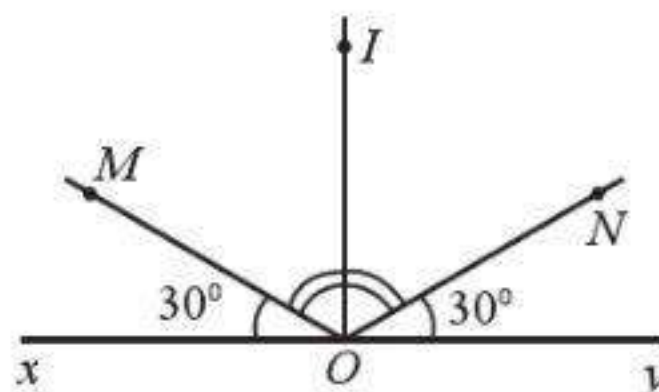


Hình 16

9. Ở Hình 17 có On , Oq lần lượt là tia phân giác của góc mOp , pOr . Tính số đo mỗi góc mOr , pOq , mOn , nOq .

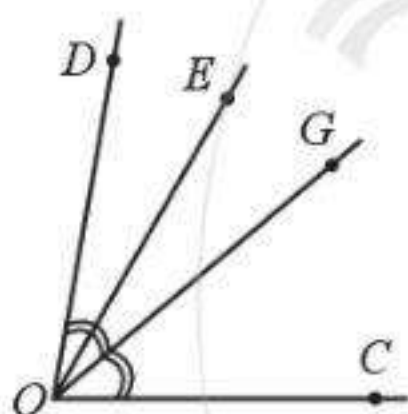


Hình 17

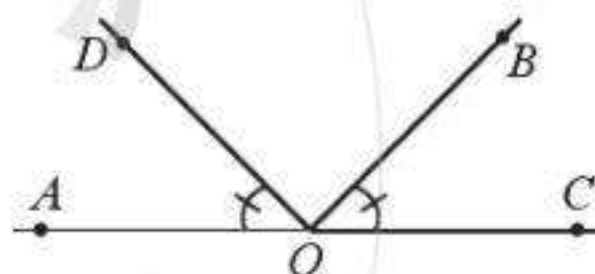


Hình 18

10. Ở Hình 18 có $\widehat{xOM} = \widehat{yON} = 30^\circ$, OI là tia phân giác của góc MON . Hai đường thẳng OI , xy có vuông góc với nhau hay không?
11. Ở Hình 19 có $\widehat{COD} = 80^\circ$, $\widehat{COE} = 60^\circ$, tia OG là tia phân giác của góc COD .
- Tính số đo góc EOG .
 - Tia OE có là tia phân giác của góc DOG hay không?

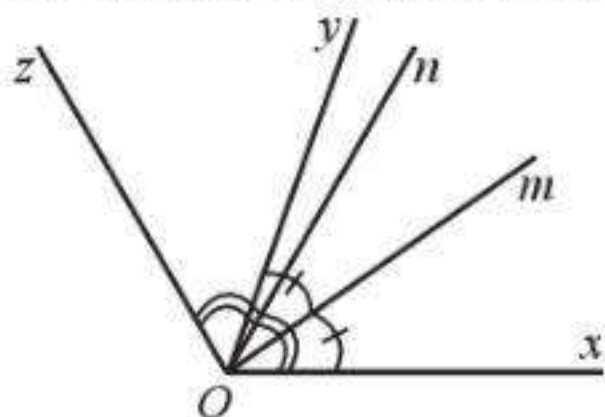


Hình 19

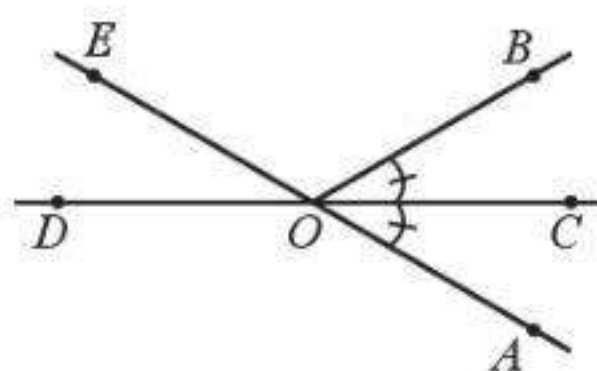


Hình 20

12. Ở Hình 20 có hai góc AOB và BOC là hai góc kề bù, $\widehat{AOB} = 3\widehat{BOC}$, $\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$.
- Tính số đo góc BOC .
 - Tia OB có là tia phân giác của góc COD hay không?
13. Ở Hình 21 có $\widehat{xOy} = 70^\circ$, $\widehat{xOz} = 120^\circ$, hai tia Om và On lần lượt là tia phân giác của góc xOy và xOz . Tính số đo mỗi góc yOz , xOm , xOn , mOn .



Hình 21



Hình 22

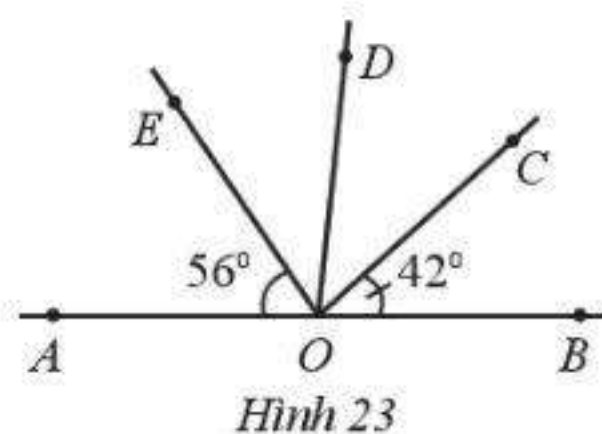
14. Ở Hình 22 có $\widehat{AOB} = 60^\circ$, tia OC là tia phân giác của góc AOB .
- Tính số đo mỗi góc BOC , BOE , COE , AOD .
 - Hai góc AOD và BOD có bằng nhau hay không?

15. Ở Hình 23 có

$$\widehat{BOC} = 42^\circ, \widehat{AOD} = 97^\circ, \widehat{AOE} = 56^\circ.$$

a) Tính số đo mỗi góc BOD , DOE , COE .

b) Tia OD có là tia phân giác của góc COE hay không?



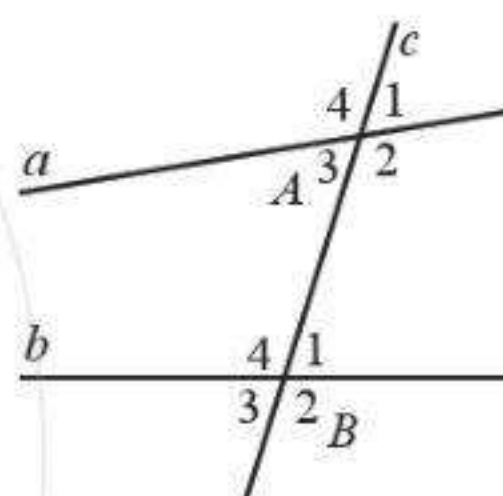
§3 HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Hai góc đồng vị. Hai góc so le trong. Hai góc so le ngoài. Hai góc trong cùng phía

Ở Hình 24, đường thẳng c cắt hai đường thẳng a , b lần lượt tại hai điểm A , B .

- Hai góc A_1 và B_1 gọi là hai góc đồng vị.
- Hai góc A_3 và B_1 gọi là hai góc so le trong.
- Hai góc A_1 và B_3 gọi là hai góc so le ngoài.
- Hai góc A_2 và B_1 gọi là hai góc trong cùng phía.



Hình 24

Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song

- Nếu đường thẳng c cắt hai đường thẳng a , b và trong các góc tạo thành có một cặp góc đồng vị bằng nhau thì a , b song song với nhau.
- Nếu đường thẳng c cắt hai đường thẳng a , b và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau thì a , b song song với nhau.

Tiên đề Euclid về đường thẳng song song

Qua một điểm ở ngoài đường thẳng chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

Tính chất của hai đường thẳng song song

Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì:

- Hai góc đồng vị bằng nhau;

- Hai góc so le trong bằng nhau;
- Hai góc so le ngoài bằng nhau;
- Hai góc trong cùng phía bù nhau.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Ở Hình 25, đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b lần lượt tại hai điểm A, B . Biết $\widehat{A_1} = 100^\circ$, $\widehat{B_1} = 115^\circ$, tìm số đo mỗi góc còn lại của đỉnh A và B .

Giải

Ta có $\widehat{A_1} + \widehat{A_2} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên

$$\widehat{A_2} = 180^\circ - \widehat{A_1} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ.$$

Tương tự, ta có $\widehat{B_2} = 180^\circ - \widehat{B_1} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$.

Mà các cặp góc A_1 và A_3 ; A_2 và A_4 ; B_1 và B_3 ; B_2 và B_4 là các cặp góc đối đỉnh nên $\widehat{A_3} = \widehat{A_1} = 100^\circ$; $\widehat{A_4} = \widehat{A_2} = 80^\circ$; $\widehat{B_3} = \widehat{B_1} = 115^\circ$; $\widehat{B_4} = \widehat{B_2} = 65^\circ$.

Ví dụ 2 Quan sát Hình 26, biết $a \parallel b$ và $\widehat{B_3} = 50^\circ$. Tìm số đo mỗi góc còn lại của đỉnh A và B .

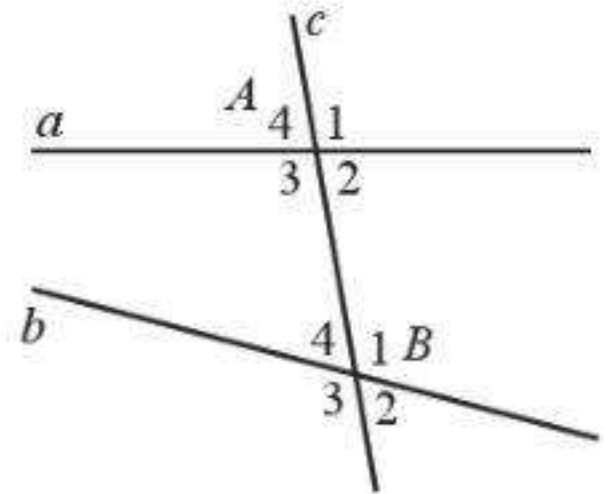
Giải

Ta có $\widehat{B_3} + \widehat{B_4} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên

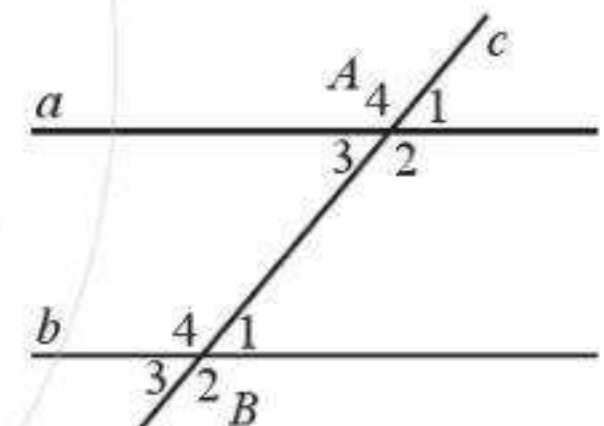
$$\widehat{B_4} = 180^\circ - \widehat{B_3} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ.$$

Mặt khác, ta có: $\widehat{B_1} = \widehat{B_3}$; $\widehat{B_2} = \widehat{B_4}$ (hai góc đối đỉnh) nên $\widehat{B_1} = 50^\circ$, $\widehat{B_2} = 130^\circ$.

Do $a \parallel b$ nên: $\widehat{A_1} = \widehat{B_1} = 50^\circ$; $\widehat{A_2} = \widehat{B_2} = 130^\circ$; $\widehat{A_3} = \widehat{B_3} = 50^\circ$; $\widehat{A_4} = \widehat{B_4} = 130^\circ$ (các cặp góc đồng vị).



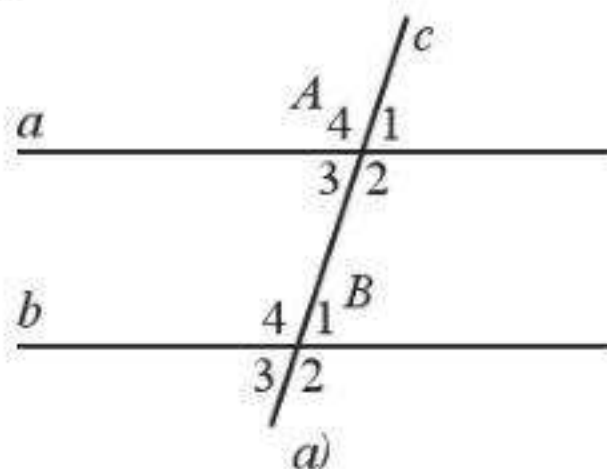
Hình 25



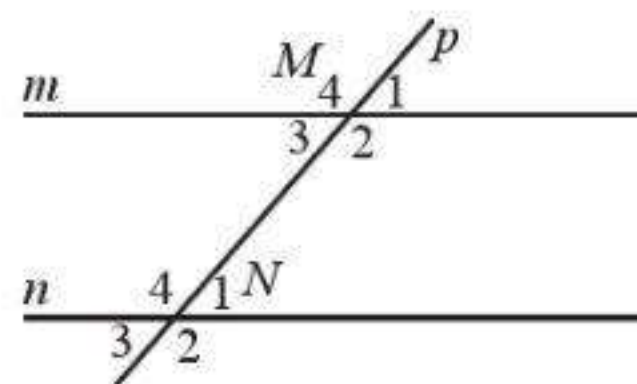
Hình 26

Ví dụ 3

a) Quan sát Hình 27a, biết $\widehat{A_2} + \widehat{B_1} = 180^\circ$. Vì sao hai đường thẳng a và b song song với nhau?



a)



b)

Hình 27

- b) Quan sát Hình 27b, biết $\widehat{M}_1 = \widehat{N}_3$. Vì sao hai đường thẳng m và n song song với nhau?

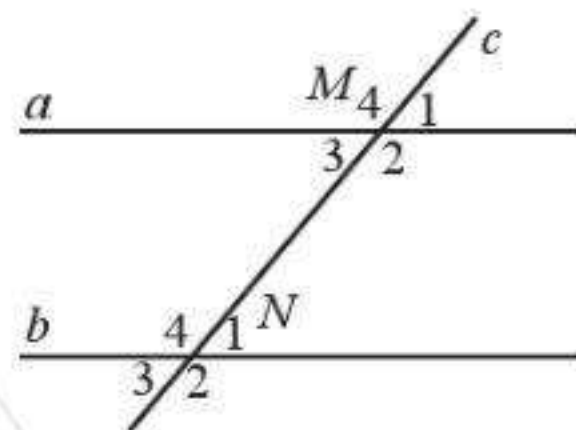
Giải

- a) Ta có $\widehat{B}_1 + \widehat{B}_4 = 180^\circ$ (hai góc kề bù) và $\widehat{A}_2 + \widehat{B}_1 = 180^\circ$ nên $\widehat{A}_2 = \widehat{B}_4$. Mà $\widehat{A}_2, \widehat{B}_4$ ở vị trí so le trong nên $a \parallel b$.
- b) Ta có $\widehat{N}_1 = \widehat{N}_3$ (hai góc đối đỉnh) và $\widehat{M}_1 = \widehat{N}_3$ nên $\widehat{N}_1 = \widehat{M}_1$. Mà $\widehat{N}_1, \widehat{M}_1$ ở vị trí đồng vị nên $m \parallel n$.

C. BÀI TẬP

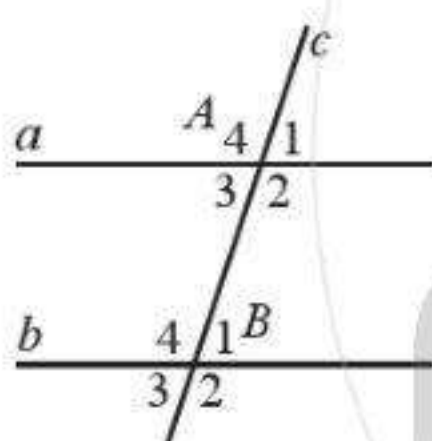
16. Quan sát Hình 28, biết $a \parallel b, \widehat{M}_3 = 50^\circ$.

- a) Nêu những cặp góc so le trong, những cặp góc đồng vị.
- b) Tìm số đo mỗi góc còn lại của đỉnh M và N .

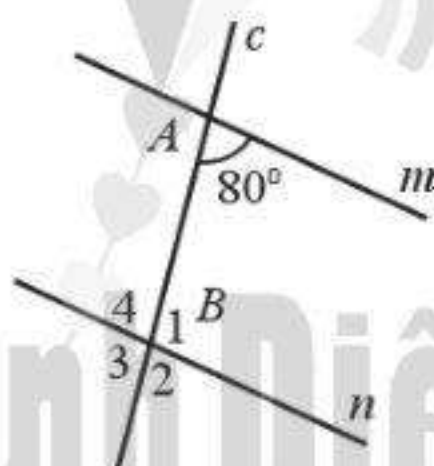


Hình 28

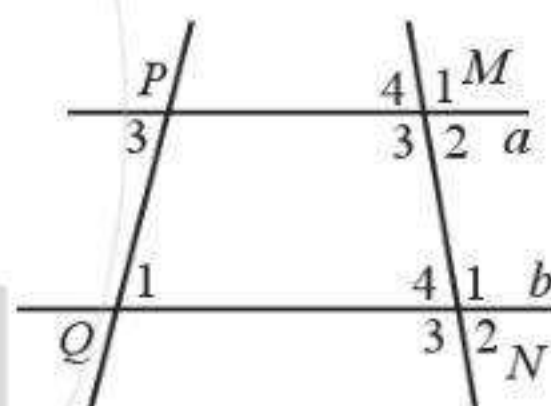
17. Quan sát Hình 29, biết $a \parallel b, 3\widehat{A}_1 = 2\widehat{A}_2$. Tìm số đo mỗi góc của đỉnh A và B .



Hình 29

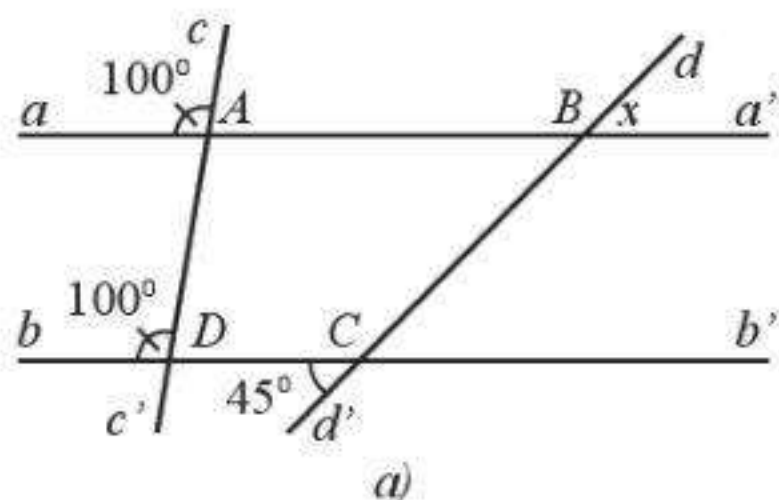


Hình 30

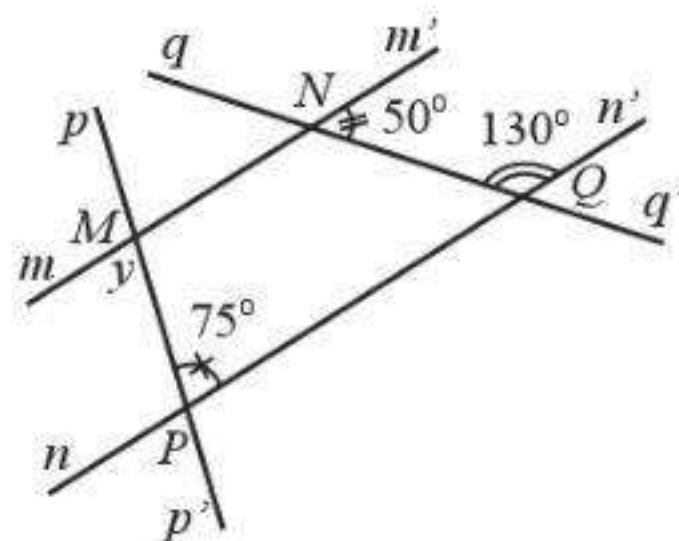


Hình 31

18. Tìm số đo mỗi góc B_1, B_2, B_3, B_4 trong Hình 30, biết $m \parallel n$.
19. Quan sát Hình 31, biết $\widehat{P}_3 = \widehat{Q}_1 = 75^\circ, \widehat{M}_3 = 100^\circ$. Tìm số đo mỗi góc còn lại của đỉnh M và N .
20. Tìm số đo x, y trong Hình 32.



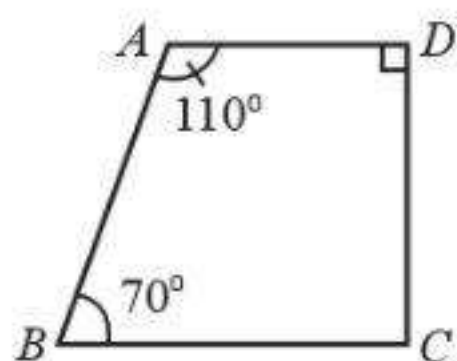
a)



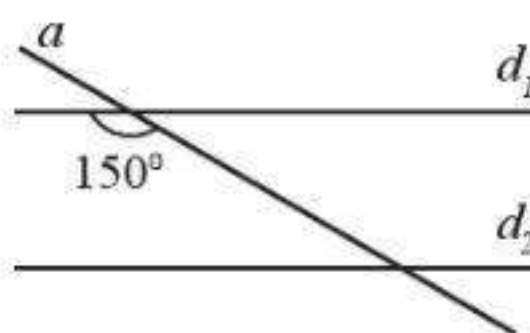
b)

Hình 32

21. Tìm số đo góc BCD trong Hình 33.



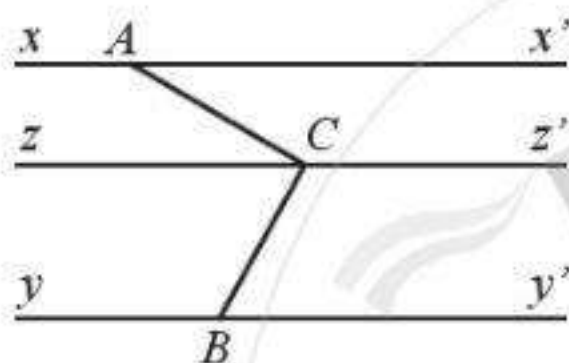
Hình 33



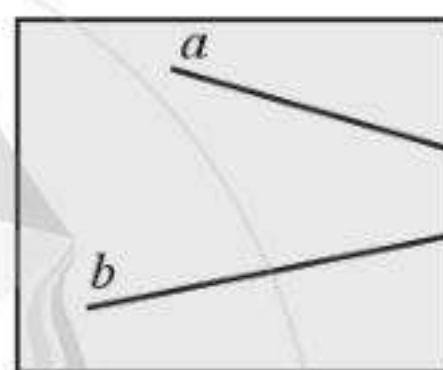
Hình 34

22. Quan sát Hình 34, biết $d_1 \parallel d_2$ và góc tù tạo bởi đường thẳng a và đường thẳng d_1 bằng 150° . Tính góc nhọn tạo bởi đường thẳng a và đường thẳng d_2 .

23. Quan sát Hình 35, biết $xx' \parallel yy' \parallel zz'$. Chứng tỏ rằng $\widehat{ACB} = \widehat{CAx'} + \widehat{CB y'}$.



Hình 35



Hình 36

24*. Bạn Khôi vẽ hai đường thẳng a và b cắt nhau tại một điểm ở ngoài phạm vi tờ giấy (Hình 36). Em hãy giúp bạn Khôi nêu cách đo góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng a và b đã vẽ.

Cánh Diều

§4 ĐỊNH LÍ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định lí

Một khẳng định có các đặc điểm sau thường được gọi là một định lí:

- Là một phát biểu về một tính chất toán học;
- Tính chất toán học đó đã được chứng tỏ là đúng không dựa vào trực giác hay đo đạc, ...

Chứng minh định lí

Chứng minh định lí là một tiến trình lập luận để từ giả thiết suy ra kết luận là đúng.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Cho định lý: “Nếu Am, Bn là hai tia phân giác của hai góc so le trong tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì Am song song với Bn ”.

- Vẽ hình minh họa nội dung định lý trên.
- Viết giả thiết, kết luận của định lý trên.
- Chứng minh định lý trên.

Giải

a) Xem Hình 37.

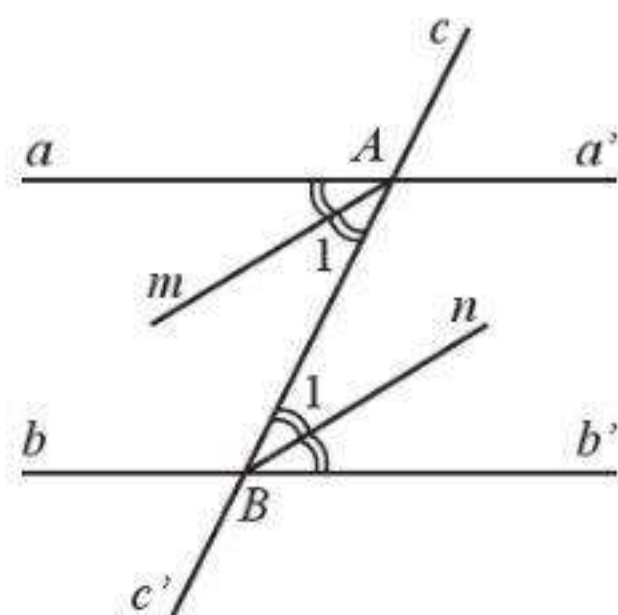
b)	$aa' \parallel bb', cc'$ cắt aa' tại A, cc' cắt bb' tại B Am là tia phân giác của góc aAc' Bn là tia phân giác của góc $b'Bc$
----	---

KL	$Am \parallel Bn$
----	-------------------

c) Ta có: $\widehat{A_1} = \frac{1}{2} \widehat{aAc'}$ (vì Am là tia phân giác của góc aAc');

$\widehat{B_1} = \frac{1}{2} \widehat{b'Bc}$ (vì Bn là tia phân giác của góc $b'Bc$).

Mà $aa' \parallel bb'$ nên $\widehat{aAc'} = \widehat{b'Bc}$ (hai góc so le trong). Suy ra $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$, mà chúng ở vị trí so le trong nên $Am \parallel Bn$.



Hình 37

Ví dụ 2 Cho định lý: “Nếu Am, Bn là hai tia phân giác của hai góc đồng vị tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì Am song song với Bn ”.

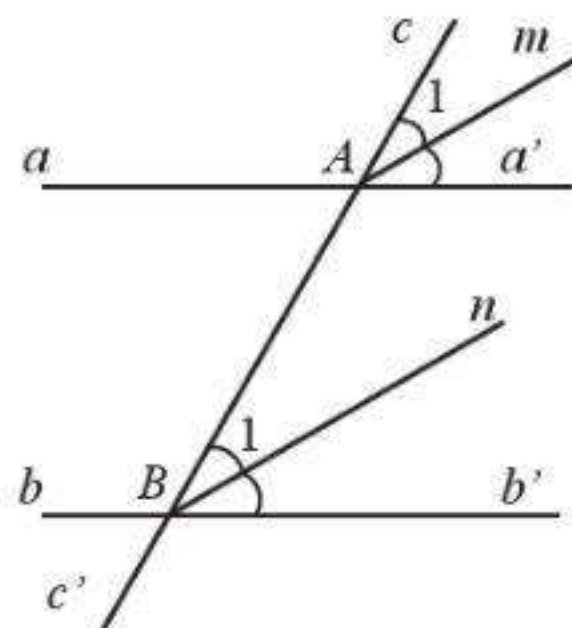
- Vẽ hình minh họa nội dung định lý trên.
- Viết giả thiết, kết luận của định lý trên.
- Chứng minh định lý trên.

Giải

a) Xem Hình 38.

b)	$aa' \parallel bb', cc'$ cắt aa' tại A, cc' cắt bb' tại B Am là tia phân giác của góc $a'Ac$ Bn là tia phân giác của góc $b'Bc$
----	---

KL	$Am \parallel Bn$
----	-------------------



Hình 38

c) Ta có: $\widehat{A_1} = \frac{1}{2} \widehat{a'Ac}$ (vì Am là tia phân giác của góc $a'Ac$);

$$\widehat{B_1} = \frac{1}{2} \widehat{b'Bc} \quad (\text{vì } Bn \text{ là tia phân giác của góc } b'Bc).$$

Mà $aa' \parallel bb'$ nên $\widehat{a'Ac} = \widehat{b'Bc}$ (hai góc đồng vị). Suy ra $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$, mà chúng ở vị trí đồng vị nên $Am \parallel Bn$.

C. BÀI TẬP

25. Cho định lý: “Nếu Am, Bn là hai tia phân giác của hai góc trong cùng phía tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì Am vuông góc với Bn ”.

a) Vẽ hình minh họa nội dung định lý trên.

b) Viết giả thiết, kết luận của định lý trên.

(Chú ý: Ta kí hiệu hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau là $a \perp b$)

26. Vẽ hình minh họa và viết giả thiết, kết luận của mỗi định lý sau:

a) Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì nó cắt đường thẳng còn lại;

b) Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó vuông góc với đường thẳng còn lại;

c) Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

27. Vẽ hình minh họa và viết giả thiết, kết luận của mỗi định lý sau:

a) Nếu hai góc nhọn xOy và mIn có $Ox \parallel Im, Oy \parallel In$ thì hai góc đó bằng nhau;

b) Nếu hai góc tù xOy và mIn có $Ox \parallel Im, Oy \parallel In$ thì hai góc đó bằng nhau;

c) Nếu góc xOy nhọn, góc mIn tù có $Ox \parallel Im, Oy \parallel In$ thì hai góc đó bù nhau.

28. Cho định lý: “Nếu hai đường thẳng xx', yy' cắt nhau tại O và góc xOy là góc vuông thì các góc $x'Oy, x'Oy', xOy'$ cũng là góc vuông”.

a) Vẽ hình minh họa nội dung định lý trên.

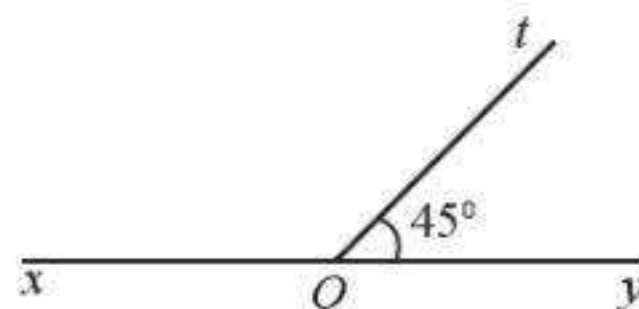
b) Viết giả thiết, kết luận của định lý trên.

c) Chứng minh định lý trên.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

29. Số đo của góc xOt trong Hình 39 là:

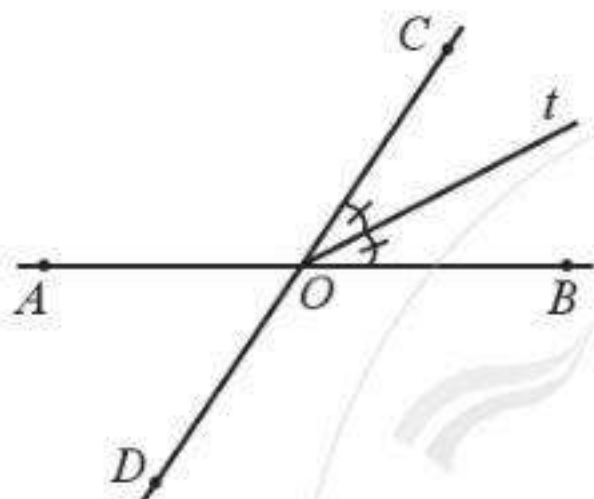
- A. 45° . B. 135° .
C. 55° . D. 90° .



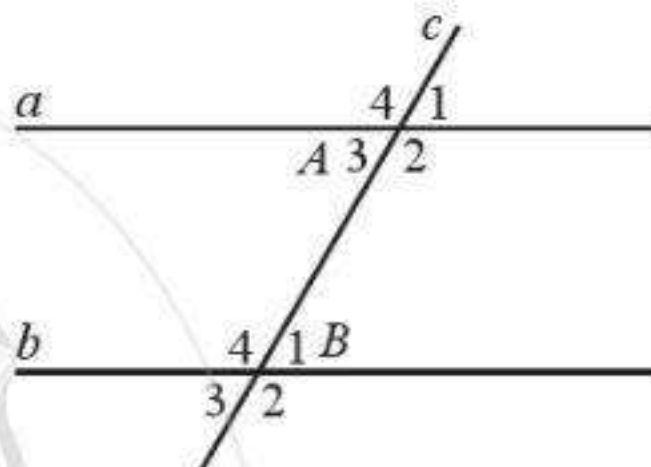
Hình 39

30. Ở Hình 40 có AB và CD cắt nhau tại O , Ot là tia phân giác của góc BOC , $\widehat{AOC} - \widehat{BOC} = 68^\circ$. Số đo góc BOt là:

- A. 56° . B. 62° . C. 28° . D. 23° .



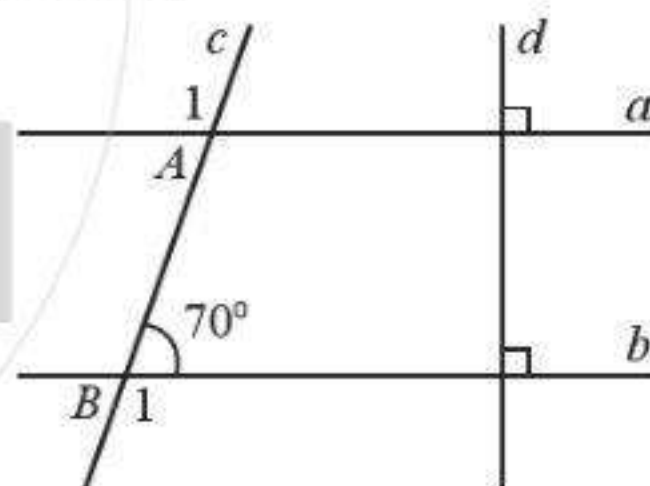
Hình 40



Hình 41

31. Cho Hình 41 có $\widehat{A_1} = \widehat{B_3} = 60^\circ$. Kết luận nào sau đây là **sai**?

- A. $\widehat{A_3} = 60^\circ$. B. $\widehat{B_1} = 60^\circ$.
C. $\widehat{A_4} = 120^\circ$. D. $\widehat{B_2} = 60^\circ$.

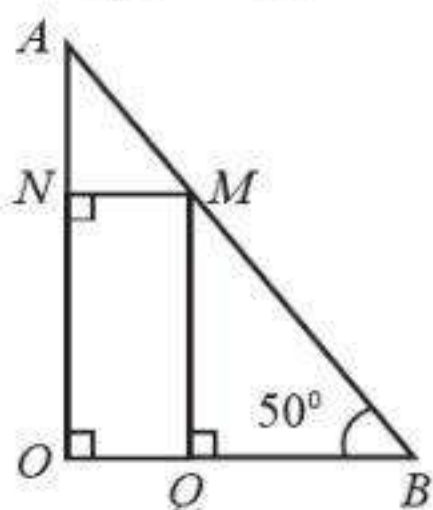


Hình 42

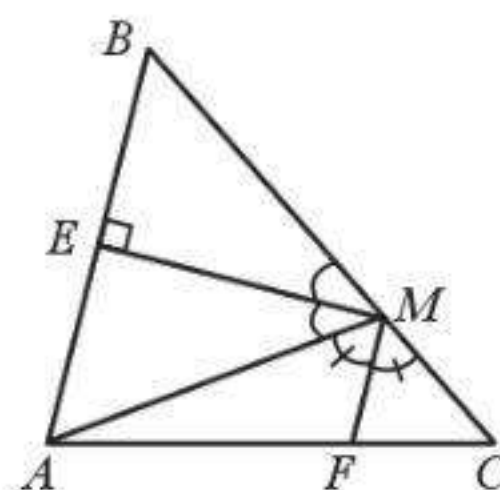
32. Quan sát Hình 42. Tổng số đo hai góc A_1 và B_1 là:

- A. 110° . B. 240° .
C. 180° . D. 220° .

33. Quan sát Hình 43, biết $\widehat{MNO} = \widehat{AOB} = \widehat{BQM} = 90^\circ$, $\widehat{ABO} = 50^\circ$. Tìm số đo mỗi góc NMQ , BMQ , MAN .



Hình 43

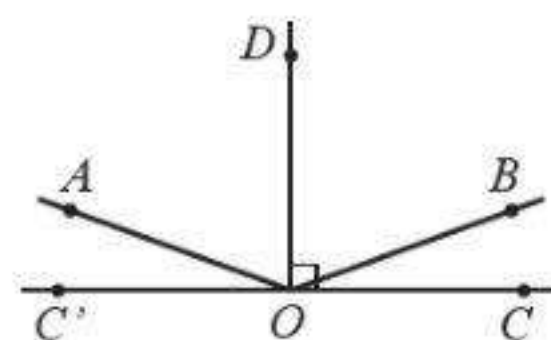


Hình 44

34. Quan sát *Hình 44*, biết ME vuông góc với AB tại E và ME, MF lần lượt là tia phân giác của góc AMB và AMC . Vì sao hai đường thẳng MF và AB song song với nhau?

35. Quan sát *Hình 45*. Cho OD vuông góc với CC' tại O , $\widehat{AOC} = 160^\circ$, $\widehat{AOB} - \widehat{BOC} = 120^\circ$.

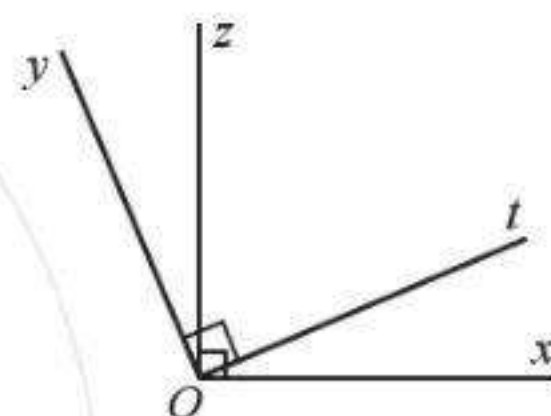
- Tính số đo mỗi góc AOB, BOC .
- Tia OD có là tia phân giác của góc AOB hay không?
- So sánh hai góc AOC và BOC' .



Hình 45

36. Quan sát *Hình 46*, biết Ox vuông góc với Oz và Oy vuông góc với Ot .

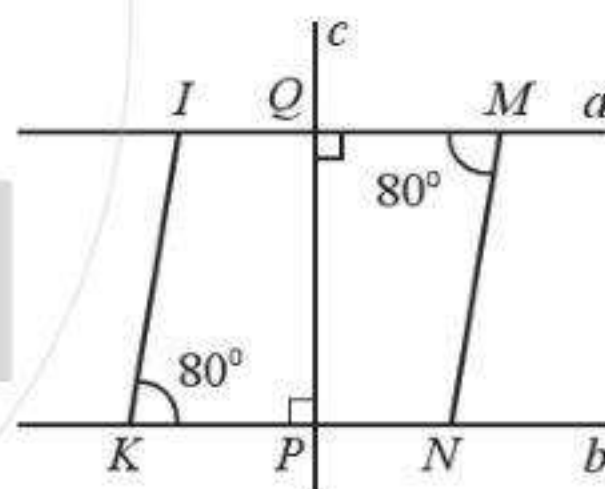
- Hai góc xOt và yOz có bằng nhau hay không?
- Chứng tỏ $\widehat{xOy} + \widehat{zOt} = 180^\circ$.
- Vẽ tia Ou là tia phân giác của góc tOz . Tia Ou có phải là tia phân giác của góc xOy hay không?



Hình 46

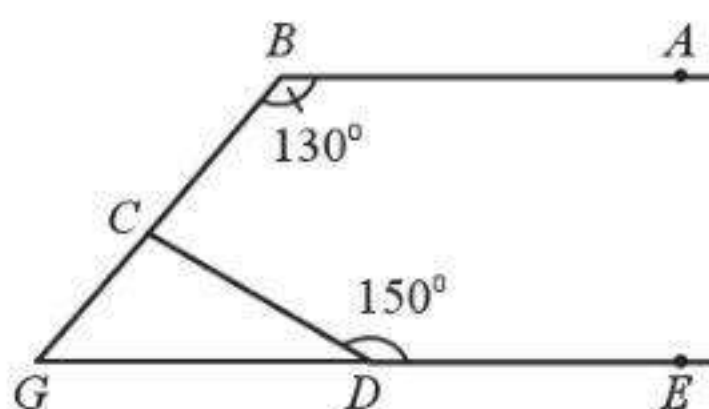
37. Quan sát *Hình 47*.

- Vì sao hai đường thẳng a và b song song với nhau?
- Tìm số đo góc MIK .
- Vì sao hai đường thẳng MN và IK song song với nhau?

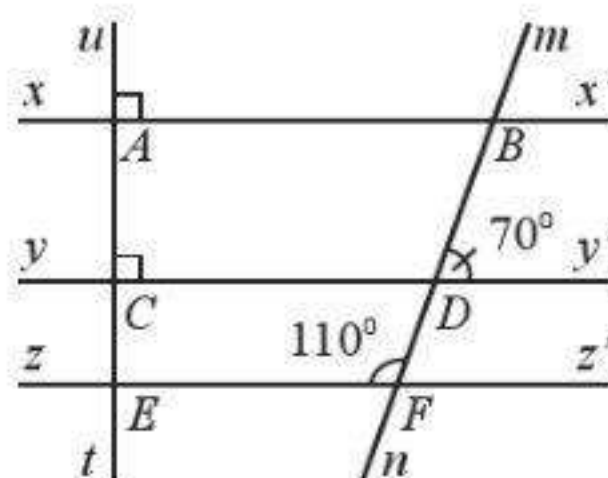


Hình 47

38*. Tìm số đo góc BCD trong *Hình 48*, biết $AB \parallel DE$.



Hình 48

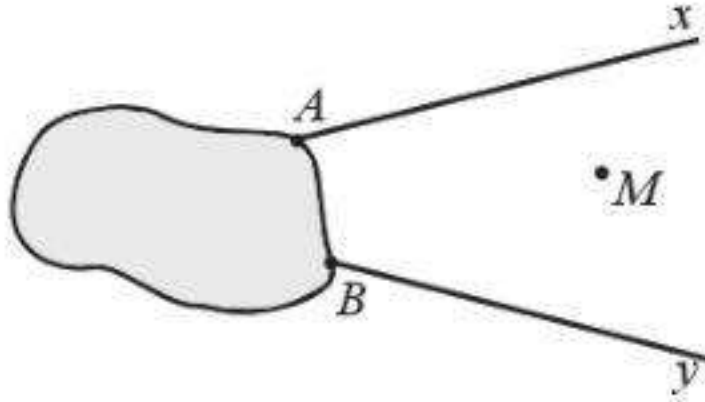


Hình 49

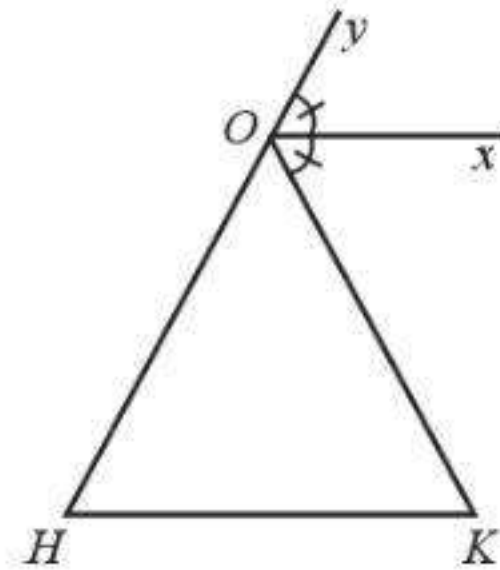
39. Quan sát *Hình 49*. Chứng tỏ:

- $yy' \parallel zz'$;
- $ut \perp zz'$;
- $xx' \parallel zz'$.

40*. Quan sát *Hình 50*, trong đó vết bản đã xóa mất đỉnh O của góc xOy . Sử dụng định lý phát biểu trong *Bài tập 26b*, nêu cách vẽ đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với tia phân giác của góc xOy .



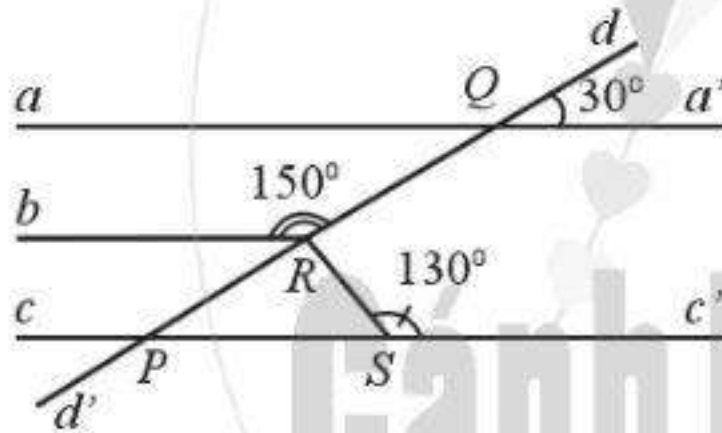
Hình 50



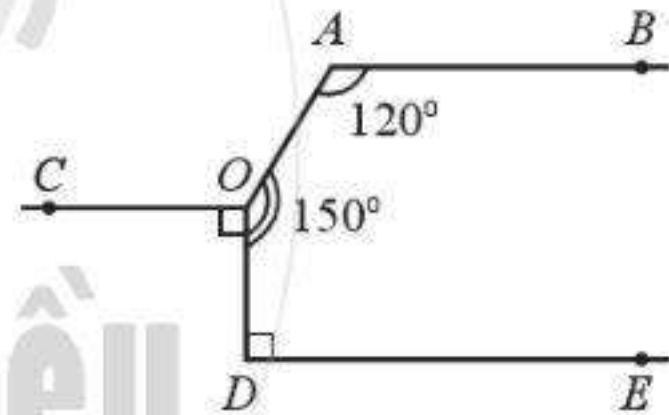
Hình 51

41. Quan sát *Hình 51*, biết $Ox \parallel HK$, tia Ox là tia phân giác của góc yOK . Chứng minh hai góc OHK và OKH bằng nhau.

42*. Tìm số đo góc QRS trong *Hình 52*, biết $aa' \parallel cc'$.



Hình 52



Hình 53

43*. Cho *Hình 53* có OC và DE cùng vuông góc với OD , $\widehat{BAO} = 120^\circ$, $\widehat{AOD} = 150^\circ$. Chứng tỏ rằng $AB \parallel OC \parallel DE$.

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

1. Chẳng hạn:

- a) Bốn cặp góc kề nhau là xOy và yOz , xOy và yOt , yOz và zOt , yOz và zOm .
- b) Ba cặp góc kề bù là xOy và yOt , yOz và zOm , tOm và mOx .
- c) Hai cặp góc đối đỉnh là xOy và tOm , yOt và mOx .

2. a) $\widehat{aOc} = \widehat{bOd} = 75^\circ$; $\widehat{bOc} = \widehat{aOd} = 105^\circ$.

b) $\widehat{aOc} = \widehat{bOd} = 70^\circ$; $\widehat{bOc} = \widehat{aOd} = 110^\circ$.

c) $\widehat{aOc} = \widehat{bOd} = 90^\circ$; $\widehat{bOc} = \widehat{aOd} = 90^\circ$.

d) $\widehat{aOc} = \widehat{bOd} = 85^\circ$; $\widehat{bOc} = \widehat{aOd} = 95^\circ$.

e) $\widehat{aOc} = \widehat{bOd} = 60^\circ$; $\widehat{bOc} = \widehat{aOd} = 120^\circ$.

3. a) Hai góc aOg và cOe không là hai góc đối đỉnh vì Og và Oe là hai tia đối nhưng Oa và Oc không là hai tia đối.

b) Các cặp góc đối đỉnh là aOc và bOd , cOe và dOg , bOe và aOg , aOe và bOg , bOc và aOd , cOg và dOe .

c) Ta có $\widehat{aOc} = \widehat{bOd}$ (hai góc đối đỉnh) nên

$$\widehat{aOg} + \widehat{cOe} + \widehat{bOd} = \widehat{aOg} + \widehat{aOc} + \widehat{cOe} = \widehat{eOg} = 180^\circ.$$

4. a) Bốn góc kề với góc AOC là COM , COB , AON , AOD .

b) Hai góc kề bù với góc AOC là COB , AOD .

5. a) Đúng.

b) Sai.

c) Sai.

6. Ta có $\frac{1}{5}\widehat{xOz} = \frac{1}{4}\widehat{yOz}$ suy ra $\widehat{xOz} = \frac{5}{4}\widehat{yOz}$.

Do hai góc xOz và yOz là hai góc kề nhau nên $\widehat{xOz} + \widehat{yOz} = \widehat{xOy} = 90^\circ$.

Do đó $\frac{5}{4}\widehat{yOz} + \widehat{yOz} = \frac{9}{4}\widehat{yOz} = 90^\circ$ hay $\widehat{yOz} = 40^\circ$.

Suy ra $\widehat{xOz} = \frac{5}{4} \cdot 40^\circ = 50^\circ$.

7. a) Do hai góc xOy và yOz là hai góc kề nhau nên $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz} = 150^\circ$.

Mà $\widehat{xOy} - \widehat{yOz} = 90^\circ$ nên $\widehat{xOy} = (150^\circ + 90^\circ) : 2 = 120^\circ$.

Suy ra $\widehat{yOz} = 150^\circ - \widehat{xOy} = 150^\circ - 120^\circ = 30^\circ$.

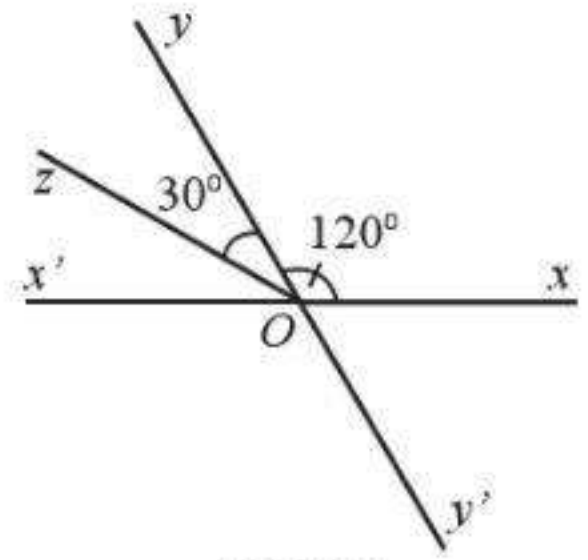
b) (Hình 54) Ta có $\widehat{x'Oy'} = \widehat{xOy}$ (hai góc đối đỉnh) nên $\widehat{x'Oy'} = 120^\circ$.

Ta có $\widehat{y'Oz} + \widehat{yOz} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên

$$\widehat{y'Oz} = 180^\circ - \widehat{yOz} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ.$$

Tương tự, ta có

$$\widehat{xOy'} = 180^\circ - \widehat{xOy} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ.$$



Hình 54

8. Do hai góc xOz và yOz là hai góc kề nhau nên $\widehat{xOz} + \widehat{yOz} = \widehat{xOy}$.

Suy ra $\widehat{yOz} = \widehat{xOy} - \widehat{xOz} = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$. Do đó $\widehat{xOz} = \widehat{yOz}$ (cùng bằng 40°).

Mặt khác Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy nên Oz là tia phân giác của góc xOy .

9. $\widehat{mOr} = 110^\circ$; $\widehat{pOq} = 20^\circ$; $\widehat{mOn} = 35^\circ$; $\widehat{nOq} = 55^\circ$.

10. Ta có hai góc MON và yON là hai góc kề nhau nên $\widehat{MOy} = \widehat{MON} + \widehat{yON}$, mà $\widehat{xOM} + \widehat{MOy} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên $\widehat{xOM} + \widehat{MON} + \widehat{yON} = 180^\circ$.

Suy ra $\widehat{MON} = 180^\circ - \widehat{xOM} - \widehat{yON} = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$.

Do OI là tia phân giác của góc MON nên

$$\widehat{MOI} = \widehat{ION} = \frac{1}{2} \widehat{MON} = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ.$$

Ta lại có hai góc xOM và MOI là hai góc kề nhau nên

$$\widehat{xOI} = \widehat{xOM} + \widehat{MOI} = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ.$$

Do đó OI vuông góc với xy .

11. a) Do OG là tia phân giác của góc COD nên

$$\widehat{COG} = \widehat{DOG} = \frac{1}{2} \widehat{COD} = \frac{1}{2} \cdot 80^\circ = 40^\circ.$$

Do hai góc COG và EOG là hai góc kề nhau nên $\widehat{COG} + \widehat{EOG} = \widehat{COE}$.

Suy ra $\widehat{EOG} = \widehat{COE} - \widehat{COG} = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ$.

b) Do hai góc COE và DOE là hai góc kề nhau nên $\widehat{COE} + \widehat{DOE} = \widehat{COD}$.

Suy ra $\widehat{DOE} = \widehat{COD} - \widehat{COE} = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$.

Do đó $\widehat{EOG} = \widehat{DOE}$ (cùng bằng 20°).

Mặt khác OE nằm giữa hai tia OD và OG nên OE là tia phân giác của góc DOG .

12. a) Ta có $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 180^\circ$ (hai góc kề bù).

Mà $\widehat{AOB} = 3\widehat{BOC}$ nên $3\widehat{BOC} + \widehat{BOC} = 4\widehat{BOC} = 180^\circ$ hay $\widehat{BOC} = 45^\circ$.

b) Do $\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$ nên $\widehat{AOD} = 45^\circ$.

Ta có hai góc BOD và BOC là hai góc kề nhau nên $\widehat{COD} = \widehat{BOD} + \widehat{BOC}$, mà $\widehat{AOD} + \widehat{COD} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên $\widehat{AOD} + \widehat{BOD} + \widehat{BOC} = 180^\circ$.

Suy ra $\widehat{BOD} = 180^\circ - \widehat{AOD} - \widehat{BOC} = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$.

Do đó hai góc BOD và BOC không bằng nhau.

Vậy OB không là tia phân giác của góc COD .

13. $\widehat{yOz} = 50^\circ$; $\widehat{xOm} = 35^\circ$; $\widehat{xOn} = 60^\circ$; $\widehat{mOn} = 25^\circ$.

14. a) Do OC là tia phân giác của góc AOB nên

$$\widehat{BOC} = \widehat{AOC} = \frac{1}{2}\widehat{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ.$$

Ta có: $\widehat{BOE} + \widehat{AOB} = 180^\circ$; $\widehat{COE} + \widehat{AOC} = 180^\circ$; $\widehat{AOC} + \widehat{AOD} = 180^\circ$ (các cặp góc kề bù) nên

$$\widehat{BOE} = 180^\circ - \widehat{AOB} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ;$$

$$\widehat{COE} = \widehat{AOD} = 180^\circ - \widehat{AOC} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ.$$

b) Ta có $\widehat{BOD} + \widehat{BOC} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên

$$\widehat{BOD} = 180^\circ - \widehat{BOC} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ.$$

Do đó $\widehat{AOD} = \widehat{BOD}$ (cùng bằng 150°).

15. a) $\widehat{BOD} = 83^\circ$; $\widehat{DOE} = 41^\circ$; $\widehat{COE} = 82^\circ$.

b) Tia OD là tia phân giác của góc COE .

16. Học sinh tự làm.

17. Ta có: $3\widehat{A_1} = 2\widehat{A_2}$ hay $\widehat{A_2} = \frac{3}{2}\widehat{A_1}$ và $\widehat{A_1} + \widehat{A_2} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên

$$\widehat{A_1} + \frac{3}{2}\widehat{A_1} = \frac{5}{2}\widehat{A_1} = 180^\circ \text{ hay } \widehat{A_1} = 72^\circ. \text{ Do đó } \widehat{A_2} = \frac{3}{2} \cdot 72^\circ = 108^\circ.$$

Từ đó, ta tính được $\widehat{A_1} = \widehat{A_3} = \widehat{B_1} = \widehat{B_3} = 72^\circ$, $\widehat{A_2} = \widehat{A_4} = \widehat{B_2} = \widehat{B_4} = 108^\circ$.

18. $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_3 = 100^\circ, \widehat{B}_2 = \widehat{B}_4 = 80^\circ$.

19. Do $\widehat{P}_3 = \widehat{Q}_1$ và chúng nằm ở vị trí so le trong nên $a \parallel b$.

Ta có $\widehat{M}_3 + \widehat{M}_4 = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên $\widehat{M}_4 = 180^\circ - \widehat{M}_3 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.

Từ đó, ta tính được $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_3 = \widehat{N}_1 = \widehat{N}_3 = 100^\circ, \widehat{M}_2 = \widehat{M}_4 = \widehat{N}_2 = \widehat{N}_4 = 80^\circ$.

20. a) Do $\widehat{aAc} = \widehat{bDc}$ và chúng ở vị trí đồng vị nên $aa' \parallel bb'$.

Suy ra $x = \widehat{bCd'} = 45^\circ$ (hai góc so le ngoài).

b) Ta có $\widehat{qNm'} + \widehat{m'Nq'} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên

$$\widehat{qNm'} = 180^\circ - \widehat{m'Nq'} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ.$$

Do đó $\widehat{qNm'} = \widehat{qQn'}$ (cùng bằng 130°). Mà $\widehat{qNm'}, \widehat{qQn'}$ ở vị trí đồng vị nên $mm' \parallel nn'$. Suy ra $y = \widehat{pPn'} = 75^\circ$ (hai góc so le trong).

21. $\widehat{BCD} = 90^\circ$.

22. Góc nhọn tạo bởi đường thẳng a và đường thẳng d_2 là 30° .

23. Do $xx' \parallel zz'$ nên $\widehat{ACz} = \widehat{CAx'}$ (hai góc so le trong).

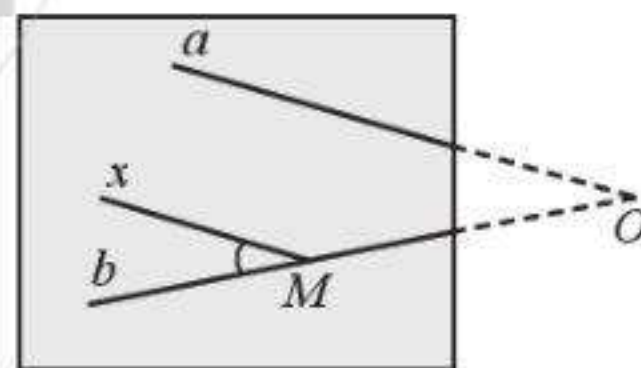
Do $yy' \parallel zz'$ nên $\widehat{BCz} = \widehat{CB y'}$ (hai góc so le trong).

Do hai góc $\widehat{ACz}$ và $\widehat{BCz}$ là hai góc kề nhau nên

$$\widehat{ACB} = \widehat{ACz} + \widehat{BCz} = \widehat{CAx'} + \widehat{CB y'}.$$

24*. Lấy $M \in b$. Kẻ $Mx \parallel a$ với $\widehat{bMx} < 90^\circ$ (Hình 55).

Khi đó góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng a và b bằng góc $\widehat{bMx}$ (hai góc đồng vị). Do đó, ta đo góc $\widehat{bMx}$ sẽ suy ra góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng a và b .

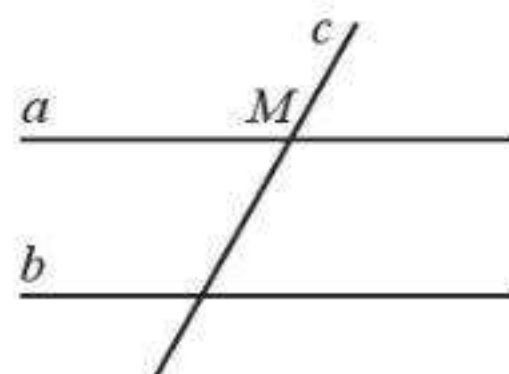


Hình 55

25. Học sinh tự làm.

26. a) Xem Hình 56.

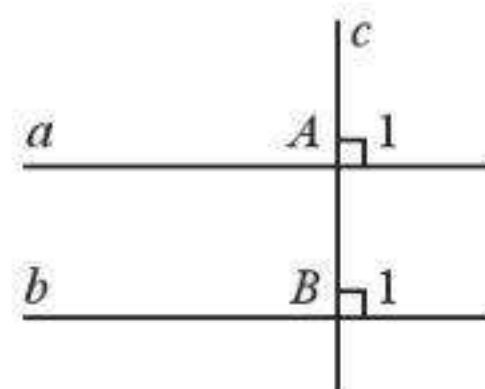
GT	$a \parallel b$ a cắt c tại M
KL	b, c cắt nhau



Hình 56

b) Xem Hình 57.

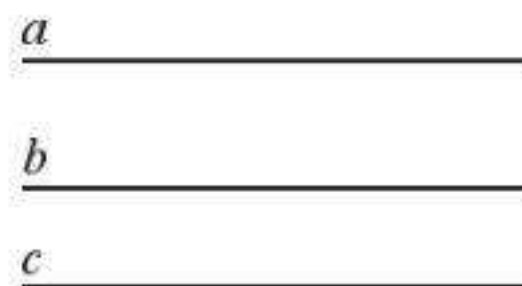
GT	$a // b$ $a \perp c$
KL	$b \perp c$



Hình 57

c) Xem Hình 58.

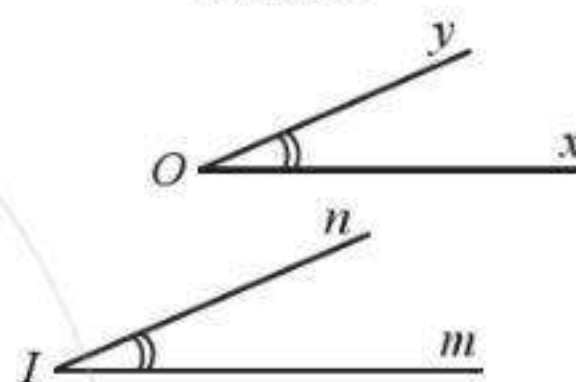
GT	Hai đường thẳng phân biệt a, b $a // c, b // c$
KL	$a // b$



Hình 58

27. a) Xem Hình 59.

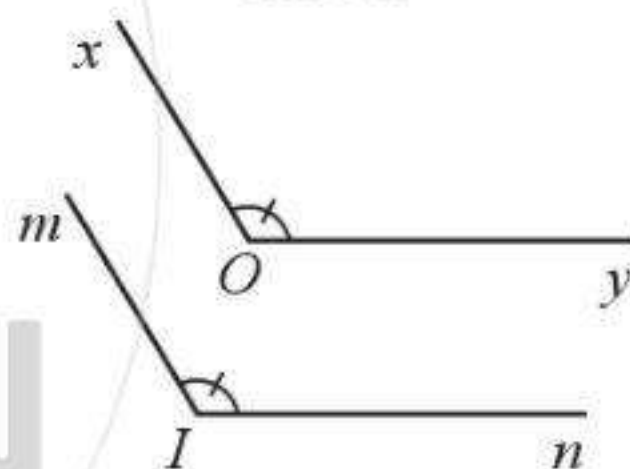
GT	$\widehat{xOy}, \widehat{mIn}$ là hai góc nhọn $Ox // Im, Oy // In$
KL	$\widehat{xOy} = \widehat{mIn}$



Hình 59

b) Xem Hình 60.

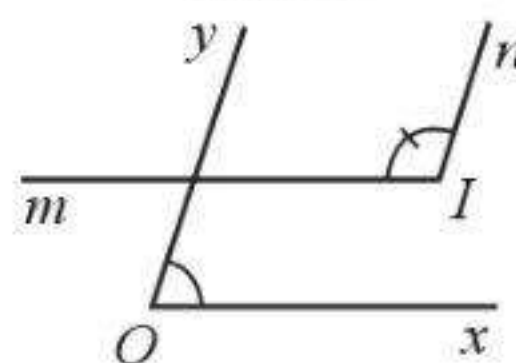
GT	$\widehat{xOy}, \widehat{mIn}$ là hai góc tù $Ox // Im, Oy // In$
KL	$\widehat{xOy} = \widehat{mIn}$



Hình 60

c) Xem Hình 61.

GT	$\widehat{xOy}$ là góc nhọn, $\widehat{mIn}$ là góc tù $Ox // Im, Oy // In$
KL	$\widehat{xOy} + \widehat{mIn} = 180^\circ$



Hình 61

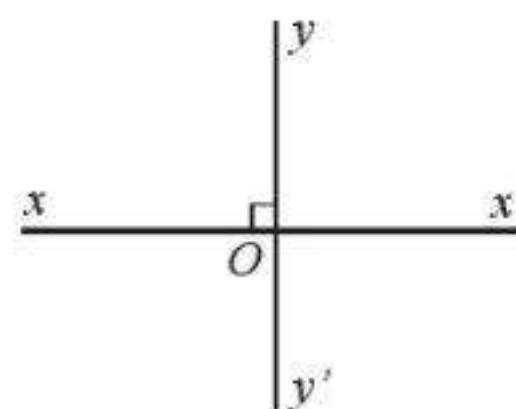
28. a) Xem Hình 62.

b) Học sinh tự viết giả thiết, kết luận.

c) Ta có: $\widehat{xOy} + \widehat{x'Oy} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên

$$\widehat{x'Oy} = 180^\circ - \widehat{xOy} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

Ta lại có: $\widehat{x'Oy'} = \widehat{xOy}$; $\widehat{xOy'} = \widehat{x'Oy}$ (các cặp góc đối đỉnh) nên $\widehat{x'Oy'} = 90^\circ$, $\widehat{xOy'} = 90^\circ$.



Hình 62

29. B.**30. C.****31. D.****32. D.****33.** Ta có $\widehat{ANM} + \widehat{MNO} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên

$$\widehat{ANM} = 180^\circ - \widehat{MNO} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

Do đó $\widehat{ANM} = \widehat{AOB}$ (cùng bằng 90°). Mà $\widehat{ANM}$, $\widehat{AOB}$ ở vị trí đồng vị nên $MN \parallel OB$. Suy ra

$$\widehat{NMQ} = \widehat{BQM} = 90^\circ \text{ (hai góc so le trong);}$$

$$\widehat{AMN} = \widehat{ABO} = 50^\circ \text{ (hai góc đồng vị).}$$

Ta có $\widehat{AMN} + \widehat{NMQ} + \widehat{BMQ} = \widehat{AMB} = 180^\circ$ nên

$$\widehat{BMQ} = 180^\circ - \widehat{AMN} - \widehat{NMQ} = 180^\circ - 50^\circ - 90^\circ = 40^\circ.$$

Do $\widehat{AOB} = \widehat{BQM}$ và chúng ở vị trí đồng vị nên $OA \parallel MQ$.

Suy ra $\widehat{MAN} = \widehat{BMQ} = 40^\circ$ (hai góc đồng vị).

34. Do hai góc AME và AMF là hai góc kề nhau nên $\widehat{EMF} = \widehat{AME} + \widehat{AMF}$.

Ta có ME , MF lần lượt là tia phân giác của góc AMB và AMC nên

$$\widehat{AME} = \frac{1}{2} \widehat{AMB}; \widehat{AMF} = \frac{1}{2} \widehat{AMC}.$$

Mặt khác, ta lại có $\widehat{AMB} + \widehat{AMC} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên

$$\widehat{EMF} = \widehat{AME} + \widehat{AMF} = \frac{1}{2} (\widehat{AMB} + \widehat{AMC}) = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ.$$

Suy ra $\widehat{EMF} = \widehat{BEM}$ (cùng bằng 90°). Mà $\widehat{EMF}$, $\widehat{BEM}$ ở vị trí so le trong nên $MF \parallel AB$.

35. a) Do hai góc AOB và BOC là hai góc kề nhau nên $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = \widehat{AOC} = 160^\circ$.

Mà $\widehat{AOB} - \widehat{BOC} = 120^\circ$ nên $\widehat{AOB} = (160^\circ + 120^\circ) : 2 = 140^\circ$.

Suy ra $\widehat{BOC} = 160^\circ - \widehat{AOB} = 160^\circ - 140^\circ = 20^\circ$.

b) Ta có $OD \perp CC'$ nên $\widehat{COD} = 90^\circ$.

Do hai góc AOD và COD là hai góc kề nhau nên $\widehat{AOD} + \widehat{COD} = \widehat{AOC}$. Suy ra

$$\widehat{AOD} = \widehat{AOC} - \widehat{COD} = 160^\circ - 90^\circ = 70^\circ.$$

Tương tự, ta có $\widehat{BOD} = \widehat{COD} - \widehat{BOC} = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$.

Do đó $\widehat{AOD} = \widehat{BOD}$ (cùng bằng 70°).

Mặt khác OD nằm giữa hai tia OA và OB nên OD là tia phân giác của góc AOB .

c) Ta có $\widehat{BOC'} + \widehat{BOC} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên

$$\widehat{BOC'} = 180^\circ - \widehat{BOC} = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ.$$

Do đó $\widehat{AOC} = \widehat{BOC'}$ (cùng bằng 160°).

36. a) Ta có: các cặp góc xOt và zOt , yOz và zOt là các cặp góc kề nhau nên

$$\widehat{xOt} + \widehat{zOt} = \widehat{xOz} = 90^\circ; \quad \widehat{yOz} + \widehat{zOt} = \widehat{yOt} = 90^\circ.$$

Do đó $\widehat{xOt} = \widehat{yOz}$.

b) Ta có hai góc yOz và xOz là hai góc kề nhau nên $\widehat{yOz} + \widehat{xOz} = \widehat{xOy}$.

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } \widehat{xOy} + \widehat{zOt} &= \widehat{yOz} + \widehat{xOz} + \widehat{zOt} = \widehat{xOz} + (\widehat{yOz} + \widehat{zOt}) \\ &= \widehat{yOz} + \widehat{zOt} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ. \end{aligned}$$

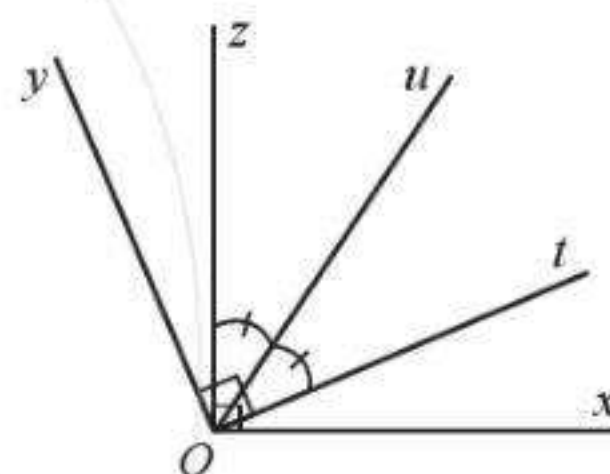
c) (Hình 63) Do Ou là tia phân giác của góc tOz nên $\widehat{tOu} = \widehat{zOu}$.

Ta có: các cặp góc tOu và xOt , zOu và yOz là các cặp góc kề nhau nên

$$\widehat{tOu} + \widehat{xOt} = \widehat{xOu}; \quad \widehat{zOu} + \widehat{yOz} = \widehat{yOu}.$$

Mà $\widehat{tOu} = \widehat{zOu}$, $\widehat{xOt} = \widehat{yOz}$ nên $\widehat{xOu} = \widehat{yOu}$.

Mặt khác Ou nằm giữa hai tia Ox và Oy nên Ou là tia phân giác của góc xOy .



Hình 63

37. Học sinh tự làm.

38*. Kẻ $Cx \parallel AB$ (Hình 64).

Do $Cx \parallel AB$ nên $\widehat{ABC} + \widehat{BCx} = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía). Suy ra

$$\widehat{BCx} = 180^\circ - \widehat{ABC} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ.$$

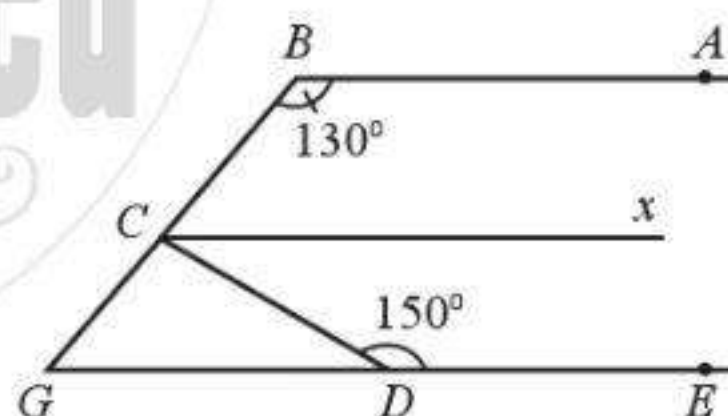
Do $AB \parallel DE$ nên $\widehat{ABC} + \widehat{BGE} = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía). Suy ra $\widehat{BGE} = \widehat{BCx}$ (cùng bù với $\widehat{ABC}$). Mà $\widehat{BGE}$, $\widehat{BCx}$ ở vị trí đồng vị nên $Cx \parallel GE$.

Suy ra $\widehat{DCx} + \widehat{CDE} = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía) hay

$$\widehat{DCx} = 180^\circ - \widehat{CDE} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ.$$

Ta có hai góc BCx và DCx là hai góc kề nhau nên

$$\widehat{BCD} = \widehat{BCx} + \widehat{DCx} = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ.$$



Hình 64

39. a) Ta có $\widehat{DFE} + \widehat{DFz'} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên

$$\widehat{DFz'} = 180^\circ - \widehat{DFE} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ.$$

Do đó $\widehat{DFz'} = \widehat{BDy'}$ (cùng bằng 70°). Mà $\widehat{DFz'}$, $\widehat{BDy'}$ ở vị trí đồng vị nên $yy' \parallel zz'$.

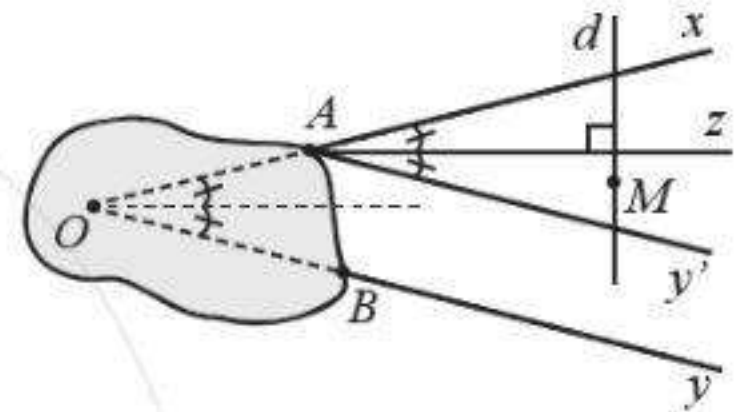
b) Do $yy' \parallel zz'$ nên $\widehat{uEz'} = \widehat{uCy'} = 90^\circ$ (hai góc đồng vị) hay $ut \perp zz'$.

c) Ta có $\widehat{uAx'} = \widehat{uEz'}$ (cùng bằng 90°) và chúng ở vị trí đồng vị nên $xx' \parallel zz'$.

40*. (Hình 65) Kẻ $Ay' \parallel By$, khi đó ta có $\widehat{xAy'} = \widehat{xOy}$ (hai góc đồng vị). Vẽ tia Az là tia phân giác của góc xAy' , suy ra

$$\widehat{xAz} = \frac{1}{2} \widehat{xAy'} = \frac{1}{2} \widehat{xOy}.$$

Ta chứng minh được góc xAz bằng góc tạo bởi tia Ox và tia phân giác của góc xOy (cùng bằng $\frac{1}{2} \widehat{xOy}$). Mà chúng ở vị trí đồng vị nên Az song song với tia phân giác của góc xOy .



Hình 65

Như vậy, qua điểm M kẻ đường thẳng d vuông góc với Az thì đường thẳng d là đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với tia phân giác của góc xOy (theo định lý phát biểu trong Bài tập 26b).

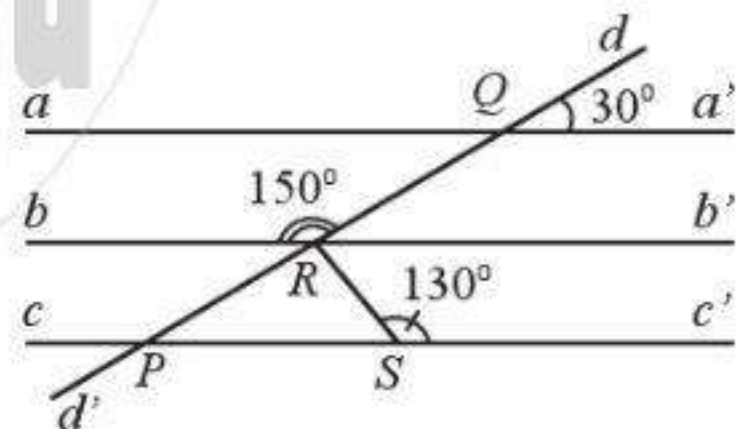
41. Học sinh tự làm.

42*. Kẻ Rb' là tia đối của tia Rb (Hình 66).

Ta có $\widehat{QRb} + \widehat{QRb'} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên

$$\widehat{QRb'} = 180^\circ - \widehat{QRb} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ.$$

Suy ra $\widehat{dQa'} = \widehat{QRb'}$ (cùng bằng 30°). Mà $\widehat{dQa'}$, $\widehat{QRb'}$ ở vị trí đồng vị nên $aa' \parallel bb'$.



Hình 66

Do $aa' \parallel cc'$ nên $\widehat{dPc'} = \widehat{dQa'} = 30^\circ$ (hai góc đồng vị). Vì thế $\widehat{dPc'} = \widehat{QRb'}$ (cùng bằng 30°). Mà $\widehat{dPc'}$, $\widehat{QRb'}$ ở vị trí đồng vị nên $cc' \parallel bb'$.

Suy ra $\widehat{SRb'} + \widehat{RSc'} = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía) hay

$$\widehat{SRb'} = 180^\circ - \widehat{RSc'} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ.$$

Do hai góc $\widehat{QRb'}$ và $\widehat{SRb'}$ là hai góc kề nhau nên

$$\widehat{QRS} = \widehat{QRb'} + \widehat{SRb'} = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ.$$

43*. Kẻ OC' là tia đối của tia OC (Hình 67).

Do $\widehat{COD} = \widehat{ODE} = 90^\circ$ và chúng ở vị trí so le trong nên $OC \parallel DE$.

Suy ra $\widehat{DOC'} + \widehat{ODE} = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía) hay

$$\widehat{DOC'} = 180^\circ - \widehat{ODE} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

Do hai góc AOC' và DOC' là hai góc kề nhau nên $\widehat{AOC'} + \widehat{DOC'} = \widehat{AOD}$.

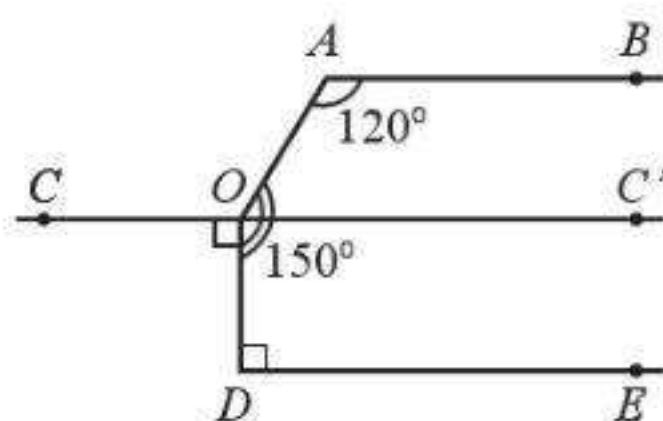
Suy ra $\widehat{AOC'} = \widehat{AOD} - \widehat{DOC'} = 150^\circ - 90^\circ = 60^\circ$.

Ta có $\widehat{AOC} + \widehat{AOC'} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên

$$\widehat{AOC} = 180^\circ - \widehat{AOC'} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

Do đó $\widehat{AOC} = \widehat{OAB}$ (cùng bằng 120°). Mà $\widehat{AOC}$, $\widehat{OAB}$ ở vị trí so le trong nên $OC \parallel AB$.

Do $OC \parallel DE$ và $AB \parallel OC$ nên $AB \parallel OC \parallel DE$.



Hình 67

Cánh Diều

MỤC LỤC

Trang

CHƯƠNG I. SỐ HỮU TỈ 5

§1. Tập hợp $\mathbb{Q}$ các số hữu tỉ 5

§2. Cộng, trừ, nhân, chia số hữu tỉ 10

§3. Phép tính lũy thừa với số mũ tự nhiên của một số hữu tỉ 15

§4. Thứ tự thực hiện các phép tính. Quy tắc dấu ngoặc 19

§5. Biểu diễn thập phân của số hữu tỉ 23

Bài tập cuối chương I 25

Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số 27

CHƯƠNG II. SỐ THỰC 37

§1. Số vô tỉ. Căn bậc hai số học 37

§2. Tập hợp $\mathbb{R}$ các số thực 40

§3. Giá trị tuyệt đối của một số thực 43

§4. Làm tròn và ước lượng 46

§5. Tỷ lệ thức 51

§6. Dãy tỉ số bằng nhau 54

§7. Đại lượng tỉ lệ thuận 57

§8. Đại lượng tỉ lệ nghịch 61

Bài tập cuối chương II 64

Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số 68

CHƯƠNG III. HÌNH HỌC TRỰC QUAN 84

§1. Hình hộp chữ nhật. Hình lập phương 84

§2. Hình lăng trụ đứng tam giác. Hình lăng trụ đứng tứ giác 88

Bài tập cuối chương III 94

Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số 96

CHƯƠNG IV. GÓC. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

101

§1. Góc ở vị trí đặc biệt

101

§2. Tia phân giác của một góc

105

§3. Hai đường thẳng song song

108

§4. Định lí

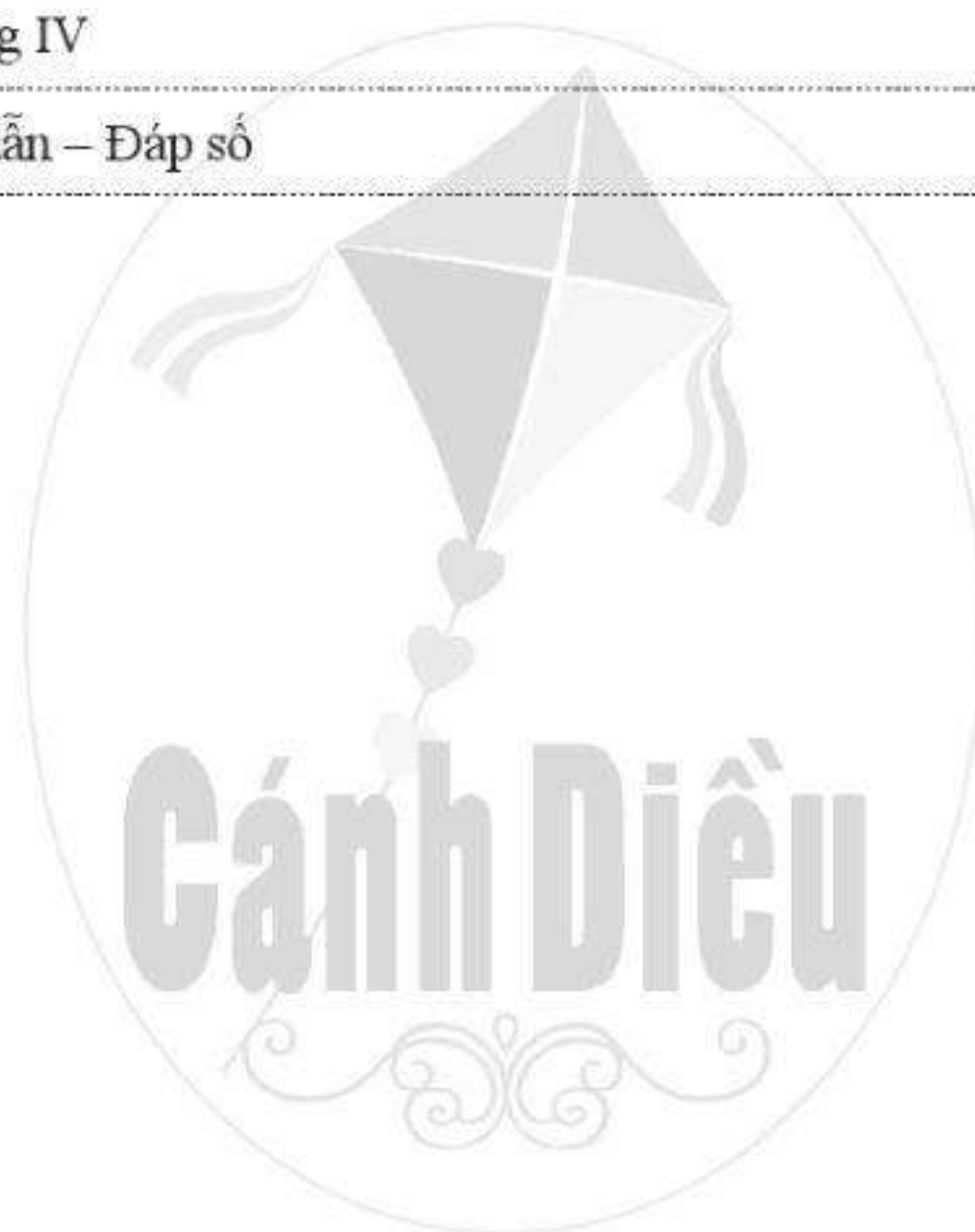
111

Bài tập cuối chương IV

114

Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số

117



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Địa chỉ: Tầng 6, Toà nhà số 128 đường Xuân Thủy, quận Cầu Giấy, TP. Hà Nội

Điện thoại: 024.37547735

Email: nxb@hnue.edu.vn | Website: www.nxbdhsp.edu.vn

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc – Tổng biên tập: NGUYỄN BÁ CƯỜNG

Chịu trách nhiệm tổ chức bản thảo và bản quyền nội dung:

CÔNG TY CỔ PHẦN ĐẦU TƯ XUẤT BẢN – THIẾT BỊ GIÁO DỤC VIỆT NAM

Chủ tịch Hội đồng Quản trị: NGUYỄN NGÔ TRẦN ÁI

Tổng Giám đốc: VŨ BÁ KHÁNH

Biên tập:

ĐÀO ANH TIẾN

Thiết kế sách:

NGUYỄN THỊ PHƯƠNG YÊN

Trình bày bìa:

NGUYỄN THỊ HƯƠNG

Sửa bản in:

VŨ THỊ MINH THẢO – PHẠM THỊ DIỆU THUY

BÀI TẬP TOÁN 7 - TẬP MỘT

Mã số:

ISBN:

In cuốn, khổ 17 x 24cm, tại

Địa chỉ:

Số xác nhận đăng kí xuất bản:

Quyết định xuất bản số:/QĐ-NXBDHSP ngày/...../2022

In xong và nộp lưu chiểu Quý năm 2022.

**Mang cuộc sống vào bài học
Đưa bài học vào cuộc sống**



**BỘ SÁCH GIÁO KHOA LỚP 7
Cánh Diều**

1. Ngữ văn 7 (Tập một, Tập hai)
2. Toán 7 (Tập một, Tập hai)
3. Giáo dục công dân 7
4. Lịch sử và Địa lí 7
5. Khoa học tự nhiên 7
6. Công nghệ 7
7. Tin học 7
8. Giáo dục thể chất 7
9. Âm nhạc 7
10. Mỹ thuật 7
11. Hoạt động trải nghiệm hướng nghiệp 7
12. Tiếng Anh 7 Explore English

TÌM ĐỌC

CÁC SÁCH BỔ TRỢ VÀ THAM KHẢO LỚP 7 (Cánh Diều)
THEO TỪNG MÔN HỌC

**SỬ DỤNG
TEM CHỐNG GIẢ**

Quét mã QR hoặc dùng trình duyệt web để truy cập
website bộ sách Cánh Diều: www.hoc10.com

ISBN: 978-604-54-9454-7



9 786045 494547