

TÔN THÂN (Chủ biên)
VŨ HỮU BÌNH - NGUYỄN VŨ THANH - BÙI VĂN TUYÊN

CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI
TOÁN 7
TẬP MỘT

(Tái bản lần thứ tám)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Phần

ĐẠI SỐ

Chương 1.

SỐ HỮU TỈ - SỐ THỰC

§ 1. TẬP HỢP $\mathbb{Q}$ CÁC SỐ HỮU TỈ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$
2. Ta có thể biểu diễn mọi số hữu tỉ trên trục số.
Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỉ x được gọi là điểm x .
3. Với hai số hữu tỉ bất kì x, y ta luôn có hoặc $x = y$ hoặc $x < y$ hoặc $x > y$.
Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó.
 - Nếu $x < y$ thì trên trục số, điểm x ở bên trái điểm y ;
 - Số hữu tỉ lớn hơn 0 được gọi là số hữu tỉ dương;
 - Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 được gọi là số hữu tỉ âm;
 - Số hữu tỉ 0 không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. SỬ DỤNG CÁC KÍ HIỆU $\in, \notin, \subset, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$.

Phương pháp giải.

- Cần nắm vững ý nghĩa của từng kí hiệu :
- Kí hiệu $\in$ đọc là “là phần tử của” hoặc “thuộc”.
 - Kí hiệu $\notin$ đọc là “không phải là phần tử của” hoặc “không thuộc”.
 - Kí hiệu $\subset$ đọc là “là tập hợp con của”.
 - Kí hiệu $\mathbb{N}$ chỉ tập hợp các số tự nhiên.
 - Kí hiệu $\mathbb{Z}$ chỉ tập hợp các số nguyên.
 - Kí hiệu $\mathbb{Q}$ chỉ tập hợp các số hữu tỉ.

Ví dụ 1. (Bài 1 tr.7 SGK)

Điền kí hiệu ($\notin$, $\in$, $\subset$) thích hợp vào ô vuông :

$$\begin{array}{lll} -3 \square \mathbb{N}; & -3 \square \mathbb{Z}; & -3 \square \mathbb{Q}. \\ -\frac{2}{3} \square \mathbb{Z}; & -\frac{2}{3} \square \mathbb{Q}; & \mathbb{N} \square \mathbb{Z} \square \mathbb{Q}. \end{array}$$

Giải.

$$\begin{array}{lll} -3 \square \mathbb{N}; & -3 \square \mathbb{Z}; & -3 \square \mathbb{Q}. \\ -\frac{2}{3} \square \mathbb{Z}; & -\frac{2}{3} \square \mathbb{Q}; & \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}. \end{array}$$

Dạng 2. BIỂU DIỄN SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Số hữu tỉ thường được biểu diễn dưới dạng phân số tối giản.
- Khi biểu diễn số hữu tỉ trên trục số, ta thường viết số đó dưới dạng phân số tối giản có mẫu dương. Khi đó mẫu của phân số cho biết đoạn thẳng đơn vị cần được chia thành bao nhiêu phần bằng nhau.

Ví dụ 2. (Bài 2 tr.7 SGK)

a) Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ

$$\frac{3}{-4};$$

$$\frac{-12}{15}, \frac{-15}{20}, \frac{24}{-32}, \frac{-20}{28}, \frac{-27}{36}?$$

b) Biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{-4}$ trên trục số.

Giải.

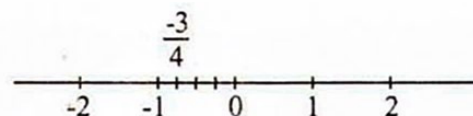
a) Ta có $\frac{3}{-4} = \frac{-3}{4}$. Rút gọn các phân số đã cho ta được :

$$\frac{-12}{15} = \frac{-4}{5}; \frac{-15}{20} = \frac{-3}{4}; \frac{24}{-32} = \frac{-3}{4}; \frac{-20}{28} = \frac{-5}{7}; \frac{-27}{36} = \frac{-3}{4}.$$

Vậy các phân số biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{-4}$ là : $\frac{-15}{20}$, $\frac{24}{-32}$ và $\frac{-27}{36}$.

b) Biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{-4}$ trên trục số : Ta viết $\frac{3}{-4} = \frac{-3}{4}$ và biểu

diễn trên trục số như sau :



Dạng 3. SO SÁNH CÁC SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Viết các số hữu tỉ dưới dạng phân số có cùng một mẫu dương ;
- So sánh các tử, phân số nào có tử nhỏ hơn thì phân số đó nhỏ hơn.
- Có thể sử dụng tính chất sau để so sánh : Nếu $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $a < b$ thì $a + c < b + c$.

Ví dụ 3. (Bài 3 tr.8 SGK)

So sánh các số hữu tỉ :

a) $x = \frac{2}{-7}$ và $y = \frac{-3}{11}$;

b) $x = \frac{-213}{300}$ và $y = \frac{18}{-25}$;

c) $x = -0,75$ và $y = \frac{-3}{4}$.

Giải.

a) $x = \frac{2}{-7} = \frac{-2}{7} = \frac{-22}{77}$; $y = \frac{-3}{11} = \frac{-21}{77}$.

$-22 < -21$ và $77 > 0$ nên $\frac{-22}{77} < \frac{-21}{77}$ hay $\frac{2}{-7} < \frac{-3}{11}$ ($x < y$).

b) $x = \frac{-213}{300}$; $y = \frac{18}{-25} = \frac{-18}{25} = \frac{-216}{300}$.

Ta có $\frac{-213}{300} > \frac{-216}{300}$ hay $\frac{-213}{300} > \frac{18}{-25}$ ($x > y$).

c) $x = -0,75 = \frac{-75}{100} = \frac{-3}{4}$. Vậy $-0,75 = \frac{-3}{4}$ ($x = y$).

Ví dụ 4. (Bài 4 tr.8 SGK)

So sánh số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$) với số 0 khi a, b cùng dấu và khi a, b khác dấu.

Giải.

Nhờ tính chất cơ bản của phân số, ta luôn có thể viết một phân số có mẫu âm thành một phân số bằng nó và có mẫu dương. Vì vậy, ta chỉ cần xét số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$).

Nếu a, b cùng dấu thì ta có $a > 0$. Do đó $\frac{a}{b} > \frac{0}{b}$ hay $\frac{a}{b} > 0$.

Nếu a, b khác dấu thì ta có $a < 0$. Do đó $\frac{a}{b} < \frac{0}{b}$ hay $\frac{a}{b} < 0$.

Nhận xét: Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$) là số dương nếu a, b cùng dấu, là số âm nếu a, b khác dấu, bằng 0 nếu $a = 0$.

Ví dụ 5. (Bài 5 tr.8 SGK)

Giả sử $x = \frac{a}{m}, y = \frac{b}{m}$ ($a, b, m \in \mathbb{Z}, m > 0$) và $x < y$. Hãy chứng

tỏ rằng nếu chọn $z = \frac{a+b}{2m}$ thì ta có $x < z < y$.

Hướng dẫn: Sử dụng tính chất: Nếu $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $a < b$ thì $a + c < b + c$.

Giải.

Theo đề bài $x = \frac{a}{m}, y = \frac{b}{m}$ ($a, b, m \in \mathbb{Z}, m > 0$). Vì $x < y$ nên $a < b$.

Ta có $x = \frac{2a}{2m}, y = \frac{2b}{2m}, z = \frac{a+b}{2m}$

$a < b$ nên $a + a < a + b$ hay $2a < a + b$ (1)

$a < b$ nên $a + b < b + b$ hay $a + b < 2b$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $2a < a + b < 2b$. Suy ra:

$$\frac{2a}{2m} < \frac{a+b}{2m} < \frac{2b}{2m} \text{ hay } x < z < y.$$

Nhận xét: Bài toán này cho thấy giữa hai số hữu tỉ khác nhau bất kì bao giờ cũng có ít nhất một số hữu tỉ nữa. Do đó có vô số số hữu tỉ.

C. LUYỆN TẬP

1.1. Dạng 1. Điền kí hiệu ($\notin, \in, <$) thích hợp vào ô vuông:

$$-5 \square \mathbb{N}; \quad -5 \square \mathbb{Z}; \quad -5 \square \mathbb{Q}.$$

$$-\frac{6}{7} \square \mathbb{Z}; \quad -\frac{6}{7} \square \mathbb{Q}; \quad \mathbb{N} \square \mathbb{Q}.$$

1.2. Dạng 2. Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-5}$: $\frac{6}{-15}; \frac{4}{-12}; \frac{-14}{35}; \frac{4}{-10}; \frac{17}{-40}$.

1.3. Dạng 3. So sánh các số hữu tỉ:

$$\text{a) } x = \frac{1}{-2} \text{ và } y = \frac{-1}{3}; \quad \text{b) } x = \frac{-2}{3} \text{ và } y = 0;$$

$$\text{c) } x = -0,125 \text{ và } y = \frac{1}{-8}.$$

1.4. Dạng 1. Điền các kí hiệu $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ vào ô trống cho hợp nghĩa (điền tất cả các khả năng có thể):

$$-3 \in \square; 10 \in \square; \frac{2}{9} \in \square; \frac{-3}{7} \in \square.$$

1.5. Dạng 3. Các số hữu tỉ sau đây có bằng nhau không:

$$\text{a) } x = \frac{-1}{7} \text{ và } y = \frac{-5}{35}; \quad \text{b) } x = \frac{5}{19} \text{ và } y = \frac{1}{4}?$$

1.6. Cho hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ ($b > 0, d > 0$). Chứng minh rằng $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ nếu $ad < bc$ và ngược lại.

1.7. Cho a, b, c là những số nguyên, $b > 0$. Hãy so sánh hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và c .

1.8. Chứng minh rằng nếu $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ($b > 0, d > 0$) thì: $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

1.9. Viết ba số hữu tỉ xen giữa các số hữu tỉ sau:

$$\text{a) } \frac{-1}{3} \text{ và } \frac{-1}{4}; \quad \text{b) } \frac{-1}{100} \text{ và } \frac{1}{100}.$$

1.10. Cho $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b > 0, n \in \mathbb{N}^*$. Hãy so sánh hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và

$$\frac{a+n}{b+n}.$$

1.11. So sánh các số hữu tỉ sau:

- a) $\frac{3}{7}$ và $\frac{11}{15}$;
 c) $\frac{297}{16}$ và $\frac{306}{25}$;
 b) $\frac{-11}{6}$ và $\frac{-8}{9}$;
 d) $\frac{-265}{317}$ và $\frac{-83}{111}$.

1.12 So sánh các số hữu tỉ sau :

- a) $\frac{2002}{2003}$ và $\frac{14}{13}$;
 b) $\frac{-27}{463}$ và $\frac{-1}{-3}$;
 c) $\frac{-33}{37}$ và $\frac{-34}{35}$.

1.13 Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự giảm dần :

- a) $\frac{-12}{17}, \frac{-3}{17}, \frac{-16}{17}, \frac{-1}{17}, \frac{-11}{17}, \frac{-14}{17}, \frac{-9}{17}$;
 b) $\frac{-5}{9}, \frac{-5}{7}, \frac{-5}{2}, \frac{-5}{4}, \frac{-5}{8}, \frac{-5}{3}, \frac{-5}{11}$;
 c) $\frac{-7}{8}, \frac{-2}{3}, \frac{-3}{4}, \frac{-18}{19}, \frac{-27}{28}$.

1.14 Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-3}{2}$. Với giá trị nào của a thì :

- a) x là số dương ;
 b) x là số âm ;
 c) x không là số dương và cũng không là số âm.

1.15 Cho số hữu tỉ $y = \frac{2a-1}{-3}$. Với giá trị nào của a thì :

- a) y là số dương ;
 b) y là số âm ;
 c) y không là số dương và cũng không là số âm.

1.16 Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-5}{a}$ ($a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là số nguyên ?

1.17 Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-3}{2a}$ ($a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là số nguyên ?

§ 2. CỘNG, TRỪ SỐ HỮU TỈ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Cộng, trừ hai số hữu tỉ.

- Ta có thể cộng, trừ hai số hữu tỉ x, y bằng cách viết chúng dưới dạng hai phân số có cùng một mẫu dương rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ phân số.
- Phép cộng số hữu tỉ có các tính chất của phép cộng phân số : giao hoán, kết hợp, cộng với số 0. Mỗi số hữu tỉ đều có một số đối.

2. Quy tắc “chuyển vế”.

Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó.

Với mọi $x, y, z \in \mathbb{Q}$: $x + y = z \Rightarrow x = z - y$.

3. Chú ý.

Trong $\mathbb{Q}$, ta cũng có những tổng đại số, trong đó có thể đổi chỗ các số hạng, đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý như các tổng đại số trong $\mathbb{Z}$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. CỘNG, TRỪ HAI SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Viết hai số hữu tỉ dưới dạng hai phân số có cùng một mẫu dương (bằng cách quy đồng mẫu của chúng) ;
- Cộng, trừ hai tử số, mẫu chung giữ nguyên ;
- Rút gọn kết quả (nếu có thể).

Ví dụ 1. (Bài 6 tr.10 SGK)

Tính :

a) $\frac{-1}{21} + \frac{-1}{28}$;

b) $\frac{-8}{18} - \frac{15}{27}$;

c) $\frac{-5}{12} + 0,75$;

d) $3,5 - \left(-\frac{2}{7}\right)$.

Hướng dẫn.

$$a) \frac{-1}{21} + \frac{-1}{28} = \frac{-4}{84} + \frac{-3}{84} = \frac{-4+(-3)}{84} = \frac{-7}{84} = \frac{-1}{12}.$$

b) Nên rút gọn các phân số trước khi trừ :

$$\frac{-8}{18} - \frac{15}{27} = \frac{-4}{9} - \frac{5}{9} = \frac{(-4)-5}{9} = \frac{-9}{9} = -1.$$

$$c) \text{Đáp số : } \frac{1}{3}.$$

$$d) \text{Đáp số : } \frac{53}{14} = 3\frac{11}{14}.$$

Dạng 2. VIẾT MỘT SỐ HỮU TỈ DƯỚI DẠNG TỔNG HOẶC HIỆU CỦA HAI SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

Một trong các phương pháp giải có thể là :

- Viết số hữu tỉ dưới dạng phân số có mẫu dương ;
- Viết tử của phân số thành tổng hoặc hiệu của hai số nguyên ;
- “Tách” ra hai phân số có tử là các số nguyên tìm được ;
- Rút gọn phân số (nếu có thể).

Ví dụ 2. (Bài 7 tr.10 SGK)

Ta có thể viết số hữu tỉ $\frac{-5}{16}$ dưới các dạng sau đây :

$$a) \frac{-5}{16} \text{ là tổng của hai số hữu tỉ âm. Ví dụ : } \frac{-5}{16} = \frac{-1}{8} + \frac{-3}{16};$$

$$b) \frac{-5}{16} \text{ là hiệu của hai số hữu tỉ dương. Ví dụ : } \frac{-5}{16} = 1 - \frac{21}{16}.$$

Với mỗi câu, em hãy tìm thêm một ví dụ.

Giải.

$$a) \text{Ta có thể viết : } \frac{-5}{16} = \frac{(-1)+(-4)}{16} = \frac{-1}{16} + \frac{-4}{16} = \frac{-1}{16} + \frac{-1}{4};$$

$$\frac{-5}{16} = \frac{-10}{32} = \frac{(-1)+(-9)}{32} = \frac{-1}{32} + \frac{-9}{32};$$

$$\frac{-5}{16} = \frac{-10}{32} = \frac{(-3)+(-7)}{32} = \frac{-3}{32} + \frac{-7}{32}; \dots$$

$$b) \frac{-5}{16} = \frac{6-11}{16} = \frac{6}{16} - \frac{11}{16} = \frac{3}{8} - \frac{11}{16};$$

$$\frac{-5}{16} = \frac{7-12}{16} = \frac{7}{16} - \frac{12}{16} = \frac{7}{16} - \frac{3}{4}; \dots$$

Dạng 3. TÍNH TỔNG HOẶC HIỆU CỦA NHIỀU SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Áp dụng quy tắc “dấu ngoặc” đối với các số hữu tỉ :
Với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$: $-(x+y) = -x-y$
- Nếu có các dấu : ngoặc tròn, ngoặc vuông, ngoặc nhọn thì làm theo thứ tự trước hết tính trong ngoặc tròn rồi đến ngoặc vuông, cuối cùng là ngoặc nhọn.
- Có thể bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các số hạng một cách thích hợp.

Ví dụ 3. (Bài 8 tr.10 SGK)

Tính :

$$a) \frac{3}{7} + \left(-\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right); \quad b) \left(-\frac{4}{3}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right);$$

$$c) \frac{4}{5} - \left(-\frac{2}{7}\right) - \frac{7}{10}; \quad d) \frac{2}{3} - \left[\left(-\frac{7}{4}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right)\right].$$

Giải.

$$a) \frac{3}{7} + \left(-\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{3}{7} + \frac{-5}{2} + \frac{-3}{5} = \frac{30}{70} + \frac{-175}{70} + \frac{-42}{70} = \frac{-187}{70}$$

$$= -2\frac{47}{70};$$

$$d) \frac{2}{3} - \left[\left(-\frac{7}{4}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right)\right] = \frac{2}{3} - \left[\frac{-7}{4} - \left(\frac{4}{8} + \frac{3}{8}\right)\right] = \frac{2}{3} - \left[\frac{-7}{4} - \frac{7}{8}\right]$$

$$= \frac{2}{3} - \left[\frac{-14}{8} - \frac{7}{8}\right] = \frac{2}{3} - \frac{-21}{8}$$

$$= \frac{16}{24} - \frac{-63}{24} = \frac{79}{24} = 3\frac{7}{24};$$

$$b) \text{Đáp số : } \frac{-97}{30} = -3\frac{7}{30};$$

$$c) \text{Đáp số : } \frac{27}{70}.$$

Dạng 4. TÌM SỐ HẠNG CHƯA BIẾT TRONG MỘT TỔNG HOẶC MỘT HIỆU

Phương pháp giải.

Áp dụng quy tắc “chuyển vế”:

Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó.

Ví dụ 4. (Bài 9 tr.10 SGK)

Tìm x, biết:

$$a) x + \frac{1}{3} = \frac{3}{4};$$

$$b) x - \frac{2}{5} = \frac{5}{7};$$

$$c) -x - \frac{2}{3} = -\frac{6}{7};$$

$$d) \frac{4}{7} - x = \frac{1}{3}.$$

Giải.

$$c) -x - \frac{2}{3} = -\frac{6}{7}$$

$$\frac{6}{7} - \frac{2}{3} = x$$

$$\frac{18}{21} - \frac{14}{21} = x$$

$$\text{Vậy: } x = \frac{4}{21}.$$

$$a) \text{ Đáp số: } x = \frac{5}{12};$$

$$d) \frac{4}{7} - x = \frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{7} - \frac{1}{3} = x$$

$$\frac{12}{21} - \frac{7}{21} = x$$

$$\text{Vậy: } x = \frac{5}{21}.$$

$$b) \text{ Đáp số: } x = \frac{39}{35} = 1\frac{4}{35}.$$

Dạng 5. TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC CÓ NHIỀU DẤU NGOẶC

Phương pháp giải.

- Có thể tính giá trị của từng biểu thức trong ngoặc rồi tính tổng hoặc hiệu của các kết quả.
- Có thể bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các số hạng thích hợp bằng cách áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp.

Ví dụ 5. (Bài 10 tr.10 SGK)

$$\text{Cho biểu thức: } A = \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right)$$

Hãy tính giá trị của A theo hai cách:

Cách 1: Trước hết tính giá trị của từng biểu thức trong ngoặc.

Cách 2: Bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các số hạng thích hợp.

Giải.

$$\begin{aligned} \text{Cách 1: } A &= \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right) \\ &= \frac{36}{6} - \frac{4}{6} + \frac{3}{6} - \frac{30}{6} + \frac{10}{6} - \frac{9}{6} - \frac{18}{6} + \frac{14}{6} - \frac{15}{6} \\ &= \frac{35}{6} - \frac{31}{6} - \frac{19}{6} = \frac{-15}{6} = \frac{-5}{2} = -2\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Cách 2: } A &= \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right) \\ &= 6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 5 - \frac{5}{3} + \frac{3}{2} - 3 + \frac{7}{3} - \frac{5}{2} \\ &= (6 - 5 - 3) - \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{7}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{5}{2}\right) \\ &= -2 - 0 - \frac{1}{2} = -\left(2 + \frac{1}{2}\right) = -2\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Ví dụ 6. Tính nhanh giá trị của biểu thức sau:

$$B = \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{9}\right) + \frac{1}{131} - \left(-\frac{2}{7}\right) + \frac{4}{35} - \frac{7}{18}.$$

Giải.

$$\begin{aligned} B &= \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{9}\right) + \frac{1}{131} - \left(-\frac{2}{7}\right) + \frac{4}{35} - \frac{7}{18} \\ &= \left[\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{9}\right) + \left(-\frac{7}{18}\right)\right] + \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{35} + \frac{2}{7}\right) + \frac{1}{131} \\ &= \frac{-9}{18} - \frac{2}{18} - \frac{7}{18} + \frac{21}{35} + \frac{4}{35} + \frac{10}{35} + \frac{1}{131} \\ &= -1 + 1 + \frac{1}{131} = \frac{1}{131}. \end{aligned}$$

Dạng 6. TÌM PHẦN NGUYÊN, PHẦN LẺ CỦA SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

Cần nắm vững các định nghĩa sau :

1. **Phần nguyên** của một số hữu tỉ x , kí hiệu $[x]$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá x .

$$\text{Ví dụ : } \left[\frac{5}{2} \right] = 2 ; \left[-\frac{3}{2} \right] = -2 ; [0,2] = 0.$$

Như vậy, $[x]$ là số nguyên sao cho : $[x] \leq x < [x] + 1$.

2. **Phần lẻ** của một số hữu tỉ x , kí hiệu $\{x\}$ là hiệu $x - [x]$:

$$\{x\} = x - [x].$$

Vì ta có : $[x] \leq x < [x] + 1$ nên suy ra $0 \leq x - [x] < 1$, tức là với mọi $x \in \mathbb{Q}$ ta luôn có $0 \leq \{x\} < 1$.

Rõ ràng $\{x\} = 0$ khi và chỉ khi $x = [x]$ tức là khi và chỉ khi $x \in \mathbb{Z}$.

Ví dụ 7. Tìm : $\left[\frac{1}{2} \right]$; $\left[3\frac{1}{3} \right]$; $[-5]$; $[-1,2]$.

Giải.

$$\left[\frac{1}{2} \right] = 0; \left[3\frac{1}{3} \right] = 3; [-5] = -5; [-1,2] = -1.$$

Ví dụ 8. Tìm $[x]$, biết :

$$\text{a) } 2 < x < \frac{5}{2}; \quad \text{b) } -\frac{10}{3} < x < -3; \quad \text{c) } -1 < x < 0.$$

Giải.

$$\text{a) Ta có } 2 < x < \frac{5}{2} < 3 \text{ nên } [x] = 2.$$

$$\text{b) } -\frac{10}{3} < x < -3 \text{ suy ra } -4 < x < -3. \text{ Do đó } [x] = -4.$$

$$\text{c) } -1 < x < 0 \text{ nên } [x] = -1.$$

Ví dụ 9. Cho n là số tự nhiên, chứng minh rằng : $\left[\frac{n}{2} \right] + \left[\frac{n+1}{2} \right] = n$.

Giải.

Xét hai trường hợp : n là số chẵn ; n là số lẻ.

a) $n = 2k$ ($k \in \mathbb{N}$) : Ta có

$$\left[\frac{n}{2} \right] + \left[\frac{n+1}{2} \right] = \left[\frac{2k}{2} \right] + \left[\frac{2k+1}{2} \right] = [k] + \left[k + \frac{1}{2} \right] = k + k = 2k = n$$

b) $n = 2k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$) : Ta có

$$\begin{aligned} \left[\frac{n}{2} \right] + \left[\frac{n+1}{2} \right] &= \left[\frac{2k+1}{2} \right] + \left[\frac{2k+2}{2} \right] = \left[k + \frac{1}{2} \right] + [k+1] \\ &= k + k + 1 = 2k + 1 = n. \end{aligned}$$

Ví dụ 10. Tìm $\{x\}$, biết :

$$\text{a) } x = -\frac{3}{2};$$

$$\text{b) } x = -3\frac{2}{7}.$$

Giải.

$$\text{a) } x = -\frac{3}{2} \Rightarrow [x] = -2. \text{ Do đó } \{x\} = x - [x] = -\frac{3}{2} + 2 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{b) } x = -3\frac{2}{7} \Rightarrow [x] = -4. \text{ Do đó } \{x\} = x - [x] = -3\frac{2}{7} + 4 = \frac{5}{7}.$$

C. LUYỆN TẬP

2.1 Dạng 1. Tính :

$$\text{a) } \frac{3}{5} + \frac{-1}{3};$$

$$\text{b) } \frac{-2}{13} + \frac{-11}{26};$$

$$\text{c) } -2 + \frac{-5}{8}.$$

2.2 Dạng 1. Tính :

$$\text{a) } \frac{13}{30} - \frac{1}{5};$$

$$\text{b) } \frac{2}{21} - \frac{-1}{28};$$

$$\text{c) } -3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}.$$

2.3 Dạng 2. Tìm ba cách viết số hữu tỉ $-\frac{8}{15}$ dưới dạng tổng của hai số hữu tỉ âm.

2.4 Dạng 2. Tìm ba cách viết số hữu tỉ $-\frac{8}{15}$ dưới dạng hiệu của hai số hữu tỉ dương.

2.5 Dạng 2. Tìm ba cách viết số hữu tỉ $-\frac{8}{15}$ dưới dạng tổng của một số hữu tỉ âm và một số hữu tỉ dương.

2.6 Dạng 2. Tìm ba cách viết số hữu tỉ $-\frac{8}{15}$ dưới dạng hiệu của một số hữu tỉ âm và một số hữu tỉ dương.

2.7 Dạng 3. Tính :

$$a) \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{10} \right); \quad b) \frac{1}{12} - \left(-\frac{1}{6} - \frac{1}{4} \right); \quad c) \frac{1}{2} - \frac{-1}{3} + \frac{1}{23} + \frac{1}{6}.$$

2.8 Dạng 3. Tính :

$$a) A = \frac{2}{5} + \left(-\frac{4}{3} \right) + \left(-\frac{1}{2} \right); \quad b) B = \frac{1}{3} - \left[\left(-\frac{5}{4} \right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8} \right) \right].$$

2.9 Dạng 4. Tìm x, biết :

$$a) x - \frac{1}{15} = \frac{1}{10}; \quad b) \frac{-2}{15} - x = \frac{-3}{10}.$$

2.10 Dạng 4. Tìm x, biết :

$$a) x + \frac{1}{3} = \frac{2}{5} - \left(-\frac{1}{3} \right); \quad b) \frac{3}{7} - x = \frac{1}{4} - \left(-\frac{3}{5} \right).$$

2.11 Dạng 5. Tính giá trị của biểu thức :

$$A = \left(3 - \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \right) - \left(5 + \frac{1}{3} - \frac{6}{5} \right) - \left(6 - \frac{7}{4} + \frac{3}{2} \right).$$

2.12 Dạng 5. Tính nhanh :

$$\frac{1}{3} - \frac{3}{4} - \left(-\frac{3}{5} \right) + \frac{1}{64} - \frac{2}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{15}.$$

2.13 Dạng 5. Tính nhanh :

$$\frac{1}{3} - \frac{3}{5} + \frac{5}{7} - \frac{7}{9} + \frac{9}{11} - \frac{11}{13} + \frac{13}{15} + \frac{11}{13} - \frac{9}{11} + \frac{7}{9} - \frac{5}{7} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3}.$$

2.14 Dạng 5. Tính nhanh :

$$P = \frac{1}{99} - \frac{1}{99.98} - \frac{1}{98.97} - \frac{1}{97.96} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1}.$$

2.15 Dạng 6. Tìm phần nguyên của số hữu tỉ x, biết :

$$a) x = \frac{-3}{7}; \quad b) x = \frac{-9}{5}.$$

2.16 Dạng 6. Tìm phần nguyên của số hữu tỉ x, biết :

$$a) x - \frac{1}{4} < -2 < x; \quad b) x < -3 < x + 0,5.$$

2.17 Dạng 6. Tìm phần lẻ của số hữu tỉ x, biết :

$$a) x = -\frac{5}{4};$$

$$b) x = -2\frac{4}{9}.$$

2.18 Dạng 6. Tìm phần nguyên của số hữu tỉ x, biết :

$$a) 4 < x < \frac{21}{5};$$

$$b) -\frac{9}{2} < x < -4;$$

$$c) 0 < x < 1;$$

$$d) -\frac{1}{9} < x < 0.$$

2.19 Dạng 6. Cho $n \in \mathbb{Z}$ và $x \in \mathbb{Q}$. Chứng minh rằng : $[n+x] = n + [x]$.

2.20 Dạng 6. Chứng minh rằng nếu $x \geq y$ thì $[x] \geq [y]$. Điều ngược lại có đúng không ? Tại sao ?

2.21 Dạng 6. Chứng minh rằng với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$ ta luôn có :

$$[x] + [y] \leq [x+y]$$

§ 3. NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Nhân, chia hai số hữu tỉ.

- Ta có thể nhân, chia hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc nhân, chia phân số.
- Phép nhân số hữu tỉ có các tính chất của phép nhân phân số : giao hoán, kết hợp, nhân với số 1, tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng. Mỗi số hữu tỉ khác 0 đều có một số nghịch đảo.

2. Tỉ số.

Thương của phép chia số hữu tỉ x cho số hữu tỉ y ($y \neq 0$) gọi là tỉ số của hai số x và y, kí hiệu là $\frac{x}{y}$ hay $x : y$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. NHÂN, CHIA HAI SỐ HỮU TỈ.

Phương pháp giải.

- Viết hai số hữu tỉ dưới dạng phân số ;

- Áp dụng quy tắc nhân, chia phân số ;
- Rút gọn kết quả (nếu có thể).

Ví dụ 1. ([?] tr.11 SGK)

Tính : a) $3,5 \cdot \left(-1\frac{2}{5}\right)$; b) $\frac{-5}{23} : (-2)$.

Giải.

a) $3,5 \cdot \left(-1\frac{2}{5}\right) = \frac{7}{2} \cdot \frac{-7}{5} = \frac{-49}{10} = -4,9$.

b) $\frac{-5}{23} : (-2) = \frac{-5}{23} : \frac{-2}{1} = \frac{-5}{23} \cdot \frac{1}{-2} = \frac{(-5) \cdot 1}{23 \cdot (-2)} = \frac{-5}{-46} = \frac{5}{46}$.

Ví dụ 2. (Bài 11 tr.12 SGK)

Tính : a) $\frac{-2}{7} \cdot \frac{21}{8}$; b) $0,24 \cdot \frac{-15}{4}$;

c) $(-2) \cdot \left(-\frac{7}{12}\right)$; d) $\left(-\frac{3}{25}\right) : 6$.

Đáp số.

a) $\frac{-3}{4}$; b) $\frac{-9}{10}$; c) $\frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$; d) $-\frac{1}{50}$.

Ví dụ 3. (Bài 14 tr.12 SGK)

Điền các số hữu tỉ thích hợp vào ô trống :

$\frac{-1}{32}$	x	4	=	
:		x		:
-8	:	$\frac{-1}{2}$	=	
=		=		=
	x		=	

Giải.

$\frac{-1}{32}$	x	4	=	$\frac{-1}{8}$
:		x		:
-8	:	$\frac{-1}{2}$	=	16
=		=		=
$\frac{-1}{256}$	x	-2	=	$\frac{-1}{128}$

Dạng 2. VIẾT MỘT SỐ HỮU TỈ DƯỚI DẠNG TÍCH HOẶC THƯƠNG CỦA HAI SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Viết số hữu tỉ dưới dạng phân số ;
- Viết tử và mẫu của phân số dưới dạng tích của hai số nguyên ;
- “Tách” ra hai phân số có tử và mẫu là các số nguyên tìm được ;
- Lập tích hoặc thương của các phân số đó.

Ví dụ 4. (Bài 12 tr.12 SGK)

Ta có thể viết số hữu tỉ $\frac{-5}{16}$ dưới các dạng sau đây :

a) $\frac{-5}{16}$ là tích của hai số hữu tỉ. Ví dụ : $\frac{-5}{16} = \frac{-5}{2} \cdot \frac{1}{8}$;

b) $\frac{-5}{16}$ là thương của hai số hữu tỉ. Ví dụ : $\frac{-5}{16} = \frac{-5}{2} : 8$.

Với mỗi câu, em hãy tìm thêm một ví dụ.

Giải.

a) $\frac{-5}{16} = \frac{(-1) \cdot 5}{4 \cdot 4} = \frac{-1}{4} \cdot \frac{5}{4}$; b) $\frac{-5}{16} = \frac{-1}{4} : \frac{4}{5}$.

Ví dụ 5. Tìm nhiều cách khác nhau để viết số hữu tỉ $\frac{-7}{30}$ dưới dạng tích của hai số hữu tỉ.

Giải.

Ta có : $\frac{-7}{30} = (-7) \cdot \frac{1}{30} = 7 \cdot \frac{-1}{30}$.

Nhận xét : $\frac{-7}{30} = \frac{1 \cdot (-7)}{2 \cdot 15} = \frac{(-1) \cdot 7}{2 \cdot 15}$. Do đó ta có thể viết :

$$\frac{-7}{30} = \frac{1}{2} \cdot \frac{-7}{15} = \frac{-1}{2} \cdot \frac{7}{15} = \frac{1}{15} \cdot \frac{-7}{2} = \frac{-1}{15} \cdot \frac{7}{2}.$$

Ta lại có : $\frac{-7}{30} = \frac{1 \cdot (-7)}{6 \cdot 5} = \frac{(-1) \cdot 7}{6 \cdot 5}$. Do đó ta có thể viết :

$$\frac{-7}{30} = \frac{1}{6} \cdot \frac{-7}{5} = \frac{-1}{6} \cdot \frac{7}{5} = \frac{1}{5} \cdot \frac{-7}{6} = \frac{-1}{5} \cdot \frac{7}{6}.$$

Ta cũng có : $\frac{-7}{30} = \frac{1 \cdot (-7)}{3 \cdot 10} = \frac{(-1) \cdot 7}{3 \cdot 10}$. Do đó ta có :

$$\frac{-7}{30} = \frac{1}{3} \cdot \frac{-7}{10} = \frac{-1}{3} \cdot \frac{7}{10} = \frac{1}{10} \cdot \frac{-7}{3} = \frac{-1}{10} \cdot \frac{7}{3}.$$

Dạng 3. THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH VỚI NHIỀU SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Nắm vững quy tắc thực hiện các phép tính, chú ý đến dấu của kết quả ;
- Đảm bảo thứ tự thực hiện các phép tính ;
- Chú ý vận dụng tính chất các phép tính trong trường hợp có thể.

Ví dụ 6. (Bài 13 tr.12 SGK)

Tính :

a) $\frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} \cdot \left(-\frac{25}{6}\right)$; b) $(-2) \cdot \frac{-38}{21} \cdot \frac{-7}{4} \cdot \left(-\frac{3}{8}\right)$;

c) $\left(\frac{11}{12} : \frac{33}{16}\right) \cdot \frac{3}{5}$; d) $\frac{7}{23} \cdot \left[\left(-\frac{8}{6}\right) - \frac{45}{18}\right]$.

Giải.

c) $\left(\frac{11}{12} : \frac{33}{16}\right) \cdot \frac{3}{5} = \frac{11}{12} \cdot \frac{16}{33} \cdot \frac{3}{5} = \frac{11 \cdot 16 \cdot 3}{12 \cdot 33 \cdot 5} = \frac{1 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{4}{15}$;

d) $\frac{7}{23} \cdot \left[\left(-\frac{8}{6}\right) - \frac{45}{18}\right] = \frac{7}{23} \cdot \left[-\frac{8}{6} - \frac{15}{6}\right] = \frac{7}{23} \cdot \frac{-23}{6} = \frac{-7}{6} = -1\frac{1}{6}$.

a) Đáp số : $\frac{-15}{2} = -7\frac{1}{2}$;

b) Đáp số : $\frac{19}{8} = 2\frac{3}{8}$.

Ví dụ 7. (Bài 16 tr.13 SGK)

Tính :

a) $\left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7}\right) : \frac{4}{5} + \left(\frac{-1}{3} + \frac{4}{7}\right) : \frac{4}{5}$;

b) $\frac{5}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22}\right) + \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3}\right)$.

Giải.

a) $\left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7}\right) : \frac{4}{5} + \left(\frac{-1}{3} + \frac{4}{7}\right) : \frac{4}{5} = \left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7} + \frac{-1}{3} + \frac{4}{7}\right) : \frac{4}{5}$
 $= \left(\frac{-3}{3} + \frac{7}{7}\right) : \frac{4}{5} = 0 : \frac{4}{5} = 0$;

(Áp dụng tính chất a : c + b : c = (a + b) : c)

b) $\frac{5}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22}\right) + \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3}\right) = \frac{5}{9} : \frac{2-5}{22} + \frac{5}{9} : \frac{1-10}{15}$
 $= \frac{5}{9} \cdot \frac{22}{-3} + \frac{5}{9} \cdot \frac{-15}{9} = \frac{5}{9} \cdot \left(\frac{-22}{3} + \frac{-5}{3}\right)$
 $= \frac{5}{9} \cdot \frac{-27}{3} = \frac{5 \cdot (-27)}{9 \cdot 3} = -5$.

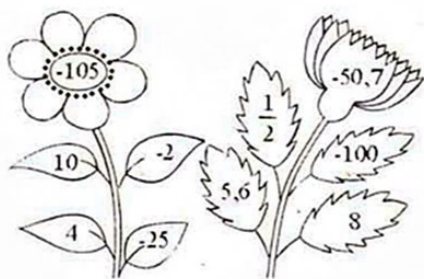
Dạng 4. LẬP BIỂU THỨC TỪ CÁC SỐ CHO TRƯỚC

Phương pháp giải.

Khi giải loại toán này, cần quan sát để phát hiện ra đặc điểm và quan hệ của các số đã cho, từ đó lập được biểu thức thích hợp. Sau khi có biểu thức, cần kiểm tra lại theo yêu cầu của đề bài.

Ví dụ 8. (Bài 15 tr.13 SGK)

Đố : Em hãy tìm cách "nối" các số ở những chiếc lá bằng dấu các phép tính cộng, trừ, nhân, chia và dấu ngoặc để được một biểu thức có giá trị đúng bằng số ở bông hoa ở hình vẽ bên.



Giải.

Với bông hoa ở bên trái, ta có thể lập được hai biểu thức :

$$4.(-25) + 10 : (-2) = -100 + (-5) = -105.$$

$$4.10.(-2) + (-25) = -80 + (-25) = -105.$$

Với bông hoa ở bên phải, ta có thể lập được biểu thức :

$$\frac{1}{2} \cdot (-100) - 5,6 : 8 = -50 - 0,7 = -50,7.$$

C. LUYỆN TẬP

3.1 Dạng 1. Tính :

a) $\frac{-9}{34} \cdot \frac{17}{4}$; b) $\frac{-20}{41} \cdot \frac{-4}{5}$; c) $-15 \cdot \frac{2}{3}$.

3.2 Dạng 1. Tính :

a) $\frac{-8}{15} \cdot 1 \frac{1}{4}$; b) $1 \frac{2}{5} \cdot \frac{-3}{4}$; c) $1 \frac{1}{17} \cdot 1 \frac{1}{24}$.

3.3 Dạng 1. Tính :

a) $\frac{-5}{2} : \frac{3}{4}$; b) $4 \frac{1}{5} : \left(-2 \frac{4}{5}\right)$; c) $1 \frac{4}{5} : \left(-\frac{3}{4}\right)$.

3.4 Dạng 1. Tính :

a) $\frac{17}{15} : \frac{4}{3}$; b) $\frac{-12}{21} : \frac{34}{43}$;
c) $\frac{9}{7} : (-3)$; d) $11 : \frac{14}{37}$.

3.5 Dạng 1. Tính :

a) $\frac{25,79}{6} - \frac{1,79}{6}$; b) $6 \frac{9}{11} : (-3)$.

3.6 Dạng 2. Viết số hữu tỉ $\frac{-5}{42}$ thành tích của hai số hữu tỉ theo sáu cách khác nhau.

3.7 Dạng 2. Viết số hữu tỉ $\frac{13}{66}$ thành thương của hai số hữu tỉ theo sáu cách khác nhau.

3.8 Dạng 3. Tính :

a) $\frac{2}{3} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)$; b) $\left(-\frac{1}{3} + \frac{5}{6}\right) \cdot 11 - 7$.

3.9 Dạng 3. Tính giá trị của biểu thức $A = 12(x - y)$ theo cách tốt nhất trong các trường hợp sau :

a) $x = 6,99$, $y = -1,01$; b) $x = 3 \frac{1}{4}$, $y = 2 \frac{2}{3}$.

3.10 Dạng 3. Tính giá trị của biểu thức : $M = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{11}}{\frac{4}{13} - \frac{5}{13} + \frac{7}{13} + \frac{11}{13}}$.

3.11 Dạng 3. Tính giá trị của các biểu thức sau (chú ý áp dụng tính chất các phép tính) :

$A = \left(\frac{-5}{11}\right) \cdot \frac{7}{15} \cdot \left(\frac{11}{-5}\right) \cdot (-30)$; $B = \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{15}{19}\right) \cdot \frac{38}{45}$;
 $C = \left(-\frac{5}{9}\right) \cdot \frac{3}{11} + \left(-\frac{13}{18}\right) \cdot \frac{3}{11}$; $D = \left(2 \frac{2}{15} \cdot \frac{9}{17} \cdot \frac{3}{32}\right) : \left(-\frac{3}{17}\right)$.

3.12 Cho $P = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{5}{9} \cdot x \cdot \left(-\frac{7}{13}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)$ ($x \in \mathbb{Q}$). Hãy xác định dấu của x khi $P > 0$, $P = 0$, $P < 0$.

3.13 Dạng 4. Dùng dấu các phép tính và các số hữu tỉ $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{-5}{7}$, $\frac{6}{7}$ để lập một biểu thức có giá trị là $-2 \frac{19}{28}$.

3.14 Viết các thương sau thành tích :

a) $\frac{1}{5} : \left(-\frac{2}{3}\right)$; b) $(-3) : \frac{1}{4}$; c) $-12 : 13$.

3.15 Viết các tích sau thành thương :

a) $\frac{-4}{5} \cdot \frac{3}{7}$; b) $-5 \cdot \frac{4}{9}$; c) $\frac{3}{7} \cdot (-2)$; d) $-11 \cdot 13$.

3.16 Tìm x, biết :

a) $-\frac{2}{3}x = \frac{4}{15}$; b) $\frac{21}{13}x = -\frac{7}{26}$; c) $-\frac{7}{19}x = -\frac{13}{24}$.

3.17 Tìm x, biết :

a) $\frac{2}{3}x + \frac{5}{7} = \frac{3}{10}$; b) $\frac{3}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{3}{7}$; c) $-\frac{21}{13}x + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$.

3.18 Tìm x, biết : $x \cdot x = x$.

3.19 Cho số hữu tỉ $x \neq 0$. Khi nào thì $\frac{1}{x}$ là một số nguyên ?

3.20 Cho $x = \frac{a}{b}$, $y = \frac{c}{d}$ ($y \neq 0$) là hai số hữu tỉ. Khi nào thì thương $\frac{x}{y}$ là một số nguyên ?

§ 4. GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ. CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ THẬP PHÂN.

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Giá trị tuyệt đối của một số hữu tỉ.

Giá trị tuyệt đối của số hữu tỉ x, kí hiệu $|x|$ là khoảng cách từ điểm x đến điểm 0 trên trục số.

$$|x| = \begin{cases} x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

2. Cộng, trừ, nhân, chia số thập phân.

- Để cộng, trừ, nhân, chia số thập phân, ta có thể viết chúng dưới dạng phân số thập phân rồi làm theo quy tắc các phép tính đã biết về phân số.

Trong thực hành ta thường cộng, trừ, nhân hai số thập phân theo các quy tắc về giá trị tuyệt đối và về dấu tương tự như đối với số nguyên.

- Khi chia số thập phân x cho số thập phân y ($y \neq 0$), ta áp dụng quy tắc : Thương của hai số thập phân x, y là thương của $|x|$ và $|y|$ với dấu "+" đằng trước nếu x và y cùng dấu và dấu "-" đằng trước nếu x và y khác dấu.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. CÁC BÀI TẬP VỀ GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ.

Phương pháp giải.

- Cần nắm vững định nghĩa giá trị tuyệt đối của một số hữu tỉ.

$$|x| = x \text{ nếu } x \geq 0;$$

$$|x| = -x \text{ nếu } x < 0.$$

- Các tính chất rất hay sử dụng của giá trị tuyệt đối :

$$\text{Với mọi } x \in \mathbb{Q} : |x| \geq 0 ; |x| = |-x| ; |x| \geq x.$$

Ví dụ 1. (?2 tr.14 SGK)

Tìm $|x|$, biết :

a) $x = \frac{-1}{7}$; b) $x = \frac{1}{7}$; c) $x = -3\frac{1}{5}$; d) $x = 0$.

Giải.

a) $|\frac{-1}{7}| = \frac{1}{7}$; b) $|\frac{1}{7}| = \frac{1}{7}$; c) $|-3\frac{1}{5}| = 3\frac{1}{5}$; d) $|0| = 0$.

Ví dụ 2. (Bài 17 tr.15 SGK)

1) Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng ?

A. $|-2,5| = 2,5$; B. $|-2,5| = -2,5$; C. $|-2,5| = -(-2,5)$.

2) Tìm x, biết :

a) $|x| = \frac{1}{5}$; b) $|x| = 0,37$;
c) $|x| = 0$; d) $|x| = 1\frac{2}{3}$.

Trả lời.

1) Các khẳng định đúng là : a) và c).

2) a) $x = \pm \frac{1}{5}$; b) $x = \pm 0,37$;

c) $x = 0$; d) $x = \pm 1\frac{2}{3}$.

Ví dụ 3. (Bài 25 tr.16 SGK)

Tìm x, biết :

$$a) |x - 1,7| = 2,3; \quad b) \left| x + \frac{3}{4} \right| - \frac{1}{3} = 0.$$

Giải.

a) Bài này có thể giải theo hai cách:

Cách 1. (Căn cứ vào định nghĩa của giá trị tuyệt đối)

• Nếu $x - 1,7 \geq 0$ tức là $x \geq 1,7$ thì $|x - 1,7| = x - 1,7$.

Trong trường hợp này ta có: $x - 1,7 = 2,3$

$$x = 2,3 + 1,7$$

$$x = 4 \text{ (thỏa mãn điều kiện } x \geq 1,7 \text{)}$$

• Nếu $x - 1,7 < 0$ tức là $x < 1,7$ thì

$$|x - 1,7| = -(x - 1,7) = 1,7 - x.$$

Trong trường hợp này ta có:

$$1,7 - x = 2,3$$

$$1,7 - 2,3 = x$$

$$x = -0,6 \text{ (thỏa mãn điều kiện } x < 1,7 \text{)}.$$

Vậy: $x = 4, x = -0,6$.

Cách 2. (Căn cứ vào tính chất $|x| = |-x|$).

$|x - 1,7| = 2,3$ suy ra: $x - 1,7 = 2,3$ (1) hoặc: $-(x - 1,7) = 2,3$ tức là

$$x - 1,7 = -2,3 \text{ (2)}$$

Từ (1) ta có: $x = 2,3 + 1,7 = 4$

Từ (2) ta có: $x = -2,3 + 1,7 = -0,6$.

Vậy: $x = 4, x = -0,6$.

b) *Hướng dẫn.* Viết $\left| x + \frac{3}{4} \right| - \frac{1}{3} = 0$ thành $\left| x + \frac{3}{4} \right| = \frac{1}{3}$ rồi giải bằng

một trong hai cách như câu a). Đáp số: $x = \frac{-5}{12}, x = \frac{-13}{12}$.

Ví dụ 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

$$A = \left| x - \frac{1}{2} \right|;$$

$$B = \left| x + \frac{3}{4} \right| + 2.$$

Giải.

• Với mọi $x \in \mathbb{Q}$ ta luôn có $|x| \geq 0$. Vì vậy: $A = \left| x - \frac{1}{2} \right| \geq 0$. Biểu

thức A có giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi $x - \frac{1}{2} = 0$ tức là $x = \frac{1}{2}$.

• Ta có $\left| x + \frac{3}{4} \right| \geq 0$ nên $\left| x + \frac{3}{4} \right| + 2 \geq 2$. Vậy $B = \left| x + \frac{3}{4} \right| + 2$ có giá trị

nhỏ nhất bằng 2 khi $x + \frac{3}{4} = 0$ tức là $x = -\frac{3}{4}$.

Ví dụ 5. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau:

$$C = -\left| x + \frac{2}{5} \right|;$$

$$D = \frac{5}{17} - |3x - 2|.$$

Giải.

• Với mọi $x \in \mathbb{Q}$, ta có $|x| \geq 0$ nên $-|x| \leq 0$. Do đó: $C = -\left| x + \frac{2}{5} \right| \leq 0$.

Biểu thức C có giá trị lớn nhất là 0 khi $x + \frac{2}{5} = 0$ tức là $x = -\frac{2}{5}$.

• Vì $-|3x - 2| \leq 0$ nên $\frac{5}{17} - |3x - 2| \leq \frac{5}{17}$. Vậy biểu thức D có giá trị

lớn nhất là $\frac{5}{17}$ khi $3x - 2 = 0$ tức là $x = \frac{2}{3}$.

Ví dụ 6. Chứng minh rằng với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$ ta luôn có: $|x + y| \leq |x| + |y|$.

Dấu "=" xảy ra khi nào?

Giải.

Với mọi $x \in \mathbb{Q}$ ta luôn có $x \leq |x|$ (dấu bằng xảy ra khi $x \geq 0$).

a) Nếu $x + y \geq 0$ thì $|x + y| = x + y$.

Vì $x \leq |x|, y \leq |y|$ với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$ nên: $|x + y| = x + y \leq |x| + |y|$

b) Nếu $x + y < 0$ thì $|x + y| = -(x + y) = -x - y$.

Mà $-x \leq |x|, -y \leq |y|$ nên: $|x + y| = -x - y \leq |x| + |y|$.

Vậy với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$ ta đều có: $|x + y| \leq |x| + |y|$. Dấu "=" xảy ra khi x, y cùng dấu hoặc khi ít nhất một số bằng 0.

Dạng 2. BIỂU DIỄN SỐ HỮU TỈ BẰNG CÁC PHÂN SỐ KHÁC NHAU.

Phương pháp giải.

Sử dụng tính chất cơ bản của phân số:

- $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$ với $m \in \mathbb{Z}$ và $m \neq 0$;
- $\frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n}$ với $n \in \text{ƯC}(a,b)$.

Ví dụ 7. (Bài 21 tr.15 SGK)

a) Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn cùng một

số hữu tỉ : $\frac{-14}{35}$; $\frac{-27}{63}$; $\frac{-26}{65}$; $\frac{-36}{84}$; $\frac{34}{-85}$.

b) Viết ba phân số cùng biểu diễn số hữu tỉ $\frac{-3}{7}$.

Hướng dẫn.

a) Rút gọn các phân số đã cho.

Trả lời : Các phân số $\frac{-27}{63}$ và $\frac{-36}{84}$ biểu diễn cùng một số hữu tỉ ;

các phân số $\frac{-14}{35}$, $\frac{-26}{65}$, $\frac{34}{-85}$ biểu diễn cùng một số hữu tỉ.

b) Chú ý rằng $\frac{-3}{7}$ là phân số tối giản nên chỉ cần nhân cả tử và mẫu của nó với cùng một số nguyên khác 0.

Dạng 3. CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA CÁC SỐ THẬP PHÂN.

Phương pháp giải.

- Áp dụng các quy tắc cộng, trừ, nhân, chia các số thập phân.
- Chú ý vận dụng các tính chất : giao hoán, kết hợp, phân phối, ... trong các trường hợp có thể để việc tính toán được nhanh chóng và chính xác.

Ví dụ 8. (Bài 18 tr.15 SGK)

Tính :

- a) $-5,17 - 0,469$; b) $-2,05 + 1,73$;
c) $(-5,17) \cdot (-3,1)$; d) $(-9,18) : 4,25$.

Đáp số.

- a) $-5,639$; b) $-0,32$; c) $16,027$; d) $-2,16$.

Ví dụ 9. (Bài 19 tr.15 SGK)

Với bài tập : Tính tổng $S = (-2,3) + (+41,5) + (-0,7) + (-1,5)$, hai bạn Hùng và Liên đã làm như sau :

Bài làm của Hùng

$$\begin{aligned} S &= (-2,3) + (+41,5) \\ &\quad + (-0,7) + (-1,5) \\ &= [(-2,3) + (-0,7)] \\ &\quad + (-1,5) + 41,5 \\ &= (-4,5) + 41,5 \\ &= 37 \end{aligned}$$

Bài làm của Liên

$$\begin{aligned} S &= (-2,3) + (+41,5) \\ &\quad + (-0,7) + (-1,5) \\ &= [(-2,3) + (-0,7)] \\ &\quad + [(+41,5) + (-1,5)] \\ &= (-3) + 40 \\ &= 37 \end{aligned}$$

a) Hãy giải thích cách làm của mỗi bạn .

b) Theo em nên làm cách nào ?

Giải.

a) Bạn Hùng cộng các số âm với nhau được $-4,5$ rồi cộng tiếp với $41,5$ để được kết quả là 37 .

Bạn Liên đã nhóm từng cặp số hạng có tổng là số nguyên được -3 và 40 rồi cộng hai số này được 37 .

b) Hai cách làm của hai bạn đều áp dụng các tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng để tính được hợp lý nhưng cách của bạn Liên có thể tính nhanh hơn. Do đó nên làm theo cách của bạn Liên.

Ví dụ 10. (Bài 20 tr.15 SGK)

Tính nhanh :

- a) $6,3 + (-3,7) + 2,4 + (-0,3)$;
b) $(-4,9) + 5,5 + 4,9 + (-5,5)$;
c) $2,9 + 3,7 + (-4,2) + (-2,9) + 4,2$;
d) $(-6,5) \cdot 2,8 + 2,8 \cdot (-3,5)$.

Hướng dẫn.

- a) $(6,3 + 2,4) + [(-3,7) + (-0,3)]$;
b) $[(-4,9) + 4,9] + [5,5 + (-5,5)]$;
c) $[2,9 + (-2,9)] + [(-4,2) + 4,2] + 3,7$;
d) $2,8 \cdot [(-6,5) + (-3,5)]$.

Ví dụ 11. (Bài 24 tr.16 SGK)

Áp dụng tính chất các phép tính để tính nhanh :

- a) $(-2,5 \cdot 0,38 \cdot 0,4) - [0,125 \cdot 3,15 \cdot (-8)]$;
b) $[(-20,83) \cdot 0,2 + (-9,17) \cdot 0,2] : [2,47 \cdot 0,5 - (-3,53) \cdot 0,5]$.

Hướng dẫn.

- a) $[(-2,5,0,4),0,38] - [(-8,0,125),3,15]$. Đáp số : 2,77.
 b) $[(-20,83-9,17),0,2] : [(2,47+3,53),0,5]$. Đáp số : - 2 .

Dạng 4. SO SÁNH CÁC SỐ HỮU TỈ.

Phương pháp giải.

Khi so sánh hai số hữu tỉ cần chú ý :

- Số hữu tỉ dương lớn hơn số 0 .
- Số hữu tỉ âm nhỏ hơn số 0 .
- Trong hai số hữu tỉ âm, số nào có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn thì số đó lớn hơn
- Có thể sử dụng tính chất “bắc cầu” để so sánh.

Ví dụ 12. (Bài 22 tr.16 SGK)

Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự lớn dần :

$$0,3; \quad \frac{-5}{6}; \quad -1\frac{2}{3}; \quad \frac{4}{13}; \quad 0; \quad -0,875$$

Trả lời,

$$-1\frac{2}{3} < -0,875 < -\frac{5}{6} < 0 < 0,3 < \frac{4}{13}.$$

Ví dụ 13. (Bài 23 tr.16 SGK)

Dựa vào tính chất “Nếu $x < y$ và $y < z$ thì $x < z$ ”, hãy so sánh :

a) $\frac{4}{5}$ và 1,1 ; b) - 500 và 0,001 ; c) $\frac{13}{38}$ và $\frac{-12}{-37}$.

Giải.

a) Ta có $\frac{4}{5} < 1$ và $1 < 1,1$ nên $\frac{4}{5} < 1,1$.

b) $-500 < 0$ và $0 < 0,001$ nên $-500 < 0,001$.

c) $\frac{-12}{-37} = \frac{12}{37} < \frac{12}{36}$ suy ra $\frac{-12}{-37} < \frac{1}{3}$ (1)

$\frac{1}{3} = \frac{13}{39} < \frac{13}{38}$ suy ra $\frac{1}{3} < \frac{13}{38}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có : $\frac{-12}{-37} < \frac{13}{38}$.

Dạng 5. SỬ DỤNG MÁY TÍNH BỎ TÚI ĐỂ LÀM CÁC PHÉP TÍNH CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ THẬP PHÂN.

Phương pháp giải.

Nắm vững cách sử dụng các nút :

$$+, -, \times, \div, +/-, M+, M-, MR$$

Ví dụ 14. (Bài 26 tr.16 SGK)

Dùng máy tính bỏ túi để tính :

- a) $(-3,1597) + (-2,39)$; b) $(-0,793) - (-2,1068)$;
 c) $(-0,5).(-3,2) + (-10,1).0,2$; d) $1,2.(-2,6) + (-1,4):0,7$.

Đáp số.

- a) - 5,5497; b) 1,3138 ; c) - 0,42 ; d) - 5,12.

C. LUYỆN TẬP

4.1 Dạng 1. Tìm $|x|$, biết :

a) $x = -\frac{4}{7}$; b) $x = \frac{-3}{-11}$; c) $x = -0,749$; d) $x = -5\frac{1}{7}$.

4.2 Dạng 1. Tìm x , biết :

a) $|x| = 0$; b) $|x| = 1,375$; c) $|x| = \frac{1}{5}$; d) $|x| = 3\frac{1}{4}$.

4.3 Dạng 1. Tìm x , biết :

a) $|x - 1,5| = 2$; b) $\left|x + \frac{3}{4}\right| - \frac{1}{2} = 0$.

4.4 Dạng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $A = 5 + \left|\frac{1}{3} - x\right|$.

4.5 Dạng 1. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $B = 2 - \left|x + \frac{2}{3}\right|$.

4.6 Dạng 1. Tìm x , biết : $|4x| - |-13,5| = |-7,5|$.

4.7 Dạng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $C = 2 \cdot \left|x - \frac{2}{3}\right| - 1$.

4.8 Dạng 1. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $D = 3 - \frac{5}{2} \cdot \left|\frac{2}{5} - x\right|$.

4.9 Dạng 1. Tìm x , biết :

- a) $|x| + x = \frac{1}{3}$; b) $|x| - x = \frac{3}{4}$.
- 4.10 Dạng 1. Tìm x, biết :
a) $|x - 2| = x$; b) $|x + 2| = x$.
- 4.11 Dạng 1. Tìm x, y biết : $|x - 3,5| + |y - 1,3| = 0$.
- 4.12 Dạng 1. Tìm x, biết : $|x - 3,4| + |2,6 - x| = 0$.
- 4.13 Dạng 1. Tính giá trị của các biểu thức sau với : $|a| = 1,5$; $b = -0,5$.
 $M = a + b$; $N = 2a - 3b$; $P = a : 3 - 3 : b$.
- 4.14 Dạng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau :
 $A = |x - 500| + |x - 300|$.
- 4.15 Dạng 2. Trong các phân số sau, các phân số nào biểu diễn cùng một số hữu tỉ : $\frac{-8}{14}, \frac{6}{27}, \frac{12}{-21}, \frac{-36}{63}, \frac{-12}{-54}, \frac{-16}{27}$.
- 4.16 Dạng 2. Viết ba phân số cùng biểu diễn số hữu tỉ $-0,75$.
- 4.17 Dạng 3. Tính nhanh các tổng sau đây :
a) $(+5,3) + (-0,7) + (-5,3)$;
b) $(+5,3) + (-10) + (+3,1) + (+4,7)$;
c) $(-4,1) + (-13,7) + (+31) + (-5,9) + (-6,3)$.
- 4.18 Dạng 3. Tính :
a) $(+9) + (-3,6) - (+4,1) - (-1,3)$;
b) $(+5,2) - (+6,7) - (-2,3) + (-4,1)$;
c) $(+2,7) - (-4,3) + (-8,5) - (-0,6)$.
- 4.19 Dạng 3. Tìm x, biết :
a) $x + (+2,4) = (+3,1)$; b) $x + (-3,5) = (+1,7)$;
c) $(-4,7) + x = (-1,8)$; d) $(-4,6) + x = (-3,5)$.
- 4.20 Dạng 3. Bảng vuông với các số sau đây có đặc điểm gì ?

-2,3	+5,7	-1,3
+1,7	+0,7	-0,3
+2,7	-4,3	+3,7

- 4.21 Dạng 3. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

x	2	1,5			6
y	-3		-6,3	6,3	9
z		-2	13	0	
x + y + z	4,5	-3,7	-12,5	2	-2

- 4.22 Dạng 3. Tính :
a) $(-2,5).(-4)$; b) $(-2,5).(-7).(-4)$;
c) $(-0,5).0,5.(-2).2$; d) $25.(-5).(-0,4).(-0,2)$;
e) $(-0,5).5.(-50).0,02.(-0,2).2$.
- 4.23 Dạng 3. Tính các tích sau biết rằng $a.b = 2,3$:
a) $a.(-b)$; b) $(-a).(-b)$;
c) $a.(-2b)$; d) $(-3a).(2b)$.
- 4.24 Dạng 3. Có thể kiểm tra rằng : $227,2 - 193,7 = 33,5$. Sử dụng kết quả này để tính :
a) $66,5 + (227,2 - 193,7)$; b) $66,5 - (193,7 - 227,2)$;
c) $66,5 + (193,7 - 227,2)$; d) $(227,2 - 193,7) - 66,5$;
e) $66,5 - (227,2 - 193,7)$; f) $(193,7 - 227,2) - 66,5$.
- 4.25 Dạng 4. Cho $a = 2,5$; $b = -6,7$; $c = 3,1$; $d = -0,3$, hãy tính và so sánh các hiệu sau :
a) $a - b$ và $b - a$; b) $b - d$ và $d - b$;
c) $b - d$ và $-b - (-d)$; d) $b - c$ và $c - b$;
e) $a - b$ và $-b - (-a)$; f) $c - a$ và $-c - (-a)$.

§ 5, § 6. LŨY THỪA CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Lũy thừa với số mũ tự nhiên

Lũy thừa bậc n của một số hữu tỉ x, kí hiệu x^n , là tích của n thừa số x (n là một số tự nhiên lớn hơn 1) : $x^n = \underbrace{x.x...x}_n$ ($x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1$)

Quy ước : $x^1 = x$; $x^0 = 1$ ($x \neq 0$)

Khi viết số hữu tỉ x dưới dạng $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$), ta có: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

2. Tích và thương của hai lũy thừa cùng cơ số

- $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ (Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng hai số mũ)
- $x^m : x^n = x^{m-n}$ ($x \neq 0, m \geq n$) (Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số khác 0, ta giữ nguyên cơ số và lấy số mũ của lũy thừa bị chia trừ đi số mũ của lũy thừa chia).

3. Lũy thừa của lũy thừa

- $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$ (Khi tính lũy thừa của một lũy thừa, ta giữ nguyên cơ số và nhân hai số mũ).

4. Lũy thừa của một tích

- $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$ (Lũy thừa của một tích bằng tích các lũy thừa).

5. Lũy thừa của một thương

- $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$ ($y \neq 0$) (Lũy thừa của một thương bằng thương các lũy thừa).

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. SỬ DỤNG ĐỊNH NGHĨA CỦA LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN

Phương pháp giải.

Cần nắm vững định nghĩa: $x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_n$ ($x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1$).

Quy ước: $x^1 = x$; $x^0 = 1$ ($x \neq 0$).

Ví dụ 1. (Bài 27 tr.19 SGK)

Tính: $\left(\frac{-1}{3}\right)^4$; $\left(-2\frac{1}{4}\right)^3$; $(-0,2)^2$; $(-5,3)^0$.

Đáp số.

$$\left(\frac{-1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81};$$

$$(-0,2)^2 = 0,04;$$

$$\left(-2\frac{1}{4}\right)^3 = \left(-\frac{9}{4}\right)^3 = -\frac{729}{64} = -11\frac{25}{64};$$

$$(-5,3)^0 = 1.$$

Ví dụ 2. (Bài 28 tr.19 SGK)

Tính: $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$.

Hãy rút ra nhận xét về dấu của lũy thừa với số mũ chẵn và lũy thừa với số mũ lẻ của một số hữu tỉ âm.

Trả lời.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}; \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}; \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}; \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\frac{1}{32}.$$

Lũy thừa với số mũ chẵn của một số âm là một số dương, lũy thừa với số mũ lẻ của một số âm là một số âm.

Ví dụ 3. (Bài 29 tr.19 SGK)

Viết số $\frac{16}{81}$ dưới dạng một lũy thừa, ví dụ $\frac{16}{81} = \left(\frac{4}{9}\right)^2$. Hãy tìm các cách viết khác.

Trả lời.

$$\text{Các cách viết khác: } \frac{16}{81} = \left(\frac{16}{81}\right)^1 = \left(-\frac{4}{9}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right)^4.$$

Ví dụ 4. (Bài 32 tr.19 SGK)

Đố: Hãy chọn hai chữ số sao cho có thể viết hai chữ số đó thành một lũy thừa để được kết quả là số nguyên dương nhỏ nhất. (Chọn được càng nhiều càng tốt).

Trả lời.

Số nguyên dương nhỏ nhất là 1. Ta có:

$$1^1 = 1^2 = 1^3 = 1^4 = \dots = 1^9 = 1$$

$$1^0 = 2^0 = 3^0 = 4^0 = \dots = 9^0 = 1.$$

Ví dụ 5. (Bài 33 tr.20 SGK)

Dùng máy tính bỏ túi để tính:

$$(3,5)^2; (-0,12)^3; (1,5)^4; (-0,1)^5; (1,2)^6.$$

Đáp số.

$$(3,5)^2 = 12,25; \quad (-0,12)^3 = -0,001728; \quad (1,5)^4 = 5,0625;$$

$$(-0,1)^5 = -0,00001; \quad (1,2)^6 = 2,985984.$$

Dạng 2. TÍNH TÍCH VÀ THƯƠNG CỦA HAI LŨY THỪA CÙNG CƠ SỐ.**Phương pháp giải.**

Áp dụng các công thức tính tích và thương của hai lũy thừa cùng cơ số.

$$\bullet x^m \cdot x^n = x^{m+n};$$

$$\bullet x^m : x^n = x^{m-n} \quad (x \neq 0, m \geq n).$$

Ví dụ 6. (Bài 30 tr.19 SGK)

Tìm x, biết:

$$a) x : \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{2}; \quad b) \left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot x = \left(\frac{3}{4}\right)^7.$$

Hướng dẫn.

$$a) x = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3; \quad b) x = \left(\frac{3}{4}\right)^7 : \left(\frac{3}{4}\right)^5.$$

Đáp số:

$$a) x = \frac{1}{16}; \quad b) x = \frac{9}{16}.$$

Dạng 3. TÍNH LŨY THỪA CỦA MỘT LŨY THỪA**Phương pháp giải.**

Áp dụng công thức tính lũy thừa của một lũy thừa: $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$.

Chú ý:

- Trong nhiều trường hợp ta phải sử dụng công thức này theo chiều từ phải sang trái: $x^{m \cdot n} = (x^m)^n = (x^n)^m$.
- Cần tránh sai lầm do lẫn lộn hai công thức: $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ và $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$.

Ví dụ 7. (Bài 31 tr.19 SGK)

Viết các số $(0,25)^8$ và $(0,125)^4$ dưới dạng các lũy thừa của cơ số 0,5.

Giải.

$$\text{Ta có: } (0,25)^8 = [(0,5)^2]^8 = (0,5)^{16};$$

$$(0,125)^4 = [(0,5)^3]^4 = (0,5)^{12}.$$

Ví dụ 8. (Bài 38 tr.22 SGK)

- a) Viết các số 2^{27} và 3^{18} dưới dạng các lũy thừa có số mũ là 9.
b) Trong hai số 2^{27} và 3^{18} , số nào lớn hơn?

Giải.

a) Nhận xét: $27 = 3 \cdot 9$; $18 = 2 \cdot 9$. Ta có:

$$2^{27} = 2^{3 \cdot 9} = (2^3)^9 = 8^9.$$

$$3^{18} = 3^{2 \cdot 9} = (3^2)^9 = 9^9.$$

b) Vì $9^9 > 8^9$ nên $3^{18} > 2^{27}$.

Ví dụ 9. (Bài 34 tr.22 SGK)

Trong vở bài tập của bạn Dũng có bài làm sau:

$$a) (-5)^2 \cdot (-5)^3 = (-5)^6; \quad b) (0,75)^3 : 0,75 = (0,75)^2;$$

$$c) (0,2)^{10} : (0,2)^5 = (0,2)^2; \quad d) \left[\left(-\frac{1}{7}\right)^2 \right]^4 = \left(-\frac{1}{7}\right)^6;$$

$$e) \frac{50^3}{125} = \frac{50^3}{5^3} = \left(\frac{50}{5}\right)^3 = 10^3 = 1000; \quad f) \frac{8^{10}}{4^8} = \left(\frac{8}{4}\right)^{10-8} = 2^2.$$

Hãy kiểm tra lại các đáp số và sửa lại chỗ sai (nếu có).

Hướng dẫn.

Các câu a, c, d, f: sai.

Các câu b, e: đúng.

Sửa lại chỗ sai:

$$a) (-5)^2 \cdot (-5)^3 = (-5)^{2+3} = (-5)^5;$$

$$c) (0,2)^{10} : (0,2)^5 = (0,2)^{10-5} = (0,2)^5;$$

$$d) \left[\left(-\frac{1}{7}\right)^2 \right]^4 = \left(-\frac{1}{7}\right)^{2 \cdot 4} = \left(-\frac{1}{7}\right)^8;$$

$$f) \frac{8^{10}}{4^8} = \frac{(2^3)^{10}}{(2^2)^8} = \frac{2^{30}}{2^{16}} = 2^{14}.$$

Ví dụ 10. (Bài 39 tr.23 SGK)

Cho $x \in \mathbb{Q}$ và $x \neq 0$. Viết x^{10} dưới dạng :

- a) Tích của hai lũy thừa trong đó có một thừa số là x^7 .
 b) Lũy thừa của x^2 .
 c) Thương của hai lũy thừa trong đó số bị chia là x^{12} .

Đáp số.

a) $x^{10} = x^7 \cdot x^3$; b) $x^{10} = (x^2)^5$; c) $x^{10} = x^{12} : x^2$.

Dạng 4. TÍNH LŨY THỪA CỦA MỘT TÍCH, LŨY THỪA CỦA MỘT THƯƠNG

Phương pháp giải.

Áp dụng các công thức :

• $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$ (Lũy thừa của một tích bằng tích các lũy thừa).

• $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$ ($y \neq 0$) (Lũy thừa của một thương bằng thương các lũy thừa).

Các công thức trên còn được sử dụng theo chiều từ phải sang trái :

• $x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n$ (Quy tắc nhân hai lũy thừa cùng số mũ)

• $\frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^n$ ($y \neq 0$) (Quy tắc chia hai lũy thừa cùng số mũ)

Ví dụ 11. (Bài 5 tr.22 SGK)

Tính :

a) $(0,125)^3 \cdot 8^3$; b) $(-39)^4 : 13^4$.

Giải.

a) • Nhận xét : $0,125 \cdot 8 = 1$, ta có cách giải 1 :

$$(0,125)^3 \cdot 8^3 = (0,125 \cdot 8)^3 = 1^3 = 1.$$

• Nhận xét : $0,125 = \frac{1}{8}$, ta có cách giải 2 :

$$(0,125)^3 \cdot 8^3 = \left(\frac{1}{8}\right)^3 \cdot 8^3 = \frac{1^3}{8^3} \cdot 8^3 = 1.$$

b) • Nhận xét : $-39 = -3 \cdot 13$, ta có

$$\text{Cách 1 : } (-39)^4 : 13^4 = (-3 \cdot 13)^4 : 13^4 = (-3)^4 \cdot 13^4 : 13^4 = (-3)^4 = 81$$

$$\text{Cách 2 : } (-39)^4 : 13^4 = \left(\frac{-39}{13}\right)^4 = (-3)^4 = 81.$$

Ví dụ 12. (Bài 36 tr.22 SGK)

Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số hữu tỉ

- a) $10^8 \cdot 2^8$; b) $10^8 : 2^8$; c) $25^4 \cdot 2^8$;
 d) $15^8 \cdot 9^4$; e) $27^2 : 25^3$.

Giải.

$$a) 10^8 \cdot 2^8 = (10 \cdot 2)^8 = 20^8;$$

$$b) 10^8 : 2^8 = (10 : 2)^8 = 5^8;$$

$$c) 25^4 \cdot 2^8 = (5^2)^4 \cdot 2^8 = 5^8 \cdot 2^8 = (5 \cdot 2)^8 = 10^8$$

$$\text{Hoặc : } 25^4 \cdot 2^8 = 25^4 \cdot (2^2)^4 = 25^4 \cdot 4^4 = (25 \cdot 4)^4 = 100^4;$$

$$d) 15^8 \cdot 9^4 = 15^8 \cdot (3^2)^4 = 15^8 \cdot 3^8 = (15 \cdot 3)^8 = 45^8$$

$$\text{Hoặc : } 15^8 \cdot 9^4 = (15^2)^4 \cdot 9^4 = 225^4 \cdot 9^4 = (225 \cdot 9)^4 = 2025^4$$

$$e) 27^2 : 25^3 = (3^3)^2 : (5^2)^3 = 3^6 : 5^6 = \left(\frac{3}{5}\right)^6.$$

Ví dụ 13. (Bài 43 tr.23 SGK)

Đố : Biết rằng $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$, đố em tính nhanh được tổng : $S = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2$.

Giải.

$$S = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2$$

$$= (2 \cdot 1)^2 + (2 \cdot 2)^2 + (2 \cdot 3)^2 + \dots + (2 \cdot 10)^2$$

$$= 2^2 \cdot 1^2 + 2^2 \cdot 2^2 + 2^2 \cdot 3^2 + \dots + 2^2 \cdot 10^2$$

$$= 2^2 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2)$$

$$= 4 \cdot 385$$

$$= 1540.$$

Dạng 5. TÌM SỐ MŨ CỦA MỘT LŨY THỪA**Phương pháp giải.**

Khi giải loại toán này, ta có thể sử dụng tính chất được thừa nhận sau đây

Với $a \neq 0, a \neq \pm 1$, nếu $a^m = a^n$ thì $m = n$.

Ví dụ 14. (Bài 35 tr.22 SGK)

Ta thừa nhận tính chất sau đây :

Với $a \neq 0, a \neq \pm 1$, nếu $a^m = a^n$ thì $m = n$.

Dựa vào tính chất này, hãy tìm các số tự nhiên m, n biết :

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^m = \frac{1}{32}; \quad b) \frac{343}{125} = \left(\frac{7}{5}\right)^n.$$

Hướng dẫn.

$$a) \text{Viết } \frac{1}{32} = \frac{1}{2^5} = \left(\frac{1}{2}\right)^5. \quad b) \text{Viết } \frac{343}{125} = \frac{7^3}{5^3} = \left(\frac{7}{5}\right)^3.$$

Đáp số : a) $m = 5$; b) $n = 3$.

Ví dụ 15. (Bài 42 tr.23 SGK)

Tìm số tự nhiên n , biết :

$$a) \frac{16}{2^n} = 2; \quad b) \frac{(-3)^n}{81} = -27; \quad c) 8^n : 2^n = 4.$$

Giải.

$$a) \text{Cách 1: } \frac{16}{2^n} = 2 \Rightarrow \frac{2^4}{2^n} = 2 \Rightarrow 2^{4-n} = 2^1 \Rightarrow 4-n=1 \Rightarrow n=3.$$

$$\text{Cách 2: } \frac{16}{2^n} = 2 \Rightarrow 2^n \cdot 2 = 16 \Rightarrow 2^{n+1} = 2^4 \Rightarrow n+1=4 \Rightarrow n=3.$$

$$b) \text{Cách 1: } \frac{(-3)^n}{81} = -27 \Rightarrow \frac{(-3)^n}{(-3)^4} = (-3)^3 \Rightarrow (-3)^{n-4} = (-3)^3 \\ \Rightarrow n-4=3 \Rightarrow n=7.$$

$$\text{Cách 2: } \frac{(-3)^n}{81} = -27 \Rightarrow (-3)^n = 81 \cdot (-27) = (-3)^4 \cdot (-3)^3 = (-3)^7 \\ \Rightarrow n=7.$$

$$c) 8^n : 2^n = 4 \Rightarrow (8:2)^n = 4 \Rightarrow 4^n = 4^1 \Rightarrow n=1.$$

Dạng 6. TÌM CƠ SỐ CỦA MỘT LŨY THỪA**Phương pháp giải.**

- Sử dụng định nghĩa của lũy thừa với số mũ nguyên dương :

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_n \quad (x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1)$$

- Sử dụng tính chất :

Nếu $a^n = b^n$ thì $a = b$ nếu n lẻ, $a = \pm b$ nếu n chẵn ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$).

Ví dụ 16. Tìm x , biết :

$$a) x^3 = 343;$$

$$b) (x-2,5)^4 = (x-2,5)^2.$$

Giải.

a) Ta có : $343 = 7^3$. Do đó $x^3 = 7^3$ nên $x = 7$.

b) Nếu $x = 2,5$ ta có $0^4 = 0^2$ (đúng).

Nếu $x \neq 2,5$, chia hai vế cho $(x-2,5)^2 \neq 0$, ta được : $(x-2,5)^2 = 1$

Suy ra : $x-2,5 = 1$ hoặc $x-2,5 = -1$.

Nếu $x-2,5 = 1$ thì $x = 3,5$; nếu $x-2,5 = -1$ thì $x = 1,5$.

Vậy : $x \in \{1,5; 2,5; 3,5\}$.

Ví dụ 17. Tìm x , biết : $\frac{x^8}{243} = 27$.**Giải.**

Ta có : $243 = 3^5, 27 = 3^3$, do đó : $\frac{x^8}{3^5} = 3^3 \Rightarrow x^8 = 3^5 \cdot 3^3 = 3^8$.

Vậy : $x \in \{3; -3\}$.

Dạng 7. TÌM GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC**Phương pháp giải.**

- Cần thực hiện đúng thứ tự của các phép tính : lũy thừa, nhân, chia, cộng trừ. Nếu có dấu ngoặc cần làm theo thứ tự : ngoặc tròn, ngoặc vuông, ngoặc nhọn.
- Áp dụng các quy tắc của các phép tính và các tính chất của các phép tính đó.

Ví dụ 18. (Bài 37 tr.22 SGK)

Tìm giá trị của các biểu thức sau :

a) $\frac{4^2 \cdot 4^3}{2^{10}}$; b) $\frac{(0,6)^5}{(0,2)^6}$; c) $\frac{2^7 \cdot 9^3}{6^5 \cdot 8^2}$; d) $\frac{6^3 + 3 \cdot 6^2 + 3^3}{-13}$.

Giải.

a) $\frac{4^2 \cdot 4^3}{2^{10}} = \frac{4^5}{(2^2)^5} = \frac{4^5}{4^5} = 1$

Hoặc $\frac{4^2 \cdot 4^3}{2^{10}} = \frac{(2^2)^2 \cdot (2^2)^3}{2^{10}} = \frac{2^4 \cdot 2^6}{2^{10}} = \frac{2^{10}}{2^{10}} = 1$.

b) $\frac{(0,6)^5}{(0,2)^6} = \frac{(0,2 \cdot 3)^5}{(0,2)^6} = \frac{(0,2)^5 \cdot 3^5}{(0,2)^5 \cdot 0,2} = \frac{243}{0,2} = 1215$

Hoặc $\frac{(0,6)^5}{(0,2)^6} = \frac{(0,6)^5}{\left(\frac{0,6}{3}\right)^6} = \frac{(0,6)^5}{\frac{(0,6)^6}{3^6}} = \frac{(0,6)^5 \cdot 3^6}{(0,6)^6} = \frac{3^6}{0,6} = \frac{729}{0,6} = 1215$.

Hoặc $\frac{(0,6)^5}{(0,2)^6} = \frac{(0,6)^5}{(0,2)^5 \cdot 0,2} = \left(\frac{0,6}{0,2}\right)^5 \cdot \frac{1}{0,2} = 3^5 \cdot \frac{1}{0,2} = 243 : 0,2 = 1215$

Hoặc $\frac{(0,6)^5}{(0,2)^6} = \left(\frac{3}{5}\right)^5 : \left(\frac{1}{5}\right)^6 = \frac{3^5}{5^5} \cdot 5^6 = 3^5 \cdot 5 = 243 \cdot 5 = 1215$.

c) $\frac{2^7 \cdot 9^3}{6^5 \cdot 8^2} = \frac{2^7 \cdot (3^2)^3}{(2 \cdot 3)^5 \cdot (2^3)^2} = \frac{2^7 \cdot 3^6}{2^5 \cdot 3^5 \cdot 2^6} = \frac{2^7 \cdot 3^6}{2^7 \cdot 3^5 \cdot 2^4} = \frac{3}{2^4} = \frac{3}{16}$.

d) $\frac{6^3 + 3 \cdot 6^2 + 3^3}{-13} = \frac{(2 \cdot 3)^3 + 3 \cdot (2 \cdot 3)^2 + 3^3}{-13} = \frac{2^3 \cdot 3^3 + 2^2 \cdot 3^3 + 3^3}{-13}$
 $= \frac{3^3 \cdot (2^3 + 2^2 + 1)}{-13} = \frac{-3^3}{-13} = -3^3 = -27$.

Ví dụ 19. (Bài 40 tr.23 SGK)

Tính :

a) $\left(\frac{3}{7} + \frac{1}{2}\right)^2$; b) $\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right)^2$; c) $\frac{5^4 \cdot 20^4}{25^5 \cdot 4^5}$; d) $\left(\frac{-10}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{-6}{5}\right)^4$.

Đáp số.

a) $\frac{169}{196}$; b) $\frac{1}{144}$; c) $\frac{1}{100}$; d) $\frac{-2560}{3} = -853\frac{1}{3}$.

Ví dụ 20. (Bài 41 tr.23 SGK)

Tính :

a) $\left(1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4}\right)^2$; b) $2 : \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)^3$.

Đáp số.

a) $\frac{17}{4800}$; b) -432 .

C. LUYỆN TẬP

5.1 Dạng 1. Tính : $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$; $\left(-1\frac{3}{4}\right)^2$; $(-0,1)^4$.

5.2 Dạng 1. Điền số thích hợp vào ô vuông :

a) $16 = 2^{\square}$; b) $-\frac{27}{343} = \left(-\frac{3}{7}\right)^{\square}$; c) $0,0001 = (0,1)^{\square}$.

5.3 Dạng 1. Điền số thích hợp vào ô vuông :

a) $243 = \square^5$; b) $-\frac{64}{125} = \square^3$; c) $0,25 = \square^2$.

5.4 Dạng 1. Viết các tích sau đây dưới dạng lũy thừa :

a) $2 \cdot 16 \cdot 8$; b) $25 \cdot 5 \cdot 125$; c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{8}{27}$.

5.5 Dạng 1. Viết số hữu tỉ $\frac{81}{625}$ dưới dạng một lũy thừa. Nêu tất cả các cách viết.

5.6 Dạng 2. Điền số thích hợp vào ô vuông :

a) $\left(-\frac{3}{4}\right)^5 = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^{\square}$;

b) $(-0,32)^8 = (-0,32) \cdot \square^7$;

c) $\square^9 = \left(-1\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)^{\square}$.

5.7 Dạng 2. Tìm x, biết :

a) $x : \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = -\frac{3}{5}$; b) $\left(\frac{4}{7}\right)^4 \cdot x = \left(\frac{4}{7}\right)^6$.

5.8 Dạng 2. Tính :

a) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$; b) $(-2)^2 \cdot (-2)^3$; c) $a^5 \cdot a^7$.

5.9 Dạng 2. Tìm x, biết :

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot x = \left(\frac{1}{2}\right)^5$; b) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot x = \frac{1}{81}$.

5.10 Dạng 2. Tính :

a) $\frac{\left(-\frac{5}{7}\right)^n}{\left(-\frac{5}{7}\right)^{n-1}}$ ($n \geq 1$); b) $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{2n}}{\left(-\frac{1}{2}\right)^n}$ ($n \in \mathbb{N}$).

5.11 Dạng 3. Tính :

a) $[(-0,1)^3]^2$; b) $\left[\left(-\frac{1}{27}\right)^0\right]^3$.

5.12 Dạng 3. Tính : $\frac{8^{14}}{4^{12}}$.

5.13 Dạng 3. So sánh : 2^{24} và 3^{16} .

5.14 Dạng 3. Tính : $(2^2)^{(2^2)}$.

5.15 Dạng 3. Tìm số nguyên n lớn nhất sao cho $n^{200} < 5^{300}$.

5.16 Tính : $(-1)^{5^2} + 1^{2^5}$.

5.17 Dạng 4. Tính :

a) $\left(\frac{1}{7}\right)^7 \cdot 7^7$; b) $(0,125)^3 \cdot 512$; c) $(0,25)^4 \cdot 1024$.

5.18 Dạng 4. Tính :

a) $\frac{90^3}{15^3}$; b) $\frac{790^4}{79^4}$; c) $\frac{3^2}{(0,375)^2}$.

5.19 Dạng 4. Tính nhanh :

a) $2^6 \cdot 5^6$; b) $4^3 \cdot 5^3$; c) $6^3 \cdot 5^3$;
d) $8^2 \cdot 5^2$; e) $125^3 \cdot 8^3$; f) $5^2 \cdot 6^2 \cdot 3^2$.

5.20 Dạng 4. Cho số $a = 2^{12} \cdot 5^8$. Tìm số các chữ số của số a.

6.21 Dạng 4. Cho số $b = 3^{1001} \cdot 7^{1002} \cdot 13^{1003}$. Tìm chữ số hàng đơn vị của số b.

6.22 Dạng 4. Số các chữ số của số $c = 4^{16} \cdot 5^{25}$ là :

A. 31; B. 30; C. 29;
D. 28; E. 27;

Hãy chọn câu trả lời đúng.

6.23 Dạng 4. Tính : $\frac{15^{30}}{45^{15}}$.

6.24 Dạng 4. Tích $4^4 \cdot 9^4 \cdot 4^9 \cdot 9^9$ bằng :

A. 13^{13} ; B. 13^{36} ; C. 36^{13} ; D. 1296^{26} .

Hãy chọn câu trả lời đúng.

6.25 Dạng 5. Tìm n, biết :

a) $\frac{-32}{(-2)^n} = 4$; b) $\frac{8}{2^n} = 2$; c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1} = \frac{1}{8}$.

6.26 Dạng 6. Tìm x, biết : $\frac{\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} = \frac{4}{\frac{x}{2}}$.

6.27 Dạng 6. Tìm quan hệ giữa x và y, biết :

a) $x^4 = y^4$; b) $x^5 = y^5$.

6.28 Dạng 6. Tìm x, biết :

a) $(x+5)^3 = -64$; b) $(2x-3)^2 = 9$.

6.29 Dạng 7. Tìm giá trị của các biểu thức sau :

$A = \frac{45^{10} \cdot 5^{10}}{75^{10}}$; $B = \frac{(0,8)^5}{(0,4)^6}$; $C = \frac{2^{15} \cdot 9^4}{6^6 \cdot 8^3}$.

6.30 Dạng 7. Rút gọn rồi so sánh giá trị của các biểu thức sau :

$A = \frac{6958}{7952}$; $B = \frac{7056}{9072}$;
 $C = \frac{-3}{5} \cdot \frac{0,2}{1,35} \cdot \frac{-0,007}{1,4} \cdot \frac{250}{3} \cdot \frac{27}{10}$.

6.31 Dạng 7. Tính : $M = \frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}}$.

§ 7. TỈ LỆ THỨC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa.

Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Ta còn viết : $a : b = c : d$

a và d là các ngoại tỉ ; b và c là các trung tỉ.

2. Tính chất.

Tính chất 1. Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$.

Tính chất 2. Nếu $ad = bc$ và a, b, c, d khác 0 thì ta có các tỉ lệ thức :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a}, \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}.$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. THAY TỈ SỐ GIỮA CÁC SỐ HỮU TỈ BẰNG TỈ SỐ GIỮA CÁC SỐ NGUYÊN

Phương pháp giải.

- Viết các số hữu tỉ dưới dạng phân số.
- Thực hiện phép chia phân số.

Ví dụ 1. (Bài 44 tr.26 SGK)

Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên.

a) $1,2 : 3,24$; b) $2\frac{1}{5} : \frac{3}{4}$; c) $\frac{2}{7} : 0,42$.

Hướng dẫn.

a) $1,2 : 3,24 = \frac{12}{10} : \frac{324}{100} = \frac{12}{10} \cdot \frac{100}{324} = \frac{10}{27}$.

b) $2\frac{1}{5} : \frac{3}{4} = 44 : 15$;

c) $\frac{2}{7} : 0,42 = 100 : 147$.

Dạng 2. LẬP TỈ LỆ THỨC TỪ CÁC TỈ SỐ CHO TRƯỚC

Phương pháp giải.

- Xét xem hai tỉ số đã cho có bằng nhau không ?
- Nếu hai tỉ số bằng nhau thì chúng lập thành một tỉ lệ thức.

Ví dụ 2. ([?] tr.24 SGK)

Từ các tỉ số sau đây có lập được tỉ lệ thức không ?

a) $\frac{2}{5} : 4$ và $\frac{4}{5} : 8$; b) $-3\frac{1}{2} : 7$ và $-2\frac{2}{5} : 7\frac{1}{5}$.

Giải.

a) $\frac{2}{5} : 4 = 0,4 : 4 = 1 : 10$; $\frac{4}{5} : 8 = 0,8 : 8 = 1 : 10$.

Hai tỉ số này bằng nhau nên ta có tỉ lệ thức : $\frac{2}{5} : 4 = \frac{4}{5} : 8$.

Cách khác : Ta có nhận xét $\frac{2}{5} \cdot 8 = 4 \cdot \frac{4}{5} (= \frac{16}{5})$ nên theo tính chất 2, ta

có tỉ lệ thức : $\frac{2}{5} : 4 = \frac{4}{5} : 8$.

b) $-3\frac{1}{2} : 7 = -3,5 : 7 = -1 : 2$; $-2\frac{2}{5} : 7\frac{1}{5} = -2,4 : 7,2 = -1 : 3$.

Hai tỉ số này không bằng nhau nên chúng không lập thành tỉ lệ thức.

Cách khác : $-3\frac{1}{2} \cdot 7\frac{1}{5} \neq 7 \cdot (-2\frac{2}{5})$ nên hai tỉ số này không lập thành

tỉ lệ thức.

Ví dụ 3. (Bài 45 tr.26 SGK)

Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau đây rồi lập các tỉ lệ thức :

$28 : 14$; $2\frac{1}{2} : 2$; $8 : 4$; $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$;
 $3 : 10$; $2,1 : 7$; $3 : 0,3$.

Trả lời.

Có hai tỉ lệ thức : $28 : 14 = 8 : 4$ và $3 : 10 = 2,1 : 7$.

Ví dụ 4. (Bài 49 tr.26 SGK)

Từ các tỉ số sau đây có lập được tỉ lệ thức không ?

- a) $3,5 : 5,25$ và $14 : 21$; b) $39\frac{3}{10} : 52\frac{2}{5}$ và $2,1 : 3,5$;
c) $6,51 : 15,19$ và $3 : 7$; d) $-7 : 4\frac{2}{3}$ và $0,9 : (-0,5)$.

Trả lời.

Có hai tỉ lệ thức :

a) $3,5 : 5,25 = 14 : 21$; c) $6,51 : 15,19 = 3 : 7$.

Dạng 3. LẬP TỈ LỆ THỨC TỪ ĐẲNG THỨC CHO TRƯỚC, TỪ MỘT TỈ LỆ THỨC CHO TRƯỚC, TỪ CÁC SỐ CHO TRƯỚC

Phương pháp giải.

- **Lập tỉ lệ thức từ đẳng thức cho trước :** Áp dụng tính chất 2 : Nếu $ad = bc$ và a, b, c, d khác 0 thì ta có các tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \frac{d}{b} = \frac{c}{a}, \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$.
- **Lập tất cả các tỉ lệ thức từ một tỉ lệ thức cho trước :** Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ta có thể lập được ba tỉ lệ thức nữa bằng cách :
 - Giữ nguyên ngoại tỉ, đổi chỗ các trung tỉ : $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.
 - Giữ nguyên trung tỉ, đổi chỗ các ngoại tỉ : $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$.
 - Đổi chỗ các ngoại tỉ với nhau, các trung tỉ với nhau : $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$.
- **Lập tỉ lệ thức từ các số cho trước :** Từ các số đã cho, trước hết phải lập được đẳng thức dạng $ad = bc$. Sau khi có đẳng thức này, áp dụng tính chất 2 để lập các tỉ lệ thức.

Ví dụ 5. (Bài 47 tr.26 SGK)

Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ các đẳng thức sau :

a) $6.63 = 9.42$; b) $0,24.1,61 = 0,84.0,46$.

Giải.

a) $\frac{6}{9} = \frac{42}{63}, \frac{6}{42} = \frac{9}{63}, \frac{63}{9} = \frac{42}{6}, \frac{63}{42} = \frac{9}{6}$.
b) $\frac{0,24}{0,84} = \frac{0,46}{1,61}, \frac{0,24}{0,46} = \frac{0,84}{1,61}, \frac{1,61}{0,84} = \frac{0,46}{0,24}, \frac{1,61}{0,46} = \frac{0,84}{0,24}$.

Ví dụ 6. (Bài 48 tr.26 SGK)

Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ tỉ lệ thức sau :

$$\frac{-15}{5,1} = \frac{-35}{11,9}$$

Giải.

$$\frac{-15}{-35} = \frac{5,1}{11,9}, \frac{11,9}{5,1} = \frac{-35}{-15}, \frac{11,9}{-35} = \frac{5,1}{-15}$$

Ví dụ 7. (Bài 51 tr.28 SGK)

Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ bốn số sau :

1,5 ; 2 ; 3,6 ; 4,8.

Giải.

Ta có : $1,5.4,8 = 2.3,6 (= 7,2)$, do đó có các tỉ lệ thức sau :

$$\frac{1,5}{2} = \frac{3,6}{4,8}, \frac{1,5}{3,6} = \frac{2}{4,8}, \frac{4,8}{2} = \frac{3,6}{1,5}, \frac{4,8}{3,6} = \frac{2}{1,5}$$

Ví dụ 8. (Bài 52 tr.28 SGK)

Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với a, b, c, d khác 0 ta có thể suy ra :

A. $\frac{a}{c} = \frac{d}{b}$; B. $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$;
C. $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$; D. $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

Trả lời.

Câu trả lời đúng là câu C.

Dạng 4. TÌM SỐ HẠNG CHƯA BIẾT CỦA MỘT TỈ LỆ THỨC

Phương pháp giải.

Trong một tỉ lệ thức, ta có thể tìm một số hạng chưa biết khi biết ba số hạng kia.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a = \frac{bc}{d}, \quad b = \frac{ad}{c}, \quad c = \frac{ad}{b}, \quad d = \frac{bc}{a}$$

Ví dụ 9. (Bài 46 tr.26 SGK)

Tìm x trong các tỉ lệ thức sau :

$$a) \frac{x}{27} = \frac{-2}{3,6};$$

$$b) -0,52 : x = -9,36 : 16,38 ;$$

$$c) \frac{4\frac{1}{4}}{2\frac{7}{8}} = \frac{x}{1,61}.$$

Giải.

$$c) \text{Ta biến đổi: } \frac{4\frac{1}{4}}{2\frac{7}{8}} = \frac{\frac{17}{4}}{\frac{23}{8}} = \frac{17}{4} \cdot \frac{8}{23} = \frac{34}{23}.$$

$$\text{Ta có tỉ lệ thức: } \frac{34}{23} = \frac{x}{1,61} \Rightarrow x = \frac{34 \cdot 1,61}{23} = 2,38.$$

Đáp số : a) $x = -15$; b) $x = 0,91$.

Ví dụ 10. (Bài 50 tr.27 SGK)

Tên một tác phẩm nổi tiếng của Hưng Đạo Vương Trần Quốc Tuấn.

Điền số thích hợp vào ô vuông dưới đây để có tỉ lệ thức. Sau đó, viết các chữ tương ứng với các số tìm được vào các ô ở hàng dưới cùng của bài em sẽ biết được tên của một tác phẩm nổi tiếng của Hưng Đạo Vương Trần Quốc Tuấn (1228 – 1300), vị anh hùng của dân tộc ta đồng thời là danh nhân quân sự của thế giới.

$$N. \quad \square : 6 = 7 : 3 \quad Y. \quad \frac{4}{5} : 1\frac{2}{5} = 2\frac{2}{5} : \square$$

$$H. \quad 20 : \square = (-12) : 15 \quad Q. \quad \frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} = \square : 3\frac{1}{3}$$

$$C. \quad 6 : 27 = \square : 72 \quad B. \quad \frac{1}{2} : \square = \frac{3}{4} : 5\frac{1}{4}$$

$$I. \quad (-15) : 35 = 27 : \square \quad U. \quad \square : 1\frac{1}{4} = 1\frac{1}{5} : 2$$

$$U. \quad \frac{-4,4}{9,9} = \frac{\square}{1,89} \quad L. \quad \frac{\square}{2,7} = \frac{0,7}{6,3}$$

$$E. \quad \frac{-0,65}{0,91} = \frac{-6,55}{\square} \quad T. \quad \frac{2,4}{\square} = \frac{5,4}{13,5}$$

$3\frac{1}{2}$	14	6	-0,84	9,17	0,3	$1\frac{1}{3}$
-63	-25	-25	$4\frac{1}{5}$	$\frac{3}{4}$	-0,84	16

Đáp số.

N : 14 ; H : -25 ; C : 16 ; I : -63 ; U : -0,84 ; E : 9,17 ;

Y : $4\frac{1}{5}$; Q : $1\frac{1}{3}$; B : $3\frac{1}{2}$; U : $\frac{3}{4}$; L : 0,3 ; T : 6.

$3\frac{1}{2}$	14	6	-0,84	9,17	0,3	$1\frac{1}{3}$							
B	I	N	H	T	H	U	Y	Ê	U	L	U	Q	C
-63	-25	-25	$4\frac{1}{5}$	$\frac{3}{4}$	-0,84	16							

Dạng khác. (Bài 58 tr.28 SGK)

Đố : Tỉ số $\frac{6\frac{1}{5}}{5\frac{1}{6}}$ có thể rút gọn như sau : $\frac{6\frac{1}{5}}{5\frac{1}{6}} = \frac{6}{5}$. (“Rút gọn”

bằng cách xoá bỏ phần phân số ở hai hỗn số, giữ lại phần nguyên là được kết quả). Ta được kết quả đúng. (Hãy kiểm tra !)
Đố em viết được một tỉ số khác cũng có thể “rút gọn” như vậy !

Giải.

$$\frac{6\frac{1}{5}}{5\frac{1}{6}} = \frac{\frac{6 \cdot 5 + 1}{5}}{\frac{5 \cdot 6 + 1}{6}} = \frac{31}{5} : \frac{31}{6} = \frac{6}{5}.$$

Một tỉ số khác có thể “rút gọn”, chẳng hạn : $\frac{8\frac{1}{7}}{7\frac{1}{8}} = \frac{8}{7}.$

$$\text{Tổng quát: } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{1}{b\frac{1}{a}}} = \frac{\frac{ab+1}{b}}{\frac{ab+1}{a}} = \frac{a}{b} \quad (a \neq 0, b \neq 0).$$

C. LUYỆN TẬP

7.1 Dạng 1. Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên :

a) $1,2 : 3,36$; b) $3\frac{1}{7} : 2\frac{5}{14}$; c) $\frac{3}{8} : 0,54$.

7.2 Dạng 2. Các tỉ số sau đây có lập thành tỉ lệ thức không ?

a) $\frac{3}{5} : 6$ và $\frac{4}{5} : 8$; b) $2\frac{1}{3} : 7$ và $3\frac{1}{4} : 13$.

7.3 Dạng 3. Có thể lập được tỉ lệ thức từ các số sau không ?

a) $3 ; 6 ; -12 ; -24$. b) $6 ; 9 ; 1,2 ; 1,8$.

7.4 Dạng 3. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ các đẳng thức sau

a) $12 \cdot 20 = 15 \cdot 16$; b) $2,4 \cdot 3,2 = 8 \cdot 0,96$.

7.5 Dạng 3. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ tỉ lệ thức sau :

$$\frac{-5}{15} = \frac{-1,2}{3,6}$$

7.6 Dạng 3. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ các số sau :

$$3 ; 9 ; 27 ; 81$$

7.7 Dạng 3. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ 4 trong 5 số sau

$$1 ; 5 ; 25 ; 125 ; 625$$

7.8 Dạng 4. Tìm x trong tỉ lệ thức :

a) $2,5 : 7,5 = x : \frac{3}{5}$; b) $2\frac{2}{3} : x = 1\frac{7}{9} : 0,2$.

7.9 Dạng 4. Tìm x trong tỉ lệ thức :

a) $3\frac{4}{5} : 40\frac{8}{15} = 0,25 : x$; b) $\frac{5}{6} : x = 20 : 3$;

c) $x : 2,5 = 0,003 : 0,75$; d) $\frac{2}{3} : 0,4 = x : \frac{4}{5}$.

7.10 Các số hữu tỉ a và b phải thỏa mãn điều kiện gì để có tỉ lệ thức :

$$\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+c} \quad (c \neq 0)$$

7.11 Cho a, b, c, d, e là các số hữu tỉ khác 0. Các số hữu tỉ d và e phải thỏa mãn điều kiện gì để từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ có thể suy ra tỉ lệ thức :

$$\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+c} ?$$

7.12 Tìm tỉ số $\frac{x}{y}$, biết rằng $\frac{2x-y}{x+y} = \frac{2}{3}$.

7.13 Chứng minh rằng nếu $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$ ($c+d \neq 0$) thì $a = c$ hoặc $a+b+c+d=0$.

7.14 Biết rằng $\frac{t}{x} = \frac{4}{3}$, $\frac{y}{z} = \frac{3}{2}$, $\frac{z}{x} = \frac{1}{6}$, hãy tìm tỉ số $\frac{t}{y}$.

7.15 Tìm số hữu tỉ x, biết rằng $\frac{x}{y^2} = 2$ và $\frac{x}{y} = 16$ ($y \neq 0$) .

7.16 Tìm tỉ số $\frac{a+b}{b+c}$, biết rằng $\frac{b}{a} = 2$ và $\frac{c}{b} = 3$.

7.17 Tính tỉ số $\frac{x+y}{x-y}$, biết rằng $\frac{x}{y} = a$, $x \neq y$ và $y \neq 0$.

7.18 Cho $3x = 2y$, hãy tính tỉ số $\frac{x}{yz} : \frac{y}{zx}$.

7.19 Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng ta có tỉ lệ thức :

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

§ 8. TÍNH CHẤT CỦA DẪY TỈ SỐ BẰNG NHAU

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d} \quad (b \neq d, b \neq -d)$$

Từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ta suy ra :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a-c+e}{b-d+f}$$

(Giả thiết các tỉ số đều có nghĩa)

2. Khi nói các số x, y, z tỉ lệ với các số a, b, c tức là ta có : $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.

Ta cũng viết $x : y : z = a : b : c$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. TÌM HAI SỐ BIẾT TỔNG (HOẶC HIỆU) VÀ TỈ SỐ CỦA CHÚNG

Phương pháp giải.

- Để tìm hai số x và y biết tổng $x + y = s$ hoặc hiệu $x - y = d$ và tỉ số $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$ ta làm như sau :

$$a) \frac{x}{y} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau :

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{x+y}{a+b} = \frac{s}{a+b} \Rightarrow x = \frac{s}{a+b} \cdot a ; y = \frac{s}{a+b} \cdot b$$

$$b) \frac{x}{y} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau :

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{x-y}{a-b} = \frac{d}{a-b} \Rightarrow x = \frac{d}{a-b} \cdot a ; y = \frac{d}{a-b} \cdot b.$$

Ví dụ 1. (Bài 54 tr.30 SGK)

Tìm hai số x và y , biết : $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x + y = 16$.

Giải.

Ta có : $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{3+5} = \frac{16}{8} = 2$. Vậy : $x = 2 \cdot 3 = 6$; $y = 2 \cdot 5 = 10$.

Đáp số : $x = 6$; $y = 10$.

Ví dụ 2. (Bài 55 tr.30 SGK)

Tìm hai số x và y , biết : $x : 2 = y : (-5)$ và $x - y = -7$.

Đáp số.

$$x = -2, y = 5.$$

Ví dụ 3. (Bài 56 tr.30 SGK)

Tìm diện tích của một hình chữ nhật biết rằng tỉ số giữa hai cạnh của nó bằng $\frac{2}{5}$ và chu vi bằng 28 m.

Hướng dẫn.

Gọi chiều rộng và chiều dài của hình chữ nhật lần lượt là x và y thì ta có : $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$ và $2 \cdot (x + y) = 28$. Đáp số : Diện tích hình chữ nhật là $40 m^2$.

Ví dụ 4. (Bài 58 tr.30 SGK)

Hai lớp 7A và 7B đi lao động trồng cây. Biết rằng tỉ số giữa số cây trồng được của lớp 7A và lớp 7B là 0,8 và lớp 7B trồng nhiều hơn lớp 7A là 20 cây. Tính số cây mỗi lớp đã trồng.

Hướng dẫn.

Gọi số cây trồng được của lớp 7A và lớp 7B theo thứ tự là x và y thì ta có : $\frac{x}{y} = 0,8 = \frac{4}{5}$ và $y - x = 20$. Đáp số : Lớp 7A trồng được 80 cây, lớp 7B trồng được 100 cây.

Ví dụ 5. (Bài 64 tr.31 SGK)

Số học sinh bốn khối 6, 7, 8, 9 tỉ lệ với các số 9 ; 8 ; 7 ; 6. Biết rằng số học sinh khối 9 ít hơn số học sinh khối 7 là 70 học sinh. Tính số học sinh mỗi khối.

Hướng dẫn.

Gọi số học sinh khối 6, 7, 8, 9 theo thứ tự là x, y, z, t thì ta có :

$$\frac{x}{9} = \frac{y}{8} = \frac{z}{7} = \frac{t}{6} \text{ và } y - t = 70.$$

Đáp số : Số học sinh các khối 6, 7, 8, 9 theo thứ tự là 315 ; 280 ; 245 và 210.

Dạng 2. CHIA MỘT SỐ THÀNH CÁC PHẦN TỈ LỆ VỚI CÁC SỐ CHO TRƯỚC.

Phương pháp giải.

Giả sử phải chia số S thành ba phần x, y, z tỉ lệ với các số a, b, c . Ta làm như sau :

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{x+y+z}{a+b+c} = \frac{S}{a+b+c}$$

$$\text{Do đó : } x = \frac{S}{a+b+c} \cdot a ; y = \frac{S}{a+b+c} \cdot b ; z = \frac{S}{a+b+c} \cdot c$$

Ví dụ 6. (Bài 57 tr.30 SGK)

Số viên bi của ba bạn Minh, Hùng, Dũng tỉ lệ với các số 2 ; 4 ; 5. Tính số viên bi của mỗi bạn, biết rằng ba bạn có tất cả 44 viên bi.

Hướng dẫn.

Ta phải chia số 44 thành ba phần tỉ lệ với 2 ; 4 và 5.

Đáp số : Số viên bi của Minh, Hùng, Dũng theo thứ tự là 8 ; 16 ; 20.

Ví dụ 7. Ba người thỏa thuận góp vốn để lập cơ sở sản xuất theo tỉ lệ 3 ; 5 ; 7. Hỏi mỗi người góp bao nhiêu, biết rằng số vốn cần huy động là 120 triệu đồng.**Hướng dẫn.**

Chia số 120 000 000 thành ba phần tỉ lệ với 3 ; 5 ; 7.

Đáp số : 24 triệu đồng ; 40 triệu đồng và 56 triệu đồng.

Ví dụ 8. (Bài 61 tr.31 SGK)

Tìm ba số x, y, z, biết rằng : $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}, \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ và $x + y - z = 10$.

Hướng dẫn.

BCNN(3 ; 4) = 12 nên ta biến đổi như sau :

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} \Rightarrow \frac{x}{2.4} = \frac{y}{3.4} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{12} \quad (1)$$

$$\frac{y}{4} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{y}{4.3} = \frac{z}{5.3} \Rightarrow \frac{y}{12} = \frac{z}{15} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) và từ giả thiết $x + y - z = 10$ ta có :

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{15} = \frac{x+y-z}{8+12-15} = \frac{10}{5} = 2.$$

Đáp số : $x = 16$; $y = 24$; $z = 30$.

Dạng 3. TÌM HAI SỐ BIẾT TÍCH VÀ TỈ SỐ CỦA CHÚNG**Phương pháp giải.**

Giả sử phải tìm hai số x, y, biết $x.y = P$ và $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$.

• Đặt $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = k$, ta có : $x = k.a$, $y = k.b$. Do đó :

$$x.y = (k.a).(k.b) = k^2.ab = P \Rightarrow k^2 = \frac{P}{ab}.$$

• Từ đó, tìm được k rồi suy ra x và y.

Ví dụ 9. (Bài 62 tr.31 SGK)

Tìm hai số x và y, biết rằng : $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$ và $xy = 10$.

Giải.

Đặt $k = \frac{x}{2} = \frac{y}{5}$, ta có $x = 2k$, $y = 5k$.

Vì $xy = 10$ nên $2k.5k = 10 \Rightarrow 10k^2 = 10 \Rightarrow k^2 = 1 \Rightarrow k = \pm 1$.

• Với $k = 1$ thì $x = 2.1 = 2$; $y = 5.1 = 5$.

• Với $k = -1$ thì $x = 2.(-1) = -2$; $y = 5.(-1) = -5$.

Đáp số : $x = 2$, $y = 5$; $x = -2$, $y = -5$.

Ví dụ 10. Một miếng đất hình chữ nhật diện tích 76,95 m² có chiều rộng bằng $\frac{5}{19}$ chiều dài. Tính chiều rộng và chiều dài của miếng đất đó.**Hướng dẫn.**

Gọi chiều rộng là x, chiều dài là y thì ta có : $x.y = 76,95$ và $\frac{x}{y} = \frac{5}{19}$.

Đáp số : Chiều rộng : 4,5 m ; chiều dài : 17,1 m.

Dạng 4. CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC TỪ MỘT TỈ LỆ THỨC CHO TRƯỚC**Phương pháp giải.**

Áp dụng các tính chất của tỉ lệ thức và của dãy tỉ số bằng nhau.

Ví dụ 11. (Bài 63 tr.31 SGK)

Chứng minh rằng từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ($a-b \neq 0, c-d \neq 0$) ta có

thể suy ra tỉ lệ thức $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$.

Giải.

Đặt $k = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Vì $a-b \neq 0, c-d \neq 0$ nên $a \neq b, c \neq d$ do đó $k \neq 1$. Ta có $a = bk, c = dk$.

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{bk+b}{bk-b} = \frac{b(k+1)}{b(k-1)} = \frac{k+1}{k-1} \quad (1)$$

$$\frac{c+d}{c-d} = \frac{dk+d}{dk-d} = \frac{d(k+1)}{d(k-1)} = \frac{k+1}{k-1} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$.

Ví dụ 12. Cho a, b, c, d là các số hữu tỉ dương và $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng:

a) $\frac{ac}{bd} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}$;

b) $(a+2c)(b+d) = (a+c)(b+2d)$.

Giải.

a) Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{ac}{bd}$ (1)

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} \quad (2)$$

So sánh (1) và (2) ta được: $\frac{ac}{bd} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}$.

b) Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ (3)

Ta lại có: $\frac{a}{b} = \frac{2c}{2d} = \frac{a+2c}{b+2d}$ (4)

So sánh (3) và (4) ta được: $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a+2c}{b+2d}$

Suy ra: $(a+2c)(b+d) = (a+c)(b+2d)$.

Dạng 5. THAY TỈ SỐ GIỮA CÁC SỐ HỮU TỈ BẰNG TỈ SỐ GIỮA CÁC SỐ NGUYÊN

Phương pháp giải.

- Viết các số hữu tỉ dưới dạng phân số.
- Thực hiện phép chia phân số.

Ví dụ 13. (Bài 59 tr.31 SGK)

Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên

a) $2,04 : (-3,12)$; b) $\left(-1\frac{1}{2}\right) : 1,25$;

c) $4 : 5\frac{3}{4}$; d) $10\frac{3}{7} : 5\frac{3}{14}$.

Đáp số.

a) $17 : (-26)$; b) $-6 : 5$; c) $16 : 23$; d) $2 : 1$.

Dạng 6. TÌM SỐ HẠNG CHƯA BIẾT TRONG MỘT TỈ LỆ THỨC

Phương pháp giải.

Trong một tỉ lệ thức, ta có thể tìm một số hạng chưa biết khi biết ba số hạng kia.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a = \frac{bc}{d}, \quad b = \frac{ad}{c}, \quad c = \frac{ad}{b}, \quad d = \frac{bc}{a}.$$

Ví dụ 14. (Bài 60 tr.31 SGK)

Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

a) $\left(\frac{1}{3} \cdot x\right) : \frac{2}{3} = 1\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$; b) $4,5 : 0,3 = 2,25 : (0,1 \cdot x)$;

c) $8 : \left(\frac{1}{4} \cdot x\right) = 2 : 0,02$; d) $3 : 2\frac{1}{4} = \frac{3}{4} : (6 \cdot x)$.

Đáp số.

a) $x = 8\frac{3}{4}$; b) $x = 1,5$; c) $x = 0,32$; d) $x = \frac{3}{32}$.

C. LUYỆN TẬP

8.1 Dạng 1. Tìm hai số x và y, biết: $\frac{x}{y} = \frac{9}{11}$ và $x + y = 60$.

8.2 Dạng 1. Tìm hai số x và y, biết: $\frac{x}{y} = \frac{1,2}{2,5}$ và $y - x = 26$.

8.3 Dạng 1. Cho $7x = 4y$ và $y - x = 24$. Tính x và y.

- 8.4 Dạng 1. Tìm diện tích của một hình chữ nhật có tỉ số giữa hai cạnh của nó bằng $\frac{2}{3}$ và chu vi bằng 40m.
- 8.5 Dạng 1. Tỉ số sản phẩm làm được của hai công nhân là 0,8. Hỏi mỗi người làm được bao nhiêu sản phẩm, biết rằng người này làm nhiều hơn người kia 50 sản phẩm.
- 8.6 Dạng 2. Chia số 12 thành 4 phần tỉ lệ với các số 3, 5, 7, 9.
- 8.7 Dạng 2. Các cạnh của một tam giác có số đo tỉ lệ với các số 3, 5, 7. Tính mỗi cạnh của tam giác đó, biết chu vi của nó là 40,5 cm.
- 8.8 Dạng 2. Tìm x, y, z, biết rằng $\frac{x}{5} = \frac{y}{6}$, $\frac{y}{8} = \frac{z}{7}$ và $x + y - z = 69$.
- 8.9 Dạng 2. Tìm các số x, y, z, t, biết rằng :
 $x : y : z : t = 15 : 7 : 3 : 1$ và $x - y + z - t = 10$.
- 8.10 Dạng 2. Tìm các số x, y, z, t, biết rằng :
 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-5}{6}$ và $5z - 3x - 4y = 50$.
- 8.11 Dạng 2. Tìm các số a, b, c sao cho :
 $2a = 3b$, $5b = 7c$ và $3a + 5c - 7b = 30$.
- 8.12 Dạng 2. Tìm x, y, z, biết rằng :
 $x : y : z = 3 : 8 : 5$ và $3x + y - 2z = 14$.
- 8.13 Dạng 2. Tìm một số có ba chữ số, biết rằng số đó chia hết cho 18 và các chữ số của nó tỉ lệ với ba số 1 ; 2 ; 3.
- 8.14 Dạng 2. Ba máy bơm cùng bơm nước vào một bể bơi có dung tích 235 m^3 . Biết rằng thời gian để bơm được 1 m^3 nước của ba máy lần lượt là 3 phút, 4 phút và 5 phút. Hỏi mỗi máy bơm được bao nhiêu mét khối nước thì đầy bể ?
- 8.15 Dạng 2. Ba lớp 7 có tất cả 153 học sinh. Số học sinh lớp 7B bằng $\frac{8}{9}$ số học sinh lớp 7A, số học sinh lớp 7C bằng $\frac{17}{16}$ số học sinh lớp 7B. Tính số học sinh của mỗi lớp.
- 8.16 Dạng 2. Tỉ số của hai số bằng 4 : 5. Nếu thêm 1,2 vào số thứ nhất thì tỉ số của chúng sẽ bằng 11 : 15. Tìm hai số đó.
- 8.17 Dạng 3. Tìm x và y, biết : $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$ và $x.y = 40$.

- 8.18 Dạng 3. Diện tích một tam giác bằng 27 cm^2 . Biết rằng tỉ số giữa một cạnh và đường cao tương ứng của tam giác bằng 1,5. Tính độ dài cạnh và đường cao nói trên.

- 8.19 Dạng 4. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ($b, c, d \neq 0$; $c + d \neq 0$). Chứng minh rằng

$$\frac{ab}{cd} = \frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}.$$

- 8.20 Dạng 4. Chứng minh rằng nếu $a + c = 2b$ và $2bd = c(b+d)$ ($b \neq 0, d \neq 0$) thì $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

- 8.21 Cho x, y, z là ba số dương phân biệt. Hãy tìm tỉ số $\frac{x}{y}$, biết rằng

$$\frac{y}{x-z} = \frac{x+y}{z} = \frac{x}{y}$$

- 8.22 Cho a, b, c là các số hữu tỉ khác 0 sao cho :

$$\frac{a+b-c}{c} = \frac{a-b+c}{b} = \frac{-a+b+c}{a}$$

Tìm giá trị bằng số của biểu thức : $M = \frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$.

- 8.23 Cho biểu thức : $P = \frac{x+y}{z+t} + \frac{y+z}{t+x} + \frac{z+t}{x+y} + \frac{t+x}{z+y}$. Tìm giá trị của P

$$\text{biết rằng : } \frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}.$$

§ 9. SỐ THẬP PHÂN HỮU HẠN. SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Nếu một phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu không có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.
2. Nếu một phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

3. Mỗi số hữu tỉ được biểu diễn bởi một số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn. Ngược lại, mỗi số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn biểu diễn một số hữu tỉ.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. NHẬN BIẾT MỘT PHÂN SỐ VIẾT ĐƯỢC DƯỚI DẠNG SỐ THẬP PHÂN HỮU HẠN HOẶC VÔ HẠN TUẦN HOÀN.

Phương pháp giải.

- Viết phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu dương.
- Phân tích mẫu dương đó ra thừa số nguyên tố.
- Nhận xét : Nếu mẫu này không có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn ; nếu mẫu này có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Ví dụ 1. Trong hai phân số sau, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ?

$$\frac{55}{-300} \text{ và } \frac{63}{-360}.$$

Giải.

• Xét phân số $\frac{55}{-300}$, ta có : $\frac{55}{-300} = \frac{-11}{60}$; $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$. Mẫu này có ước nguyên tố 3 khác 2 và 5 nên phân số $\frac{-11}{60}$ viết được dưới dạng số thập

phân vô hạn tuần hoàn. Ta có : $\frac{55}{-300} = \frac{-11}{60} = -0,18(3)$.

• Xét phân số $\frac{63}{-360}$, ta có : $\frac{63}{-360} = \frac{-7}{40}$; $40 = 2^3 \cdot 5$. Mẫu này không có ước nguyên tố khác 2 và 5 nên phân số $\frac{-7}{40}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn. Ta có : $\frac{63}{-360} = \frac{-7}{40} = -0,175$.

Ví dụ 2. ([?] tr.33 SGK)

Trong các phân số sau đây phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ? Viết dạng thập phân của các phân số đó.

$$\frac{1}{4}; \frac{-5}{6}; \frac{13}{50}; \frac{-17}{125}; \frac{11}{45}; \frac{7}{14}.$$

Trả lời.

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} &= 0,25; & \frac{13}{50} &= 0,26; & \frac{-17}{125} &= -0,136; \\ \frac{7}{14} &= \frac{1}{2} = 0,5; & \frac{-5}{6} &= -0,8(3); & \frac{11}{45} &= 0,2(4). \end{aligned}$$

Ví dụ 3. (Bài 65 tr.34 SGK)

Giải thích vì sao các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn rồi viết chúng dưới dạng đó :

$$\frac{3}{8}; \frac{-7}{5}; \frac{13}{20}; \frac{-13}{125}.$$

Giải.

Các phân số đã cho viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn vì các mẫu của chúng không có ước nguyên tố khác 2 và 5 :

$$8 = 2^3; \quad 5; \quad 20 = 2^2 \cdot 5; \quad 125 = 5^3.$$

$$\text{Ta có : } \frac{3}{8} = 0,375; \quad \frac{-7}{5} = -1,4; \quad \frac{13}{20} = 0,65; \quad \frac{-13}{125} = -0,104$$

Ví dụ 4. (Bài 66 tr.34 SGK)

Giải thích vì sao các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn rồi viết chúng dưới dạng đó :

$$\frac{1}{6}; \frac{-5}{11}; \frac{4}{9}; \frac{-7}{18}.$$

Giải.

Các phân số đã cho viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn vì chúng tối giản và các mẫu của chúng có ước nguyên tố khác 2 và 5 :

$$6 = 2 \cdot 3; \quad 11; \quad 9 = 3^2; \quad 18 = 2 \cdot 3^2.$$

$$\text{Ta có : } \frac{1}{6} = 0,1(6); \quad \frac{-5}{11} = -0,(45); \quad \frac{4}{9} = 0,(4); \quad \frac{-7}{18} = -0,3(8)$$

Ví dụ 5. (Bài 67 tr.34 SGK)

$$\text{Cho } A = \frac{3}{2.\boxed{}}$$

Hãy điền vào ô vuông một số nguyên tố có một chữ số để A viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn. Có thể điền mấy số như vậy?

Trả lời.

$$\text{Có thể điền được ba số : } A = \frac{3}{2.\boxed{2}}; A = \frac{3}{2.\boxed{3}} = \frac{1}{2}; A = \frac{3}{2.\boxed{5}}.$$

Ví dụ 6. (Bài 68 tr.34 SGK)

a) Trong các phân số sau đây, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn? Giải thích.

$$\frac{5}{8}; \frac{-3}{20}; \frac{4}{11}; \frac{15}{22}; \frac{-7}{12}; \frac{14}{35}.$$

b) Viết các phân số trên dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc số thập phân vô hạn tuần hoàn (viết gọn với chu kì trong dấu ngoặc).

Đáp số.

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{5}{8} &= 0,625; \quad \frac{-3}{20} = -0,15; \quad \frac{4}{11} = 0,(36); \quad \frac{15}{22} = 0,6(81); \\ \frac{-7}{12} &= -0,58(3); \quad \frac{14}{35} = 0,4. \end{aligned}$$

Dạng 2. VIẾT MỘT TỈ SỐ HOẶC MỘT PHÂN SỐ DƯỚI DẠNG SỐ THẬP PHÂN

Phương pháp giải.

Để viết một tỉ số hoặc một phân số $\frac{a}{b}$ dưới dạng số thập phân ta làm phép chia a : b.

Ví dụ 7. (Bài 69 tr.34 SGK)

Dùng dấu ngoặc để chỉ rõ chu kì trong thương (viết dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn) của các phép chia sau :

$$\text{a) } 8,5 : 3; \quad \text{b) } 18,7 : 6; \quad \text{c) } 58 : 11; \quad \text{d) } 14,2 : 3,33.$$

Đáp số.

$$\begin{aligned} \text{a) } 8,5 : 3 &= 2,8333 \dots = 2,8(3). \\ \text{b) } 18,7 : 6 &= 3,11666 \dots = 3,11(6). \\ \text{c) } 58 : 11 &= 5,272727 \dots = 5,(27). \\ \text{d) } 14,2 : 3,33 &= 4,264264264 \dots = 4,(264). \end{aligned}$$

Ví dụ 8. (Bài 71 tr.35 SGK)

Viết các phân số $\frac{1}{99}, \frac{1}{999}$ dưới dạng số thập phân.

Đáp số.

$$\frac{1}{99} = 0,(01); \quad \frac{1}{999} = 0,(001).$$

Dạng 3. VIẾT SỐ THẬP PHÂN HỮU HẠN DƯỚI DẠNG PHÂN SỐ TỐI GIẢN

Phương pháp giải.

- Viết số thập phân hữu hạn dưới dạng một phân số có tử là số nguyên tạo bởi phần nguyên và phần thập phân của số đó, mẫu là một lũy thừa của 10 với số mũ bằng số chữ số ở phần thập phân của số đã cho;
- Rút gọn phân số nói trên.

Ví dụ 9. (Bài 70 tr.35 SGK)

Viết các số thập phân hữu hạn sau đây dưới dạng phân số tối giản :

$$\text{a) } 0,32; \quad \text{b) } -0,124; \quad \text{c) } 1,28; \quad \text{d) } -3,12.$$

Giải.

$$\begin{aligned} \text{a) } 0,32 &= \frac{32}{10^2} = \frac{32}{100} = \frac{8}{25}; \\ \text{b) } -0,124 &= \frac{-124}{10^3} = \frac{-124}{1000} = -\frac{31}{250}; \\ \text{c) } 1,28 &= \frac{128}{100} = \frac{32}{25}; \\ \text{d) } -3,12 &= \frac{-312}{100} = -\frac{78}{25}. \end{aligned}$$

Dạng 4. VIẾT SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN DƯỚI DẠNG PHÂN SỐ TỐI GIẢN

Phương pháp giải.

Để giải dạng toán này cần có kiến thức bổ sung sau đây :

- Số thập phân vô hạn tuần hoàn gọi là *đơn* nếu chu kì bắt đầu ngay sau dấu phẩy, ví dụ $0,(31)$; gọi là *tạp* nếu chu kì không bắt đầu ngay sau dấu phẩy, ví dụ $0,3(13)$.

Phần thập phân đứng trước chu kỳ gọi là *phần bất thường*.

- Người ta đã chứng minh được các quy tắc sau :
a) Muốn viết phần thập phân của số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn dưới dạng phân số, ta lấy chu kì làm tử, còn mẫu là một số gồm các chữ số 9, số chữ số 9 bằng số chữ số của chu kì.

$$\text{Ví dụ : } 0,(31) = \frac{31}{99}; \quad 1,(3) = 1\frac{3}{9} = 1\frac{1}{3}.$$

- b) Muốn viết phần thập phân của số thập phân vô hạn tuần hoàn tạp dưới dạng phân số, ta lấy số gồm phần bất thường và chu kì trừ đi phần bất thường làm tử, còn mẫu là một số gồm các chữ số 9 kèm theo các chữ số 0, số chữ số 9 bằng số chữ số của chu kì, số chữ số 0 bằng số chữ số của phần bất thường.

$$\text{Ví dụ : } 0,12(53) = \frac{1253 - 12}{9900} = \frac{1241}{9900};$$

$$2,3(41) = 2 + 0,3(41) = 2 + \frac{341 - 3}{990} = 2 + \frac{338}{990} = 2\frac{169}{495}.$$

Ví dụ 10. (Bài 72 tr.35 SGK)

Đố : Các số sau đây có bằng nhau không ? $0,(31)$; $0,3(13)$

Giải.

Áp dụng hai quy tắc viết số thập phân vô hạn tuần hoàn (đơn và tạp) dưới dạng phân số, ta có :

$$0,(31) = \frac{31}{99}.$$

$$0,3(13) = \frac{313 - 3}{990} = \frac{310}{990} = \frac{31}{99}.$$

Vậy : $0,(31) = 0,3(13)$.

Cách khác :

$$0,(31) = 0,(01).31 = \frac{1}{99}.31 = \frac{31}{99}.$$

$$0,3(13) = 0,3 + 0,0(13) = 0,3 + \frac{1}{10} \cdot 0,(01).13 = 0,3 + \frac{13}{990} = \frac{31}{99}$$

Vậy : $0,(31) = 0,3(13)$.

Để viết $0,(31)$ dưới dạng phân số còn có thể làm như sau :

Đặt $a = 0,(31) = 0,313131 \dots$ Thế thì $100a = 31,313131 \dots$

Suy ra : $100a - a = 31,313131 \dots - 0,313131 \dots$

$$99a = 31$$

$$a = \frac{31}{99}.$$

Để viết $0,3(13)$ dưới dạng phân số có thể làm như sau :

Đặt $b = 0,3(13)$ thì $1000b = 313,131313 \dots$; $10b = 3,131313 \dots$

$$\text{Suy ra : } 990b = 310 \Rightarrow b = \frac{310}{990} = \frac{31}{99}.$$

C. LUYỆN TẬP

- 9.1** Dạng 1. Trong hai phân số $\frac{21}{-750}$ và $\frac{28}{-735}$, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ? Giải thích.

- 9.2** Dạng 2. Viết các phân số sau đây dưới dạng số thập phân :

$$\frac{8}{25}; \quad \frac{17}{40}; \quad \frac{4}{11}; \quad \frac{5}{12}.$$

- 9.3** Dạng 2. Viết các phân số sau đây dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn :

$$\frac{7}{3}; \quad \frac{7}{9}; \quad \frac{4}{9}; \quad \frac{13}{45}.$$

- 9.4** Dạng 2. Viết các số hữu tỉ sau dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn :

$$\text{a) } -\frac{1}{3}; \quad \text{b) } \frac{4}{7}; \quad \text{c) } 2\frac{24}{33}; \quad \text{d) } -1\frac{19}{132}.$$

- 9.5** Dạng 3. Viết các số thập phân sau dưới dạng phân số tối giản :

$$\text{a) } -0,15; \quad \text{b) } 0,28; \quad \text{c) } 1,18; \quad \text{d) } -0,425.$$

- 9.6** Dạng 4. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau dưới dạng phân số tối giản :

$$\text{a) } 0,2(3); \quad \text{b) } 1,4(51); \quad \text{c) } -2,37(1); \quad \text{d) } -3,24(41);$$

$$\text{e) } 0,413(1561); \quad \text{f) } -0,41(356).$$

9.7 Dạng 4. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau dưới dạng phân số tối giản :

- a) $0,(31)$; b) $-2,(412)$; c) $0,412(5)$; d) $3,1(45)$;
e) $-3,2(345)$; f) $0,5(342)$.

9.8 Khi số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,363636 \dots$ được viết dưới dạng một phân số tối giản thì tổng của tử và mẫu là :

- A. 15; B. 45; C. 114; D. 135;
E. 150.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

9.9 Khi số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,4818181 \dots$ được viết dưới dạng một phân số tối giản thì mẫu lớn hơn tử là :

- A. 13; B. 14; C. 29; D. 57;
E. 126.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

9.10 Tính : $0,(3) + 3\frac{1}{3} + 0,4(2)$.

9.11 Tính : $\frac{4}{9} + 1,2(31) - 0,(13)$.

9.12 Tính :

a) $2\frac{1}{2} - 3,4(12) - \frac{4}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} + 0,5 - 3\frac{1}{2}\right)$;

b) $[0,(5).0,(2)] : \left(3\frac{1}{3} : \frac{33}{25}\right) - \left(\frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{3}\right) : \frac{4}{3}$.

9.13 Tính :

a) $0,4(3) + 0,6(2) \cdot 2\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} : \frac{50}{53}$;

b) $3\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{49} - \left[2,(4) \cdot 2\frac{5}{11}\right] : \left(-\frac{42}{5}\right)$.

9.14 Tìm x, biết : $0,(37).x = 1$.

9.15 Tìm x, biết : $0,(26).x = 1,2(31)$.

9.16 Tìm số hữu tỉ a sao cho $x < a < y$, biết rằng :

- a) $x = 213,6784 \dots$; $y = 214,5769 \dots$
b) $x = -25,4832 \dots$; $y = -24,9736 \dots$

§ 10. LÀM TRÒN SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Quy ước làm tròn số

- **Trường hợp 1.** Nếu chữ số đầu tiên trong các chữ số bị bỏ đi nhỏ hơn 5 thì ta giữ nguyên bộ phận còn lại. Trong trường hợp số nguyên thì ta thay các chữ số bị bỏ đi bằng các chữ số 0.
- **Trường hợp 2.** Nếu chữ số đầu tiên trong các chữ số bị bỏ đi lớn hơn hoặc bằng 5 thì ta cộng thêm 1 vào chữ số cuối cùng của bộ phận còn lại. Trong trường hợp số nguyên thì ta thay các chữ số bị bỏ đi bằng các chữ số 0.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. LÀM TRÒN CÁC SỐ THEO MỘT YÊU CẦU CHO TRƯỚC

Phương pháp giải.

- Áp dụng quy ước làm tròn số trong hai trường hợp.
- Chú ý hiểu đúng các cụm từ “làm tròn số đến chữ số thập phân thứ ...”, “làm tròn số đến hàng ...”.

Ví dụ 1. ($\boxed{?2}$ tr.36 SGK)

- a) Làm tròn số 79,3826 đến chữ số thập phân thứ ba;
b) Làm tròn số 79,3826 đến chữ số thập phân thứ hai;
c) Làm tròn số 79,3826 đến chữ số thập phân thứ nhất.

Đáp số.

- a) 79,383; b) 79,38; c) 79,4.

Ví dụ 2. (Bài 73 tr.36 SGK)

Làm tròn các số sau đến chữ số thập phân thứ hai :

7,923; 17,418; 79,1364; 50,401; 0,155; 60,996.

Đáp số.

- $7,923 \approx 7,92$; $17,418 \approx 17,42$; $79,1364 \approx 79,14$;
 $50,401 \approx 50,40$; $0,155 \approx 0,16$; $60,996 \approx 61,00$.

Ví dụ 3. (Bài 76 tr.37 SGK)

Kết quả cuộc tổng điều tra dân số nước ta tính đến 0 giờ ngày 1/4/1999 cho biết : Dân số nước ta là 76324753 người trong đó có 3695 cụ từ 100 tuổi trở lên.

Em hãy làm tròn các số 76324753 và 3695 đến hàng chục, hàng trăm, hàng nghìn.

Đáp số.

- Làm tròn số 76324753 : 76 324 750 (tròn chục)
76 324 800 (tròn trăm)
76 325 000 (tròn nghìn)
- Làm tròn số 3695 : 3700 (tròn chục)
3700 (tròn trăm)
4000 (tròn nghìn).

Dạng 2. GIẢI BÀI TOÁN RỒI LÀM TRÒN KẾT QUẢ**Phương pháp giải.**

Căn cứ vào đề bài, giải bài toán rồi làm tròn kết quả theo yêu cầu của đề bài.

Ví dụ 4. (Bài 74 tr.36 SGK)

Hết học kì I, điểm Toán của bạn Cường như sau :

Hệ số 1: 7; 8; 6; 10.

Hệ số 2: 7; 6; 5; 9.

Hệ số 3: 8.

Em hãy tính điểm trung bình môn Toán học kì I của bạn Cường (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Giải.

Điểm trung bình môn Toán học kì I của bạn Cường là :

$$\frac{7+8+6+10+2.(7+6+5+9)+3.8}{15} = \frac{109}{15} = 7,2(6).$$

$7,2(6) \approx 7,3$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất). Đáp số : 7,3.

Ví dụ 5. (Bài 78 tr.38 SGK)

Khi nói đến tivi loại 21 in-sơ ta hiểu rằng đường chéo màn hình của tivi loại này dài 21 in-sơ (in-sơ (inch) kí hiệu "in" là đơn vị đo chiều dài theo hệ thống Anh, Mĩ (1 in $\approx$ 2,54 cm). Vậy đường chéo màn hình của tivi loại này dài khoảng bao nhiêu xentimét ?

Đáp số.

$$21 \text{ in} \approx 53,34 \text{ cm}.$$

Ví dụ 6. (Bài 79 tr.38 SGK)

Tính chu vi và diện tích của một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài là 10,234 m và chiều rộng là 4,7 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp số.

$$\text{Chu vi} \approx 30 \text{ m},$$

$$\text{Diện tích} \approx 48 \text{ m}^2.$$

Ví dụ 7. (Bài 80 tr.38 SGK)

Pao (pound) kí hiệu "lb" còn gọi là cân Anh, là đơn vị đo khối lượng của Anh, 1 lb $\approx$ 0,45 kg. Hỏi 1 kg gần bằng bao nhiêu pao (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) ?

Đáp số.

$$1 \text{ kg} \approx 2,22 \text{ lb}.$$

Ví dụ 8. (Bài 81 tr.38 SGK)

Tính giá trị (làm tròn đến hàng đơn vị) của các biểu thức sau bằng hai cách :

Cách 1: Làm tròn các số trước rồi mới thực hiện phép tính;

Cách 2: Thực hiện phép tính rồi làm tròn kết quả.

a) $14,61 - 7,15 + 3,2$; b) $7,56.5,173$;

c) $73,95 : 14,2$; d) $\frac{21,73.0,815}{7,3}$.

Đáp số.

a) Hai cách đều cho kết quả : ≈ 11 .

b) Cách 1: ≈ 40 ; cách 2: ≈ 39 .

c) Hai cách đều cho kết quả : ≈ 5 .

d) Cách 1: ≈ 3 ; cách 2 : ≈ 2 .

Dạng 3. ÁP DỤNG QUY ƯỚC LÀM TRÒN SỐ ĐỂ ƯỚC LƯỢNG KẾT QUẢ CÁC PHÉP TÍNH**Phương pháp giải.**

Để ước lượng kết quả các phép tính, ta thường áp dụng quy ước làm tròn số để làm tròn chữ số ở hàng cao nhất của mỗi số tham gia vào phép tính.
Ví dụ : Số 7329 được làm tròn số đến chữ số ở hàng cao nhất là ≈ 7000 .

Ví dụ 9. (Bài 77 tr.37 SGK)

Hãy ước lượng kết quả các phép tính sau :

- a) 495.52 ; b) $82,36.5,1$; c) $6730 : 48$.

Giải.

a) $495.52 \approx 500.50 = 25000$.

Tích phải tìm có 5 chữ số và xấp xỉ 25000.

b) $82,36.5,1 \approx 80.5 = 400$.

Tích phải tìm khoảng trên 400.

c) $6730 : 48 \approx 7000 : 50 = 140$.

Thương phải tìm xấp xỉ 140.

C. LUYỆN TẬP

10.1 Dạng 1. Làm tròn chục các số sau đây : 138 ; 62 ; 67.

10.2 Dạng 1. Làm tròn các số sau đây đến hàng trăm :
7842 ; 89367 ; 917527.

10.3 Dạng 1. Biết số $\pi \approx 3,141\,592\,653\,589\,793\,238\,462\,643$. Hãy làm tròn số π đến chữ số thập phân :

- a) thứ hai; b) thứ tư;
c) thứ sáu; d) thứ hai mươi hai.

10.4 Dạng 1. Làm tròn số 79,3826 đến chữ số thập phân :

- a) thứ ba; b) thứ hai; c) thứ nhất.

10.5 Dạng 1. Làm tròn các số sau đây đến chữ số thập phân thứ hai :

- a) 7,923; b) 7,9238; c) 17,418;
d) 79,1364; e) 50,401; f) 60,996;
g) 0,158; h) 0,196.

10.6 Dạng 1. Có 17 493 người ở sân vận động. Hãy làm tròn số này đến hàng nghìn.

10.7 Dạng 1. Một số sau khi làm tròn đến hàng nghìn cho kết quả là 83 000. Số đó có thể lớn nhất là bao nhiêu, nhỏ nhất là bao nhiêu ?

10.8 Dạng 1. Làm tròn số 7,5638 đến :

- a) hàng đơn vị; b) chữ số thập phân thứ nhất;
c) hàng phần trăm; d) hàng phần nghìn.

10.9 Dạng 2. $1\text{ in} \approx 2,54\text{ cm}$. Hỏi 1cm gần bằng bao nhiêu in-sơ ? (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

10.10 Dạng 2. $1\text{ m} \approx 3,28\text{ ft}$ ("phút"). Hỏi 1ft gần bằng bao nhiêu mét ? (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

10.11 Dạng 2. Viết các hỗn số sau đây dưới dạng số thập phân gần đúng (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) :

- a) $-2\frac{1}{3}$; b) $6\frac{2}{7}$; c) $-4\frac{3}{11}$.

10.12 Dạng 2. Thực hiện phép tính rồi làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai :

- a) $4,5672 + 2,34 + 4,265 + 0,167$; b) $(2,634 + 8,2) - (7,002 + 0,17)$;
c) $78,2 \cdot 4,006$; d) $5,607 : 0,17$.

10.13 Dạng 3. Ước lượng kết quả các phép tính sau :

- a) $\frac{5,6}{1,7} + \frac{14,92}{1,85}$; b) $\frac{0,125 \cdot 3,92}{0,0836 + 0,76}$.

10.14 Dạng 3. Ước lượng kết quả các phép tính sau :

- a) 12,7.5,8 ; b) 0,55.210 ;
c) 17,8.5,1.0,336 ; d) 15,6 : 2,165 ;
e) $(4,62 + 21,7) \cdot 4,21$; f) $7,8.5,2 + 21,7.0,8$.

10.15 Dạng 3. Ước lượng kết quả các phép tính sau :

- a) $(0,93 + 1,72)(8,5 - 1,7)$; b) $\frac{43,7 + 18,2}{7,8 + 2,9}$;
c) $\frac{101,6 - 51,7}{21,3 - 14,8}$; d) $\frac{0,68.51}{0,25.78}$;
e) $\frac{11,6 - 3,92}{12,7 + 6,58}$.

10.16 Dạng 3. Ước lượng kết quả các phép tính sau :

- a) $(3,1)^3 \cdot (1,8)^3$; b) $\frac{(15,7)^2}{11,3 \cdot 3,1}$;
c) $\frac{16,7}{2,15} + \frac{41,6}{4,7}$; d) $\frac{0,65}{0,01} - \frac{0,75 \cdot 3,6}{0,478}$.

§ 11. SỐ VÔ TỈ. KHÁI NIỆM VỀ CĂN BẬC HAI

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số vô tỉ :

Số vô tỉ là số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

- Tập hợp các số vô tỉ được kí hiệu là I .

2. Khái niệm về căn bậc hai.

- Căn bậc hai của một số a không âm là số x sao cho $x^2 = a$.
- Số dương a có đúng hai căn bậc hai là $\sqrt{a}$ và $-\sqrt{a}$.
- Số 0 chỉ có một căn bậc hai là số 0: $\sqrt{0} = 0$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. LIÊN HỆ GIỮA LŨY THỪA BẬC HAI VÀ CĂN BẬC HAI

Phương pháp giải.

- Nếu $x^2 = a$ ($x \geq 0, a \geq 0$) thì $\sqrt{a} = x$ và ngược lại.
(Lũy thừa bậc hai và căn bậc hai của một số không âm là hai phép toán ngược nhau).

Ví dụ 1. (Bài 82 tr.41 SGK)

Theo mẫu: Vì $2^2 = 4$ nên $\sqrt{4} = 2$, hãy hoàn thành bài tập sau:

- a) Vì $5^2 = \dots$ nên $\sqrt{\dots} = 5$; b) Vì $7^2 = 49$ nên $\dots = 7$;
c) Vì $1^2 = 1$ nên $\sqrt{1} = \dots$; d) Vì $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \dots$ nên $\dots = \dots$.

Giải.

- a) Vì $5^2 = 25$ nên $\sqrt{25} = 5$; b) Vì $7^2 = 49$ nên $\sqrt{49} = 7$;
c) Vì $1^2 = 1$ nên $\sqrt{1} = 1$; d) Vì $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ nên $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$.

Dạng 2. TÌM CĂN BẬC HAI CỦA MỘT SỐ CHO TRƯỚC

Phương pháp giải.

- Sử dụng định nghĩa của căn bậc hai.
- Lưu ý: Số dương có hai căn bậc hai là hai số đối nhau; số âm không có căn bậc hai.
- Khi viết $\sqrt{a}$ ta phải có $a \geq 0$ và $\sqrt{a} \geq 0$.
- Có thể sử dụng máy tính bỏ túi (nút dấu căn bậc hai).

Ví dụ 2. ([?] tr. 41 SGK)

Tìm các căn bậc hai của 16.

Giải.

Các căn bậc hai của 16 là 4 và -4, vì ta có: $4^2 = 16$ và $(-4)^2 = 16$.

Ví dụ 3. ([?] tr. 41 SGK)

Viết các căn bậc hai của 3; 10; 25.

Giải.

Các căn bậc hai của 3 là $\sqrt{3}$ và $-\sqrt{3}$;

Các căn bậc hai của 10 là $\sqrt{10}$ và $-\sqrt{10}$;

Các căn bậc hai của 25 là $\sqrt{25} = 5$ và $-\sqrt{25} = -5$.

Ví dụ 4. (Bài 83 tr.41 SGK)

Ta có: $\sqrt{25} = 5$; $-\sqrt{25} = -5$; $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$.

Theo mẫu trên, hãy tính:

- a) $\sqrt{36}$; b) $-\sqrt{16}$; c) $\sqrt{\frac{9}{25}}$;
d) $\sqrt{3^2}$; e) $\sqrt{(-3)^2}$.

Giải.

- a) $\sqrt{36} = 6$; b) $-\sqrt{16} = -4$; c) $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$;
d) $\sqrt{3^2} = 3$; e) $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$.

Dạng 3. TÌM MỘT SỐ BIẾT CĂN BẬC HAI CỦA NÓ

Phương pháp giải.

- Nếu $\sqrt{x} = a$ ($a \geq 0$) thì $x = a^2$.

Ví dụ 5. (Bài 84 tr.41 SGK)

Nếu $\sqrt{x} = 2$ thì x^2 bằng:

- A. 2; B. 4; C. 8; D. 16.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

Giải.

D. là câu trả lời đúng.

Giải thích : $\sqrt{x} = 2$ nên $x = 2^2 = 4$, do đó $x^2 = 4^2 = 16$.

Ví dụ 6. (Bài 85 tr.42 SGK)

Điền số thích hợp vào ô trống:

x	4		0,25		$(-3)^2$		10^4		$\frac{9}{4}$	
$\sqrt{x}$		4		0,25		$(-3)^2$		10^4		$\frac{9}{4}$

Giải.

x	4	16	0,25	0,0625	$(-3)^2$	$(-3)^4$	10^4	10^8	$\frac{9}{4}$	$\frac{81}{16}$
$\sqrt{x}$	2	4	0,5	0,25	3	$(-3)^2$	10^2	10^4	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$

Dạng 4. SỬ DỤNG MÁY TÍNH BỎ TÚI ĐỂ TÍNH CĂN BẬC HAI CỦA MỘT SỐ CHO TRƯỚC

Phương pháp giải.

Nắm vững cách sử dụng nút dấu căn bậc hai của máy tính bỏ túi.

Ví dụ 7. (Bài 86 tr.42 SGK)

Dùng máy tính bỏ túi để tính :

$$\sqrt{3783025}; \sqrt{1125.45}; \sqrt{\frac{0,3+1,2}{0,7}}; \sqrt{\frac{6,4}{1,2}}.$$

Giải.

Tính	Nút ấn	Kết quả
$\sqrt{3783025}$	$\boxed{3}\boxed{7}\boxed{8}\boxed{3}\boxed{0}\boxed{2}\boxed{5}\boxed{\sqrt{}}$	1945
$\sqrt{1125.45}$	$\boxed{1}\boxed{1}\boxed{2}\boxed{5}\boxed{\times}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{=}\boxed{\sqrt{}}$	225
$\sqrt{\frac{0,3+1,2}{0,7}}$	$\boxed{.}\boxed{3}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{.}\boxed{2}\boxed{=}\boxed{\div}\boxed{.}\boxed{7}\boxed{=}\boxed{\sqrt{}}$	1,46 (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Tính	Nút ấn	Kết quả
$\frac{\sqrt{6,4}}{1,2}$	$\boxed{6}\boxed{.}\boxed{4}\boxed{\sqrt{}}\boxed{\div}\boxed{1}\boxed{.}\boxed{2}\boxed{=}$	2,11 (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

C. LUYỆN TẬP

11.1 Dạng 1. Theo mẫu : Vì $2^2 = 4$ nên $\sqrt{4} = 2$, hãy hoàn thành bài tập sau :

- a) Vì $3^2 = \dots$ nên $\sqrt{\dots} = 3$ b) Vì $4^{\dots} = 16$ nên $\dots = 4$
 c) Vì $10^2 = \dots$ nên $\dots = \dots$ d) Vì $\dots = 0$ nên $\sqrt{0} = \dots$
 e) Vì $1,1^2 = \dots$ nên $\dots = \dots$ f) Vì $(0,5)^2 = \dots$ nên $\dots = \dots$
 g) Vì $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \dots$ nên $\dots = \dots$ h) Vì $(-2)^2 = \dots$ nên $\dots = \dots$
 i) Vì $(-5)^2 = \dots$ nên $\dots = \dots$

11.2 Dạng 1. Điền số thích hợp vào bảng sau :

Cạnh hình vuông A			2	2,5				$\sqrt{21}$	5,7
Diện tích hình vuông A	2,25	3			12,25	16	19		

11.3 Dạng 2. Tính :

- a) $\sqrt{6400}$; b) $-\sqrt{\frac{36}{25}}$; c) $\sqrt{0,16}$.

11.4 Dạng 2. Tính và so sánh :

- a) $\sqrt{9.4}$ và $\sqrt{9}.\sqrt{4}$; b) $\sqrt{16.25}$ và $\sqrt{16}.\sqrt{25}$;
 c) $\sqrt{2.25.2.56}$ và $\sqrt{2.25}.\sqrt{2.56}$; d) $\sqrt{2.89.6.25}$ và $\sqrt{2.89}.\sqrt{6.25}$.
 Từ đó có thể dự đoán một công thức như thế nào ?

11.5 Tính và so sánh :

- a) $\sqrt{\frac{9}{4}}$ và $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$; b) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ và $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}$;

$$c) \sqrt{\frac{169}{64}} \text{ và } \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{64}}; \quad d) \sqrt{\frac{2,25}{2,56}} \text{ và } \frac{\sqrt{2,25}}{\sqrt{2,56}}.$$

Từ đó có thể dự đoán một công thức như thế nào ?

11.6 Dạng 2. Phải chăng $5 = 7$ hoặc $5 = 1$?

Một trong năm đẳng thức ở mỗi dòng sau đây là sai. Hãy tìm đẳng thức đó :

$$5 = \sqrt{25} = \sqrt{16+9} = \sqrt{16} + \sqrt{9} = 4+3 = 7; \\ 5 = \sqrt{25} = \sqrt{169-144} = \sqrt{169} - \sqrt{144} = 13-12 = 1.$$

11.7 Dạng 2. Điền số thích hợp vào bảng sau :

x					
x^2	$25 \cdot 10^2$	$\frac{1}{64}$	$\frac{8,1}{4,9}$	$\frac{242}{18}$	1

11.8 Dạng 3. Điền số thích hợp vào ô vuông :

$$a) \sqrt{\square} = 7; \quad b) \sqrt{169} = \square; \quad c) \sqrt{\square^2} = 14; \\ d) -\sqrt{\square} = -11; \quad e) \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \square; \quad f) \left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 = \square; \\ g) \left(\sqrt{\square}\right)^2 = 81; \quad h) \sqrt{\square} = 0.$$

11.9 Dạng 3. Tìm sai lầm trong lời giải sau và sửa lại chỗ sai :

$$a) \sqrt{81} = 9; \quad \sqrt{0,49} = 0,7; \quad \sqrt{0,9} = 0,3. \\ b) (\sqrt{5})^2 = 5; \quad \sqrt{-(13)^2} = -13; \quad \sqrt{1024} = 2^5. \\ c) \sqrt{0,01} = 0,1; \quad \sqrt{121} = 11^2; \quad \sqrt{100} = 10.$$

11.10 Tìm sai lầm trong lời giải sau :

$$a) \sqrt{1681} = \sqrt{1600} + \sqrt{81}; \quad b) \sqrt{(-36) \cdot (-81)} = 6,9; \\ c) (-\sqrt{3})^2 = 3; \quad d) \sqrt{169-144} = \sqrt{169} - \sqrt{144}; \\ e) (-\sqrt{9})^2 = 3; \quad f) -\sqrt{(-7)^2} = -7.$$

11.11 Tính bình phương của mỗi số sau đây :

$$a) \sqrt{5}; \quad b) -\sqrt{3}; \quad c) -\sqrt{11}; \quad d) \sqrt{3^2}; \quad e) \sqrt{(-7)^2}.$$

11.12 Tìm $x \in \mathbb{Q}$, biết :

$$a) x^2 = 4; \quad b) x^2 = 5; \quad c) x^2 = 0; \quad d) x^2 = 1.$$

11.13 Tìm $x \in \mathbb{Q}$, biết :

$$a) x^2 - 9 = 0; \quad b) x^2 + 1 = 0; \quad c) x^2 = 2; \quad d) x^2 - 3 = 0.$$

11.14 Tìm $x \in \mathbb{Q}$, biết :

$$a) x^2 + 1 = 82; \quad b) x^2 + \frac{7}{4} = \frac{23}{4}; \quad c) 2x^2 = 6; \quad d) 7x^2 = 91.$$

11.15 Tìm $x \in \mathbb{Q}$, biết :

$$a) (x-1)^2 = 9; \quad b) (2x+3)^2 = 25.$$

11.16 Tìm :

- Một số lớn hơn bình phương của nó ;
- Một số nhỏ hơn căn bậc hai của nó ;
- Tất cả các số bằng bình phương của chúng.

11.17 Dạng 4. Ước lượng kết quả các phép tính sau rồi tính lại bằng máy tính bỏ túi :

$$A = \frac{\sqrt{9,87 \cdot 16,25}}{4,52 \cdot 1,77}; \quad B = \frac{4,1 \cdot \sqrt{48,12}}{26,23}.$$

11.18 Dạng 4. Cũng hỏi như Bài 11.17 :

$$A = (3,52)^2 \cdot \sqrt{17,9}; \quad B = \sqrt{41,75,6}; \quad C = \sqrt{4,26} \cdot \sqrt{105,6}.$$

11.19 Dạng 4. Tính bằng máy tính bỏ túi rồi làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai :

$$A = \frac{\sqrt{215-31,72}}{0,6137}; \quad B = \frac{\sqrt{15,32} - \sqrt{5,612}}{4,73}; \\ C = \frac{\sqrt{0,65} - \sqrt{0,864}}{\sqrt{0,0046}}; \quad D = \frac{\sqrt{171}}{4,2} - \frac{\sqrt{17,9}}{0,053}.$$

11.20 Tìm số tự nhiên N thỏa mãn đồng thời 4 điều kiện :

- N là bình phương của một số tự nhiên.
- N là một số có bốn chữ số
- Chữ số hàng nghìn và chữ số hàng đơn vị của số N như nhau.
- Tích bốn chữ số của N bằng 10.

§ 12. SỐ THỰC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số thực

- Số hữu tỉ và số vô tỉ được gọi chung là số thực. Tập hợp các số thực được ký hiệu là $\mathbb{R}$.
- Nếu a là số thực thì a biểu diễn được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn. Khi đó, ta có thể so sánh hai số thực tương tự như so sánh hai số hữu tỉ viết dưới dạng thập phân.
- Với a, b là hai số thực dương, nếu $a > b$ thì $\sqrt{a} > \sqrt{b}$.

2. Trục số thực

- Mỗi số thực được biểu diễn bởi một điểm trên trục số.
- Mỗi điểm trên trục số biểu diễn một số thực.

3. Các phép toán

Trong tập hợp số thực $\mathbb{R}$, ta cũng định nghĩa các phép toán cộng, trừ, nhân, chia, lũy thừa và khai căn. Các phép toán trong tập hợp số thực cũng có các tính chất như các phép toán trong tập hợp các số hữu tỉ.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP VỀ ĐỊNH NGHĨA CÁC TẬP HỢP SỐ

Phương pháp giải.

- Nắm vững các kí hiệu tập hợp số:
 $\mathbb{N}$: tập hợp các số tự nhiên. $\mathbb{Z}$: tập hợp các số nguyên.
 $\mathbb{Q}$: tập hợp các số hữu tỉ. $\mathbb{I}$: tập hợp các số vô tỉ.
 $\mathbb{R}$: tập hợp các số thực.
- Nắm vững quan hệ giữa các tập hợp số nói trên:
 $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}; \mathbb{I} \subset \mathbb{R}$

Ví dụ 1. (Bài 87 tr.44 SGK)

Điền dấu $\in, \notin$ thích hợp vào ô vuông:

$$3 \square \mathbb{Q}; \quad 3 \square \mathbb{R}; \quad 3 \square \mathbb{I}; \quad -2,53 \square \mathbb{Q}; \\ 0,2(35) \square \mathbb{I}; \quad \mathbb{N} \square \mathbb{Z}; \quad \mathbb{I} \square \mathbb{R}.$$

Giải.

$$3 \in \mathbb{Q}; \quad 3 \in \mathbb{R}; \quad 3 \notin \mathbb{I}; \quad -2,53 \in \mathbb{Q}; \quad 0,2(35) \notin \mathbb{I}; \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}; \quad \mathbb{I} \subset \mathbb{R}$$

Ví dụ 2. (Bài 88 tr.44 SGK)

Điền vào chỗ trống (...) trong các phát biểu sau:

- Nếu a là số thực thì a là số ... hoặc số ...
- Nếu b là số vô tỉ thì b viết được dưới dạng ...

Giải.

- Nếu a là số thực thì a là số hữu tỉ hoặc số vô tỉ.
- Nếu b là số vô tỉ thì b viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

Ví dụ 3. (Bài 89 tr.45 SGK)

Trong các câu sau đây, câu nào đúng, câu nào sai:

- Nếu a là số nguyên thì a cũng là số thực;
- Chỉ có số 0 không là số hữu tỉ dương và cũng không là số hữu tỉ âm;
- Nếu a là số tự nhiên thì a không phải là số vô tỉ.

Trả lời.

- Các câu a), c) đúng.
- Câu b) sai vì ngoài số 0 ra, số vô tỉ cũng không là số hữu tỉ dương và cũng không là số hữu tỉ âm.

Ví dụ 4. (Bài 94 tr.45 SGK)

Hãy tìm các tập hợp:

- $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I}$;
- $\mathbb{R} \cap \mathbb{I}$.

Giải.

- $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$;
- $\mathbb{R} \cap \mathbb{I} = \mathbb{I}$.

Dạng 2. SO SÁNH CÁC SỐ THỰC

Phương pháp giải.

Cần nắm vững:

- Với hai số thực x, y bất kì, ta luôn có hoặc $x = y$ hoặc $x < y$ hoặc $x > y$.
- Các số thực lớn hơn 0 gọi là số thực dương, các số thực nhỏ hơn 0 gọi là số thực âm. Số 0 không là số thực dương cũng không là số thực âm.
- Việc so sánh các số thực được làm tương tự như so sánh các số hữu tỉ.
- Với a, b là hai số thực dương, nếu $a > b$ thì $\sqrt{a} > \sqrt{b}$.

Ví dụ 5. (Bài 91 tr.45 SGK)

Điền chữ số thích hợp vào ô vuông :

- a) $-3,02 < -3, \square 1$; b) $-7,5 \square 8 > -7,513$;
 c) $-0,4 \square 854 < -0,49826$; d) $-1, \square 0765 < -1,892$.

Hướng dẫn.a) Ta phải có $3,02 > 3, \square 1$ suy ra $3,02 > 3, \square 1$.Vậy : $-3,02 < -3, \square 1$.b) $-7,5 \square 8 > -7,513$;c) $-0,4 \square 854 < -0,49826$;d) $-1, \square 0765 < -1,892$.**Ví dụ 6.** (Bài 92 tr.45 SGK)Sắp xếp các số thực : $-3,2$; 1 ; $-\frac{1}{2}$; $7,4$; 0 ; $-1,5$.

a) Theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.

b) Theo thứ tự từ nhỏ đến lớn của các giá trị tuyệt đối của chúng.

Giải.a) $-3,2 < -1,5 < -\frac{1}{2} < 0 < 1 < 7,4$.b) $0 < \frac{1}{2} < 1 < 1,5 < 3,2 < 7,4$, do đó :

$$|0| < \left| -\frac{1}{2} \right| < |1| < |-1,5| < |-3,2| < |7,4|.$$

Ví dụ 7. 1. Chứng minh rằng với a, b là hai số thực dương, ta có :a) Nếu $a > b$ thì $a^2 > b^2$. b) Nếu $a^2 > b^2$ thì $a > b$.2. Chứng minh rằng với a, b là hai số thực dương, ta có :a) Nếu $a > b$ thì $\sqrt{a} > \sqrt{b}$; b) Nếu $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ thì $a > b$.

3. Áp dụng : So sánh (không dùng máy tính)

a) 5 và $\sqrt{29}$; b) $3\sqrt{2}$ và $2\sqrt{3}$.**Giải.**1. a) a, b là hai số thực dương nên $a + b > 0$. Nếu $a > b$ thì $a - b > 0$.Xét tích : $(a + b)(a - b) = a(a - b) + b(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$.Vì $a + b > 0, a - b > 0$ nên $(a + b)(a - b) > 0$ hay $a^2 - b^2 > 0$. Suy ra : $a^2 > b^2$.b) Nếu $a^2 > b^2$ thì $a^2 - b^2 > 0$ hay $(a + b)(a - b) > 0$. $a + b > 0$ (vì $a > 0, b > 0$) suy ra $a - b > 0$ hay $a > b$.2) a, b là hai số thực dương nên $a = (\sqrt{a})^2, b = (\sqrt{b})^2$. Theo câu 1, ta có :a) Nếu $a > b$ hay $(\sqrt{a})^2 > (\sqrt{b})^2$ thì $\sqrt{a} > \sqrt{b}$.b) Nếu $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ thì $(\sqrt{a})^2 > (\sqrt{b})^2$ hay $a > b$.3) a) Theo kết quả ở câu 1, ta có : $29 > 25$ hay $(\sqrt{29})^2 > 5^2$ nên $\sqrt{29} > 5$.b) Xét $(3\sqrt{2})^2$ và $(2\sqrt{3})^2$. Ta có :

$$(3\sqrt{2})^2 = 3\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 9 \cdot (\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18.$$

$$(2\sqrt{3})^2 = 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 4 \cdot (\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12.$$

Vì $18 > 12$ hay $(3\sqrt{2})^2 > (2\sqrt{3})^2$ nên suy ra $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$.**Dạng 3. TÌM SỐ CHƯA BIẾT TRONG MỘT ĐẲNG THỨC****Phương pháp giải.**

- Sử dụng tính chất của các phép toán ;
- Sử dụng quan hệ giữa các số hạng trong một tổng, một hiệu; quan hệ giữa các thừa số trong một tích, quan hệ giữa số bị chia, số chia và thương trong một phép chia.
- Sử dụng quy tắc “dấu ngoặc”, “chuyển vế”.

Ví dụ 8. (Bài 93 tr.45 SGK)Tìm x , biết :

a) $3,2 \cdot x + (-1,2) \cdot x + 2,7 = -4,9$;

b) $(-5,6) \cdot x + 2,9 \cdot x - 3,86 = -9,8$.

Giải.

a) $3,2 \cdot x + (-1,2) \cdot x + 2,7 = -4,9$

$[3,2 + (-1,2)] \cdot x + 2,7 = -4,9$

$2 \cdot x + 2,7 = -4,9$

$$2.x = -4,9 - 2,7$$

$$2.x = -7,6$$

$$x = \frac{-7,6}{2}$$

$$x = -3,8.$$

b) Làm tương tự câu a). Đáp số : $x = 2,2$.

Ví dụ 9. Tìm x , biết : $\left(1\frac{3}{7} - x\right) \cdot 3\frac{1}{3} = -2\frac{31}{42}$.

Giải.

$$\left(1\frac{3}{7} - x\right) \cdot 3\frac{1}{3} = -2\frac{31}{42}$$

$$1\frac{3}{7} - x = -2\frac{31}{42} : 3\frac{1}{3}$$

$$1\frac{3}{7} - x = -\frac{23}{28}$$

$$1\frac{3}{7} + \frac{23}{28} = x$$

$$x = 2\frac{1}{4}$$

Dạng 4. TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

Phương pháp giải.

- Thực hiện phối hợp các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, lũy thừa, chú ý thực hiện đúng theo thứ tự đã quy định.
- Rút gọn các phân số khi có thể.
- Chú ý vận dụng tính chất các phép toán để tính toán được thuận tiện.

Ví dụ 10. (Bài 90 tr. 45 SGK)

Thực hiện các phép tính :

$$a) \left(\frac{9}{25} - 2,18\right) : \left(3\frac{4}{5} + 0,2\right); \quad b) \frac{5}{18} - 1,456 : \frac{7}{25} + 4,5 \cdot \frac{4}{5}$$

Giải.

$$a) \left(\frac{9}{25} - 2,18\right) : \left(3\frac{4}{5} + 0,2\right) = (0,36 - 36) : (3,8 + 0,2)$$

$$= -35,64 : 4$$

$$= -8,91.$$

$$b) \frac{5}{18} - 1,456 : \frac{7}{25} + 4,5 \cdot \frac{4}{5} = \frac{5}{18} - 1,456 : 0,28 + 4,5 \cdot 0,8$$

$$= \frac{5}{18} - 5,2 + 3,6$$

$$= \frac{5}{18} - 1,6$$

$$= \frac{5}{18} - \frac{8}{5}$$

$$= \frac{-119}{90}$$

$$= -1\frac{29}{90}$$

Ví dụ 11. (Bài 95 tr. 45 SGK)

Tính giá trị của các biểu thức :

$$A = -5,13 : \left(5\frac{5}{28} - 1\frac{8}{9} \cdot 1,25 + 1\frac{16}{63}\right);$$

$$B = \left(3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{62}{75} - \frac{4}{25}\right).$$

Giải.

$$A = -5,13 : \left(5\frac{5}{28} - 1\frac{8}{9} \cdot 1,25 + 1\frac{16}{63}\right) = -5,13 : \left(5\frac{5}{28} - \frac{17}{9} \cdot \frac{5}{4} + 1\frac{16}{63}\right)$$

$$= -5,13 : \left(5\frac{5}{28} - 2\frac{13}{36} + 1\frac{16}{63}\right)$$

$$= -5,13 : \left[(5 - 2 + 1) + \left(\frac{5}{28} - \frac{13}{36} + \frac{16}{63}\right)\right]$$

$$= -5,13 : \left(4 + \frac{1}{14}\right) = -5,13 : \frac{57}{14} = \frac{-5,13 \cdot 14}{57} = -1,26$$

Vậy : $A = -1,26$.

$$B = \left(3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{62}{75} - \frac{4}{25}\right) = \left(\frac{10}{3} \cdot \frac{19}{10} + \frac{39}{2} : \frac{13}{3}\right) \cdot \left(\frac{62}{75} - \frac{12}{75}\right)$$

$$= \left(\frac{19}{3} + \frac{39 \cdot 3}{2 \cdot 13}\right) \cdot \frac{2}{3} = \frac{38}{9} + \frac{39}{13} = 4\frac{2}{9} + 3 = 7\frac{2}{9}.$$

Vậy : $B = 7\frac{2}{9}$.

C. LUYỆN TẬP

12.1 Dạng 1. Điền các dấu ($\in, \notin, \subset$) thích hợp vào ô vuông :

$$-2 \square \mathbb{N}; -2 \square \mathbb{Z}; -2 \square \mathbb{Q}; -2 \square \mathbb{R}; -2 \square \mathbb{I};$$

$$\sqrt{2} \square \mathbb{I}; \sqrt{2} \square \mathbb{Q}; \sqrt{2} \square \mathbb{R}; \mathbb{Z} \square \mathbb{Q}; \mathbb{N} \square \mathbb{R};$$

12.2 Dạng 1. Điền vào chỗ trống (...) trong các phát biểu sau :

- a) Nếu a là số hữu tỉ thì a cũng là ...
b) Nếu a là số hữu tỉ thì a viết được dưới dạng số thập phân ... hoặc ...

12.3 Dạng 1. Trong các câu sau đây, câu nào đúng, câu nào sai :

- a) Nếu a là số vô tỉ thì a cũng là số thực ;
b) Nếu a là số hữu tỉ thì a không phải là số vô tỉ ;
c) Nếu a là căn bậc hai của một số tự nhiên thì a là số vô tỉ.

12.4 Dạng 1. Tìm các tập hợp :

- a) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{I}$; b) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{R}$.

12.5 Dạng 2. So sánh các số thực sau :

- a) 0,135 và 0,(135) ; b) $\frac{2}{7}$ và 0,(3) ;
c) 2,1(467) và $\frac{43}{20}$; d) $[0,(3)]^2$ và $(0,3)^2$;
e) $[0,(21)]^2$ và $(0,21)^2$; f) $\frac{16}{121}$ và $[0,3(59)]^2$.

12.6 Dạng 2. So sánh các số thực :

- a) 0,545545545... và $\frac{6}{11}$; b) $-2\frac{2}{9}$ và $-2,212212221...$;
c) $7\frac{8}{13}$ và 7,567567567... ; d) 1,2121212... và $1\frac{7}{33}$.

12.7 Dạng 2. So sánh các số thực :

- a) 3,737373... và 3,767676... ; b) -0,1845 và -0,184184... ;
c) 6,821821821... và 6,8218 ; d) 7,315315... và 7,325316.

12.8 Dạng 2. Sắp xếp các số thực sau theo thứ tự tăng dần :

$$0,466 ; \frac{7}{15} ; 0,4636363... ; 0,463736 ; 0,4656365...$$

12.9 Dạng 2. Trong hai số sau, số nào lớn hơn ?

- a) 13 và $\sqrt{170}$; b) $\sqrt{6}$ và 3 ;
c) 15 và $\sqrt{226}$; d) $\sqrt{12}$ và $\sqrt{17}$.

12.10 Dạng 2. So sánh $5\sqrt{6}$ và $6\sqrt{5}$.

12.11 Dạng 2. Không dùng máy tính, hãy so sánh :

- a) $\sqrt{7} + \sqrt{15}$ và 7 ; b) $\sqrt{17} + \sqrt{5} + 1$ và $\sqrt{45}$.

12.12 Dạng 3. Tìm x, biết : $\left(2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2}\right) : \left(x + 3\frac{1}{7}\right) + 7\frac{1}{2} = 1\frac{69}{86}$.

12.13 Dạng 3. Tìm x, biết : $[(7 + 0,004x) : 0,9] : 24,7 - 12,3 = 77,7$.

12.14 Dạng 3. Tìm x, biết : $\left[\left(6\frac{3}{7} - \frac{0,75x - 2}{0,35}\right) : 2,8 + 1,75\right] : 0,05 = 235$.

12.15 Dạng 4. Thực hiện phép tính :

$$2\frac{2}{3} : \left[\left[(3,72 - 0,02) \cdot \frac{10}{37}\right] : \frac{5}{6} + 2,8\right] - \frac{7}{15}.$$

12.16 Dạng 4. Tính giá trị của biểu thức :

$$A = \left(13,25 - 2\frac{5}{27} - 10\frac{5}{6}\right) \cdot 230,04 + 46,75.$$

12.17 Chứng minh $\sqrt{7}$ là số vô tỉ.

12.18 Hãy viết một số hữu tỉ và một số vô tỉ lớn hơn $\sqrt{2}$ nhưng nhỏ hơn $\sqrt{3}$.

12.19 Hãy cho một ví dụ để bác bỏ mệnh đề sau : “Tổng, tích, thương của hai số vô tỉ cũng là số vô tỉ”.

12.20 Có người nói : “Tổng của hai số vô tỉ dương là một số vô tỉ”. Điều đó có đúng không ?

12.21 Chứng minh rằng :

- a) Tổng của một số hữu tỉ và một số vô tỉ là một số vô tỉ.
b) Tích của một số hữu tỉ khác 0 với một số vô tỉ là một số vô tỉ.
c) Thương của một số hữu tỉ với một số vô tỉ là một số vô tỉ.

12.22 Chứng tỏ rằng tập hợp $\mathbb{I}$ các số vô tỉ có vô số phần tử.

12.23 Cho số $a = 0,12345678910111213...$ trong đó, sau dấu phẩy là các số tự nhiên được viết liên tiếp kể từ 1. Chứng minh rằng a là một số vô tỉ.

ÔN TẬP CHƯƠNG 1

A. BÀI TẬP ÔN TRONG SGK

96. Thực hiện phép tính (bằng cách hợp lý nếu có thể):

$$\begin{aligned} \text{a)} & 1\frac{4}{23} + \frac{5}{21} - \frac{4}{23} + 0,5 + \frac{16}{21}; & \text{b)} & \frac{3}{7} \cdot 19\frac{1}{3} - \frac{3}{7} \cdot 33\frac{1}{3}; \\ \text{c)} & 9 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{3}; & \text{d)} & 15\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right) - 25\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right). \end{aligned}$$

Giải.

$$\text{a)} 1\frac{4}{23} + \frac{5}{21} - \frac{4}{23} + 0,5 + \frac{16}{21} = \left(1\frac{4}{23} - \frac{4}{23}\right) + \left(\frac{5}{21} + \frac{16}{21}\right) + 0,5 = 1 + 1 + 0,5 = 2,5.$$

$$\text{b)} \frac{3}{7} \cdot 19\frac{1}{3} - \frac{3}{7} \cdot 33\frac{1}{3} = \frac{3}{7} \cdot \left(19\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{7} \cdot (-14) = -6.$$

$$\text{c)} 9 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{3} = 9 \cdot \left(-\frac{1}{27}\right) + \frac{1}{3} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0.$$

$$\text{d)} 15\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right) - 25\frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{7}\right) = \left(15\frac{1}{4} - 25\frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{5}{7}\right) = (-10) \cdot \left(-\frac{7}{5}\right) = 14.$$

97. Tính nhanh:

$$\begin{aligned} \text{a)} & (-6,37 \cdot 0,4) \cdot 2,5; & \text{b)} & (-0,125) \cdot (-5,3) \cdot 8; \\ \text{c)} & (-2,5) \cdot (-4) \cdot (-7,9); & \text{d)} & (-0,375) \cdot 4\frac{1}{3} \cdot (-2)^3. \end{aligned}$$

Giải.

$$\text{a)} (-6,37 \cdot 0,4) \cdot 2,5 = -6,37 \cdot (0,4 \cdot 2,5) = -6,37 \cdot 1 = -6,37.$$

$$\text{b)} (-0,125) \cdot (-5,3) \cdot 8 = (-0,125 \cdot 8) \cdot (-5,3) = (-1) \cdot (-5,3) = 5,3.$$

$$\text{c)} (-2,5) \cdot (-4) \cdot (-7,9) = [(-2,5) \cdot (-4)] \cdot (-7,9) = 10 \cdot (-7,9) = -79.$$

$$\text{d)} (-0,375) \cdot 4\frac{1}{3} \cdot (-2)^3 = [(-0,375) \cdot (-8)] \cdot \frac{13}{3} = 3 \cdot \frac{13}{3} = 13.$$

98. Tìm y , biết:

$$\begin{aligned} \text{a)} & -\frac{3}{5}y = \frac{21}{10}; & \text{b)} & y : \frac{3}{8} = -1\frac{31}{33}; \\ \text{c)} & 1\frac{2}{5}y + \frac{3}{7} = -\frac{4}{5}; & \text{d)} & -\frac{11}{12}y + 0,25 = \frac{5}{6}. \end{aligned}$$

Đáp số.

$$\begin{aligned} \text{a)} & y = -\frac{7}{2} = -3\frac{1}{2}; & \text{b)} & y = -\frac{8}{11}; \\ \text{c)} & y = -\frac{43}{49}; & \text{d)} & y = -\frac{7}{11}. \end{aligned}$$

99. Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$P = \left(-0,5 - \frac{3}{5}\right) : (-3) + \frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{6}\right) : (-2);$$

$$Q = \left(\frac{2}{25} - 1,008\right) : \frac{4}{7} : \left[\left(3\frac{1}{4} - 6\frac{5}{9}\right) \cdot 2\frac{2}{17}\right].$$

Giải.

$$\begin{aligned} P &= \left(-0,5 - \frac{3}{5}\right) : (-3) + \frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{6}\right) : (-2) = \left(-\frac{1}{2} - \frac{3}{5}\right) : (-3) + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \\ &= \frac{-11}{10} : (-3) + \frac{1}{3} = \frac{11}{30} + \frac{1}{3} = \frac{37}{60}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= \left(\frac{2}{25} - 1,008\right) : \frac{4}{7} : \left[\left(3\frac{1}{4} - 6\frac{5}{9}\right) \cdot 2\frac{2}{17}\right] \\ &= \left(\frac{2}{25} - \frac{126}{125}\right) : \frac{4}{7} : \left[\left(\frac{13}{4} - \frac{59}{9}\right) \cdot \frac{36}{17}\right] = \frac{-116}{125} \cdot \frac{7}{4} : \left(\frac{-119}{36} \cdot \frac{36}{17}\right) \\ &= \frac{-29,7}{125} : (-7) = \frac{29}{125}. \end{aligned}$$

100. Mẹ bạn Minh gửi tiết kiệm 2 triệu đồng theo thể thức “có kì hạn 6 tháng”. Hết thời hạn 6 tháng, mẹ bạn Minh được lĩnh cả vốn lẫn lãi là 2 062 400đ. Tính lãi suất hàng tháng của thể thức gửi tiết kiệm này.

Giải.

$$\text{Tiền lãi một tháng là: } (2062400 - 2000000) : 6 = 10400 \text{ (đ)}.$$

$$\text{Lãi suất hàng tháng là: } \frac{10400 \cdot 100}{2000000} \% = 0,52\%.$$

Đáp số: 0,52%.

101. Tìm x , biết:

$$\begin{aligned} \text{a)} & |x| = 2,5; & \text{b)} & |x| = -1,2; \\ \text{c)} & |x| + 0,573 = 2; & \text{d)} & \left|x + \frac{1}{3}\right| - 4 = -1. \end{aligned}$$

Đáp số.

- a) $x = \pm 2,5$; b) Không tồn tại giá trị nào của x ;
 c) $x = \pm 1,427$; d) $x = 2\frac{2}{3}$; $x = -3\frac{1}{3}$.

102. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ($a, b, c, d \neq 0$; $a \neq \pm b$; $c \neq \pm d$) hãy suy ra các tỉ

lệ thức sau:

- a) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$; b) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$; c) $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$;
 d) $\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$; e) $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$; f) $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$.

Hướng dẫn.

a) Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d}$. Từ $\frac{a+b}{c+d} = \frac{b}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

Các câu còn lại cũng làm tương tự.

103. Theo hợp đồng, hai tổ sản xuất chia lãi với nhau theo tỉ lệ 3 : 5. Hỏi mỗi tổ được chia bao nhiêu nếu tổng số lãi là 12 800 000 đồng.

Đáp số.

4 800 000 đ và 8 000 000 đ.

104. Một cửa hàng có ba tấm vải dài tổng cộng 108m. Sau khi bán đi $\frac{1}{2}$ tấm thứ nhất, $\frac{2}{3}$ tấm thứ hai và $\frac{3}{4}$ tấm thứ ba thì số mét vải còn lại ở ba tấm bằng nhau. Tính chiều dài mỗi tấm vải lúc đầu?

Đáp số.

24m, 36m và 48m.

105. Tính giá trị của các biểu thức sau:

- a) $\sqrt{0,01} - \sqrt{0,25}$; b) $0,5 \cdot \sqrt{100} - \sqrt{\frac{1}{4}}$.

Giải.

a) $\sqrt{0,01} - \sqrt{0,25} = 0,1 - 0,5 = -0,4$;

b) $0,5 \cdot \sqrt{100} - \sqrt{\frac{1}{4}} = 0,5 \cdot 10 - 0,5 = 4,5$.

B. BÀI TẬP ÔN BỔ SUNG

1. So sánh các số thực:

- a) $\frac{131}{273}$ và $\frac{179}{235}$; b) 2 và $3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$; c) 3^{21} và 2^{31} .

2. So sánh các số thực:

- a) 0,22(23) và 0,2223; b) $\frac{1}{7}$ và 0,1428(57);
 c) $-2\frac{2}{3}$ và -2,67; d) $-\frac{7}{6}$ và -1,16667.

3. So sánh các số thực:

- a) 99^{20} và 9999^{10} ; b) 9^{20} và 27^{13} ;
 c) $\frac{2^{23}+1}{2^{25}+1}$ và $\frac{2^{25}+1}{2^{27}+1}$; d) $2^{30} + 3^{30} + 4^{30}$ và $3 \cdot 24^{10}$.

4. Tìm số tự nhiên n , biết rằng:

- a) $32 < 2^n < 128$; b) $2 \cdot 16 \geq 2^n > 4$; c) $9 \cdot 27 \leq 3^n \leq 243$.

5. Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho:

- a) $3^{-2} \cdot 3^4 \cdot 3^n = 3^7$; b) $2^{-1} \cdot 2^n + 4 \cdot 2^n = 9 \cdot 2^5$.

6. Tìm x , biết rằng:

- a) $x^2 > 0$; b) $x^2 \leq 0$.

7. Tìm x , biết rằng:

- a) $|x| = -|x+1|$; b) $|x| = -x^2$; c) $|x-2| = -(2-x)^2$;
 d) $\frac{|x|}{x} = 1$; e) $|x-2| = |2-x|$.

8. Tìm x , biết rằng:

- a) $|x| > 0$; b) $|x| < 0$.

9. Tìm x , biết rằng:

- a) $\sqrt{x^2} = x$; b) $\sqrt{x^2} = -x$; c) $x \cdot \sqrt{x-2} = 0$;
 d) $(x^2 - 4) \cdot \sqrt{x} = 0$.

10. Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$A = \left(\frac{1}{4} - \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{9}}{\frac{1}{9}} \right) : \left(\frac{2}{3} + \frac{\frac{7}{15}}{\frac{2}{5} - \frac{1}{6}} \right);$$

$$B = (0,8 \cdot 7 + 0,64) \cdot \left(1,25 \cdot 7 - \frac{4}{5} \cdot 1,25\right) + 31,64.$$

11. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số :

- a) $0,2(3)$; b) $1,4(51)$; c) $-2,37(1)$; d) $-3,24(41)$;
e) $0,413(1561)$; f) $-0,41(356)$.

12. Tính :

a) $2\frac{1}{2} - 3,4(12) - \frac{4}{3} + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} + 0,5 - 3\frac{1}{2}\right)$;

b) $[0, (5) \cdot 0, (2)] : \left(3\frac{1}{3} : \frac{33}{25}\right) - \left(\frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{3}\right) : \frac{4}{3}$.

13. Tính :

a) $0,4(3) + 0,6(2) \cdot 2\frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{0,5(8)} : \frac{50}{53}$;

b) $3\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{49} - \left[2, (4) \cdot 2\frac{5}{11}\right] : \left(-\frac{42}{5}\right)$.

14. Chứng minh đẳng thức :

- a) $12^8 \cdot 9^{12} = 18^{16}$;
b) $14,2 \cdot 11 + 14,2 \cdot 41 + 5,8 \cdot 11 + 5,8 \cdot 41 = 1040$;
c) $75^{20} = 45^{10} \cdot 5^{30}$;
d) $31 \cdot 82 + 125 \cdot 48 + 31 \cdot 43 - 125 \cdot 67 = 1500$.

15. Chứng tỏ rằng :

- a) $\sqrt{21} - \sqrt{5} > \sqrt{20} - \sqrt{6}$; b) $\sqrt{2} + \sqrt{8} < \sqrt{3} + 3$;
c) $\sqrt{37} - \sqrt{14} > 6 - \sqrt{15}$; d) $\sqrt{5} + \sqrt{10} > 5,3$.

16. Tính :

a) $\frac{4,5 : \left[47,375 - \left(26\frac{1}{3} - 18,0,75\right) \cdot 2,4 : 0,88\right]}{17,81 : 1,37 - 23\frac{2}{3} : 1\frac{5}{6}}$;

b) $\left\{ \frac{4\frac{1}{3} + 5,4 + 0,2(6)}{\frac{13}{15} + 0,0(3) + 0,1} : \left[\left(4 - 0,8(3) - 2\frac{7}{8}\right) : \left(8\frac{7}{24} - 7,91(6)\right) \right] \right\} : \left(\frac{3}{14} + \frac{9}{42}\right)$;

c) $\left[\frac{(4,6 + 5 : 6,25) \cdot 14}{4 \cdot 0,125 + 2,3} : \frac{7}{6} \right] : \frac{27 \cdot 9\frac{3}{5}}{12,4 + 4\frac{2}{5}} + \left(4\frac{5}{8} - \frac{13}{6} : 8\frac{2}{3}\right) : \left(3,25 - 2\frac{1}{4}\right)$.

17. Cho $A = (9 \cdot 0,08 + 0,7 \cdot 0,08) \left(9 \cdot 12,5 - 0,7 \cdot 12\frac{1}{2}\right) + 9,49$;

$$B = \frac{(1,09 - 0,29) \cdot 1\frac{1}{4}}{\left(18,9 - 16\frac{13}{20}\right) \cdot \frac{8}{9}}$$

Hỏi số nào lớn hơn và gấp bao nhiêu lần số nhỏ ?

18. Tìm x, y, z biết :

a) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$; $\frac{y}{5} = \frac{z}{4}$ và $x - y + z = -21$;

b) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ và $x^2 - 2y^2 + z^2 = 44$.

19. Cho $\frac{1}{c} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ ($a, b, c \neq 0, b \neq c$) . Chứng minh rằng : $\frac{a}{b} = \frac{a-c}{c-b}$

20. Cho bốn số dương a, b, c, d. Biết rằng : $b = \frac{a+c}{2}$ và $c = \frac{2bd}{b+d}$. Chứng minh rằng bốn số này lập thành một tỉ lệ thức.

Chương 2.

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

§ 1. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = kx$ (với k là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k .

Chú ý: Khi đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x thì x cũng tỉ lệ thuận với y và ta nói hai đại lượng đó tỉ lệ thuận với nhau. Nếu y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k (khác 0) thì x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $1/k$.

2. Tính chất

Nếu hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau thì:

- Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn luôn không đổi.
- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia.

Nếu hai đại lượng y và x tỉ lệ thuận với nhau thì:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots$$

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3} = \dots$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. CÙNG CỐ CÔNG THỨC CỦA ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

Phương pháp giải.

Áp dụng công thức $y = kx$ để xác định tương quan tỉ lệ thuận giữa hai đại lượng và xác định hệ số tỉ lệ.

Ví dụ 1. ([?] tr.51 SGK)

Hãy viết công thức tính:

a) Quãng đường đi được s (km) theo thời gian t (h) của một vật chuyển động đều với vận tốc 15 (km/h);

b) Khối lượng m (kg) theo thể tích V (m^3) của thanh kim loại đồng chất có khối lượng riêng D (kg/m^3). (Chú ý: D là một hằng số khác 0).

Trả lời.

a) $s = 15t$;

b) $m = DV$.

Ví dụ 2. ([?] tr.52 SGK)

Cho biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $k = -\frac{3}{5}$. Hỏi x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào?

Trả lời.

$y = -\frac{3}{5}x$ nên $x = -\frac{5}{3}y$ nghĩa là x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ

$-\frac{5}{3}$.

Ví dụ 3 (Bài 1 tr.53 SGK)

Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x = 6$ thì $y = 4$.

- a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x ;
- b) Hãy biểu diễn y theo x ;
- c) Tính giá trị của y khi $x = 9$; $x = 15$.

Giải.

a) Hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x = 6$ thì $y = 4$

nên ta có $y = kx \Rightarrow 4 = k \cdot 6 \Rightarrow k = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

b) $y = kx$ mà $k = \frac{2}{3}$ nên $y = \frac{2}{3}x$.

c) Khi $x = 9$ thì $y = \frac{2}{3} \cdot 9 = 6$; khi $x = 15$ thì $y = \frac{2}{3} \cdot 15 = 10$.

Ví dụ 4. (Bài 4 tr.54 SGK)

Cho biết z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ k và y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ h . Hãy chứng tỏ rằng z tỉ lệ thuận với x và tìm hệ số tỉ lệ.

Giải.

- z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ k nên $z = ky$ (1)
 y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ h nên $y = hx$ (2)
 Từ (1) và (2) suy ra $z = (k.h)x$.
 Vậy z tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k.h.

Dạng 2. LẬP BẢNG GIÁ TRỊ TƯƠNG ỨNG CỦA HAI ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

Phương pháp giải.

- Trước hết, phải xác định hệ số tỉ lệ k.
- Tiếp đó, dùng công thức $y = kx$ để tìm các giá trị tương ứng của x và y.

Ví dụ 5. ([?] tr.53 SGK)

Cho biết các đại lượng y và x tỉ lệ thuận với nhau :

x	$x_1 = 3$	$x_2 = 4$	$x_3 = 5$	$x_4 = 6$
y	$y_1 = 6$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$	$y_4 = ?$

- a) Hãy xác định hệ số tỉ lệ của y đối với x ;
 b) Thay mỗi dấu ? trong bảng trên bằng một số thích hợp ;
 c) Có nhận xét gì về tỉ số giữa hai giá trị tương ứng

$$\frac{y_1}{x_1}, \frac{y_2}{x_2}, \frac{y_3}{x_3}, \frac{y_4}{x_4}$$

của y và x ?

Trả lời.

- a) $y_1 = kx_1 \Rightarrow 6 = k.3 \Rightarrow k = 2$.
 b) $y_2 = 2.4 = 8$; $y_3 = 2.5 = 10$; $y_4 = 2.6 = 12$.
 c) Các tỉ số đó đều bằng 2 (hệ số tỉ lệ) :

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \frac{y_4}{x_4} = 2$$

Ví dụ 6. (Bài 2 tr.54 SGK)

Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau :

x	- 3	- 1	1	2	5
y				- 4	

Hướng dẫn.

$$k = \frac{y}{x} = \frac{-4}{2} = -2$$

Đáp số :

x	- 3	- 1	1	2	5
y	6	2	- 2	- 4	- 10

Dạng 3. XÉT TƯƠNG QUAN TỈ LỆ THUẬN GIỮA HAI ĐẠI LƯỢNG KHI BIẾT BẢNG CÁC GIÁ TRỊ TƯƠNG ỨNG CỦA CHÚNG

Phương pháp giải.

Xem xét tất cả các thương các giá trị tương ứng của hai đại lượng có bằng nhau không.

Ví dụ 7. (Bài 3 tr.54 SGK)

Các giá trị tương ứng của V và m được cho trong bảng sau

V	1	2	3	4	5
m	7,8	15,6	23,4	31,2	39
$\frac{m}{V}$					

- a) Điền số thích hợp vào các ô trống trong bảng trên;
 b) Hai đại lượng m và V có tỉ lệ thuận với nhau hay không? Vì sao ?

Trả lời.

- a) Các ô trống đều được điền số 7,8.
 b) m và V là hai đại lượng tỉ lệ thuận vì $m = 7,8V$.
 Có thể nói : m tỉ lệ thuận với V theo hệ số tỉ lệ 7,8 hoặc V tỉ lệ thuận với m theo hệ số tỉ lệ $\frac{10}{78} = \frac{5}{39}$.

C. LUYỆN TẬP

- 1.1 Dạng 1. Cho biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ 2. Hỏi x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào ?
 1.2 Dạng 1. Chu vi và độ dài một cạnh của hình vuông có phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận không ? Nếu có, hệ số tỉ lệ là bao nhiêu ?

1.3 Dạng 1. Nếu có p tỉ lệ thuận với q theo hệ số tỉ lệ k thì ta có công thức nào? Nếu hai đại lượng u và v tỉ lệ thuận với nhau thì ta có công thức nào?

1.4 Dạng 1. Biết rằng y_1 tỉ lệ thuận với x_1 theo hệ số tỉ lệ a ($a \neq 0$); y_2 tỉ lệ thuận với x_2 theo hệ số tỉ lệ a . Hỏi $y_1 - y_2$ có tỉ lệ thuận với $x_1 - x_2$ không? Nếu có, hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

1.5 Dạng 1. Chu vi và cạnh của tam giác đều có tỉ lệ thuận với nhau không? Nếu có, hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

1.6 Dạng 2. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Hãy điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

x	-4	-0,5	0		2,5		
y	6			-2,25		-4,5	-7,5

1.7 Dạng 2. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

a) Biết rằng với hai giá trị x_1, x_2 của x có tổng bằng -2 thì hai giá trị tương ứng y_1, y_2 của y có tổng bằng 6 . Hỏi hai đại lượng x và y liên hệ với nhau bởi công thức nào?

b) Từ đó, hãy điền số thích hợp vào các ô trống trong bảng sau:

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$			0	
y				1	$\frac{1}{3}$		-6

1.8 Dạng 2. x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

a) Biết rằng với hai giá trị x_1, x_2 của x thỏa mãn điều kiện $2x_1 - 3x_2 = -8,25$ thì hai giá trị tương ứng y_1, y_2 của y thỏa mãn điều kiện $2y_1 - 3y_2 = 2,75$. Hỏi hai đại lượng x và y liên hệ với nhau bởi công thức nào?

b) Từ đó, hãy điền số thích hợp vào các ô trống trong bảng sau:

x	-3		$\frac{9}{11}$			$3\frac{6}{7}$	$\frac{18}{5}$
y		1,2		0,6	0,1(3)		

1.9 Dạng 2. Cho biết y tỉ lệ thuận với x . y_1, y_2 là các giá trị của y tương ứng với các giá trị x_1, x_2 của x .

a) Tìm giá trị của y tương ứng với $x = x_1 + x_2$;

b) Tìm giá trị của y tương ứng với $x = -\frac{2}{7}x_1$;

c) Tìm giá trị của y tương ứng với $x = \frac{x_1}{x_2}$;

d) Tìm giá trị của y tương ứng với $x = x_1x_2$.

1.10 Dạng 3. Bảng các giá trị x và y sau đây có cho ta hai đại lượng tỉ lệ thuận không? Nếu có, hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

x	-4,5	-3	0	1,5	2,25
y	1,35	0,9	0	-0,45	-0,675

1.11 Dạng 3. Bảng các giá trị x và y sau đây có cho ta hai đại lượng tỉ lệ thuận không? Nếu có, hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

x	-5	-1	-2	-3,5	6,8
y	12,5	2,5	5	8,75	-16,32

1.12 Giả sử x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, x_1, x_2 là hai giá trị khác nhau của x ; y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y .

a) Tính x_1 biết $x_2 = 2, y_1 = -\frac{3}{4}, y_2 = \frac{1}{7}$.

b) Tính x_1, y_1 biết $y_1 - x_1 = -2, x_2 = -4, y_2 = 3$.

1.13 Giả sử x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, x_1, x_2 là hai giá trị khác nhau của x ; y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y .

a) Tính x_2 biết $x_1 = 1\frac{4}{7}, y_1 = 5\frac{1}{2}, y_2 = -2\frac{1}{3}$.

b) Tìm x_1, y_1 biết $2y_1 + 3x_1 = 20, x_2 = -6, y_2 = 3$.

§ 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Bài toán 1: Toán về đại lượng tỉ lệ thuận.
- Bài toán 2: Chia một số thành những phần tỉ lệ thuận với các số cho trước.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. XÉT TƯƠNG QUAN TỈ LỆ THUẬN GIỮA HAI ĐẠI LƯỢNG KHI BIẾT BẢNG CÁC GIÁ TRỊ TƯƠNG ỨNG CỦA CHÚNG

Phương pháp giải.

Xem xét tất cả các thương của các giá trị tương ứng của hai đại lượng có bằng nhau không.

Ví dụ 1. (Bài 5 tr.55 SGK)

Các đại lượng x và y có tỉ lệ thuận với nhau hay không, nếu

a)

x	1	2	3	4	5
y	9	18	27	36	45

 ?

b)

x	1	2	5	6	9
y	12	24	60	72	90

 ?

Giải.

a) Ta có : $\frac{9}{1} = \frac{18}{2} = \frac{27}{3} = \frac{36}{4} = \frac{45}{5} = 9$.

Vậy các đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau ($y = 9x$).

b) Ta có : $\frac{12}{1} = \frac{24}{2} = \frac{60}{5} = \frac{72}{6} \neq \frac{90}{9}$.

Vậy các đại lượng x và y không tỉ lệ thuận.

Dạng 2. TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

Phương pháp giải.

- Xác định tương quan tỉ lệ thuận giữa hai đại lượng.
- Áp dụng tính chất về tỉ số các giá trị của hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Ví dụ 2. (Bài 6 tr.55 SGK)

Thay cho việc đo chiều dài các cuộn dây thép người ta thường cân chúng. Cho biết 3m dây nặng 75g.

- a) Giả sử x mét dây nặng y gam. Hãy biểu diễn y theo x .
b) Cuộn dây dài bao nhiêu biết rằng nó nặng 4,5 kg?

Giải.

a) Vì khối lượng $y(g)$ của cuộn dây thép tỉ lệ thuận với chiều dài $x(m)$ của nó nên ta có : $y = kx$ (1)

Thay $y = 75$, $x = 3$ vào (1) ta được : $75 = k \cdot 3 \Rightarrow k = \frac{75}{3} = 25$.

Vậy ta có : $y = 25x$.

b) Từ $y = 25x$ suy ra $x = \frac{1}{25}y$. Khi $y = 4,5\text{kg} = 4500\text{g}$ thì
 $x = \frac{1}{25} \cdot 4500 = 180 (m)$.

Vậy cuộn dây thép nặng 4,5 kg có chiều dài là 180m.

Ví dụ 3. (Bài 7 tr.56 SGK)

Hạnh và Vân định làm mứt dẻo từ 2,5 kg dâu. Theo công thức, cứ 2 kg dâu thì cần 3 kg đường. Hạnh bảo cần 3,75 kg đường, còn Vân bảo cần 3,25 kg. Theo bạn, ai đúng và vì sao ?

Hướng dẫn.

Khối lượng đường $y(kg)$ tỉ lệ thuận với khối lượng dâu $x(kg)$:
 $y = kx \Rightarrow 3 = k \cdot 2 \Rightarrow k = 1,5$.

Từ $y = 1,5x$ có $y = 1,5 \cdot 2,5 = 3,75 (kg)$

Trả lời : Hạnh nói đúng.

Ví dụ 4. (Bài 11 tr.56 SGK)

Đố : Đồng em tính được trên một chiếc đồng hồ khi kim giờ quay được một vòng thì kim phút, kim giây quay được bao nhiêu vòng ?

Hướng dẫn.

Kim giờ quay một vòng thì kim phút quay 12 vòng ; kim phút quay một vòng thì kim giây quay 60 vòng.

Trả lời : Khi kim giờ quay một vòng thì kim phút quay 12 vòng và kim giây quay 720 vòng.

Dạng 3. CHIA MỘT SỐ THÀNH NHỮNG PHẦN TỈ LỆ THUẬN VỚI CÁC SỐ CHO TRƯỚC

Phương pháp giải.

Giả sử phải chia số S ra thành ba phần x, y, z tỉ lệ với các số a, b, c . Ta làm như sau :
 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{x+y+z}{a+b+c} = \frac{S}{a+b+c}$
Do đó : $x = \frac{S}{a+b+c} \cdot a$; $y = \frac{S}{a+b+c} \cdot b$; $z = \frac{S}{a+b+c} \cdot c$

Ví dụ 5. (Bài 8 tr.56 SGK)

Học sinh của ba lớp 7 cần phải trồng và chăm sóc 24 cây xanh. Lớp 7A có 32 học sinh, lớp 7B có 28 học sinh, lớp 7C có 36 học sinh. Hỏi mỗi lớp phải trồng và chăm sóc bao nhiêu cây xanh, biết rằng số cây xanh tỉ lệ với số học sinh?

Hướng dẫn : Đưa về bài toán “Chia số 24 thành ba phần tỉ lệ với ba số 32 ; 28 và 36”.

Giải.

Gọi số cây phải trồng và chăm sóc của các lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là x, y, z . Theo đề bài ta có :

$$x + y + z = 24 \quad (1)$$

và

$$\frac{x}{32} = \frac{y}{28} = \frac{z}{36} \quad (2)$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, từ (2) và (1) ta có :

$$\frac{x}{32} = \frac{y}{28} = \frac{z}{36} = \frac{x+y+z}{32+28+36} = \frac{24}{96} = \frac{1}{4}$$

Từ đó : $x = \frac{1}{4} \cdot 32 = 8$; $y = \frac{1}{4} \cdot 28 = 7$; $z = \frac{1}{4} \cdot 36 = 9$.

Trả lời : Số cây phải trồng và chăm sóc của các lớp 7A, 7B, 7C theo thứ tự là 8 ; 7 và 9.

Ví dụ 6. (Bài 9 tr.56 SGK)

Đồng bạch là một loại hợp kim của niken, kẽm và đồng với khối lượng của chúng lần lượt tỉ lệ với 3 ; 4 và 13. Hỏi cần bao nhiêu kilôgam niken, kẽm và đồng để sản xuất 150 kg đồng bạch ?

Hướng dẫn.

Chia số 150 thành ba phần tỉ lệ với 3 ; 4 và 13.

Trả lời : Khối lượng niken, kẽm và đồng theo thứ tự là 22,5 kg; 30 kg và 97,5 kg.

B. LUYỆN TẬP

2.1 Dạng 1. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ thuận với nhau hay không, nếu :

a)	x	2,3	4,8	- 9	- 6	- 5
	y	4,8	2,3	- 5	- 6	- 9

b)	x	- 5,1	- 6,2	- 7,3	- 8,4	- 9,5
	y	2,04	2,48	2,92	3,36	3,8

2.2 Dạng 2. Cứ 100 kg thóc thì cho 60 kg gạo. Hỏi 2 tấn thóc thì cho bao nhiêu kilôgam gạo ?

2.3 Dạng 2. Một tấn nước biển chứa 25 kg muối. Hỏi 500 g nước biển chứa bao nhiêu gam muối ?

2.4 Dạng 2. Dùng 8 máy thì tiêu thụ hết 70 lít xăng. Hỏi dùng 13 máy (cùng loại) thì tiêu thụ hết bao nhiêu lít xăng ?

2.5 Dạng 2. Biết rằng 14dm^3 sắt cân nặng $109,2\text{ kg}$. Hỏi 7 m^3 sắt cân nặng bao nhiêu ?

2.6 Dạng 2. Ba đơn vị vận tải cùng vận chuyển 700 tấn hàng.

Đơn vị A có 12 xe, trọng tải mỗi xe là 5 tấn.

Đơn vị B có 15 xe, trọng tải mỗi xe là 3 tấn.

Đơn vị C có 20 xe, trọng tải mỗi xe là 3,5 tấn.

Hỏi mỗi đơn vị đã vận chuyển bao nhiêu tấn hàng, biết rằng mỗi xe được huy động một số chuyến như nhau ?

2.7 Dạng 3. Chia số 117 thành ba phần tỉ lệ thuận với :

a) 3 ; 4 ; 6 . b) $\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$.

2.8 Dạng 3. Tìm ba số x, y và z , biết rằng chúng tỉ lệ với $3; 5; 7$ và $z - y = 1$.

2.9 Tìm ba số x, y, z , biết rằng $x : y : z = \frac{2}{3} : \frac{3}{5} : \frac{1}{2}$ và $x - z = -6,5$.

2.10 Số M được chia thành ba phần tỉ lệ với nhau như $0,5:1\frac{2}{3}:2\frac{1}{4}$. Tìm số M, biết rằng tổng bình phương của ba số đó bằng 4660.

2.11 Một đơn vị công nhân sửa đường dự định phân chia số mét đường cho ba tổ theo tỉ lệ 5 : 6 : 7. Nhưng sau đó, vì số người thay đổi nên đã chia lại theo tỉ lệ 4 : 5 : 6. Do đó, có một tổ làm nhiều hơn dự định là 10 mét đường. Tính số mét đường chia lại cho mỗi tổ.

2.12 Hai người đi xe máy cùng một lúc từ A và từ B để gặp nhau. Người thứ nhất đi từ A đến B rồi trở về ngay, người thứ hai đi từ B đến A rồi cũng trở về ngay. Chỗ gặp nhau thứ nhất cách A là 15 km, chỗ gặp nhau thứ hai cách B là 9 km. Tính khoảng cách AB.

§ 3. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{a}{x}$ hay $xy = a$ (a là một hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a .

Chú ý: Khi y tỉ lệ nghịch với x thì x cũng tỉ lệ nghịch với y và ta nói hai đại lượng đó tỉ lệ nghịch với nhau.

2. Tính chất

Nếu hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau thì :

- Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (bằng hệ số tỉ lệ)
- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia.

Nếu hai đại lượng y và x tỉ lệ nghịch với nhau thì :

$$x_1 y_1 = x_2 y_2 = x_3 y_3 = \dots = a$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} ; \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1} ; \dots$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. CÙNG CÓ CÔNG THỨC CỦA ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Phương pháp giải.

Áp dụng công thức $y = \frac{a}{x}$ để xác định tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng.

Ví dụ 1. ([?] tr.57 SGK)

Cho biết y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $-3,5$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào ?

Trả lời.

x cũng tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ $-3,5$.

Tổng quát : y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $a : y = \frac{a}{x}$ suy ra

$x = \frac{a}{y}$ tức là x tỉ lệ nghịch với y cũng theo hệ số tỉ lệ a .

Ví dụ 2. (Bài 12 tr.58 SGK)

Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 8$ thì $y = 15$.

- Tìm hệ số tỉ lệ ;
- Hãy biểu diễn y theo x ;
- Tính giá trị của y khi $x = 6$; $x = 10$.

Giải.

Hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau nên $x \cdot y = a$.

a) Khi $x = 8$ thì $y = 15$ nên $a = 8 \cdot 15 = 120$.

b) $y = \frac{a}{x}$ mà $a = 120$ nên $y = \frac{120}{x}$.

c) Khi $x = 6$ thì $y = \frac{120}{6} = 20$;

Khi $x = 10$ thì $y = \frac{120}{10} = 12$.

Ví dụ 3. (Bài 15 tr.58 SGK)

a) Cho biết đội A dùng x máy cày (các máy cày có cùng năng suất) để cày xong một cánh đồng hết y giờ. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau không ?

b) Cho biết x là số trang đã đọc xong và y là số trang còn lại chưa đọc của một quyển sách. Hỏi x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ?

c) Cho biết a (mét) là chu vi của bánh xe, b là số vòng quay được của bánh xe trên đoạn đường xe lăn từ A đến B. Hỏi a và b có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ?

Trả lời.

a) Tích xy là hằng số (bằng số giờ một máy cày cày xong cánh đồng) nên x và y tỉ lệ nghịch với nhau.

b) Ta chỉ có tổng $x + y$ là hằng số (bằng số trang của quyển sách) chứ không phải tích xy là một hằng số nên x và y không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

c) Tích ab là hằng số (chiều dài đoạn đường từ A đến B) nên a và b là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Dạng 2. LẬP BẢNG GIÁ TRỊ TƯƠNG ỨNG CỦA HAI ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Phương pháp giải.

- Trước hết, phải xác định hệ số tỉ lệ a .
- Tiếp đó, dùng công thức $y = \frac{a}{x}$ hay $x = \frac{a}{y}$ để tìm các giá trị tương ứng của x và y .

Ví dụ 4. (23 tr.57 SGK)

Cho biết các đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau :

x	$x_1 = 2$	$x_2 = 3$	$x_3 = 4$	$x_4 = 5$
y	$y_1 = 30$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$	$y_4 = ?$

- a) Tìm hệ số tỉ lệ ;
 b) Thay mỗi dấu “?” trong bảng trên bằng một số thích hợp
 c) Có nhận xét gì về tích hai giá trị tương ứng $x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3, \dots$ của x và y .

Trả lời.

- a) $a = x_1 \cdot y_1 = 2 \cdot 30 = 60$.
 b) $y_2 = 20$; $y_3 = 15$; $y_4 = 12$.
 c) Các tích đó đều bằng 60 (hệ số tỉ lệ).

Ví dụ 5. (Bài 13 tr.58 SGK)

Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau :

x	0,5	- 1,2			4	6
y			3	- 2	1,5	

Hướng dẫn .

Ta có : $a = 4 \cdot 1,5 = 6$. Từ đó, điền được các số thích hợp vào các ô trống như sau :

x	0,5	- 1,2	2	- 3	4	6
y	12	- 5	3	- 2	1,5	1

Dạng 3. XÉT TƯƠNG QUAN TỈ LỆ NGHỊCH GIỮA HAI ĐẠI LƯỢNG KHI BIẾT BẢNG CÁC GIÁ TRỊ TƯƠNG ỨNG CỦA CHÚNG

Phương pháp giải.

Xét xem tất cả các tích các giá trị tương ứng của hai đại lượng có bằng nhau không ?

Ví dụ 6. Theo bảng giá trị dưới đây x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch hay không ?

a)

x	2	5	8	24	40
y	60	24	15	5	3

b)

x	4	5	8	16	80
y	40	32	22	10	2

Giải.

a) Ta có : $2 \cdot 60 = 5 \cdot 24 = 8 \cdot 15 = 24 \cdot 5 = 40 \cdot 3 = 120$. Vậy x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

b) Ta thấy : $4 \cdot 40 = 160 \neq 5 \cdot 32 = 160$. Vậy x và y không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Dạng 4. TOÁN VỀ CÁC ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Phương pháp giải.

- Xác định tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng.
- Áp dụng tính chất về tỉ số các giá trị của hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Ví dụ 7. (Bài 14 tr.58 SGK)

Cho biết 35 công nhân xây một ngôi nhà hết 168 ngày. Hỏi 28 công nhân xây ngôi nhà đó hết bao nhiêu ngày (Giả sử năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau) ?

Giải.

Ta có thể tóm tắt đề bài như sau :

Số công nhân	Số ngày xây xong nhà
35	168
28	?

Vì năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau, nên để xây cùng một ngôi nhà, số công nhân tỉ lệ nghịch với số ngày xây xong nhà. Gọi x là số ngày 28 công nhân xây xong nhà. Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch ta có : $\frac{35}{28} = \frac{x}{168} \Rightarrow x = \frac{35 \cdot 168}{28} = 210$. Vậy 28 công nhân xây ngôi nhà đó hết 210 ngày.

C. LUYỆN TẬP

- 3.1 Dạng 1. Cho ba đại lượng u, v, t . Hãy tìm hiểu mối tương quan giữa các đại lượng u và t biết rằng :

- u và v tỉ lệ nghịch, v và t cũng tỉ lệ nghịch.
- u và v tỉ lệ nghịch, v và t tỉ lệ thuận.
- u và v tỉ lệ thuận, v và t tỉ lệ nghịch.

- 3.2 Dạng 1. Cho 10 đại lượng, đánh số theo thứ tự từ 1 đến 10 :

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}.$$

Biết rằng hai đại lượng đứng liền nhau theo thứ tự trên thì tỉ lệ nghịch với nhau :

- Xét mối tương quan giữa hai đại lượng bất kì cùng mang chỉ số chẵn ;
- Xét mối tương quan giữa hai đại lượng bất kì cùng mang chỉ số lẻ;
- Xét mối tương quan giữa một đại lượng bất kì mang chỉ số chẵn và một đại lượng bất kì mang chỉ số lẻ.

- 3.3 Dạng 1. Trong các đại lượng sau đây, các đại lượng nào tỉ lệ nghịch với nhau ?

- Chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật có diện tích không đổi.
- Chu vi và cạnh của hình vuông.
- Vận tốc của một vật chuyển động và thời gian để vật chuyển động trên một quãng đường nhất định.
- Bán kính và độ dài của đường tròn.
- Chiều cao và cạnh đáy tương ứng của tam giác có diện tích không đổi.

- 3.4 Dạng 2. Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Lập công thức liên hệ giữa hai đại lượng x, y và điền số thích hợp vào các ô trống trong bảng sau :

x	- 3		2	6	
y		- 30		10	- 6

- 3.5 Dạng 2. Một hình chữ nhật có diện tích 80 m^2 . Các kích thước x và y (m) của hình chữ nhật có liên hệ gì với nhau ? Lập bảng các giá trị của y tương ứng với các giá trị sau của x : 8 ; 10 ; 16 ; 20 ; 25.

- 3.6 Dạng 2. Một ô tô đi quãng đường 135 km với vận tốc v (km/h) và thời gian t (h). Lập bảng các giá trị của t ứng với các giá trị sau của v : 20 ; 30 ; 45 ; 60 ; 75.

- 3.7 Dạng 3. Theo bảng giá trị dưới đây, x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ?

x	10	20	25	30	40
y	10	5	4	$\frac{10}{3}$	2,5

- 3.8 Dạng 3. Theo bảng giá trị dưới đây, x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ?

x	- 3	- 2	4	9	15
y	- 30	- 45	22,4	10	6

- 3.9 Dạng 4. Một đội 24 người trồng xong số cây dự định trong 5 ngày. Nếu đội được bổ sung thêm 6 người nữa thì sẽ trồng xong số cây ấy sớm được mấy ngày ? (Giả sử năng suất làm việc của mọi người như nhau).

- 3.10 Cho hai đại lượng tỉ lệ nghịch x và y , x_1 và x_2 là hai giá trị của x , y_1 và y_2 là hai giá trị tương ứng của y .

a) Biết $x_1 = 5$, $x_2 = 2$ và $y_1 + y_2 = 21$. Tính y_1 và y_2 .

b) Biết $x_2 = 3$, $y_1 = 7$ và $2x_1 - 3y_2 = 30$. Tính x_1 và y_2 .

§ 4. MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Bài toán 1. Toán về đại lượng tỉ lệ nghịch.
- Bài toán 2. Chia một số thành những phần tỉ lệ nghịch với các số cho trước.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. CÙNG CỐ VỀ ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT CỦA ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Phương pháp giải.

- Nắm vững định nghĩa : y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a nghĩa là $y = \frac{a}{x}$ hay $xy = a$ (a là hằng số khác 0).

- Nắm vững tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch :

$$x_1 y_1 = x_2 y_2 = x_3 y_3 = \dots = a$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}; \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1}; \dots$$

Ví dụ 1. (tr.60 SGK)

Cho ba đại lượng x, y, z . Hãy cho biết mối liên hệ giữa hai đại lượng x và z , biết rằng :

- a) x và y tỉ lệ nghịch, y và z cũng tỉ lệ nghịch ;
b) x và y tỉ lệ nghịch, y và z tỉ lệ thuận.

Trả lời.

- a) x tỉ lệ thuận với z ; b) x tỉ lệ nghịch với z .
(Xem Bài tập 3.1 §3 Chương II)

Ví dụ 2. (Bài 16 tr.60 SGK)

Hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau hay không, nếu :

a)	x	1	2	4	5	8
	y	120	60	30	24	15

b)	x	2	3	4	5	6
	y	30	20	15	12,5	10

Trả lời.

- a) Vì tích xy ở tất cả các cột của bảng đều bằng 120 nên x và y tỉ lệ nghịch với nhau.
b) Vì $5.12,5 \neq 6.10$ nên x và y không tỉ lệ nghịch với nhau.

Ví dụ 3. (Bài 17 tr.61 SGK)

Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau :

x	1				- 8	10
y		8	- 4	$2\frac{2}{3}$		1,6

Hướng dẫn.

Tính $a = 10.1,6 = 16$ rồi áp dụng công thức $y = \frac{a}{x}$ hay $x = \frac{a}{y}$. Ta có:

x	1	2	- 4	6	- 8	10
y	16	8	- 4	$2\frac{2}{3}$	- 2	1,6

Dạng 2. TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Phương pháp giải.

- Xác định rõ các đại lượng được đề cập trong bài;
- Xác định quan hệ tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng trong các đại lượng đó;
- Áp dụng tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch và tính chất của tỉ lệ thức để tìm đáp số của bài toán.

Ví dụ 4. (Bài 18 tr.61 SGK)

Cho biết 3 người làm cỏ một cánh đồng hết 6 giờ. Hỏi 12 người (với cùng năng suất như thế) làm cỏ cánh đồng đó hết bao nhiêu thời gian ?

Hướng dẫn.

Ta có thể tóm tắt đề bài như sau :

Số người	Thời gian (số giờ)
3	6
12	x

Trên cùng một cánh đồng, với cùng một năng suất thì số người làm cỏ và thời gian làm xong công việc tỉ lệ nghịch với nhau. Từ đó, ta có :

$$\frac{3}{12} = \frac{x}{6}$$

Trả lời : 12 người làm cỏ cánh đồng hết 1,5 giờ.

Ví dụ 5. (Bài 19 tr.61 SGK)

Với cùng số tiền để mua 51 mét vải loại I có thể mua được bao nhiêu mét vải loại II, biết rằng giá tiền 1 mét vải loại II chỉ bằng 85% giá tiền 1 mét vải loại I ?

Hướng dẫn.

Tóm tắt đề bài :

Giá tiền 1m vải	Số mét vải mua được
100 (%)	51
85 (%)	x

Đáp số : 60m.

Ví dụ 6. (Bài 20 tr.61 SGK)

Đố vui : Trong một cuộc thi chạy tiếp sức $4 \times 100m$, đội thi gồm voi, sư tử, chó săn và ngựa chạy với vận tốc theo thứ tự tỉ lệ thuận với 1 ; 1,5 ; 1,6 ; 2.

Hỏi đội đó có phá được “kì lục thế giới” là 39 giây không, biết rằng voi chạy hết 12 giây?

Hướng dẫn.

Vận tốc của voi, sư tử, chó săn và ngựa tỉ lệ thuận với 1 ; 1,5 ; 1,6 ; 2 nghĩa là nếu quy ước vận tốc của voi là 1 thì vận tốc của sư tử là 1,5 ; của chó săn là 1,6 và của ngựa là 2.

Trên cùng một quãng đường (100m), vận tốc v và thời gian t của chuyển động là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có thể lập bảng như sau :

	Voi	Sư tử	Chó săn	Ngựa
v (đơn vị quy ước)	1	1,5	1,6	2
t (tính bằng giây)	12			

Trả lời : Tổng thời gian chạy của đội là 33,5 giây, phá được “ kì lục thế giới”.

Ví dụ 7. (Bài 21 tr.61 SGK) .

Ba đội máy san đất làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày và đội thứ ba trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy (có cùng năng suất), biết rằng đội thứ nhất có nhiều hơn đội thứ hai 2 máy?

Giải.

Gọi số máy của ba đội theo thứ tự là x, y, z . Vì khối lượng công việc như nhau, các máy có cùng năng suất nên số máy và số ngày là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Theo đề bài ta có :

$$4x = 6y = 8z \quad (1)$$

và

$$x - y = 2 \quad (2)$$

Từ (1) ta có :

$$\frac{4x}{24} = \frac{6y}{24} = \frac{8z}{24} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} \quad (3)$$

(24 là BCNN (4; 6; 8)).

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, từ (3) và (2) ta có :

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{x-y}{6-4} = \frac{2}{2} = 1$$

Vậy : $x = 1 \cdot 6 = 6$; $y = 1 \cdot 4 = 4$; $z = 1 \cdot 3 = 3$.

Trả lời : Số máy của ba đội theo thứ tự là 6 ; 4 và 3 (máy).

Ví dụ 8. (Bài 22 tr.62 SGK)

Một bánh răng cưa có 20 răng quay một phút được 60 vòng. Nó khớp với một bánh răng cưa khác có x răng (h.13 SGK). Giả sử bánh răng cưa thứ hai quay một phút được y vòng. Hãy biểu diễn y qua x .

Trả lời.

$$\text{Vì } x.y = 20.60 = 1200 \text{ nên } y = \frac{1200}{x}.$$

Ví dụ 9. (Bài 23 tr.62 SGK)

Hai bánh xe nối với nhau bởi một dây tời (h.14 SGK). Bánh xe lớn có bán kính 25cm, bánh xe nhỏ có bán kính 10cm. Một phút bánh xe lớn quay được 60 vòng. Hỏi một phút bánh xe nhỏ quay được bao nhiêu vòng?

Hướng dẫn.

Số vòng quay trong mỗi phút tỉ lệ nghịch với chu vi của bánh xe, do đó tỉ lệ nghịch với bán kính của nó (chu vi tỉ lệ thuận với bán kính). Nếu gọi x là số vòng quay trong một phút của bánh xe nhỏ thì ta có : $\frac{x}{60} = \frac{25}{10}$.

Đáp số : 150 vòng/phút.

Dạng 3. CHIA MỘT SỐ THÀNH NHỮNG PHẦN TỈ LỆ NGHỊCH VỚI CÁC SỐ CHO TRƯỚC

Phương pháp giải.

Giả sử ta phải chia số M thành ba phần x, y, z tỉ lệ nghịch với các số a, b, c cho trước. Ta có :

$$ax = by = cz \text{ hay } \frac{x}{\frac{1}{a}} = \frac{y}{\frac{1}{b}} = \frac{z}{\frac{1}{c}}.$$

Như vậy, để chia số M thành các phần tỉ lệ nghịch với các số a, b, c (khác 0), ta chỉ cần chia số M thành các phần tỉ lệ thuận với các số $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$.

Ví dụ 10. Một vật chuyển động trên các cạnh của một hình vuông. Trên hai cạnh đầu vật chuyển động với vận tốc 5m/s, trên cạnh thứ ba với vận tốc 4m/s và trên cạnh thứ tư với vận tốc 3m/s. Hỏi độ dài của cạnh hình vuông, biết rằng tổng số thời gian vật chuyển động trên 4 cạnh là 59 giây.

Giải.

Thời gian để vật đi được một quãng đường cố định và vận tốc của nó là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Gọi x, y, z, t là thời gian tính bằng giây để vật chuyển động theo thứ tự trên các cạnh của hình vuông. Ta phải chia 59 thành bốn phần tỉ lệ nghịch

với $5 : 5 : 4 : 3$ tức là tỉ lệ thuận với $\frac{1}{5} : \frac{1}{5} : \frac{1}{4} : \frac{1}{3}$. Ta có :

$$\frac{x}{\frac{1}{5}} = \frac{y}{\frac{1}{5}} = \frac{z}{\frac{1}{4}} = \frac{t}{\frac{1}{3}} = \frac{x+y+z+t}{\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{59}{\frac{47}{60}} = 60 \Rightarrow x = 60 \cdot \frac{1}{5} = 12 \text{ (giây)}.$$

Vậy độ dài cạnh hình vuông là : $5 \cdot x = 5 \cdot 12 = 60$ (m).

C. LUYỆN TẬP

4.1 Dạng 1. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

a) Hai đại lượng đó liên hệ với nhau bởi công thức nào nếu các giá trị của chúng được cho trong bảng sau :

x	-6	-4.8	-3	-2.4	1.6	1.2	0.5
y					7.5		

b) Điền các số thích hợp vào các ô trống trong bảng trên.

4.2 Dạng 1. Cho hai đại lượng tỉ lệ nghịch x và y ; x_1 và x_2 là hai giá trị của x ; y_1 và y_2 là hai giá trị tương ứng của y .

a) Biết $x_1 = 4$, $x_2 = 3$ và $y_1 + y_2 = 14$. Tính y_1 và y_2 .

b) Biết $x_2 = 2$, $2x_1 - 3y_2 = 22$ và $y_1 = 5$. Tính x_1 và y_2 .

4.3 Dạng 2. Để làm một công việc trong 8 giờ cần 30 công nhân. Nếu có 40 công nhân thì công việc đó được hoàn thành trong mấy giờ?

4.4 Dạng 2. Để đặt một đoạn đường sắt phải dùng 480 thanh ray dài 8m. Nếu thay bằng những thanh ray dài 10m thì cần bao nhiêu thanh ray?

4.5 Dạng 2. Vận tốc của người đi xe máy, người đi xe đạp và người đi bộ tỉ lệ với các số 12 : 4 và 1.5. Thời gian người đi xe máy đi từ A đến B ít hơn thời gian người đi xe đạp đi từ A đến B là 2 giờ. Hỏi người đi bộ đi từ A đến B mất bao lâu?

4.6 Dạng 2. Một ô tô đi từ A lúc 8 giờ. Đến 9 giờ một ô tô khác cũng đi từ A. Xe thứ nhất đến B lúc 2 giờ chiều. Xe thứ hai đến B sớm hơn xe thứ nhất nửa giờ. Tính vận tốc mỗi xe biết rằng vận tốc xe thứ hai lớn hơn vận tốc xe thứ nhất là 20 km/giờ.

4.7 Dạng 2. Hai xe lửa đi từ A đến B mất 2 giờ 48 phút và 4 giờ 40 phút. Tính khoảng cách AB biết rằng vận tốc xe thứ nhất lớn hơn vận tốc xe thứ hai là 26 km/giờ.

4.8 Dạng 2. Một canô đi xuôi dòng từ A đến B mất 2 giờ 24 phút. Biết rằng vận tốc xuôi dòng của canô là 18 km/h, vận tốc dòng nước là 1.8 km/h, hãy tính thời gian canô đi ngược dòng từ B về A.

4.9 Dạng 3. Chia số 520 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 2 : 3 : 4.

4.10 Dạng 3. Người ta chia một khu đất thành ba mảnh hình chữ nhật có diện tích bằng nhau. Biết rằng các chiều rộng là 5m, 7m, 10m; các chiều dài của ba mảnh có tổng là 62m. Tính chiều dài mỗi mảnh và diện tích khu đất.

4.11 Dạng 3. Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 45 km/h và trở về A với vận tốc 42 km/h. Cả đi lẫn về (không kể thời gian nghỉ) mất 14.5 giờ. Tính thời gian đi, thời gian về và khoảng cách AB.

4.12 Dạng 3. Chia số 230 thành ba phần sao cho phần thứ nhất và phần thứ hai tỉ lệ nghịch với $\frac{1}{3}$ và $\frac{1}{2}$; phần thứ nhất và phần thứ ba tỉ lệ nghịch với $\frac{1}{5}$ và $\frac{1}{7}$.

4.13 Dạng 3. Có 85 tờ giấy bạc loại 10 000đ, 20 000đ và 50 000đ. Trị giá mỗi loại tiền trên đều bằng nhau. Hỏi mỗi loại có bao nhiêu tờ?

4.14 Dạng 3. Tại một trạm xe có 114 chiếc ô tô loại 40 tấn, 25 tấn và 5 tấn. Biết rằng $\frac{2}{3}$ số xe loại 40 tấn bằng $\frac{2}{5}$ số xe loại 25 tấn và bằng $\frac{3}{7}$ số xe loại 5 tấn. Hỏi trạm xe đó có bao nhiêu xe mỗi loại?

4.15 Dạng 3. Có ba cuộn dây thép dài tổng cộng 140m. Nếu cắt bớt cuộn thứ nhất $\frac{1}{7}$, cuộn thứ hai $\frac{2}{11}$ và cuộn thứ ba $\frac{1}{3}$ chiều dài của nó thì chiều dài còn lại của ba cuộn dây bằng nhau. Hỏi mỗi cuộn dài bao nhiêu mét?

§ 5. HÀM SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x và x gọi là biến số.

Chú ý :

- Khi x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị thì y được gọi là hàm hằng.
- Hàm số có thể được cho bằng bảng, bằng công thức, ...
- Khi y là hàm số của x ta có thể viết $y = f(x)$, $y = g(x)$, ...

B. CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. CÙNG CỐ KHÁI NIỆM HÀM SỐ****Phương pháp giải.**

Khi xét đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không, cần chú ý các điều kiện sau :

- Mỗi giá trị của đại lượng x đều có một giá trị tương ứng của đại lượng y.
- Giá trị tương ứng ấy của đại lượng y phải là duy nhất. (nói cách khác, mỗi giá trị của đại lượng x không thể có hơn một giá trị tương ứng của đại lượng y).

Ví dụ 1. (Bài 24 tr.63 SGK)

Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau :

x	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
y	16	9	4	1	1	4	9	16

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không ?

Giải.

Trong bảng trên, mỗi giá trị của x đều chỉ có một giá trị tương ứng của y nên y là hàm số của x.

Ví dụ 2. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau :

x	-3	$-2\frac{1}{2}$	-1.3	0	$2\frac{1}{4}$	3.6	4.8	5
y	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không ?

Giải.

Trong bảng trên, mỗi giá trị của x đều chỉ có một giá trị tương ứng của y nên đại lượng y là hàm số của đại lượng x. Vì các giá trị của y luôn không đổi và bằng -2 nên $y = -2$ là hàm hằng.

Ví dụ 3. (Bài 27 tr.64 SGK)

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không, nếu bảng các giá trị tương ứng của chúng là :

a)

x	-3	-2	-1	$\frac{1}{2}$	1	2
y	-5	-7,5	-15	30	15	7,5

 ?

b)

x	0	1	2	3	4
y	2	2	2	2	2

 ?

Trả lời.

a), b) : Đại lượng y là hàm số của đại lượng x.

Ví dụ 4. Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không, nếu bảng các giá trị tương ứng của chúng là :

a)

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	-4	-6	Không có	2	-3	7

 ?

b)

x	-3	-2	-1	1	-2	3
y	-2	4	-3	-4	6	7

 ?

Giải.

a) Đại lượng y không phải là hàm số của đại lượng x vì có một giá trị của x ($x = -1$) không xác định được giá trị tương ứng của y.

b) Đại lượng y không phải là hàm số của đại lượng x vì có một giá trị của x ($x = -2$) xác định được hai giá trị tương ứng của y ($y = 4$ và $y = 6$).

Dạng 2. TÌM GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT SỐ GIÁ TRỊ CHO TRƯỚC CỦA BIẾN SỐ**Phương pháp giải.**

- Nếu hàm số được cho bằng bảng, ta chỉ việc tìm trong bảng giá trị của hàm số ứng với giá trị cho trước của biến số.

- Nếu hàm số được cho bằng công thức, ta thay giá trị đã cho của biến vào công thức và tính giá trị tương ứng của hàm số.

Ví dụ 5. Cho bảng các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y :

x	-4	-3	-2	-1	6	7
y	2	3	4	5	6	7

- a) Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không?
b) Tìm giá trị của y tại $x = -2$, $x = -4$, $x = 7$.

Giải.

- a) Vì mỗi giá trị của x xác định chỉ một giá trị tương ứng của y nên đại lượng y là hàm số của đại lượng x .
b) Khi $x = -2$ thì $y = 4$; khi $x = -4$ thì $y = 2$; khi $x = 7$ thì $y = 7$.

Ví dụ 6. (Bài 25 tr.64 SGK)

Cho hàm số $y = f(x) = 3x^2 + 1$. Tính: $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f(1)$, $f(3)$.

Giải.

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 3 \cdot \frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{4} + 1 = 1\frac{3}{4}.$$

$$f(1) = 3 \cdot 1^2 + 1 = 3 + 1 = 4.$$

$$f(3) = 3 \cdot 3^2 + 1 = 3 \cdot 9 + 1 = 27 + 1 = 28.$$

Ví dụ 7. (Bài 26 tr.64 SGK)

Cho hàm số $y = 5x - 1$. Lập bảng các giá trị tương ứng của y khi $x = -5$; -4 ; -3 ; -2 ; 0 ; $\frac{1}{5}$.

Đáp số.

x	-5	-4	-3	-2	0	$\frac{1}{5}$
y	-26	-21	-16	-11	-1	0

Ví dụ 8. (Bài 28 tr.64 SGK)

Cho hàm số $y = f(x) = \frac{12}{x}$.

- a) $f(5) = ?$; $f(-3) = ?$
b) Hãy điền các giá trị tương ứng của hàm số vào bảng sau:

x	-6	-4	-3	2	5	6	12
$f(x) = \frac{12}{x}$							

Trả lời.

a) $f(5) = 2,4$; $f(-3) = -4$.

b)

x	-6	-4	-3	2	5	6	12
$f(x) = \frac{12}{x}$	-2	-3	-4	6	2,4	2	1

Ví dụ 9. (Bài 29 tr.64 SGK)

Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 2$. Hãy tính: $f(2)$, $f(1)$, $f(0)$, $f(-1)$, $f(-2)$.

Đáp số.

$$f(2) = 2$$
; $f(1) = -1$; $f(0) = -2$; $f(-1) = -1$; $f(-2) = 2$.

Ví dụ 10. (Bài 30 tr.64 SGK)

Cho hàm số $y = f(x) = 1 - 8x$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

- a) $f(-1) = 9$? b) $f\left(\frac{1}{2}\right) = -3$? c) $f(3) = 25$?

Trả lời.

- a) Đúng; b) Đúng; c) Sai.

Ví dụ 11. (Bài 31 tr. 65 SGK)

Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x$. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

x	-0,5			4,5	9
y		-2	0		

Hướng dẫn.

Sử dụng công thức $y = \frac{2}{3}x$ và $x = \frac{3}{2}y$. Đáp số:

x	-0,5	-3	0	4,5	9
y	$-\frac{1}{3}$	-2	0	3	6

Dạng 3. VIẾT CÔNG THỨC XÁC ĐỊNH HÀM SỐ

Phương pháp giải.

- Căn cứ vào sự tương quan giữa các đại lượng để lập công thức.

Ví dụ 12. Một chiếc máy bay sau khi cất cánh và đạt độ cao 10 000m đã bay liên tục trong 4 giờ với vận tốc không đổi 800 km/h và giữ nguyên độ cao ban đầu.

a) Viết công thức mô tả sự phụ thuộc giữa quãng đường S máy bay bay được (tính bằng kilômét) và thời gian t (tính bằng giờ) trong 4 giờ bay kể trên.

b) Viết công thức mô tả sự phụ thuộc giữa độ cao h của máy bay (tính bằng kilômét) và thời gian t (tính bằng giờ) trong 4 giờ bay kể trên.

Giải.

a) Trong 4 giờ bay kể trên, chuyển động của máy bay là một chuyển động đều. Theo công thức $S = vt$, ta có : $S = 800t$

b) Trong 4 giờ bay đó, độ cao h của máy bay không đổi, luôn luôn bằng 10 km ($10\text{km} = 10\,000\text{m}$) và không phụ thuộc vào t . Vì vậy, ta có hàm hằng : $h = 10$.

C. LUYỆN TẬP

5.1 Dạng 1. Các công thức sau đây có chứng tỏ rằng đại lượng y là hàm số của đại lượng x hay không ?

- a) $y - 3 = x$;
b) $-2y = x$;
c) $y^2 = x$.

5.2 Dạng 1. Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không, nếu bảng các giá trị tương ứng của chúng là :

a)

x	1	2	3	4
y	-2	-3	0	

b)

x	0	2	9
y	1	-2	3

c)

x	-12	-3	10	-12
y	2	4	1	3

d)

x	5	6	7	
y	2	2	2	4

e)

x	cam	quýt	bưởi
y	1	2	3

5.3 Dạng 1. Đại lượng x lấy các giá trị là các số tự nhiên, đại lượng y lấy giá trị là số dư của phép chia x cho 3. Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không ?

5.4 Dạng 1. Đại lượng x lấy các giá trị là các số tự nhiên, đại lượng y lấy giá trị là ước của x . Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không ?

5.5 Dạng 1. Bảng sau đây có cho ta một hàm số không ? Nếu không thì thay đổi như thế nào để được một hàm số :

x	2	4	6	8	10
y	-1	-2		-3	-4

5.6 Dạng 1. Bảng sau đây có xác định một hàm số không ? Nếu không thì thay đổi như thế nào để được một hàm số :

x	2	3	4	5.5	6.7	$8\frac{3}{7}$	$9\frac{1}{4}$	4
y	7.5	$6\frac{3}{4}$	-2	-5	-9	2	4	-4

5.7 Dạng 2. Bảng sau đây có xác định một hàm số không ? Tìm giá trị của y tại $x = -2.3$; $x = -4.5$; $x = 0$.

x	-2.3	3	-4.5	0	6
y	5	6.9	7	2	8

5.8 Dạng 2. Một hàm số được cho bằng công thức : $y = f(x) = -x^2 + 2$. Hãy tính : $f\left(-\frac{1}{2}\right)$, $f(0)$, $f(5)$.

5.9 Dạng 2. Một hàm số được cho bằng công thức : $y = f(x) = x^3$. Hãy tính : $f(-5)$, $f(5)$, $f\left(-3\frac{2}{5}\right)$.

5.10 Dạng 3. Một hàm số được cho bằng bảng sau :

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$y = f(x)$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$

a) Tìm $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$.

b) Hàm số này có thể được cho bằng công thức nào ?

5.11 Dạng 3. Cho hình vuông có cạnh x . Viết công thức của hàm số cho tương ứng cạnh x của hình vuông với :

- Chu vi y của nó.
- Diện tích y của nó.

5.12 Đại lượng $y = f(x)$ là hàm số của đại lượng x , biết rằng :

$$f(-1) = -4; f(1) = 4; f(2) = 2; f(3) = 1\frac{1}{3}; f\left(\frac{3}{2}\right) = 2\frac{2}{3}; f\left(\frac{1}{2}\right) = 8.$$

- Lập bảng các giá trị tương ứng của x và y .
- Viết công thức xác định hàm số này.

5.13 Đại lượng x lấy giá trị là các số thực, đại lượng y lấy giá trị bằng x nếu $x \geq 0$, bằng $-x$ nếu $x < 0$.

- Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không?
- Nếu có, hãy viết công thức xác định hàm số này.

5.14 Cho hàm số $y = f(x) = |x-1| + 2$.

- Tính $f(-2)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$.
- Tìm x , sao cho $f(x) = 3$.

5.15 Một hàm số được xác định như sau : $y = f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{ khi } x \geq 0 \\ -x+1 & \text{ khi } x < 0 \end{cases}$

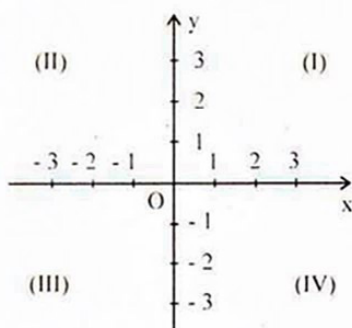
- Tính $f(3)$, $f(-3)$.
- Có cách nào viết gọn công thức trên không?

§ 6. MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Mặt phẳng tọa độ.

Mặt phẳng tọa độ Oxy (mặt phẳng có hệ trục tọa độ Oxy) được xác định bởi hai trục số vuông góc với nhau : trục hoành Ox và trục tung Oy; điểm O là gốc tọa độ.



2. Tọa độ của một điểm.

Trên mặt phẳng tọa độ :

- Mỗi điểm M xác định một cặp số $(x_0; y_0)$. Ngược lại, mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ xác định một điểm M.

- Cặp số $(x_0; y_0)$ gọi là tọa độ của điểm M, x_0 là hoành độ, y_0 là tung độ của điểm M.

- Điểm M có tọa độ $(x_0; y_0)$ được kí hiệu là : $M(x_0; y_0)$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. VIẾT TỌA ĐỘ CỦA CÁC ĐIỂM CHO TRƯỚC TRÊN MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

Phương pháp giải.

- Từ điểm đã cho kẻ đường thẳng song song với trục tung, cắt trục hoành tại một điểm biểu diễn hoành độ của điểm đó.
- Từ điểm đã cho kẻ đường thẳng song song với trục hoành, cắt trục tung tại một điểm biểu diễn tung độ của điểm đó.
- Hoành độ và tung độ tìm được là tọa độ của điểm đã cho.

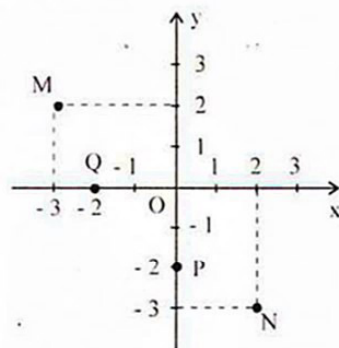
Ví dụ 1. (Bài 32 tr. 67 SGK)

- Viết tọa độ các điểm M, N, P, Q trong hình 19 (SGK)
- Em có nhận xét gì về tọa độ của các cặp điểm M và N, P và Q.

Giải.

- Trong hình 19 (SGK), ta xác định tọa độ của các điểm M, N, P, Q như sau : $M(-3; 2)$, $N(2; -3)$, $P(0; -2)$, $Q(-2; 0)$.

- Nhận xét : Trong mỗi cặp điểm M và N, P và Q ta nhận thấy hoành độ của điểm này bằng tung độ của điểm kia và ngược lại.



Hình 19 (SGK)

Ví dụ 2. (Bài 34 tr. 68 SGK)

- Một điểm bất kì trên trục hoành có tung độ bằng bao nhiêu?
- Một điểm bất kì trên trục tung có hoành độ bằng bao nhiêu?

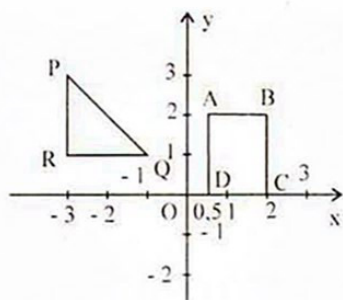
Trả lời.

- Một điểm bất kì trên trục hoành có tung độ bằng 0.
- Một điểm bất kì trên trục tung có hoành độ bằng 0.

Ví dụ 3. (Bài 35 tr.68 SGK)
 Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD và của hình tam giác PQR trong hình 20 (SGK).

Trả lời.

$A(0,5; 2)$, $B(2; 2)$, $C(2; 0)$, $D(0,5; 0)$,
 $P(-3; 3)$, $Q(-1; 1)$, $R(-3; 1)$.



Hình 20 (SGK)

Dạng 2. BIỂU DIỄN CÁC ĐIỂM CÓ TỌA ĐỘ CHO TRƯỚC TRÊN MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

Phương pháp giải.

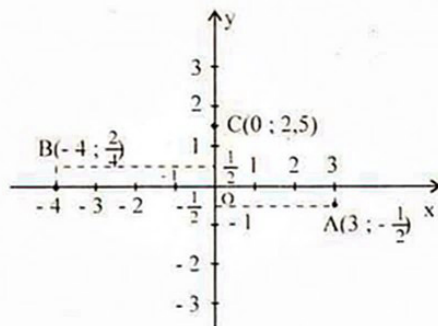
- Từ điểm biểu diễn hoành độ của điểm cho trước, kẻ một đường thẳng song song với trục tung.
- Từ điểm biểu diễn tung độ của điểm cho trước, kẻ một đường thẳng song song với trục hoành.
- Giao điểm của hai đường thẳng vừa dựng là điểm phải tìm.

Ví dụ 4. (Bài 33 tr.67 SGK)

Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm $A\left(3; -\frac{1}{2}\right)$;

$B\left(-4; \frac{2}{4}\right)$; $C(0; 2,5)$.

Giải.



Ví dụ 5. (Bài 36 tr.68 SGK)
 Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm:

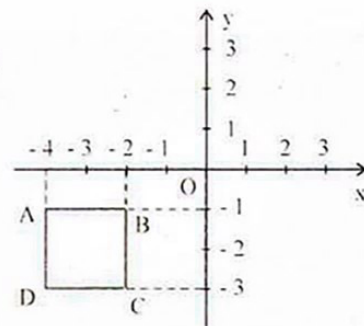
$A(-4; -1)$; $B(-2; -1)$;

$C(-2; -3)$; $D(-4; -3)$.

Tứ giác ABCD là hình gì?

Giải.

Tứ giác ABCD là hình vuông.



Ví dụ 6. (Bài 37 tr.68 SGK)

Hàm số y được cho trong bảng sau:

x	0	1	2	3	4
y	0	2	4	6	8

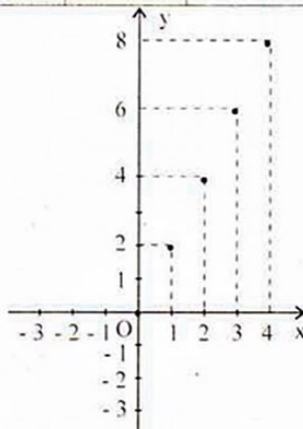
a) Viết tất cả các cặp giá trị tương ứng (x; y) của hàm số trên.

b) Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và xác định các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng của x và y ở câu a.

Giải.

a) $(0; 0)$, $(1; 2)$, $(2; 4)$, $(3; 6)$, $(4; 8)$.

b) Xem hình bên.



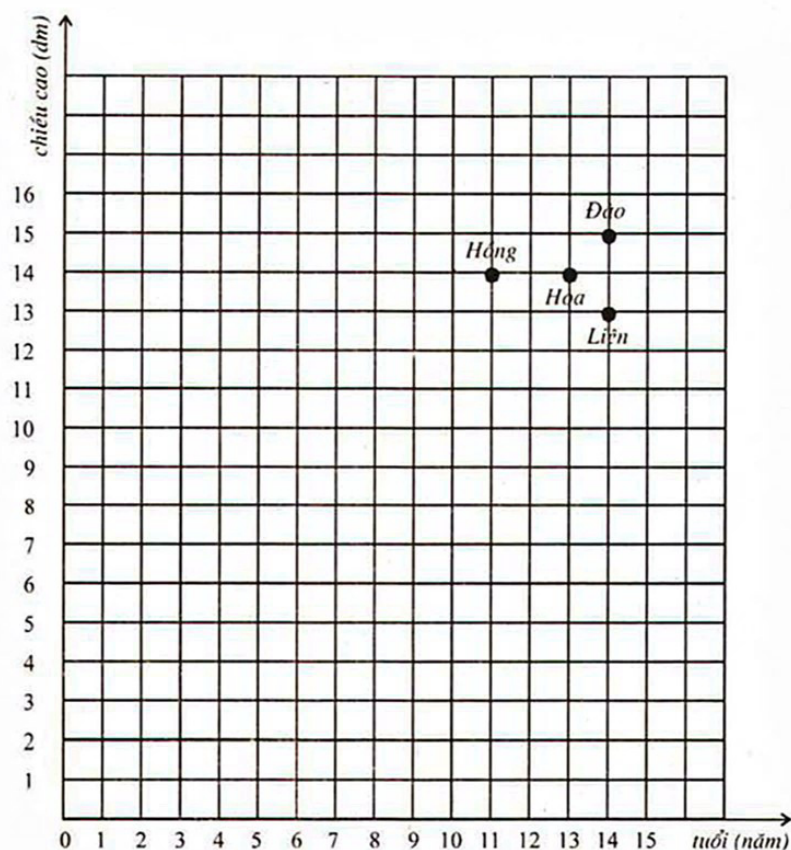
Dạng khác.

Chiều cao và tuổi của bốn bạn Hồng, Hoa, Đào, Liên được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ (h.21 SGK). Hãy cho biết

- ai là người cao nhất và cao bao nhiêu?
- ai là người ít tuổi nhất và bao nhiêu tuổi?
- Hồng và Liên ai cao hơn và ai nhiều tuổi hơn?

Trả lời.

- Đào là người cao nhất và cao 1.5m.
- Hồng 11 tuổi, là người ít tuổi nhất.
- Hồng cao hơn Liên nhưng Liên nhiều tuổi hơn Hồng.



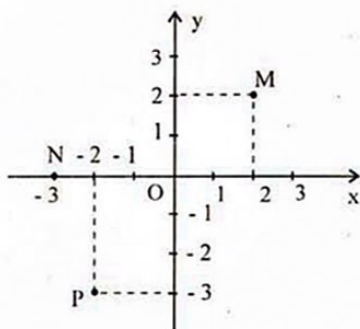
Hình 21 (SGK)

C. LUYỆN TẬP

6.1 Dạng 1. Viết tọa độ các điểm M, N, P trong hình vẽ bên.

6.2 Dạng 1.

- Viết tọa độ của điểm A nằm trên trục tung và có tung độ là 3.
- Viết tọa độ của điểm B nằm trên trục hoành và có hoành độ là -2.
- Viết tọa độ của điểm O là gốc tọa độ.



6.3 Dạng 2. Biểu diễn trên hệ trục tọa độ Oxy :

$$A(-3; 2), B(4; -1), C(3; 2), D(-2; -1).$$

6.4 Dạng 2. Tìm trên mặt phẳng tọa độ Oxy những điểm có :

- Hoành độ bằng 2;
- Tung độ bằng $-1/3$.

6.5 Dạng 2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tọa độ của điểm $M(x; y)$ phải thỏa mãn điều kiện gì để :

- Điểm M luôn luôn nằm trên trục hoành ?
- Điểm M luôn luôn nằm trên trục tung ?
- Điểm M luôn luôn nằm trên đường phân giác của góc vuông phần tư thứ I ?

6.6 Xác định dấu của tọa độ điểm $M(x; y)$ khi :

- M nằm trong góc vuông I ;
- M nằm trong góc vuông II ;
- M nằm trong góc vuông III ;
- M nằm trong góc vuông IV.

6.7 Các điểm sau đây có trùng nhau không ?

- $A(2; 3)$ và $B(3; 2)$;
- $M(a; b)$ và $N(b; a)$.

6.8 Cho điểm $A(3; 2)$.

- Viết tọa độ của điểm A_1 sao cho trục hoành là đường trung trực của đoạn thẳng AA_1 .
- Viết tọa độ của điểm A_2 sao cho trục tung là đường trung trực của đoạn thẳng AA_2 .

6.9 Viết tất cả các cặp số $(a; b)$ biết rằng $a, b \in \{-3; 3\}$. Các điểm biểu diễn các cặp số đó nằm trong các góc phần tư nào ?

6.10 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm vị trí các điểm có tọa độ x, y thỏa mãn một trong các điều kiện :

- $x(y - 1) = 0$;
- $(x + 1)y = 0$;
- $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 0$.

§ 7. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax$ ($a \neq 0$)

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$

- Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; y)$ trên mặt phẳng tọa độ.

- Một điểm thuộc đồ thị (H) của hàm số $y = f(x)$ thì có tọa độ thỏa mãn đẳng thức $y = f(x)$.
Ngược lại, một điểm có tọa độ thỏa mãn đẳng thức $y = f(x)$ thì nó thuộc đồ thị (H) của hàm số $y = f(x)$.

$$M(x_0; y_0) \in (H) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$$

2. Đồ thị của hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$)

Đồ thị của hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ.
Vì đồ thị của hàm số $y = ax$ là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ nên khi vẽ, ta chỉ cần xác định thêm một điểm A (khác điểm gốc O) thuộc đồ thị thì đường thẳng OA là đồ thị cần vẽ.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax$ ($a \neq 0$)

Phương pháp giải.

- Vẽ đường thẳng qua điểm $O(0; 0)$ và điểm $A(1; a)$.

Ví dụ 1. (Bài 39 tr.71 SGK)

Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy đồ thị của các hàm số

- a) $y = x$; b) $y = 3x$; c) $y = -2x$; d) $y = -x$.

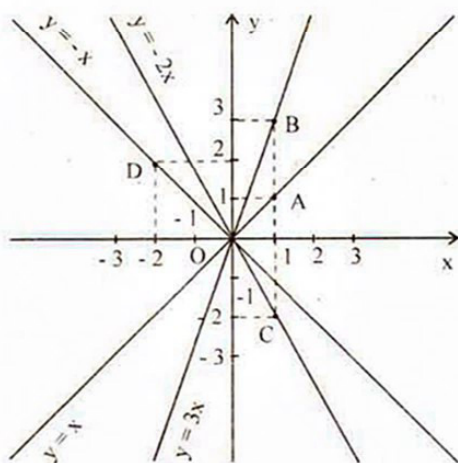
Giải.

a) Đồ thị hàm số $y = x$ là đường thẳng OA với $O(0; 0)$ và $A(1; 1)$.

b) Đồ thị hàm số $y = 3x$ là đường thẳng OB với $O(0; 0)$ và $B(1; 3)$.

c) Đồ thị hàm số $y = -2x$ là đường thẳng OC với $O(0; 0)$ và $C(1; -2)$.

d) Đồ thị hàm số $y = -x$ là đường thẳng OD với $O(0; 0)$ và $D(-2; 2)$.



Dạng 2. CÙNG CÓ CÔNG THỨC HÀM SỐ $y = ax$ ($a \neq 0$)

Phương pháp giải.

Căn cứ vào công thức $y = ax$ để chứng minh tính chất các tỉ số giữa biến và giá trị tương ứng của hàm số hoặc xét vị trí của đồ thị hàm số $y = ax$ trên mặt phẳng tọa độ.

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$), x_1, x_2, x_3 là những số thực khác 0. Giả sử y_1, y_2, y_3 là các giá trị của hàm số tương ứng tại x_1, x_2, x_3 . Chứng minh:

$$a) \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3}; \quad b) \frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1}, \frac{x_3}{x_1} = \frac{y_3}{y_1}, \frac{x_3}{x_2} = \frac{y_3}{y_2}.$$

Giải.

$$a) \text{Ta có } y_1 = ax_1, y_2 = ax_2, y_3 = ax_3. \text{ Do đó: } \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} (=a).$$

$$b) \text{Từ tỉ lệ thức } \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} \text{ suy ra } \frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1}.$$

Các tỉ lệ thức còn lại được chứng minh tương tự.

Ví dụ 3. (Bài 40 trang 71 SGK)

Đồ thị của hàm số $y = ax$ nằm ở những góc phần tư nào của mặt phẳng tọa độ Oxy, nếu:

- a) $a > 0$; b) $a < 0$?

Giải.

a) Trong công thức $y = ax$, nếu $a > 0$ thì các giá trị của x và y luôn luôn cùng dấu. Vì thế, trong trường hợp này, đồ thị của hàm số $y = ax$ nằm ở góc phần tư I và III (các điểm thuộc các góc này có hoành độ và tung độ cùng dấu).

b) Tương tự như vậy, nếu $a < 0$, các giá trị của x và y luôn luôn trái dấu nên đồ thị của hàm số nằm ở góc phần tư II và IV.

Dạng 3. XÉT XEM MỘT ĐIỂM CÓ THUỘC ĐỒ THỊ CỦA MỘT HÀM SỐ CHO TRƯỚC HAY KHÔNG?

Phương pháp giải.

Để xét xem một điểm có thuộc đồ thị của một hàm số cho trước hay không ta chỉ cần xét xem tọa độ của điểm đó có thỏa mãn công thức (hay bằng giá trị) xác định hàm số đó hay không.

Ví dụ 4. (Bài 41 tr.72 SGK)

Những điểm nào sau đây thuộc đồ thị của hàm số $y = -3x$:

$$A\left(-\frac{1}{3}; 1\right); B\left(-\frac{1}{3}; -1\right); C(0; 0).$$

Giải.

Điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị của hàm số $y = f(x)$ nếu $y_0 = f(x_0)$.

• Thay $x = -\frac{1}{3}$ vào $y = -3x$ ta được : $y = -3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 1$ bằng tung độ của A. Vậy A thuộc đồ thị hàm số $y = -3x$.

• Thay $x = -\frac{1}{3}$ vào $y = -3x$ ta được $y = 1$ khác tung độ của B. Vậy B không thuộc đồ thị hàm số $y = -3x$.

• Thay $x = 0$ vào $y = -3x$ thì $y = -3 \cdot 0 = 0$ nên C thuộc đồ thị hàm số $y = -3x$.

Dạng 4. XÁC ĐỊNH HỆ SỐ a CỦA HÀM SỐ $y = ax$, BIẾT ĐỒ THỊ CỦA NÓ ĐI QUA MỘT ĐIỂM $M(x_0; y_0)$ CHO TRƯỚC.

Phương pháp giải.

Thay tọa độ của điểm M : $x = x_0, y = y_0$ vào $y = ax$. Từ đó ta xác định được a .

Ví dụ 5. (Bài 47 tr.74 SGK)

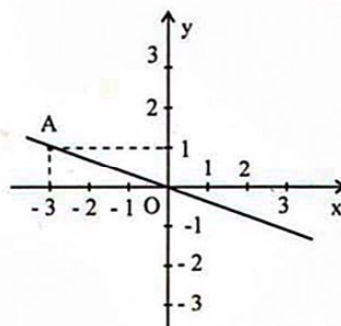
Đường thẳng OA trên hình 29 (SGK) là đồ thị của hàm số $y = ax$. Hệ số a bằng bao nhiêu?

Giải.

Trên hình 29 (SGK), đồ thị của hàm số $y = ax$ là đường thẳng đi qua điểm $A(-3; 1)$, do đó khi $x = -3$ thì

$$y = a \cdot (-3) = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}.$$

Hàm số đó là $y = -\frac{1}{3}x$.



Hình 29 (SGK)

Ví dụ 6. (Bài 42 tr.72 SGK)

Đường thẳng OA trong hình 26 (SGK) là đồ thị của hàm số $y = ax$.

a) Hãy xác định hệ số a ;

b) Đánh dấu điểm trên đồ thị có hoành độ bằng $\frac{1}{2}$;

c) Đánh dấu điểm trên đồ thị có tung độ bằng -1 .

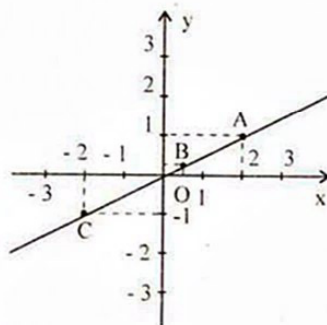
Giải.

a) Điểm A có tọa độ là (2; 1). Thay $x = 2, y = 1$ vào công thức $y = ax$ ta được : $1 = a \cdot 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$. Hàm số

phải tìm là $y = \frac{1}{2}x$.

b) Từ điểm $\frac{1}{2}$ trên trục hoành, ta kẻ đường thẳng song song với trục tung, cắt đường thẳng OA tại B. Đó là điểm trên đồ thị có hoành độ bằng $\frac{1}{2}$.

c) Từ điểm -1 trên trục tung, ta kẻ đường thẳng song song với trục hoành, cắt đường thẳng OA tại C. Đó là điểm trên đồ thị có tung độ bằng -1 .



Hình 26 (SGK)

Dạng 5. “ĐỌC” MỘT ĐỒ THỊ CHO TRƯỚC

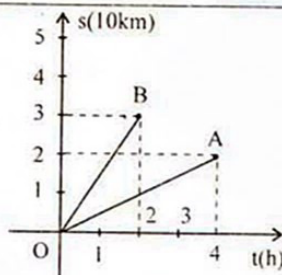
Phương pháp giải.

- Hiểu rõ ý nghĩa của đồ thị, ý nghĩa của các đơn vị biểu diễn trên trục tung và trục hoành.
- Biết xác định hoành độ (hoặc tung độ) của một điểm trên đồ thị khi biết tung độ (hoặc hoành độ) của điểm đó.

Ví dụ 7. (Bài 43 tr.72 SGK)

Trong hình 27 (SGK) : Đoạn thẳng OA là đồ thị biểu diễn chuyển động của người đi bộ và đoạn thẳng OB là đồ thị biểu diễn chuyển động của người đi xe đạp. Qua đồ thị em hãy cho biết :

a) Thời gian chuyển động của người đi bộ, của người đi xe đạp.



Hình 27 (SGK)

- b) Quãng đường đi được của người đi bộ, của người đi xe đạp.
c) Vận tốc (km/h) của người đi bộ, của người đi xe đạp.

Hướng dẫn.

Khi “đọc” đồ thị này cần hiểu rõ :

- Trục hoành biểu thị thời gian bằng giờ ; trục tung biểu thị quãng đường đi được với đơn vị ứng với 10km.
- Đoạn thẳng OA là đồ thị biểu diễn chuyển động của người đi bộ ; đoạn thẳng OB là đồ thị biểu diễn chuyển động của người đi xe đạp.

Trả lời :

- a) Thời gian chuyển động của người đi bộ là 4 giờ, của người đi xe đạp là 2 giờ.
b) Quãng đường đi được của người đi bộ là 20km, của người đi xe đạp là 30km.

c) Vận tốc của người đi bộ là : $\frac{20}{4} = 5$ (km/h).

Vận tốc của người đi xe đạp là : $\frac{30}{2} = 15$ (km/h).

Ví dụ 8. (Bài 44 tr.73 SGK)

Vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x) = -0,5x$. Bằng đồ thị hãy tìm :

- a) $f(2)$; $f(-2)$; $f(4)$; $f(0)$;
b) Giá trị của x khi $y = -1$; $y = 0$; $y = 2,5$;
c) Các giá trị của x khi y dương, khi y âm.

Giải.

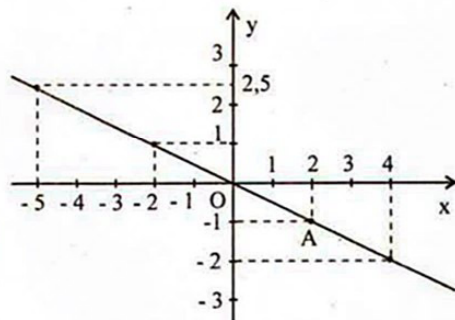
Khi $x = 2$ thì $y = -0,5 \cdot 2 = -1$. Vậy điểm $A(2; -1)$ thuộc đồ thị của hàm số $y = f(x) = -0,5x$. Đồ thị của hàm số này là đường thẳng OA trong hình vẽ bên.

Trên đồ thị ta thấy :

- a) $f(2) = -1$; $f(-2) = 1$;
 $f(4) = -2$; $f(0) = 0$.
b) $y = -1 \Rightarrow x = 2$;
 $y = 0 \Rightarrow x = 0$;
 $y = 2,5 \Rightarrow x = -5$.

c) $y > 0$ ứng với phần đồ thị nằm phía trên trục hoành và ở bên trái trục tung (góc phần tư II) nên $x < 0$.

$y < 0$ ứng với phần đồ thị nằm phía dưới trục hoành và ở bên phải trục tung (góc phần tư IV) nên $x > 0$.



Ví dụ 9. (Bài 45 tr.73 SGK)

Hai cạnh của hình chữ nhật có độ dài là 3 mét và x mét. Hãy viết công thức biểu diễn diện tích $y(m^2)$ theo x . Vì sao đại lượng y là hàm số của đại lượng x ? Hãy vẽ đồ thị của hàm số đó.

Xem đồ thị hãy cho biết :

- a) Diện tích của hình chữ nhật bằng bao nhiêu khi $x = 3m$?
 $x = 4m$?
b) Cạnh x bằng bao nhiêu khi diện tích y của hình chữ nhật bằng $6m^2$? $9m^2$?

Giải.

Công thức biểu diễn diện tích của hình chữ nhật đã cho là $y = 3x$. Với mỗi giá trị của x ($x > 0$) ta đều xác định được chỉ một giá trị của y ($y > 0$) nên đại lượng y là hàm số của đại lượng x .

Khi $x = 1$ thì $y = 3 \cdot 1 = 3$ nên điểm $A(1; 3)$ thuộc đồ thị của hàm số $y = 3x$. Đồ thị của hàm số $y = 3x$ là đường thẳng OA trong hình vẽ.

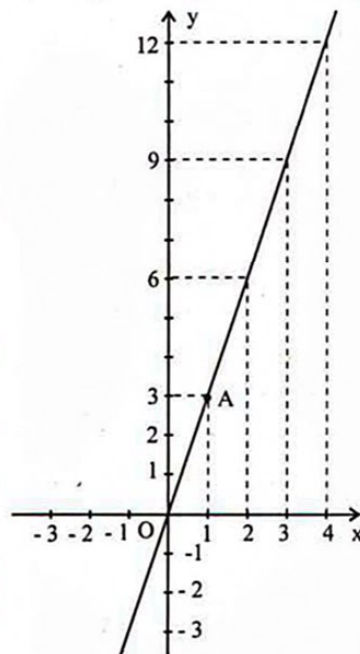
Xem đồ thị ta thấy :

a) Khi $x = 3$ thì $y = 9$. Vậy khi $x = 3m$ thì diện tích hình chữ nhật bằng $9m^2$.

Khi $x = 4$ thì $y = 12$. Vậy khi $x = 4m$ thì diện tích hình chữ nhật bằng $12m^2$.

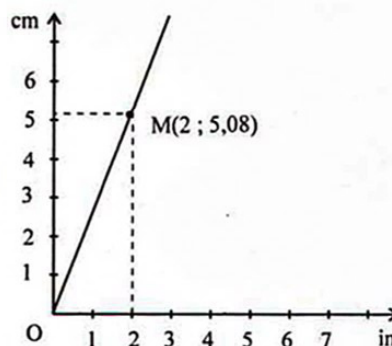
b) Khi $y = 6$ thì $x = 2$. Vậy khi diện tích hình chữ nhật bằng $6m^2$ thì cạnh $x = 2m$.

Khi $y = 9$ thì $x = 3$. Vậy khi diện tích hình chữ nhật bằng $9m^2$ thì cạnh $x = 3m$.



Ví dụ 10. (Bài 46 tr.73 SGK)

Đồ thị trong hình 28 (SGK) được sử dụng để đổi đơn vị



Hình 28 (SGK)

độ dài từ in-sơ sang xentimét.

Xem đồ thị hãy cho biết 2 in-sơ, 3 in-sơ, 4 in-sơ bằng khoảng bao nhiêu xentimét?

Trả lời.

$$2 \text{ in} \simeq 5,08 \text{ cm}; 3 \text{ in} \simeq 7,62 \text{ cm}$$

$$4 \text{ in} \simeq 10,16 \text{ cm}.$$

C. LUYỆN TẬP

7.1 Dạng 1. Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy đồ thị của các hàm số $y = 3x$ và $y = -3x$.

7.2 Dạng 1. Vẽ đồ thị của hàm số $y = |x|$.

7.3 Dạng 1. Vẽ đồ thị của các hàm số:

a) $y = |x| - x$; b) $y = \frac{|x|}{x} \ (x \neq 0)$.

7.4 Dạng 1. Xác định dấu của hệ số a biết rằng đồ thị của hàm số $y = ax$ là đường thẳng:

- a) Nằm trong các góc phần tư I và III;
b) Nằm trong các góc phần tư II và IV.

7.5 Dạng 2. Có thể nói gì về dấu của a , x , y nếu đồ thị của hàm số $y = ax \ (a \neq 0)$ là một tia nằm trong góc phần tư II? Nằm trong góc phần tư III?

7.6 Dạng 2. So sánh a_1 và a_2 , biết rằng đồ thị của hàm số $y = a_1x$ nằm trong góc phần tư II và IV; đồ thị của hàm số $y = a_2x$ nằm trong góc phần tư I và III.

7.7 Dạng 2. So sánh a_1 và a_2 , biết rằng đồ thị của hàm số $y = a_1x$ là tập hợp các điểm có hoành độ bằng tung độ; đồ thị của hàm số $y = a_2x$ là tập hợp các điểm có hoành độ và tung độ là hai số đối nhau.

7.8 Dạng 3. Cho hàm số $y = x^2 - 1$. Các điểm $A(-3; 8)$, $B(-2; -5)$, $C(1; 0)$, $D(\frac{1}{2}; \frac{3}{4})$ có thuộc đồ thị của hàm số này không?

7.9 Dạng 3. Cho hàm số $y = 5x - \frac{1}{2}$. Trong các điểm sau, điểm nào

không thuộc đồ thị của hàm số: $A(0; -\frac{1}{2})$; $B(1; 4,5)$;

$$C(-1; -6); D(-\frac{1}{2}; -3).$$

7.10 Dạng 4. Xác định hệ số a của hàm số $y = ax$, biết rằng đồ thị của nó đi qua điểm:

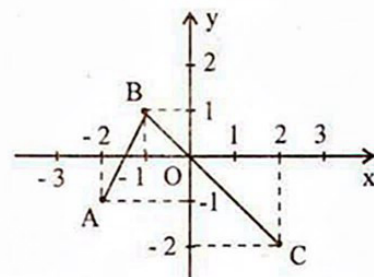
a) $M(3; 9)$; b) $N(-4; 1)$.

7.11 Dạng 4. Cho hàm số $y = (2m + 1)x$.

- a) Xác định m để đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(-1; 1)$.
b) Vẽ đồ thị của hàm số ứng với m vừa tìm được.

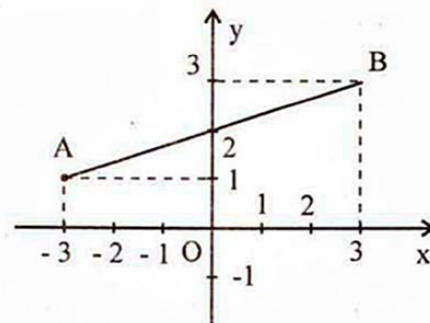
7.12 Dạng 5. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị gồm hai đoạn thẳng AB, BC như hình vẽ sau. Tìm những giá trị của x sao cho:

a) $f(x) \geq 0$; b) $f(x) < 0$.



7.13 Dạng 5. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là đoạn thẳng AB như hình vẽ sau.

- a) Tìm $f(-3)$; $f(0)$; $f(3)$.
b) Tìm x , biết $f(x) = 1$; $f(x) = 2$.



ÔN TẬP CHƯƠNG 2

A. BÀI TẬP ÔN TRONG SGK

48. Một tấn nước biển chứa 25kg muối. Hỏi 250g nước biển đó, chứa bao nhiêu gam muối ?

Giải.

1 tấn = 1 000 000 gam ; 25kg = 25 000g.

Gọi lượng muối có trong 250g nước biển là x(g). Vì lượng nước biển và lượng muối chứa trong đó là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên ta có

$$\frac{250}{x} = \frac{1000000}{25000} = 40 \Rightarrow x = \frac{250}{40} = 6,25(g)$$

Trả lời : 250g nước biển chứa 6,25g muối.

49. Hai thanh sắt và chì có khối lượng bằng nhau. Hỏi thanh nào có thể tích lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu lần, biết rằng khối lượng riêng của sắt là $7,8 (g/cm^3)$ và của chì là $11,3 (g/cm^3)$?

Hướng dẫn.

Sử dụng công thức $m = V.D$ để thấy thể tích và khối lượng riêng là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau.

Trả lời : Thanh sắt có thể tích lớn hơn và lớn hơn khoảng 1,45 lần so với thanh chì.

50. Ông Minh dự định xây một bể nước có thể tích là V. Nhưng sau đó ông muốn thay đổi kích thước so với dự định ban đầu như sau : Cả chiều dài và chiều rộng đáy bể đều giảm đi một nửa. Hỏi chiều cao phải thay đổi như thế nào để bể xây được vẫn có thể tích là V ?

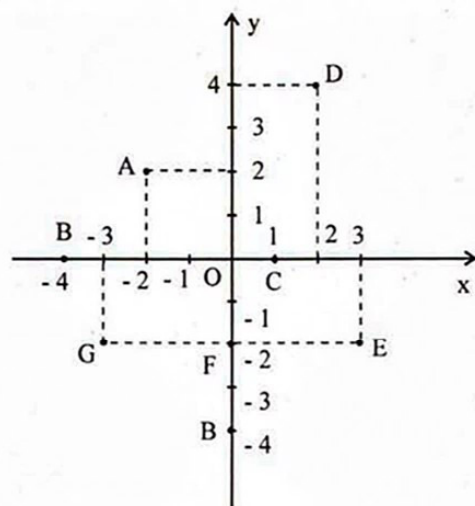
Hướng dẫn.

$V = S.h$ do đó khi V không đổi thì diện tích đáy S và chiều cao h tỉ lệ nghịch với nhau. S giảm 4 lần nên chiều cao phải tăng 4 lần.

51. Viết tọa độ các điểm A, B, C, D, E, F, G trong hình 32 (SGK).

Đáp số.

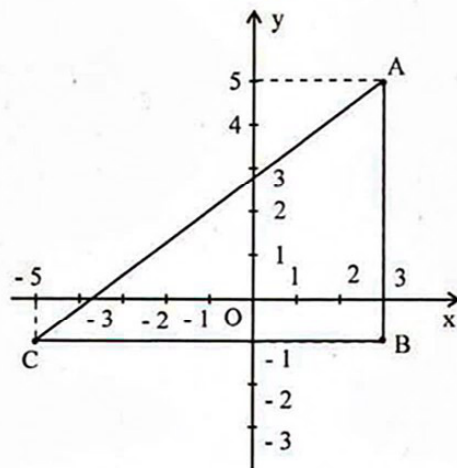
A(-2; 2), B(-4; 0), C(1; 0), D(2; 4),
E(3; -2), F(0; -2), G(-3; -2).



Hình 32 (SGK)

52. Trong mặt phẳng tọa độ vẽ tam giác ABC với các đỉnh A(3; 5), B(3; -1), C(-5; -1). Tam giác ABC là tam giác gì ?

Giải.

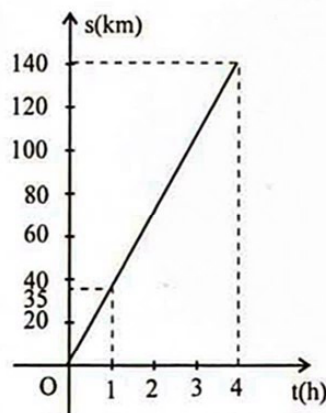


Tam giác ABC là tam giác vuông tại B.

53. Một vận động viên xe đạp đi được quãng đường 140km từ Tp. Hồ Chí Minh đến Vĩnh Long với vận tốc 35km/h. Hãy vẽ đồ thị của

chuyển động trên trong hệ trục tọa độ Oxy (với một đơn vị trên trục hoành biểu thị 1 giờ và một đơn vị trên trục tung biểu thị 20km).

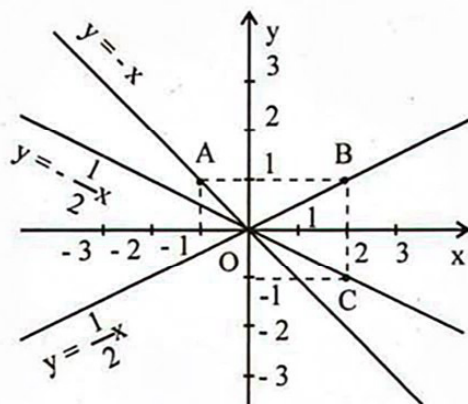
Giải.



54. Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ đồ thị của các hàm số :

- a) $y = -x$; b) $y = \frac{1}{2}x$; c) $y = -\frac{1}{2}x$.

Giải.



55. Những điểm nào sau đây không thuộc đồ thị của hàm số $y = 3x - 1$:

- $A\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$, $B\left(\frac{1}{3}; 0\right)$, $C(0; 1)$, $D(0; -1)$?

Giải.

Có hai điểm A và C không thuộc đồ thị hàm số $y = 3x - 1$. Thật vậy, khi $x = -\frac{1}{3}$ thì $y = 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - 1 = -2 \neq 0$ nên điểm A không thuộc đồ thị.

Khi $x = 0$ thì $y = 3 \cdot 0 - 1 = -1 \neq 1$ nên điểm C cũng không thuộc đồ thị.

56. **Đố :** Xem hình 33 (SGK), đố em biết được :

- a) Trẻ em tròn 5 tuổi (60 tháng) cân nặng bao nhiêu là bình thường ? là suy dinh dưỡng vừa ? là suy dinh dưỡng nặng ? là suy dinh dưỡng rất nặng ?
b) Một em bé cân nặng 9,5kg khi tròn 24 tháng tuổi thuộc loại bình thường ? suy dinh dưỡng vừa ? suy dinh dưỡng nặng ? suy dinh dưỡng rất nặng ?

Trả lời.

Xem đồ thị ta thấy :

a) Trẻ em tròn 5 tuổi, cân nặng :

- Từ 14kg đến 19kg là bình thường.
- Từ 12kg đến 14kg là suy dinh dưỡng vừa.
- Từ 10kg đến 12kg là suy dinh dưỡng nặng.
- Dưới 10kg là suy dinh dưỡng rất nặng.

b) Em bé cân nặng 9,5kg khi tròn 24 tháng tuổi thuộc loại suy dinh dưỡng vừa.

B. BÀI TẬP ÔN BỔ SUNG

1. a) Viết tọa độ của các điểm A, B, C

trong hệ trục tọa độ Oxy ở hình bên.

b) Biểu diễn các cặp số sau trong hệ trục tọa độ Oxy :

$(-1; 2)$; $(2; 3)$, $(-2; -1)$, $(1; -2)$.

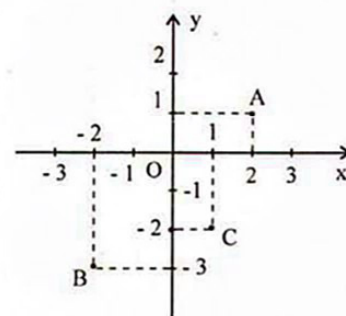
2. Trong hệ trục tọa độ Oxy, các điểm sau đây nằm trên đường nào?

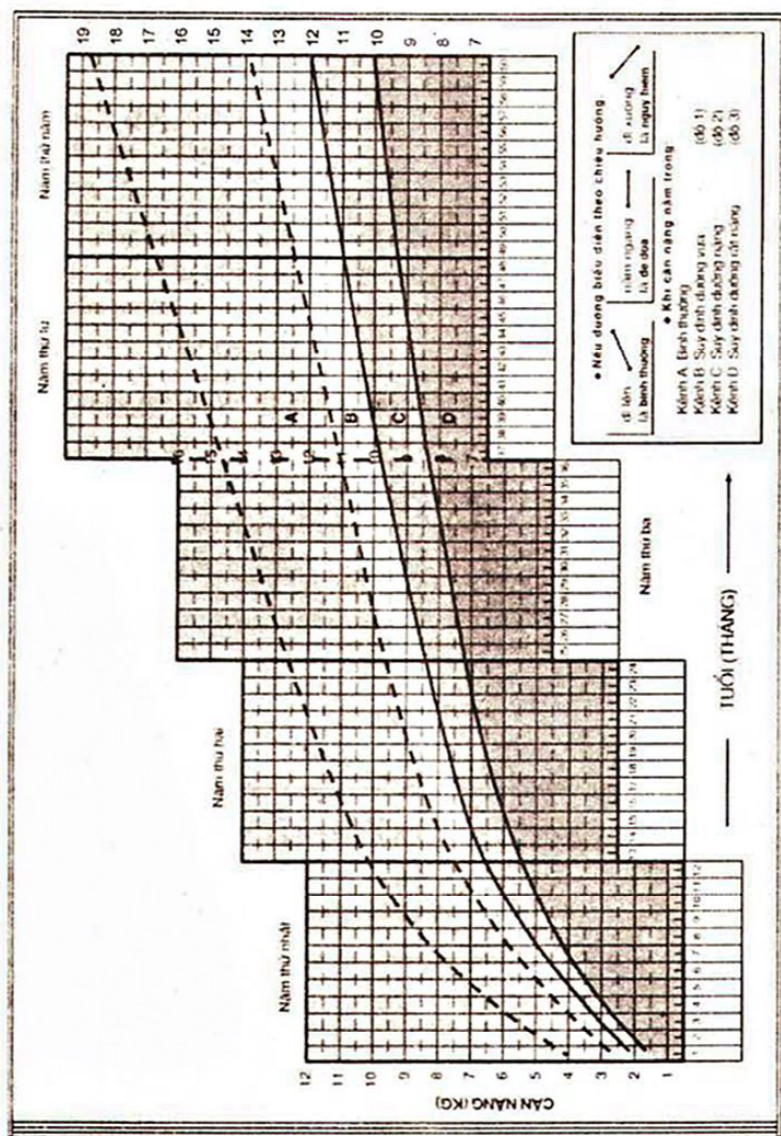
a) Các điểm có hoành độ bằng -3,5 ?

b) Các điểm có tung độ bằng $2\frac{1}{4}$?

c) Các điểm có hoành độ bằng tung độ ?

d) Các điểm có hoành độ và tung độ là hai số đối nhau ?





Hình 33 (SGK)

3. Cho bảng:

x	1	2	3	4	5
y		-6			

- a) Hãy điền các số vào ô trống trong bảng để được x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận; x và y liên hệ với nhau bởi công thức nào?
- b) Hãy điền các số vào ô trống trong bảng để được hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch; x và y liên hệ với nhau bởi công thức nào?
4. Cho hàm số $y = 2x + 1$ và M là một điểm thuộc đồ thị của hàm số.
 - a) Nếu M có hoành độ là -1 thì tung độ của nó là bao nhiêu?
 - b) Nếu M có tung độ là $\frac{1}{3}$ thì hoành độ của nó là bao nhiêu?
 - c) Điểm N(1; 4) có thuộc đồ thị hàm số không?
5. Vẽ đồ thị của hàm hằng $y = c$. Có nhận xét gì về đồ thị của hàm hằng?
6. Cho hàm số $y = x^2 + 1$ và các điểm A(1; 2), B(-1; 2), C($\sqrt{2}$; 3), D(- $\sqrt{2}$; 1), E(3; 10), F(0; -1). Gọi (H) là đồ thị của hàm số. Điền các dấu thích hợp ($\in$, $\notin$) vào các ô vuông:

A ☐ (H),	B ☐ (H),	C ☐ (H),
D ☐ (H),	E ☐ (H),	F ☐ (H).
7. a) Vẽ hệ trục tọa độ Oxy rồi biểu diễn các điểm A(1; -3), B(-1; 3) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.
 b) Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm A, B. Em có nhận xét gì về đường thẳng AB đối với gốc tọa độ O.
 c) Cho điểm C(x; 4,5) và điểm D(1,5; y) thuộc đường thẳng AB. Tìm hoành độ x của điểm C và tung độ y của điểm D.
8. Cho hàm số $y = ax + b$. Hãy xác định a và b, biết rằng đồ thị của hàm số này đi qua các điểm M(-1; 5) và N($\frac{1}{3}$; $2\frac{1}{3}$).
9. Xác định điểm M(x; y) trên đồ thị hàm số $y = 3x$ biết:

a) $x + y = 0$;	b) $x + 2y = -14$;	c) $3x - 2y = 9$.
------------------	---------------------	--------------------
10. Chứng minh rằng hàm số $y = f(x) = ax$ có tính chất:

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2).$$
11. Cho hàm số $y = f(x)$ có tính chất $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$. Chứng minh rằng:

a) $f(0) = 0$;	b) $f(-x) = -f(x)$.
-----------------	----------------------
12. Cho hàm số $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$). Giả sử y_1, y_2 là hai giá trị của hàm số

tương ứng với các giá trị x_1, x_2 của biến x . Chứng minh rằng

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1}.$$

13. Các điểm $A(3; 4)$, $B(1; 11)$, $C(-2; -6)$ có thuộc đồ thị của hàm số $y = \frac{12}{x}$ không?

14. Biết điểm $M\left(-3\frac{1}{4}; \frac{1}{13}\right)$ thuộc đồ thị của hàm số $y = \frac{a}{x}$. Hãy tính hệ số a .

15. Cho hàm số $y = \frac{a}{x}$.

a) Xác định a để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-3; -2)$.

b) Tìm tất cả các điểm trên đồ thị hàm số tìm được ở câu a có các tọa độ đều là số nguyên.

16. Đồ thị của hàm số $y = -\frac{3}{x}$ đi qua điểm $A\left(\frac{1}{2}; m\right)$ và điểm $B\left(n; \frac{1}{3}\right)$. Hãy xác định m và n .

17. Chia số 310 thành ba phần:

a) Tỷ lệ thuận với 2; 3; 5.

b) Tỷ lệ nghịch với 2; 3; 5.

18. Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

$$a) y = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \geq 0 \\ -\frac{1}{2}x & \text{khi } x < 0 \end{cases};$$

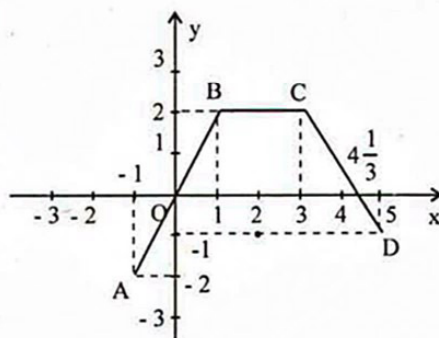
$$b) y = -|3x|.$$

19. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 4x$ và đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$.

20. Đồ thị của hàm số $g(x)$ gồm ba đoạn thẳng AB, BC, CD như hình vẽ sau:

a) Tìm các giá trị của x sao cho:

$$g(x) \geq 0, g(x) = 2, g(x) < 0.$$



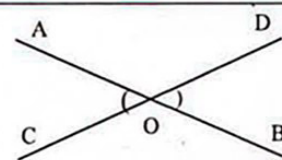
b) Căn cứ vào đồ thị của hàm số $g(x)$ hãy điền số thích hợp vào bảng giá trị sau đây:

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1,75	3	$4\frac{1}{3}$	5
$g(x)$							

c) Lập công thức của hàm số có đồ thị là đoạn thẳng AB và công thức của hàm số có đồ thị là đoạn thẳng BC.

Chương 1.**ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC.
ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG****§ 1. HAI GÓC ĐỐI ĐỈNH****A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

1. **Định nghĩa :** Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia.
2. **Tính chất :** Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.



$$\widehat{AOC} \text{ và } \widehat{BOD} \text{ đối đỉnh} \Rightarrow \widehat{AOC} = \widehat{BOD}$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. HOÀN THÀNH MỘT CÂU PHÁT BIỂU HOẶC CHỌN CÂU PHÁT BIỂU ĐÚNG

Phương pháp giải

- Liên hệ với các kiến thức lý thuyết tương ứng trong SGK để điền vào chỗ trống cho đúng hoặc chọn câu phát biểu đúng.
- Dùng hình vẽ để bác bỏ câu sai.

Ví dụ 1. (Bài 1 tr.82 SGK)

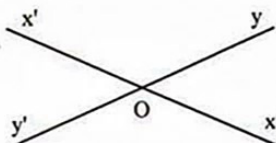
Vẽ hai đường thẳng xx' và yy' cắt nhau tại O như hình vẽ. Hãy điền vào chỗ trống trong các phát biểu sau :

- a) Góc xOy và góc ... là hai góc đối đỉnh vì cạnh Ox là tia đối của cạnh Ox' và cạnh Oy là ... của cạnh Oy' .
- b) Góc $x'Oy$ và góc xOy' là ... vì cạnh Ox là tia đối của cạnh ... và cạnh ...

Giải.

Các từ điền vào bài theo thứ tự là :

- a) $x'Oy'$, tia đối.
b) hai góc đối đỉnh, Ox' , Oy là tia đối của cạnh Oy' .



Ví dụ 2. (Bài 2 tr. 82 SGK)

Hãy điền vào chỗ trống trong các phát biểu sau :

- a) Hai góc có mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia được gọi là hai góc ...
b) Hai đường thẳng cắt nhau tạo thành hai cặp góc ...

Giải.

Các từ điền vào bài theo thứ tự là :

- a) đối đỉnh.
b) đối đỉnh.

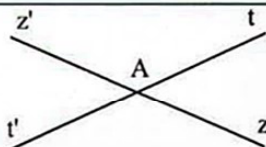
Dạng 2. VẼ HÌNH THEO YÊU CẦU CỦA ĐỀ BÀI RỒI TÌM CẶP GÓC ĐỐI ĐỈNH HOẶC KHÔNG ĐỐI ĐỈNH

Phương pháp giải.

- Sử dụng thước thẳng, thước đo góc, êke để vẽ hình đúng.
- Xét các cạnh của góc và các tia đối để tìm cặp góc đối đỉnh.

Ví dụ 3. (Bài 3 tr. 82 SGK)

Vẽ hai đường thẳng zz' và tt' cắt nhau tại A. Hãy viết tên hai cặp góc đối đỉnh.



Giải.

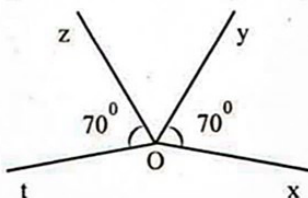
Hình vẽ bên : $\widehat{zAt}$ và $\widehat{z'At'}$; $\widehat{zAt'}$ và $\widehat{z'At}$.

Ví dụ 4. (Bài 8 tr. 83 SGK)

Vẽ hai góc có chung đỉnh và có cùng số đo là 70° nhưng không đối đỉnh.

Giải.

Hai góc $\widehat{xOy}$ và $\widehat{zOt}$ ở hình vẽ bên có chung đỉnh và cùng có số đo là 70° nhưng không là hai góc đối đỉnh.



Dạng 3. VẼ HÌNH RỒI TÍNH SỐ ĐO CỦA GÓC

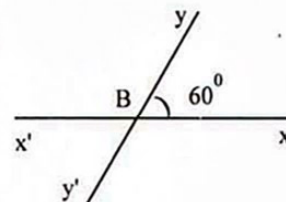
Phương pháp giải.

- Vẽ hình đúng theo yêu cầu của đề bài.
- Sử dụng các tính chất :
 - Hai góc bù nhau thì có tổng bằng 180° ,
 - Hai góc kề bù thì bù nhau nên có tổng bằng 180° .
 - Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.

Ví dụ 5. (Bài 4 tr. 82 SGK)

Vẽ góc $\widehat{xBy}$ có số đo bằng 60° . Vẽ

góc đối đỉnh với góc $\widehat{xBy}$. Đặt tên cho góc này. Hỏi góc này có số đo bằng bao nhiêu độ ?



Giải.

Xem hình vẽ trên. Góc đối đỉnh với góc $\widehat{xBy}$ là góc $\widehat{x'By'}$, ta có : $\widehat{x'By'} = 60^\circ$.

Ví dụ 6. (Bài 5 tr. 82 SGK)

a) Vẽ góc $\widehat{ABC}$ bằng 56° .

b) Vẽ góc $\widehat{ABC'}$ kề bù với góc $\widehat{ABC}$. Hỏi số đo của góc $\widehat{ABC'}$?

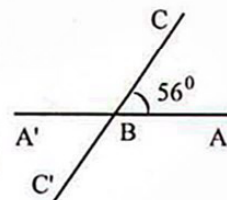
c) Vẽ góc $\widehat{C'BA'}$ kề bù với góc $\widehat{ABC'}$. Ta có $\widehat{C'BA'} = 56^\circ$. Vì sao ?

Giải.

a) Xem hình vẽ bên.

b) Vẽ tia BC' là tia đối của tia BC. Ta có $\widehat{ABC'} = 180^\circ - \widehat{ABC} = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ$.

c) Vẽ tia BA' là tia đối của tia BA. Ta có $\widehat{C'BA'} = \widehat{CBA}$ (đối đỉnh). Do $\widehat{CBA} = 56^\circ$ nên $\widehat{C'BA'} = 56^\circ$.



Ví dụ 7. (Bài 6 tr. 83 SGK)

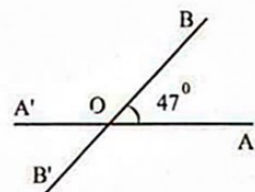
Vẽ hai đường thẳng cắt nhau, trong các góc tạo thành có một góc 47° . Tính số đo các góc còn lại.

Giải.

Hình bên : $\widehat{AOB} = 47^\circ$; $\widehat{A'OB'} = \widehat{AOB}$ (đối đỉnh) nên $\widehat{A'OB'} = 47^\circ$.

$\widehat{AOB'} = 180^\circ - \widehat{AOB} = 180^\circ - 47^\circ = 133^\circ$.

$\widehat{A'OB} = \widehat{AOB'}$ (đối đỉnh) nên $\widehat{A'OB} = 133^\circ$.

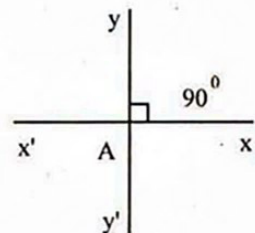


Ví dụ 8. (Bài 9 tr. 83 SGK)

Vẽ góc vuông $\widehat{xAy}$. Vẽ góc $\widehat{x'Ay'}$ đối đỉnh với góc $\widehat{xAy}$. Hãy viết tên hai góc vuông không đối đỉnh.

Giải.

Chẳng hạn ở hình bên : $\widehat{xAy}$ và $\widehat{x'Ay'}$, $\widehat{x'Ay}$ và $\widehat{x'Ay'}$.



Dạng 4. TÌM CÁC CẶP GÓC BẰNG NHAU

Phương pháp giải.

Sử dụng tính chất hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.

Ví dụ 9. (Bài 7 tr. 83 SGK)

Ba đường thẳng xx' , yy' , zz' cùng đi qua điểm O. Hãy viết tên các cặp góc bằng nhau.

Giải.

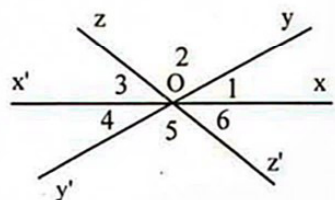
- Xét các "góc đơn" (góc không có tia nào trong hình nằm giữa hai cạnh của góc), có ba cặp góc bằng nhau :

$\widehat{O_1} = \widehat{O_4}$, $\widehat{O_2} = \widehat{O_5}$, $\widehat{O_3} = \widehat{O_6}$.

- Xét các "góc đôi" (góc có một tia trong hình nằm giữa hai cạnh của góc), có ba cặp góc bằng nhau :

$\widehat{xOz} = \widehat{x'Oz'}$, $\widehat{yOx} = \widehat{y'Ox}$, $\widehat{zOy} = \widehat{z'Oy}$.

- Xét các "góc ba", ở hình vẽ là góc bẹt, có ba cặp góc bằng nhau : $\widehat{xOx'} = \widehat{yOy'} = \widehat{zOz'} (= 180^\circ)$.



Dạng 5. GẤP GIẤY ĐỂ CHỨNG TỎ HAI GÓC ĐỐI ĐỈNH THÌ BẰNG NHAU

Phương pháp giải.

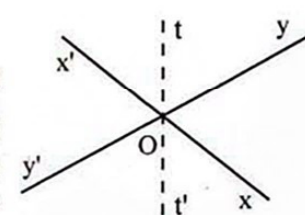
Gấp giấy sao cho hai tia trùng nhau.

Ví dụ 10. (Bài 10 tr. 83 SGK)

Đố : Hãy vẽ một đường thẳng màu đỏ cắt một đường thẳng màu xanh trên một tờ giấy (giấy trong hoặc giấy mỏng). Phải gấp tờ giấy như thế nào để chứng tỏ hai góc đối đỉnh thì bằng nhau ?

Giải.

Để chứng tỏ hai góc đối đỉnh $\widehat{xOy}$ và $\widehat{x'Oy'}$ bằng nhau, ta gấp tờ giấy theo đường thẳng tOt' (Hình bên). Khi đó các tia Oy và Ox' trùng nhau, các tia Ox và Oy' trùng nhau (tức là tia màu đỏ trùng với tia màu xanh).



Dạng 6. NHẬN BIẾT HAI TIA ĐỐI NHAU

Phương pháp giải.

Sử dụng kiến thức : Hai góc kề nhau có tổng các số đo bằng 180° thì hai cạnh ngoài của chúng là hai tia đối nhau.

Ví dụ 11*. Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O. Gọi OM và ON theo thứ tự là tia phân giác của các góc $\widehat{AOC}$ và $\widehat{BOD}$. Vì sao các tia OM, ON là hai tia đối nhau ?

Giải.

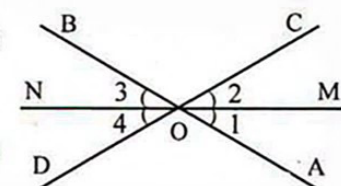
$\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$ (vì đối đỉnh).

$\widehat{O_1} = \frac{1}{2} \widehat{AOC}$ (vì OM là tia phân giác

của góc $\widehat{AOC}$)

$\widehat{O_3} = \frac{1}{2} \widehat{BOD}$ (vì ON là tia phân giác

của góc $\widehat{BOD}$)



Suy ra $\widehat{O_1} = \widehat{O_3}$.

Ta có $\widehat{BOM} + \widehat{O_1} = \widehat{BOA} = 180^\circ$, mà $\widehat{O_1} = \widehat{O_3}$ nên $\widehat{BOM} + \widehat{O_3} = 180^\circ$
 Vậy OM, ON là hai tia đối nhau.

C. LUYỆN TẬP

- 1.1 Dạng 1. Trong các câu sau, câu nào đúng, câu nào sai? Hãy bác bỏ câu sai bằng hình vẽ.
 a) Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.
 b) Hai góc bằng nhau thì đối đỉnh.
- 1.2 Dạng 2. Vẽ đường tròn tâm O và các đường kính AB, CD. Kể tên các cặp góc đối đỉnh trong hình vẽ.
- 1.3 Dạng 2. Cho góc $\widehat{AOB}$. Vẽ góc $\widehat{BOC}$ kề bù với góc $\widehat{AOB}$. Vẽ góc $\widehat{AOD}$ kề bù với góc $\widehat{AOB}$. Trên hình vẽ có hai góc nào đối đỉnh?
- 1.4 Dạng 3. Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O, tạo thành góc $\widehat{AOD}$ bằng 110° . Tính ba góc còn lại.
- 1.5 Dạng 3. Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O. Biết $\widehat{AOC} - \widehat{AOD} = 20^\circ$. Tính mỗi góc $\widehat{AOC}$, $\widehat{COB}$, $\widehat{BOD}$, $\widehat{DOA}$.
- 1.6 Dạng 3. Hai đường thẳng CD, EF cắt nhau tại O tạo thành bốn góc không có điểm trong chung. Biết tổng của ba trong bốn góc ấy bằng 300° . Tính số đo của bốn góc nói trên (cho biết $\widehat{COE} < \widehat{COF}$).
- 1.7 Dạng 3. Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O tạo thành góc $\widehat{AOC}$ bằng 50° . Gọi OM là tia phân giác của góc $\widehat{AOC}$, ON là tia đối của tia OM. Tính $\widehat{BON}$, $\widehat{DON}$.
- 1.8 Dạng 4. Cho góc $\widehat{AOB}$ và tia phân giác Ox của nó. Gọi OC là tia đối của tia OA, gọi OD là tia đối của tia OB, gọi Oy là tia đối của tia Ox. Tia Oy là tia phân giác của góc nào?
- 1.9 Dạng 4. Cho điểm O nằm trên đường thẳng AB. Vẽ trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB các tia OC, OD sao cho $\widehat{AOC} = \widehat{BOD} = 30^\circ$. Gọi OE là tia đối của tia OD. Tia OA là tia phân giác của góc nào?
- 1.10 Dạng 6. Cho góc $\widehat{AOB}$ bằng 50° , OC là tia phân giác của góc. Gọi OD là tia đối của tia OC. Trên nửa mặt phẳng bờ CD chứa tia OA, vẽ tia OE sao cho $\widehat{DOE} = 25^\circ$. Tìm góc đối đỉnh với góc $\widehat{DOE}$.

§ 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. **Định nghĩa:** Hai đường thẳng vuông góc là hai đường thẳng cắt nhau và một trong các góc tạo thành là góc vuông.

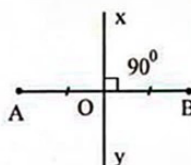
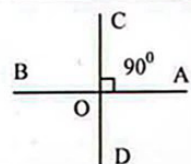
$$AB \perp CD \text{ (tại O)} \Leftrightarrow \widehat{AOC} = 90^\circ$$

2. **Tính duy nhất của đường vuông góc:** Qua một điểm cho trước, có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

3. **Đường trung trực của đoạn thẳng:** Đường trung trực của một đoạn thẳng là đường thẳng vuông góc với đoạn thẳng ấy tại trung điểm của nó.

$$xy \text{ là đường trung trực của } AB \Leftrightarrow \begin{cases} xy \cap AB = \{O\} \\ AO = OB \\ xy \perp AB \end{cases}$$

Ghi chú: Kí hiệu $xy \cap AB = \{O\}$ đọc là xy cắt AB tại O.



B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. HOÀN THÀNH MỘT CÂU PHÁT BIỂU HOẶC CHỌN CÂU PHÁT BIỂU ĐÚNG

Phương pháp giải.

Liên hệ với các kiến thức lý thuyết tương ứng trong SGK để điền vào chỗ trống cho đúng hoặc chọn câu phát biểu đúng.

Ví dụ 1. (Bài 11 tr. 86 SGK)

Điền vào chỗ trống trong các phát biểu sau:

- a) Hai đường thẳng vuông góc với nhau là hai đường thẳng ...
- b) Hai đường thẳng a và a' vuông góc với nhau được kí hiệu là ...
- c) Cho trước một điểm A và một đường thẳng d. ... đường thẳng d' đi qua A và vuông góc với d.

Giải.

Các từ điền vào bài là:

- a) cắt nhau và một trong các góc tạo thành là góc vuông.
b) $a \perp a'$.
c) Có một và chỉ một.

Ví dụ 2. (Bài 12 tr. 86 SGK)

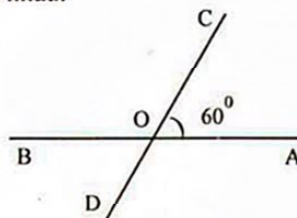
Trong hai câu sau, câu nào đúng, câu nào sai? Hãy bác bỏ câu sai bằng hình vẽ.

- a) Hai đường thẳng vuông góc thì cắt nhau.
b) Hai đường thẳng cắt nhau thì vuông góc.

Giải.

a) Đúng.

b) Sai. Ở hình vẽ bên, hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O nhưng không là hai đường thẳng vuông góc.



Dạng 2. VẼ ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC, VẼ ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG

Phương pháp giải.

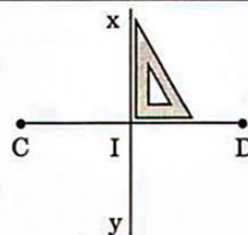
Dùng êke, dùng thước chia khoảng để vẽ.

Ví dụ 3. (Bài 14 tr. 86 SGK)

Cho đoạn thẳng CD dài 3cm. Hãy vẽ đường trung trực của đoạn thẳng ấy.

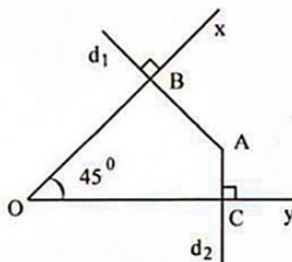
Giải.

Vẽ trung điểm I của CD : lấy I trên CD sao cho $CI = 1,5\text{cm}$. Dùng êke vẽ đường thẳng xy vuông góc với CD tại I.



Ví dụ 4. (Bài 18 tr. 87 SGK)

Vẽ hình theo cách diễn đạt bằng lời sau : Vẽ góc $\widehat{xOy}$ có số đo bằng 45° . Lấy điểm A bất kì nằm trong góc $\widehat{xOy}$. Vẽ qua A đường thẳng d_1 vuông góc với tia Ox tại B. Vẽ qua A đường thẳng d_2 vuông góc với tia Oy tại C.



Giải.

Xem hình vẽ.

Dạng 3. GẤP GIẤY ĐỂ TẠO THÀNH ĐƯỜNG VUÔNG GÓC HAY ĐƯỜNG TRUNG TRỰC

Phương pháp giải.

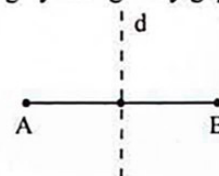
Gấp giấy để hai phần của đường thẳng trùng nhau.

Ví dụ 5. (Bài 13 tr. 86 SGK)

Vẽ một đoạn thẳng AB trên giấy trong hoặc giấy mỏng. Hãy gấp tờ giấy để nếp gấp trùng với đường trung trực của đoạn thẳng ấy.

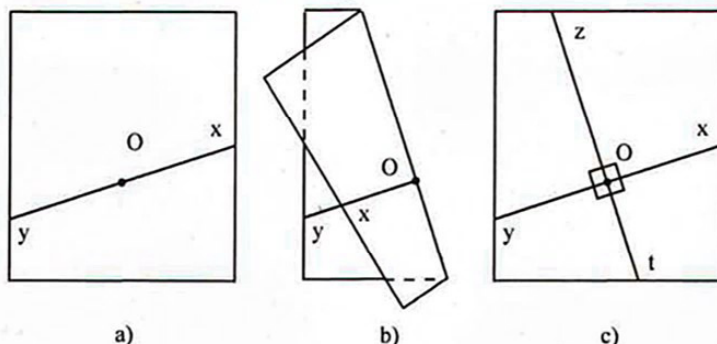
Giải.

Gấp tờ giấy sao cho điểm A trùng với điểm B. Khi đó nếp gấp d là đường trung trực của AB.



Ví dụ 6. (Bài 15 tr. 86 SGK)

Vẽ đường thẳng xy và điểm O thuộc đường thẳng đó trên giấy trong (Hình 8a SGK). Gấp giấy như hình 8b (SGK). Trải phẳng tờ giấy rồi tô xanh nếp gấp zt (Hình 8c SGK). Hãy nêu những kết luận rút ra từ các hoạt động trên.



Hình 8 (SGK)

Giải.

Các kết luận rút ra là :

Nếp gấp zt vuông góc với đường thẳng xy tại O.

Có bốn góc vuông là : $\widehat{xOz}$, $\widehat{zOy}$, $\widehat{yOt}$, $\widehat{tOx}$.

Dạng 4. NHẬN BIẾT HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC, NHẬN BIẾT ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG

Phương pháp giải.

Dùng định nghĩa hai đường thẳng vuông góc, định nghĩa đường trung trực của một đoạn thẳng.

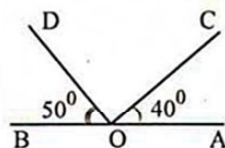
Ví dụ 7. Cho góc bẹt $\widehat{AOB}$. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB vẽ các tia OC, OD sao cho $\widehat{AOC} = 40^\circ$, $\widehat{BOD} = 50^\circ$. Vì sao OC vuông góc với OD?

Hướng dẫn.

$$\widehat{AOD} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ.$$

Tia OC nằm giữa hai tia OA, OD nên :

$$\widehat{COD} = \widehat{AOD} - \widehat{AOC} = 130^\circ - 40^\circ = 90^\circ. \text{ Vậy } OC \perp OD.$$



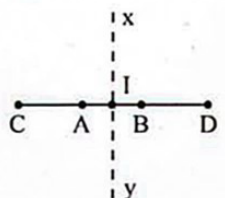
Ví dụ 8. Cho xy là đường trung trực của đoạn thẳng AB. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C, trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = AC$.

Vì sao xy là đường trung trực của CD?

Hướng dẫn.

Gọi I là trung điểm của AB.

Ta có $xy \perp AB$ và $IC = ID$ nên xy là đường trung trực của CD.



Dạng 5. TÍNH SỐ ĐO CỦA GÓC

Phương pháp giải.

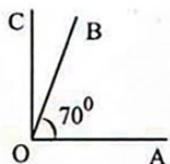
Chú ý đến góc tạo bởi hai đường thẳng vuông góc bằng 90° .

Ví dụ 9. Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ chứa tia OA, vẽ các tia OB và OC sao cho $\widehat{AOB} = 70^\circ$, OC vuông góc với OA. Tính số đo góc BOC.

Hướng dẫn.

$$OC \perp OA \Rightarrow \widehat{AOC} = 90^\circ.$$

$$\widehat{BOC} = \widehat{AOC} - \widehat{AOB} = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ.$$



C. LUYỆN TẬP

2.1 Dạng 1. Điền vào chỗ trống để được câu đúng :
Nếu hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O tạo thành góc vuông $\widehat{AOC}$ thì các góc ... là góc vuông.

2.2 Dạng 2. Cho đường tròn (O), ba điểm A, B, C nằm trên đường tròn.
a) Vẽ đường trung trực của đoạn thẳng AB.
b) Vẽ đường trung trực của đoạn thẳng BC.
c) Có nhận xét gì về giao điểm của hai đường trung trực nói trên?

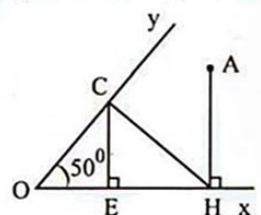
2.3 Dạng 2. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 70^\circ$, các góc B và C đều nhọn.
a) Dùng thước thẳng và êke vẽ đoạn thẳng đi qua B và vuông góc với AC tại E, vẽ đoạn thẳng đi qua C và vuông góc với AB tại F.

b) Đo các góc $\widehat{ABE}$, $\widehat{ACF}$.

c) Gọi H là giao điểm của BE và CF. Đo góc $\widehat{EHF}$.

2.4 Dạng 2. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} > 90^\circ$.
a) Dùng thước thẳng và êke vẽ đoạn thẳng đi qua A và vuông góc với BC tại D, vẽ đoạn thẳng đi qua B và vuông góc với AC tại E, vẽ đoạn thẳng đi qua C và vuông góc với AB tại F.

b) Vẽ H là giao điểm của các đường thẳng AD và CF. Dùng thước để kiểm tra xem ba điểm E, B, H có thẳng hàng hay không?



2.5 Dạng 2. Vẽ lại hình bên và nêu rõ trình tự vẽ hình (điểm A cho trước).

2.6 Dạng 4. Cho góc $\widehat{AOB}$ bằng 120° . Tia OC nằm giữa hai tia OA, OB sao cho $\widehat{AOC} = 30^\circ$. Hãy chứng tỏ rằng OB vuông góc với OC.

2.7 Dạng 4. Vẽ hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau tại M. Trên đường thẳng a lấy các điểm A, B phân biệt sao cho $MA = MB$. Trên đường thẳng b lấy các điểm C, D phân biệt sao cho $MC = MD$. Tìm các đường trung trực trong hình vẽ.

2.8 Dạng 5. Cho góc $\widehat{AOB}$ bằng 40° . Vẽ tia OC là tia đối của tia OA. Tính $\widehat{COD}$ biết rằng :

a) OD vuông góc với OB, các tia OD và OA thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ OB.

b) OD vuông góc với OB, các tia OD và OA thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ OB.

- 2.9 Dạng 5. Cho góc $\widehat{AOB}$ bằng 50° . Gọi OC là tia phân giác của góc $\widehat{AOB}$. Vẽ tia OE là tia đối của tia OA, vẽ tia OD vuông góc với OC (tia OD nằm trong góc $\widehat{BOE}$). Hãy chứng tỏ rằng tia OD là tia phân giác của góc $\widehat{BOE}$.
- 2.10 Dạng 5. Cho góc $\widehat{AOB}$ bằng 130° . Trong góc $\widehat{AOB}$ vẽ các tia OC, OD sao cho $OC \perp OA$, $OD \perp OB$. Tính $\widehat{COD}$.
- 2.11 Dạng 5. Cho góc $\widehat{AOB}$ bằng 140° . Ở ngoài góc $\widehat{AOB}$, vẽ các tia OC, OD sao cho $OC \perp OA$, $OD \perp OB$. Vẽ tia OE là tia phân giác của góc $\widehat{AOB}$, vẽ tia OF là tia đối của tia OE. Vì sao tia OF là tia phân giác của góc $\widehat{COD}$?

§ 3. CÁC GÓC TẠO BỞI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CẮT HAI ĐƯỜNG THẲNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hai cặp góc so le trong :

$\widehat{A}_4$ và $\widehat{B}_2$; $\widehat{A}_1$ và $\widehat{B}_3$.

2. Bốn cặp góc đồng vị :

$\widehat{A}_2$ và $\widehat{B}_2$; $\widehat{A}_3$ và $\widehat{B}_3$;

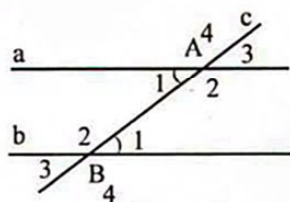
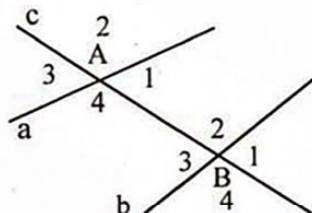
$\widehat{A}_1$ và $\widehat{B}_1$; $\widehat{A}_4$ và $\widehat{B}_4$.

3. Hai cặp góc trong cùng phía :

$\widehat{A}_1$ và $\widehat{B}_2$; $\widehat{A}_4$ và $\widehat{B}_3$.

4. Quan hệ giữa các cặp góc : Nếu hai đường thẳng cắt một đường thẳng thứ ba và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau thì :

- Hai góc so le trong còn lại bằng nhau.
- Hai góc đồng vị bằng nhau.
- Hai góc trong cùng phía bù nhau.



$$\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1 \Rightarrow \begin{cases} \widehat{A}_2 = \widehat{B}_2 \\ \widehat{A}_3 = \widehat{B}_3 \\ \widehat{A}_4 + \widehat{B}_4 = 180^\circ \end{cases}$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

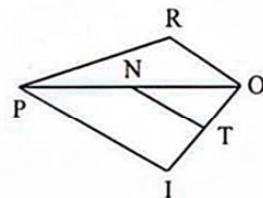
Dạng 1. VẼ HÌNH VÀ TÌM CẶP GÓC SO LE TRONG, CẶP GÓC ĐỒNG VỊ, CẶP GÓC TRONG CÙNG PHÍA.

Phương pháp giải.

Nhận biết hai góc trong một cặp dựa vào tên của cặp góc căn cứ vào vị trí của góc so với hai đường thẳng và đường thẳng thứ ba.

Ví dụ 1. (Bài 21 tr. 89 SGK)
Xem hình 14 (SGK) rồi điền vào chỗ trống (...) trong các câu sau :

- $\widehat{IPO}$ và $\widehat{POR}$ là một cặp góc ...
- $\widehat{OPI}$ và $\widehat{TNO}$ là một cặp góc ...
- $\widehat{PIO}$ và $\widehat{NTO}$ là một cặp góc ...
- $\widehat{OPR}$ và $\widehat{POI}$ là một ...



Giải.

Các từ điền vào bài :

- so le trong ;
- đồng vị ;
- đồng vị ;
- so le trong.

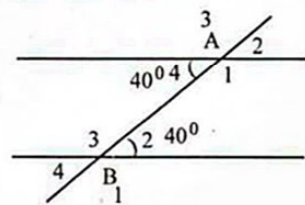
Dạng 2. TÍNH SỐ ĐO GÓC KHI BIẾT MỘT TRONG BỐN GÓC TẠO BỞI HAI ĐƯỜNG THẲNG

Phương pháp giải.

Chú ý đến cặp góc đối đỉnh, cặp góc kề bù.

Ví dụ 2. (Bài 22 tr. 89 SGK)
a) Vẽ lại hình 15 (SGK).
b) Ghi tiếp số đo ứng với các góc còn lại.

c) Cặp góc $\widehat{A}_1$, $\widehat{B}_2$ và cặp góc $\widehat{A}_4$, $\widehat{B}_3$ được gọi là cặp góc trong cùng phía. Tính : $\widehat{A}_1 + \widehat{B}_2 = \dots$, $\widehat{A}_4 + \widehat{B}_3 = \dots$



Giải.

a) Học sinh tự vẽ.

- b) $\widehat{A}_2 = 40^\circ$, $\widehat{B}_4 = 40^\circ$, $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_3 = 140^\circ$, $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_3 = 140^\circ$.
 c) $\widehat{A}_1 + \widehat{B}_2 = 140^\circ + 40^\circ = 180^\circ$, $\widehat{A}_4 + \widehat{B}_3 = 40^\circ + 140^\circ = 180^\circ$.

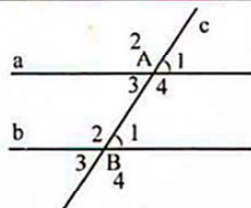
Dạng 3. TÌM CÁC CẶP GÓC BẰNG NHAU, CÁC CẶP GÓC BÙ NHAU

Phương pháp giải.

Sử dụng quan hệ giữa các cặp góc so le trong, đồng vị, trong cùng phía.

Ví dụ 3. Cho hình bên, trong đó $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$. Tìm quan hệ giữa :

- a) $\widehat{A}_3$ và $\widehat{B}_3$;
 b) $\widehat{A}_4$ và $\widehat{B}_2$;
 c) $\widehat{A}_3$ và $\widehat{B}_2$.



Giải.

- a) $\widehat{A}_3 = \widehat{A}_1$ (đối đỉnh) ; $\widehat{B}_3 = \widehat{B}_1$ (đối đỉnh) ; $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$ (đề bài cho).

Do đó $\widehat{A}_3 = \widehat{B}_3$.

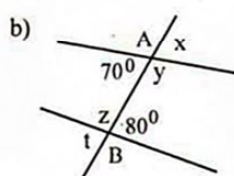
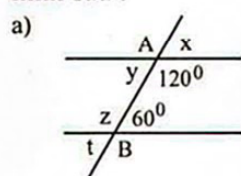
- b) $\widehat{A}_4 + \widehat{A}_1 = 180^\circ$; $\widehat{B}_2 + \widehat{B}_1 = 180^\circ$. Mà $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$ (đề bài cho) nên $\widehat{A}_4 = \widehat{B}_2$.

- c) $\widehat{A}_3 + \widehat{A}_4 = 180^\circ$; $\widehat{A}_4 = \widehat{B}_2$ (câu b). Suy ra $\widehat{A}_3 + \widehat{B}_2 = 180^\circ$.

C. LUYỆN TẬP

- 3.1 Dạng 1. Tìm các cặp góc so le trong, đồng vị, trong cùng phía trên hình bên.

- 3.2 Dạng 2. Tính các giá trị x, y, z, t trên mỗi hình sau :



- 3.3 Dạng 3. Cho đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b tại A và B tạo thành cặp góc trong cùng phía bù nhau.

- a) Vì sao hai góc so le trong trong mỗi cặp bằng nhau ?
 b) Vì sao hai góc đồng vị trong mỗi cặp bằng nhau ?

§ 4. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa :

Hai đường thẳng song song (trong mặt phẳng) là hai đường thẳng không có điểm chung.

2. Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song :

- Nếu hai đường thẳng cắt một đường thẳng thứ ba tạo thành một cặp góc so le trong bằng nhau thì hai đường thẳng song song.

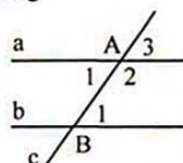
$$\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1 \Rightarrow a // b$$

- Nếu hai đường thẳng cắt một đường thẳng thứ ba tạo thành một cặp góc đồng vị bằng nhau thì hai đường thẳng song song.

$$\widehat{A}_3 = \widehat{B}_1 \Rightarrow a // b$$

- Nếu hai đường thẳng cắt một đường thẳng thứ ba tạo thành một cặp góc trong cùng phía bù nhau thì hai đường thẳng song song.

$$\widehat{A}_2 + \widehat{B}_1 = 180^\circ \Rightarrow a // b.$$



B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. HOÀN THÀNH MỘT CÂU PHÁT BIỂU HOẶC CHỌN CÂU PHÁT BIỂU ĐÚNG

Phương pháp giải.

Liên hệ với các kiến thức lý thuyết tương ứng trong SGK để trả lời.

Ví dụ 1. (Bài 24 tr. 91 SGK)

Điền vào chỗ trống (...) trong các phát biểu sau :

- a) Hai đường thẳng a, b song song với nhau được kí hiệu là ...
 b) Đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau thì ...

Giải.

Các từ được điền vào bài là :

- a) $a // b$;
 b) a song song với b.

Chú ý : Câu b cũng có thể điền : hai góc so le trong còn lại bằng nhau, hai góc đồng vị (trong mỗi cặp) bằng nhau.

Dạng 2. VẼ MỘT ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CHO TRƯỚC

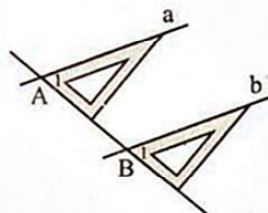
Phương pháp giải.

Dùng một trong ba góc của êke để vẽ hai góc so le trong bằng nhau hoặc hai góc đồng vị bằng nhau.

Ví dụ 2. (Bài 25 tr. 91 SGK)
Cho hai điểm A và B. Hãy vẽ một đường thẳng a đi qua A và đường thẳng b đi qua B sao cho b song song với a.

Giải.

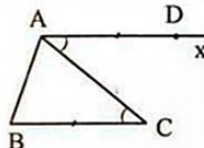
Kẻ đường thẳng AB rồi dùng êke vẽ các góc đồng vị $\hat{A}_1, \hat{B}_1$ bằng nhau.



Ví dụ 3. (Bài 27 tr. 91 SGK)
Cho tam giác ABC. Hãy vẽ một đoạn thẳng AD sao cho $AD = BC$ và đường thẳng AD song song với đường thẳng BC.

Giải.

- Vẽ tia Ax sao cho $\widehat{CAx} = \hat{C}$ và $\widehat{CAx}$ so le trong với $\hat{C}$.
- Trên tia Ax lấy điểm D sao cho $AD = BC$.



Ví dụ 4. (Bài 29 tr. 92 SGK)
Cho góc nhọn $\widehat{xOy}$ và một điểm O' . Hãy vẽ một góc nhọn $\widehat{x'O'y'}$ có $O'x' \parallel Ox$ và $O'y' \parallel Oy$. Hãy đo xem hai góc $\widehat{xOy}$ và $\widehat{x'O'y'}$ có bằng nhau hay không?

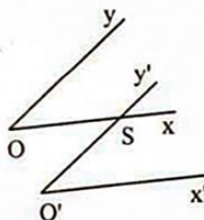
Giải.

Dùng thước đo góc, ta kiểm tra thấy $\widehat{xOy} = \widehat{x'O'y'}$.

Chú ý : Giải thích $\widehat{xOy} = \widehat{x'O'y'}$ như sau : Gọi S là giao điểm của hai tia Ox và $O'y'$. Ta có $Oy \parallel O'y'$ tức là $Oy \parallel Sy'$, suy ra $\widehat{xOy} = \widehat{xSy'}$ (hai góc đồng vị).

Tương tự : $\widehat{x'O'y'} = \widehat{xSy'}$ (hai góc đồng vị).

Do đó : $\widehat{xOy} = \widehat{x'O'y'} (= \widehat{xSy'})$.



Dạng 3. NHẬN BIẾT HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Phương pháp giải.

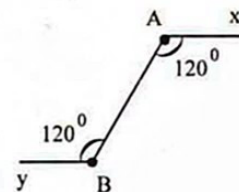
Xét cặp góc so le trong, hoặc cặp góc đồng vị, hoặc cặp góc trong cùng phía.

Ví dụ 5. (Bài 26 tr. 91 SGK)

Vẽ cặp góc so le trong $\widehat{xAB}, \widehat{yBA}$ đều bằng 120° . Hỏi hai đường thẳng Ax, By có song song với nhau không? Vì sao?

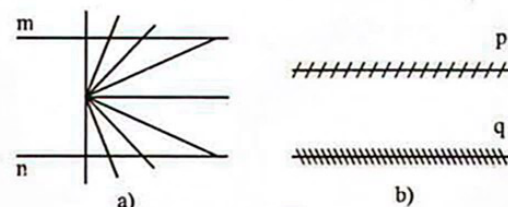
Giải.

Hai đường thẳng Ax, By tạo với AB cặp góc so le trong $\widehat{xAB}, \widehat{yBA}$ bằng nhau (bằng 120°) nên $Ax \parallel By$.



Ví dụ 6. (Bài 30 tr. 92 SGK)

Nhìn xem hai đường thẳng m, n ở hình 20a (SGK), hai đường thẳng p, q ở hình 20b (SGK) có song song với nhau không? Kiểm tra lại bằng dụng cụ.



Hình 20

Giải.

Kẻ một đường thẳng thứ ba cắt m và n. Đo hai góc đồng vị, ta thấy chúng bằng nhau, chứng tỏ $m \parallel n$.

Cũng kiểm tra bằng cách làm như trên, ta kết luận $p \parallel q$.

Chú ý : Do có nhiều đường kẻ cắt p và q không theo cùng một chiều nên bằng mắt nhìn, ta có cảm giác rằng p không song song với q. Đó là một sai lầm của thị giác.

C. LUYỆN TẬP

4.1 Dạng 1. Chọn câu trả lời đúng trong các câu sau :

- a) Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

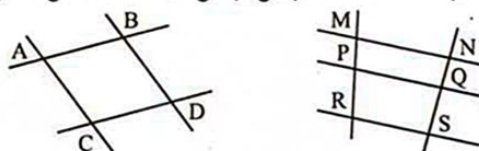
- b) Hai đoạn thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
 c) Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song với nhau.
 d) Hai đoạn thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song với nhau.

4.2 Dạng 1. Điền vào chỗ trống để được câu đúng :

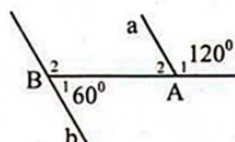
- a) Nếu hai đường thẳng a, b cắt đường thẳng c tạo thành một cặp góc so le trong ... thì $a // b$.
 b) Nếu hai đường thẳng a, b cắt đường thẳng m tạo thành một cặp góc đồng vị ... thì $a // b$.
 c) Nếu hai đường thẳng d, d' cắt đường thẳng xy tạo thành một cặp góc trong cùng phía ... thì $d // d'$.

4.3 Dạng 2. Cho tam giác ABC. Hãy nêu cách vẽ giao điểm K của các đường thẳng m và n sao cho đường thẳng m đi qua A và song song với BC, đường thẳng n đi qua C và song song với AB.

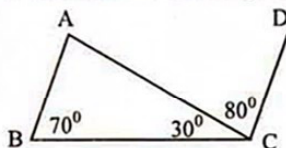
4.4 Dạng 3. Quan sát hình vẽ dưới đây và đoán nhận các cặp đường thẳng song song. Sau đó dùng dụng cụ để kiểm tra lại.



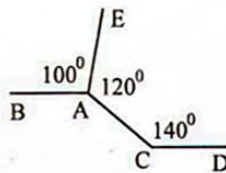
4.5 Dạng 3. Cho hình vẽ dưới đây. Hãy chứng tỏ $a // b$ bằng nhiều cách.



4.6 Dạng 3. Hãy chứng tỏ trên hình vẽ dưới đây ta có $AB // CD$.



4.7 Dạng 3. Hãy chứng tỏ trên hình vẽ dưới đây ta có $AB // CD$.

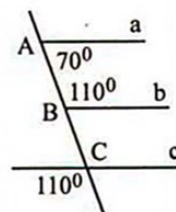


4.8 Dạng 3. Cho góc vuông $\widehat{xOy}$, điểm A thuộc tia Ox. Kẻ tia Az vuông góc với Ox (tia Az nằm trong góc $\widehat{xOy}$).

a) Vì sao $Oy // Az$?

b) Gọi Om là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$, An là tia phân giác của góc $\widehat{xAz}$. Vì sao $Om // An$?

4.9 Dạng 3. Tìm trên hình vẽ bên các cặp đường thẳng song song.



§ 5. TIỀN ĐỀ Ơ - CLÍT VỀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tiên đề Ơ-clít về đường thẳng song song

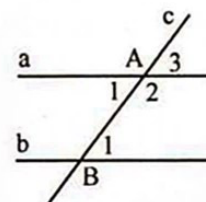
Qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng, chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

2. Tính chất của hai đường thẳng song song

Nếu hai đường thẳng song song bị cắt bởi một đường thẳng thứ ba thì :

- Hai góc so le trong bằng nhau.
- Hai góc đồng vị bằng nhau.
- Hai góc trong cùng phía bù nhau.

$$a // b \Rightarrow \begin{cases} \widehat{A_1} = \widehat{B_1} \\ \widehat{A_3} = \widehat{B_1} \\ \widehat{A_2} + \widehat{B_1} = 180^\circ \end{cases}$$



B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. HOÀN THÀNH MỘT CÂU PHÁT BIỂU HOẶC CHỌN CÂU TRẢ LỜI ĐÚNG

Phương pháp giải.

Liên hệ với các kiến thức tương ứng trong SGK để trả lời.

Ví dụ 1. (Bài 33 tr. 94 SGK)

Điền vào chỗ trống (...) trong phát biểu sau :

Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì :

- a) Hai góc so le trong ...
b) Hai góc đồng vị ...
c) Hai góc trong cùng phía ...

Giải.

Các từ điền vào bài là :

- a) bằng nhau ; b) bằng nhau ; c) bù nhau .

Dạng 2. VẼ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CHO TRƯỚC

Phương pháp giải.

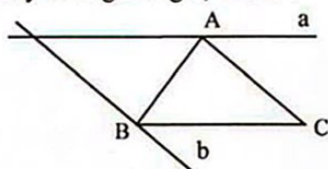
Vẽ hình sao cho hai góc so le trong bằng nhau, hoặc hai góc đồng vị bằng nhau, hoặc hai góc trong cùng phía bù nhau. Theo tiên đề Ô-clit, qua một điểm nằm ngoài đường thẳng a, chỉ có một đường thẳng song song với a.

Ví dụ 2. (Bài 35 tr. 94 SGK)

Cho tam giác ABC. Qua đỉnh A vẽ đường thẳng a song song với cạnh BC, qua đỉnh B vẽ đường thẳng b song song với cạnh AC. Hỏi vẽ được mấy đường thẳng a, mấy đường thẳng b, vì sao ?

Giải.

Theo tiên đề Ô-clit, chỉ vẽ được một đường thẳng qua A và song song với BC, chỉ vẽ được một đường thẳng qua B và song song với AC.



Dạng 3. TÍNH SỐ ĐO GÓC TẠO BỞI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CẮT HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

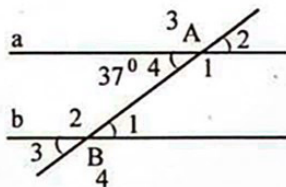
Phương pháp giải.

Sử dụng tính chất : Nếu hai đường thẳng song song thì hai góc so le trong bằng nhau, hai góc đồng vị bằng nhau, hai góc trong cùng phía bù nhau.

Ví dụ 3. (Bài 34 tr. 94 SGK)

Hình 22 (SGK) cho biết $a \parallel b$ và $\hat{A}_4 = 37^\circ$.

- a) Tính $\hat{B}_1$.
b) So sánh $\hat{A}_1$ và $\hat{B}_4$.
c) Tính $\hat{B}_2$.



Giải.

- a) $a \parallel b \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{A}_4 = 37^\circ$ (hai góc so le trong).
b) $a \parallel b \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_4$ (hai góc đồng vị)
c) $a \parallel b \Rightarrow \hat{A}_4 + \hat{B}_2 = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía)
 $\Rightarrow \hat{B}_2 = 180^\circ - \hat{A}_4 = 180^\circ - 37^\circ = 143^\circ$.

Các cách khác.

Tính $\hat{B}_1$ rồi tính $\hat{B}_2$ (kề bù với $\hat{B}_1$).

Tính $\hat{A}_1$ rồi tính $\hat{B}_2$ (so le trong với $\hat{A}_1$).

Tính $\hat{A}_3$ rồi tính $\hat{B}_2$ (đồng vị với $\hat{A}_3$).

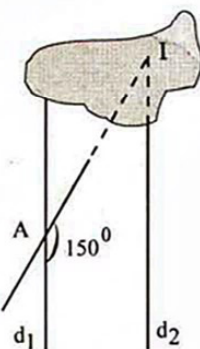
Ví dụ 4. (Bài 39 tr. 95 SGK)

Hình 26 (SGK) cho biết $d_1 \parallel d_2$ và một góc tù tại đỉnh A bằng 150° . Tính góc nhọn tạo bởi a và d_2 .

Giải.

Gọi $\hat{I}$ là góc nhọn tạo bởi a và d_2 .

$d_1 \parallel d_2 \Rightarrow \hat{I} + \hat{A} = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía). Do đó $\hat{I} = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$.



Dạng 4. VẬN DỤNG TÍNH CHẤT HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG ĐỂ NHẬN BIẾT HAI GÓC BẰNG NHAU HOẶC BÙ NHAU

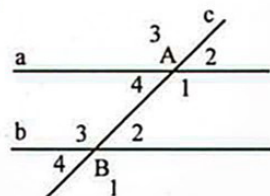
Phương pháp giải.

Sử dụng tính chất : Nếu hai đường thẳng song song thì hai góc so le trong bằng nhau, hai góc đồng vị bằng nhau, hai góc trong cùng phía bù nhau.

Ví dụ 5. (Bài 36 tr.94 SGK)

Hình 23 (SGK) cho biết $a \parallel b$ và c cắt a tại A, cắt b tại B. Hãy điền vào chỗ trống (...) trong các câu sau :

- a) $\hat{A}_1 = \dots$ (vì là cặp góc so le trong).
b) $\hat{A}_2 = \dots$ (vì là cặp góc đồng vị).
c) $\hat{B}_3 + \hat{A}_4 = \dots$ (vì ...).
d) $\hat{B}_4 = \hat{A}_2$ (vì ...).



Giải.

Các từ điền vào bài là : a) $\widehat{B}_3$; b) $\widehat{B}_2$; c) 180° (vì là cặp góc trong cùng phía) ; d) vì cùng bằng $\widehat{B}_2$.

Ví dụ 6. (Bài 37 tr. 95 SGK)

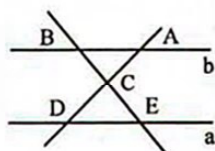
Cho hình 24 (SGK) ($a \parallel b$). Hãy nêu tên các cặp góc bằng nhau của hai tam giác CAB và CDE.

Hướng dẫn.

$$\widehat{CAB} = \widehat{CDE} \text{ (hai góc so le trong, } a \parallel b \text{);}$$

$$\widehat{CBA} = \widehat{CED} \text{ (hai góc so le trong, } a \parallel b \text{);}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{DCE} \text{ (hai góc đối đỉnh).}$$



Dạng 5. VẬN DỤNG DẤU HIỆU NHẬN BIẾT HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ TÍNH CHẤT HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Phương pháp giải.

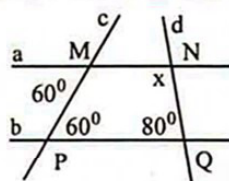
Trước hết, chứng tỏ hai đường thẳng song song với nhau. Sau đó, sử dụng tính chất hai đường thẳng song song để tìm hai góc bằng nhau hoặc bù nhau.

Ví dụ 7. Tìm số đo x ở hình bên.

Hướng dẫn.

$$a \parallel b \text{ vì hai góc so le trong bằng } 60^\circ.$$

$$a \parallel b \Rightarrow x + 80^\circ = 180^\circ \text{ (hai góc trong cùng phía). Suy ra } x = 100^\circ.$$



C. LUYỆN TẬP

5.1 Dạng 1. Chọn câu đúng trong các câu sau :

- Qua điểm A nằm ngoài đường thẳng m, có một đường thẳng song song với m.
- Qua điểm A nằm ngoài đường thẳng m, chỉ có một đường thẳng song song với m.
- Qua điểm A nằm ngoài đường thẳng m, có duy nhất một đường thẳng song song với m.
- Qua điểm A nằm ngoài đường thẳng d, có hai đường thẳng phân biệt cùng song song với d.

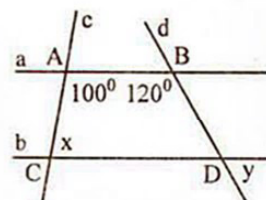
e) Nếu hai đường thẳng AB và AC cùng song song với đường thẳng d thì hai đường thẳng AB và AC trùng nhau.

f) Nếu hai đường thẳng b và c cùng song song với đường thẳng a thì hai đường thẳng b và c trùng nhau.

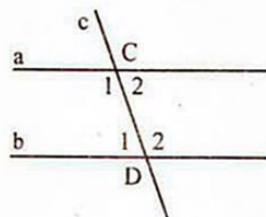
5.2 Dạng 1. Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau, đường thẳng c cắt đường thẳng a tại I. Chọn câu đúng trong các câu sau :

- Đường thẳng c song song với đường thẳng b.
- Đường thẳng c cắt đường thẳng b.

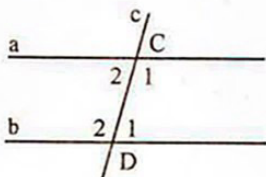
5.3 Dạng 3. Cho hình vẽ dưới đây với $a \parallel b$. Tìm số đo x và y .



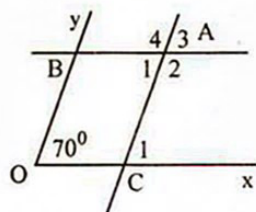
5.4 Dạng 3. Cho hình vẽ dưới đây với $a \parallel b$ và $\widehat{C}_1 - \widehat{C}_2 = 40^\circ$. Tính $\widehat{D}_1$ và $\widehat{D}_2$.



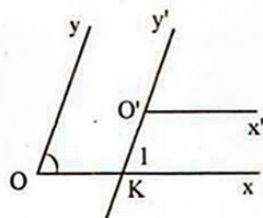
5.5 Dạng 3. Cho hình vẽ dưới đây với $a \parallel b$ và $\widehat{C}_1 - \widehat{D}_1 = 30^\circ$. Tính $\widehat{C}_2$ và $\widehat{D}_2$.



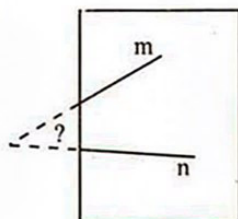
5.6 Dạng 3. Cho hình vẽ dưới đây trong đó $\widehat{xOy} = 70^\circ$, $AB \parallel Ox$, $AC \parallel Oy$. Tính bốn góc đỉnh A.



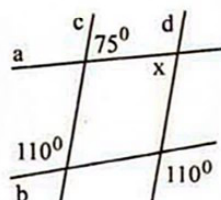
- 5.7 Dạng 4. Cho hình vẽ dưới đây trong đó $O'x' \parallel Ox$, $O'y' \parallel Oy$, $O'y'$ cắt Ox ở K. Tính $\widehat{x'O'y'}$ và $\widehat{x'O'K}$ theo $\widehat{O}$.



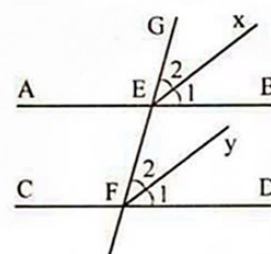
- 5.8 Dạng 4. Hai đường thẳng m và n cắt nhau ở ngoài phạm vi tờ giấy (hình vẽ bên dưới). Hãy nêu cách đo góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng đó.



- 5.9 Dạng 5. Tìm số đo x trên hình dưới đây.



- 5.10 Dạng 5. Cho $AB \parallel CD$ (hình vẽ bên dưới), Ex và Fy là các tia phân giác của hai góc đồng vị. Hãy chứng tỏ $Ex \parallel Fy$.



§ 6. TỪ VUÔNG GÓC ĐẾN SONG SONG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

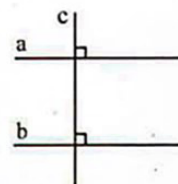
1. Quan hệ giữa tính vuông góc và tính song song của ba đường thẳng

- Nếu hai đường thẳng (phân biệt) cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

$$\left. \begin{array}{l} a \perp c \\ b \perp c \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$$

- Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.

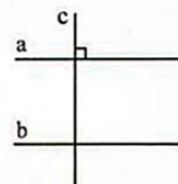
$$\left. \begin{array}{l} a \parallel b \\ c \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow c \perp b$$



2. Ba đường thẳng song song

Hai đường thẳng (phân biệt) cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

$$\left. \begin{array}{l} a \parallel c \\ b \parallel c \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$$



B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. HOÀN THÀNH MỘT CÂU PHÁT BIỂU (BẰNG CÁCH ĐIỀN VÀO CHỖ TRỐNG, BẰNG CÁCH NHÌN VÀO HÌNH VẼ) HOẶC CHỌN CÂU TRẢ LỜI ĐÚNG

Phương pháp giải.

Liên hệ với các kiến thức tương ứng trong SGK để trả lời.

Ví dụ 1. (Bài 41 tr.97 SGK)

Căn cứ vào hình 30 (SGK), hãy điền vào chỗ trống (...):

Nếu $a \parallel b$ và $b \parallel c$ thì ...

Giải.

Nếu $a \parallel b$ và $b \parallel c$ thì $a \parallel c$.

Dạng 2. NHẬN BIẾT HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÌ CHÚNG CÙNG VUÔNG GÓC HOẶC CÙNG SONG SONG VỚI MỘT ĐƯỜNG THẲNG THỨ BA

Phương pháp giải.

Xét tính vuông góc và tính song song của hai đường thẳng với một đường thẳng thứ ba.

Ví dụ 2. (Bài 45 tr.98 SGK)

a) Vẽ $d' \parallel d$ và $d'' \parallel d$ (d' và d'' phân biệt).

b) Suy ra $d' \parallel d''$ bằng cách trả lời các câu hỏi sau:

- Nếu d' cắt d'' tại điểm M thì M có thể nằm trên d không? Vì sao?
- Qua điểm M nằm ngoài d, vừa có $d' \parallel d$, vừa có $d'' \parallel d$ thì có trái với tiên đềƠ-clit không? Vì sao?
- Nếu d' và d'' không thể cắt nhau (vì trái với tiên đềƠ-clit) thì chúng phải thế nào?

Giải.

a) Xem hình vẽ bên.

b) • Nếu d' cắt d'' tại điểm M thì M không thể nằm trên d vì $M \in d'$, mà $d' \parallel d$.

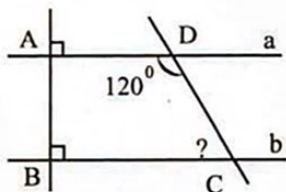
• Qua điểm M nằm ngoài d, vừa có $d' \parallel d$, vừa có $d'' \parallel d$ thì trái với tiên đềƠ-clit, vì theo tiên đềƠ-clit: Qua một điểm nằm ngoài đường thẳng d, chỉ có một đường thẳng song song với d.

• d' và d'' không thể cắt nhau. Vậy chúng phải song song với nhau.

Ví dụ 3. (Bài 46 tr.98 SGK)

Xem hình 31 (SGK):

- a) Vì sao $a \parallel b$?
b) Tính số đo góc C.



Giải.

$$a) \left. \begin{array}{l} a \perp AB \\ b \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b \text{ (vì cùng vuông góc với AB).}$$

$$b) a \parallel b \Rightarrow \widehat{C} + \widehat{D} = 180^\circ \text{ (hai góc trong cùng phía)} \\ \Rightarrow \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{D} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ.$$

Dạng 3. NHẬN BIẾT HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

Phương pháp giải.

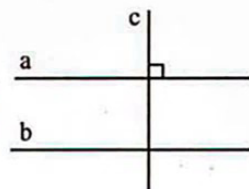
Sử dụng tính chất: Đường thẳng nào vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Ví dụ 4. (Bài 43 tr.98 SGK)

- a) Vẽ $c \perp a$.
b) Vẽ $b \parallel a$. Hỏi c có vuông góc với b không? Vì sao?
c) Phát biểu tính chất đó bằng lời.

Giải.

- a) Xem hình bên.
b) Trên hình bên: $c \perp b$ vì $b \parallel a$ và $c \perp a$.
c) Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.



Dạng 4. TÍNH SỐ ĐO MỘT GÓC BẰNG CÁCH VẼ THÊM MỘT ĐƯỜNG THẲNG MỚI SONG SONG VỚI MỘT ĐƯỜNG THẲNG ĐÃ CHO

Phương pháp giải.

Bằng cách vẽ thêm một đường thẳng mới song song với một đường thẳng đã cho ta tính được số đo của nhiều góc trong hình vẽ.

Ví dụ 5. Tính số đo góc $\widehat{ABC}$ trên hình bên, trong đó $Ax \parallel Cy$.

Giải.

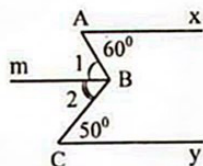
Kẻ $Bm \parallel Ax$.

$$\left. \begin{array}{l} Bm \parallel Ax \\ Cy \parallel Ax \end{array} \right\} \Rightarrow Bm \parallel Cy \text{ (cùng song song với Ax).}$$

$Bm \parallel Ax \Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{A} = 60^\circ$ (hai góc so le trong).

$Bm \parallel Cy \Rightarrow \widehat{B}_2 = \widehat{C} = 50^\circ$ (hai góc so le trong).

$\widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 = 60^\circ + 50^\circ = 110^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 110^\circ$.



C. LUYỆN TẬP

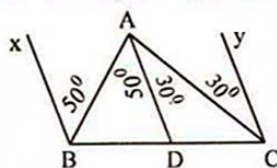
6.1 Dạng 1. Điền vào chỗ trống (...) trong các câu sau :

a) Nếu $c \perp a$ và ... thì $c \parallel b$;

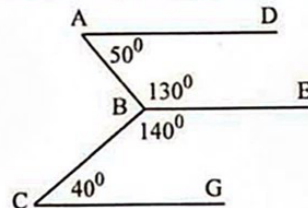
b) Nếu $a \parallel b$ và ... thì $c \perp a$;

c) Nếu $a \parallel c$ và ... thì $a \parallel b$.

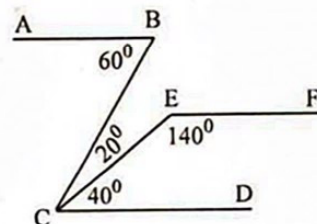
6.2 Dạng 2. Cho hình vẽ sau. Hãy chứng tỏ $Bx \parallel Cy$.



6.3 Dạng 2. Cho hình vẽ sau. Hãy chứng tỏ $AD \parallel CG$.



6.4 Dạng 2. Cho hình vẽ sau. Hãy xét xem AB có song song với EF hay không ?



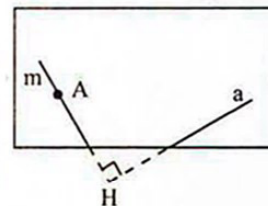
6.5 Dạng 2. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 90^\circ$. Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Kẻ $HE \perp AC$ ($E \in AC$).

a) Vì sao $AB \parallel HE$?

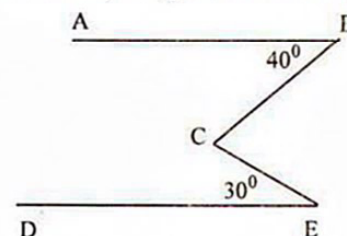
b) Cho biết $\widehat{B} = 60^\circ$. Tính $\widehat{AHE}$, $\widehat{BAH}$.

6.6 Dạng 3. Cho điểm A nằm trong góc vuông xOy. Kẻ $AB \perp Ox$, $AC \perp Oy$. Vì sao $AB \perp AC$?

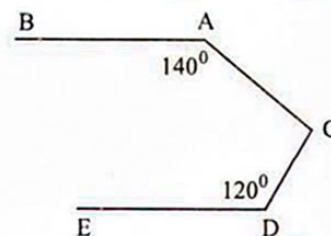
6.7 Dạng 3. Khi vẽ đường thẳng m đi qua A và vuông góc với đường thẳng a thì chân đường vuông góc nằm ngoài phạm vi tờ giấy (hình vẽ bên). Làm thế nào để vẽ được phần đường thẳng m nằm trong tờ giấy ?



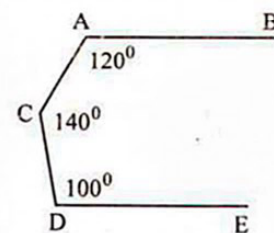
6.8 Dạng 4. Cho hình vẽ sau, trong đó $AB \parallel DE$. Tính $\widehat{BCE}$.



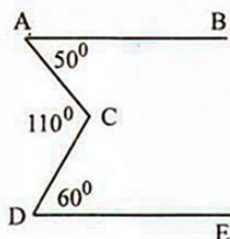
6.9 Dạng 4. Cho hình vẽ sau, trong đó $AB \parallel DE$. Tính $\widehat{ACD}$.



6.10 Dạng 4. Cho hình vẽ sau. Vì sao $AB \parallel DE$?



6.11 Dạng 4. Cho hình vẽ sau. Vì sao $AB \parallel DE$?



- 6.12 Dạng 4. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 80^\circ$, $\widehat{B} = 70^\circ$. Tính $\widehat{C}$ bằng cách kẻ qua A đường thẳng song song với BC.

§ 7. ĐỊNH LÝ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định lý. Giả thiết và kết luận của định lý.

- Một tính chất được khẳng định là đúng bằng suy luận gọi là một định lý.
- Giả thiết của định lý là điều cho biết. Kết luận của định lý là điều được suy ra.

2. Chứng minh định lý.

Chứng minh định lý là dùng luận đề từ giả thiết suy ra kết luận.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. PHÁT BIỂU MỘT ĐỊNH LÝ HOẶC CHỌN CÂU PHÁT BIỂU ĐÚNG

Phương pháp giải.

Liên hệ với các kiến thức tương ứng trong SGK để trả lời.

Ví dụ 1. (Bài 50a tr. 101 SGK)

Hãy viết kết luận của định lý sau bằng cách điền vào chỗ trống (...): Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì ...

Giải.

Các từ điền vào bài là : song song với nhau.

Dạng 2. VIẾT GIẢ THIẾT VÀ KẾT LUẬN CỦA ĐỊNH LÝ

Phương pháp giải.

- Vẽ hình tương ứng rồi viết điều cho biết (giả thiết), điều được suy ra (kết luận).
- Nên sử dụng các kí hiệu toán học để viết giả thiết, kết luận.

Ví dụ 2. (Bài 49 tr. 101 SGK)

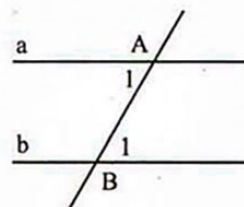
Hãy chỉ ra giả thiết và kết luận của các định lý sau :

- Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng sao cho có một cặp góc so le trong bằng nhau thì hai đường thẳng đó song song.
- Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì hai góc so le trong bằng nhau.

Giải.

Theo hình vẽ bên :

a)	GT	$\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$
	KL	$a \parallel b$
b)	GT	$a \parallel b$
	KL	$\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$



Ví dụ 3. (Bài 51 tr. 101 SGK)

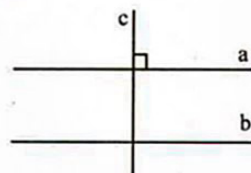
- Hãy viết định lý nói về một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song.
- Vẽ hình minh họa định lý đó và viết giả thiết, kết luận của định lý đó bằng kí hiệu.

Giải.

- Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.

b) Xem hình bên.

GT	$a \parallel b$ $c \perp a$
KL	$c \perp b$



Dạng 3. NÊU CĂN CỨ CỦA CÁC KHẲNG ĐỊNH TRONG CHỨNG MINH ĐỊNH LÝ. SẮP XẾP CÁC CÂU CHỨNG MINH ĐỊNH LÝ CHO ĐÚNG THỨ TỰ.

Phương pháp giải.

Dựa vào các kiến thức đã học như định nghĩa, tính chất, ... để nêu căn cứ của các khẳng định.

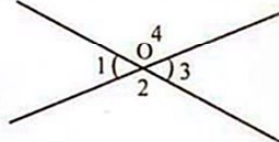
Ví dụ 4. (Bài 52 tr.101 SGK). Xem hình 36 (SGK), hãy điền vào chỗ trống (...) để chứng minh định lý :

“Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau”.

Giả thiết : ...

Kết luận : ...

Chứng minh : ...



	CÁC KHẲNG ĐỊNH	CĂN CỨ CỦA KHẲNG ĐỊNH
1	$\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = 180^\circ$	Vì ...
2	$\widehat{O_3} + \widehat{O_2} = \dots$	Vì ...
3	$\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = \widehat{O_2} + \widehat{O_3}$	Căn cứ vào ...
4	$\widehat{O_1} = \widehat{O_3}$	Căn cứ vào ...

Tương tự, hãy chứng minh $\widehat{O_2} = \widehat{O_4}$.

Giải.

Giả thiết : $\widehat{O_1}$ đối đỉnh với $\widehat{O_3}$; Kết luận : $\widehat{O_1} = \widehat{O_3}$.

Chứng minh :

- 1) $\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = 180^\circ$ (vì $\widehat{O_1}$ và $\widehat{O_2}$ kề bù).
- 2) $\widehat{O_3} + \widehat{O_2} = 180^\circ$ (vì $\widehat{O_3}$ và $\widehat{O_2}$ kề bù).
- 3) $\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = \widehat{O_2} + \widehat{O_3}$ (căn cứ vào 1 và 2).
- 4) $\widehat{O_1} = \widehat{O_3}$ (căn cứ vào 3).

Ví dụ 5. (Bài 53 tr.102 SGK)

Cho định lý : “Nếu hai đường thẳng xx' , yy' cắt nhau tại O và góc xOy vuông thì các góc yOx' , $x'Oy'$, $y'Ox$ đều là góc vuông”.

a) Hãy vẽ hình.

b) Viết giả thiết và kết luận của định lý.

c) Điền vào chỗ trống (...) trong các câu sau :

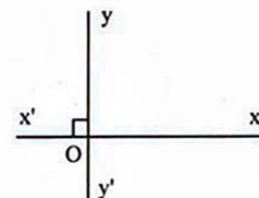
- 1) $\widehat{xOy} + \widehat{x'Oy} = 180^\circ$ (vì ...)
- 2) $90^\circ + \widehat{x'Oy} = 180^\circ$ (theo giả thiết và căn cứ vào ...)
- 3) $\widehat{x'Oy} = 90^\circ$ (căn cứ vào ...)
- 4) $\widehat{x'Oy'} = \widehat{xOy}$ (vì ...)
- 5) $\widehat{x'Oy'} = 90^\circ$ (căn cứ vào ...)
- 6) $\widehat{y'Ox} = \widehat{x'Oy}$ (vì ...)
- 7) $\widehat{y'Ox} = 90^\circ$ (căn cứ vào ...)

d) Hãy trình bày lại chứng minh một cách gọn hơn.

Giải.

a) Xem hình bên

GT	xx' cắt yy' tại O $\widehat{xOy} = 90^\circ$
KL	$\widehat{yOx'} = 90^\circ$ $\widehat{x'Oy'} = 90^\circ$ $\widehat{y'Ox} = 90^\circ$



Chứng minh :

- 1) $\widehat{xOy} + \widehat{x'Oy} = 180^\circ$ (vì hai góc xOy , $x'Oy$ kề bù)
- 2) $90^\circ + \widehat{x'Oy} = 180^\circ$ (theo giả thiết và căn cứ vào 1)
- 3) $\widehat{x'Oy} = 90^\circ$ (căn cứ vào 2)
- 4) $\widehat{x'Oy'} = \widehat{xOy}$ (vì cùng bằng 90°)
- 5) $\widehat{x'Oy'} = 90^\circ$ (căn cứ vào 4 và giả thiết)
- 6) $\widehat{y'Ox} = \widehat{x'Oy}$ (vì đối đỉnh)
- 7) $\widehat{y'Ox} = 90^\circ$ (căn cứ vào 3 và 6).

d) Trình bày lại chứng minh một cách gọn hơn :

Ta có : $\widehat{xOy} + \widehat{x'Oy} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) suy ra :

$$90^\circ + \widehat{x'Oy} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{x'Oy} = 90^\circ \quad (1)$$

Ta có : $\widehat{x'Oy'} = \widehat{xOy}$ (hai góc đối đỉnh), mà $\widehat{xOy} = 90^\circ$ (gt) nên $\widehat{x'Oy'} = 90^\circ$.

Ta có : $\widehat{y'Ox} = \widehat{x'Oy}$ (hai góc đối đỉnh), mà $\widehat{x'Oy} = 90^\circ$ (do (1))
nên $\widehat{y'Ox} = 90^\circ$.

Dạng 4. CHO GIẢ THIẾT, KẾT LUẬN CỦA MỘT ĐỊNH LÝ, DIỄN ĐẠT ĐỊNH LÝ ĐÓ BẰNG LỜI

Phương pháp giải.

Dùng lời diễn đạt định lý dưới dạng : “Nếu có A thì có B” với A là giả thiết, B là kết luận.

Ví dụ 6. Diễn đạt định lý sau bằng lời :

GT	$a // m$ $b // m$
KL	$a // b$

Giải.

Nếu hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song.

C. LUYỆN TẬP

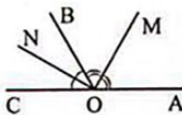
7.1 Dạng 1. Trong các câu sau, câu nào cho một định lý ?

- Đường thẳng nào vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.
- Đường thẳng nào vuông góc với một trong hai đường thẳng cắt nhau thì cắt đường thẳng kia.
- Nếu hai đường thẳng AB và AC cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song.
- Nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song.

7.2 Dạng 2. Vẽ hình và viết giả thiết, kết luận của các định lý :

- Nếu hai đường thẳng cắt một đường thẳng thứ ba tạo thành hai góc đồng vị bằng nhau thì hai đường thẳng đó song song.
- Nếu hai đường thẳng song song cắt một đường thẳng thứ ba thì hai góc đồng vị bằng nhau.

7.3 Dạng 3. Cho định lý : “Hai tia phân giác của hai góc kề bù tạo thành một góc vuông” (xem hình bên)



a) Ghi giả thiết, kết luận của định lý.

b) Điền vào chỗ trống (...) trong chứng minh định lý trên :

$$\widehat{AOB} = m^\circ$$

$$\widehat{BOC} = 180^\circ - m^\circ \text{ (vì ...)}$$

$$\widehat{BOM} = \frac{m^\circ}{2} \text{ (vì ...)}$$

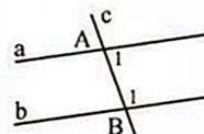
$$\widehat{BON} = \frac{\widehat{BOC}}{2} = \frac{180^\circ - m^\circ}{2} = 90^\circ - \frac{m^\circ}{2} \text{ (vì ...)}$$

$$\widehat{BOM} + \widehat{BON} = \frac{m^\circ}{2} + \left(90^\circ - \frac{m^\circ}{2} \right) = \dots$$

$$\text{Do đó } \widehat{MON} = 90^\circ.$$

7.4 Dạng 4. Diễn đạt bằng lời các định lý sau (hình dưới đây) :

a) GT	$a // b$
KL	$\widehat{A_1} + \widehat{B_1} = 180^\circ$
b) GT	$\widehat{A_1} + \widehat{B_1} = 180^\circ$
KL	$a // b$



ÔN TẬP CHƯƠNG 1

A. BÀI TẬP ÔN TRONG SGK

Dạng 1. KIỂM TRA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG, HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC. VẼ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG, ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC, ĐƯỜNG TRUNG TRỰC.

Phương pháp giải.

Sử dụng dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song, định nghĩa và dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng vuông góc, định nghĩa đường trung trực.

Ví dụ 1. (Bài 55 tr. 103 SGK)

Vẽ lại các hình 38 (SGK) rồi vẽ thêm :

- Các đường thẳng vuông góc với d đi qua M, N.
- Các đường thẳng song song với e đi qua M, N.

Giải.

a) Đường thẳng a đi qua M và vuông góc với d. Đường thẳng b đi qua

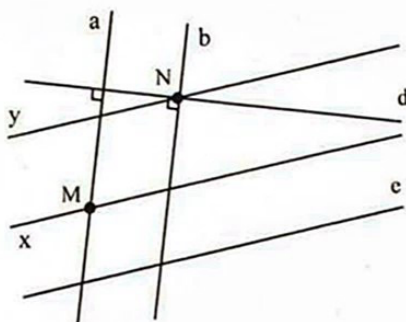
N và vuông góc với d.

b) Đường thẳng x đi qua M và song song với e. Đường thẳng y đi qua N và song song với e.

Dạng 2. TÍNH SỐ ĐO GÓC

Phương pháp giải.

Sử dụng các tính chất của hai góc đối đỉnh, hai góc kề bù, hai góc tạo bởi hai đường thẳng song song với một đường thẳng thứ ba.



Ví dụ 2. (Bài 57 tr. 104 SGK)

Cho hình 39 (SGK) (a // b) hãy tính số đo x của góc O.

Hướng dẫn.

Kẻ OC // a.

$OC // a \Rightarrow \widehat{O_2} = \widehat{A} = 38^\circ$ (hai góc so le trong)

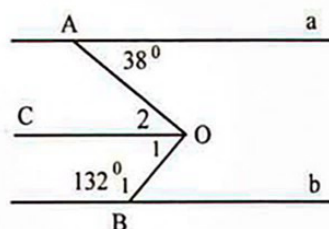
$OC // a \Rightarrow OC // b$

$OC // b \Rightarrow \widehat{O_1} + \widehat{B_1} = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía) nên :

$\widehat{O_1} = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$.

$\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = 48^\circ + 38^\circ = 86^\circ$.

Vậy $x = 86^\circ$.



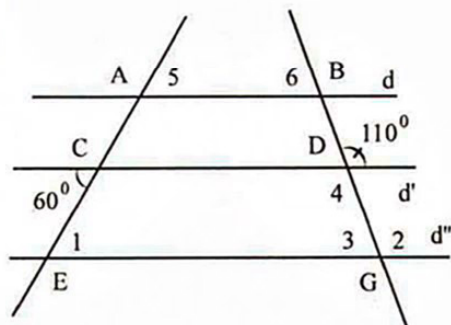
Ví dụ 3. (Bài 59 tr. 104 SGK)

Hình 41 (SGK) cho biết $d // d' // d''$ và hai góc $60^\circ, 110^\circ$. Tính các góc $\widehat{E_1}, \widehat{G_2}, \widehat{G_3}, \widehat{D_4}, \widehat{A_5}, \widehat{B_6}$.

Hướng dẫn.

$d // d' \Rightarrow \widehat{E_1} = \widehat{C} = 60^\circ$

$d // d'' \Rightarrow \widehat{G_2} = \widehat{D} = 110^\circ$



$$\widehat{G_3} = 180^\circ - \widehat{G_2} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\widehat{D_4} = 110^\circ \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$d // d'' \Rightarrow \widehat{A_5} = \widehat{E_1} = 60^\circ$$

$$d // d'' \Rightarrow \widehat{B_6} = \widehat{G_3} = 70^\circ.$$

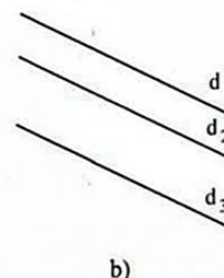
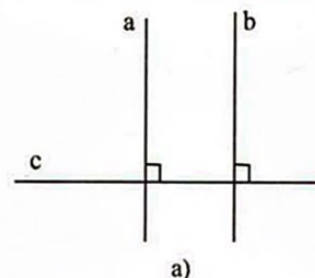
Dạng 3. PHÁT BIỂU MỘT ĐỊNH LÝ (BẰNG CÁCH ĐIỀN VÀO CHỖ TRỐNG, BẰNG CÁCH NHÌN VÀO HÌNH VẼ) HOẶC CHỌN CÂU PHÁT BIỂU ĐÚNG.

Phương pháp giải.

Liên hệ với các kiến thức tương ứng trong SGK để trả lời.

Ví dụ 4. (Bài 60 tr. 104 SGK)

Hãy phát biểu các định lý được diễn tả bằng hình vẽ sau, rồi viết giả thiết, kết luận của từng định lý.



Giải.

a) Nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

GT	$a \perp c$ $b \perp c$
KL	$a // b$

Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

GT	$a // b$ $c \perp a$
KL	$c \perp b$

b) Nếu hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Chương 2.

TAM GIÁC

§ 8. TỔNG BA GÓC CỦA MỘT TAM GIÁC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tổng ba góc của một tam giác.

Tổng ba góc của một tam giác bằng 180° .

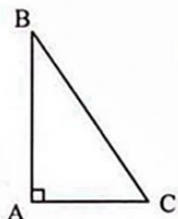
$$\Delta ABC \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

2. Áp dụng vào tam giác vuông

a) **Định nghĩa**: Tam giác vuông là tam giác có một góc vuông.

b) **Tính chất**: Trong tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau

$$\begin{cases} \Delta ABC \\ \hat{A} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$$



3. Góc ngoài của tam giác

a) **Định nghĩa**: Góc ngoài của tam giác là góc kề bù với một góc của tam giác.

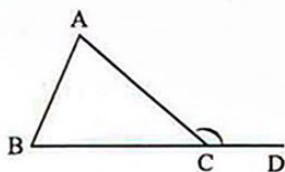
b) **Tính chất**:

• Mỗi góc ngoài của một tam giác bằng tổng của hai góc trong không kề với nó.

$$\widehat{ACD} = \hat{A} + \hat{B}.$$

• Góc ngoài của tam giác lớn hơn mỗi góc trong không kề với nó.

$$\begin{aligned} \widehat{ACD} &> \hat{A}, \\ \widehat{ACD} &> \hat{B}. \end{aligned}$$



B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. TÍNH SỐ ĐO GÓC CỦA MỘT TAM GIÁC

Phương pháp giải.

• Lập các đẳng thức thể hiện:

- Tổng ba góc của tam giác bằng 180° .
- Trong tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau.
- Góc ngoài của tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó.
- Sau đó tính số đo của góc phải tìm.

Ví dụ 1. (Bài 1 tr.108 SGK)

Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 80^\circ$, $\hat{C} = 30^\circ$. Tia phân giác của góc A cắt BC ở D. Tính $\widehat{ADC}$, $\widehat{ADB}$.

Hướng dẫn.

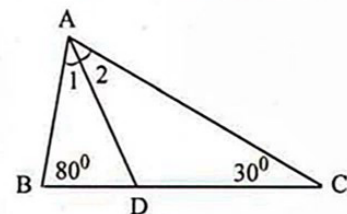
$$\Delta ABC: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 80^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 70^\circ \text{ Do đó}$$

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \frac{\hat{A}}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ.$$

$$\begin{aligned} \text{Góc ngoài } \widehat{ADC} &= \hat{B} + \hat{A}_1 \\ &= 80^\circ + 35^\circ = 115^\circ \end{aligned}$$

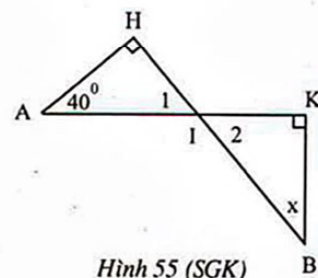
(góc ngoài của ΔABD).

$$\text{Suy ra } \widehat{ADB} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ.$$

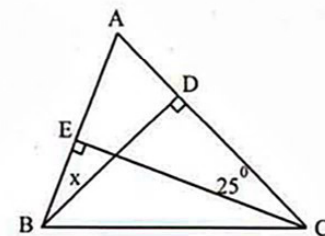


Ví dụ 2. (Bài 6 tr.109 SGK)

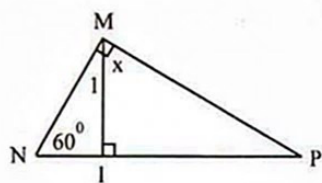
Tìm số đo x ở các hình 55, 56, 57, 58 (SGK).



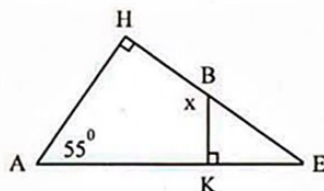
Hình 55 (SGK)



Hình 56 (SGK)



Hình 57 (SGK)



Hình 58 (SGK)

Giải.

- a) $\widehat{A} + \widehat{I_1} = \widehat{B} + \widehat{I_2} (= 90^\circ) \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{B} \Rightarrow 40^\circ = x$.
 b) $\widehat{ABD} + \widehat{A} = \widehat{ACE} + \widehat{A} (= 90^\circ) \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ACE} \Rightarrow x = 25^\circ$.
 c) $\left. \begin{array}{l} \widehat{IMP} + \widehat{M_1} = 90^\circ \\ \widehat{N} + \widehat{M_1} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{IMP} = \widehat{N} \Rightarrow x = 60^\circ$.
 d) $\widehat{A} + \widehat{E} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{E} = 90^\circ - \widehat{A} = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$.
 $x = \widehat{BKE} + \widehat{E} = 90^\circ + 35^\circ = 125^\circ$.

Dạng 2. NHẬN BIẾT MỘT TAM GIÁC VUÔNG. TÌM CÁC GÓC BẰNG NHAU TRONG HÌNH VẼ CÓ TAM GIÁC VUÔNG.

Phương pháp giải.

Để nhận biết tam giác vuông, ta chứng minh tam giác đó có một góc bằng 90° . Trong hình vẽ có tam giác vuông, cần chú ý rằng hai góc nhọn của tam giác vuông phụ nhau.

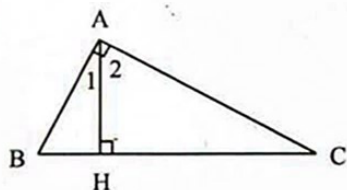
Ví dụ 3. (Bài 7 tr. 109 SGK)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ AH vuông góc với BC (H ∈ BC)

- a) Tìm các cặp góc phụ nhau trong hình vẽ.
 b) Tìm các cặp góc nhọn bằng nhau trong hình vẽ.

Hướng dẫn.

- a) Các cặp góc phụ nhau : $\widehat{A_1}$ và $\widehat{A_2}$, $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$, $\widehat{B}$ và $\widehat{A_1}$, $\widehat{C}$ và $\widehat{A_2}$.
 b) Các cặp góc nhọn bằng nhau :
 $\widehat{C} = \widehat{A_1}$ (cùng phụ với $\widehat{A_2}$)
 $\widehat{B} = \widehat{A_2}$ (cùng phụ với $\widehat{A_1}$).



Dạng 3. CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG BẰNG CÁCH CHỨNG MINH HAI GÓC BẰNG NHAU

Phương pháp giải.

Chứng minh hai góc bằng nhau bằng cách chứng tỏ chúng cùng bằng, cùng phụ, cùng bù với một góc thứ ba (hoặc với hai góc bằng nhau). Từ chứng minh hai góc bằng nhau, ta chứng minh được hai đường thẳng song song.

Ví dụ 4. (Bài 8 tr. 109 SGK)

Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = \widehat{C} = 40^\circ$. Gọi Ax là tia phân giác của góc ngoài ở đỉnh A. Hãy chứng tỏ rằng Ax // BC.

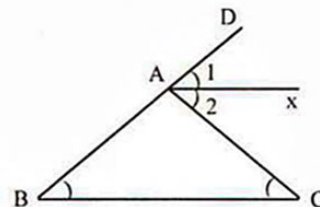
Hướng dẫn.

$$\widehat{CAD} = \widehat{B} + \widehat{C} = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ,$$

$$\widehat{A_1} = \widehat{A_2} = \frac{1}{2} \widehat{CAD} = 80^\circ : 2 = 40^\circ.$$

Cách 1 : Hai góc so le trong $\widehat{A_2}$ và $\widehat{C}$ bằng nhau nên Ax // BC.

Cách 2 : Hai góc đồng vị $\widehat{A_1}$ và $\widehat{B}$ bằng nhau nên Ax // BC.



Dạng 4. SO SÁNH CÁC GÓC DỰA VÀO TÍNH CHẤT GÓC NGOÀI CỦA TAM GIÁC

Phương pháp giải.

Dùng tính chất : Góc ngoài của tam giác lớn hơn mỗi góc trong không kề với nó.

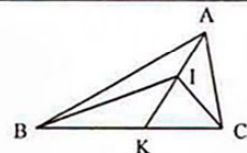
Ví dụ 5. (Bài 2 tr. 108 SGK)

Cho hình 52. Hãy so sánh :

- a) $\widehat{BIK}$ và $\widehat{BAK}$
 b) $\widehat{BIC}$ và $\widehat{BAC}$.

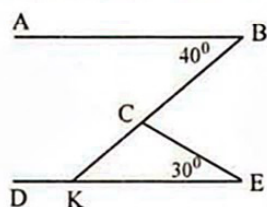
Hướng dẫn.

- a) $\widehat{BIK} > \widehat{BAI}$ (góc ngoài của ΔBAI) (1)
 b) $\widehat{CIK} > \widehat{CAI}$ (góc ngoài của ΔCAI) (2)
 Từ (1) và (2) suy ra : $\widehat{BIK} + \widehat{CIK} > \widehat{BAI} + \widehat{CAI} \Rightarrow \widehat{BIC} > \widehat{BAC}$.

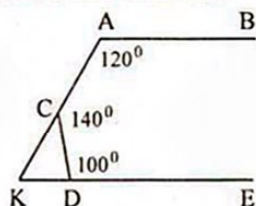


C. LUYỆN TẬP

- 8.1 Dạng 1. Tính $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ của tam giác ABC biết :
 a) $\widehat{A} = 70^\circ$, $\widehat{B} - \widehat{C} = 10^\circ$; b) $\widehat{A} = 60^\circ$, $\widehat{B} = 2\widehat{C}$.
- 8.2 Dạng 1. Tính các góc của tam giác ABC biết rằng $\widehat{A} : \widehat{B} : \widehat{C} = 2 : 3 : 4$.
- 8.3 Dạng 1. Cho tam giác ABC, tia phân giác của góc B cắt tia phân giác của góc C ở I và cắt đường phân giác của góc ngoài tại C ở K. Tính $\widehat{BIC}$ và $\widehat{BKC}$, biết rằng :
 a) $\widehat{A} = 70^\circ$; b) $\widehat{A} = \alpha$.
- 8.4 Dạng 1. Cho hình vẽ sau, trong đó $AB \parallel DE$. Tính $\widehat{BCE}$ bằng cách vẽ giao điểm K của BC và DE rồi tính $\widehat{CKE}$.

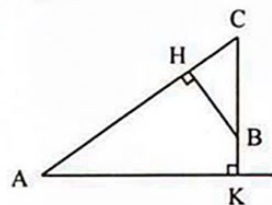


- 8.5 Dạng 1. Cho hình vẽ dưới đây. Chứng minh $AB \parallel DE$ bằng cách vẽ giao điểm K của AC và DE rồi tính $\widehat{K}$.



- 8.6 Dạng 1. Cho tam giác ABC. Tia phân giác của góc A cắt BC tại D. Tính $\widehat{ADC}$ biết rằng :
 a) $\widehat{B} = 70^\circ$, $\widehat{C} = 30^\circ$; b*) $\widehat{B} - \widehat{C} = 40^\circ$.

- 8.7 Dạng 2. Trên hình vẽ bên, các góc $\widehat{A}$ và $\widehat{HBC}$ có cạnh tương ứng vuông góc ($AH \perp BH$, $AK \perp BC$), các góc $\widehat{A}$ và $\widehat{HBK}$ có cạnh tương ứng vuông góc ($AH \perp BH$, $AK \perp BK$). Hãy tìm mối liên



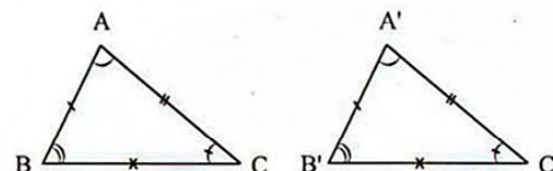
hệ giữa :

- a) $\widehat{A}$ và $\widehat{HBC}$; b) $\widehat{A}$ và $\widehat{HBK}$.
- 8.8 Dạng 2. Cho tam giác ABC có $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ là các góc nhọn. Qua B kẻ đoạn thẳng BD vuông góc với AC ($D \in AC$). Qua C kẻ đoạn thẳng CE vuông góc với AB ($E \in AB$). Gọi H là giao điểm của BD và CE. Hãy tìm mối liên hệ giữa :
 a) $\widehat{ABD}$ và $\widehat{ACE}$; b) $\widehat{A}$ và $\widehat{DHE}$.
- 8.9 Dạng 2. Cho góc xOy, điểm A thuộc tia Ox. Kẻ AB vuông góc với Ox ($B \in Oy$), kẻ BC vuông góc với Oy ($C \in Ox$), kẻ CD vuông góc với Ox ($D \in Oy$).
 a) Tìm các tam giác vuông trong hình vẽ.
 b) Tìm các góc bằng góc ABO.
- 8.10* Dạng 2. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 90^\circ$. Gọi d là đường thẳng đi qua C và vuông góc với BC. Tia phân giác của góc B cắt AC ở D và cắt d ở E. Kẻ CH vuông góc với DE ($H \in DE$). Chứng minh rằng CH là tia phân giác của góc DCE.
- 8.11 Dạng 4. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 90^\circ$, gọi D là một điểm nằm giữa A và C. Lấy điểm E thuộc tia đối của tia BD. Chứng minh rằng góc AEC là góc nhọn.

§ 9. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định nghĩa : Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.



$$\Delta ABC = \Delta A'B'C' \Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A} = \widehat{A'} \\ \widehat{B} = \widehat{B'} \\ \widehat{C} = \widehat{C'} \\ AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{cases}$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. TỪ HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU, XÁC ĐỊNH CÁC CẠNH BẰNG NHAU, CÁC GÓC BẰNG NHAU. TÍNH ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG, SỐ ĐỘ GÓC.

Phương pháp giải.

Căn cứ vào quy ước viết các đỉnh tương ứng của hai tam giác bằng nhau theo đúng thứ tự, ta viết được các góc bằng nhau, các đoạn thẳng bằng nhau.

Ví dụ 1. (Bài 11 tr.112 SGK)

Cho $\triangle ABC = \triangle HIK$

- a) Tìm cạnh tương ứng với cạnh BC. Tìm góc tương ứng với góc H.
b) Tìm các cạnh bằng nhau, tìm các góc bằng nhau.

Giải.

a) Cạnh tương ứng với cạnh BC là cạnh IK. Góc tương ứng với góc H là góc A.

b) Từ $\triangle ABC = \triangle HIK$ ta có : $AB = HI$, $AC = HK$, $BC = IK$, $\hat{A} = \hat{H}$, $\hat{B} = \hat{I}$, $\hat{C} = \hat{K}$.

Ví dụ 2. (Bài 13 tr.112 SGK)

Cho $\triangle ABC = \triangle DEF$. Tính chu vi mỗi tam giác nói trên biết rằng $AB = 4\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $DF = 5\text{cm}$.

Giải.

$\triangle ABC = \triangle DEF$ suy ra : $DE = AB = 4\text{cm}$, $EF = BC = 6\text{cm}$, $AC = DF = 5\text{cm}$.

Chu vi $\triangle ABC$ bằng : $AB + BC + AC = 4 + 6 + 5 = 15 (\text{cm})$.

Chu vi $\triangle DEF$ bằng : $DE + EF + DF = 4 + 6 + 5 = 15 (\text{cm})$.

Dạng 2. VIẾT KÍ HIỆU VỀ SỰ BẰNG NHAU CỦA HAI TAM GIÁC

Phương pháp giải.

Viết ba đỉnh của tam giác thứ nhất, rồi lần lượt chọn các đỉnh tương ứng của tam giác thứ hai.

Ví dụ 3. (Bài 14 tr.112 SGK)

Cho hai tam giác bằng nhau : tam giác ABC (không có hai góc nào bằng nhau, không có hai cạnh nào bằng nhau) và một tam giác có ba đỉnh là H, I, K. Viết kí hiệu về sự bằng nhau của hai tam giác đó, biết rằng : $AB = KI$, $\hat{B} = \hat{K}$.

Hướng dẫn.

Do $\hat{B} = \hat{K}$ nên B và K là hai đỉnh tương ứng. Do $AB = KI$ mà B và K là hai đỉnh tương ứng nên A và I là hai đỉnh tương ứng. Do đó $\triangle ABC = \triangle IKH$.

C. LUYỆN TẬP

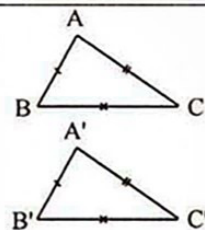
- 9.1 Dạng 1. Cho $\triangle ABC = \triangle DHK$, $\hat{B} = 35^\circ$, $\hat{K} = 100^\circ$. Tính các góc còn lại của mỗi tam giác.
9.2 Dạng 1. Cho $\triangle ABC = \triangle DEI$. Tính chu vi của mỗi tam giác trên, biết rằng $AB = 5\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$, $EI = 8\text{cm}$.
9.3 Dạng 2. $\triangle AMN = \triangle DEK$. Hãy viết đẳng thức trên dưới một vài dạng khác.
9.4 Dạng 2. Cho $\triangle ABC$ (không có hai góc nào bằng nhau, không có hai cạnh nào bằng nhau) bằng một tam giác có ba đỉnh là O, H, K. Viết kí hiệu về sự bằng nhau của hai tam giác, biết rằng :
a) $\hat{A} = \hat{O}$, $\hat{B} = \hat{K}$;
b) $AB = OH$, $BC = KO$.

§ 10. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC CẠNH – CẠNH – CẠNH (C.C.C)

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A'B'C' (\text{c.c.c})$$



B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. VẼ TAM GIÁC BIẾT ĐỘ DÀI BA CẠNH

Phương pháp giải.

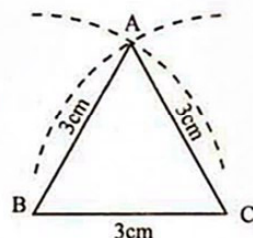
Vẽ một cạnh, rồi xác định vị trí của đỉnh còn lại của tam giác.

Ví dụ 1. (Bài 16 tr. 114 SGK)

Vẽ tam giác ABC biết độ dài mỗi cạnh bằng 3cm. Sau đó đo mỗi góc của tam giác.

Hướng dẫn.

- Vẽ đoạn thẳng BC = 3cm
- Vẽ cung tâm B bán kính 3cm và cung tâm C bán kính 3cm, chúng cắt nhau tại A.
- Vẽ các đoạn thẳng AB, AC.
- Dùng thước đo góc, ta đo được :
 $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$.



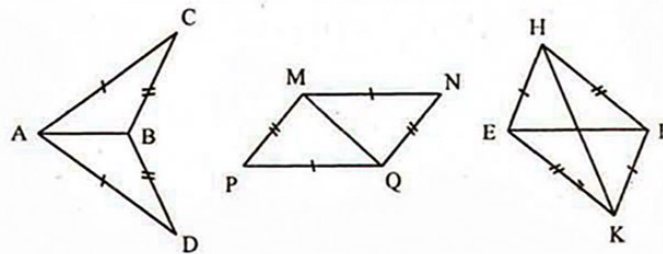
Dạng 2. TÌM HOẶC CHỨNG MINH HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU THEO TRƯỜNG HỢP CẠNH – CẠNH – CẠNH. SẮP XẾP LẠI TRÌNH TỰ LỜI GIẢI BÀI TOÁN CHỨNG MINH HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU

Phương pháp giải.

- Xét hai tam giác.
- Kiểm tra ba điều kiện bằng nhau : cạnh – cạnh – cạnh.
- Kết luận hai tam giác bằng nhau.

Ví dụ 2. (Bài 17 tr. 114 SGK)

Trên hình vẽ dưới đây, có các tam giác nào bằng nhau ? Vì sao ?



Hướng dẫn.

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \triangle ABD \text{ (c.c.c)}; & \triangle MPQ &= \triangle QNM \text{ (c.c.c)}; \\ \triangle HEI &= \triangle KIE \text{ (c.c.c)}; & \triangle HEK &= \triangle KIH \text{ (c.c.c)}. \end{aligned}$$

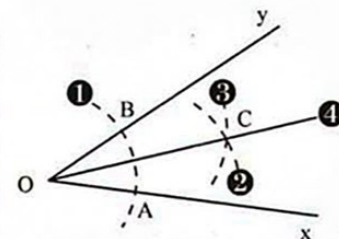
Dạng 3. SỬ DỤNG TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CẠNH – CẠNH – CẠNH ĐỂ CHỨNG MINH HAI GÓC BẰNG NHAU

Phương pháp giải.

- Chọn hai tam giác có góc là hai góc cần chứng minh bằng nhau.
- Chứng minh hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh – cạnh – cạnh.
- Suy ra hai góc tương ứng bằng nhau.

Ví dụ 3. (Bài 20 tr. 115 SGK)

Cho góc xOy (hình 73 SGK). Vẽ cung tròn tâm O, cung này cắt Ox, Oy theo thứ tự ở A, B (1). Vẽ các cung tròn tâm A và tâm B có cùng bán kính sao cho chúng cắt nhau ở điểm C nằm trong góc xOy (2, 3). Nối O với C (4). Chứng minh OC là tia phân giác của góc xOy.

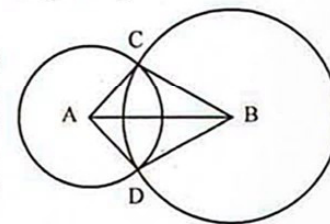


Giải.

$\triangle OBC$ và $\triangle OAC$ có : $OB = OA$ (giả thiết) ; $BC = AC$ (giả thiết) ; OC : cạnh chung. Do đó : $\triangle OBC = \triangle OAC$ (c.c.c). Suy ra $\widehat{BOC} = \widehat{AOC}$ (hai góc tương ứng). Vậy OC là tia phân giác của góc xOy.

Ví dụ 4. (Bài 23 tr. 116 SGK)

Cho đoạn thẳng AB dài 4cm. Vẽ đường tròn tâm A bán kính 2cm và đường tròn tâm B bán kính 3cm, chúng cắt nhau ở C và D. Chứng minh rằng AB là tia phân giác của góc CAD.



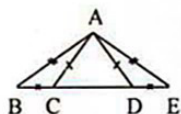
Hướng dẫn.

$\triangle BAC = \triangle BAD$ (c.c.c) suy ra $\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$ (hai góc tương ứng), suy ra AB là tia phân giác của góc CAD.

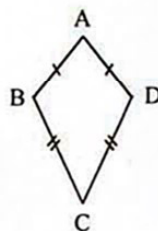
C. LUYỆN TẬP

- 10.1 Dạng 1 & 3. a) Vẽ tam giác ABC có $BC = 2\text{cm}$, $AB = AC = 3\text{cm}$.
b) Gọi E là trung điểm của cạnh BC ở ΔABC trong câu a). Chứng minh rằng AE là tia phân giác của góc BAC.

- 10.2 Dạng 1 & 3. Cho đoạn thẳng AB. Vẽ các điểm C, D sao cho ΔABC có ba cạnh bằng nhau, ΔABD cũng có ba cạnh bằng nhau. Chứng minh rằng CD là tia phân giác của góc ACB.



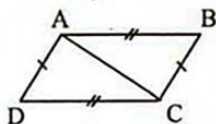
- 10.3 Dạng 2. Tìm các tam giác bằng nhau trên hình bên đây.



- 10.4 Dạng 2 & 3. Cho bốn điểm A, B, C, D thuộc đường tròn (O) sao cho $AB = CD$. Chứng minh rằng:

a) $\Delta AOB = \Delta COD$; b) $\widehat{AOB} = \widehat{COD}$.

- 10.5 Dạng 3. Chứng minh rằng trên hình bên ta có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.



- 10.6 Dạng 3. Cho hình bên. Chứng minh rằng $AB \parallel CD$.

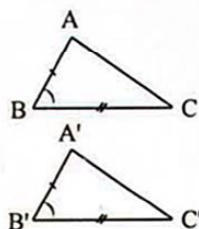
§ 11. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI CỦA TAM GIÁC CẠNH – GÓC – CẠNH (C.G.C)

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Trường hợp bằng nhau : cạnh - góc - cạnh

Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ \widehat{B} = \widehat{B'} \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C' \text{ (c.g.c)}$$



2. Hệ quả : Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. VẼ TAM GIÁC BIẾT HAI CẠNH VÀ GÓC XEN GIỮA

Phương pháp giải.

Vẽ góc, rồi xác định vị trí hai đỉnh còn lại của tam giác.

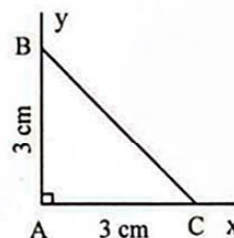
Ví dụ 1. (Bài 24 tr.118 SGK)

Vẽ tam giác ABC biết $\widehat{A} = 90^\circ$, $AB = AC = 3\text{cm}$. Sau đó đo các góc $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$.

Giải.

- Vẽ góc $\widehat{xAy} = 90^\circ$
- Trên tia Ax vẽ đoạn thẳng $AB = 3\text{cm}$.
- Trên tia Ay vẽ đoạn thẳng $AC = 3\text{cm}$.
- Vẽ đoạn thẳng BC.

Dùng thước đo góc, ta đo được $\widehat{B} = \widehat{C} = 45^\circ$.



Dạng 2. BỔ SUNG THÊM ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU THEO TRƯỜNG HỢP CẠNH – GÓC – CẠNH

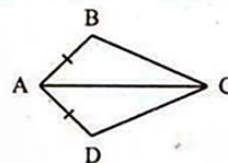
Phương pháp giải.

Xét xem hai tam giác đã có các yếu tố nào bằng nhau, từ đó bổ sung thêm điều kiện để hai tam giác bằng nhau.

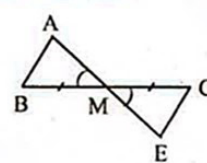
Ví dụ 2. (Bài 27 tr.119 SGK)

Nêu thêm một điều kiện để hai tam giác trong mỗi hình vẽ dưới đây là hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh – góc – cạnh :

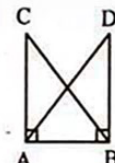
- a) $\Delta ABC = \Delta ADC$ (Hình 86 SGK);
b) $\Delta AMB = \Delta EMC$ (Hình 87 SGK);
c) $\Delta CAB = \Delta DBA$ (Hình 88 SGK).



Hình 86 (SGK)



Hình 87 (SGK)



Hình 88 (SGK)

Giải.

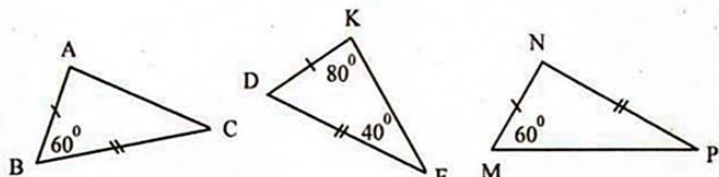
- a) Thêm $\widehat{BAC} = \widehat{DAC}$ thì $\Delta ABC = \Delta ADC$ (c.g.c);
- b) Thêm $MA = ME$ thì $\Delta AMB = \Delta EMC$ (c.g.c);
- c) Thêm $AC = BD$ thì $\Delta CAB = \Delta DBA$ (c.g.c).

Dạng 3. TÌM HOẶC CHỨNG MINH HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU THEO TRƯỜNG HỢP CẠNH – GÓC – CẠNH. SẮP XẾP LẠI TRÌNH TỰ GIẢI BÀI TOÁN CHỨNG MINH HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU

Phương pháp giải.

- Xét hai tam giác.
- Kiểm tra ba điều kiện bằng nhau cạnh - góc - cạnh.
- Kết luận hai tam giác bằng nhau.

Ví dụ 3. (Bài 28 tr.120 SGK)
Trên hình 89 (SGK) có các tam giác nào bằng nhau ?



Hình 89 (SGK)

Giải.

Ta tính được $\widehat{D} = 180^\circ - 80^\circ - 40^\circ = 60^\circ$.

ΔABC và ΔKDE có :

$AB = KD$ (giả thiết);

$\widehat{B} = \widehat{D} (= 60^\circ)$;

$BC = DE$ (giả thiết).

Do đó $\Delta ABC = \Delta KDE$ (c.g.c).

Chú ý:

• ΔABC và ΔMNP có $AB = MN$, $BC = NP$ nhưng đề bài không cho $\widehat{B} = \widehat{N}$ nên ta không kết luận được $\Delta ABC = \Delta MNP$.

• ΔABC và ΔNMP có $AB = NM$, $\widehat{B} = \widehat{M}$ nhưng đề bài không cho $BC = MP$ nên ta không kết luận được $\Delta ABC = \Delta NMP$.

Dạng 4. SỬ DỤNG TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CẠNH – GÓC – CẠNH ĐỂ CHỨNG MINH HAI ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU, HAI GÓC BẰNG NHAU

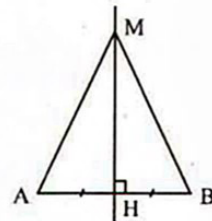
Phương pháp giải.

- Chọn hai tam giác có cạnh (góc) là hai đoạn thẳng (góc) cần chứng minh bằng nhau.
- Chứng minh hai tam giác ấy bằng nhau theo trường hợp cạnh – góc – cạnh.
- Suy ra hai cạnh (góc) tương ứng bằng nhau.

Ví dụ 4. (Bài 31 tr.120 SGK)
Cho đoạn thẳng AB, điểm M nằm trên đường trung trực của AB. So sánh độ dài các đoạn thẳng MA và MB.

Hướng dẫn.

ΔMHA và ΔMHB có : MH : cạnh chung ;
 $\widehat{MHA} = \widehat{MHB} = 90^\circ$ (định nghĩa đường trung trực);
 $HA = HB$ (định nghĩa đường trung trực).
Do đó $\Delta MHA = \Delta MHB$ (c.g.c).
Suy ra $MA = MB$ (hai cạnh tương ứng).



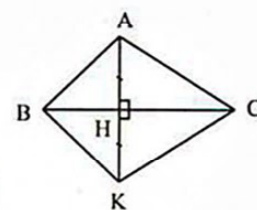
Ví dụ 5. (Bài 32 tr.120 SGK)
Tìm các tia phân giác trên hình 91 (SGK). Hãy chứng minh điều đó.

Hướng dẫn.

$\Delta AHB = \Delta KHB$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{ABH} = \widehat{KBH}$
 $\Rightarrow BH$ là tia phân giác của góc B.

$\Delta AHC = \Delta KHC$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{ACH} = \widehat{KCH}$
 $\Rightarrow CH$ là tia phân giác của góc C.

Ngoài ra còn có : HA và HK là các tia phân giác của góc bẹt BHC ; HB và HC là các tia phân giác của góc bẹt AHK.

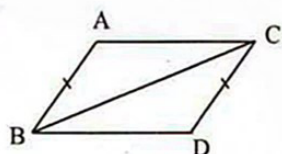


Hình 91 (SGK)

C. LUYỆN TẬP

- 11.1** Dạng 1. a) Vẽ tam giác ABC có $\widehat{B} = 60^\circ$, $AB = BC = 3\text{cm}$.
b) Đo độ dài cạnh AC.

- 11.2 Dạng 2. Cho hình vẽ bên. Bổ sung thêm một điều kiện bằng nhau để $\triangle ABC = \triangle DCB$ theo trường hợp cạnh – góc – cạnh.



- 11.3 Dạng 3. Cho tam giác ABC, kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$). Trên tia đối của tia HA, lấy điểm K sao cho $HK = HA$. Nối KB, KC. Tìm các cặp tam giác bằng nhau trong hình vẽ.
- 11.4 Dạng 4. Cho tam giác ABC. Gọi I là trung điểm của AC. Trên tia đối của tia IB lấy điểm E sao cho $IE = IB$. Chứng minh rằng
a) $AE = BC$; b) $AE \parallel BC$.
- 11.5 Dạng 4. Cho góc xOy. Trên cạnh Ox lấy các điểm A và B, trên cạnh Oy lấy các điểm C và D sao cho $OA = OC$, $OB = OD$. Chứng minh rằng $AD = BC$.
- 11.6 Dạng 4. Cho góc xOy. Lấy điểm A trên Ox, điểm B trên Oy sao cho $OA = OB$. Gọi K là giao điểm của AB với tia phân giác của góc xOy. Chứng minh rằng:
a) $AK = KB$; b) $OK \perp AB$.
- 11.7 Dạng 4. Cho hai đoạn thẳng AB, CD vuông góc với nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đoạn.
a) Chứng minh rằng các đoạn thẳng AC, CB, BD, DA bằng nhau.
b) Tìm tia phân giác của các góc (khác góc bẹt) trong hình vẽ.
- 11.8 Dạng 4. Cho tam giác ABC, tia phân giác của góc A cắt BC tại D. Trên tia AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$.
a) Chứng minh rằng $DE = DB$.
b) Tam giác ABC có điều kiện gì thì $\triangle ADB = \triangle ADC$?
c) Tam giác ABC có điều kiện gì thì $DE \perp AC$?
- 11.9 Dạng 4. Hai đoạn thẳng AD và BC trên hình vẽ bên song song và bằng nhau. Chứng minh rằng $AB \parallel CD$.
- 11.10 Dạng 4. Cho tam giác ABC, I là trung điểm của BC. Đường thẳng vuông góc với AB tại B cắt đường thẳng AI tại D. Trên tia đối của tia ID, lấy điểm E sao cho $IE = ID$. Gọi H là giao điểm của CE và AB. Chứng minh rằng tam giác AHC là tam giác vuông.
- 11.11* Dạng 4. Cho tam giác ABC. Gọi D là trung điểm của AC, gọi E là trung điểm của AB. Trên tia đối của tia DB lấy điểm M sao cho $DM = DB$. Trên tia đối của tia EC lấy điểm N sao cho $EN = EC$.

Chứng minh rằng A là trung điểm của MN.

- 11.12* Dạng 4. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 50^\circ$. Vẽ đoạn thẳng AI vuông góc và bằng AB (I và C khác phía đối với AB). Vẽ đoạn thẳng AK vuông góc và bằng AC (K và B khác phía đối với AC). Chứng minh rằng:
a) $IC = BK$; b) $IC \perp BK$.
- 11.13* Dạng 4. Tam giác ABC có $\widehat{A} = 100^\circ$, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm K sao cho $MK = MA$.
a) Tính số đo góc ABK.
b) Về phía ngoài của tam giác ABC, vẽ các đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AB, AE vuông góc và bằng AC. Chứng minh rằng $\triangle ABK = \triangle DAE$.
c) Chứng minh: $MA \perp DE$.

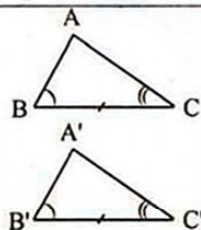
§ 12. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ BA CỦA TAM GIÁC GÓC – CẠNH – GÓC (G.C.G)

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Trường hợp bằng nhau góc – cạnh – góc:

Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

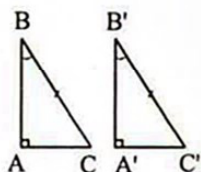
$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B} = \widehat{B}' \\ BC = B'C' \\ \widehat{C} = \widehat{C}' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A'B'C' \text{ (g.c.g)}$$



2. Trường hợp bằng nhau cạnh huyền – góc nhọn của tam giác vuông:

Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} = \widehat{A}' = 90^\circ \\ BC = B'C' \\ \widehat{B} = \widehat{B}' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A'B'C' \text{ (cạnh huyền – góc nhọn)}$$



B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. VẼ TAM GIÁC BIẾT MỘT CẠNH VÀ HAI GÓC KỀ

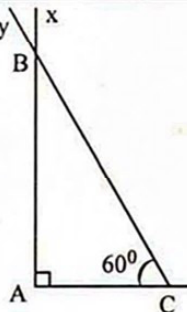
Phương pháp giải.

Vẽ một cạnh của tam giác, rồi vẽ hai tia để xác định vị trí của đỉnh còn lại.

Ví dụ 1. (Bài 33 tr.123 SGK)
Vẽ tam giác ABC biết $AC = 2\text{cm}$,
 $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{C} = 60^\circ$.

Giải.

- Vẽ đoạn thẳng $AC = 2\text{cm}$.
- Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AC vẽ các tia Ax và Cy sao cho $\widehat{CAx} = 90^\circ$, $\widehat{ACy} = 60^\circ$, chúng cắt nhau tại B.

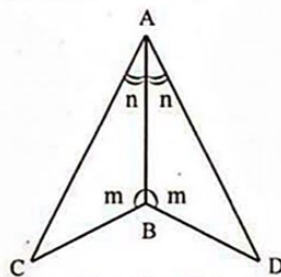


Dạng 2. TÌM HOẶC CHỨNG MINH HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU THEO TRƯỜNG HỢP GÓC – CẠNH – GÓC.

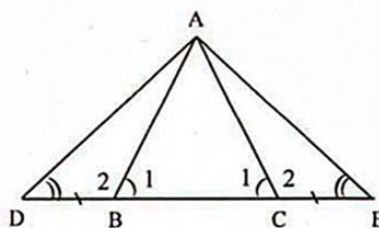
Phương pháp giải.

- Xét hai tam giác.
- Kiểm tra ba điều kiện bằng nhau góc – cạnh – góc.
- Kết luận hai tam giác bằng nhau.

Ví dụ 2. (Bài 34 tr.123 SGK)
Trên mỗi hình 98, 99 (SGK) có các tam giác bằng nhau ? Vì sao?



Hình 98 (SGK)

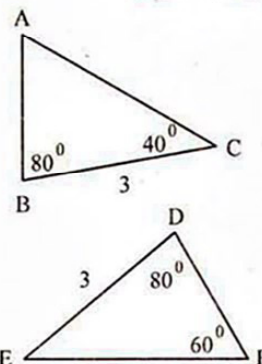


Hình 99 (SGK)

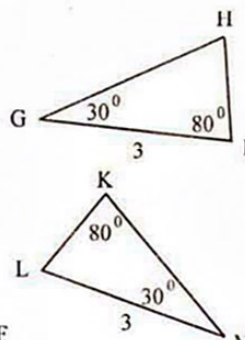
Hướng dẫn.

- $\triangle ABC = \triangle ABD$ (g.c.g)
- $\hat{B}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{C}_2$
 $\triangle ABD = \triangle ACE$ (g.c.g), $\triangle ADC = \triangle AEB$ (g.c.g).

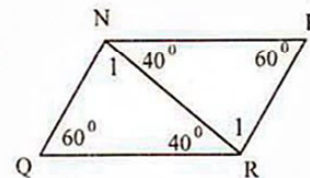
Ví dụ 3. (Bài 37 tr.123 SGK)
Trên mỗi hình 101, 102, 103 (SGK) có các tam giác nào bằng nhau ? Vì sao ?



Hình 101 (SGK)



Hình 102 (SGK)



Hình 103 (SGK)

Hướng dẫn.

- Ta tính được $\hat{E} = 40^\circ$, $\triangle ABC = \triangle FDE$ (g.c.g)
- $\triangle GHI$ không bằng $\triangle MLK$ mặc dù có một cặp cạnh bằng nhau và hai cặp góc bằng nhau (ở hình 102 (SGK), hai cặp góc bằng nhau không kề với cặp cạnh bằng nhau).
- Ta tính được $\hat{N}_1 = \hat{R}_1 = 80^\circ$, $\triangle NQR = \triangle RPN$ (g.c.g).

Dạng 3. SỬ DỤNG TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU GÓC – CẠNH – GÓC ĐỂ CHỨNG MINH HAI ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU.

Phương pháp giải.

- Chọn hai tam giác có cạnh là hai đoạn thẳng cần chứng minh bằng nhau.
- Chứng minh hai tam giác bằng nhau theo trường hợp góc – cạnh – góc.
- Suy ra hai cạnh tương ứng bằng nhau.

Ví dụ 4. (Bài 38 tr.124 SGK)

Trên hình 104 (SGK) ta có $AB \parallel CD$, $AC \parallel BD$. Hãy chứng minh rằng $AB = CD$, $AC = BD$.

Hướng dẫn.

Nối AC. $\triangle ADB$ và $\triangle DAC$ có :

$\widehat{A}_1 = \widehat{D}_1$ (so le trong, $AB \parallel CD$) ; AD : cạnh chung ; $\widehat{D}_2 = \widehat{A}_2$ (so le trong, $AC \parallel BD$). Do đó $\triangle ADB = \triangle DAC$ (g.c.g) suy ra :

$AB = CD$, $BD = AC$.

Chú ý : Từ bài toán trên, ta suy ra : Nếu hai đoạn thẳng song song bị chắn giữa hai đường thẳng song song thì chúng bằng nhau.

Ví dụ 5. (Bài 44 tr.125 SGK)

Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = \widehat{C}$. Tia phân giác của góc A cắt BC tại D. Chứng minh rằng :

a) $\triangle ADB = \triangle ADC$;

b) $AB = AC$.

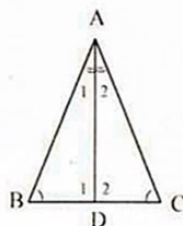
Hướng dẫn.

a) $\triangle ABD$ và $\triangle ACD$ có $\widehat{B} = \widehat{C}$, $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$ nên

$\widehat{D}_1 = \widehat{D}_2$. $\triangle ABD = \triangle ACD$ (g.c.g).

b) $\triangle ABD = \triangle ACD$ (câu a) suy ra $AB = AC$.

Chú ý : Từ bài toán trên, ta suy ra : Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó có hai cạnh bằng nhau.



Hình 104 (SGK)

Dạng 4. SỬ DỤNG NHIỀU TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC

Phương pháp giải.

Sử dụng nhiều trường hợp bằng nhau của hai tam giác đã học : cạnh – cạnh – cạnh, cạnh – góc – cạnh, góc – cạnh – góc.

Ví dụ 6. (Bài 43 tr.125 SGK)

Cho góc xOy khác góc bẹt. Lấy các điểm A, B thuộc tia Ox sao cho $OA < OB$. Lấy các điểm C, D thuộc tia Oy sao cho $OC = OA$, $OD = OB$. Gọi E là các giao điểm của AD và BC. Hãy dùng lập luận để giải thích

a) $AD = BC$;

b) $\triangle EAB = \triangle ECD$;

c) OE là tia phân giác của góc xOy .

Hướng dẫn.

a) $\triangle OAD = \triangle OCB$ (c.g.c) $\Rightarrow AD = BC$

b) $\triangle OAD = \triangle OCB$ (câu a) $\Rightarrow \widehat{D} = \widehat{B}$,

$\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1$. Do đó $\widehat{A}_2 = \widehat{C}_2$. Dễ thấy $AB = CD$.

$\triangle EAB = \triangle ECD$ (g.c.g).

c) $\triangle EAB = \triangle ECD$ (câu b) $\Rightarrow EA = EC$.

$\triangle OAE = \triangle OCE$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{AOE} = \widehat{COE} \Rightarrow OE$

là tia phân giác của góc xOy.

Ví dụ 7. (Bài 45 tr.125 SGK)

Cho bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA trên giấy kẻ ô vuông như ở hình 110 (SGK). Hãy dùng lập luận để giải thích

a) $AB = CD$, $BC = AD$;

b) $AB \parallel CD$.

Hướng dẫn.

a) $\triangle AHB = \triangle CKD$ (c.g.c) $\Rightarrow AB = CD$;

$\triangle CEB = \triangle AFD$ (c.g.c) $\Rightarrow BC = AD$

b) $\triangle ABD = \triangle CDB$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{CDB} \Rightarrow AB \parallel CD$ (có hai góc so le trong bằng nhau).

Dạng 5. TÌM HOẶC CHỨNG MINH HAI TAM GIÁC VUÔNG BẰNG NHAU.

Phương pháp giải.

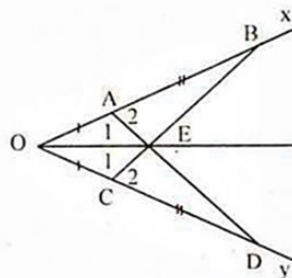
- Xét hai tam giác vuông.
- Kiểm tra điều kiện bằng nhau cạnh – góc – cạnh, hoặc góc – cạnh – góc, hoặc cạnh huyền – góc nhọn.
- Kết luận hai tam giác bằng nhau.

Ví dụ 8. (Bài 39 tr.124 SGK)

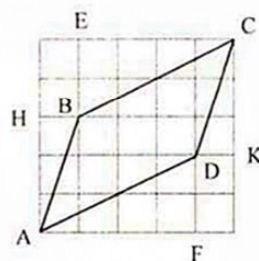
Trên mỗi hình 105, 106, 107, 108 có các tam giác vuông nào bằng nhau ? Vì sao ?

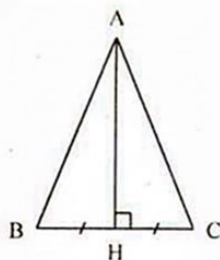
Hướng dẫn.

a) Hình 105 (SGK) : $\triangle AHB = \triangle AHC$ (c.g.c) .

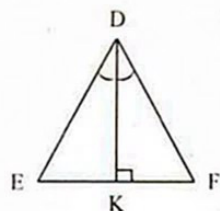


Hình 110 (SGK)

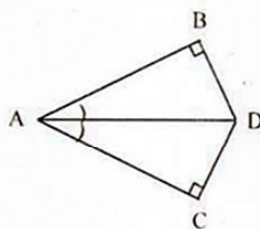




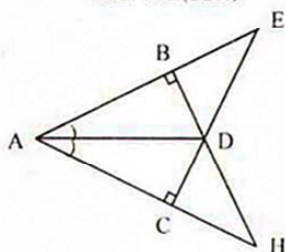
Hình 105 (SGK)



Hình 106 (SGK)



Hình 107 (SGK)



Hình 108 (SGK)

b) Hình 106 (SGK) : $\triangle DKE = \triangle DKF$ (g.c.g).

c) Hình 107 (SGK) : $\triangle ABD = \triangle ACD$ (cạnh huyền - góc nhọn).

d) Hình 108 (SGK) : $\triangle ABD = \triangle ACD$ (cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow$ $AB = AC$, $DB = DC$. $\triangle DBE = \triangle DCH$ (g.c.g). $\triangle ABH = \triangle ACE$ (chẳng hạn g.c.g).

Dạng 6. SỬ DỤNG TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CẠNH HUYỀN - GÓC NHỌN ĐỂ CHỨNG MINH HAI ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU.

Phương pháp giải.

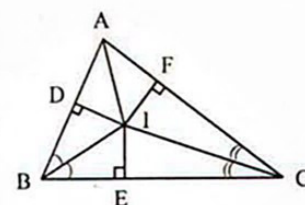
- Chọn hai tam giác vuông có cạnh là hai đoạn thẳng cần chứng minh bằng nhau.
- Chứng minh hai tam giác ấy bằng nhau theo trường hợp cạnh huyền - góc nhọn.
- Suy ra hai cạnh tương ứng bằng nhau.

Ví dụ 9. (Bài 41 tr.124 SGK)

Cho tam giác ABC ($AB \neq AC$). Các tia phân giác của các góc B và C cắt nhau ở I. Vẽ $ID \perp AB$ ($D \in AB$), $IE \perp BC$ ($E \in BC$), $IF \perp AC$ ($F \in AC$). Chứng minh rằng $ID = IE = IF$.

Hướng dẫn.

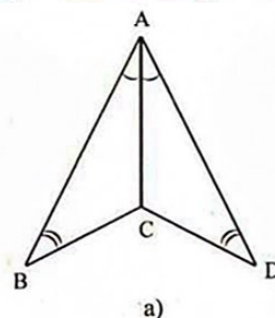
$\triangle BID = \triangle BIE$ (cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow ID = IE$.
 $\triangle CIE = \triangle CIF$ (cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow IE = IF$.
 Vậy $ID = IE = IF$.



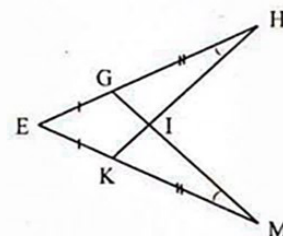
C. LUYỆN TẬP

12.1 Dạng 1. a) Vẽ tam giác ABC có $\hat{B} = 60^\circ$, $BC = 4\text{cm}$, $\hat{C} = 30^\circ$.
 b) Đo độ dài cạnh AB.

12.2 Dạng 2. Tìm các tam giác bằng nhau ở hình vẽ sau.

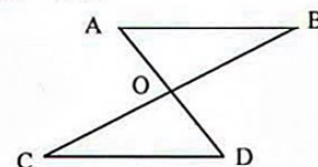


a)



b)

12.3 Dạng 3. Cho hình vẽ sau, trong đó $AB \parallel CD$, $AB = CD$. Chứng minh rằng $OA = OD$, $OB = OC$.



12.4 Dạng 3. Cho tam giác ABC có $\hat{B} = \hat{C}$. Tia phân giác của góc B cắt AC ở D. Tia phân giác của góc C cắt AB ở E. So sánh độ dài các đoạn thẳng BD và CE.

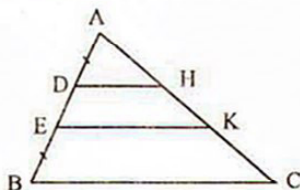
12.5 Dạng 3. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 90^\circ$, $AB = AC$, điểm D thuộc cạnh AB. Đường thẳng qua B và vuông góc với CD cắt đường thẳng CA ở K. Chứng minh rằng $AK = AD$.

12.6* Dạng 3. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 90^\circ$, $AB = AC$. Lấy điểm D thuộc cạnh AB, điểm E thuộc cạnh AC sao cho $AD = AE$. Đường

thẳng qua D và vuông góc với BE cắt đường thẳng CA ở K. Chứng minh rằng $AK = AC$.

- 12.7* Dạng 3. Cho tam giác ABC, I là trung điểm của AB. Đường thẳng qua I và song song với BC cắt AC ở K. Đường thẳng qua K và song song với AB cắt BC ở H. Chứng minh rằng:
- $KH = IB$;
 - $AK = KC$.

- 12.8* Dạng 3. Trên hình vẽ sau, ta có $AD = BE$, $DH \parallel EK \parallel BC$. Chứng minh rằng $DH + EK = BC$.



- 12.9* Dạng 3. Tam giác ABC có $\widehat{A} = 60^\circ$. Tia phân giác của góc B cắt AC ở D. Tia phân giác của góc C cắt AB ở E. Gọi O là giao điểm của BD và CE.

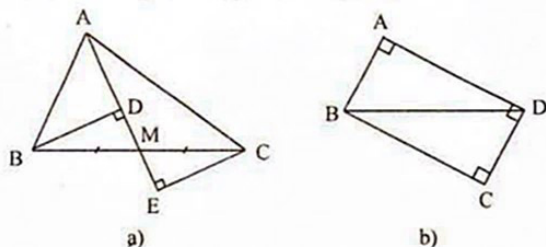
- Tính $\widehat{BOC}$.
- Chứng minh rằng $OD = OE$.

- 12.10 Dạng 4. Cho tam giác ABC. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AD = AB$. Trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho $AE = AC$. Một đường thẳng đi qua A cắt các cạnh DE và BC theo thứ tự ở M và N. Chứng minh rằng $AM = AN$.

- 12.11 Dạng 4. Cho tam giác ABC, M là trung điểm của AC. Trên tia đối của tia MB lấy điểm D sao cho $MD = MB$. Trên tia đối của tia BC lấy điểm E sao cho $BE = BC$. Gọi I là giao điểm của AB và DE. Chứng minh rằng $IA = IB$.

- 12.12 Dạng 4. Cho tam giác ABC, điểm D thuộc cạnh BC. Kẻ $DE \parallel AC$ ($E \in AB$), kẻ $DF \parallel AB$ ($F \in AC$). Gọi I là trung điểm của EF. Chứng minh rằng I là trung điểm của AD.

- 12.13 Dạng 5. Tìm các tam giác bằng nhau trên hình vẽ sau.



- 12.14 Dạng 6. Cho tam giác nhọn ABC và $\triangle ABC = \triangle DEF$. Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$) và $DK \perp EF$ ($K \in EF$). Chứng minh rằng $AH = DK$.

- 12.15 Dạng 6. Cho tam giác ABC. Các đường phân giác của các góc ngoài tại B và tại C cắt nhau ở K. Qua K kẻ đường thẳng vuông góc với AB, cắt đường thẳng AB ở E. Qua K kẻ đường thẳng vuông góc với AC, cắt đường thẳng AC ở F. Chứng minh rằng $KE = KF$.

- 12.16 Dạng 6. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 90^\circ$, $AB = AC$. Qua A kẻ đường thẳng d sao cho B và C nằm cùng phía đối với d. Kẻ BD và CE vuông góc với d ($D, E \in d$). Chứng minh rằng $BD = AE$, $AD = CE$.

- 12.17* Dạng 6. Cho tam giác ABC. Ở phía ngoài tam giác ABC, vẽ các tam giác vuông tại A là ABD và ACE có $AB = AD$ và $AC = AE$. Kẻ AH vuông góc với BC. Gọi I là giao điểm của HA và DE. Chứng minh rằng $DI = IE$.

- 12.18* Dạng 6. Cho tam giác ABC. Ở phía ngoài tam giác ABC, vẽ các tam giác ABD và ACE có $\widehat{ABD} = \widehat{ACE} = 90^\circ$, $AB = BD$, $AC = CE$. Kẻ DI và EK vuông góc với BC ($I, K \in BC$). Chứng minh rằng $BI = CK$.

§ 13. TAM GIÁC CÂN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tam giác cân

a) **Định nghĩa**: Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau

$$\triangle ABC \text{ cân tại } A \Leftrightarrow \begin{cases} \triangle ABC \\ AB = AC \end{cases}$$

b) **Tính chất**: Trong tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau.

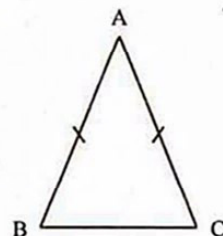
$$\triangle ABC \text{ cân tại } A \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C}$$

c) **Dấu hiệu nhận biết**:

- Theo định nghĩa.
- Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

2. Tam giác vuông cân

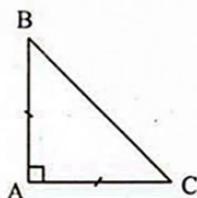
a) **Định nghĩa**: Tam giác vuông cân là tam giác vuông có hai cạnh góc vuông bằng nhau.



$$\Delta ABC \text{ vuông cân tại } A \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta ABC \\ \hat{A} = 90^\circ \\ AB = AC \end{cases}$$

b) **Tính chất** : Mỗi góc nhọn của tam giác vuông cân bằng 45°

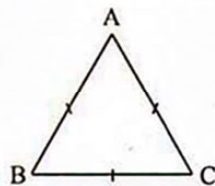
$$\hat{B} = \hat{C} = 45^\circ.$$



3. Tam giác đều

a) **Định nghĩa** : Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau.

$$\Delta ABC \text{ đều} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta ABC \\ AB = BC = CA \end{cases}$$



b) **Tính chất** : Trong tam giác đều, mỗi góc bằng 60° .

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$$

c) **Dấu hiệu nhận biết** :

- Theo định nghĩa.
- Nếu một tam giác có ba góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều.
- Nếu một tam giác cân có một góc bằng 60° thì tam giác đó là tam giác đều.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. VẼ TAM GIÁC CÂN, TAM GIÁC VUÔNG CÂN, TAM GIÁC ĐỀU.

Phương pháp giải.

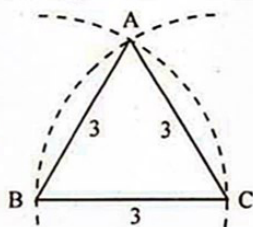
Dựa vào các cách vẽ tam giác đã học và định nghĩa các tam giác cân, vuông cân, đều.

Ví dụ 1. (Bài 46 tr.127 SGK)

Dùng thước có chia xentimét và compa vẽ tam giác đều ABC có cạnh bằng 3cm.

Hướng dẫn.

- Vẽ đoạn thẳng $BC = 3\text{cm}$.
- Vẽ cung tròn tâm B bán kính 3cm và cung tròn tâm C bán kính 3cm, chúng cắt nhau tại A.
- Vẽ các đoạn thẳng AB, AC.



Dạng 2. BỔ SUNG ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI TAM GIÁC CÂN, HAI TAM GIÁC VUÔNG CÂN, HAI TAM GIÁC ĐỀU BẰNG NHAU

Phương pháp giải.

Dựa vào các trường hợp bằng nhau của hai tam giác đã học và định nghĩa, tính chất các tam giác cân, vuông cân, đều.

Ví dụ 2. Hãy bổ sung thêm một điều kiện để hai tam giác đều ABC và $A'B'C'$ bằng nhau.

Giải.

Bổ sung thêm điều kiện $AB = A'B'$. Khi đó $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ (theo trường hợp c.c.c, hoặc c.g.c, hoặc g.c.g).

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC cân tại A và tam giác $A'B'C'$ cân tại A' . Cho biết cặp cạnh bên bằng nhau $AB = A'B'$. Hãy bổ sung thêm một điều kiện nữa để $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$.

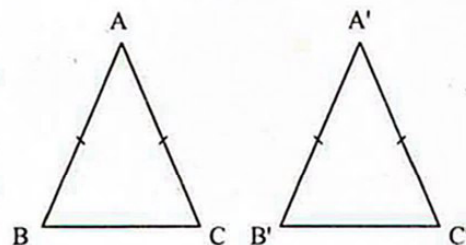
Hướng dẫn.

Cần bổ sung thêm một điều kiện :

- Cặp cạnh đáy bằng nhau : $BC = B'C'$, khi đó $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ (c.c.c).

- Hoặc cặp góc ở đỉnh bằng nhau : $\hat{A} = \hat{A}'$, khi đó $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ (c.g.c).

- Hoặc cặp góc ở đáy bằng nhau : $\hat{B} = \hat{B}'$, khi đó $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ (c.g.c hoặc g.c.g).



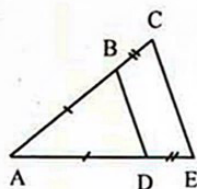
Dạng 3. NHẬN BIẾT MỘT TAM GIÁC LÀ TAM GIÁC CÂN, TAM GIÁC VUÔNG CÂN, TAM GIÁC ĐỀU.

Phương pháp giải.

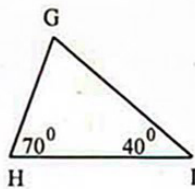
Dựa vào dấu hiệu nhận biết các tam giác cân, vuông cân, đều.

Ví dụ 4. (Bài 47 tr.127 SGK)

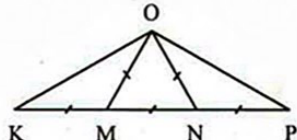
Trong các tam giác trên hình 116, 117, 118 (SGK) tam giác nào là tam giác cân, tam giác nào là tam giác đều ? Vì sao ?



Hình 116 (SGK)



Hình 117 (SGK)



Hình 118 (SGK)

Hướng dẫn.

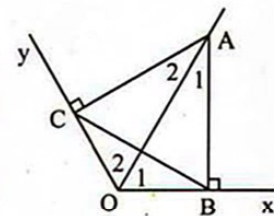
- a) Hình 116 (SGK): $\triangle ABD$ cân tại A, $\triangle ACE$ cân tại A.
 b) Hình 117 (SGK): $\triangle GHI$ cân tại I.
 c) Hình 118 (SGK): $\triangle OMP$ là tam giác đều.
 $\triangle OMK$ cân tại M, $\triangle ONP$ cân tại N.
 $\triangle OKP$ cân tại O (vì $\widehat{K} = \widehat{P} = 30^\circ$).

Ví dụ 5. (Bài 52 tr.128 SGK)

Cho góc xOy có số đo 120° , điểm A thuộc tia phân giác của góc đó. Kẻ $AB \perp Ox$ ($B \in Ox$), kẻ $AC \perp Oy$ ($C \in Oy$). Tam giác ABC là tam giác gì? Vì sao?

Hướng dẫn.

$\triangle AOB = \triangle AOC$ (cạnh huyền – góc nhọn)
 suy ra $AB = AC$. Ta có: $\widehat{O_1} = \widehat{O_2} = 60^\circ$ nên
 $\widehat{A_1} = \widehat{A_2} = 30^\circ$, suy ra $\widehat{BAC} = 60^\circ$.
 Tam giác ABC cân có $\widehat{BAC} = 60^\circ$ nên là tam giác đều.



Dạng 4. SỬ DỤNG ĐỊNH NGHĨA TAM GIÁC CÂN, VUÔNG CÂN, ĐỀU ĐỂ SUY RA CÁC ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU.

Phương pháp giải.

Dựa vào định nghĩa các tam giác cân, vuông cân, đều.

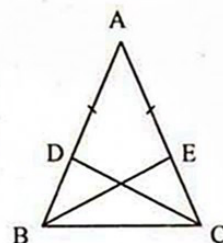
Ví dụ 6. Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy các điểm D và E theo thứ tự thuộc các cạnh AB, AC sao cho $AD = AE$. Chứng minh rằng $BE = CD$.

Hướng dẫn.

$\triangle ABC$ cân tại A $\Rightarrow AB = AC$

$$\triangle ABE = \triangle ACD \text{ (c.g.c)} \Rightarrow BE = CD.$$

Dạng 5. SỬ DỤNG TÍNH CHẤT CỦA CÁC TAM GIÁC CÂN, VUÔNG CÂN, ĐỀU ĐỂ TÍNH SỐ ĐO GÓC HOẶC CHỨNG MINH HAI GÓC BẰNG NHAU.



Phương pháp giải.

Dựa vào tính chất về góc của các tam giác cân, vuông cân, đều.

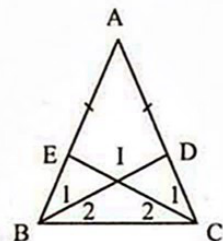
Ví dụ 7. (Bài 51 tr.128 SGK)

Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy điểm D thuộc cạnh AC, điểm E thuộc cạnh AB sao cho $AD = AE$.

- a) So sánh $\widehat{ABD}$ và $\widehat{ACE}$.
 b) Gọi I là giao điểm của BD và CE. Tam giác IBC là tam giác gì? Vì sao?

Hướng dẫn.

- a) $\triangle ABD = \triangle ACE$ (c.g.c) suy ra
 $\widehat{ABD} = \widehat{ACE}$ tức là $\widehat{B_1} = \widehat{C_1}$.
 b) $\triangle ABC$ cân tại A $\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C}$.
 Suy ra $\widehat{B} - \widehat{B_1} = \widehat{C} - \widehat{C_1}$, do đó $\widehat{B_2} = \widehat{C_2}$.
 $\triangle IBC$ có $\widehat{B_2} = \widehat{C_2}$ nên là tam giác cân.



Dạng 6. CHỨNG MINH MỘT TAM GIÁC LÀ TAM GIÁC CÂN, VUÔNG CÂN, ĐỀU ĐỂ SUY RA HAI ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU, HAI GÓC BẰNG NHAU.

Phương pháp giải.

- Chứng minh một tam giác là tam giác cân, hoặc vuông cân, hoặc đều (dạng 3).
- Sử dụng định nghĩa, tính chất của các tam giác trên để suy ra hai đoạn thẳng bằng nhau (dạng 4), suy ra hai góc bằng nhau (dạng 5).

Ví dụ 8. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Tia phân giác của góc A cắt BC tại D. Qua D kẻ đường thẳng vuông góc BC, cắt AC tại E. Trên AB lấy điểm F sao cho $AF = AE$. Chứng minh rằng:

- a) $\widehat{B} = \widehat{DEC}$;
 b) $\triangle DBF$ là tam giác cân ;
 c) $DB = DE$.

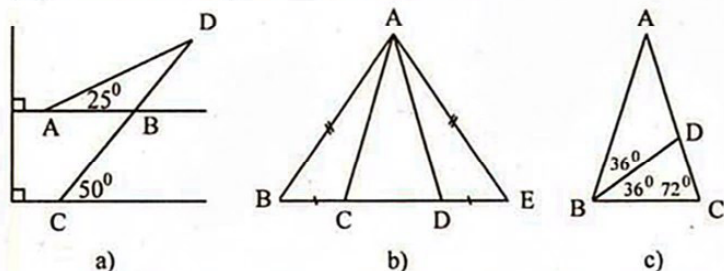
Hướng dẫn.

- a) $\widehat{B}$ phụ $\widehat{C}$, $\widehat{DEC}$ phụ $\widehat{C}$
 nên $\widehat{B} = \widehat{DEC}$, tức là $\widehat{B} = \widehat{E}_1$
 b) $\triangle EAD = \triangle FAD$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{E}_2 = \widehat{F}_2 \Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{F}_1$
 Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{B} = \widehat{F}_1$, do đó $\triangle DBF$ cân tại D.
 c) $\triangle DBF$ cân tại D $\Rightarrow DB = DF$.
 $\triangle EAD = \triangle FAD$ (chứng minh trên) $\Rightarrow DE = DF$.
 Từ (3) và (4) suy ra $DB = DE$.

Chú ý : Thay điều kiện $\widehat{BAC} = \widehat{CDE} = 90^\circ$ bởi $\widehat{BAC} = \widehat{CDE} = \alpha$, bài toán vẫn đúng.

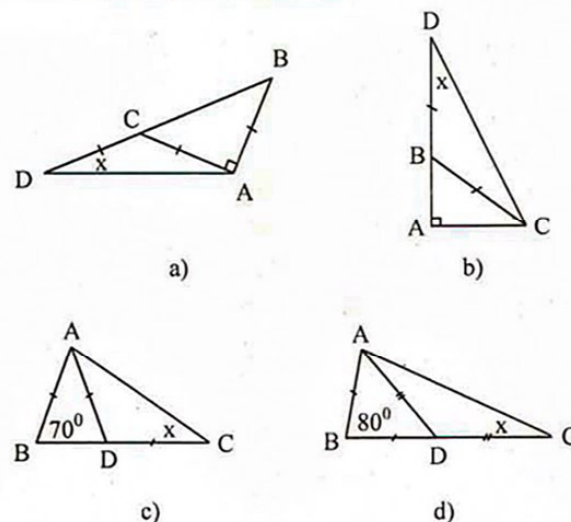
C. LUYỆN TẬP

- 13.1 Dạng 1.a) Vẽ tam giác đều ABC. Ở phía ngoài tam giác ABC, vẽ tam giác ACD vuông cân tại C.
 b) Tính góc BAD ở câu a).
 13.2 Dạng 2. Hai tam giác vuông cân có thêm một điều kiện bằng nhau nào thì hai tam giác bằng nhau ?
 13.3 Dạng 3. Tìm các tam giác cân trên hình vẽ sau.



- 13.4 Dạng 4. Cho tam giác ABC cân tại A. Kẻ BH vuông góc với AC ($H \in AC$), kẻ CK $\perp$ AB ($K \in AB$). Chứng minh rằng $AH = AK$.
 13.5 Dạng 4 và 5. Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi D là trung điểm của BC. Chứng minh rằng AD là tia phân giác của góc A.

- 13.6 Dạng 5. Một góc của tam giác cân bằng 40° . Tính các góc còn lại.
 13.7 Dạng 5. Tìm số đo x trên mỗi hình sau



- 13.8 Dạng 5. Cho tam giác ABC cân tại A và tam giác đều BCD (D và A nằm khác phía đối với BC). Tính số đo góc BDA.
 13.9 Dạng 5. Tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A} = 100^\circ$. Lấy các điểm D và E trên cạnh BC sao cho $BD = BA$, $CE = CA$. Tính số đo góc DAE.
 13.10 Dạng 5. Chứng minh rằng góc ở đáy của một tam giác cân bao giờ cũng là góc nhọn.
 13.11 Dạng 5. Cho tam giác ABC cân tại B. Gọi BE là đường phân giác của góc ngoài tại đỉnh B. Chứng minh rằng $BE \parallel AC$.
 13.12 Dạng 5. Cho tam giác cân AOB ($OA = OB$). Trên tia đối của tia OB lấy điểm C sao cho $OB = OC$. Tính số đo góc BAC.
 13.13* Dạng 5. Tam giác ABC cân tại A, điểm M thuộc cạnh BC. Kẻ $MD \perp AB$ ($D \in AB$), kẻ $ME \perp AC$ ($E \in AC$), kẻ $BH \perp AC$ ($H \in AC$). Chứng minh rằng $MD + ME = BH$.
 13.14* Dạng 5. Cho tam giác ABC có các góc nhỏ hơn 120° . Ở phía ngoài tam giác ABC, vẽ các tam giác đều ABD và ACE.
 a) Chứng minh rằng $DC = BE$.
 b) Gọi I là giao điểm của DC và BE. Tính số đo góc BIC.

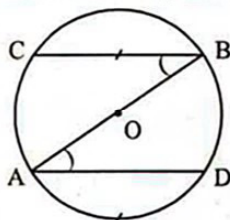
13.15* Dạng 3 và 5. Cho điểm M nằm trên đoạn thẳng AB. Vẽ về một phía của AB các tam giác đều AMC và BMD.

a) Chứng minh rằng $AD = CB$.

b) Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của AD, CB. Tam giác MIK là tam giác gì?

13.16 Dạng 6. Cho tam giác đều ABC. Trên các cạnh AB, BC, CA lấy theo thứ tự các điểm D, E, F sao cho $AD = BE = CF$. Chứng minh rằng tam giác DEF là tam giác đều.

13.17 Dạng 6. Cho hình vẽ bên, trong đó O là tâm của đường tròn. Chứng minh rằng các dây BC và AD bằng nhau.



13.18 Dạng 6. Cho tam giác ABC vuông tại A. kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$). Tia phân giác của góc HAC cắt BC ở D. Chứng minh rằng tam giác ABD là tam giác cân.

13.19* Dạng 6. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi Ax là tia phân giác của góc A. Qua trung điểm M của BC, kẻ đường thẳng vuông góc với Ax, cắt các đường thẳng AB và AC theo thứ tự ở D và E. Chứng minh rằng $BD = CE$.

13.20* Dạng 6. Tam giác ABC vuông tại A có $AC = \frac{1}{2}BC$. Chứng minh rằng $\widehat{B} = 30^\circ$.

13.21* Dạng 6. Tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 30^\circ$. Chứng minh rằng $AC = \frac{1}{2}BC$.

13.22* Dạng 6. Cho tam giác nhọn ABC. Kẻ AD vuông góc với BC ($D \in BC$), kẻ BE vuông góc với AC ($E \in AC$). Gọi H là giao điểm của AD và BE. Biết rằng $AH = BC$. Tính số đo góc BAC.

§ 14. ĐỊNH LÝ PY-TA-GO

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định lý Py-ta-go :

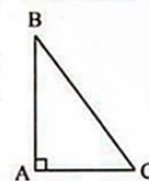
Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.

$$\Delta ABC \text{ vuông tại } A \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$$

2. Định lý Py-ta-go đảo :

Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

$$\Delta ABC : BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ$$



B. CÁC DẠNG TOÁN

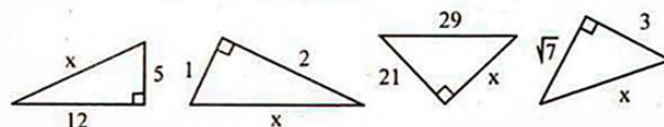
Dạng 1. TÍNH ĐỘ DÀI MỘT CẠNH CỦA TAM GIÁC VUÔNG.

Phương pháp giải.

Sử dụng định lý Py-ta-go. Có trường hợp phải kẻ thêm đường vuông góc để tạo thành tam giác vuông.

Ví dụ 1. (Bài 53 tr.131 SGK)

Tìm độ dài x trên hình 127 (SGK).



Hình 127 (SGK)

Hướng dẫn.

a) $x^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$. Vậy $x = 13$.

b) $x^2 = 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$. Vậy $x = \sqrt{5}$.

c) $x^2 = 29^2 - 21^2 = 841 - 441 = 400 = 20^2$. Vậy $x = 20$.

d) $x^2 = (\sqrt{7})^2 + 3^2 = 7 + 9 = 16 = 4^2$. Vậy $x = 4$.

Ví dụ 2. (Bài 58 tr.132 SGK)

Đố : Trong lúc anh Nam dựng tủ cho đứng thẳng, tủ có bị vướng vào trần nhà hay không ? (Hình 130 SGK)



Hướng dẫn.

Gọi d là đường chéo của tủ, h là chiều cao của nhà. Ta thấy :

$$d^2 = 20^2 + 4^2 = 416 \Rightarrow d = \sqrt{416}$$

$$h^2 = 21^2 = 441 \Rightarrow h = \sqrt{441}.$$

Suy ra $d < h$. Như vậy, khi anh Nam đẩy tủ cho thẳng đứng, tủ không bị vướng vào trần nhà.

Ví dụ 3. (Bài 60 tr.133 SGK)

Cho tam giác nhọn ABC . Kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$).

Cho biết $AB = 13\text{cm}$, $AH = 12\text{cm}$, $HC = 16\text{cm}$. Tính các độ dài AC , BC .

Hướng dẫn.

$\triangle AHC$ vuông tại H nên theo Định lý Py-ta-go

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = 12^2 + 16^2 \\ = 144 + 256 = 400 = 20^2$$

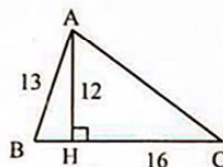
Do đó $AC = 20\text{cm}$.

$\triangle AHB$ vuông tại H nên :

$$BH^2 = AB^2 - AH^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2$$

Vậy $BH = 5\text{cm}$.

Suy ra $BC = BH + HC = 5 + 16 = 21 (\text{cm})$.



Ví dụ 4. (Bài 61 tr.133 SGK)

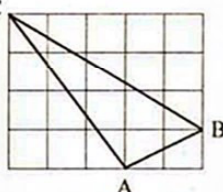
Trên giấy kẻ ô vuông (độ dài cạnh của ô vuông bằng 1), cho $\triangle ABC$ như hình 135 (SGK). Tính độ dài mỗi cạnh của $\triangle ABC$.

Hướng dẫn.

$$AB^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \Rightarrow AB = \sqrt{5};$$

$$BC^2 = 3^2 + 5^2 = 34 \Rightarrow BC = \sqrt{34};$$

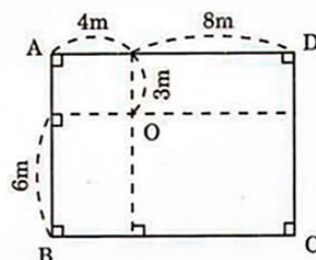
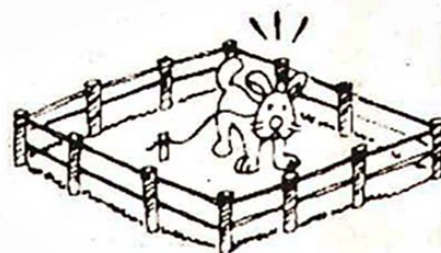
$$CA^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow CA = 5.$$



Hình 135 (SGK)

Ví dụ 5. (Bài 62 tr.133 SGK)

Đố : Người ta buộc con Cún bằng sợi dây có một đầu buộc tại điểm O làm cho con Cún cách điểm O nhiều nhất là 9m (Hình 136 SGK). Con Cún có thể tới các vị trí A, B, C, D để canh giữ mảnh vườn hình chữ nhật $ABCD$ hay không ? (các kích thước như trên hình vẽ).



Hướng dẫn.

$$OA^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow OA = 5 < 9.$$

$$OC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow OC = 10 > 9.$$

$$OD^2 = 3^2 + 8^2 = 73 \Rightarrow OD = \sqrt{73} < 9.$$

$$OB^2 = 4^2 + 6^2 = 52 \Rightarrow \sqrt{52} < 9.$$

Như vậy, con Cún có thể tới các vị trí A, B, D , nhưng không tới được vị trí C .

Dạng 2. SỬ DỤNG ĐỊNH LÝ PY-TA-GO ĐỂ NHẬN BIẾT TAM GIÁC VUÔNG

Phương pháp giải.

- Tính bình phương các độ dài ba cạnh của tam giác.
- So sánh bình phương của cạnh lớn nhất với tổng các bình phương của hai cạnh kia.
- Nếu hai kết quả bằng nhau thì tam giác đó là tam giác vuông, cạnh lớn nhất là cạnh huyền.

Ví dụ 6. (Bài 56 tr.131 SGK)

Tam giác nào là tam giác vuông trong các tam giác có độ dài ba cạnh như sau :

- 9cm, 15cm, 12cm.
- 5dm, 13dm, 12dm.
- 7m, 7m, 10m ?

Hướng dẫn.

a) $9^2 = 81$; $15^2 = 225$; $12^2 = 144$. Ta thấy $225 = 81 + 144$ nên tam giác vuông.

b) $5^2 = 25$; $13^2 = 169$; $12^2 = 144$. Ta thấy $169 = 25 + 144$ nên tam

giác vuông.

c) $7^2 = 49$; $10^2 = 100$. Ta thấy $100 \neq 49 + 49$ nên tam giác không vuông.

Ví dụ 7. (Bài 57 tr.131 SGK)

Cho bài toán : “Tam giác ABC có $AB = 8$, $AC = 17$, $BC = 15$ có phải là tam giác vuông không ?” Bạn Tâm đã giải bài toán đó như sau : $AB^2 + AC^2 = 8^2 + 17^2 = 64 + 289 = 353$

$$BC^2 = 15^2 = 225.$$

Do $353 \neq 225$ nên $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$.

Vậy $\triangle ABC$ không phải là tam giác vuông.

Lời giải trên đúng hay sai ? Nếu sai, hãy sửa lại cho đúng.

Hướng dẫn.

Lời giải trên là sai. Sửa lại như sau :

$$AB^2 + BC^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 ; AC^2 = 17^2 = 289.$$

Ta thấy $AB^2 + BC^2 = AC^2$ nên tam giác ABC vuông tại B.

C. LUYỆN TẬP

14.1 Dạng 1. Tính độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông cân biết cạnh góc vuông bằng 2dm.

14.2 Dạng 1. Tính độ dài cạnh góc vuông của một tam giác vuông cân biết cạnh huyền bằng :

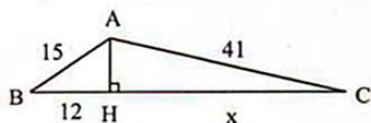
a) 2m ; b) $\sqrt{18}$ m.

14.3 Dạng 1. Một tam giác vuông có cạnh huyền bằng 52cm, độ dài các cạnh góc vuông tỉ lệ với 5 và 12. Tính độ dài các cạnh góc vuông.

14.4 Dạng 1. Cho tam giác ABC cân tại B, $AB = 17$ cm, $AC = 16$ cm. Gọi M là trung điểm của AC. Tính BM.

14.5 Dạng 1. Tính các cạnh của một tam giác vuông biết tỉ số các cạnh góc vuông là 3 : 4, chu vi của tam giác bằng 36cm.

14.6 Dạng 1. Tính độ dài x trên hình bên.



14.7 Dạng 1. Tam giác ABC cân tại A có $AB = 9$ cm, $BC = 15$ cm. Tia phân giác của góc A cắt BC ở D. Chứng minh rằng $4,9\text{cm} < AD < 5\text{cm}$.

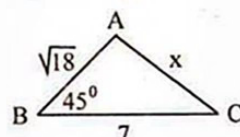
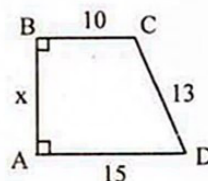
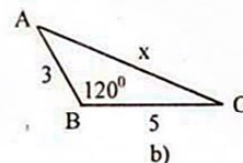
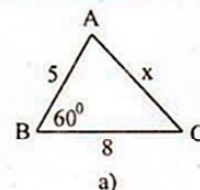
14.8 Dạng 1. Tìm số tự nhiên a cùng với các số 24 và 25 làm thành độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.

14.9* Dạng 1. Tam giác ABC có $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$, $AB = 3$ cm. Tính các độ dài AC, BC.

14.10 Dạng 1. Tính độ dài x trên hình bên.

14.11 Dạng 1. Tính độ dài x trên hình bên.

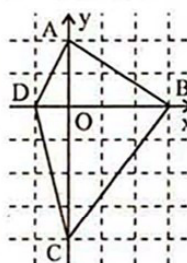
14.12* Dạng 1. Tính độ dài x trên các hình sau :



14.13* Dạng 1. Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$). Biết $HB = 9$ cm, $HC = 16$ cm. Tính độ dài AH.

14.14 Dạng 1. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ điểm A có tọa độ (3; 5). Tính khoảng cách từ điểm A đến gốc tọa độ.

14.15 Dạng 1. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ điểm A có tọa độ (1; 1). Đường tròn tâm O với bán kính OA cắt các tia Ox, Oy theo thứ tự ở B và C. Tìm tọa độ của các điểm B và C.

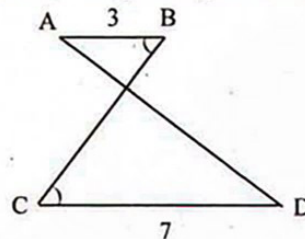


14.16 Dạng 1. Tính độ dài của các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA trên mặt phẳng tọa độ (Hình vẽ bên, với đơn vị là đơn vị dài của hệ trục tọa độ).

14.17 Dạng 2. Bạn Mai vẽ tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $AC = 8$ cm, $BC = 9$ cm rồi đo thấy $\hat{A} = 90^\circ$ và kết luận rằng tam giác ABC vuông. Điều đó có đúng không ?

14.18 Dạng 2. Chọn trong các số 5, 8, 9, 12, 13, 15 các bộ ba số có thể là độ dài các cạnh của một tam giác vuông.

14.19* Dạng 2. Cho hình vẽ bên, trong đó $BC = 6$ cm, $AD = 8$ cm. Chứng minh rằng AD vuông góc với BC.

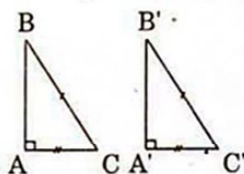


§ 15. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Ngoài các trường hợp bằng nhau đã biết của hai tam giác vuông, còn có trường hợp bằng nhau theo cạnh huyền – cạnh góc vuông.
- Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} = \widehat{A'} = 90^\circ \\ BC = B'C' \\ AC = A'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C' \quad (\text{cạnh huyền - cạnh góc vuông})$$



B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. TÌM HOẶC CHỨNG MINH HAI TAM GIÁC VUÔNG BẰNG NHAU.

Phương pháp giải.

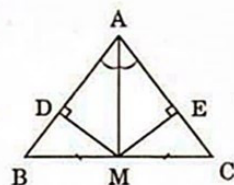
- Xét hai tam giác vuông.
- Kiểm tra điều kiện bằng nhau cạnh – góc – cạnh, hoặc góc – cạnh – góc, hoặc cạnh huyền – góc nhọn, hoặc cạnh huyền – cạnh góc vuông.
- Kết luận hai tam giác bằng nhau.

Ví dụ 1. (Bài 66 tr.137 SGK)
Tìm các tam giác bằng nhau trên hình vẽ bên.

Hướng dẫn.

$\Delta ADM = \Delta AEM$ (cạnh huyền – góc nhọn)
suy ra $MD = ME$, $\Delta MDB = \Delta MEC$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông).

Ta còn suy ra : $AD = AE$, $BD = CE$ nên
 $AB = AC$. Do đó $\Delta AMB = \Delta AMC$ (c.c.c).



Dạng 2. BỔ SUNG THÊM ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI TAM GIÁC VUÔNG BẰNG NHAU

Phương pháp giải.

- Xét xem hai tam giác vuông đã có các yếu tố nào bằng nhau.
- Xét xem cần bổ sung thêm điều kiện nào để hai tam giác bằng nhau (dựa vào các trường hợp bằng nhau của tam giác).

Ví dụ 2. (Bài 64 tr.136 SGK)

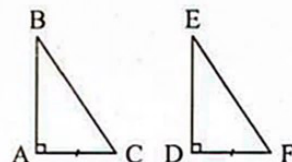
Các tam giác vuông ABC và DEF có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, $AC = DF$.
Hãy bổ sung thêm một điều kiện bằng nhau (về cạnh hay về góc) để $\Delta ABC = \Delta DEF$.

Hướng dẫn.

Bổ sung $AB = DE$ thì
 $\Delta ABC = \Delta DEF$ (c.g.c).

Bổ sung $\widehat{C} = \widehat{F}$ thì
 $\Delta ABC = \Delta DEF$ (g.c.g).

Bổ sung $BC = EF$ thì
 $\Delta ABC = \Delta DEF$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông).



Dạng 3. SỬ DỤNG CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG ĐỂ CHỨNG MINH HAI ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU, HAI GÓC BẰNG NHAU.

Phương pháp giải.

- Chọn hai tam giác vuông có cạnh (góc) là hai đoạn thẳng (góc) cần chứng minh bằng nhau.
- Tìm thêm hai điều kiện bằng nhau, trong đó có một điều kiện về cạnh, để kết luận hai tam giác bằng nhau.
- Suy ra hai cạnh (góc) tương ứng bằng nhau.

Ví dụ 3. (Bài 63 tr.136 SGK)

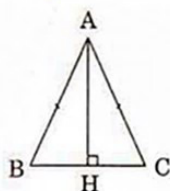
Cho tam giác ABC cân tại A. Kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$). Chứng minh rằng :

- $HB = HC$;
- $\widehat{BAH} = \widehat{CAH}$.

Hướng dẫn.

a) $\triangle AHB = \triangle AHC$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông)
 $\Rightarrow HB = HC$.

b) $\triangle AHB = \triangle AHC \Rightarrow \widehat{BAH} = \widehat{CAH}$.



Ví dụ 4. (Bài 65 tr.137 SGK)

Cho tam giác ABC cân tại A ($\widehat{A} < 90^\circ$). Vẽ $BH \perp AC$ ($H \in AC$)
 $CK \perp AB$ ($K \in AB$).

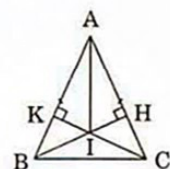
a) Chứng minh rằng $AH = AK$.

b) Gọi I là giao điểm của BH và CK. Chứng minh rằng AI là tia phân giác của góc A.

Hướng dẫn.

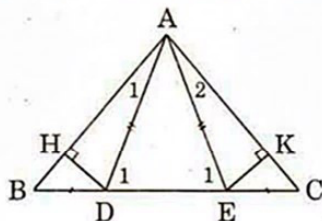
a) $\triangle ABH = \triangle ACK$ (cạnh huyền – góc nhọn)
 $\Rightarrow AH = AK$

b) $\triangle AIH = \triangle AIK$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông)
 $\Rightarrow \widehat{IAH} = \widehat{IAK} \Rightarrow AI$ là tia phân giác của góc A.



C. LUYỆN TẬP

15.1 Dạng 1. Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau :



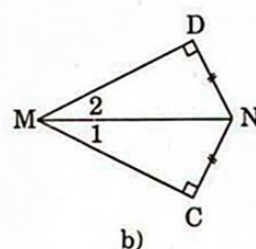
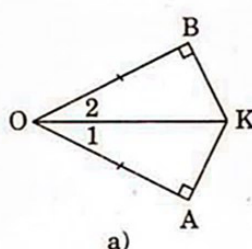
15.2 Dạng 1. Chứng minh rằng : Nếu một cạnh góc vuông và góc nhọn đối diện với cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và góc nhọn đối diện với cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

15.3 Dạng 2. Các tam giác ABC và DMN có $\widehat{B} = \widehat{M} = 90^\circ$, $\widehat{A} = \widehat{D}$. Hãy bổ sung thêm một điều kiện bằng nhau để $\triangle ABC = \triangle DMN$.

15.4 Dạng 3. Cho hình vẽ dưới đây. Chứng minh rằng :

a) OK là tia phân giác của góc O.

b) MN là tia phân giác của góc M.



15.5 Dạng 3. Cho tam giác ABC cân tại C. Các đường trung trực của CA và của CB cắt nhau tại I. Chứng minh rằng CI là tia phân giác của góc C.

15.6 Dạng 3. Cho tam giác ABC cân tại B. Qua A kẻ đường vuông góc với AB, qua C kẻ đường vuông góc với CB, chúng cắt nhau ở K. Chứng minh rằng BK là tia phân giác của góc B.

15.7 Dạng 3. Cho tam giác ABC. Các tia phân giác của góc B và C cắt nhau ở I. Kẻ $ID \perp AB$ ($D \in AB$), kẻ $IE \perp AC$ ($E \in AC$). Chứng minh rằng $ID = IE$.

15.8* Dạng 3. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Tia phân giác của góc A cắt đường trung trực của BC tại I. Qua I kẻ các đường thẳng vuông góc với hai cạnh của góc A, cắt các tia AB và AC theo thứ tự tại H và K. Chứng minh rằng :

a) $AH = AK$;

b) $BH = CK$;

c) $AK = \frac{AC + AB}{2}$, $CK = \frac{AC - AB}{2}$..

ÔN TẬP CHƯƠNG 2

A. BÀI TẬP ÔN TRONG SGK

Dạng 1. CHỌN CÂU PHÁT BIỂU ĐÚNG. CHO MỘT HỆ QUẢ, TÌM ĐỊNH LÝ TRỰC TIẾP SUY RA HỆ QUẢ ĐÓ.

Phương pháp giải.

Liên hệ đến các kiến thức lý thuyết tương ứng để trả lời.

Ví dụ 1. (Bài 67 tr.140 SGK)

Điền dấu “x” vào chỗ trống (...) một cách thích hợp :

Câu	Đúng	Sai
1. Trong một tam giác, góc nhỏ nhất là góc nhọn	...	...
2. Trong một tam giác, có ít nhất là hai góc nhọn	...	...
3. Trong một tam giác, góc lớn nhất là góc tù	...	...
4. Trong một tam giác vuông, hai góc nhọn bù nhau	...	...
5. Nếu $\hat{A}$ là góc ở đáy của một tam giác cân thì $\hat{A} < 90^\circ$	...	...
6. Nếu $\hat{A}$ là góc ở đỉnh của một tam giác cân thì $\hat{A} < 90^\circ$	...	...

Hướng dẫn.

Câu 1 đúng, câu 2 đúng. Câu 3 sai. Chẳng hạn trong tam giác vuông, góc lớn nhất là góc vuông. Câu 4 sai. Sửa lại cho đúng: Trong một tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau. Câu 5 đúng. Câu 6 sai. Chẳng hạn có tam giác cân mà góc ở đỉnh bằng 100° .

Ví dụ 2. (Bài 68 tr.141 SGK)

Các tính chất sau đây được suy ra trực tiếp từ định lý nào?

- Góc ngoài của một tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó.
- Trong một tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau.
- Trong một tam giác đều, các góc bằng nhau.
- Nếu một tam giác có ba góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều.

Hướng dẫn.

Các câu a, b được suy ra từ định lý "Tổng ba góc của một tam giác bằng 180° ".

Câu c được suy ra từ định lý "Trong tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau".

Câu d được suy ra từ định lý: "Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân".

Dạng 2. SỬ DỤNG TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC ĐỂ CHỨNG MINH HAI ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU, HAI GÓC BẰNG NHAU; TỪ ĐÓ NHẬN BIẾT TIA PHÂN GIÁC CỦA GÓC, ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG, HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC.

Ví dụ 3. (Bài 69 tr.141 SGK)

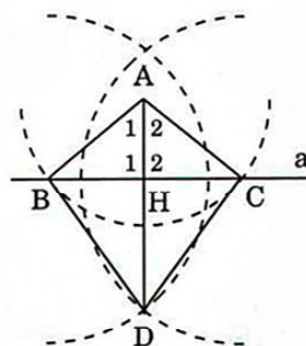
Cho điểm A nằm ngoài đường thẳng a. Vẽ cung tròn tâm A cắt

đường thẳng a ở B và C. Vẽ các cung tròn tâm B và tâm C có cùng bán kính sao cho chúng cắt nhau tại một điểm khác A, gọi điểm đó là D. Hãy giải thích vì sao AD vuông góc với đường thẳng a.

Hướng dẫn.

$$\triangle ABD = \triangle ACD \text{ (c.c.c)} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2.$$

Gọi H là giao điểm của AD và a. Ta có $\triangle AHB = \triangle AHC$ (c.g.c), từ đó chứng minh được $AH \perp a$, tức là $AD \perp a$.



Dạng 3. NHẬN BIẾT TAM GIÁC VUÔNG, TAM GIÁC CÂN, TAM GIÁC VUÔNG CÂN, TAM GIÁC ĐỀU.

Phương pháp giải.

- Để nhận biết tam giác vuông, cần chứng tỏ một góc của tam giác bằng 90° . Có trường hợp phải sử dụng định lý đảo của định lý Py-ta-go.
- Để nhận biết tam giác cân, cần chứng tỏ hai cạnh bằng nhau, hoặc hai góc bằng nhau.
- Để nhận biết tam giác vuông cân, cần chứng tỏ tam giác đó vuông có hai cạnh bằng nhau, hoặc có hai góc bằng nhau, hoặc có một góc 45° .
- Để nhận biết tam giác đều, cần chứng tỏ tam giác đó có ba cạnh bằng nhau, hoặc ba góc bằng nhau, hoặc hai góc bằng 60° , hoặc chứng tỏ đó là tam giác cân có một góc bằng 60° .

Ví dụ 4. (Bài 70 tr.141 SGK)

Cho tam giác ABC cân tại A. Trên tia đối của tia BC lấy điểm M, trên tia đối của tia CB lấy điểm N sao cho $BM = CN$.

a) Chứng minh rằng $\triangle AMN$ là tam giác cân.

b) Kẻ $BH \perp AM$ ($H \in AM$), kẻ $CK \perp AN$ ($K \in AN$). Chứng minh rằng $BH = CK$.

c) Chứng minh rằng $AH = AK$.

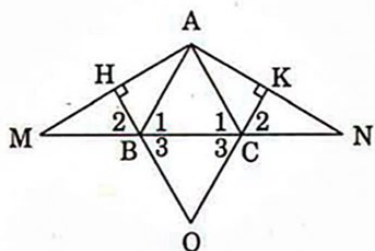
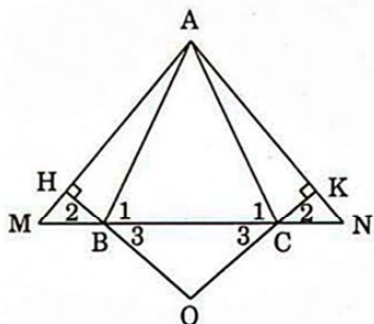
d) Gọi O là giao điểm của HB và KC. Tam giác OBC là tam giác gì? Vì sao?

e) Khi $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $BM = CN = BC$, hãy tính số đo các góc của tam giác AMN và xác định dạng của tam giác OBC.

Hướng dẫn.

- a) $\triangle ABC$ cân $\Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 \Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{ACN}$.
 $\triangle ABM = \triangle ACN$ (c.g.c) suy ra
 $\widehat{M} = \widehat{N} \Rightarrow \triangle AMN$ là tam giác cân.
 b) $\triangle BHM = \triangle CKN$ (cạnh huyền
 – góc nhọn) $\Rightarrow BH = CK$.
 c) $\triangle ABH = \triangle ACK$ (cạnh huyền
 – cạnh góc vuông) suy ra $AH = AK$.
 d) $\triangle BHM = \triangle CKN$ (câu b) suy
 ra $\widehat{B}_2 = \widehat{C}_2 \Rightarrow \widehat{B}_3 = \widehat{C}_3 \Rightarrow \triangle OBC$ là tam
 giác cân.
 e) $\triangle ABC$ cân có $\widehat{BAC} = 60^\circ$
 nên là tam giác đều suy ra $\widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 = 60^\circ$.
 $\triangle ABM$ có $AB = BM$ (cùng bằng BC) nên là tam giác cân, do
 $\widehat{ABM} = 120^\circ$ nên

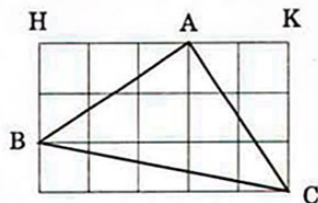
$$\widehat{M} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ.$$
 Tương tự $\widehat{N} = 30^\circ$. $\triangle AMN$ có
 $\widehat{M} = \widehat{N} = 30^\circ$, $\widehat{MAN} = 120^\circ$.
 $\triangle MHB$ vuông có $\widehat{M} = 30^\circ$ nên
 $\widehat{B}_2 = 60^\circ$, suy ra $\widehat{B}_3 = 60^\circ$. $\triangle OBC$ cân
 (câu d) có $\widehat{B}_3 = 60^\circ$ nên là tam giác đều.



Ví dụ 5. (Bài 71 tr.141 SGK)
 Tam giác ABC trên giấy kẻ ô vuông (Hình 151 SGK) là tam
 giác gì? Vì sao?

Hướng dẫn.

- $\triangle AHB = \triangle CKA$ (c.g.c) $\Rightarrow AB = CA$,
 $\widehat{BAH} = \widehat{ACK}$.
 Ta lại có: $\widehat{ACK} + \widehat{CAK} = 90^\circ$ nên
 $\widehat{BAH} + \widehat{CAK} = 90^\circ$. Do đó $\widehat{BAC} = 90^\circ$.
 Vậy $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân.



Hình 151 (SGK)

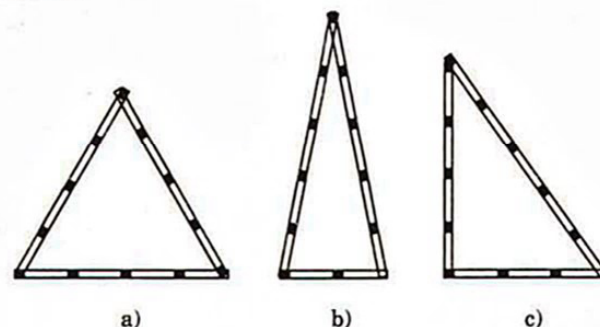
Ví dụ 6. (Bài 72 tr.141 SGK)

Đố vui: Dùng đồ Cường dùng 12 que diêm bằng nhau để xếp
 thành:

- a) Một tam giác đều;
 b) Một tam giác cân mà không đều;
 c) Một tam giác vuông.
 Em hãy giúp Cường trong từng trường hợp trên.

Hướng dẫn.

Xem hình vẽ.



Dạng 4. TÍNH ĐỘ DÀI CẠNH CỦA TAM GIÁC VUÔNG.

Phương pháp giải.

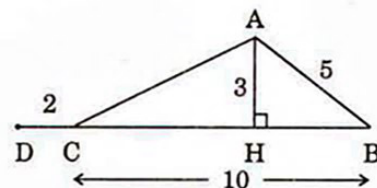
Sử dụng Định lý Py-ta-go.

Ví dụ 7. (Bài 73 tr.141 SGK)

Đố: Trên hình 152 (SGK), một cầu trượt có đường lên BA dài
 5m, độ cao AH là 3m, độ dài BC là 10m và CD là 2m. Bạn Mai
 nói rằng đường trượt tổng cộng ACD gấp hơn hai lần đường lên
 BA. Bạn Vân nói rằng điều đó không đúng. Ai đúng, ai sai?

Hướng dẫn.

- $\triangle AHB$ vuông tại H nên:
 $HB^2 = AB^2 - AH^2 = 5^2 - 3^2 = 16$
 $HB = 4m$.
 $HC = 10 - 4 = 6(m)$.
 $\triangle AHC$ vuông tại H nên:



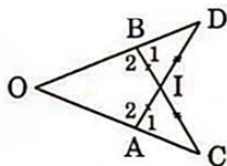
$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = 3^2 + 6^2 = 45.$$

Suy ra $AC = \sqrt{45} \approx 6,7$ (m).

Độ dài đường trượt ACD bằng : $6,7 + 2 = 8,7$ (m), chưa bằng hai lần đường lên BA. Vậy Vân đúng, Mai sai.

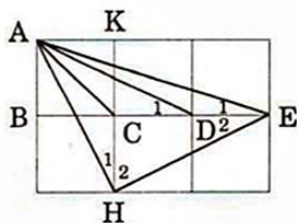
B. BÀI TẬP ÔN BỔ SUNG

- Dạng 1. Chọn câu phát biểu đúng trong các câu sau :
 a) Trong một tam giác, không thể có hai góc tù.
 b) Góc ngoài của tam giác phải là góc tù.
 c) Nếu cạnh đáy và góc đối diện với cạnh ấy của tam giác cân này bằng cạnh đáy và góc đối diện với cạnh ấy của tam giác cân kia thì hai tam giác đó bằng nhau.
 d) Nếu hai cạnh và một góc của tam giác này bằng hai cạnh và một góc của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.
- Dạng 2 và 3. Cho tam giác ABC cân tại A. Điểm D thuộc cạnh AB, điểm E thuộc cạnh AC sao cho $AD = AE$. Gọi K là giao điểm của BE và CD. Chứng minh rằng :
 a) $BE = CD$; b) $\triangle KBD = \triangle KCE$;
 c) AK là tia phân giác của góc A ; d) $\triangle KBC$ là tam giác cân.
- Dạng 2 và 3. Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy điểm D trên cạnh AB, điểm E trên tia đối của tia CA sao cho $BD = CE$. Gọi M là giao điểm của DE và BC. Chứng minh rằng $DM = ME$.
- Dạng 2. Cho hình vẽ sau đây. Chứng minh rằng $OA = OB$.



- 5*. Dạng 2 và 3. Cho hình vẽ bên trên giấy kẻ ô vuông. Chứng minh rằng :

- $\widehat{E}_2 = \widehat{H}_1$;
- $\triangle AHE$ vuông cân ;
- $\widehat{D}_1 = \widehat{H}_1$;
- $\widehat{D}_1 + \widehat{E}_1 = 45^\circ$.



- Dạng 3 và 4. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 60^\circ$, $AB = 7\text{cm}$, $BC = 15\text{cm}$. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi H là trung điểm của BD.
 a) Tính độ dài HD ;
 b) Tính độ dài AC ;
 c) Tam giác ABC có là tam giác vuông hay không ?

Phụ lục

HƯỚNG DẪN VỀ PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH HÌNH HỌC

I. BÀI TOÁN CHỨNG MINH HÌNH HỌC

Ở lớp 7, chúng ta bắt đầu làm quen với một dạng toán mới : Chứng minh hình học.

Chứng minh một bài toán hình học là dựa vào những điều đã biết (gồm giả thiết của bài toán, các định nghĩa, tiên đề, định lý đã học) và bằng cách suy luận đúng đắn để chứng tỏ rằng kết luận của bài toán là đúng.

Dạng chung của bài toán chứng minh là $A \Rightarrow B$, trong đó A là giả thiết của bài toán, B là kết luận của bài toán.

II. TÌM TÒI CÁCH CHỨNG MINH MỘT BÀI TOÁN HÌNH HỌC

Để tìm cách chứng minh một bài toán hình học, ta thường làm các bước sau :

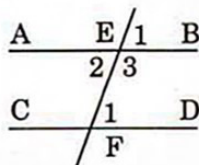
1. Nghiên cứu đề toán

Đọc kĩ đề toán để hiểu rõ : Đề bài cho những gì ? Đề bài yêu cầu chứng minh điều gì ? Từ đó viết tóm tắt đề bài dưới dạng giả thiết và kết luận.

2. Tìm hiểu nội dung của giả thiết

Dựa vào các kiến thức đã học, tìm xem : Từ nội dung của giả thiết, ta có thể suy ra các tính chất gì, các quan hệ gì ?

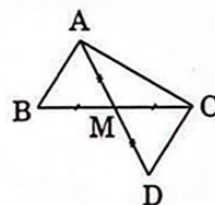
Chẳng hạn đề bài cho $AB \parallel CD$ (Hình bên), ta suy ra : $\widehat{E}_1 = \widehat{F}_1$, $\widehat{E}_2 = \widehat{F}_1$, $\widehat{E}_3 + \widehat{F}_1 = 180^\circ \dots$



3. Tìm hiểu nội dung của kết luận

Tìm xem : Để đi đến kết luận, ta cần phải chứng minh điều gì ? Trong các điều ấy, điều nào đã biết, điều nào còn phải chứng minh.

Chẳng hạn : Đề bài yêu cầu chứng minh $\Delta AMB = \Delta DMC$ (Hình bên), đã cho $MB = MC$, $MD = MA$, thế thì ta còn phải chứng minh $\widehat{AMB} = \widehat{DMC}$.



4. Nối từ giả thiết đến kết luận

Trong quá trình tìm tòi lời giải, ta thường dùng phương pháp phân tích đi lên :

Để chứng minh B (là kết luận), ta tìm cách chứng minh C.

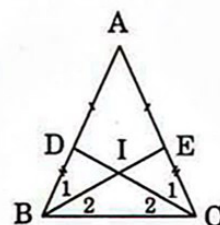
Để chứng minh C, ta tìm cách chứng minh D, ... , cuối cùng ta tìm cách chứng minh H.

Nếu từ giả thiết mà ta chứng minh được H thì ta đã tìm được cách giải bài toán bằng cách “nối” từ giả thiết đến kết luận.

$$A \Rightarrow H \Rightarrow \dots \Rightarrow D \Rightarrow C \Rightarrow B$$

Ví dụ : Cho hình vẽ bên. Hãy chứng minh ΔBIC là tam giác cân

GT(*)	ΔABC , $AD = AE$ $BD = CE$
KL	ΔBIC cân



Phân tích đi lên :

- Để chứng tỏ ΔBIC cân, ta chứng minh $\widehat{B}_2 = \widehat{C}_2$.

- Ta đã biết $\widehat{B} = \widehat{C}$ nên để chứng minh $\widehat{B}_2 = \widehat{C}_2$, ta cần chứng minh $\widehat{B}_1 = \widehat{C}_1$, muốn vậy cần chứng minh $\Delta ABE = \Delta ACD$.

- ΔABE và ΔACD bằng nhau theo trường hợp cạnh – góc – cạnh.

III. CÁCH TRÌNH BÀY BÀI TOÁN CHỨNG MINH HÌNH HỌC

Sau khi vẽ hình, ghi kí hiệu, ghi giả thiết và kết luận, ta trình bày chứng minh theo trình tự ngược lại của bước phân tích đi lên, tức là ta trình

(*) Để cho gọn, các yếu tố thẳng hàng, nằm giữa, các giao điểm đã được thể hiện trên hình, ta có thể không ghi vào phần giả thiết.

bày lời giải theo phương pháp tổng hợp.

Chẳng hạn trình bày theo lời giải của ví dụ trên như sau :

$\triangle ABE$ và $\triangle ACD$ có :

$AE = AD$ (giả thiết) ;

$\widehat{A}$ là góc chung ;

$AB = AC$ (tổng của hai đoạn thẳng bằng nhau) .

Do đó $\triangle ABE = \triangle ACD$ (c.g.c), suy ra $\widehat{B}_1 = \widehat{C}_1$.

$\triangle ABC$ có $AB = AC$ nên là tam giác cân. Suy ra $\widehat{B} = \widehat{C}$. Do đó $\widehat{B} - \widehat{B}_1 = \widehat{C} - \widehat{C}_1$, tức là $\widehat{B}_2 = \widehat{C}_2$.

$\triangle BIC$ có hai góc bằng nhau nên là tam giác cân.

IV. CÁCH TRÌNH BÀY BÀI TOÁN CHỨNG MINH HÌNH HỌC THEO PHƯƠNG PHÁP PHẢN CHỨNG

Một số bài toán hình học được chứng minh bằng phương pháp phản chứng.

Chứng minh phản chứng gồm ba bước :

- Bước 1 (phủ định kết luận) : Giả sử có điều trái với kết luận của bài toán.

- Bước 2 (đưa đến mâu thuẫn) : Từ điều giả sử trên, từ giả thiết của bài toán và các kiến thức đã học, ta suy ra điều mâu thuẫn với giả thiết hay với một kiến thức đã học.

- Bước 3 (khẳng định kết luận) : Vậy kết luận của bài toán là đúng.

Ví dụ : Chứng minh rằng từ tiên đề O-clit, ta suy ra : Nếu hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng ấy song song.

GT	$a // c$ $b // c$
KL	$a // b$

- Bước 1 : Giả sử a không song song với b .

- Bước 2 : Thế thì a và b cắt nhau tại một điểm, gọi giao điểm đó là M . Qua M ta có hai đường thẳng phân biệt a và b cùng song song với đường thẳng c , điều này mâu thuẫn với tiên đề O-clit.

- Bước 3 : Vậy a phải song song với b .

HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP

PHẦN SỐ HỌC

Chương 1. SỐ HỮU TỈ – SỐ THỰC

§ 1. TẬP HỢP Q CÁC SỐ HỮU TỈ

$$1.1 \quad -5 \notin \mathbb{N}; \quad -5 \in \mathbb{Z}; \quad -5 \in \mathbb{Q}.$$

$$\frac{-6}{7} \notin \mathbb{Z}; \quad \frac{-6}{7} \in \mathbb{Q}; \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Q}.$$

$$1.2 \quad \frac{6}{-15}; \frac{-14}{35}; \frac{4}{-10}.$$

$$1.3 \quad a) \frac{1}{-2} < \frac{-1}{3}; \quad b) \frac{-2}{3} < 0; \quad c) -0,125 = \frac{1}{-8}.$$

$$1.4 \quad -3 \in \mathbb{Z}; \quad -3 \in \mathbb{Q}; \quad 10 \in \mathbb{N}; \quad 10 \in \mathbb{Z};$$

$$10 \in \mathbb{Q}; \quad \frac{2}{9} \in \mathbb{Q}; \quad \frac{-3}{7} \in \mathbb{Q}.$$

$$1.5 \quad a) \frac{-1}{7} = \frac{-5}{35}; \quad b) \frac{5}{19} \neq \frac{1}{4}.$$

$$1.6 \quad \frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}; \quad \frac{c}{d} = \frac{bc}{bd}, \text{ do đó } \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc.$$

$$1.7 \quad c = \frac{c}{1}. \text{ Theo bài 1.6, ta có } \frac{a}{b} < \frac{c}{1} \Leftrightarrow a \cdot 1 < b \cdot c \text{ hay } a < bc.$$

$$1.8 \quad \text{Theo bài 1.6, ta có } \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow ad < bc. \text{ Suy ra}$$

$$ad + ab < bc + ba$$

$$a(b + d) < b(a + c)$$

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d}$$

(1)

$$\text{Mặt khác : } ad < bc \Rightarrow ad + cd < bc + cd$$

$$d(a + c) < (b + d)c$$

$$\frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

(2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

1.9 Áp dụng kết quả Bài tập 1.8. Chẳng hạn:

$$a) \frac{-1}{3} < \frac{-1}{4} \Rightarrow \frac{-1}{3} < \frac{(-1)+(-1)}{3+4} < \frac{-1}{4} \Rightarrow \frac{-1}{3} < \frac{-2}{7} < \frac{-1}{4}.$$

$$\frac{-1}{3} < \frac{-2}{7} \Rightarrow \frac{-1}{3} < \frac{(-1)+(-2)}{3+7} < \frac{-2}{7} \Rightarrow \frac{-1}{3} < \frac{-3}{10} < \frac{-2}{7}.$$

$$\frac{-2}{7} < \frac{-1}{4} \Rightarrow \frac{-2}{7} < \frac{(-2)+(-1)}{7+4} < \frac{-1}{4} \Rightarrow \frac{-2}{7} < \frac{-3}{11} < \frac{-1}{4}.$$

Vậy ta có: $\frac{-1}{3} < \frac{-3}{10} < \frac{-2}{7} < \frac{-3}{11} < \frac{-1}{4}$.

b) Chẳng hạn: $\frac{-1}{100} < \frac{-1}{300} < 0 < \frac{1}{300} < \frac{1}{100}$.

1.10 Ta có: $\frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n} \Leftrightarrow a(b+n) < b(a+n) \Leftrightarrow ab+an < ab+bn$

$$\Leftrightarrow a < b \text{ (vì } n > 0)$$

Như vậy: $\frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n} \Leftrightarrow a < b$. Tương tự: $\frac{a}{b} > \frac{a+n}{b+n} \Leftrightarrow a > b$.

$$1.11 a) \frac{3}{7} < \frac{3+8}{7+8} = \frac{11}{15};$$

$$b) \frac{-11}{6} < \frac{-11+3}{6+3} = \frac{-8}{9};$$

$$c) \frac{297}{16} > \frac{297+9}{16+9} = \frac{306}{25};$$

$$d) \frac{-265}{317} < \frac{-265+16}{317+16} = \frac{-249}{333} = \frac{-83}{111}.$$

(Áp dụng kết quả Bài 1.10)

1.12 Áp dụng tính chất: Nếu $x, y, z \in \mathbb{Q}$ mà $x < y, y < z$ thì $x < z$.

$$a) \frac{2002}{2003} < 1 < \frac{14}{13} \Rightarrow \frac{2002}{2003} < \frac{14}{13};$$

$$b) \frac{-27}{463} < 0 < \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{-27}{463} < \frac{1}{3};$$

$$c) \frac{-33}{37} > \frac{-33}{35} > \frac{-34}{35} \Rightarrow \frac{-33}{37} > \frac{-34}{35}.$$

$$1.13 a) \frac{-1}{17} > \frac{-3}{17} > \frac{-9}{17} > \frac{-11}{17} > \frac{-12}{17} > \frac{-14}{17} > \frac{-16}{17};$$

$$b) \frac{-5}{11} > \frac{-5}{9} > \frac{-5}{8} > \frac{-5}{7} > \frac{-5}{4} > \frac{-5}{3} > \frac{-5}{2};$$

$$c) \frac{-2}{3} > \frac{-3}{4} > \frac{-7}{8} > \frac{-18}{19} > \frac{-27}{28}.$$

$$1.14 a) a > 3;$$

$$b) a < 3;$$

$$c) a = 3.$$

$$1.15 a) a < \frac{1}{2};$$

$$b) a > \frac{1}{2};$$

$$c) a = \frac{1}{2}.$$

$$1.16 x = \frac{a-5}{a} = 1 - \frac{5}{a}; x \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{5}{a} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow a \in U(5) \Leftrightarrow a \in \{\pm 1; \pm 5\}.$$

$$1.17 x = \frac{a-3}{2a}.$$

$$x \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow (a-3):2a \Leftrightarrow 2(a-3):2a \Leftrightarrow 2a-6:2a \Leftrightarrow 6:2a \Leftrightarrow 3:a.$$

$$a \in U(3) \Leftrightarrow a \in \{\pm 1; \pm 3\}$$

§ 2. CỘNG, TRỪ SỐ HỮU TỈ

$$2.1 a) \frac{4}{15};$$

$$b) \frac{-15}{26};$$

$$c) \frac{-21}{8} = -2\frac{5}{8}.$$

$$2.2 a) \frac{7}{30};$$

$$b) \frac{11}{84};$$

$$c) -5\frac{3}{4}.$$

$$2.3 \frac{-8}{15} = \frac{(-1)+(-7)}{15} = \frac{(-2)+(-6)}{15} = \frac{(-3)+(-5)}{15}$$

$$\text{Do đó: } \frac{-8}{15} = \frac{-1}{15} + \frac{-7}{15}; \frac{-8}{15} = \frac{-2}{15} + \frac{-6}{15} = \frac{-2}{15} + \frac{-2}{5};$$

$$\frac{-8}{15} = \frac{-3}{15} + \frac{-5}{15} = \frac{-1}{5} + \frac{-1}{3}.$$

$$2.4 \frac{-8}{15} = \frac{1-9}{15} = \frac{2-10}{15} = \frac{3-11}{15}.$$

$$\text{Do đó: } \frac{-8}{15} = \frac{1}{15} - \frac{9}{15} = \frac{1}{15} - \frac{3}{5}; \frac{-8}{15} = \frac{2}{15} - \frac{10}{15} = \frac{2}{15} - \frac{2}{3};$$

$$\frac{-8}{15} = \frac{3}{15} - \frac{11}{15} = \frac{1}{5} - \frac{11}{15}.$$

$$2.5 \frac{-8}{15} = \frac{9+(-17)}{15} = \frac{10+(-18)}{15} = \frac{11+(-15)}{15}.$$

$$\text{Do đó: } \frac{-8}{15} = \frac{9}{15} + \frac{-17}{15} = \frac{3}{5} + \frac{-17}{15} = \frac{3}{5} + \left(-1\frac{2}{15}\right);$$

$$\frac{-8}{15} = \frac{10}{15} + \frac{-18}{15} = \frac{2}{3} + \frac{-6}{5} = \frac{2}{3} + \left(-1\frac{1}{5}\right);$$

$$\frac{-8}{15} = \frac{11}{15} + \frac{-19}{15} = \frac{11}{15} + \left(-1\frac{4}{15}\right).$$

$$2.6 \quad \frac{-8}{15} = \frac{-7-1}{15} = \frac{-6-2}{15} = \frac{-5-3}{15}.$$

$$\text{Do đó: } \frac{-8}{15} = \frac{-7}{15} - \frac{1}{15}; \quad \frac{-8}{15} = \frac{-6}{15} - \frac{2}{15} = \frac{-2}{5} - \frac{2}{15};$$

$$\frac{-8}{15} = \frac{-5}{15} - \frac{3}{15} = \frac{-1}{3} - \frac{1}{5}.$$

$$2.7 \quad \text{a) } \frac{1}{15}; \quad \text{b) } \frac{1}{2}; \quad \text{c) } \frac{24}{23} = 1\frac{1}{23}.$$

$$2.8 \quad \text{a) } A = \frac{-43}{30} = -1\frac{13}{30}; \quad \text{b) } B = \frac{53}{24} = 2\frac{5}{24}.$$

$$2.9 \quad \text{a) } x = \frac{1}{6}; \quad \text{b) } x = \frac{1}{6}.$$

$$2.10 \quad \text{a) } x = \frac{2}{5}; \quad \text{b) } x = -\frac{59}{140}.$$

$$2.11 \quad A = \frac{-97}{15} = -6\frac{7}{15}.$$

$$2.12 \quad \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{5} + \frac{1}{15}\right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{9} + \frac{1}{36}\right) + \frac{1}{64} = 1 - 1 + \frac{1}{64} = \frac{1}{64}.$$

$$2.13 \quad \text{Nhóm từng cặp: } \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{3}{5} + \frac{3}{5}\right) + \dots. \text{ Kết quả là: } \frac{13}{15}.$$

$$\begin{aligned} 2.14 \quad P &= \frac{1}{99} - \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{97.98} + \frac{1}{98.99}\right) \\ &= \frac{1}{99} - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{98} + \frac{1}{98} - \frac{1}{99}\right) \\ &= \frac{1}{99} - \left(1 - \frac{1}{99}\right) = \frac{1}{99} - \frac{98}{99} = -\frac{97}{99}. \end{aligned}$$

$$2.15 \quad \text{a) } [x] = -1; \quad \text{b) } [x] = -2.$$

$$2.16 \quad \text{a) Ta có: } x - \frac{1}{4} < -2 \Rightarrow x < -2 + \frac{1}{4} \Rightarrow x < -\frac{7}{4}. \text{ Suy ra:}$$

$$-2 < x < -\frac{7}{4} < -1 \Rightarrow [x] = -2.$$

$$\text{b) Ta có: } x + 0,5 > -3 \Rightarrow x > -3 - 0,5 \Rightarrow x > -3,5. \text{ Suy ra:}$$

$$-4 < -3,5 < x < -3 \Rightarrow [x] = -4.$$

$$2.17 \quad \text{a) } x = -\frac{5}{4} \Rightarrow [x] = -2, \quad \{x\} = -\frac{5}{4} + 2 = \frac{3}{4}.$$

$$\text{b) } x = -2\frac{4}{9} \Rightarrow [x] = -3, \quad \{x\} = -2\frac{4}{9} + 3 = \frac{5}{9}.$$

$$2.18 \quad \text{a) } [x] = 4; \quad \text{b) } [x] = -5; \quad \text{c) } [x] = 0; \quad \text{d) } [x] = -1.$$

$$2.19 \quad \text{Theo định nghĩa: } [x] \leq x < [x] + 1, \text{ suy ra:}$$

$$n + [x] \leq n + x < n + [x] + 1.$$

Vậy $n + [x]$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá $n + x$, tức là $n + [x] = [n + x]$.

$$2.20 \quad \text{Theo định nghĩa, ta có: } [x] \leq x < [x] + 1; [y] \leq y < [y] + 1. \text{ Vì } x \geq y, \text{ suy ra } [y] \leq y \leq x < [x] + 1. \text{ Do đó } [x] + 1 > [y]. \text{ Vậy } [x] \geq [y]. \text{ Điều}$$

ngược lại không đúng. Chẳng hạn $x = 5, y = 5\frac{1}{2}$ thì $[x] = [y]$ nhưng

$x < y$.

$$2.21 \quad \text{Theo định nghĩa: } [x] \leq x < [x] + 1; [y] \leq y < [y] + 1.$$

Suy ra $[x] + [y] \leq x + y$. Vậy $[x] + [y]$ là số nguyên không vượt quá $x + y$. Ta lại có $[x + y]$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá $x + y$.

Vậy rõ ràng ta có: $[x] + [y] \leq [x + y]$.

§ 3. NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

$$3.1 \quad \text{a) } \frac{-9}{8} = -1\frac{1}{8}; \quad \text{b) } \frac{16}{41}; \quad \text{c) } -10.$$

$$3.2 \quad \text{a) } \frac{-2}{3}; \quad \text{b) } \frac{-21}{20} = -1\frac{1}{20}; \quad \text{c) } \frac{75}{68} = 1\frac{7}{68}.$$

$$3.3 \quad \text{a) } -\frac{10}{3} = -3\frac{1}{3}; \quad \text{b) } -\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}; \quad \text{c) } -\frac{12}{5} = -2\frac{2}{5}.$$

$$3.4 \quad \text{a) } \frac{17}{20}; \quad \text{b) } \frac{-86}{119}; \quad \text{c) } \frac{-3}{7}; \quad \text{d) } \frac{407}{14} = 29\frac{1}{14}.$$

$$3.5 \quad \text{a) Áp dụng tính chất: } \frac{x}{z} - \frac{y}{z} = \frac{x-y}{z}, \text{ ta có:}$$

$$\frac{25,79}{6} - \frac{1,79}{6} = \frac{25,79 - 1,79}{6} = 4.$$

3.6 b) $6\frac{9}{11} : (-3) = \left(6 + \frac{9}{11}\right) : (-3) = 6 : (-3) + \frac{9}{11} : (-3) = -2 + \frac{-3}{11} = -2\frac{3}{11}$

$\frac{-5}{42} = \frac{1 \cdot (-5)}{2 \cdot 21} = \frac{1}{2} \cdot \frac{-5}{21} = \frac{1}{21} \cdot \frac{-5}{2}$; $\frac{-5}{42} = \frac{1 \cdot (-5)}{3 \cdot 14} = \frac{1}{3} \cdot \frac{-5}{14} = \frac{1}{14} \cdot \frac{-5}{3}$;
 $\frac{-5}{42} = \frac{1 \cdot (-5)}{6 \cdot 7} = \frac{1}{6} \cdot \frac{-5}{7} = \frac{1}{7} \cdot \frac{-5}{6}$.

3.7 $\frac{13}{66} = \frac{1 \cdot 13}{2 \cdot 33} = \frac{1}{2} \cdot \frac{13}{33} = \frac{1}{33} \cdot \frac{13}{2} = \frac{1}{33} \cdot \frac{2}{13}$;
 $\frac{13}{66} = \frac{1 \cdot 13}{3 \cdot 22} = \frac{1}{3} \cdot \frac{13}{22} = \frac{1}{22} \cdot \frac{13}{3} = \frac{1}{22} \cdot \frac{3}{13}$;
 $\frac{13}{66} = \frac{1 \cdot 13}{6 \cdot 11} = \frac{1}{6} \cdot \frac{13}{11} = \frac{1}{11} \cdot \frac{13}{6} = \frac{1}{11} \cdot \frac{6}{13}$.

3.8 a) $-\frac{13}{3} = -4\frac{1}{3}$; b) $-\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}$.

3.9 a) $A = 12 \cdot [6,99 - (-1,01)] = 12 \cdot (6,99 + 1,01) = 12 \cdot 8 = 96$.
b) $A = 12 \cdot \left(3\frac{1}{4} - 2\frac{2}{3}\right) = 12 \cdot \left(\frac{13}{4} - \frac{8}{3}\right) = 39 - 32 = 7$.

3.10 $M = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{11}}{\frac{13}{4} - \frac{13}{5} + \frac{13}{7} + \frac{13}{11}} = \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{11}\right)}{13 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{11}\right)} = \frac{3}{13}$.

3.11 $A = \left[\left(\frac{-5}{11}\right) \cdot \left(\frac{11}{-5}\right)\right] \cdot \left[\frac{7}{15} \cdot (-30)\right] = 1 \cdot \frac{7 \cdot (-30)}{15} = -14$.
 $B = \frac{-1}{6} \cdot \frac{-15}{19} \cdot \frac{38}{45} = \frac{1 \cdot 15 \cdot 19 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 19 \cdot 3 \cdot 15} = \frac{1}{9}$.
 $C = \frac{3}{11} \cdot \left[\left(-\frac{5}{9}\right) + \left(-\frac{13}{18}\right)\right] = \frac{3}{11} \cdot \frac{-23}{18} = \frac{-23}{66}$.
 $D = \frac{32}{15} \cdot \frac{3}{32} \cdot \left[\frac{9}{17} \cdot \left(-\frac{3}{17}\right)\right] = \frac{32}{15} \cdot \frac{3}{32} \cdot (-3) = -\frac{3}{5}$.

3.12 $P > 0$ thì $x < 0$; $P = 0$ thì $x = 0$; $P < 0$ thì $x > 0$.

3.13 $\frac{3}{4} \cdot \frac{-5}{7} - \frac{6}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{-5}{7} - \frac{6}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{-15}{28} - \frac{12}{35} = \frac{-15 \cdot 5 - 12 \cdot 4}{140} = \frac{-75 - 48}{140} = \frac{-123}{140}$.

3.14 a) $\frac{1}{5} \cdot \frac{-3}{2}$; b) $-3,4$; c) $-12\frac{1}{13}$.

3.15 a) $\frac{-4}{5} : \frac{7}{3}$; b) $-5 : \frac{9}{4}$; c) $\frac{3}{7} : \frac{-1}{2}$; d) $-11 : \frac{1}{13}$.

3.16 a) $x = -\frac{2}{5}$; b) $x = -\frac{1}{6}$; c) $x = \frac{247}{168} = 1\frac{79}{168}$.

3.17 a) $x = \frac{-87}{140}$; b) $x = \frac{26}{21} = 1\frac{5}{21}$; c) $x = \frac{13}{21}$.

3.18 $x \cdot x = x \Rightarrow x \cdot x - x = 0 \Rightarrow x \cdot (x - 1) = 0$. Vậy $x = 0, x = 1$.

3.19 Đặt $\frac{1}{x} = k$ ($k \in \mathbb{Z}$), ta có: $x \cdot \frac{1}{x} = x \cdot k$. Nhưng $x \cdot \frac{1}{x} = 1$ nên
 $x \cdot k = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{k}$ ($k \in \mathbb{Z}, k \neq 0$).

3.20 $\frac{x}{y} = \frac{a}{b} = \frac{ad}{bc}$. Vậy $\frac{x}{y}$ là một số nguyên khi ad là bội của bc .

§ 4. GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ. CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ THẬP PHÂN

4.1 a) $\frac{4}{7}$; b) $\frac{3}{11}$; c) $0,749$; d) $5\frac{1}{7}$.

4.2 a) $x = 0$; b) $x = \pm 1,375$; c) $x = \pm \frac{1}{5}$; d) $x = \pm 3\frac{1}{4}$.

4.3 a) $x = 3,5$; $x = -0,5$. b) $x = -\frac{1}{4}$; $x = -1\frac{1}{4}$.

4.4 Giá trị nhỏ nhất của A là 5 khi $x = 1/3$.

4.5 Giá trị nhỏ nhất của B là 2 khi $x = -2/3$.

4.6 $x = \pm 5, 25$.

4.7 Giá trị nhỏ nhất của C là -1 khi $x = 2/3$.

4.8 Giá trị nhỏ nhất của D là 3 khi $x = 2/5$.

4.9 a) $x > 0$ vì nếu $x \leq 0$ thì $|x| + x = -x + x = 0$.
Vì $x > 0$ nên $|x| + x = x + x = 2x = 1/3$. Vậy $x = 1/6$.
b) $x < 0$ vì nếu $x \geq 0$ thì $|x| - x = x - x = 0$.
Vì $x < 0$ nên $|x| - x = -x - x = -2x = 3/4$. Vậy $x = -3/8$.

4.10 a) Nếu $x \geq 2$ ta được $x - 2 = x$. Không có x nào như vậy.
Nếu $x < 2$ ta được $2 - x = x \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$ thỏa mãn.
b) Nếu $x \geq -2$ ta được $x + 2 = x$: Không có x nào như vậy.

Nếu $x < -2$ ta được $-x-2=x \Rightarrow 2x=-2 \Rightarrow x=-1 > -2$, không thỏa mãn.

4.11 $x=3,5; y=1,3$.

4.12 Vì $|x-3,4| \geq 0; |2,6-x| \geq 0$ nên ta phải có:

$$x-3,4=2,6-x=0, \text{ suy ra } x=3,4 \text{ và } x=2,6.$$

Điều này không thể đồng thời xảy ra. Vậy không tồn tại x thỏa mãn yêu cầu của đề bài.

4.13 $|a|=1,5$ nên $a=1,5$ hoặc $a=-1,5$.

a) Nếu $a=1,5; b=-0,5$ ta có:

$$M=a+b=1,5+(-0,5)=1.$$

$$N=2a-3b=2 \cdot 1,5-3(-0,5)=3+1,5=4,5$$

$$P=a:3-3:b=1,5:3-3:(-0,5)=0,5+6=6,5.$$

b) Nếu $a=-1,5; b=-0,5$ ta có:

$$M=a+b=-1,5+(-0,5)=-2$$

$$N=2a-3b=2(-1,5)-3(-0,5)=-3+1,5=-1,5.$$

$$P=a:3-3:b=-1,5:3-3:(0,5)=-0,5+6=5,5.$$

4.14 Ta đã biết với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$ thì $|x+y| \leq |x|+|y|$. Đẳng thức xảy ra khi $xy \geq 0$. (Ví dụ 6 §.4).

$$\text{Ta có: } A=|x-500|+|x-300|=|x-500|+|300-x|$$

$$\geq |x-300+300-x|=|-200|=200.$$

Vậy $A \geq 200$, A đạt giá trị nhỏ nhất là 200 khi $300 \leq x \leq 500$.

Cách khác: Ta đã biết với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $|x| = |-x|$ và $|x| \geq x$. Do đó,

$$A=|x-500|+|x-300|=|500-x|+|x-300| \geq 500-x+x-300.$$

Suy ra $A \geq 200$.

A đạt giá trị nhỏ nhất là 200 khi $500-x \geq 0$ và $x-300 \geq 0$, tức là khi $300 \leq x \leq 500$.

4.15 Rút gọn các phân số đã cho ta thấy: Các phân số $\frac{-8}{14}, \frac{12}{-21}, \frac{-36}{63}$

cùng biểu diễn số hữu tỉ $\frac{-4}{7}$; các phân số $\frac{6}{27}, \frac{-12}{-54}$ cùng biểu diễn

số hữu tỉ $\frac{2}{9}$.

4.16 Ta có $-0,75 = \frac{-3}{4}$. Ba phân số cùng biểu diễn số hữu tỉ này có thể là

$$\frac{-6}{8}, \frac{-9}{12}, \frac{-12}{16}.$$

4.17 a) $[(+5,3)+(-5,3)]+(-0,7)=-0,7$.

b) $[(+5,3)+(+4,7)+(-10)]+(+3,1)=3,1$.

c) $[(-4,1)+(-5,9)]+[(-13,7)+(-6,3)]+(+31) = (-10)+(-20)+(31)=1$.

4.18 a) $9-3,6-4,1+1,3=2,6$.

b) $5,2-6,7+2,3-4,1=-3,3$.

c) $2,7+4,3-8,5+0,6=-0,9$.

4.19 a) $x=0,7$; b) $x=5,2$; c) $x=2,9$; d) $x=1,1$.

4.20 Bảng vuông này có đặc điểm là tổng các số ở mỗi hàng, mỗi cột, mỗi đường chéo đều bằng 2, 1.

4.21	x	2	1,5	-19,2	-4,3	6
	y	-3	-3,2	-6,3	6,3	9
	z	5,5	-2	13	0	-17
	x+y+z	4,5	-3,7	-12,5	2	-2

4.22 a) 10; b) -70; c) 1; d) -10; e) -1.

4.23 a) -2,3; b) 2,3; c) -4,6; d) -13,8.

4.24 a) $66,3+33,5=100$; b) $66,5-(-33,5)=100$;

c) $66,5+(-33,5)=33$; d) $33,5-66,5=-33$;

e) $66,5-33,5=33$; f) $-33,5-66,5=-100$.

4.25 a) $a-b=2,5-(-6,7)=2,5+6,7=9,2$; b) $b-a=-6,7-2,5=-9,2$.

Hai hiệu này là hai số đối nhau. Rõ ràng $9,2 > -9,2$.

b) $b-d=-6,7-(-0,3)=-6,7+0,3=-6,4$; d) $d-b=6,4$.

c) $b-d=-6,4$; -b-(-d)=d-b=6,4.

d) $b-c=-6,7-3,1=-9,8$; c-b=9,8.

c) $a-b=9,2$; -b-(-a)=a-b=9,2.

f) $c-a=3,1-2,5=0,6$; -c-(-a)=a-c=-0,6.

§ 5., § 6. LŨY THỪA CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ

5.1 $\frac{8}{27}; -\frac{8}{27}; \frac{49}{16}=3\frac{1}{16}; 0,0001$.

5.2 a) $16=2^4$; b) $-\frac{27}{343}=\left(-\frac{3}{7}\right)^3$; c) $0,0001=(0,1)^4$.

5.3 a) $243=3^5$; b) $-\frac{64}{125}=\left(-\frac{4}{5}\right)^3$; c) $0,25=\left(\frac{1}{2}\right)^2$.

5.4 a) 2^8 hoặc 4^4 hoặc 16^2 ; b) 5^6 hoặc 25^3 hoặc 125^2 ;

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^6$ hoặc $\left(\frac{4}{9}\right)^3$ hoặc $\left(\frac{8}{27}\right)^2$.

- 5.5 $\left(\frac{81}{625}\right)^1 = \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \left(-\frac{3}{5}\right)^4 = \left(\frac{9}{25}\right)^2 = \left(-\frac{9}{25}\right)^2$.
- 5.6 a) $\left(-\frac{3}{4}\right)^5 = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^3$; b) $(-0,32)^8 = (-0,32) \cdot \boxed{(-0,32)}^7$;
c) $\boxed{\left(-1\frac{1}{2}\right)}^9 = \left(-1\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)^3$.
- 5.7 a) $x = \left(-\frac{3}{5}\right)^3$; b) $x = \left(\pm\frac{4}{7}\right)^2$.
- 5.8 a) $-\frac{1}{27}$; b) -32 ; c) a^{12} .
- 5.9 a) $x = \left(\frac{1}{2}\right)^3$; b) $x = -\frac{1}{3}$.
- 5.10 a) $-\frac{5}{7}$; b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^n$.
- 5.11 a) $(-0,1)^6 = 0,000001$; b) 1.
- 5.12 $\frac{8^{14}}{4^{12}} = \frac{(2^3)^{14}}{(2^2)^{12}} = \frac{2^{42}}{2^{24}} = 2^{18}$.
- 5.13 $2^{24} = (2^3)^8 = 8^8$; $3^{16} = (3^2)^8 = 9^8$. Vì $8^8 < 9^8$ nên $2^{24} < 3^{16}$.
- 5.14 $(2^2)^{(2^2)} = 4^4 = 256$.
- 5.15 $n^{200} = (n^2)^{100}$; $5^{300} = (3^3)^{100} = 125^{100}$
 $n^{200} < 5^{300}$ hay $(n^2)^{100} < 125^{100} \Rightarrow n^2 < 125$ (*)
Số nguyên lớn nhất thỏa mãn điều kiện (*) là $n = 11$.
- 5.16 $(-1)^{5^2} + 1^{2^5} = (-1)^{25} + 1^{32} = -1 + 1 = 0$.
- 6.17 a) 1; b) 1; c) 4.
- 6.18 a) 216; b) 10 000; c) 64.
- 6.19 a) $10^6 = 1000000$; b) $20^3 = 8000$; c) $30^3 = 27000$;
d) $40^2 = 1600$; e) $1000^3 = 1000000000$; f) $90^2 = 8100$.
- 6.20 $a = 2^{12} \cdot 5^8 = 2^4 \cdot (2^8 \cdot 5^8) = 16 \cdot 10^8 = 1\,600\,000\,000$.
Vậy số a có 10 chữ số.
- 6.21 $b = 3^{1001} \cdot 7^{1002} \cdot 13^{1003} = (3 \cdot 3^{1000}) \cdot (7^{1002} \cdot 13^{1002}) \cdot 13$
 $= 3 \cdot 13 \cdot (3^4)^{250} \cdot (7 \cdot 13)^{1002} = 3 \cdot 13 \cdot 81^{250} \cdot 91^{1002}$.

Ta thấy 81^{250} và 91^{1002} đều có chữ số hàng đơn vị là 1. Suy ra b có chữ số hàng đơn vị là 9.

6.22 Câu trả lời đúng là D. Giải thích:

$$4^{16} \cdot 5^{25} = (2^2)^{16} \cdot 5^{25} = 2^{32} \cdot 5^{25} = 2^7 \cdot (2^{25} \cdot 5^{25}) = 128 \cdot 10^{25}.$$

Số này gồm 128 theo sau là 25 chữ số 0 nên số này có tất cả 28 chữ số.

6.23 $\frac{15^{30}}{45^{15}} = \frac{3^{30} \cdot 5^{30}}{5^{15} \cdot 3^{30}} = 5^{15}$.

6.24 Chọn câu trả lời đúng là C. Giải thích:

$$4^4 \cdot 9^4 \cdot 4^9 \cdot 9^9 = (4 \cdot 9)^4 \cdot (4 \cdot 9)^9 = 36^{4+9} = 36^{13}.$$

6.25 a) Cách 1: $\frac{-32}{(-2)^n} = 4 \Rightarrow \frac{(-2)^5}{(-2)^n} = 4 \Rightarrow (-2)^{5-n} = (-2)^2$
 $\Rightarrow 5-n=2 \Rightarrow n=3$.

Cách 2: $\frac{-32}{(-2)^n} = 4 \Rightarrow (-2)^n \cdot (-2)^2 = (-2)^5 \Rightarrow n+2=5 \Rightarrow n=3$.

b) $n=2$;

c) $n=2$.

6.26 $\frac{\frac{x}{4}}{\frac{x}{2}} = \frac{4}{x} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{8}{x} \Rightarrow x^2 = 8^2 \Rightarrow x = \pm 8$.

6.27 a) $x = \pm y$;

b) $x = y$.

6.28 a) $x = -9$;

b) $x \in \{0; 3\}$.

6.29 a) 3^{10} ;

b) 80;

c) 9.

6.30 $A = \frac{6958}{7952} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 497}{2^4 \cdot 497} = \frac{7}{2^3} = \frac{7}{8}$; $B = \frac{7056}{9072} = \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^2}{2^4 \cdot 3^4 \cdot 7} = \frac{7}{3^2} = \frac{7}{9}$;

$$C = \frac{-3}{5} \cdot \frac{20}{135} \cdot \frac{-7}{1400} \cdot \frac{250}{3} \cdot \frac{27}{10} = \frac{1}{10}.$$

Do $\frac{7}{8} > \frac{7}{9} > \frac{1}{10}$ nên $A > B > C$.

6.31 $M = \frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}} = \frac{(2^3)^{10} + (2^2)^{10}}{(2^3)^4 + (2^2)^{11}} = \frac{2^{30} + 2^{20}}{2^{12} + 2^{22}} = \frac{2^{20} \cdot (2^{10} + 1)}{2^{12} \cdot (1 + 2^{10})}$
 $= 2^8 = 256$.

§ 7. TỈ LỆ THỨC

7.1 a) 5 : 14;

b) 4 : 3;

c) 25 : 36.

7.2 a) Có; b) Không.

7.3 a) Có, ví dụ: $3 : (-12) = 6 : (-24)$;

b) Có, ví dụ: $6 : 9 = 1,2 : 1,8$.

7.4 a) $\frac{12}{15} = \frac{16}{20}$, $\frac{12}{16} = \frac{15}{20}$, $\frac{20}{15} = \frac{16}{12}$, $\frac{20}{16} = \frac{15}{12}$;

b) $\frac{2,4}{8} = \frac{0,96}{3,2}$, $\frac{2,4}{0,96} = \frac{8}{3,2}$, $\frac{3,2}{8} = \frac{0,96}{2,4}$, $\frac{3,2}{0,96} = \frac{8}{2,4}$.

7.5 $\frac{-5}{-1,2} = \frac{15}{3,6}$, $\frac{3,6}{15} = \frac{-1,2}{-5}$, $\frac{3,6}{-1,2} = \frac{15}{-5}$.

7.6 Ta có $3.81 = 9.27$. Các tỉ lệ thức lập được là:

$$\frac{3}{9} = \frac{27}{81}; \frac{3}{27} = \frac{9}{81}; \frac{81}{9} = \frac{27}{3}; \frac{81}{27} = \frac{9}{3}.$$

7.7 Ta có ba đẳng thức: $1.625 = 5.125$; $5.625 = 25.125$; $1.125 = 5.25$.
Từ mỗi đẳng thức trên ta lập được 4 tỉ lệ thức. Vậy từ 5 số đã cho ta lập được 12 tỉ lệ thức.

7.8 a) $x = 1/5$; b) $x = 3/10$.

7.9 a) $x = 2\frac{2}{3}$; b) $x = 0,125$; c) $x = 0,01$; d) $x = 1\frac{1}{3}$.

7.10 $a = b \neq 0$, $b + c \neq 0$.

7.11 Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ta có: $ad = bc$ (1)

Từ $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+e}$ suy ra $a(b+e) = b(a+c)$ hay $ae = bc$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $ad = ae$. (3)
Vì $a \neq 0$ nên từ (3) ta có $d = e$.

Ngược lại, rõ ràng nếu $d = e$ ($b+e \neq 0$) thì từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ta suy ra được

$$\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+e}.$$

7.12 Từ $\frac{2x-y}{x+y} = \frac{2}{3}$ suy ra: $3(2x-y) = 2(x+y)$

$$6x - 3y = 2x + 2y$$

$$4x = 5y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{4}.$$

7.13 Vì $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$ nên $\frac{a+b}{c+d} = \frac{b+c}{d+a}$. Suy ra:

$$\frac{a+b}{c+d} + 1 = \frac{b+c}{d+a} + 1 \Rightarrow \frac{a+b+c+d}{c+d} = \frac{a+b+c+d}{a+d} \quad (*)$$

Nếu $a+b+c+d \neq 0$ thì từ (*) suy ra: $c+d = a+d \Rightarrow a = c$.

Nếu $a+b+c+d = 0$ thì ta có tỉ lệ thức luôn đúng (a có thể bằng hay không bằng c).

7.14 $\frac{t}{y} = \frac{t}{x} \cdot \frac{x}{z} \cdot \frac{z}{y} = \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{3}.$

7.15 Ta có $x = 2y^2$ và $x = 16y$. Suy ra $2y^2 = 16y$ hay $y = 8$ ($y \neq 0$). Vậy $x = 16.8 = 128$.

7.16 Ta có $b = 2a$ và $c = 3b = 3.2a = 6a$. Do đó

$$\frac{a+b}{b+c} = \frac{a+2a}{2a+6a} = \frac{3a}{8a} = \frac{3}{8}.$$

7.17 Thế $x = ay$ ta có: $\frac{x+y}{x-y} = \frac{ay+y}{ay-y} = \frac{y(a+1)}{y(a-1)} = \frac{a+1}{a-1}.$

7.18 $\frac{x}{yz} : \frac{y}{zx} = \frac{x}{yz} \cdot \frac{zx}{y} = \frac{x^2}{y^2}$. Từ $3x = 2y$ suy ra $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}.$

$$\text{Vậy } \frac{x}{yz} : \frac{y}{zx} = \frac{x^2}{y^2} = \frac{4}{9}.$$

7.19 Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}.$

§ 8. TÍNH CHẤT CỦA DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

8.1 $x = 27$; $y = 33$.

8.2 $x = 24$; $y = 50$.

8.3 $7x = 4y \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{7}$. Đáp số: $x = 32$; $y = 56$.

8.4 Gọi các cạnh của hình chữ nhật là x và y , ta có:

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \text{ và } 2.(x+y) = 40.$$

Từ đó tìm được $x = 8$, $y = 12$. Đáp số: $96m^2$.

8.5 Gọi số sản phẩm của hai người là x và y . Ta có:

$$\frac{x}{y} = 0,8 = \frac{4}{5} \text{ và } y - x = 50.$$

Đáp số: 200 và 250 (sản phẩm).

8.6 1,5; 2,5; 3,5; 4,5.

8.7 8,1cm; 13,5cm; 18,9cm.

8.8 Hướng dẫn : Biến đổi $\frac{x}{20} = \frac{y}{24}, \frac{y}{24} = \frac{z}{21}$.

Đáp số : $x = 60; y = 72; z = 63$.

8.9 $x = 15, y = 7, z = 3, t = 1$.

8.10 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-5}{6} = k \Rightarrow \begin{cases} x = 2k+1 \\ y = 4k-3 \\ z = 6k+5 \end{cases}$

$5z - 3x - 4y = 50 \Rightarrow 5(6k+5) - 3(2k+1) - 4(4k-3) = 50$.

Từ đó tìm được $k = 2$. Đáp số : $x = 5, y = 5, z = 17$.

8.11 Từ các điều kiện $2a = 3b$ và $5b = 7c$ ta suy ra $10a = 15b = 21c$

hay $\frac{10a}{210} = \frac{15b}{210} = \frac{21c}{210} \Rightarrow \frac{a}{21} = \frac{b}{14} = \frac{c}{10} = \frac{3a+5c-7b}{63+50-98} = \frac{30}{15} = 2$.

Vậy : $a = 2.21 = 42; b = 2.14 = 28; c = 2.10 = 20$.

8.12 $x = 6; y = 16; z = 10$.

8.13 Hướng dẫn : Số phải tìm chia hết cho 18 nên nó phải chia hết cho 2 và 9. Vì các chữ số của nó tỉ lệ với 1; 2; 3 nên tổng các chữ số của nó phải chia hết cho 6. Gọi số phải tìm là $\overline{abc}$ thì ta sẽ có :

$a + b + c = 18$ và $a : b : c = 1 : 3 : 2$ hoặc $a : b : c = 3 : 1 : 2$.

Đáp số : 396; 936.

8.14 Gọi số mét khối nước bơm được của ba máy lần lượt là $x(m^3), y(m^3), z(m^3)$. Ta có : $x + y + z = 235$ (1)

$3x = 4y = 5z$.

Từ $3x = 4y = 5z$ suy ra $\frac{3x}{60} = \frac{4y}{60} = \frac{5z}{60}$ hay $\frac{x}{20} = \frac{y}{15} = \frac{z}{12}$ (2)

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, từ (2) và (1) ta có :

$\frac{x}{20} = \frac{y}{15} = \frac{z}{12} = \frac{x+y+z}{20+15+12} = \frac{235}{47} = 5$.

Do đó : $x = 5.20 = 100, y = 5.15 = 75, z = 5.12 = 60$.

Vậy số mét khối bơm được của ba máy theo thứ tự là $100m^3, 75m^3$ và $60m^3$.

8.15 Gọi số học sinh của ba lớp 7A, 7B, 7C theo thứ tự là x, y, z . Theo đề bài, ta có : $x + y + z = 153, y = \frac{8}{9}x, z = \frac{17}{16}y$. Do $y = \frac{8}{9}x$ nên

$\frac{y}{x} = \frac{8}{9}$ hay $\frac{x}{9} = \frac{y}{8}; z = \frac{17}{16}y$ nên $\frac{z}{y} = \frac{17}{16}$ hay $\frac{y}{16} = \frac{z}{17}$. Ta có :

$\frac{x}{18} = \frac{y}{16} = \frac{z}{17} = \frac{x+y+z}{18+16+17} = \frac{153}{51} = 3$.

$x = 3.18 = 54; y = 3.16 = 48; z = 3.17 = 51$.

Đáp số : Số học sinh của ba lớp 7A, 7B, 7C theo thứ tự là 54; 48 và 51.

8.16 Gọi hai số phải tìm là x và y . Theo đề bài, ta có :

$\frac{x}{y} = \frac{4}{5}, \frac{x+1,2}{y} = \frac{11}{15}$

Ta biến đổi : $\frac{x}{y} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{5} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{15}$ (1)

$\frac{x+1,2}{y} = \frac{11}{15} \Rightarrow \frac{x+1,2}{11} = \frac{y}{15}$ (2)

Từ (1) và (2) : $\frac{x}{12} = \frac{y}{15} = \frac{x+1,2}{11} = \frac{x-(x+1,2)}{12-1} = \frac{-1,2}{1} = -1,2$.

Vậy : $x = -1,2.12 = -14,4; y = -1,2.15 = -18$.

8.17 Đặt $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = k \Rightarrow x = 2k, y = 5k$.

Đáp số : $x = 4, y = 10; x = -4, y = -10$.

8.18 Đáp số : Cạnh 9cm, đường cao 6cm.

8.19 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d} \Rightarrow \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d} \cdot \frac{a+b}{c+d} \Rightarrow \frac{ab}{cd} = \frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$.

8.20 Từ $a + c = 2b$ suy ra : $d(a + c) = 2bd$ (1)

Ta lại có : $2bd = c(b + d)$ (2)

Từ (1) và (2) : $d(a + c) = c(b + d) \Rightarrow ad + cd = bc + cd$

$\Rightarrow ad = bc \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

8.21 Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$\frac{y}{x-z} = \frac{x+y}{z} = \frac{x}{y} = \frac{y+(x+y)+x}{(x-z)+z+y} = \frac{2(x+y)}{x+y} = 2$.

Vậy : $\frac{x}{y} = 2$.

8.22 Ta có : $\frac{a+b-c}{c} + 2 = \frac{a-b+c}{b} + 2 = \frac{-a+b+c}{a} + 2$. Suy ra

$\frac{a+b+c}{c} = \frac{a+b+c}{b} = \frac{a+b+c}{a}$ (1)

Nếu $a + b + c = 0$ thì $a + b = -c, b + c = -a, c + a = -b$ nên

$M = \frac{(-c)(-a)(-b)}{abc} = -1$.

Nếu $a + b + c \neq 0$ thì (1) trở thành $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \Rightarrow a = b = c$ nên

$$M = \frac{2a \cdot 2a \cdot 2a}{a^3} = 8$$

Vậy: $M = -1$, $M = 8$.

8.23 Ta có: $\frac{x}{y+z+t} + 1 = \frac{y}{z+t+x} + 1 = \frac{z}{t+x+y} + 1 = \frac{t}{x+y+z} + 1$.

Suy ra: $\frac{x+y+z+t}{y+z+t} = \frac{x+y+z+t}{z+t+x} = \frac{x+y+z+t}{t+x+y} = \frac{x+y+z+t}{x+y+z}$

Nếu $x + y + z + t = 0$ thì $P = -4$.

Nếu $x + y + z + t \neq 0$ thì $x = y = z = t$ nên $P = 4$.

§ 9. SỐ THẬP PHÂN HỮU HẠN. SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN

9.1 • $\frac{21}{-750} = \frac{-7}{250} = \frac{-7}{2 \cdot 5^3}$. Mẫu không có ước nguyên tố khác 2 và 5 nên phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

• $\frac{28}{-735} = \frac{-4}{105} = \frac{-4}{3 \cdot 5 \cdot 7}$. Mẫu có các ước nguyên tố 3 và 7 khác 2 và 5 nên phân số này viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

9.2 $\frac{8}{25} = 0,32$; $\frac{17}{40} = 0,425$; $\frac{4}{11} = 0,(36)$; $\frac{5}{12} = 0,41(6)$.

9.3 $\frac{7}{3} = 2,(3)$; $\frac{7}{9} = 0,(7)$; $\frac{4}{9} = 0,(4)$; $\frac{13}{45} = 0,2(8)$.

9.4 a) $-0,(3)$; b) $0,(571428)$; c) $2,(72)$; d) $-1,14(39)$.

9.5 a) $-\frac{3}{20}$; b) $\frac{7}{25}$; c) $1\frac{9}{50}$; d) $-\frac{17}{40}$.

9.6 a) $\frac{7}{30}$; b) $\frac{479}{330}$; c) $\frac{-1067}{450}$; d) $\frac{-32117}{9900}$; e) $\frac{1032787}{2499750}$; f) $\frac{-8263}{19980}$.

9.7 a) $\frac{31}{99}$; b) $\frac{-2410}{999}$; c) $\frac{3713}{9000}$; d) $\frac{173}{55}$; e) $\frac{-10771}{3330}$; f) $\frac{593}{1110}$.

9.8 Câu trả lời đúng là A. 15.

Giải thích: $0,363636... = 0,(36) = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$. Rõ ràng $4 + 11 = 15$.

9.9 Câu trả lời đúng là D. 57.

Giải thích: $0,4818181... = 0,4(81) = \frac{481-4}{990} = \frac{477}{990} = \frac{53}{110}$.

Rõ ràng: $110 - 53 = 57$.

9.10 $0,(3) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$; $0,4(2) = \frac{42-4}{90} = \frac{38}{90} = \frac{19}{45}$;

$0,(3) + 3\frac{1}{3} + 0,4(2) = \frac{1}{3} + \frac{10}{3} + \frac{19}{45} = \frac{184}{45} = 4\frac{4}{45}$.

9.11 Đáp số: $1\frac{49}{90}$.

9.12 a) $-3\frac{13}{165}$; b) $\frac{-79}{225}$.

9.13 a) $\frac{22}{45}$; b) 1.

9.14 $x = \frac{99}{37} = 2\frac{25}{37}$.

9.15 $x = \frac{1219}{260} = 4\frac{179}{260}$.

9.16 a) Chẳng hạn $a = 213,68$ hoặc $a = 214,56$;
b) Chẳng hạn $a = -25,47$ hoặc $a = -24,98$.

§ 10. LÀM TRÒN SỐ

10.1 $138 \approx 140$; $62 \approx 60$; $67 \approx 70$.

10.2 $7842 \approx 7800$; $89367 \approx 89400$; $917527 \approx 917500$.

10.3 a) $\pi \approx 3,14$;

b) $\pi \approx 3,1416$;

c) $\pi \approx 3,141593$;

d) $\pi \approx 3,1415926535897932384626$.

10.4 a) 79,383; b) 79,38; c) 79,4.

10.5 a) 7,92; b) 7,92; c) 17,42; d) 79,14;
e) 50,40; f) 61,00; g) 0,16; h) 0,20.

10.6 $17493 \approx 17000$ (tròn nghìn).

10.7 Số lớn nhất là 82999, số nhỏ nhất là 82500.

10.8 a) 8; b) 7,6; c) 7,56; d) 7,564.

10.9 $1\text{cm} \approx 0,39\text{in}$.

10.10 $1\text{ft} \approx 0,305\text{m}$.

10.11 a) $-2\frac{1}{3} \approx -2,33$; b) $6\frac{2}{7} \approx 6,29$; c) $-4\frac{3}{11} \approx -4,27$.

10.12 a) 11,34; b) 3,66; c) 313,27; d) 32,98.

10.13 a) $\frac{5,6}{1,7} + \frac{14,92}{1,85} \approx \frac{6}{2} + \frac{15}{2} \approx 3 + 7,5 \approx 10,5$;

$$b) \frac{0,125.3,92}{0,0836+0,76} \approx \frac{0,1.4}{0,08+0,8} \approx \frac{0,4}{0,9} \approx \frac{4}{9} \approx 0,5.$$

10.14 a) 74; b) 120; c) 31; d) 7,2; e) 110; f) 60.

10.15 a) 18; b) 5,8; c) 7,7; d) 1,8; e) 0,4.

10.16 a) 310; b) 7,0; c) 17; d) 59.

§ 11. SỐ VÔ TỈ. KHÁI NIỆM VỀ CĂN BẬC HAI

11.1 a) Vì $3^2 = 9$ nên $\sqrt{9} = 3$;

b) Vì $4^2 = 16$ nên $\sqrt{16} = 4$;

c) Vì $10^2 = 100$ nên $\sqrt{100} = 10$;

d) Vì $0^2 = 0$ nên $\sqrt{0} = 0$;

e) Vì $1,1^2 = 1,21$ nên $\sqrt{1,21} = 1,1$;

f) Vì $(0,5)^2 = 0,25$ nên $\sqrt{0,25} = 0,5$;

g) Vì $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ nên $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$;

h) Vì $(-2)^2 = 4$ nên $-\sqrt{4} = -2$;

i) Vì $(-5)^2 = 25$ nên $-\sqrt{25} = -5$.

11.2

Cạnh hình vuông A	1,5	$\sqrt{3}$	2	2,5	3,5	4	$\sqrt{19}$	$\sqrt{21}$	5,7
Diện tích hình vuông A	2,25	3	4	6,25	12,25	16	19	21	32,49

11.3 a) 80; b) $-\frac{6}{5} = -1\frac{1}{5}$; c) 0,4.

11.4 a) $\sqrt{9.4} = \sqrt{36} = 6$; $\sqrt{9}.\sqrt{4} = 3.2 = 6$. Suy ra: $\sqrt{9.4} = \sqrt{9}.\sqrt{4}$.

b) $\sqrt{16.25} = \sqrt{400} = 20$; $\sqrt{16}.\sqrt{25} = 4.5 = 20$.

Suy ra: $\sqrt{16.25} = \sqrt{16}.\sqrt{25}$.

c) $\sqrt{2,25.2,56} = \sqrt{5,76} = 2,4$; $\sqrt{2,25}.\sqrt{2,56} = 1,5.1,6 = 2,4$.

Suy ra: $\sqrt{2,25.2,56} = \sqrt{2,25}.\sqrt{2,56}$.

d) $\sqrt{2,89.6,25} = \sqrt{18,0625} = 4,25$; $\sqrt{2,89}.\sqrt{6,25} = 1,7.2,5 = 4,25$.

Suy ra: $\sqrt{2,89.6,25} = \sqrt{2,89}.\sqrt{6,25}$.

Có thể nêu dự đoán: $\sqrt{a.b} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$).

11.5 a) $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$; $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$. Suy ra: $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$.

b) $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$; $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$. Suy ra: $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}$.

c) $\sqrt{\frac{169}{64}} = \frac{13}{8}$; $\frac{\sqrt{169}}{\sqrt{64}} = \frac{13}{8}$. Suy ra: $\sqrt{\frac{169}{64}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{64}}$.

d) $\sqrt{\frac{2,25}{2,56}} = \frac{1,5}{1,6}$; $\frac{\sqrt{2,25}}{\sqrt{2,56}} = \frac{1,5}{1,6}$. Suy ra: $\sqrt{\frac{2,25}{2,56}} = \frac{\sqrt{2,25}}{\sqrt{2,56}}$.

Có thể nêu dự đoán: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$).

11.6 Đẳng thức ③ ở mỗi dòng là sai.

$\sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$,

vì $\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ nhưng $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4+3 = 7$.

$\sqrt{169-144} \neq \sqrt{169} - \sqrt{144}$,

vì $\sqrt{169-144} = \sqrt{25} = 5$ nhưng $\sqrt{169} - \sqrt{144} = 13-12 = 1$.

11.7

x	± 50	$\pm \frac{1}{8}$	$\pm \frac{9}{7}$	$\pm \frac{11}{3}$	± 1
x^2	25.10^2	$\frac{1}{64}$	$\frac{8,1}{4,9}$	$\frac{242}{18}$	1

11.8 a) $\sqrt{49} = 7$; b) $\sqrt{169} = 13$; c) $\sqrt{(\pm 14)^2} = 14$;

d) $-\sqrt{121} = -11$; e) $\sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$; f) $\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 = \frac{3}{4}$;

g) $(\sqrt{81})^2 = 81$; h) $\sqrt{0} = 0$.

11.9 a) $\sqrt{0,9} = 0,3$ sai vì $(0,3)^2 = 0,09$ sửa lại: $\sqrt{0,9} \approx 0,95$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

b) $\sqrt{(-13)^2} = -13$ sai, sửa lại: $\sqrt{(-13)^2} = \sqrt{169} = 13$.

c) $\sqrt{121} = 11^2$ sai, sửa lại: $\sqrt{121} = 11$.

11.10 Các câu sai là a); d); e).

11.11 a) 5; b) 3; c) 11; d) 9; e) 49.

11.12 a) $x = \pm 2$; b) $x = \pm \sqrt{5}$; c) $x = 0$; d) $x = \pm 1$.

11.13 a) $x = \pm 3$; b) Không có; c) $x = \pm \sqrt{2}$; d) $x = \pm \sqrt{3}$.

11.14 a) $x = \pm 9$; b) $x = \pm 2$; c) $x = \pm \sqrt{3}$; d) $x = \pm \sqrt{13}$.

11.15 a) $x = -2$; $x = 4$; b) $x = -4$; $x = 1$.

11.16 a) Ví dụ $\frac{1}{2}$. Ta có $\frac{1}{2} > \left(\frac{1}{2}\right)^2$ vì $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$.

b) Ví dụ $\frac{1}{4}$. Ta có $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{4}}$ vì $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$.

c) $x = x^2$ khi và chỉ khi $x^2 - x = 0$ hay $x(x - 1) = 0$.

Vậy tất cả các số có tính chất đó là 0 và 1.

11.17 $A = \frac{\sqrt{9,87,16,25}}{4,52,1,77} \approx \frac{\sqrt{10,16}}{5,2} \approx \frac{\sqrt{160}}{10} \approx \frac{13}{10} \approx 1,3$; $B \approx 1,1$.

11.18 $A \approx 52$; $B \approx 15$; $C \approx 21$.

11.19 $A \approx -27,79$; $B \approx 0,33$; $C \approx -1,82$; $D \approx -76,71$.

11.20 Theo 2) và 3) ta có $N = \overline{abca}$. Theo 1) $a \in \{1; 4; 5; 6; 9\}$. Theo 4)

$a.b.c.a = 10 \Rightarrow a^2bc = 10$. Từ đó $a = 1$; $bc = 10 = 2.5$. Trong hai số 1251 và 1521 chỉ có 1521 thỏa mãn điều kiện 1).

$1521 = 39^2$.

§ 12. SỐ THỰC

12.1 $-2 \notin \mathbb{N}$; $-2 \in \mathbb{Z}$; $-2 \in \mathbb{Q}$; $-2 \in \mathbb{R}$; $-2 \notin \mathbb{I}$;

$\sqrt{2} \in \mathbb{I}$; $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$; $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$; $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$; $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$.

12.2 a) Nếu a là số hữu tỉ thì a cũng là số thực.

b) Nếu a là số hữu tỉ thì a viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc số thập phân vô hạn tuần hoàn.

12.3 Các câu a, b đúng.

Câu c sai. Ví dụ $a = \sqrt{4}$ thì $a = 2$, không phải số vô tỉ.

12.4 a) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{I} = \emptyset$; b) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{R} = \mathbb{Q}$.

12.5 a) $0,135 < 0,(135)$; b) $0,(3) = \frac{1}{3} > \frac{2}{7}$.

c) $2,1(467) < 2,15 = \frac{43}{20}$; d) $[0,(3)]^2 > (0,3)^2$.

e) $[0,(21)]^2 > (0,21)^2$; f) $\frac{16}{121} = \left(\frac{4}{11}\right)^2 = [0,(36)]^2 > [0,3(59)]^2$.

12.6 a) $0,545545545... > 0,54545454... = \frac{6}{11}$;

b) $-2\frac{2}{9} = -2,22222... < -2,212212221...;$

c) $7\frac{8}{13} = 7,615384615384... > 7,567567567...;$

d) $1,2121212... = 1\frac{7}{33}$.

12.7 a) $3,737373... < 3,767676...;$ b) $-0,1845 < -0,184184...;$

c) $6,821821821... > 6,8218;$ d) $7,315315... < 7,325316$.

12.8 $0,4636363... < 0,463736 < 0,4656565... < 0,466 < \frac{7}{15}$.

12.9 a) $169 < 170 \Rightarrow \sqrt{169} = 13 < \sqrt{170} \Rightarrow \sqrt{170} > 13;$

b) $6 < 9 \Rightarrow \sqrt{6} < \sqrt{9} = 3 \Rightarrow 3 > \sqrt{6};$

c) $225 < 226 \Rightarrow \sqrt{225} = 15 < \sqrt{226} \Rightarrow \sqrt{226} > 15;$

d) $\sqrt{17} > \sqrt{12}.$

12.10 $(6\sqrt{5})^2 = 36.5 = 180$; $(5\sqrt{6})^2 = 25.6 = 150$. Vì $180 > 150$ hay

$(6\sqrt{5})^2 > (5\sqrt{6})^2$ suy ra $6\sqrt{5} > 5\sqrt{6}.$

12.11 a) Vì $\sqrt{7} < \sqrt{9} = 3$ và $\sqrt{15} < \sqrt{16} = 4$ nên

$7 + \sqrt{15} < 3 + 4 = 7 \Rightarrow \sqrt{7} + \sqrt{15} < 7.$

b) Ta có $\sqrt{17} > \sqrt{16} = 4$, $\sqrt{5} > \sqrt{4} = 2$ nên

$\sqrt{17} + \sqrt{5} + 1 > 4 + 2 + 1 = 7 = \sqrt{49} > \sqrt{45}$

suy ra: $\sqrt{17} + \sqrt{5} + 1 > \sqrt{45}.$

12.12 $\left(2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2}\right) : \left(x + 3\frac{1}{7}\right) + 7\frac{1}{2} = 1\frac{69}{86}$

$5\frac{5}{6} : \left(x + 3\frac{1}{7}\right) = 1\frac{69}{86} - 7\frac{1}{2}$

$\frac{35}{6} : \left(x + \frac{22}{7}\right) = \frac{-245}{43}$

$x + \frac{22}{7} = \frac{35}{6} : \frac{-245}{43}$

$x + \frac{22}{7} = \frac{-43}{42}$

$$x = \frac{-43}{42} - \frac{22}{7}$$

$$x = -4\frac{1}{6}$$

12.13 $x = 498425$.

12.14 $x = 4$.

12.15 0,2.

12.16 $A = 100$.

12.17 Giả sử $\sqrt{7}$ là số hữu tỉ, như vậy $\sqrt{7}$ có thể viết được dưới dạng

phân số tối giản $\frac{m}{n}$ tức là $\sqrt{7} = \frac{m}{n}$. Suy ra $7 = \frac{m^2}{n^2}$ hay $7n^2 = m^2$

(1). Đẳng thức (1) chứng tỏ $m^2 : 7$ mà 7 là số nguyên tố nên $m : 7$.

Đặt $m = 7k$ ($k \in \mathbb{Z}$) ta có : $m^2 = 49k^2$ (2). Từ (1) và (2) suy ra

$7n^2 = 49k^2$ nên $n^2 = 7k^2$ (3). Từ (3) ta lại có $n^2 : 7$ và vì 7 là số

nguyên tố nên $n : 7$. Như vậy m và n cùng chia hết cho 7 nên phân

số $\frac{m}{n}$ không tối giản, trái giả thiết. Vậy $\sqrt{7}$ không phải là số hữu tỉ,

do đó $\sqrt{7}$ là số vô tỉ.

Nhận xét : Bằng phương pháp nêu trên, ta có thể chứng minh được rằng : Nếu số nguyên dương a không phải là số chính phương thì $\sqrt{a}$ là số vô tỉ. Chẳng hạn : $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{8}, \dots$ là những số vô tỉ.

12.18 Các số đó có thể là 1,42 và $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$.

12.19 Lấy chẳng hạn $x = \sqrt{3}$, $y = -\sqrt{3}$ rồi tính $x + y$, $x \cdot y$, $x : y$.

12.20 Không đúng. Ví dụ $\sqrt{3}$ và $7 - \sqrt{3}$ là những số vô tỉ dương nhưng $\sqrt{3} + (7 - \sqrt{3}) = 7$ không phải là số vô tỉ.

12.21 Dựa vào định nghĩa các phép toán về số hữu tỉ. Chú ý rằng với các số hữu tỉ thì kết quả của các phép toán này là số hữu tỉ. Chẳng hạn câu b). Giả sử tích của số hữu tỉ $x \neq 0$ với số vô tỉ y là số hữu tỉ z . Ta có

$$x \cdot y = z. \text{ Như vậy thì } y = \frac{z}{x}. \text{ Nhưng } z \text{ và } x (x \neq 0) \text{ là hai số hữu tỉ}$$

nên thương của chúng cũng là số hữu tỉ. Suy ra y là số hữu tỉ, trái với đề bài. Vậy tích của một số hữu tỉ khác 0 với một số vô tỉ là một số vô tỉ.

12.22 Xét tập hợp $\mathbb{I}' = \{n\sqrt{2} \mid n \in \mathbb{N}^*\}$. Ở đây n là số tự nhiên khác 0, $\sqrt{2}$

là số vô tỉ. Theo Bài 12.21 thì $n\sqrt{2}$ là một số vô tỉ. Như vậy $\mathbb{I}' \subset \mathbb{I}$ nhưng tập hợp $\mathbb{I}'$ có vô số phần tử (vì $n \in \mathbb{N}^*$ mà $\mathbb{N}^*$ là một tập hợp có vô số phần tử). Suy ra tập hợp $\mathbb{I}$ cũng có vô số phần tử.

12.23 Giả sử a không phải là số vô tỉ. Khi đó a sẽ là một số thập phân vô hạn tuần hoàn mà chu kì có n chữ số, số các chữ số đứng trước chu kì bằng k . Xét số $N = 10^m$ với m là một số tự nhiên và $m \geq n + k$. Trong số a , sau dấu phẩy, ta viết kế tiếp nhau các số tự nhiên kể từ 1, do đó số N cũng được viết ở một vị trí nào đó. Vì a là số thập phân vô hạn tuần hoàn và vì có m chữ số 0 đứng cạnh nhau ở vị trí nào đó trong số a ($m \geq n + k$) nên chu kì của số thập phân này chỉ gồm toàn chữ số 0, nghĩa là a là số thập phân hữu hạn. Điều này mâu thuẫn với đề bài. Vì vậy số a không thể là một số thập phân vô hạn tuần hoàn. Nó là một số thập phân vô hạn không tuần hoàn nghĩa là a là một số vô tỉ.

ÔN TẬP CHƯƠNG 1

1. a) Xét $\frac{131}{273} : \frac{179}{235} = \frac{131}{179} \cdot \frac{235}{273} < 1$ (vì mỗi phân số của tích đều nhỏ hơn 1). Suy ra : $\frac{131}{273} < \frac{179}{235}$.

b) Ta có $(3\sqrt{3})^2 = 3^2 \cdot 3 = 27 > 25 = 5^2$ nên $3\sqrt{3} > 5$;

$$(2\sqrt{2})^2 = 2^2 \cdot 2 = 8 < 9 = 3^2 \text{ nên } 2\sqrt{2} < 3.$$

Suy ra $3\sqrt{3} - 2\sqrt{2} > 5 - 3 = 2$. Vậy $3\sqrt{3} - 2\sqrt{2} > 2$.

c) $3^{21} = 3^{20} \cdot 3 = (3^2)^{10} \cdot 3 = 9^{10} \cdot 3$ (1)

$2^{31} = 2^{30} \cdot 2 = (2^3)^{10} \cdot 2 = 8^{10} \cdot 2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $3^{21} > 2^{31}$.

2. a) $0,22(23) > 0,2223$; b) $\frac{1}{7} < 0,1428(57)$;

c) $-2\frac{2}{3} > -2,67$; d) $-\frac{7}{6} > -1,16667$.

3. a) $99^{20} = 99^{10} \cdot 99^{10} < 99^{10} \cdot 101^{10} = (99 \cdot 101)^{10} = 9999^{10}$.

Vậy $99^{20} < 9999^{10}$.

b) $9^{20} = (3^2)^{20} = 3^{40}$ (1) ; $27^{13} = (3^3)^{13} = 3^{39}$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $9^{20} > 27^{13}$.

$$\begin{aligned} \text{c) Xét tích: } (2^{23} + 1)(2^{27} + 1) &= 2^{50} + 2^{23} + 2^{27} + 1 \\ &= 2^{50} + 2^{25} \cdot \left(\frac{1}{4} + 4\right) + 1 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} (2^{25} + 1)(2^{25} + 1) &= 2^{50} + 2^{25} + 2^{25} + 1 \\ &= 2^{50} + 2^{25}(1 + 1) + 1 \end{aligned} \quad (2)$$

Từ (1) và (2):

$$(2^{23} + 1)(2^{27} + 1) > (2^{25} + 1)(2^{25} + 1) \Rightarrow \frac{2^{23} + 1}{2^{25} + 1} > \frac{2^{25} + 1}{2^{27} + 1}.$$

$$\text{d) Ta có: } 4^{30} = 2^{30} \cdot 2^{30} = 2^{30} \cdot 4^{15} > (2^3)^{10} \cdot 3^{15} = (8 \cdot 3)^{10} \cdot 3^5 > 24^{10} \cdot 3.$$

$$\text{Do đó: } 2^{30} + 3^{30} + 4^{30} > 3 \cdot 24^{10}.$$

4. a) $n = 6$; b) $n \in \{3; 4; 5\}$; c) $n = 5$.
5. a) $n = 5$; b) $n = 6$.
6. a) $x < 0$ hoặc $x > 0$; b) $x = 0$.
7. a) Không tồn tại x ; b) $x = 0$; c) $x = 2$;
d) $x > 0$; e) x bất kì.
8. a) $x < 0$ hoặc $x > 0$; b) Không tồn tại x .
9. a) $x \geq 0$; b) $x \leq 0$;
c) $x = 2$; d) $x = 0$ hoặc $x = 2$.
10. $A = -\frac{9}{8} = -1\frac{1}{8}$; $B = 80$.
11. a) $\frac{7}{30}$; b) $\frac{479}{330}$; c) $\frac{-1067}{450}$;
d) $\frac{-32117}{9900}$; e) $\frac{1032787}{2499750}$; f) $\frac{-8263}{19980}$.
12. a) $-3\frac{13}{165}$; b) $\frac{-79}{225}$.
13. a) $\frac{22}{45}$; b) 1.
14. a) $12^8 \cdot 9^{12} = (12^2 \cdot 9^3)^4 = (2^4 \cdot 3^8)^4 = (18^4)^4 = 18^{16}$.
b) $14, 2 \cdot (11 + 41) + 5, 8 \cdot (11 + 41) = 52 \cdot (14, 2 + 5, 8) = 1040$.
c) $75^{20} = (25 \cdot 3)^{20} = 25^{20} \cdot 3^{20} = 5^{40} \cdot 9^{10} = (5 \cdot 9)^{10} \cdot 5^{30} = 45^{10} \cdot 5^{30}$.
d) $31 \cdot (82 + 43) + 125 \cdot (48 - 67) = 125 \cdot (31 - 19) = 125 \cdot 12 = 1500$.
- 13.15 a) $\sqrt{21} > \sqrt{20}$ và $-\sqrt{5} > -\sqrt{6}$ nên $\sqrt{21} - \sqrt{5} > \sqrt{20} - \sqrt{6}$.
b) $\sqrt{2} + \sqrt{8} < \sqrt{3} + \sqrt{9} = \sqrt{3} + 3$;

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{37} > \sqrt{36} = 6; -\sqrt{14} > -\sqrt{15}. \text{ Suy ra } \sqrt{39} - \sqrt{14} > 6 - \sqrt{15}; \\ \text{d) } \sqrt{5} > 2,3; \sqrt{10} > 3. \text{ Suy ra } \sqrt{5} + \sqrt{10} > 5,3; \end{aligned}$$

$$13.16 \text{ a) } 4; \quad \text{b) } 30; \quad \text{c) } 4\frac{7}{8}.$$

$$13.17 \text{ A lớn hơn B và gấp 180 lần B (A = 90, B = 0,5).}$$

$$13.18 \text{ a) } x = -30; y = -45; z = -36.$$

$$\text{b) Đặt } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = k. \text{ Chú ý } x, y, z, k \text{ cùng dấu.}$$

$$x = 4, y = 6, z = 10; \quad x = -4, y = -6, z = -10.$$

$$13.19 \text{ Từ } \frac{1}{c} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \text{ ta có } \frac{1}{c} = \frac{a+b}{2ab} \text{ hay } 2ab = c(a+b), \text{ suy ra}$$

$$ab + ab = ac + bc \Rightarrow ab - bc = ac - ab \Rightarrow b(a-c) = a(c-b)$$

$$\text{Do đó: } \frac{a-c}{c-b} = \frac{a}{b}.$$

$$13.20 \text{ Từ } b = \frac{a+c}{2} \text{ suy ra: } 2b = a+c \quad (1)$$

$$\text{Từ } c = \frac{2bd}{b+d} \text{ suy ra: } 2bd = c(b+d) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } (a+c)d = c(b+d)$$

$$ad + cd = bc + cd$$

$$ad = bc$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Chương 2. HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

§ 1. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

$$1.1 \quad y = 2x \Rightarrow x = \frac{1}{2}y : x \text{ tỉ lệ thuận với } y \text{ theo hệ số tỉ lệ } \frac{1}{2}.$$

$$1.2 \quad \text{Chu vi } C \text{ và độ dài } a \text{ của một cạnh hình vuông là hai đại lượng tỉ lệ thuận vì } C = 4a. \text{ Hệ số tỉ lệ là } 4.$$

$$1.3 \quad \text{p tỉ lệ thuận với q theo hệ số tỉ lệ k thì ta có } p = k \cdot q.$$

u và v tỉ lệ thuận với nhau thì ta có:

- u tỉ lệ thuận với v theo hệ số tỉ lệ a ($a \neq 0$): $u = av$.
- v tỉ lệ thuận với u theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{a}$: $v = \frac{1}{a}u$.

$$1.4 \quad y_1 \text{ tỉ lệ thuận với } x_1 \text{ theo hệ số tỉ lệ a nên } y_1 = ax_1;$$

y_2 tỉ lệ thuận với x_2 theo hệ số tỉ lệ a nên $y_2 = ax_2$.

Suy ra $y_1 - y_2 = ax_1 - ax_2 = a(x_1 - x_2)$.

Vậy $y_1 - y_2$ tỉ lệ thuận với $x_1 - x_2$ theo hệ số tỉ lệ a .

- 1.5 Chu vi C của tam giác đều tỉ lệ thuận với cạnh a của nó : $C = 3a$. Hệ số tỉ lệ là 3.

Cạnh a của tam giác đều tỉ lệ thuận với chu vi C của nó : $a = \frac{1}{3}C$. Hệ số tỉ lệ là $\frac{1}{3}$.

- 1.6 $k = \frac{6}{-4} = -1,5$. Ta có $y = -1,5x \Rightarrow x = -\frac{2}{3}y$.

x	-4	-0,5	0	1,5	2,5	3	5
y	6	0,75	0	-2,25	-3,75	-4,5	-7,5

- 1.7 a) $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{6}{-2} = -3$. Ta có $y = -3x$.

b)

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{9}$	0	2
y	6	3	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{3}$	0	-6

- 1.8 a) $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{2y_1}{2x_1} = \frac{3y_2}{3x_2} = \frac{2y_1 - y_2}{2x_1 - x_2} = \frac{2,75}{-8,25} = -\frac{1}{3}$. Ta có $y = -\frac{1}{3}x$.

b)

x	-3	-3,6	$\frac{9}{11}$	-2	-0,4	$3\frac{6}{7}$	$\frac{18}{5}$
y	1	1,2	$-\frac{3}{11}$	0,6	0,1(3)	$-1\frac{2}{7}$	-1,2

- 1.9 a) Ta có $y = kx$ nên $y_1 = kx_1$, $y_2 = kx_2$ ($k \neq 0$). Đáp số : $y_1 + y_2$.

b) $-\frac{2}{7}y_1$; c) $k \cdot \frac{y_1}{y_2}$; d) $k \cdot \frac{y_1}{k} \cdot \frac{y_2}{k} = \frac{y_1 y_2}{k}$.

- 1.10 Ta có $y = -0,3x$. y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $-0,3$.

- 1.11 y không tỉ lệ thuận với x vì $\frac{5}{-2} \neq \frac{-16,32}{6,8}$ ($-2,5 \neq -2,4$).

1.12 a) $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} \Rightarrow x_1 = \frac{y_1 \cdot x_2}{y_2} = \frac{-\frac{3}{4} \cdot 2}{\frac{1}{7}} = -10\frac{1}{2}$.

b) $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1 - x_1}{y_2 - x_2} \Rightarrow \frac{y_1}{3} = \frac{x_1}{-4} = \frac{y_1 - x_1}{3 - (-4)} = \frac{-2}{7}$.

Vậy $x_1 = -4 \cdot \frac{-2}{7} = 1\frac{1}{7}$; $y_1 = 3 \cdot \frac{-2}{7} = -\frac{6}{7}$.

1.13 a) $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1} \Rightarrow \frac{x_2}{\frac{1}{7}} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{1}{5}} \Rightarrow \frac{x_2}{\frac{11}{7}} = \frac{\frac{-7}{3}}{\frac{11}{2}} \Rightarrow x_2 = \frac{\frac{11}{7} \cdot \frac{-7}{3}}{\frac{11}{2}} = -\frac{2}{3}$.

b) $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{2y_1}{2y_2} = \frac{3x_1}{3x_2} = \frac{2y_1 + 3x_1}{2y_2 + 3x_2}$

Suy ra : $\frac{y_1}{3} = \frac{x_1}{-6} = \frac{2y_1 + 3x_1}{2 \cdot 3 + 3 \cdot (-6)} = \frac{20}{-12} = -\frac{5}{3}$

Suy ra : $y_1 = \frac{5}{-3} \cdot 3 = -5$, $x_1 = \frac{5}{-3} \cdot (-6) = 10$.

§ 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

- 2.1 a) x và y không tỉ lệ thuận.

b) y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $-0,4$. Ta có $y = -0,4x$.

- 2.2 1200kg gạo.

- 2.3 12,5g muối.

- 2.4 Số xăng tiêu thụ là : $\frac{13.70}{8} = 113,75$ (l).

- 2.5 $7m^3 = 7000dm^3$; $7m^3$ sắt cân nặng : $\frac{109,2}{14} \cdot 7000 = 54600$ (kg).

- 2.6 Mỗi lượt huy động xe, các đơn vị vận chuyển một khối lượng hàng tương ứng là :

Đơn vị A : $12,5 = 60$ (tấn).

Đơn vị B : $15,3 = 45$ (tấn).

Đơn vị C : $20,3,5 = 70$ (tấn).

Vì số lượt huy động xe là như nhau nên khối lượng hàng vận chuyển được của ba đơn vị tỉ lệ thuận với khối lượng hàng của các đơn vị vận chuyển được trong mỗi lượt huy động.

Gọi x , y , z lần lượt là số tấn hàng các đơn vị A, B, C vận chuyển được, ta có :

$$\frac{x}{60} = \frac{y}{45} = \frac{z}{70} \text{ và } x + y + z = 700.$$

Từ đó tìm được : $x = 240$; $y = 180$; $z = 280$.

2.7 a) 27 ; 36 ; 54 ; b) 52 ; 39 ; 26.

2.8 $x = 1,5$; $y = 2,5$; $z = 3,5$.

2.9 Trước hết ta viết tỉ số giữa các phân số thành tỉ số giữa các số nguyên

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{5} : \frac{1}{2} = \frac{20}{30} : \frac{18}{30} : \frac{15}{30} = 20 : 18 : 15.$$

Theo đề bài, ta có : $\frac{x}{20} = \frac{y}{18} = \frac{z}{15} = \frac{x+z}{20+15} = \frac{-6,5}{5} = -1,3.$

$$x = -1,3 \cdot 20 = -26 ; y = -1,3 \cdot 18 = -23,4 ; z = -1,3 \cdot 15 = -19,5.$$

2.10 Ta có : $0,5 : 1 \frac{2}{3} : 2 \frac{1}{4} = \frac{1}{3} : \frac{5}{2} : \frac{9}{4} = \frac{6}{12} : \frac{20}{12} : \frac{27}{12} = 6 : 20 : 27.$

Giả sử số M được chia thành ba phần x, y, z. Theo đề bài, ta có

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{20} = \frac{z}{27}$$

Suy ra x, y, z cùng dấu và

$$\frac{x^2}{6^2} = \frac{y^2}{20^2} = \frac{z^2}{27^2} = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{6^2 + 20^2 + 27^2} = \frac{4660}{1165} = 4 = 2^2.$$

Suy ra : $x^2 = 2^2 \cdot 6^2 = 12^2 \Rightarrow x = \pm 12$;

$$y^2 = 2^2 \cdot 20^2 = 40^2 \Rightarrow y = \pm 40 ;$$

$$z^2 = 2^2 \cdot 27^2 = 54^2 \Rightarrow z = \pm 54.$$

Vậy $M = 12 + 40 + 54 = 106$

hoặc $M = (-12) + (-40) + (-54) = -106.$

2.11 Gọi số mét đường cả ba tổ phải làm là M, số mét đường của ba tổ theo dự định lần lượt là x_1, y_1, z_1 và khi chia lại là x_2, y_2, z_2 . Ta có

$$\bullet \frac{x_1}{5} = \frac{y_1}{6} = \frac{z_1}{7} = \frac{x_1 + y_1 + z_1}{5+6+7} = \frac{M}{18}, \text{ suy ra :}$$

$$x_1 = \frac{5M}{18}, y_1 = \frac{6M}{18} = \frac{M}{3}, z_1 = \frac{7M}{18} \quad (1)$$

$$\bullet \frac{x_2}{4} = \frac{y_2}{5} = \frac{z_2}{6} = \frac{x_2 + y_2 + z_2}{4+5+6} = \frac{M}{15}, \text{ suy ra :}$$

$$x_2 = \frac{4M}{15}, y_2 = \frac{5M}{15} = \frac{M}{3}, z_2 = \frac{6M}{15} = \frac{2M}{5} \quad (2)$$

So sánh (1) và (2), ta thấy chỉ có $z_2 > z_1$. Vậy :

$$z_2 - z_1 = \frac{2M}{5} - \frac{7M}{18} = \frac{M}{90}.$$

Vì $z_2 - z_1 = 10$ nên $\frac{M}{90} = 10 \Rightarrow M = 900.$

Vậy : $x_2 = \frac{4 \cdot 900}{15} = 240$; $y_2 = \frac{900}{3} = 300$; $z_2 = \frac{2 \cdot 900}{5} = 360.$

Số mét đường ba tổ được phân chia là : 240m, 300m và 360m.

2.12 Gọi khoảng cách AB là x (km) ($x > 0$), vận tốc của người đi xe máy từ A là v_1 , vận tốc của người đi xe máy từ B là v_2 . Từ khi bắt đầu đi đến khi gặp nhau lần thứ nhất, hai người đi trong cùng một thời gian nên quãng đường họ đi được tỉ lệ thuận với vận tốc của họ. Do đó,

$$\text{ta có : } \frac{15}{x-15} = \frac{v_1}{v_2} \quad (1)$$

Từ khi gặp nhau lần thứ nhất đến khi gặp nhau lần thứ hai, họ cũng đi trong cùng một thời gian nên ta có :

$$\frac{x-15+9}{15+x-9} = \frac{v_1}{v_2} \text{ hay } \frac{x-6}{x+6} = \frac{v_1}{v_2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : $\frac{15}{x-15} = \frac{x-6}{x+6}$

$$(x-15)(x-6) = 15(x+6)$$

$$x(x-6) - 15(x-6) = 15(x+6)$$

$$(x^2 - 6x) - (15x - 90) = 15(x+6)$$

$$x^2 - 6x - 15x + 90 = 15x + 90$$

$$x^2 - 21x - 15x = 0$$

$$x(x-36) = 0$$

Vì $x > 0$ suy ra $x - 36 = 0$ hay $x = 36.$

Quãng đường AB bằng 36km.

§ 3. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

3.1 a) u và v tỉ lệ nghịch nên $u = \frac{a}{v}$ (1)

v và t cũng tỉ lệ nghịch nên $v = \frac{b}{t}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có : $u = \frac{a}{\frac{b}{t}} = a \cdot \frac{t}{b} = \frac{a}{b} \cdot t.$

Vậy u và t tỉ lệ thuận.

b) u và v tỉ lệ nghịch nên $u = \frac{a}{v}$ (1)

v và t tỉ lệ thuận nên $v = kt$ (2)

Từ (1) và (2) ta có : $u = \frac{a}{kt} = \frac{k}{t}$

Vậy u và t tỉ lệ nghịch.

c) u và v tỉ lệ thuận nên $u = kv$ (1)

v và t tỉ lệ nghịch nên $v = \frac{a}{t}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có : $u = k \cdot \frac{a}{t} = \frac{ka}{t}$

Vậy u và t tỉ lệ nghịch.

3.2 Sử dụng kết quả Bài 3.1.

a) Hai đại lượng cùng chỉ số chẵn tỉ lệ thuận.

b) Hai đại lượng cùng chỉ số lẻ tỉ lệ thuận.

c) Đại lượng mang chỉ số chẵn tỉ lệ nghịch với đại lượng mang chỉ số lẻ.

3.3 Các đại lượng nêu ở các câu a, c, e là các đại lượng tỉ lệ nghịch.

3.4 $a = x \cdot y = 6 \cdot 10 = 60$. Vậy công thức phải tìm là $y = \frac{60}{x}$. Ta có bảng :

x	-3	-2	2	6	-10
y	-20	-30	30	10	-6

3.5 $x \cdot y = 80 \Rightarrow y = \frac{80}{x}$

x	8	10	16	20	25
y	10	8	5	4	3,2

3.6 Ta có $v \cdot t = 135 \Rightarrow t = \frac{135}{v}$

v	20	30	45	60	75
t	6,75	4,5	3	2,25	1,8

3.7 y tỉ lệ nghịch với x, ta có $y = \frac{100}{x}$

3.8 Nhận xét : $4.22,4 \neq 9.10$. Vậy x và y không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

3.9 Khi bổ sung 6 người nữa thì đội sẽ có $24 + 6 = 30$ (người). Vì số cây không đổi nên số người và số ngày trồng cây tỉ lệ nghịch với nhau. Giả sử 30 người trồng số cây đã dự định trong x ngày. Ta có :

$$\frac{24}{30} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{24 \cdot 5}{30} = 4.$$

Vậy số cây được trồng xong sớm hơn $5 - 4 = 1$ (ngày).

3.10 a) Ta có : $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \Rightarrow \frac{y_1}{x_2} = \frac{y_2}{x_1} = \frac{y_1 + y_2}{x_2 + x_1}$ (1)

Vì $x_1 = 5, x_2 = 2, y_1 + y_2 = 21$ nên từ (1) ta có :

$$\frac{y_1}{2} = \frac{y_2}{5} = \frac{y_1 + y_2}{2 + 5} = \frac{21}{7} = 3$$
 (2)

Từ (2) suy ra : $y_1 = 3 \cdot 2 = 6 ; y_2 = 3 \cdot 5 = 15$.

b) Ta có : $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{2x_1}{2x_2} = \frac{3y_2}{3y_1} = \frac{2x_1 - 3y_2}{2x_2 - 3y_1}$ (1)

Vì $x_2 = 3, y_1 = 7$ và $2x_1 - 3y_2 = 30$ nên từ (1) ta có :

$$\frac{x_1}{3} = \frac{y_2}{7} = \frac{2x_1 - 3y_2}{2 \cdot 3 - 3 \cdot 7} = \frac{30}{-15} = -2$$
 (2)

Từ (2) ta có : $x_1 = -2 \cdot 3 = -6 ; y_2 = -2 \cdot 7 = -14$.

Từ khi gặp nhau lần thứ nhất đến khi gặp nhau lần thứ hai, họ cũng đi trong cùng một thời gian nên ta có :

$$\frac{x - 15 + 9}{15 + x - 9} = \frac{v_1}{v_2} \text{ hay } \frac{x - 6}{x + 6} = \frac{v_1}{v_2}$$
 (2)

Từ (1) và (2) ta có : $\frac{15}{x - 15} = \frac{x - 6}{x + 6}$

$$(x - 15)(x - 6) = 15(x + 6)$$

$$x(x - 6) - 15(x - 6) = 15(x + 6)$$

$$(x^2 - 6x) - (15x - 90) = 15(x + 6)$$

$$x^2 - 6x - 15x + 90 = 15x + 90$$

$$x^2 - 21x - 15x = 0$$

$$x(x - 36) = 0$$

Vì $x > 0$ suy ra $x - 36 = 0$ hay $x = 36$.

Quãng đường AB bằng 36km.

§ 4. MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

4.1 a) $a = 1,6,7,5 = 12$. Ta có $y = \frac{12}{x}$.

b)

x	-6	-4,8	-3	-2,4	1,6	1,2	0,5
y	-2	-2,5	-4	-5	7,5	10	24

4.2 a) $y_1 = 6, y_2 = 8$; b) $x_1 = -4, y_2 = -10$.

4.3 6 giờ.

4.4 384 thanh ray.

4.5 Gọi $t_1(h), t_2(h), t_3(h)$ lần lượt là thời gian đi từ A đến B của người đi xe máy, người đi xe đạp và người đi bộ. Ta có

$$t_2 - t_1 = 2 \quad (1)$$

Cùng quãng đường, vận tốc và thời gian tỉ lệ nghịch với nhau, do đó t_1, t_2, t_3 tỉ lệ nghịch với 12; 4 và 1,5. Ta có

$$12t_1 = 4t_2 = 1,5t_3 \text{ hay } \frac{t_1}{1} = \frac{t_2}{3} = \frac{t_3}{8} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $\frac{t_1}{1} = \frac{t_2}{3} = \frac{t_3}{8} = \frac{t_2 - t_1}{3 - 1} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow t_3 = 1.8 = 8$.

Vậy người đi bộ đi từ A đến B mất 8 giờ.

4.6 Thời gian xe I đi hết đoạn đường AB là: $14 - 8 = 6$ (giờ)

Thời gian xe II đi hết đoạn đường AB là: $(14 - 0,5) - 9 = 4,5$ (giờ)

Trên cùng một quãng đường, vận tốc và thời gian tỉ lệ nghịch với nhau. Gọi v_1, t_1 là vận tốc và thời gian của xe I và v_2, t_2 là vận tốc

và thời gian của xe II, ta có: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{4,5}{6} = \frac{3}{4}$ và $v_2 - v_1 = 20$.

Suy ra: $v_1 = 20.3 = 60$ (km/h); $v_2 = 60 + 20 = 80$ (km/h).

4.7 2 giờ 48 phút = $\frac{14}{5}$ giờ, 4 giờ 40 phút = $\frac{14}{3}$ giờ.

Trên cùng một quãng đường, vận tốc tỉ lệ nghịch với thời gian. Gọi v_1, t_1 là vận tốc và thời gian của xe lửa thứ nhất; v_2, t_2 là vận tốc và thời gian của xe lửa thứ hai, theo đề bài ta có:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{14}{3}}{\frac{14}{5}} = \frac{5}{3} \text{ và } v_1 - v_2 = 26.$$

Suy ra: $\frac{v_1}{5} = \frac{v_2}{3} = \frac{v_1 - v_2}{5 - 3} = \frac{26}{2} = 13 \Rightarrow v_1 = 13.5 = 65$.

Quãng đường AB là: $v_1 t_1 = 65 \cdot \frac{14}{5} = 182$ (km).

Đáp số: AB = 182km.

4.8 Vận tốc ngược dòng của canô là: $18 - 2.1,8 = 14,4$ (km/h).

Gọi thời gian canô đi ngược dòng từ B về A là x (giờ). Ta có:

$$\frac{18}{14,4} = \frac{x}{2,4} \text{ (2 giờ 24 phút = 2,4 giờ)} \Rightarrow x = \frac{18.2,4}{14,4} = 3.$$

Đáp số: 3 giờ.

4.9 240; 160; 120.

4.10 Chiều dài mỗi mảnh: 28m, 20m, 14m. Diện tích khu đất: $420m^2$.

4.11 Gọi t_1 và t_2 là thời gian đi và thời gian về. Bài toán quy về việc chia 14,5 thành hai phần tỉ lệ nghịch với 45 và 42.

Đáp số: $t_1 = 7h$; $t_2 = 7,5h$; AB = 315km.

4.12 Gọi ba phần phải chia là x, y, z.

x và y tỉ lệ nghịch với $\frac{1}{3}$ và $\frac{1}{2}$ tức là tỉ lệ thuận với 3 và 2; x và z tỉ

lệ nghịch với $\frac{1}{5}$ và $\frac{1}{7}$ tức là tỉ lệ thuận với 5 và 7.

Ta có: $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}, \frac{x}{5} = \frac{z}{7}$ và $x + y + z = 230$. Suy ra

$$\frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{21} = \frac{x + y + z}{15 + 10 + 21} = \frac{230}{46} = 5 \Rightarrow x = 5.15 = 75$$

$$y = 5.10 = 50$$

$$z = 5.21 = 105.$$

4.13 Gọi số tờ giấy bạc loại 10 000đ, loại 20 000đ, loại 50 000đ theo thứ tự là x, y, z. Theo đề bài, ta có:

$$x + y + z = 85 \text{ và } 10000x = 20000y = 50000z \quad (1)$$

Từ (1) ta có: $x = 2y = 5z$ hay $\frac{x}{10} = \frac{y}{5} = \frac{z}{2} = \frac{x + y + z}{10 + 5 + 2} = \frac{85}{17} = 5$.

Suy ra: $x = 5.10 = 50$; $y = 5.5 = 25$; $z = 5.2 = 10$.

Trả lời: Số tờ 10 000đ là 50, số tờ 20 000đ là 25, số tờ 50 000đ là 10.

4.14 Hướng dẫn: Chia 114 thành ba phần tỉ lệ nghịch với $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}$ và $\frac{3}{7}$.

Đáp số: 27 xe loại 40 tấn, 45 xe loại 25 tấn và 42 xe loại 5 tấn.

- 4.15 Hướng dẫn : Chia 140 thành ba phần tỉ lệ nghịch với $\frac{6}{7}$, $\frac{9}{11}$ và $\frac{2}{3}$.

Đáp số : 42m, 44m và 54m.

§ 5. HÀM SỐ

- 5.1 a) $y = x + 3$: Đại lượng y là hàm số của đại lượng x .
 b) $y = -\frac{1}{2}x$: Đại lượng y là hàm số của đại lượng x .
 c) $y^2 = x$: Đại lượng y không phải là hàm số của đại lượng x . Chẳng hạn, ứng với $x = 1$ có hai giá trị của y là ± 1 .
- 5.2 a) Không phải hàm số vì giá trị $x = 4$ không có giá trị tương ứng của y .
 b) Là hàm số.
 c) Không phải hàm số vì giá trị $x = -12$ có hai giá trị tương ứng khác nhau của y (2 và 3).
 d) Là hàm số.
 e) Không phải hàm số vì các giá trị của x không phải là các số.
- 5.3 Đại lượng y là hàm số của đại lượng x vì với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y .
- 5.4 Đại lượng y không phải là hàm số của đại lượng x vì ứng với giá trị $x = 5$ chẳng hạn ta có hai giá trị của y (ước tự nhiên của 5 là 1 và 5).
- 5.5 Bảng này không xác định hàm số vì giá trị $x = 6$ không có giá trị tương ứng của y .
 Có thể thay đổi bằng một trong hai cách :
 - Với $x = 6$ cho thêm một giá trị tương ứng của y .
 - Bỏ giá trị 6 của x .
- 5.6 Bảng này không xác định hàm số vì giá trị $x = 4$ có hai giá trị tương ứng của y (-2 và -4).
 Có thể thay đổi bằng cách bỏ một trong hai cặp ($x = 4, y = -3$) hoặc ($x = 4, y = -4$).
- 5.7 Bảng này có xác định đại lượng y là hàm số của đại lượng x .
 Khi $x = -2, 3$ thì $y = 5$, khi $x = -4, 5$ thì $y = 7$, khi $x = 0$ thì $y = 2$.
- 5.8 $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1\frac{3}{4}$; $f(0) = 2$; $f(5) = -23$.
- 5.9 $f(-5) = f(5) = 25$; $f\left(-3\frac{2}{5}\right) = \frac{289}{25} = 11\frac{14}{25}$.
- 5.10 a) $f(-1) = \frac{1}{2}$; $f(0) = 0$; $f(2) = -1$. b) $y = -\frac{1}{2}x$.

- 5.11 a) $y = 4x$; b) $y = x^2$.

5.12 a)

x	-1	1	2	3	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$
y	-4	4	2	$1\frac{1}{3}$	$2\frac{2}{3}$	8

b) $y = \frac{4}{x}$.

- 5.13 a) y là hàm số của x ; b) $y = |x|$.

5.14 a) $f(-2) = 5$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\frac{1}{2}$.

b) $|x - 1| + 2 = 3 \Rightarrow |x - 1| = 1 \Rightarrow x - 1 = 1$ hoặc $x - 1 = -1$. Do đó $x = 2$ hoặc $x = 0$.

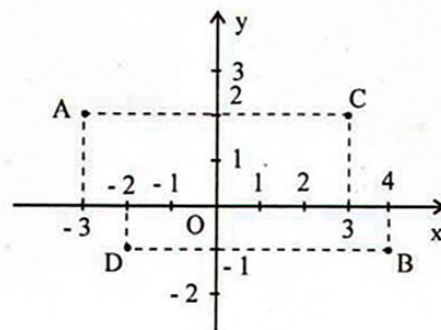
- 5.15 a) $f(3) = 4$; $f(-3) = 4$. b) $y = f(x) = |x| + 1$.

§ 6. MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

6.1 M(2; 2), N(-3; 0), P(-2; -3).

6.2 a) A(0; 3); b) B(-2; 0); c) O(0; 0).

6.3



- 6.4 a) Những điểm có hoành độ bằng 2 nằm trên đường thẳng song song với trục tung và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.
 b) Những điểm có tung độ bằng $-1/3$ nằm trên đường thẳng song song với trục hoành và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $-1/3$.
- 6.5 a) $y = 0$; b) $x = 0$; c) $x = y$.
- 6.6 a) $x > 0, y > 0$; b) $x < 0, y > 0$; c) $x < 0, y < 0$; d) $x > 0, y < 0$.
- 6.7 a) A và B không trùng nhau ;
 b) M và N trùng nhau nếu $a = b$; M và N không trùng nhau nếu $a \neq b$.
- 6.8 a) $A_1(3; -2)$; b) $A_2(-3; 2)$.

- 6.9 Có bốn cặp số: $(-3; -3)$, $(-3; 3)$, $(3; -3)$, $(3; 3)$.
Điểm $A(-3; -3)$ thuộc góc III; điểm $B(-3; 3)$ thuộc góc II; điểm $C(3; -3)$ thuộc góc IV; điểm $D(3; 3)$ thuộc góc I.

- 6.10 a) $x = 0$, y bất kì hoặc $y = 1$, x bất kì. Đó là các điểm nằm trên trục tung (có hoành độ $x = 0$) hoặc các điểm nằm trên đường thẳng song song với trục hoành và cắt trục tung tại điểm 1 (có tung độ $y = 1$).
b) $x = -1$, y bất kì: đó là các điểm nằm trên đường thẳng song song với trục tung và cắt trục hoành tại điểm -1.
 $y = 0$, x bất kì: đó là các điểm nằm trên trục hoành.
c) Đó là điểm có hoành độ 1 và tung độ -2 thuộc góc phần tư IV.

§ 7. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax$ ($a \neq 0$)

- 7.1 Học sinh tự vẽ.

- 7.2 Ta có: $y = |x| = \begin{cases} x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

Đồ thị của hàm số là hai tia phân giác của hai góc phần tư I và II.

- 7.3 a) $y = |x| - x = \begin{cases} 0 & \text{khi } x \geq 0 \\ -2x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

Đồ thị: xem hình vẽ (*)

- b) $y = \frac{|x|}{x} = \begin{cases} 1 & \text{khi } x > 0 \\ -1 & \text{khi } x < 0 \end{cases} \quad (x \neq 0)$

Đồ thị: xem hình vẽ (**)

- 7.4 a) $a > 0$; b) $a < 0$.

- 7.5 a) $x \geq 0$, $y \leq 0$, $a < 0$; b) $x \leq 0$, $y \leq 0$, $a > 0$.

- 7.6 $a_1 < 0$, $a_2 > 0$ nên $a_1 < a_2$.

- 7.7 $a_1 = 1$, $a_2 = -1$ nên $a_1 > a_2$.

- 7.8 Chỉ có các điểm $A(-3; 8)$ và $C(1; 0)$ thuộc đồ thị của hàm số này.

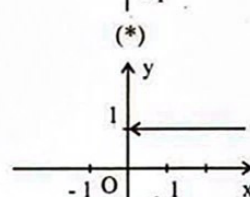
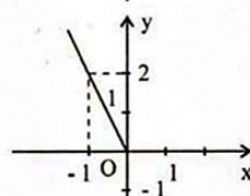
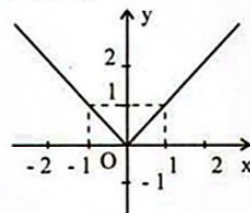
- 7.9 Điểm C không thuộc đồ thị của hàm số vì khi $x = -1$ thì

$$y = 5 \cdot (-1) - \frac{1}{2} = -5,5 \neq -6.$$

- 7.10 a) $a = 3$; b) $a = -\frac{1}{4}$.

- 7.11 a) $m = -1$; b) Học sinh tự vẽ.

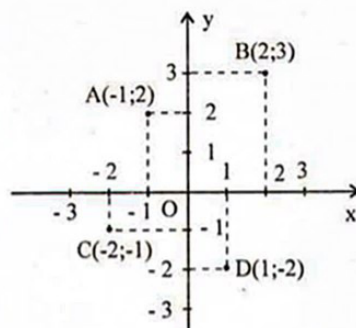
- 7.12 a) $f(x) \geq 0$ với $-1,5 \leq x \leq 0$; b) $f(x) < 0$ với $-2 \leq x < -1,5$ hoặc $0 < x \leq 2$.



- 7.13 a) $f(-3) = 1$; $f(0) = 2$; $f(3) = 3$.
b) $x = -3$ vì $f(-3) = 1$; $x = 0$ vì $f(0) = 2$.

ÔN TẬP CHƯƠNG 2

- 8.1 a) $A(2; 1)$, $B(-2; -3)$, $C(1; -2)$.
b) Các cặp số $(-1; 2)$, $(2; 3)$, $(-2; -1)$, $(1; -2)$ được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ tương ứng bởi các điểm A, B, C, D (Hình vẽ bên).



- 8.2 a) Các điểm có hoành độ bằng -3,5 nằm trên đường thẳng song song với trục tung và cắt trục hoành tại điểm $(-3,5; 0)$.

- b) Các điểm có tung độ bằng $2\frac{1}{4}$ nằm trên đường thẳng song song với trục hoành và cắt trục tung tại điểm $(0; 2\frac{1}{4})$.

- c) Các điểm có hoành độ và tung độ là hai số bằng nhau nằm trên đường phân giác của các góc phần tư I và III.

- d) Các điểm có hoành độ và tung độ là hai số đối nhau nằm trên đường phân giác của các góc phần tư II và IV.

- 8.3 a) $y = -3x$.

x	1	2	3	4	5
y	-3	-6	-9	-12	-15

- b) $y = \frac{-12}{x}$.

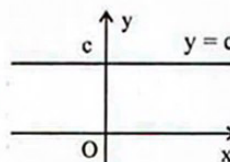
x	1	2	3	4	5
y	-12	-6	-4	-3	-2,4

- 8.4 a) Tung độ của M là -1;

- b) Hoành độ của M là $-\frac{1}{3}$.

- c) Điểm N không thuộc đồ thị của hàm số.

- 8.5 Đồ thị hàm hằng $y = c$ là đường thẳng song song với trục hoành, cắt trục tung tại điểm $C(0; c)$.



Khi $c = 0$, đồ thị hàm $y = 0$ chính là trục hoành.

- 8.6 A $\in$ (H), B $\in$ (H), C $\in$ (H),
D $\notin$ (H), E $\in$ (H), F $\notin$ (H).

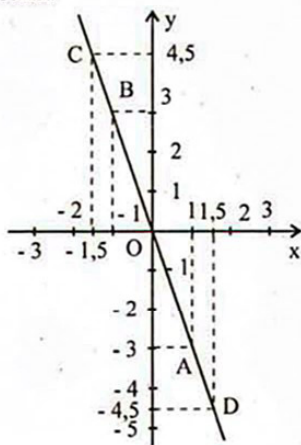
- 8.7 a) Xem hình vẽ.

b) Đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ O.

c) • Từ điểm trên trục tung có tung độ bằng 4,5, ta kẻ đường thẳng song song với trục hoành, đường thẳng này cắt đường thẳng AB tại điểm C. Từ C, ta kẻ đường thẳng song song với trục tung, đường thẳng này cắt trục hoành tại điểm -1,5. Vậy hoành độ của C là $x = -1,5$.

Ta có C(-1,5; 4,5).

• Từ điểm có hoành độ 1,5 trên trục hoành, ta kẻ đường thẳng song song với trục tung, đường thẳng này cắt đường thẳng AB tại điểm D. Từ D, ta kẻ đường thẳng song song với trục hoành, đường thẳng này cắt trục tung tại điểm -4,5. Vậy tung độ của D là $y = -4,5$. Ta có D(1,5; -4,5).



- 8.8 Các điểm M và N thuộc đồ thị của hàm số $y = ax + b$ nên ta có :

$$5 = -1.a + b \Rightarrow -a + b = 5 \quad (1)$$

$$2\frac{1}{3} = \frac{1}{3}.a + b \Rightarrow a + 3b = 7 \quad (2)$$

Cộng từng vế (1) và (2) ta được : $4b = 12 \Rightarrow b = 3$.

Thay $b = 3$ vào (1) : $-a + 3 = 5 \Rightarrow a = -2$.

Vậy hàm số là : $y = -2x + 3$.

- 8.9 Thay $y = 3x$ vào từng đẳng thức.

a) M(0; 0); b) M(-2; -6); c) M(-3; -9).

- 8.10 Ta có $f(x_1 + x_2) = a(x_1 + x_2) = ax_1 + ax_2 = f(x_1) + f(x_2)$.

- 8.11 a) $f(0) = f(0 + 0) = f(0) + f(0) \Rightarrow f(0) = 2f(0) \Rightarrow f(0) = 0$.

b) Ta có : $f[(-x) + x] = f(0)$.

Theo câu a), $f(0) = 0$ nên $f(-x) + f(x) = 0$, suy ra $f(-x) = -f(x)$.

- 8.12 Ta có $y_1 = \frac{a}{x_1}$; $y_2 = \frac{a}{x_2}$. Do đó : $\frac{y_1}{y_2} = \frac{\frac{a}{x_1}}{\frac{a}{x_2}} = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{a}{a} = \frac{x_2}{x_1}$ ($a \neq 0$).

- 8.13 Các điểm A(3; 4) và C(-2; -6) thuộc đồ thị hàm số.

- 8.14 $a = -\frac{1}{4}$.

- 8.15 a) $a = 6$;

b) Có tám điểm có tọa độ nguyên trên đồ thị là :

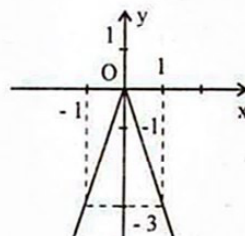
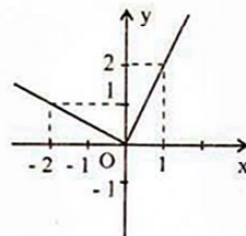
$M_1(-1; -6)$, $M_2(1; 6)$, $M_3(-2; -3)$, $M_4(2; 3)$,
 $M_5(-3; -2)$, $M_6(3; 2)$, $M_7(-6; -1)$, $M_8(6; 1)$.

- 8.16 $m = -6$, $n = -9$.

- 8.17 a) 62; 93; 155;

b) 150; 100; 60.

- 8.18 a)



$$b) y = -|3x| = \begin{cases} -3x & \text{khi } x \geq 0 \\ 3x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

- 8.19 Hoành độ x của giao điểm phải thỏa mãn điều kiện :

$$4x = \frac{1}{x} \quad (x \neq 0) \text{ hay } 4x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}.$$

Từ đó tìm được hai giao điểm : $(\frac{1}{2}; 2)$, $(-\frac{1}{2}; -2)$.

- 8.20 a) $g(x) \geq 0$ với $0 \leq x \leq 4\frac{1}{3}$;

$g(x) = 2$ với $1 \leq x \leq 3$;

$g(x) < 0$ với $-1 \leq x < 0$ hoặc $4\frac{1}{3} < x \leq 5$.

b)

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1,75	3	$4\frac{1}{3}$	5
g(x)	-2	0	1	2	2	0	-1

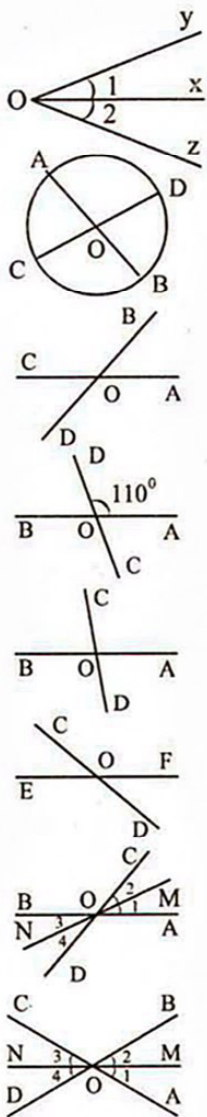
- c) $y = 2x$ ($-1 \leq x \leq 1$); $y = 2$ ($1 \leq x \leq 3$).

PHẦN HÌNH HỌC

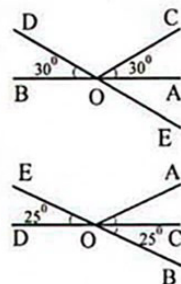
Chương I. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

§ 1. HAI GÓC ĐỐI ĐỈNH

- 1.1 a) Đúng ;
b) Sai. Trên hình vẽ bên, hai góc $\widehat{O_1}$ và $\widehat{O_2}$ bằng nhau nhưng không đối đỉnh.
- 1.2 Có hai cặp góc đối đỉnh $\widehat{AOC}$ và $\widehat{BOD}$, $\widehat{AOD}$ và $\widehat{BOC}$.
- 1.3 Vẽ như hình bên. Có hai cặp góc đối đỉnh $\widehat{AOB}$ và $\widehat{COD}$, $\widehat{BOC}$ và $\widehat{DOA}$.
- 1.4 $\widehat{AOD}$ và $\widehat{DOB}$ kề bù nên:
 $\widehat{BOD} = 180^\circ - \widehat{AOD} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$
 $\widehat{BOC} = \widehat{AOD} = 110^\circ$ (đối đỉnh)
 $\widehat{AOC} = \widehat{BOD} = 70^\circ$ (đối đỉnh).
- 1.5 Ta có : $\widehat{AOC} - \widehat{AOD} = 20^\circ$;
 $\widehat{AOC} + \widehat{AOD} = 180^\circ$
 nên $\widehat{AOD} = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$
 $\widehat{AOC} = 80^\circ + 20^\circ = 100^\circ$
 $\widehat{BOD} = \widehat{AOC} = 100^\circ$ (đối đỉnh);
 $\widehat{BOC} = \widehat{AOD} = 80^\circ$ (đối đỉnh).
- 1.6 Số đo góc thứ tư : $360^\circ - 300^\circ = 60^\circ$
 Từ đó tính được : $\widehat{COE} = \widehat{DOF} = 60^\circ$;
 $\widehat{COF} = \widehat{DOE} = 120^\circ$.
- 1.7 $\widehat{O_1} = \widehat{O_2} = 25^\circ$; $\widehat{O_3} = \widehat{O_1} = 25^\circ$; $\widehat{O_4} = \widehat{O_2} = 25^\circ$.
- 1.8 $\widehat{O_3} = \widehat{O_1}$, $\widehat{O_4} = \widehat{O_2}$ mà $\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$ nên $\widehat{O_3} = \widehat{O_4}$
 Tia ON là tia phân giác của góc $\widehat{COD}$.

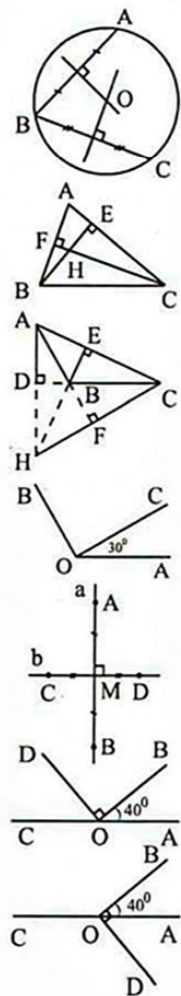


- 1.9 $\widehat{AOE} = \widehat{BOD} = 30^\circ$ (đối đỉnh)
 $\widehat{AOE} = \widehat{AOC} \Rightarrow$ tia OA là tia phân giác của góc $\widehat{COE}$.
- 1.10 $\widehat{EOC} = 180^\circ - \widehat{DOE} = 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$.
 $\widehat{BOC} = \frac{\widehat{AOB}}{2} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$.
 $\widehat{EOC} + \widehat{BOC} = 155^\circ + 25^\circ = 180^\circ$ nên hai tia OE, OB đối nhau. Góc đối đỉnh với góc $\widehat{DOE}$ là góc $\widehat{COB}$.



§ 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

- 2.1 Các từ điền vào bài là : $\widehat{AOD}$, $\widehat{DOB}$, $\widehat{BOC}$.
- 2.2 a) và b) xem hình vẽ.
c) Giao điểm của hai đường trung trực nói trên là tâm O của đường tròn.
- 2.3 a) Xem hình vẽ.
b) Đo được $\widehat{ABE} = 20^\circ$, $\widehat{ACF} = 20^\circ$.
c) Đo được $\widehat{EHF} = 110^\circ$.
- 2.4 a) Xem hình vẽ.
b) Ba điểm E, B, H thẳng hàng.
- 2.5 - Qua A kẻ đoạn thẳng AH vuông góc với Ox.
- Qua H, kẻ đoạn thẳng HC vuông góc với Oy.
- Qua C, kẻ đoạn thẳng CE vuông góc với Ox.
- 2.6 $\widehat{BOC} = \widehat{AOB} - \widehat{AOC} = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$
- 2.7 a là đường trung trực của đoạn thẳng CD
b là đường trung trực của đoạn thẳng AB.
- 2.8 a) $\widehat{DOA} = \widehat{DOB} + \widehat{AOB}$
 $= 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$.
 $\widehat{COD} = 180^\circ - \widehat{DOA}$
 $= 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$.
 b) $\widehat{DOA} = \widehat{DOB} - \widehat{AOB}$
 $= 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.



$$\widehat{COD} = 180^\circ - \widehat{DOA} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ.$$

$$2.9 \quad \widehat{O_1} = \widehat{O_2} = 50^\circ : 2 = 25^\circ$$

$$\widehat{AOD} = \widehat{O_1} + \widehat{COD} = 25^\circ + 90^\circ = 115^\circ$$

$$\widehat{DOE} = 180^\circ - \widehat{AOD} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

$$\widehat{BOD} = \widehat{COD} - \widehat{O_2} = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$

$\widehat{DOE} = \widehat{BOD} \Rightarrow$ Tia OD là tia phân giác của góc $\widehat{BOE}$.

$$2.10 \quad \widehat{AOD} = \widehat{AOB} - \widehat{BOD} \\ = 130^\circ - 90^\circ = 40^\circ.$$

$$\widehat{COD} = \widehat{AOC} - \widehat{AOD} \\ = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ.$$

$$2.11 \quad \widehat{EOA} = \widehat{EOB} = 140^\circ : 2 = 70^\circ$$

$$\widehat{EOA} + \widehat{AOC} = 70^\circ + 90^\circ = 160^\circ$$

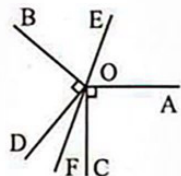
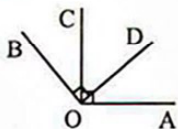
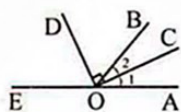
$$\widehat{COF} = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

Tương tự :

$$\widehat{EOB} + \widehat{BOD} = 70^\circ + 90^\circ = 160^\circ$$

$$\widehat{DOF} = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

Ta có $\widehat{COF} = \widehat{DOF}$, suy ra tia OF là tia phân giác của góc $\widehat{COD}$.



§ 3. CÁC GÓC TẠO BỞI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CẮT HAI ĐƯỜNG THẲNG

- 3.1 - Hai cặp góc so le trong : $\widehat{C_1}$ và $\widehat{D_3}$, $\widehat{C_4}$ và $\widehat{D_2}$.
 - Bốn cặp góc đồng vị : $\widehat{C_1}$ và $\widehat{D_1}$, $\widehat{C_2}$ và $\widehat{D_2}$, $\widehat{C_3}$ và $\widehat{D_3}$, $\widehat{C_4}$ và $\widehat{D_4}$.
 - Hai cặp góc trong cùng phía : $\widehat{C_1}$ và $\widehat{D_2}$, $\widehat{C_4}$ và $\widehat{D_3}$.

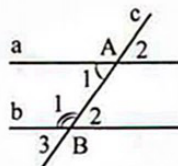
- 3.2 a) $x = y = t = 60^\circ$, $z = 120^\circ$.
 b) $x = 70^\circ$, $y = 110^\circ$, $z = 100^\circ$, $t = 80^\circ$.

- 3.3 a) $\widehat{A_1} + \widehat{B_1} = 180^\circ$ (đề bài cho);
 $\widehat{B_1} + \widehat{B_2} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

Suy ra $\widehat{A_1} = \widehat{B_2}$.

- b) $\widehat{A_1} + \widehat{B_1} = 180^\circ$ (đề bài cho);
 $\widehat{B_1} + \widehat{B_3} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

Suy ra $\widehat{A_1} = \widehat{B_3}$.



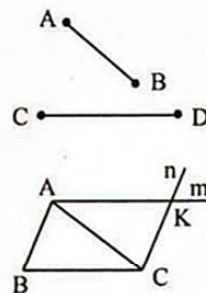
§ 4. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

- 4.1 Các câu a) và c) đúng. Các câu b) và d) sai.
 Trên hình vẽ bên, các đoạn thẳng AB và CD không song song.

- 4.2 Các từ điền vào bài là :

a) bằng nhau ; b) bằng nhau ; c) bù nhau.

- 4.3 - Qua A vẽ đường thẳng m song song với BC.
 - Qua C vẽ đường thẳng n song song với AB.
 - K là giao điểm của m và n.



- 4.4 $AB \parallel CD$, $AC \parallel BD$.
 $MN \parallel PQ$, $PQ \parallel RS$, $MN \parallel RS$.

- 4.5 Cách 1 : $\widehat{A_2} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

$\widehat{A_2} = 60^\circ = \widehat{B_1}$ và $\widehat{A_2}$ so le trong với $\widehat{B_1}$ nên $a \parallel b$.

Cách 2 : $\widehat{B_2} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$\widehat{A_1} = 120^\circ = \widehat{B_2}$ và $\widehat{A_1}$ đồng vị với $\widehat{B_2}$ nên $a \parallel b$.

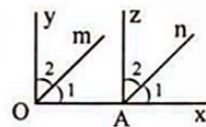
- 4.6 Hai góc trong cùng phía $\widehat{B}$ và $\widehat{BCD}$ bù nhau nên $AB \parallel CD$.

- 4.7 $\widehat{BAC} = 360^\circ - 100^\circ - 120^\circ = 140^\circ$.

Hai góc so le trong $\widehat{BAC}$ và $\widehat{C}$ bằng nhau nên $AB \parallel CD$.

- 4.8 a) Hai góc đồng vị $\widehat{xAz}$ và $\widehat{xOy}$ bằng nhau nên $Oy \parallel Az$.

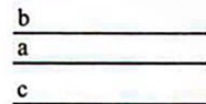
b) Hai góc đồng vị $\widehat{A_1}$ và $\widehat{O_1}$ bằng nhau (cùng bằng 45°) nên $Om \parallel An$.



- 4.9 a) $a \parallel b$: xét cặp góc trong cùng phía.
 b) $b \parallel c$: xét cặp góc đồng vị.
 c) $a \parallel c$: xét cặp góc trong cùng phía.

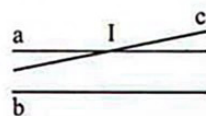
§ 5. TIÊN ĐỀ Ơ-CLÍT VỀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

- 5.1 Các câu a), b), c), e) đúng.
 Các câu d), f) sai. Câu d) trái với tiên đề Ơ-clít.
 Hình vẽ bên chứng tỏ câu f) sai.



- 5.2 Câu a) sai, câu b) đúng.

Câu a) sai vì : Nếu $c \parallel b$ thì qua I ta có hai đường thẳng phân biệt c và a cùng song song với b : trái với tiên đề Ơ-clít.



5.3 Đáp số : $x = 80^\circ$, $y = 60^\circ$.

5.4 $\widehat{C}_1 + \widehat{C}_2 = 180^\circ$ và $\widehat{C}_1 - \widehat{C}_2 = 40^\circ$ nên tính được $\widehat{C}_1 = 110^\circ$, $\widehat{C}_2 = 70^\circ$.

$a // b \Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{C}_2 = 70^\circ$ (hai góc so le trong);

$a // b \Rightarrow \widehat{D}_2 = \widehat{C}_1 = 110^\circ$ (hai góc so le trong).

5.5 $a // b \Rightarrow \widehat{C}_1 + \widehat{D}_1 = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía). Ta lại có $\widehat{C}_1 - \widehat{D}_1 = 30^\circ$. Tính được $\widehat{C}_1 = 105^\circ$, $\widehat{D}_1 = 75^\circ$. Do đó :

$$\widehat{C}_2 = 180^\circ - \widehat{C}_1 = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

$$\widehat{D}_2 = 180^\circ - \widehat{D}_1 = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ.$$

5.6 $AC // Oy \Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{O} = 70^\circ$ (hai góc đồng vị);

$AB // Ox \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 = 70^\circ$ (hai góc so le trong).

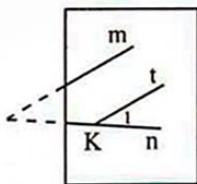
Từ đó tính được $\widehat{A}_3 = 70^\circ$, $\widehat{A}_2 = \widehat{A}_4 = 110^\circ$.

5.7 $O'K // Oy \Rightarrow \widehat{K}_1 = \widehat{O}$ (hai góc đồng vị);

$O'x' // Ox \Rightarrow \widehat{x'O'y'} = \widehat{K}_1 = \widehat{O}$ (hai góc đồng vị)

$$\widehat{x'O'K} = 180^\circ - \widehat{x'O'y'} = 180^\circ - \widehat{O}.$$

5.8 Lấy điểm K thuộc n. Kẻ tia Kt // m. Góc nhọn tạo bởi m và n bằng $\widehat{K}_1$.



5.9 Trước hết chứng tỏ $c // d$. Sau đó tìm được $x = 75^\circ$.

5.10 $AB // CD \Rightarrow \widehat{GEB} = \widehat{EFD}$ (hai góc đồng vị); $\widehat{E}_2 = \frac{1}{2} \widehat{GEB}$,

$\widehat{F}_2 = \frac{1}{2} \widehat{EFD}$ nên $\widehat{E}_2 = \widehat{F}_2$. Hai góc đồng vị $\widehat{E}_2, \widehat{F}_2$ bằng nhau nên

$Ex // Fy$.

§ 6. TỪ VUÔNG GÓC ĐẾN SONG SONG

6.1 Các từ điển vào bài là :

a) $b \perp a$;

b) $c \perp b$;

c) $b // c$.

6.2 Hai góc so le trong $\widehat{ABx}$, $\widehat{BAD}$ bằng nhau nên $Bx // AD$.

Hai góc so le trong $\widehat{ACy}$, $\widehat{CAD}$ bằng nhau nên $Cy // AD$.

$$\left. \begin{array}{l} Bx // AD \\ Cy // AD \end{array} \right\} \Rightarrow Bx // Cy.$$

6.3 Chứng tỏ $AD // BE$ và $CG // BE$ để suy ra $AD // CG$.

6.4 Hai góc so le trong $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCD}$ bằng nhau nên $AB // CD$ (1)

Hai góc trong cùng phía $\widehat{E}$, $\widehat{ECD}$ bù nhau nên $EF // CD$ (2)

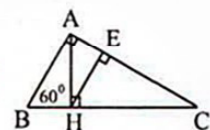
Từ (1) và (2) suy ra $AB // EF$ (cùng song song với CD).

6.5 a) $\left. \begin{array}{l} AB \perp AC \\ HE \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow AB // HE$

b) $AB // HE \Rightarrow \widehat{EHC} = \widehat{B} = 60^\circ$ (hai góc đồng vị)

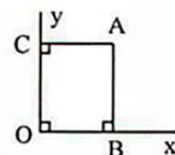
$$\widehat{AHE} = 90^\circ - \widehat{EHC} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$AB // HE \Rightarrow \widehat{BAH} = \widehat{AHE} = 30^\circ$ (hai góc so le trong).



6.6 $\left. \begin{array}{l} AC \perp Oy \\ Ox \perp Oy \end{array} \right\} \Rightarrow AC // Ox$

$\left. \begin{array}{l} AC // Ox \\ AB \perp Ox \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp AC$



6.7 Qua A, vẽ đường thẳng b song song với a. Qua A, vẽ đường thẳng m vuông góc với b.

Giải thích : $\left. \begin{array}{l} a // b \\ m \perp b \end{array} \right\} \Rightarrow m \perp a.$

6.8 Kẻ $CK // AB$

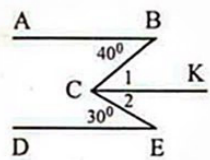
$AB // CK \Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{B} = 40^\circ$ (hai góc so le trong)

$\left. \begin{array}{l} CK // AB \\ DE // AB \end{array} \right\} \Rightarrow CK // DE$

$CK // DE \Rightarrow \widehat{C}_2 = \widehat{E} = 30^\circ$ (hai góc so le trong)

Do đó $\widehat{C}_1 + \widehat{C}_2 = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ$.

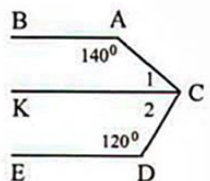
Suy ra $\widehat{BCE} = 70^\circ$.



6.9 Kẻ $CK // AB$.

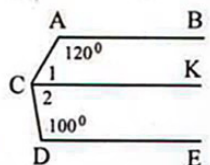
Tính $\widehat{C}_1$ được 40° . Hãy chứng tỏ $CK // DE$, rồi tính $\widehat{C}_2$ được 60° .

Đáp số : $\widehat{ACD} = 100^\circ$.



6.10 Kẻ $CK // AB$.

$AB // CK \Rightarrow \widehat{A} + \widehat{C}_1 = 180^\circ$ (hai góc trong cùng

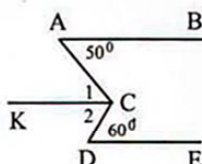


phía). Suy ra : $\widehat{C}_1 = 180^\circ - \widehat{A} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$;
 $\widehat{C}_2 = 140^\circ - \widehat{C}_1 = 140^\circ - 60^\circ = 80^\circ$.

Hai góc trong cùng phía $\widehat{C}_2$ và $\widehat{D}$ bù nhau nên $CK \parallel DE$.

$$\left. \begin{array}{l} CK \parallel AB \\ CK \parallel DE \end{array} \right\} \Rightarrow AB \parallel DE.$$

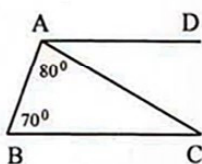
- 6.11 Kẻ $CK \parallel AB$. Tính $\widehat{C}_1$ được 50° , do đó $\widehat{C}_2 = 60^\circ$. Hãy chứng tỏ $CK \parallel DE$ rồi chứng tỏ $AB \parallel DE$.



- 6.12 Kẻ $AD \parallel BC$.

$AD \parallel BC \Rightarrow \widehat{BAD} + \widehat{B} = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía) $\Rightarrow \widehat{BAD} = 180^\circ - \widehat{B}$
 $= 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

$AD \parallel BC \Rightarrow \widehat{C} = \widehat{CAD} = 30^\circ$ (hai góc so le trong).



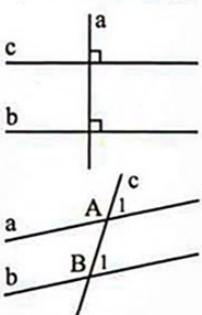
§ 7. ĐỊNH LÝ

- 7.1 Các câu a) và d) đúng và cho ta định lý. Các câu b) và c) sai.
 Chú ý : Câu b) sai vì trên hình bên ta có a cắt b, $c \perp a$ nhưng c không cắt b.

Câu c) sai vì theo tiên đề O-clit thì AB trùng AC.

- 7.2 a) GT $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$
 KL $a \parallel b$

- b) GT $a \parallel b$
 KL $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$



- 7.3 a) GT $\widehat{AOB}$ kề bù $\widehat{BOC}$
 OM là tia phân giác của $\widehat{AOB}$
 ON là tia phân giác của $\widehat{BOC}$
 KL $\widehat{MON} = 90^\circ$

b) Các chỗ trống phải điền theo thứ tự là :

- $\widehat{BOC}$ kề bù với $\widehat{AOB}$

• OM là tia phân giác của $\widehat{AOB}$.

• ON là tia phân giác của $\widehat{BOC}$.

• 90° .

Chú ý : Có thể trình bày chứng minh định lý trên như sau :

$$\widehat{BOM} = \frac{\widehat{AOB}}{2} \text{ (vì OM là tia phân giác của } \widehat{AOB} \text{)}$$

$$\widehat{BON} = \frac{\widehat{BOC}}{2} \text{ (vì ON là tia phân giác của } \widehat{BOC} \text{)}$$

$$\widehat{BOM} + \widehat{BON} = \frac{\widehat{AOB}}{2} + \frac{\widehat{BOC}}{2} = \frac{\widehat{AOB} + \widehat{BOC}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

Do đó $\widehat{MON} = 90^\circ$.

- 7.4 a) Nếu hai đường thẳng song song cắt một đường thẳng thứ ba thì hai góc trong cùng phía bù nhau.
 b) Nếu hai đường thẳng cắt một đường thẳng thứ ba tạo thành hai góc trong cùng phía bù nhau thì hai đường thẳng ấy song song.

ÔN TẬP CHƯƠNG 1

1. $AB \perp Oy$, $CD \perp Oy$, $EG \perp Oy$, $BC \perp Ox$, $DE \perp Ox$.

$AB \parallel CD \parallel EG$ (cùng vuông góc với Oy)

$BC \parallel DE$ (cùng vuông góc với Ox).

2. a), b) : Xem hình vẽ bên

$$\left. \begin{array}{l} CE \parallel Bx \\ BD \perp CE \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp Bx$$

$$\left. \begin{array}{l} BD \parallel Cy \\ AC \perp BD \end{array} \right\} \Rightarrow AC \perp Cy$$

d) Đo được $\widehat{BKC} = 110^\circ$.

3. a) Xem hình vẽ bên.

b) $OM \perp BC$

4. a) Qua C, kẻ $CF \parallel AB$, hãy chứng tỏ $CF \parallel DE$.

Đáp số : $x = 90^\circ$.

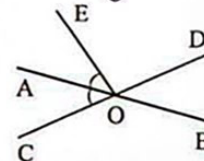
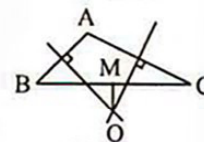
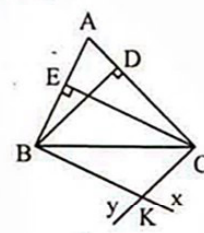
b) Qua K, kẻ $KG \parallel HI$, hãy chứng tỏ $KG \parallel MP$.

Đáp số : $y = 130^\circ$.

5. Các câu a) và c) đúng.

Các câu b) và d) sai. Học sinh tự đưa ra hình vẽ chứng tỏ các câu đó sai.

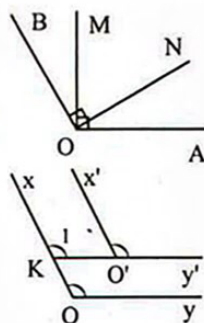
6. Chứng minh rằng $\widehat{AOE}$ và $\widehat{BOD}$ cùng bằng $\widehat{AOC}$.



7. a) $\widehat{AOM} = 90^\circ$; $\widehat{BON} = 90^\circ$.

b) $\widehat{NOA} = 30^\circ$; $\widehat{MOB} = 30^\circ$.

8. Gọi K là giao điểm của Ox và O'y'. Hãy chứng tỏ $\widehat{xOy} = \widehat{K_1}$, $\widehat{x'O'y'} = \widehat{K_1}$.



Chương 2. TAM GIÁC

§ 8. TỔNG BA GÓC CỦA MỘT TAM GIÁC

8.1 a) Từ $\widehat{B} + \widehat{C} = 110^\circ$ và $\widehat{B} - \widehat{C} = 10^\circ$, tính được :

$$\widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 50^\circ.$$

b) Từ $\widehat{B} + \widehat{C} = 120^\circ$ và $\widehat{B} = 2\widehat{C}$, tính được : $\widehat{B} = 80^\circ, \widehat{C} = 40^\circ$.

8.2 $\frac{\widehat{A}}{2} = \frac{\widehat{B}}{3} = \frac{\widehat{C}}{4} = \frac{\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}}{2+3+4} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$.

Từ đó : $\widehat{A} = 40^\circ, \widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 80^\circ$.

8.3 a) $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

$$\widehat{B_1} + \widehat{C_1} = \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$$

Xét $\triangle IBC$:

$$\widehat{BIC} = 180^\circ - (\widehat{B_1} + \widehat{C_1}) = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

Xét $\triangle ICK$, góc ngoài $\widehat{BIC}$:

$$\widehat{BIC} = \widehat{BKC} + \widehat{ICK} = \widehat{BKC} + 90^\circ.$$

Do đó : $\widehat{BKC} = \widehat{BIC} - 90^\circ = 125^\circ - 90^\circ = 35^\circ$.

b) Giải tương tự như câu a), ta lần lượt được :

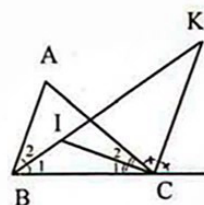
$$\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \alpha.$$

$$\widehat{B_1} + \widehat{C_1} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}.$$

$$\widehat{BIC} = 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}.$$

$$\widehat{BKC} = \left(90^\circ + \frac{\alpha}{2}\right) - 90^\circ = \frac{\alpha}{2}.$$

8.4 $AB \parallel DE \Rightarrow \widehat{CKE} = \widehat{B} = 40^\circ$ (hai góc so le trong)



$\widehat{BCE}$ là góc ngoài của $\triangle CKE$ nên :

$$\widehat{BCE} = \widehat{CKE} + \widehat{E} = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ.$$

8.5 $\widehat{ACD}$ là góc ngoài của $\triangle CKD$ nên $\widehat{ACD} = \widehat{K} + \widehat{CDK}$, suy ra $140^\circ = \widehat{K} + 80^\circ \Rightarrow \widehat{K} = 60^\circ$.

Hai góc trong cùng phía $\widehat{A}$ và $\widehat{K}$ bù nhau ($120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$) nên $AB \parallel KE$, tức là $AB \parallel DE$.

8.6 a) Ta tính được $\widehat{A} = 80^\circ$ nên $\widehat{A_1} = 40^\circ$. $\widehat{ADC}$ là góc ngoài của $\triangle ABD$ nên $\widehat{ADC} = \widehat{A_1} + \widehat{B} = 40^\circ + 70^\circ = 110^\circ$.

b) Theo tính chất góc ngoài của tam giác :

$$\widehat{ADC} = \widehat{B} + \widehat{A_1}$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{C} + \widehat{A_2}$$

Do đó $\widehat{ADC} - \widehat{ADB} = (\widehat{B} + \widehat{A_1}) - (\widehat{C} + \widehat{A_2})$

Do $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ nên $\widehat{ADC} - \widehat{ADB} = \widehat{B} - \widehat{C} = 40^\circ$

Ta lại có $\widehat{ADC} + \widehat{ADB} = 180^\circ$

Từ (1) và (2) tính được : $\widehat{ADC} = \frac{180^\circ + 40^\circ}{2} = 110^\circ$.

8.7 a) $\triangle AKC$ có $\widehat{A} + \widehat{C} = 90^\circ$; $\triangle HBC$ có $\widehat{HBC} + \widehat{C} = 90^\circ$. Suy ra $\widehat{A} = \widehat{HBC}$.

b) $\widehat{A} = \widehat{HBC}$ mà $\widehat{HBC} + \widehat{HBK} = 180^\circ$ nên $\widehat{A} + \widehat{HBK} = 180^\circ$.

8.8 a) $\triangle ABD$ có $\widehat{A} + \widehat{ABD} = 90^\circ$.

$$\triangle ACE$$
 có $\widehat{A} + \widehat{ACE} = 90^\circ$

Suy ra $\widehat{ABD} = \widehat{ACE}$.

b) $\triangle ACE$ có $\widehat{A} + \widehat{ACE} = 90^\circ$.

$$\triangle HCD$$
 có $\widehat{H_1} + \widehat{ACE} = 90^\circ$

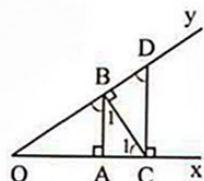
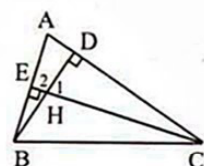
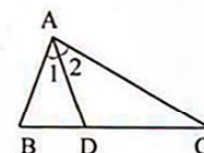
Suy ra $\widehat{A} = \widehat{H_1}$.

Ta lại có $\widehat{H_1} + \widehat{H_2} = 180^\circ$ nên $\widehat{A} + \widehat{H_2} = 180^\circ$.

8.9 a) Có năm tam giác vuông : $\triangle AOB$, $\triangle ABC$, $\triangle BCD$, $\triangle BOC$, $\triangle COD$.

b) $\widehat{ABO} = \widehat{C_1}$ (cùng phụ với $\widehat{B_1}$)

$$\widehat{ABO} = \widehat{D} \text{ (đồng vị, } AB \parallel CD).$$

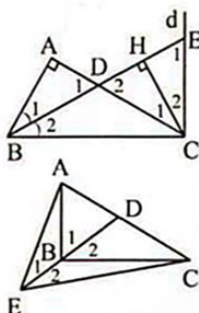


8.10* $\widehat{B}_1$ phụ $\widehat{D}_1$, $\widehat{C}_1$ phụ $\widehat{D}_2$, mà $\widehat{D}_1 = \widehat{D}_2$ nên $\widehat{B}_1 = \widehat{C}_1$. (1)

$\widehat{B}_2$ phụ $\widehat{E}_1$, $\widehat{C}_2$ phụ $\widehat{E}_1$ nên $\widehat{B}_2 = \widehat{C}_2$. (2)

Từ (1), (2) và $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$ suy ra $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$.

Vậy CH là tia phân giác của góc DCE.



8.11 Hãy chứng minh $\widehat{E}_1 < \widehat{B}_1$, $\widehat{E}_2 < \widehat{B}_2$ để suy ra $\widehat{AEC} < \widehat{ABC} = 90^\circ$.

§ 9. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU

9.1 $\triangle ABC = \triangle DHK \Rightarrow \widehat{H} = \widehat{B} = 35^\circ$, $\widehat{C} = \widehat{K} = 100^\circ$. Suy ra:

$$\widehat{A} = 180^\circ - \widehat{B} - \widehat{C} = 180^\circ - 35^\circ - 100^\circ = 45^\circ$$

Do đó $\widehat{D} = \widehat{A} = 45^\circ$.

9.2 $\triangle ABC = \triangle DEI \Rightarrow DE = AB = 5\text{cm}$, $DI = AC = 6\text{cm}$,

$$BC = EI = 8\text{cm}.$$

Chu vi $\triangle ABC$ bằng: $5 + 6 + 8 = 19\text{ (cm)}$

Chu vi $\triangle DEI$ cũng bằng 19cm.

9.3 $\triangle ANM = \triangle DKE$, $\triangle MAN = \triangle EDK$, $\triangle MNA = \triangle EKD$,
 $\triangle KDE = \triangle NAM$, $\triangle KED = \triangle NMA$.

9.4 a) A và O là hai đỉnh tương ứng, B và K là hai đỉnh tương ứng. Ta viết: $\triangle ABC = \triangle OKH$.

b) Xét đỉnh B có mặt ở cả hai đẳng thức $AB = OH$ (1) và $BC = KO$ (2)

Từ (1) ta thấy đỉnh tương ứng của B là O hoặc H.

Từ (2) ta thấy đỉnh tương ứng của B là K hoặc O.

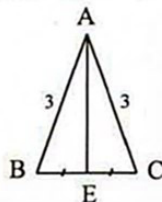
Suy ra đỉnh tương ứng của B là O. Do đó đỉnh tương ứng của A là H, đỉnh tương ứng của C là K.

Ta viết: $\triangle ABC = \triangle HOK$.

§10. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC CẠNH - CẠNH - CẠNH

10.1 a) Xem hình bên.

b) $\triangle BAE = \triangle CAE$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{BAE} = \widehat{CAE}$ (hai góc tương ứng) $\Rightarrow AE$ là tia phân giác của góc BAC.



10.2 $\triangle ACD = \triangle BCD$ (c.c.c).

Suy ra $\widehat{ACD} = \widehat{BCD}$ (hai góc tương ứng), suy ra là tia phân giác của góc C.

10.3 $\triangle ABC = \triangle AED$ (c.c.c),

$\triangle ABD = \triangle AEC$ (c.c.c).

10.4 a) $\triangle AOB = \triangle COD$ (c.c.c).

b) Từ câu a) suy ra $\widehat{AOB} = \widehat{COD}$ (hai góc tương ứng).

10.5 $\triangle ABC = \triangle ADC$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ (hai góc tương ứng).

10.6 Kẻ AC.

$\triangle ACD = \triangle CAB$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{CAB}$ (hai góc tương ứng). Hai góc so le trong $\widehat{ACD}$, $\widehat{CAB}$ bằng nhau nên $AB \parallel CD$.

§ 11. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI CỦA TAM GIÁC CẠNH - GÓC - CẠNH

11.1 a) Xem hình vẽ bên.

b) Đo AC được 3cm.

11.2 Bổ sung điều kiện $\widehat{ABC} = \widehat{DCB}$ thì:

$$\triangle ABC = \triangle DCB \text{ (c.g.c).}$$

11.3 $\triangle AHB = \triangle KHB$ (c.g.c);

$\triangle AHC = \triangle KHC$ (c.g.c);

$\triangle ABC = \triangle KBC$ (c.g.c).

11.4 a) $\triangle AIE = \triangle CIB$ (c.g.c) $\Rightarrow AE = BC$

b) $\triangle AIE = \triangle CIB$ (chứng minh trên) suy ra $\widehat{E} = \widehat{B}_1 \Rightarrow AE \parallel BC$.

11.5 $\triangle OAD = \triangle OCB$ (c.g.c) $\Rightarrow AD = BC$.

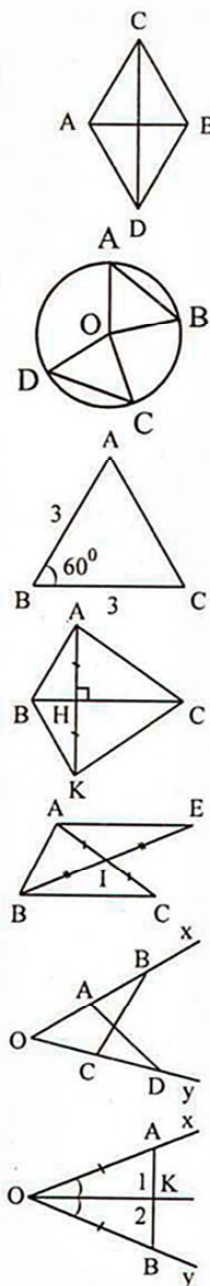
11.6 a) $\triangle AOK = \triangle BOK$ (c.g.c) $\Rightarrow AK = KB$.

b) $\triangle AOK = \triangle BOK$ (câu a) $\Rightarrow \widehat{K}_1 = \widehat{K}_2$.

Ta lại có $\widehat{K}_1 + \widehat{K}_2 = 180^\circ$

Suy ra $\widehat{K}_1 = \widehat{K}_2 = 90^\circ$.

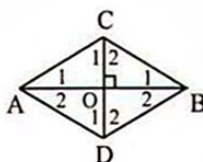
Vậy $OK \perp AB$.



- 11.7 a) Gọi O là giao điểm của AB và CD.

$\Delta AOC = \Delta BOC = \Delta BOD = \Delta AOD$ (c.g.c) suy ra $AC = BC = BD = AD$.

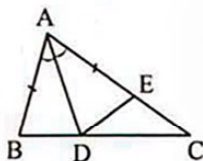
b) Từ các tam giác bằng nhau nói trên, ta suy ra: AB là tia phân giác của góc A; BA là tia phân giác của góc B; CD là tia phân giác của góc C; DC là tia phân giác của góc D.



- 11.8 a) $\Delta ADE = \Delta ADB$ (c.g.c) $\Rightarrow DE = DB$.

b) ΔABC có $AB = AC$ thì $\Delta ADB = \Delta ADC$.

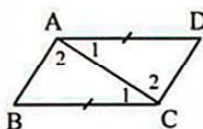
c) ΔABC vuông tại B thì $DE \perp AC$.



- 11.9 Nối AC

$AD \parallel BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1$ (so le trong)

$\Delta ACB = \Delta CAD$ (c.g.c) $\Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}_2$
 $\Rightarrow AB \parallel CD$.

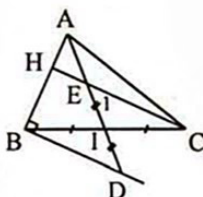


- 11.10 $\Delta CIE = \Delta BID$ (c.g.c) $\Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{D}$

$\Rightarrow CE \parallel BD$

$\Rightarrow CH \parallel BD$

$\left. \begin{array}{l} AB \perp BD \\ BD \parallel CH \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp CH \Rightarrow \Delta AHC$ vuông.



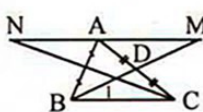
- 11.11 $\Delta ADM = \Delta CDB$ (c.g.c) suy ra

$AM = BC$ và $\hat{M} = \hat{B}_1$

$\hat{M} = \hat{B}_1 \Rightarrow AM \parallel BC$.

Tương tự, $\Delta AEN = \Delta BEC$ và $AN = BC$, $AN \parallel BC$.

Qua A, ta có $AM \parallel BC$ và $AN \parallel BC$ nên M, A, N thẳng hàng (theo tiên đề O-clit). Ta lại có $AM = AN$ (cùng bằng BC) nên A là trung điểm của MN.



- 11.12 a) Trước hết ta thấy $\widehat{IAC} = \widehat{BAK}$ ($= 140^\circ$)

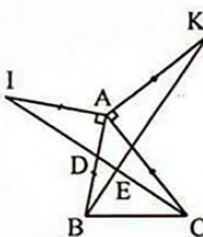
$\Delta IAC = \Delta BAK$ (c.g.c) $\Rightarrow IC = BK$.

b) Gọi D là giao điểm của AB và IC, gọi E là giao điểm của IC và BK.

Xét ΔAID và ΔEBD , ta có

$\widehat{AID} = \widehat{EBD}$ (do $\Delta IAC = \Delta BAK$),

$\widehat{ADI} = \widehat{EDB}$ (đối đỉnh) nên $\widehat{IAD} = \widehat{BED}$. Do



$\widehat{IAD} = 90^\circ$ nên $\widehat{BED} = 90^\circ$. Vậy $IC \perp BK$.

- 11.13 a) $\Delta AMC = \Delta KMB$ (c.g.c) $\Rightarrow \hat{C} = \hat{MBK} \Rightarrow AC \parallel BK$

$\Rightarrow \widehat{BAC} + \widehat{ABK} = 180^\circ$

$\Rightarrow 100^\circ + \widehat{ABK} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{ABK} = 80^\circ$.

b) $\widehat{DAE} = 360^\circ - 90^\circ - \widehat{BAC} - 90^\circ$
 $= 360^\circ - 90^\circ - 100^\circ - 90^\circ$
 $= 80^\circ$

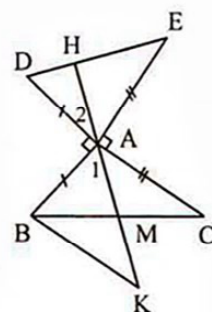
$\Delta ABK = \Delta DAE$ (c.g.c)

c) Gọi H là giao điểm của MA và DE.

$\Delta ABK = \Delta DAE \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}$.

Ta lại có $\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$ nên $\hat{D} + \hat{A}_2 = 90^\circ$.

Vậy $\widehat{AHD} = 90^\circ$, tức là $MA \perp DE$.



§ 12. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ BA CỦA TAM GIÁC GÓC - CẠNH - GÓC

- 12.1 a) Xem hình vẽ bên.

b) Đo AB được 2cm.

- 12.2 a) $\widehat{ACB} = \widehat{ACD}$, $\Delta ACB = \Delta ACD$ (g.c.g)

b) $\Delta EGM = \Delta EKH$ (g.c.g) $\Rightarrow \widehat{EGM} = \widehat{EKH}$
 $\Rightarrow \widehat{HGI} = \widehat{MKI}$.

$\Delta HGI = \Delta MKI$ (g.c.g).

- 12.3 $\Delta AOB = \Delta DOC$ (g.c.g) $\Rightarrow OA = OD$, $OB = OC$.

- 12.4 Dễ thấy $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{C}_1 = \hat{C}_2$.

Cách 1. $\Delta ABD = \Delta ACE$ (g.c.g) suy ra $BD = CE$

Cách 2. $\Delta EBC = \Delta DCB$ (g.c.g) suy ra $CE = BD$.

- 12.5 $\widehat{ABK} = \widehat{ACD}$ (cùng phụ với $\hat{K}$)

$\Delta ABK = \Delta ACD$ (g.c.g) $\Rightarrow AK = AD$.

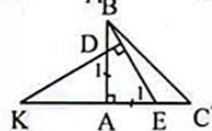
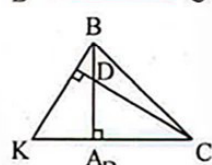
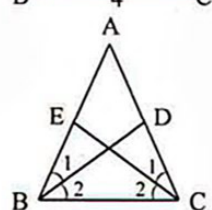
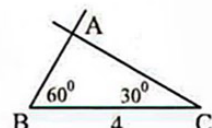
- 12.6 $\hat{D}_1 = \hat{E}_1$ (cùng phụ với $\widehat{ABE}$)

$\Delta AKD = \Delta ABE$ (g.c.g) $\Rightarrow AK = AB$

Ta lại có $AB = AC$ nên $AK = AC$.

- 12.7 a) Nối IH.

$\Delta BIH = \Delta KHI$ (g.c.g) $\Rightarrow IB = KH$



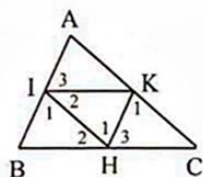
b) $IB = KH$ và $AI = IB$ nên $AI = KH$.

Ta có $\widehat{A} = \widehat{K}_1$ (đồng vị, $AB \parallel KH$)

$\widehat{A}_3 = \widehat{B}$ (đồng vị, $IK \parallel BC$)

$\widehat{H}_3 = \widehat{B}$ (đồng vị, $AB \parallel KH$).

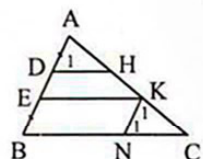
Hãy chứng minh $\triangle AIK = \triangle KHC$ (g.c.g) để suy ra $AK = CK$.



12.8 Kẻ $KN \parallel AB$.

Ta chứng minh được $EK = BN$ (1), $KN = EB$ (hãy nối EN), do đó $KN = AD$. Ta chứng minh được $\widehat{A} = \widehat{K}_1$, $\widehat{D}_1 = \widehat{N}_1$. Từ đó $\triangle ADH = \triangle KNC$ (g.c.g) nên $DH = NC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $EK + DH = BC$.



12.9 a) $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Do đó $\widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = 60^\circ$, suy ra $\widehat{BOC} = 120^\circ$.

b) Tia phân giác của góc $\widehat{BOC}$ cắt BC ở K. Mỗi góc $\widehat{O}_1, \widehat{O}_2, \widehat{O}_3, \widehat{O}_4$ đều bằng 60° .

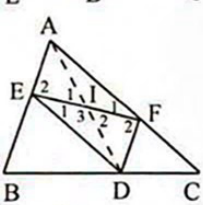
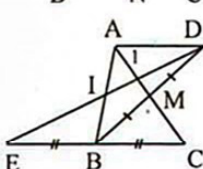
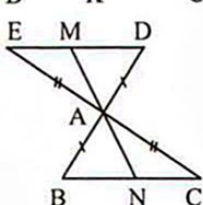
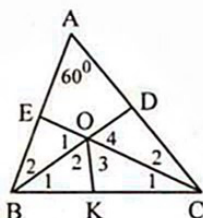
$\triangle BOE = \triangle BOK$ (g.c.g) $\Rightarrow OE = OK$ (1)

$\triangle COD = \triangle COK$ (g.c.g) $\Rightarrow OD = OK$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $OD = OE$.

(1)

(2)



12.10 $\triangle ABC = \triangle ADE$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{D}$. Do đó $\triangle ABN = \triangle ADM$ (g.c.g) $\Rightarrow AN = AM$.

12.11 $\triangle AMD = \triangle CMB$ (c.g.c) $\Rightarrow AD = BC$ và $\widehat{A}_1 = \widehat{C}$, do đó $AD \parallel BC$.

$AD = BC$ và $EB = BC$ nên $AD = EB$.

$\triangle AID = \triangle BIE$ (g.c.g) $\Rightarrow IA = IB$.

12.12 $\triangle AEF = \triangle DFE$ (g.c.g) $\Rightarrow AE = DF$

$\triangle AIE = \triangle DIF$ (c.g.c) $\Rightarrow AI = DI$ và $\widehat{I}_1 = \widehat{I}_2$.

Ta lại có $\widehat{I}_2 + \widehat{I}_3 = 180^\circ$ nên $\widehat{I}_1 + \widehat{I}_3 = 180^\circ$, do đó A, I, D thẳng hàng. Từ đó I là trung điểm của AD.

12.13 a) $\triangle BDM = \triangle CEM$ (cạnh huyền – góc nhọn).

b) $AD \parallel BC$ (cùng vuông góc với CD) suy ra $\widehat{ADB} = \widehat{CBD}$.

$\triangle ADB = \triangle CBD$ (cạnh huyền – góc nhọn).

12.14 $\triangle ABC = \triangle DEF$ (gt) $\Rightarrow AB = DE$, $\widehat{B} = \widehat{E}$
 $\triangle ABH = \triangle DEK$ (cạnh huyền – góc nhọn) suy ra $AH = DK$.

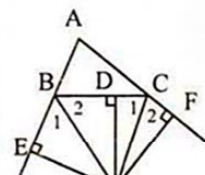


12.15 Kẻ $KD \perp BC$

$\triangle KBE = \triangle KBD$ (cạnh huyền – góc nhọn) suy ra $KE = KD$ (1)

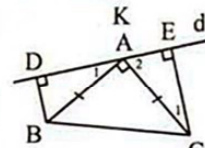
$\triangle KCD = \triangle KCF$ (cạnh huyền – góc nhọn) suy ra $KD = KF$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $KE = KF$.



12.16 $\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1$ (cùng phụ với $\widehat{A}_2$)

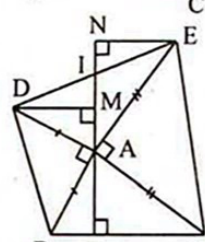
$\triangle ABD = \triangle CAE$ (cạnh huyền – góc nhọn) suy ra $BD = AE$, $AD = CE$.



12.17 Kẻ $DM \perp IH$, $EN \perp IH$

Giải tương tự như bài 12.16, ta được $DM = AH$ (xét $\triangle DAM$ và $\triangle ABH$). Chứng minh tương tự $EN = AH$. Do đó $DM = EN$.

$\triangle DIM = \triangle EIN$ (g.c.g) $\Rightarrow DI = IE$

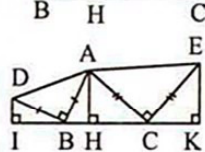


12.18 Kẻ $AH \perp BC$.

Giải tương tự như bài 12.16, ta được $BI = AH$.

Chứng minh tương tự $CK = AH$.

Do đó $BI = CK$.



§ 13. TAM GIÁC CÂN

13.1 a) Xem hình bên.

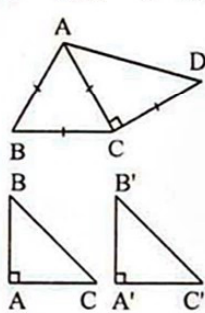
b) $\widehat{BAD} = \widehat{BAC} + \widehat{CAD} = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$.

13.2 Xét $\triangle ABC$ vuông cân tại A và $\triangle A'B'C'$ vuông cân tại A'. Nếu bổ sung thêm điều kiện cặp cạnh góc vuông bằng nhau $AB = A'B'$ thì $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$ (theo trường hợp c.g.c hoặc g.c.g).

13.3 a) $\triangle ABD$ cân tại B.

b) $\triangle ABE$ cân tại A.

$\triangle ABC = \triangle AED$ (c.g.c) $\Rightarrow AC = AD$, suy ra $\triangle ACD$ cân tại A.



c) $\triangle ABC$ cân tại A, $\triangle ABD$ cân tại D, $\triangle BCD$ cân tại B.

13.4 $\triangle ABH = \triangle ACK$ (cạnh huyền – góc nhọn) suy ra $AH = CK$.

13.5 $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2}$, suy ra AD là tia phân giác của góc A.

13.6 - Nếu góc 40° là góc ở đỉnh thì các góc còn lại là 70° và 70° .

- Nếu góc 40° là góc ở đáy thì các góc còn lại là 40° và 100° .

13.7 a) $x = 22,5^\circ$ (hay $22^\circ 30'$).

b) $x = 22,5^\circ$.

c) $\widehat{ADB} = 70^\circ$, $\widehat{ADC} = 110^\circ$ nên $x = 35^\circ$.

d) $\widehat{ADB} = 50^\circ$, $\widehat{ADC} = 130^\circ$ nên $x = 25^\circ$.

13.8 $\triangle BDA = \triangle CDA$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{D_2}$. Ta lại có $\widehat{D} = 60^\circ$ nên $\widehat{D_1} = 30^\circ$.

13.9 $\triangle ABD$ cân tại B có $\widehat{B} = 50^\circ$ nên $\widehat{D_1} = 70^\circ$.

$\triangle ACE$ cân tại C có $\widehat{C} = 50^\circ$ nên $\widehat{E_1} = 70^\circ$.

Từ đó tính được $\widehat{DAE} = 40^\circ$.

13.10 Xét $\triangle ABC$ cân tại A, ta có $\widehat{B} = \widehat{C}$.

Nếu $\widehat{B} \geq 90^\circ$ thì $\widehat{C} \geq 90^\circ$ nên $\widehat{B} + \widehat{C} \geq 180^\circ$, vô lí.

Vậy $\widehat{B} < 90^\circ$, do đó $\widehat{C} < 90^\circ$.

13.11 Hãy chứng minh $\widehat{B_1} = \widehat{A}$ hoặc chứng minh $\widehat{B_2} = \widehat{C}$.

13.12 $\triangle AOB$ cân ở O $\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{B}$

$\triangle AOC$ cân ở O $\Rightarrow \widehat{A_2} = \widehat{C}$.

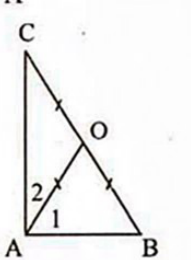
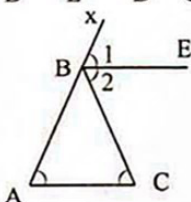
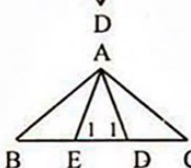
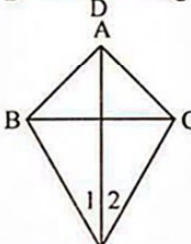
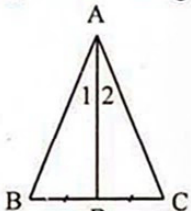
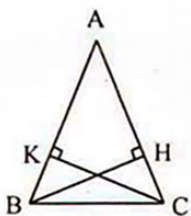
Suy ra $\widehat{A_1} + \widehat{A_2} = \widehat{B} + \widehat{C}$ nên:

$$\widehat{BAC} = \widehat{B} + \widehat{C}$$

Xét $\triangle ABC$: $\widehat{BAC} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$

(1)

(2)



Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

13.13 Kẻ $MK \perp BH$. Ta chứng minh được

$$ME = KH$$

(1)

$\triangle ABC$ cân tại A $\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C}$

(2)

$MK \parallel AC \Rightarrow \widehat{BMK} = \widehat{C}$

(3)

Từ (2) và (3) suy ra $\widehat{B} = \widehat{BMK}$.

$\triangle MBD = \triangle BMK$ (cạnh huyền – góc nhọn)

(4)

$\Rightarrow MD = BK$

Từ (1) và (4) suy ra $MD + ME = BK + KH$ tức là $MD + ME = BH$.

13.14 a) Ta có $\widehat{DAC} = \widehat{BAE}$ ($= 60^\circ + \widehat{BAC}$).

$\triangle DAC = \triangle BAE$ (c.g.c) $\Rightarrow DC = BE$.

b) $\triangle DAC = \triangle BAE$ còn suy ra $\widehat{D_1} = \widehat{B_1}$. Gọi K là giao điểm của DC và AB. $\triangle KAD$ và $\triangle KIB$ có $\widehat{D_1} = \widehat{B_1}$, $\widehat{K_1} = \widehat{K_2}$ nên $\widehat{KAD} = \widehat{KIB}$. Do $\widehat{KAD} = 60^\circ$ nên $\widehat{KIB} = 60^\circ$. Vậy $\widehat{BIC} = 120^\circ$.

13.15 a) Ta tính được $\widehat{AMD} = 120^\circ$, $\widehat{CMB} = 120^\circ$.

$\triangle AMD = \triangle CMB$ (c.g.c) $\Rightarrow AD = CB$.

b) $\triangle AMD = \triangle CMB$ còn suy ra $\widehat{D_1} = \widehat{B_1}$.

Do $AD = CB$ nên $ID = KB$.

$\triangle MID = \triangle MKB$ (c.g.c) $\Rightarrow MI = MK, \widehat{M_2} = \widehat{M_1}$.

Ta lại có $\widehat{M_1} + \widehat{M_3} = 60^\circ$ nên $\widehat{M_2} + \widehat{M_3} = 60^\circ$ tức là $\widehat{IMK} = 60^\circ$ (ở hình vẽ khác, ta có thể có $\widehat{BMK} - \widehat{DMK} = 60^\circ$, nhưng vẫn chứng minh được $\widehat{IMK} = 60^\circ$).

$\triangle MIK$ cân tại M có $\widehat{IMK} = 60^\circ$ nên là tam giác đều.

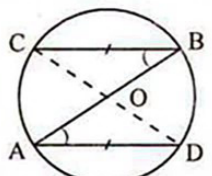
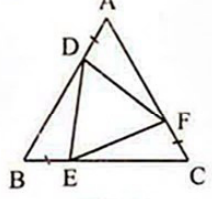
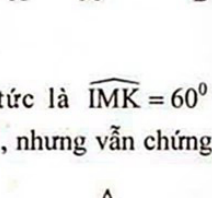
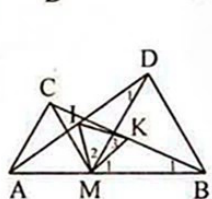
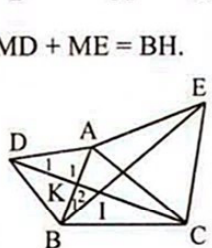
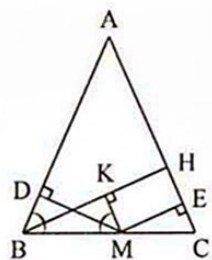
13.16 $\triangle ABC$ đều $\Rightarrow \widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C}$

$\triangle ADF = \triangle BED = \triangle CFE$ (c.g.c) suy ra:

$$DF = ED = FE.$$

$\triangle DEF$ có ba cạnh bằng nhau nên là tam giác đều.

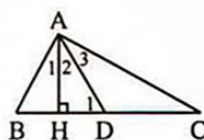
13.17 Các tam giác OAD, OBC là tam giác cân. Do $\widehat{A} = \widehat{B}$ nên $\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$. $\triangle AOD = \triangle BOC$ (c.g.c hoặc g.c.g) suy ra $AD = BC$.



13.18 $\widehat{A}_1 = \widehat{C}$ (cùng phụ $\widehat{B}$), $\widehat{A}_2 = \widehat{A}_3$ nên :

$$\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = \widehat{C} + \widehat{A}_3.$$

Ta lại có $\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = \widehat{BAD}$, $\widehat{C} + \widehat{A}_3 = \widehat{D}_1$ nên $\widehat{BAD} = \widehat{D}_1$. Do đó $\triangle ABD$ cân tại B.



13.19 Kẻ $BK \parallel AC \Rightarrow \widehat{K}_1 = \widehat{E}_1$ (đồng vị). Gọi H là giao điểm của DE và Ax. Ta có $\triangle AHD = \triangle AHE$ (g.c.g) suy ra

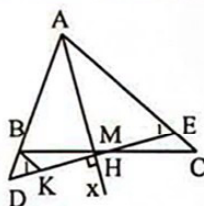
$\widehat{D} = \widehat{E}_1$. Suy ra $\widehat{D} = \widehat{K}_1$. Do đó $\triangle BDK$ cân, nên

$$BD = BK \quad (1)$$

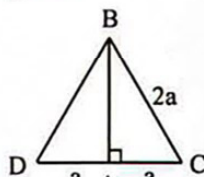
Dễ chứng minh $\triangle MBK = \triangle MCE$ (g.c.g) nên

$$BK = CE \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $BD = CE$.



13.20 Đặt $AC = a$ thì $BC = 2a$. Trên tia đối của tia AC lấy điểm D sao cho $AD = AC$. Ta có $AD = a$. $\triangle ABD = \triangle ABC$ (c.g.c) suy ra $BD = BC = 2a$. $\triangle BDC$ có ba cạnh bằng nhau nên là tam giác đều. Suy ra $\widehat{C} = 60^\circ$, do đó $\widehat{ABC} = 30^\circ$.

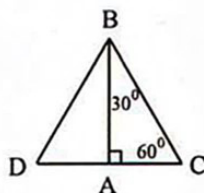


13.21 Trên tia đối của tia AC lấy điểm D sao cho $AD = AC$.

$$\triangle ABD = \triangle ABC \text{ (c.g.c)} \Rightarrow BD = BC.$$

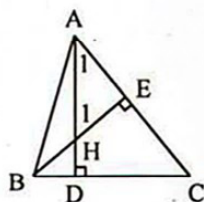
$\triangle BDC$ cân có $\widehat{C} = 60^\circ$ nên là tam giác đều.

$$\text{Do đó } BC = DC = 2AC. \text{ Vậy } AC = \frac{1}{2}BC.$$



13.22 Các tam giác vuông AHE và BCE có $AH = BC$ (giả thiết), $\widehat{H}_1 = \widehat{C}$ (cùng phụ với $\widehat{A}_1$) nên $\triangle AHE = \triangle BCE$ (cạnh huyền - góc nhọn). Suy ra $AE = BE$.

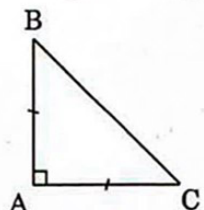
Tam giác vuông AEB có $AE = BE$ nên là tam giác vuông cân. Do đó $\widehat{BAE} = 45^\circ$, tức là $\widehat{BAC} = 45^\circ$.



§ 14. ĐỊNH LÝ PY-TA-GO

14.1 Xét $\triangle ABC$ vuông cân tại A.

$$BC^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \Rightarrow BC = \sqrt{8} \approx 2,8(\text{dm})$$



14.2 a) Xét $\triangle ABC$ vuông cân tại A

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 = 2^2 = 4 \Rightarrow 2AB^2 = 4$$

$$\Rightarrow AB^2 = 2$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{2} \approx 1,4(\text{m}).$$

b) Đáp số : 3m.

14.3 Gọi a và b là độ dài các cạnh góc vuông (đơn vị xentimet).

$$\text{Ta có : } \frac{a}{5} = \frac{b}{12} \Rightarrow \frac{a^2}{25} = \frac{b^2}{144} = \frac{a^2 + b^2}{25 + 144} = \frac{52^2}{169} = 16.$$

$$\text{Do đó : } \left(\frac{a}{5}\right)^2 = \left(\frac{b}{12}\right)^2 = 4^2. \text{ Suy ra : } \frac{a}{5} = \frac{b}{12} = 4.$$

$$\text{Vậy : } a = 20(\text{cm}), b = 48(\text{cm}).$$

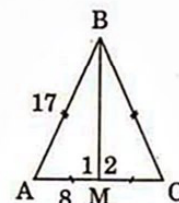
14.4 $\triangle ABM = \triangle CBM$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2$.

Ta lại có $\widehat{M}_1 + \widehat{M}_2 = 180^\circ$ nên $\widehat{M}_1 = 90^\circ$.

$$BM^2 = AB^2 - AM^2 = 17^2 - 8^2$$

$$= 289 - 64 = 225 = 15^2$$

$$\text{Vậy : } BM = 15\text{cm}.$$



14.5 Gọi a và b là độ dài các cạnh góc vuông, c là độ dài cạnh huyền, đơn vị xentimet.

$$\text{Ta có : } \frac{a}{3} = \frac{b}{4} \Rightarrow \left(\frac{a}{3}\right)^2 = \left(\frac{b}{4}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{9 + 16} = \frac{c^2}{25} = \left(\frac{c}{5}\right)^2$$

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau :

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{a + b + c}{3 + 4 + 5} = \frac{36}{12} = 3.$$

$$\text{Do đó : } a = 9\text{cm}; b = 12\text{cm}; c = 15\text{cm}.$$

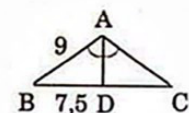
14.6 Tính BH, được $BH = 9$. Sau đó tính được $x = 40$.

14.7 Ta chứng minh được : $\widehat{ADB} = 90^\circ$,
 $BD = 7,5\text{cm}.$

$$AD^2 = 9^2 - 7,5^2 = 24,75$$

Ta thấy : $24,01 < 24,75 < 25$, suy ra

$$4,9^2 < AD^2 < 5^2 \Rightarrow 4,9 < AD < 5.$$



14.8 - Trường hợp a là độ dài của cạnh góc vuông. Ta có :

$$a^2 + 24^2 = 25^2 \Rightarrow a^2 + 576 = 625 \Rightarrow a^2 = 49 = 7^2. \text{ Vậy } a = 7$$

- Trường hợp a là độ dài của cạnh huyền. Ta có :

$$a^2 = 24^2 + 25^2 = 576 + 625 = 1201.$$

Ta thấy $34^2 = 1156 < 1201 < 1225 = 35^2$ nên $\sqrt{1201}$ không phải là số tự nhiên. Loại trường hợp a là độ dài cạnh huyền.

Kết luận : $a = 7$.

- 14.9 Ta chứng minh được $AC = \frac{1}{2}BC$ (xem bài

13.21).

Đặt $AC = x$ thì $BC = 2x$. Ta có :

$$AC^2 + AB^2 = BC^2 \Rightarrow x^2 + 3^2 = (2x)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 9 = 4x^2$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 9$$

$$\Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$BC = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}.$$

- 14.10 Kẻ $CH \perp AD$

Ta chứng minh được $CH = AB$.

Lần lượt tính được $HD = 5$, $CH = 12$.

Vậy $x = 12$.

- 14.11 Kẻ $AH \perp BC$. Ta tính được :

$$BH^2 + AH^2 = AB^2 \Rightarrow 2AH^2 = (\sqrt{18})^2 = 18$$

$$\Rightarrow AH^2 = 9 \Rightarrow AH = 3.$$

$$HC = 7 - 3 = 4. \text{ Ta tính được : } x = 5.$$

- 14.12 a) Kẻ $AH \perp BC$. Ta tính được $BH = 2,5$;

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 25 - 6,25 = 18,75.$$

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = 18,75 + 5,5^2 = 49.$$

Vậy $AC = 7$.

- b) Kẻ $AH \perp BC$. Ta tính được $BH = 1,5$;

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 9 - 2,25 = 6,75$$

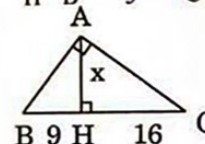
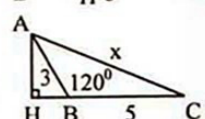
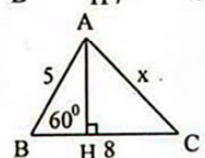
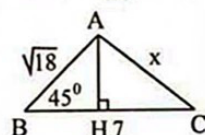
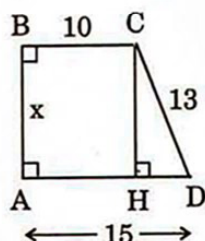
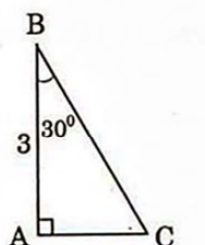
$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = 6,75 + 6,5^2 = 49.$$

Vậy $AC = 7$.

- 14.13 Đặt $AH = x$. Ta có :

$$AB^2 = 9^2 + x^2 = 81 + x^2$$

$$AC^2 = 16^2 + x^2 = 256 + x^2$$



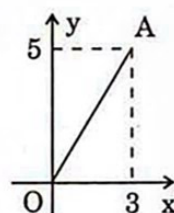
$$\text{Suy ra : } AB^2 + AC^2 = 337 + 2x^2 \quad (1)$$

Ta lại có :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 = 25^2 = 625 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra : $2x^2 + 337 = 625$. Từ đó

$$x^2 = 144 = 12^2. \text{ Vậy } AH = 12 \text{ cm.}$$

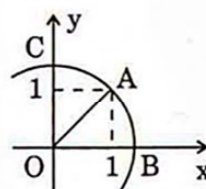


$$14.14 \quad OA^2 = 3^2 + 5^2 = 34.$$

$$OA = \sqrt{34} \approx 5,8.$$

$$14.15 \quad OB = OC = OA = \sqrt{2}.$$

Vậy $B(\sqrt{2}; 0)$, $C(0; \sqrt{2})$.



$$14.16 \quad AB^2 = 2^2 + 3^2 = 13 \Rightarrow AB = \sqrt{13}; BC = 5;$$

$$CD = \sqrt{17}; DA = \sqrt{5}.$$

- 14.17 Góc A chỉ xấp xỉ 90° chứ không đúng bằng 90° . Thật vậy

$$AB^2 + AC^2 = 4^2 + 8^2 = 80; BC^2 = 9^2 = 81.$$

$$AB^2 + AC^2 \neq BC^2. \text{ Vậy } \hat{A} \neq 90^\circ.$$

- 14.18

n	5	8	9	12	13	15
n^2	25	64	81	144	169	225

$$\text{Ta thấy : } 225 = 144 + 81 \Rightarrow 15^2 = 12^2 + 9^2.$$

$$169 = 144 + 25 \Rightarrow 13^2 = 12^2 + 5^2.$$

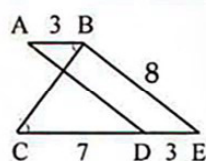
Bộ ba số 9, 12, 15 và bộ ba số 5, 12, 13 có thể là độ dài các cạnh của tam giác vuông.

- 14.19 Qua B kẻ đường thẳng song song với AD, cắt CD ở E. Ta chứng minh được $DE = AB = 3$, $BE = AD = 8$.

Tam giác BCE có $BC = 6$, $BE = 8$, $CE = 10$ nên

ta chứng minh được $\widehat{CBE} = 90^\circ$.

$$\left. \begin{array}{l} AD \parallel BE \\ BC \perp BE \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp AD.$$



§ 15. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

$$15.1 \quad \triangle ADE \text{ cân tại } A \Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{E_1} \Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{AEC}.$$

$$\triangle ADB = \triangle AEC \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2}.$$

$$\triangle AHD = \triangle AKE \text{ (cạnh huyền - góc nhọn)} \Rightarrow DH = EK.$$

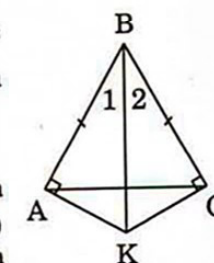
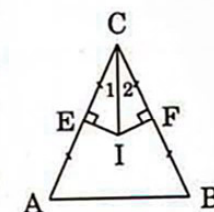
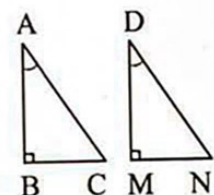
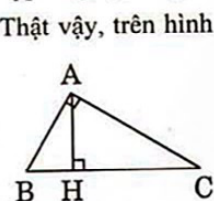
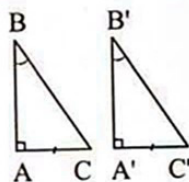
$\triangle DHB = \triangle EKC$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông).
Như vậy có hai cặp tam giác vuông bằng nhau.

- 15.2 Xét $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có $\hat{A} = \hat{A}' = 90^\circ$, $AC = A'C'$, $\hat{B} = \hat{B}'$.
Ta cần chứng minh $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$.

Ta có $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B}$, $\hat{C}' = 90^\circ - \hat{B}'$ mà $\hat{B} = \hat{B}'$
nên $\hat{C} = \hat{C}'$.

$\triangle ABC = \triangle A'B'C'$ (g.c.g).

Chú ý: Nếu không có từ “đối diện” trong đề bài thì không kết luận được hai tam giác bằng nhau. Thật vậy, trên hình bên: hai tam giác vuông AHB và CHA có một cặp cạnh bằng nhau (AH là cạnh chung) và một cặp góc nhọn bằng nhau ($\hat{B}$ và $\widehat{HAC}$), nhưng hai tam giác ấy không bằng nhau.



- 15.3 Bổ sung $AB = DM$ thì $\triangle ABC = \triangle DMN$ (g.c.g).
Bổ sung $BC = MN$ cũng dẫn đến $\triangle ABC = \triangle DMN$ (g.c.g) vì ta có $\hat{C} = \hat{M}$.

Bổ sung $AC = DN$ thì $\triangle ABC = \triangle DMN$ (cạnh huyền – góc nhọn).

- 15.4 a) $\triangle AOK = \triangle BOK$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) suy ra $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow OK$ là tia phân giác của góc O .

b) $\triangle CMN = \triangle DMN$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) suy ra $\hat{M}_1 = \hat{M}_2 \Rightarrow MN$ là tia phân giác của góc M .

- 15.5 $\triangle ICE = \triangle ICF$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) suy ra $\hat{C}_1 = \hat{C}_2 \Rightarrow CI$ là tia phân giác của góc C .

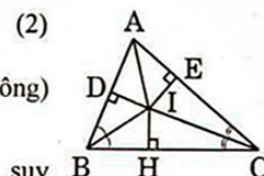
- 15.6 $\triangle ABK = \triangle CBK$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) $\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \Rightarrow BK$ là tia phân giác của góc B .

- 15.7 Kẻ $IH \perp BC$.
 $\triangle BID = \triangle BIH$ (cạnh huyền – góc nhọn) suy ra $ID = IH$ (1)
 $\triangle CIE = \triangle CIH$ (cạnh huyền – góc nhọn) suy ra

$IE = IH$

Từ (1) và (2) suy ra $ID = IE$.

$\triangle IAD = \triangle IAE$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) suy ra $AD = AE$.



- 15.8 a) $\triangle AHI = \triangle AKI$ (cạnh huyền – góc nhọn) suy ra $AH = AK$

b) Gọi M là trung điểm của BC .

$\triangle BMI = \triangle CMI$ (c.g.c) $\Rightarrow IB = IC$.

$\triangle AHI = \triangle AKI$ (câu a) $\Rightarrow IH = IK$.

$\triangle IHB = \triangle IKC$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) suy ra $BH = CK$.

c) $AC = AK + KC$

$AB = AH - BH$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$AC + AB = (AK + AH) + (KC - BH).$$

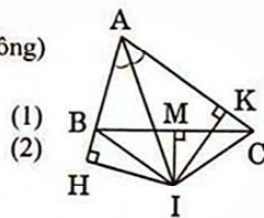
Do $AH = AK$, $BH = CK$ nên $AC + AB = 2AK$, suy ra

$$AK = \frac{AC + AB}{2}.$$

Từ (1) và (2) suy ra: $AC - AB = (AK - AH) + (KC + BH)$.

Do $AH = AK$, $BH = CK$ nên $AC - AB = 2CK$, suy ra

$$CK = \frac{AC - AB}{2}.$$



ÔN TẬP CHƯƠNG 2

1. Câu a đúng.

Câu b sai. Chẳng hạn $\triangle ABC$ có $\hat{A} > 90^\circ$ thì góc ngoài tại A nhỏ hơn 90° , là góc nhọn.

Câu c đúng. Hai tam giác bằng nhau theo trường hợp góc – cạnh – góc.

Câu d sai. Xem chẳng hạn bài tập 29 SGK.

2. a) $\triangle ABE = \triangle ACD$ (c.g.c) $\Rightarrow BE = CD$.

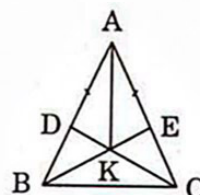
b) $\triangle KBD = \triangle KCE$ (g.c.g).

c) $\triangle AKD = \triangle AKE$ (c.c.c) suy ra

$$\widehat{DAK} = \widehat{EAK}.$$

d) $\triangle KBD = \triangle KCE$ (câu b) suy ra

$KB = KC \Rightarrow \triangle KBC$ cân tại K .

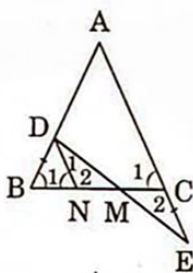


3. **Cách 1 :** Kẻ $DN \parallel AC$ thì $\widehat{C}_1 = \widehat{N}_1$ (đồng vị)

ΔABC cân tại $A \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C}_1$.

Suy ra $\widehat{B} = \widehat{N}_1$, do đó ΔDBN cân tại D , nên $DB = DN$. Suy ra $DN = CE$ (cùng bằng DB).

$DN \parallel CE \Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{E}$, $\widehat{N}_2 = \widehat{C}_2$ (so le trong). Do đó $\Delta DNM = \Delta ECM$ (g.c.g), suy ra $DM = ME$.

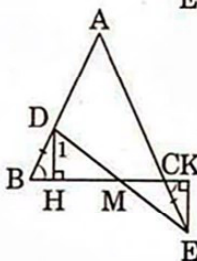


Cách 2 : Kẻ $DH \perp BC$, $EK \perp BC$.

$\Delta BDH = \Delta CEK$ (cạnh huyền - góc nhọn) suy ra $DH = EK$.

Ta lại có $DH \parallel EK$ nên $\widehat{D}_1 = \widehat{MEK}$ (so le trong).

$\Delta MDH = \Delta MEK$ (g.c.g) $\Rightarrow DM = ME$.



4. $\Delta AIC = \Delta BID$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{C} = \widehat{D}$, $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$,

$$\widehat{A}_2 = \widehat{B}_2.$$

$\Delta OAD = \Delta OBC$ (g.c.g) $\Rightarrow OA = OB$.

5. a) $\Delta AHK = \Delta HEC$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{E}_2$.

b) Ta có $\widehat{E}_2 + \widehat{H}_2 = 90^\circ$, mà $\widehat{H}_1 = \widehat{E}_2$ (câu a) nên $\widehat{H}_1 + \widehat{H}_2 = 90^\circ$.

ΔAHE vuông có $AH = HE$ (do $\Delta AHK = \Delta HEC$) nên là tam giác vuông cân.

c) Dễ thấy $\widehat{ACD} = \widehat{ACH}$ ($= 135^\circ$)

$\Delta ACD = \Delta ACH$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{H}_1$.

d) Theo câu a ta có $\widehat{E}_2 = \widehat{H}_1$.

Theo câu c ta có $\widehat{H}_1 = \widehat{D}_1$.

Suy ra $\widehat{E}_2 = \widehat{D}_1$.

Do đó $\widehat{D}_1 + \widehat{E}_1 = \widehat{E}_2 + \widehat{E}_1 = \widehat{AEH} = 45^\circ$ (do ΔAHE vuông cân).

6. a) ΔABD có $\widehat{B} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ nên là tam giác đều, suy ra

$AD = AB = BD$. Do đó $HD = \frac{BD}{2} = 3,5(\text{cm})$.

b) $\Delta AHB = \Delta AHD$ (c.c.c), từ đó chứng minh được $AH \perp BD$

Theo định lý Py-ta-go :

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 7^2 - (3,5)^2 = 49 - 12,25 = 36,75;$$

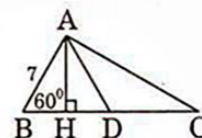
$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = 36,75 + (11,5)^2 = 36,75 + 132,25 = 169.$$

Vậy $AC = 13$.

c) ΔABC có BC là cạnh lớn nhất và

$$AB^2 + AC^2 = 7^2 + 13^2 = 218, BC^2 = 15^2 = 225.$$

$AB^2 + AC^2 \neq BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ không là tam giác vuông.



MỤC LỤC

Phần ĐẠI SỐ

Chương 1. SỐ HỮU TỈ - SỐ THỰC

§ 1. TẬP HỢP $\mathbb{Q}$ CÁC SỐ HỮU TỈ	4
Dạng 1. Sử dụng các kí hiệu $\in, \notin, \subset, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$	4
Dạng 2. Biểu diễn số hữu tỉ	5
Dạng 3. So sánh các số hữu tỉ	6
§ 2. CỘNG, TRỪ SỐ HỮU TỈ	10
Dạng 1. Cộng, trừ hai số hữu tỉ	10
Dạng 2. Viết một số hữu tỉ dưới dạng tổng hoặc hiệu của hai số hữu tỉ	11
Dạng 3. Tính tổng hoặc hiệu của nhiều số hữu tỉ	12
Dạng 4. Tìm số hạng chưa biết trong một tổng hoặc một hiệu	13
Dạng 5. Tính giá trị của biểu thức có nhiều dấu ngoặc	13
Dạng 6. Tìm phần nguyên, phần lẻ của số hữu tỉ	15
§ 3. NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ	18
Dạng 1. Nhân, chia hai số hữu tỉ	18
Dạng 2. Viết một số hữu tỉ dưới dạng tích hoặc thương của hai số hữu tỉ	20
Dạng 3. Thực hiện các phép tính với nhiều số hữu tỉ	21
Dạng 4. Lập biểu thức từ các số cho trước	22
§ 4. GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ. CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ THẬP PHÂN	25
Dạng 1. Các bài tập về giá trị tuyệt đối của một số hữu tỉ	26
Dạng 2. Biểu diễn số hữu tỉ bằng các phân số khác nhau	28
Dạng 3. Cộng, trừ, nhân, chia các số thập phân	29
Dạng 4. So sánh các số hữu tỉ	31
Dạng 5. Sử dụng máy tính bỏ túi để làm các phép tính	32
§ 5, § 6. LŨY THỪA CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ	34
Dạng 1. Sử dụng định nghĩa của lũy thừa với số mũ tự nhiên	35
Dạng 2. Tính tích và thương của hai lũy thừa cùng cơ số	37
Dạng 3. Tính lũy thừa của một lũy thừa	37
Dạng 4. Tính lũy thừa của một tích, lũy thừa của một thương	39
Dạng 5. Tìm số mũ của một lũy thừa	41
Dạng 6. Tìm cơ số của một lũy thừa	42
Dạng 7. Tìm giá trị của một biểu thức	42

§ 7. TỈ LỆ THỨC	47
Dạng 1. Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên	47
Dạng 2. Lập tỉ lệ thức từ các tỉ số cho trước	48
Dạng 3. Lập tỉ lệ thức từ đẳng thức cho trước	49
Dạng 4. Tìm số hạng chưa biết của một tỉ lệ thức	50
§ 8. TÍNH CHẤT CỦA DÂY TỈ SỐ BẰNG NHAU	54
Dạng 1. Tìm hai số biết tổng (hoặc hiệu) và tỉ số của chúng	55
Dạng 2. Chia một số thành các phần tỉ lệ với các số cho trước	56
Dạng 3. Tìm hai số biết tích và tỉ số của chúng	57
Dạng 4. Chứng minh đẳng thức từ một tỉ lệ thức cho trước	58
Dạng 5. Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên	59
Dạng 6. Tìm số hạng chưa biết trong một tỉ lệ thức	60
§ 9. SỐ THẬP PHÂN HỮU HẠN. SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN	62
Dạng 1. Nhận biết một phân số viết được dưới dạng số thập phân	63
Dạng 2. Viết một tỉ số hoặc một phân số dưới dạng số thập phân	65
Dạng 3. Viết số thập phân hữu hạn dưới dạng phân số tối giản	66
Dạng 4. Viết số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số tối giản	67
§ 10. LÀM TRÒN SỐ	70
Dạng 1. Làm tròn các số theo một yêu cầu cho trước	70
Dạng 2. Giải bài toán rồi làm tròn kết quả	71
Dạng 3. Áp dụng quy ước làm tròn số để ước lượng kết quả	72
§ 11. SỐ VÔ TỈ. KHÁI NIỆM VỀ CĂN BẬC HAI	74
Dạng 1. Liên hệ giữa lũy thừa bậc hai và căn bậc hai	75
Dạng 2. Tìm căn bậc hai của một số cho trước	75
Dạng 3. Tìm một số biết căn bậc hai của nó	76
Dạng 4. Sử dụng máy tính bỏ túi để tính căn bậc hai của một số	77
§ 12. SỐ THỰC	81
Dạng 1. Câu hỏi và bài tập về định nghĩa các tập hợp số	81
Dạng 2. So sánh các số thực	82
Dạng 3. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức	84
Dạng 4. Tính giá trị của biểu thức	85
ÔN TẬP CHƯƠNG 1	89
Chương 2. HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ	
§ 1. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN	95
Dạng 1. Củng cố công thức của đại lượng tỉ lệ thuận	95
Dạng 2. Lập bảng giá trị tương ứng của hai đại lượng tỉ lệ thuận	97
Dạng 3. Xét tương quan tỉ lệ thuận giữa hai đại lượng khi biết bảng	98

§ 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN	100
Dạng 1. Xét tương quan tỉ lệ thuận giữa hai đại lượng khi biết bảng	101
Dạng 2. Toán về đại lượng tỉ lệ thuận	101
Dạng 3. Chia một số thành những phần tỉ lệ thuận với các số cho trước	102
§ 3. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH	105
Dạng 1. Củng cố công thức của đại lượng tỉ lệ nghịch	105
Dạng 2. Lập bảng giá trị tương ứng của hai đại lượng tỉ lệ nghịch	107
Dạng 3. Xét tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng khi biết bảng	108
Dạng 4. Toán về các đại lượng tỉ lệ nghịch	108
§ 4. MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH	110
Dạng 1. Củng cố về định nghĩa và tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch	110
Dạng 2. Toán về đại lượng tỉ lệ nghịch	112
Dạng 3. Chia một số thành những phần tỉ lệ nghịch với các số cho trước	114
§ 5. HÀM SỐ	116
Dạng 1. Củng cố khái niệm hàm số	117
Dạng 2. Tìm giá trị của hàm số tại một số giá trị cho trước của biến số	118
Dạng 3. Viết công thức xác định hàm số	121
§ 6. MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ	123
Dạng 1. Viết tọa độ của các điểm cho trước trên mặt phẳng tọa độ	124
Dạng 2. Biểu diễn các điểm có tọa độ cho trước trên mặt phẳng tọa độ	125
§ 7. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax$ ($a \neq 0$)	128
Dạng 1. Vẽ đồ thị của hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$)	129
Dạng 2. Củng cố công thức hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$)	130
Dạng 3. Xét xem một điểm có thuộc đồ thị của một hàm số cho trước	130
Dạng 4. Xác định hệ số a của hàm số $y = ax$, biết đồ thị của nó đi qua	131
Dạng 5. “Đọc” một đồ thị cho trước	132
ÔN TẬP CHƯƠNG 2	137

Phần HÌNH HỌC

Chương 1. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

§ 1. HAI GÓC ĐỐI ĐỈNH	146
Dạng 1. Hoàn thành một câu phát biểu hoặc chọn câu phát biểu đúng	146
Dạng 2. Vẽ hình theo yêu cầu của đề bài rồi tìm cặp góc đối đỉnh	147
Dạng 3. Vẽ hình rồi tính số đo của góc	148
Dạng 4. Tìm các cặp góc bằng nhau	149
Dạng 5. Gấp giấy để chứng tỏ hai góc đối đỉnh thì bằng nhau	150
Dạng 6. Nhận biết hai tia đối nhau	150

§ 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC	152
Dạng 1. Hoàn thành một câu phát biểu hoặc chọn câu phát biểu đúng	152
Dạng 2. Vẽ đường thẳng vuông góc, vẽ đường trung trực của	153
Dạng 3. Gấp giấy để tạo thành đường vuông góc hay đường trung trực	154
Dạng 4. Nhận biết hai đường thẳng vuông góc, nhận biết đường	155
Dạng 5. Tính số đo của góc	155
§ 3. CÁC GÓC TẠO BỞI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CẮT HAI ĐƯỜNG THẲNG	157
Dạng 1. Vẽ hình và tìm cặp góc so le trong, cặp góc đồng vị, cặp góc	158
Dạng 2. Tính số đo góc khi biết một trong bốn góc tạo bởi hai đường	158
Dạng 3. Tìm các cặp góc bằng nhau, các cặp góc bù nhau	159
§ 4. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG	160
Dạng 1. Hoàn thành một câu phát biểu hoặc chọn câu phát biểu đúng	160
Dạng 2. Vẽ một đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước	161
Dạng 3. Nhận biết hai đường thẳng song song	162
§ 5. TIỀN ĐỀ O-CLIT VỀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG	164
Dạng 1. Hoàn thành một câu phát biểu hoặc chọn câu trả lời đúng	164
Dạng 2. Vẽ đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước	165
Dạng 3. Tính số đo góc tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng	165
Dạng 4. Vận dụng tính chất hai đường thẳng song song để nhận biết	166
Dạng 5. Bài tập vận dụng dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song	167
§ 6. TỪ VUÔNG GÓC ĐẾN SONG SONG	170
Dạng 1. Hoàn thành một câu phát biểu hoặc chọn câu trả lời đúng	170
Dạng 2. Nhận biết hai đường thẳng song song vì chúng cùng vuông góc	171
Dạng 3. Nhận biết hai đường thẳng vuông góc	172
Dạng 4. Tính số đo một góc bằng cách vẽ thêm một đường thẳng mới	172
§ 7. ĐỊNH LÝ	175
Dạng 1. Phát biểu một định lý hoặc chọn câu phát biểu đúng	175
Dạng 2. Viết giả thiết và kết luận của định lý	176
Dạng 3. Nêu căn cứ của các khẳng định trong chứng minh định lý	177
Dạng 4. Cho giả thiết, kết luận của một định lý, điền đạt định lý đó bằng	179

ÔN TẬP CHƯƠNG 1	180
------------------------	-----

Chương 2. TAM GIÁC

§ 8. TỔNG BA GÓC CỦA MỘT TAM GIÁC	185
Dạng 1. Tính số đo góc của một tam giác	186
Dạng 2. Nhận biết một tam giác vuông, tìm các góc bằng nhau trong	187
Dạng 3. Chứng minh hai đường thẳng song song bằng cách chứng	188
Dạng 4. So sánh các góc dựa vào tính chất góc ngoài của tam giác	188

§ 9. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU	190
Dạng 1. Từ hai tam giác bằng nhau, xác định các cạnh bằng nhau,.....	191
Dạng 2. Viết kí hiệu về sự bằng nhau của hai tam giác.....	191
§ 10. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC	192
Dạng 1. Vẽ tam giác biết độ dài ba cạnh	193
Dạng 2. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác bằng nhau theo	193
Dạng 3. Sử dụng trường hợp bằng nhau cạnh – cạnh – cạnh để	194
§ 11. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI CỦA TAM GIÁC	195
Dạng 1. Vẽ tam giác biết hai cạnh và góc xen giữa	196
Dạng 2. Bổ sung thêm điều kiện để hai tam giác bằng nhau theo	196
Dạng 3. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác bằng nhau theo trường hợp ..	197
Dạng 4. Sử dụng trường hợp bằng nhau cạnh – góc – cạnh để	198
§ 12. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ BA CỦA TAM GIÁC	200
Dạng 1. Vẽ tam giác biết một cạnh và hai góc kề	201
Dạng 2. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác bằng nhau theo trường hợp ..	201
Dạng 3. Sử dụng trường hợp bằng nhau góc – cạnh – góc để	202
Dạng 4. Sử dụng nhiều trường hợp bằng nhau của tam giác.....	203
Dạng 5. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau	204
Dạng 6. Sử dụng trường hợp bằng nhau cạnh huyền – góc nhọn để	205
§ 13. TAM GIÁC CÂN	208
Dạng 1. Vẽ tam giác cân, tam giác vuông cân, tam giác đều	209
Dạng 2. Bổ sung điều kiện để hai tam giác cân, hai tam giác vuông cân.....	210
Dạng 3. Nhận biết một tam giác là tam giác cân, tam giác vuông cân,.....	210
Dạng 4. Sử dụng định nghĩa tam giác cân, vuông cân, đều để suy ra	211
Dạng 5. Sử dụng tính chất của các tam giác cân, vuông cân, đều để tính ..	212
Dạng 6. Chứng minh một tam giác là tam giác cân, vuông cân, đều để ..	212
§ 14. ĐỊNH LÍ PY-TA-GO	215
Dạng 1. Tính độ dài một cạnh của tam giác vuông	216
Dạng 2. Sử dụng định lí Py-ta-go đảo để nhận biết tam giác vuông	218
§ 15. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG	221
Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau	221
Dạng 2. Bổ sung thêm điều kiện để hai tam giác vuông bằng nhau.....	222
Dạng 3. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để	222
ÔN TẬP CHƯƠNG 2	224
Phụ lục. HƯỚNG DẪN VỀ PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH HÌNH HỌC	231
HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP	234
Phần Số học	234
Phần Hình học	273

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Chủ tịch Hội đồng Thành viên kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
 Tổng biên tập kiêm Phó Tổng Giám đốc NGUYỄN QUÝ THAO

Tổ chức bàn thảo và chịu trách nhiệm nội dung:

Giám đốc CTCP Dịch vụ XBGD tại TP. Đà Nẵng BÙI VIỆT PHÚ
 Trợ lý Tổng biên tập ĐỖ VĂN THẢO

Biên tập lần đầu :

TRẦN PHƯỚC CHƯƠN
 ĐẶNG VĂN TRÍ

Biên tập tái bản :

NGUYỄN THỊ MINH CHÂU

Trình bày bìa:

TRỊNH THANH SƠN

Sửa bản in :

NGUYỄN VŨ THANH

Chế bản :

PHÒNG MĨ THUẬT - CHẾ BẢN - SỬA BÀI
 (NXB GIÁO DỤC TẠI TP. ĐÀ NẴNG)

Công ty cổ phần Dịch vụ xuất bản Giáo dục tại TP. Đà Nẵng -
 Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam giữ quyền công bố tác phẩm.

CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN 7 - TẬP MỘT

Mã số : T7T38n3 - CPD

Số đăng kí KHXB : 14-2013/CXB/99-1961/GD

In 5.000 bản (QĐ số 09), khổ 17x24 cm, tại Công ty CP In - PHS và TBTH Quảng Nam,
 260 Hùng Vương, TP. Tam Kỳ. In xong và nộp lưu chiểu tháng 03 năm 2013.