

CHỦ ĐỀ

1

ĐẠI SỐ

DẠNG 1

LÝ THUYẾT

1

Tỉ lệ thức

1.1

Tỉ lệ thức và đại lượng tỉ lệ

☑

⚙️ **Định nghĩa 1.1.** Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $b \neq 0; d \neq 0$.

☑

Chú ý:

- ☑ Tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ còn được viết dưới dạng $a : b = c : d$.
- ☑ Ta viết các tỉ số đã cho dưới dạng tỉ số dưới dạng tỉ số giữa các số nguyên để dễ so sánh.

Ví dụ: Các tỉ lệ thức

- ✓ $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ hay được viết là $10 : 15 = 2 : 3$.
- ✓ $\frac{6}{9} = \frac{0,8}{1,2}$ hay được viết $6 : 9 = 0,8 : 1,2$.

☑

Tính chất của tỉ lệ thức

- ☑ Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$.
- ☑ Ví dụ:
 - ✓ Ta có: $\frac{10}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow 10.3 = 15.2 = 30$
 - ✓ Ta có: $\frac{6}{9} = \frac{0,8}{1,2} \Rightarrow 6.1,2 = 9.0,8 = 7,2$

- ☑ Nếu $ad = bc$ (với $a, b, c, d \neq 0$) thì ta có các tỉ lệ thức: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; \frac{b}{a} = \frac{d}{c}; \frac{c}{a} = \frac{d}{b}$.



Ví dụ 1.1

Từ đẳng thức $2.15 = 10.3$ (cùng bằng 30) ta có thể lập được các tỉ lệ thức sau:
 $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}; \frac{2}{10} = \frac{3}{15}; \frac{3}{2} = \frac{15}{10}; \frac{10}{2} = \frac{15}{3}$.

- ☑ Nhận xét:

Từ tỉ lệ thức: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (với $a, b, c, d \neq 0$) suy ra: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; \frac{b}{a} = \frac{d}{c}; \frac{c}{a} = \frac{d}{b}$.



Ví dụ 1.2

Tìm x trong tỉ lệ thức sau: $\frac{x}{6} = \frac{3}{4}$

1.2

Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

- ☑ Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-b}{b-d}$ (giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

Ví dụ 1.3

Cho $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1+2}{2+4} = \frac{1-2}{2-4}$

Ví dụ 1.4

Tìm hai số x và y , biết $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$ và $x + y = 21$

Lời giải.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{2+5} = \frac{21}{7} = 3$
 Từ đây tính được: $x = 3 \cdot 2 = 6$ và $y = 3 \cdot 5 = 15$ Vậy $x = 6; y = 15$. □

- ☑ Mở rộng:

Tính chất trên còn được mở rộng cho dãy tỉ số bằng nhau, chẳng hạn:

- ☑ Từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ suy ra $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a-c-e}{b-d-f}$ (giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).
- ☑ Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$, ta còn nói các số a, c, e tỉ lệ với các số b, d, f . Khi đó ta cũng viết: $a : c : e = b : d : f$

Ví dụ 1.5

Tìm ba số x, y, z biết $\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z}{7}$ và

Lời giải.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{5+3+7} = \frac{450}{15} = 30$.
 Từ đây tính được: $x = 3 \cdot 30 = 90$; $y = 5 \cdot 30 = 150$; $z = 7 \cdot 30 = 210$ $\square$

2

Đại lượng tỉ lệ thuận



Định nghĩa 1.2. Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = ax$ (a là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ a .



Chú ý: Nếu y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ a thì x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{a}$.
 Khi đó ta nói x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Ví dụ: Nếu $y = 5x$ thì y tỉ lệ thuận với x theo hệ số 5, hay x tỉ lệ thuận với y theo hệ số $\frac{1}{5}$.



Nhận xét:

☑ Nếu đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x thì:

☑ Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (và bằng hệ số tỉ lệ): $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} =$

$$\frac{x_3}{y_3} = \dots = a$$

☑ Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng

$$\text{kia: } \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}; \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_1}{y_3}; \frac{x_2}{x_3} = \frac{y_2}{y_3} \dots$$



Ví dụ 1.6

Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

x	-3	-1	1	2	5	6
y				-4		

Lời giải.

Ta có: x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên $y = a \cdot x$

Khi $x = 2$ thì $y = -4$ nên ta có $a = \frac{y}{x} = \frac{-4}{2} = -2$.

Vậy y tỉ lệ thuận với x theo tỉ số -2, hay $y = -2 \cdot x$

Từ đó:

Với $x = -3$ thì $y = (-2) \cdot (-3) = 6$

Với $x = -1$ thì $y = (-2) \cdot (-1) = 2$

Với $x = 1$ thì $y = (-2) \cdot 1 = -2$

Với $x = 5$ thì $y = (-2) \cdot 5 = -10$

Vậy ta có bảng sau:

x	-3	-1	1	2	5	6
y	6	2	-2	-4	-10	-12

□

- ☑ Một số bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận
- ☑ Để giải toán về đại lượng tỉ lệ thuận, ta cần nhận biết hai đại lượng tỉ lệ thuận trong bài toán. Từ đó ta có thể lập các tỉ số bằng nhau và dựa vào tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm các yếu tố chưa biết.
- ☑ Ví dụ:



Ví dụ 1.7

Học sinh của ba lớp 7 cần phải trồng và chăm sóc 24 cây xanh. Lớp 7A có 32 học sinh, lớp 7B có 28 học sinh, lớp 7C có 36 học sinh. Hỏi mỗi lớp phải trồng và chăm sóc bao nhiêu cây xanh biết rằng số cây xanh tỉ lệ với số học sinh?

3

Đại lượng tỉ lệ nghịch



Định nghĩa 1.3. Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{a}{x}$ (a là một hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a .

Chú ý:

- ☑ Nếu y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a thì x cũng tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ a và ta nói hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau.
- ☑ Ví dụ: Nếu $y = \frac{3}{x}$ thì y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số 3, hay x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số 3.
- ☑ Nhận xét: Nếu hai đại lượng y và x tỉ lệ nghịch với nhau thì:
 - ☑ Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (và bằng hệ số tỉ lệ): hay $x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = x_3 \cdot y_3 = \dots = a$.
 - ☑ Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia.
- ☑ Các ví dụ



Ví dụ 1.8

Hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau hay không, nếu:

a)

x	1	-3	-1	4	5	6
y	12	-4	-12	3	2,4	2

b)

x	2	3	5	6	12	10
y	30	20	12	10	5	7

Lời giải.

a) Ta có $1 \cdot 12 = -3 \cdot (-4) = -1 \cdot (-12) = 4 \cdot 3 = 5 \cdot 2,4 = 6 \cdot 2 = 12$

Nên x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau.

b) Vì $2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 5 \cdot 12 = 6 \cdot 10 = 12 \cdot 5 \neq 6 \cdot 7$ nên x và y không tỉ lệ nghịch với nhau.

□

Ví dụ 1.9

Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau. Điền số thích hợp vào ô trống:

x	1			-8	10
y		8	-4		1,6

Lời giải.

Nhìn vào bảng ta thấy khi $x = 10$ thì $y = 1,6$. Do đó hệ số tỉ lệ $a = 10 \cdot 1,6 = 16$.

Vậy $x \cdot y = 16$.

Do đó:

Khi $x = 1$ thì $y = 16 : 1 = 16$

Khi $y = 8$ thì $x = 16 : 8 = 2$

Khi $y = -4$ thì $x = 16 : (-4) = -4$

Khi $x = -8$ thì $y = 16 : (-8) = -2$.

Từ đó ta có bảng sau :

x	1	2	-4	-8	10
y	16	8	-4	-2	1,6

□

4

Biểu thức đại số

☑ Biểu thức không chứa chữ gọi là biểu thức số.

☑ Biểu thức chỉ chứa số hoặc chỉ chứa chữ hoặc chứa cả số và chữ gọi chung là biểu thức đại

số.

- ☑ Trong một biểu thức đại số, các chữ (nếu có) dùng để thay thế hay đại diện cho những số nào đó được gọi là các biến số (gọi tắt là các biến).
- ☑ Một biểu thức đại số có thể chứa nhiều biến khác nhau.

Ví dụ 1.10

- ☑ Biểu thức số: $29 + 6.7; 45 : 5 - 3.(6 + 4);$
- ☑ Biểu thức đại số:
 - ✓ Chỉ chứa số: $94 - 3^2.5;$
 - ✓ Chỉ chứa chữ: $x.y - x + y;$
 - ✓ Chứa cả số và chữ: $(x^2 + x^4) - 5;$
- ☑ Biểu thức đại số: $x^2 - x.y + 2.y - 1$ thì x và y được gọi là các biến số.
- ☑ Biểu thức đại số: $y^3 + 1$ có 1 biến là y .
- ☑ Biểu thức đại số: $x^2 + y - z^3 + 2$ có 3 biến là $x; y$ và z .

Chú ý:

- ☑ Để cho gọn khi viết các biểu thức đại số, ta không viết dấu nhân giữa các biến, cũng như giữa biến và số. Chẳng hạn, $x.y$ viết là xy ; $7.a$ viết là $7a$.
- ☑ Thông thường ta không viết thừa số 1 trong các tích. Chẳng hạn, $1x^2$ viết là x^2 ; $(-1)xy$ viết là $-xy$.
- ☑ Với các biến, ta cũng có thể áp dụng các quy tắc và tính chất của các phép tính như đối với các số.
- ☑ Giá trị của biểu thức đại số
 - ☑ Muốn tính giá trị của một biểu thức đại số tại những giá trị cho trước của các biến, ta thay giá trị đã cho của mỗi biến vào biểu thức rồi thực hiện các phép tính.
 - ☑ Ví dụ:
 - ✓ Muốn tính giá trị của biểu thức: $A = 4x^2 - 1$ tại $x = 2$ ta làm như sau
 - ✓ Thay $x = 2$ vào biểu thức A , ta được:
 $A = 4.2^2 - 1 = 4.4 - 1 = 16 - 1 = 15$
 - ✓ Vậy 15 là giá trị của biểu thức A tại $x = 2$.
 (hay: khi $x = 2$ thì giá trị của biểu thức A là 15).

5

Đa thức một biến

🔧 **Định nghĩa 1.4. Đơn thức một biến** Đơn thức một biến (gọi tắt là đơn thức) là biểu thức đại số có dạng tích của một số thực với một lũy thừa của biến, trong đó số thực gọi là hệ số, số mũ của lũy thừa của biến gọi là bậc của đơn thức.

- Cộng (hay trừ) hai đơn thức cùng bậc bằng cách cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên lũy thừa của biến. Tổng nhận được là một đơn thức.
- Nhân hai đơn thức tùy ý bằng cách nhân hai hệ số với nhau và nhân hai lũy thừa của biến với nhau. Tích nhận được là một đơn thức.
- Ví dụ:
 - Biểu thức $5x^2$ là một đơn thức, trong đó 5 là hệ số, số mũ 2 của x là bậc của đơn thức đó.
 - Đơn thức x có hệ số là 1 và có bậc là 1 vì $x = x^1$.
 - Đơn thức x^4 có hệ số là 1 (vì $x^4 = 1x^4$) và bậc là 4.
 - Cộng hai đơn thức cùng bậc: $2x^3 + 7x^3 = (2 + 7)x^3 = 9x^3$.
 - Trừ hai đơn thức cùng bậc: $-4x^5 - x^5 = (-4 - 1)x^5 = -5x^5$.
 - Nhân hai đơn thức: $-3x^2$.

Chú ý 1. ➤ Một số khác 0 được gọi là đơn thức bậc 0. Chẳng hạn, số 3 là đơn thức bậc 0 vì có thể coi $3 = 3x^0$.

- Số 0 cũng được coi là một đơn thức. Đơn thức này không có bậc.

🔧 **Định nghĩa 1.5. Khái niệm đa thức một biến**

- Đa thức một biến (gọi tắt là đa thức) là tổng của những đơn thức của cùng một biến; mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.
- Một đơn thức cũng là một đa thức.
- Số 0 cũng được coi là một đa thức, gọi là đa thức không.

6

Đa thức một biến thu gọn

- Đa thức thu gọn là đa thức không chứa hai đơn thức nào cùng bậc.
- Nếu một đa thức có chứa những đơn thức cùng bậc (đa thức chưa thu gọn) thì ta có thể đưa nó về dạng thu gọn.

Ví dụ 1.11

❖ Đa thức $A = 5x^2 + 6x^3 - x + 1$ là đa thức thu gọn vì không có hai đơn thức nào cùng bậc.

❖ Đa thức $B = -3x^2 - 12 + x^5 + x^2 - 2x^4$ là đa thức chưa thu gọn vì có hai đơn thức cùng bậc là $-3x^2$ và x^2 .

Để thu gọn đa thức $B = -3x^2 - 12 + x^5 + x^2 - 2x^4$ ta làm như sau:

$$B = -3x^2 - 12 + x^5 + x^2 - 2x^4$$

$$= (-3x^2 + x^2) - 12 + x^5 - 2x^4 \leftarrow \text{Đổi chỗ và nhóm hai đơn thức cùng bậc 2.}$$

$$= (-3 + 1)x^2 - 12 + x^5 - 2x^4 \leftarrow \text{Cộng hai đơn thức cùng bậc}$$

$$= -2x^2 - 12 + x^5 - 2x^4 \leftarrow \text{Đa thức thu gọn}$$

CHỦ ĐỀ

2

HÌNH HỌC

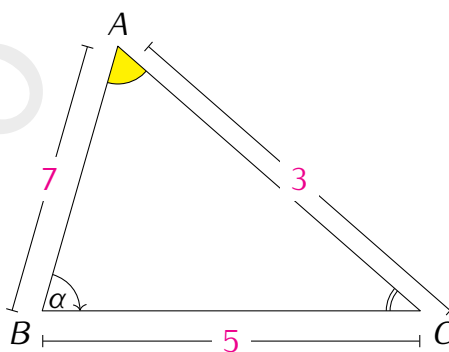
DẠNG 1

QUAN HỆ GIỮA GÓC VÀ CẠNH
ĐỐI DIỆN TRONG MỘT TAM
GIÁC

Định lý 1.1 Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.

Ví dụ 1.1 Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh: $AB = 3\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$, $CA = 7\text{ cm}$.
Hãy xác định góc đối diện với từng cạnh rồi sắp xếp các góc của tam giác ABC theo thứ tự từ bé đến lớn.

Lời giải.



Góc đối diện của cạnh AB là $\hat{C}$, góc đối diện của cạnh AC là $\hat{B}$ và góc đối diện của cạnh BC là $\hat{A}$

Trong tam giác ABC , vì $AB = 3\text{ cm}$, $AC = 5\text{ cm}$ nên $AB < AC$. Do đó theo định lý 1 ta có:
Tương tự ta có do $AC < BC$ ($5\text{ cm} < 7\text{ cm}$) nên theo định lý 1 ta có: $B < A$ (2). Từ (1) và (2)
suy ra $\hat{C} < \hat{B} < \hat{A}$ $\square$

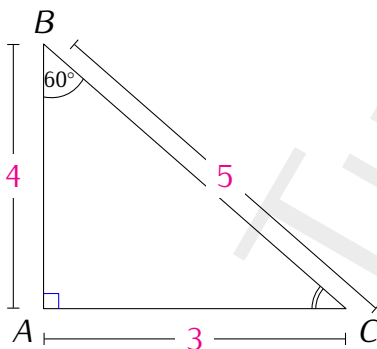
Định lý 1.2

Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn

Ví dụ 1.2

Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 60^\circ$. Hãy viết các cạnh của tam giác đó theo thứ tự độ dài từ lớn đến bé.

Lời giải.



Tam giác ABC cạnh đối diện của các góc A, B, C lần lượt là BC, AC, AB .

Xét tam giác ABC vuông tại A , vì tổng số đo các góc trong một tam giác bằng 180° , nên ta có $\widehat{A} + \widehat{C} + \widehat{B} = 180^\circ$

Suy ra $\widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 30^\circ$

Do đó $\widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{C}$

Từ đó trong tam giác ABC , ta có:

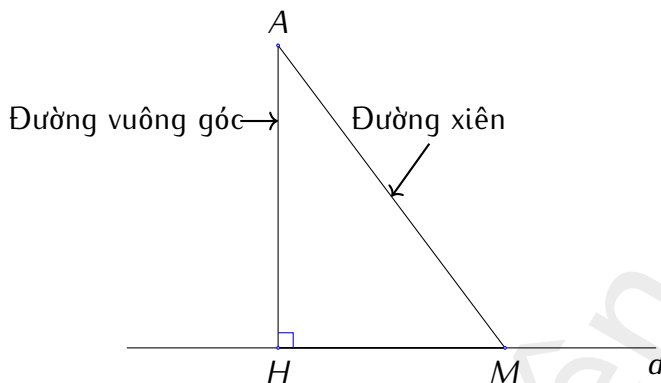
Theo định lý 2, ta suy ra $BC > AC > AB$. □

DẠNG 2**QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN****1**

Khái niệm đường vuông góc và đường xiên

Định nghĩa 2.1. Đường vuông góc và đường xiên Từ một điểm A không nằm trên đường thẳng d , kẻ đường thẳng vuông góc với d tại H . Lấy một điểm M trên d (M khác H),

kẻ đoạn thẳng AM



Trong hình trên đây:

- Đoạn thẳng AH gọi là đoạn vuông góc hay đường vuông góc kẻ từ điểm A đến đường thẳng d.
- H là chân đường vuông góc hạ từ A xuống d.
- Đoạn thẳng AM là một đường xiên kẻ từ A đến đường thẳng d

2

Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên



Định lý 2.1

Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó thì đường vuông góc là đường ngắn nhất.

Chú ý 2. Vì độ dài đoạn thẳng AH là ngắn nhất trong các đoạn thẳng kẻ từ A đến d nên độ dài đoạn thẳng AH được gọi là khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d.

DẠNG 3

QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC

1

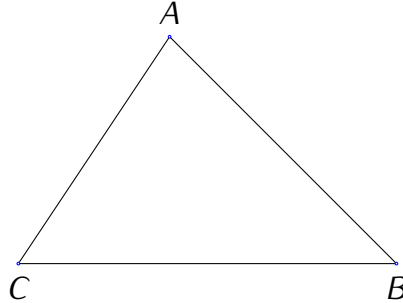
Bất đẳng thức tam giác



Định lý 3.1

Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bất kì luôn nhỏ hơn tổng độ dài hai cạnh còn lại.

Ví dụ 3.1 Cho $\triangle ABC$ như hình dưới đây:



Lời giải.

Ta suy ra được các hệ thức sau:

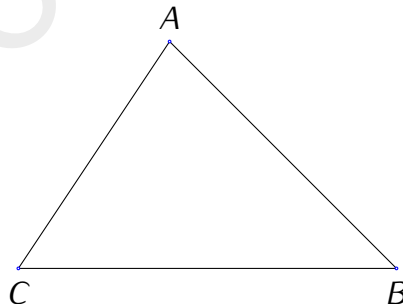
$$AB < AC + BC \quad AC < AB + BC \quad BC < AC + AB$$

Ba hệ thức phai trên được gọi là các bất đẳng thức tam giác. □

2 Quan hệ giữa ba cạnh của một tam giác

Định lý 3.2 Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bất kì luôn lớn hơn hiệu độ dài hai cạnh còn lại.

Ví dụ 3.2 Cho tam giác ABC như hình dưới đây:



Lời giải.

Ta suy ra được các hệ thức sau:

$$AB > AC - BC; \quad AC > AB - BC; \quad BC > AC - AB$$

Ba hệ thức phai trên được gọi là các bất đẳng thức tam giác. □

- ☑ Nhận xét: Với a, b, c là độ dài ba cạnh tùy ý của một tam giác thì từ định lý và tính chất nêu trên ta có: $b - c < a < b + c$

Chú ý 3. Để kiểm tra ba độ dài có là ba cạnh của một tam giác hay không, ta chỉ cần so sánh độ dài lớn nhất có nhỏ hơn tổng hai độ dài còn lại hoặc độ dài nhỏ nhất có lớn hơn hiệu hai độ dài còn lại hay không.

DẠNG 4

SỰ ĐỒNG QUY CỦA CÁC ĐƯỜNG TRONG TAM GIÁC

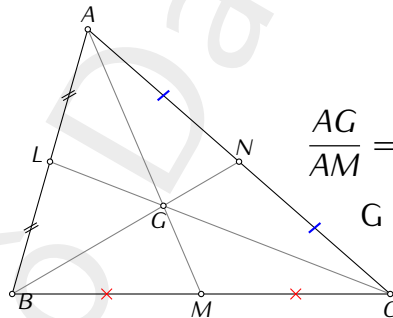


1 Sự đồng quy của ba đường trung tuyến, ba đường phân giác trong một tam giác

a) Sự đồng quy của ba đường trung tuyến trong một tam giác

a) Đường trung tuyến của tam giác

⚙ **Định nghĩa 4.1.** Đường thẳng nối đỉnh A của tam giác ABC với trung điểm M của cạnh BC gọi là đường trung tuyến.



$$\frac{AG}{AM} = \frac{BG}{BN} = \frac{CG}{CL} = \frac{2}{3}$$

G là trọng tâm của $\triangle ABC$

b) Sự đồng quy của ba đường trung tuyến.



Định lý 4.1 Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm (hay đồng quy tại một điểm). Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.

Chú ý 4. Điểm đồng quy của ba đường trung tuyến gọi là trọng tâm tam giác.

b) Sự đồng quy của ba đường phân giác trong tam giác

Định lý 4.2 Ba đường phân giác của một tam giác đồng quy tại một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó.

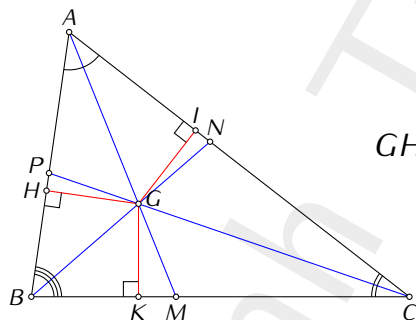
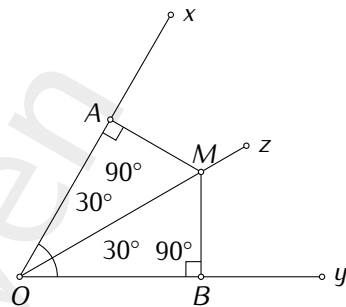
Chú ý 5.

Điểm nằm trên tia phân giác của một góc thì cách đều hai cạnh của góc đó

$$\begin{cases} M \in Oz \\ MA \perp Ox; MB \perp Oy \end{cases} \Rightarrow MA = MB$$

Điểm nằm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc thì nằm trên tia phân giác của góc đó.

Tập hợp các điểm nằm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc là tia phân giác của góc đó.



$$GH = GK = GI$$

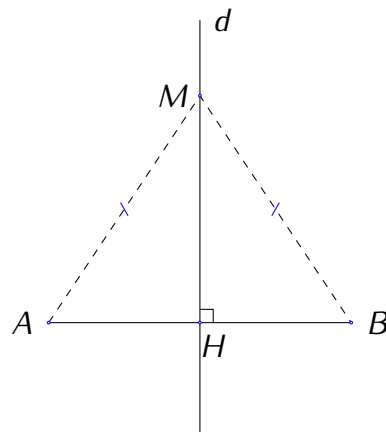
2

Sự đồng quy của ba đường trung trực, ba đường cao trong một tam giác

a) Đường trung trực của đoạn thẳng

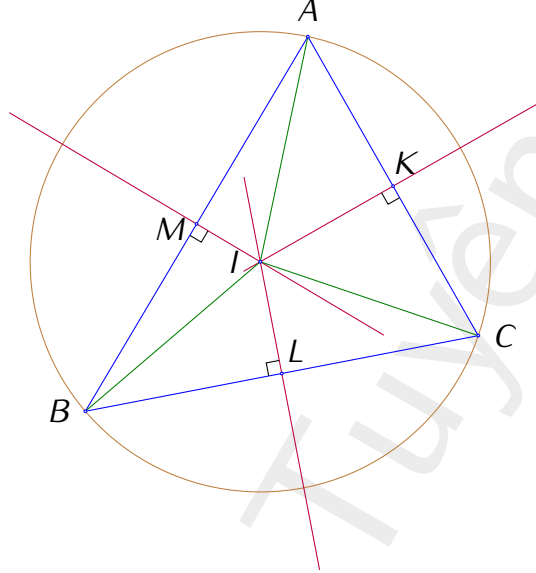
Định nghĩa 4.2. Đường trung trực của một đoạn thẳng là đường thẳng vuông góc với đoạn thẳng ấy tại trung điểm của nó.

Trên hình vẽ bên, d là đường trung trực của đoạn thẳng AB .
Ta cũng nói: A đối xứng với B qua d .



b) Đường trung trực của tam giác

Định nghĩa 4.3. Trong tam giác ABC , đường trung trực của mỗi cạnh gọi là đường trung trực của tam giác. Ở hình dưới đây, a là đường trung trực ứng với cạnh BC của tam giác ABC .

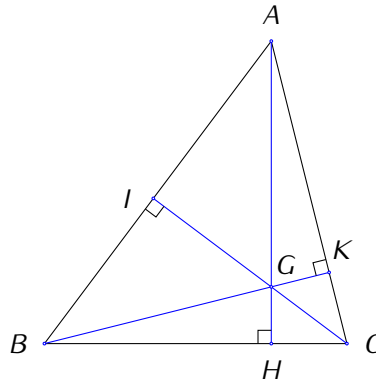


c) Sự đồng quy của ba đường trung trực

Định lý 4.3 Ba đường trung trực của một tam giác đồng quy tại một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác.

d) Định nghĩa đường cao

Định nghĩa 4.4. Đường hạ từ đỉnh vuông góc với cạnh đối diện, gọi là đường cao. Trong tam giác có 3 đường cao.

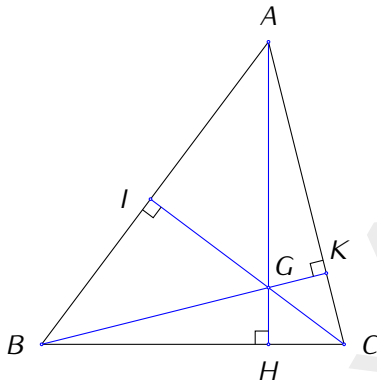


e) Sự đồng quy của ba đường cao

Định lý 4.4

Ba đường cao của một tam giác đồng quy tại một điểm.

Chú ý 6. Giao ba đường cao gọi là trực tâm của tam giác.



CHỦ ĐỀ

3

BÀI TẬP

DẠNG 1

TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Các tỉ số nào sau đây lập thành một tỉ lệ thức?

- (A) $\frac{-1}{3}$ và $\frac{-19}{57}$. (B) $\frac{6}{7} : \frac{14}{5}$ và $\frac{7}{3} : \frac{2}{9}$. (C) $\frac{15}{21}$ và $\frac{-125}{175}$. (D) $\frac{7}{12}$ và $\frac{5}{6} : \frac{4}{3}$.

Câu 2. Cho $\frac{x}{m} = \frac{y}{n} = \frac{2x-3y}{\dots}$. Biểu thức cần điền vào dấu ... là biểu thức nào sau đây?

- (A) $2m + 3n$. (B) $2m - 3n$. (C) $2n + 3m$. (D) $2n - 3m$.

Câu 3. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, khi $x = 4$ thì $y = 2$. Khi $x = -5$ thì y bằng bao nhiêu?

- (A) $-2,5$. (B) -10 . (C) -7 . (D) -3 .

Câu 4. Nếu $y = -2x$ thì y

- (A) tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $\frac{-1}{2}$. (B) tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $\frac{-1}{2}$.
(C) tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ -2 . (D) tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ -2 .

Câu 5. Chọn câu trả lời đúng. Trên cùng một quãng đường thì

- (A) vận tốc tỉ lệ nghịch với thời gian.. (B) vận tốc tỉ lệ thuận với thời gian..
(C) quãng đường tỉ lệ nghịch với thời gian. (D) quãng đường tỉ lệ nghịch với vận tốc.

Câu 6. Cho ba số a ; b ; c tỉ lệ với 1 ; 2 ; 3 ta có dãy tỉ số:

- (A) $\frac{a}{3} = \frac{b}{2} = \frac{c}{1}$. (B) $\frac{a}{2} = \frac{b}{1} = \frac{c}{3}$. (C) $\frac{a}{3} = \frac{b}{1} = \frac{c}{2}$. (D) $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}$.

Câu 7. Từ tỉ lệ thức $\frac{x}{6} = \frac{-3}{4}$, suy ra

- (A) $x = \frac{6.4}{-3}$. (B) $x = \frac{-3.6}{4}$. (C) $x = \frac{-3.4}{6}$. (D) $x = \frac{4}{-3.6}$.

Câu 8. Đa thức nào dưới đây là đa thức một biến:

- (A) $x^2 + y + 1$. (B) $x^3 - 2x^2 + 3$. (C) $xy + x^2 - 3$. (D) $xyz - xy + 3$.

DẠNG 2

CÁC BÀI TOÁN VỀ TỈ LỆ THỨC

❖ Bài 1. Lập các tỉ lệ thức có được từ các số sau

- a) 15; 3; 4; 20; b) 25; 5; 10; 50; c) 0,5; 2; 4; 2,5; d) 75; 3; 4; 100.

❖ Bài 2. cặp tỉ số nào sau đây lập thành một tỉ lệ thức

- a) 15: 6 và 5: 2; b) -15: 6 và 5: 2; c) 15: -6 và 5: 2; d) 15: 6 và -5: 2;

❖ Bài 3. Tìm hai số x và y biết $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ và $x + y = 20$

❖ Bài 4. Tìm x, y, z biết: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$, $\frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ và $2x - 3y + z = 6$.

❖ Bài 5. Tìm hai số x, y biết rằng: $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$ và $x \cdot y = 40$.

❖ Bài 6. Tìm các số x, y, z biết rằng

a) $\frac{x-2}{x-1} = \frac{x+4}{x+7}$

b) $\frac{x}{10} = \frac{y}{6} = \frac{z}{21}$ và $5x + y - 2z = 28$

c) $4x = 3y$; $7y = 5z$ và $2x - 3y + z = 6$

d) $x : y : z = 12 : 9 : 5$ và $xyz = 20$

e) $\frac{10}{x-15} = \frac{6}{y-9} = \frac{14}{z-21}$ và $xyz = 6720$

f) $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z+9}{25}$ và $2x^3 - 1 = 15$

DẠNG 3

ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

1 Cách giải

✔ Bước 1: Xác định trong bài toán hai đại lượng nào tỉ lệ thuận với nhau.

✔ Bước 2: Lập tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này (Thường là tỉ số của đại lượng trong đó cần tìm giá trị).

✔ Bước 3: Lập tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia.

✔ Bước 4: Lập tỉ lệ thức của bước 2 và 3. Rồi tính giá trị của đại lượng cần tìm.



Bài tập:

- ❖ Bài 1. Lớp 7D trong 1h20' trồng được tất cả 80 cây xanh. Hỏi trong 2h, lớp 7D trồng được bao nhiêu cây ?
- ❖ Bài 2. Bài 2: Một công nhân trong 45 phút làm được 30 sản phẩm. Hỏi trong 1h15 phút, công nhân đó làm được bao nhiêu sản phẩm.
- ❖ Bài 3. 10 người thì câu được 10 con cá trong 5 phút. Hỏi trong 50 phút thì 50 người câu được bao nhiêu con cá.
- ❖ Bài 4. Trong 3 lít nước biển có chứa 105 g muối. Hỏi trong 150 lít nước biển có chứa bao
- ❖ Bài 5. Khi xát 100 kg thóc thì được 62 kg gạo. Hỏi phải xát bao nhiêu kg thóc để được 155 kg gạo.
- ❖ Bài 6. Biết rằng 21 lít dầu hỏa nặng 16,8 kg. Hỏi trong 19 kg dầu hỏa có chứa được hết trong một cái can 23 lít không ?
- ❖ Bài 7. Hãy chia số 480 thành 3 phần:
 - a) Tỉ lệ thuận với các số 2, 3, 5.
 - b) Tỉ lệ thuận với các số $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{10}$.

DẠNG 4

ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH



Phương pháp

- ❖ Dạng 1. Củng cố công thức của đại lượng tỉ lệ nghịch
Phương pháp giải. Áp dụng công thức $y = \frac{a}{x}$ để xác định tương quan tỉ lệ giữa hai đại lượng.
- ❖ Dạng 2. Củng cố công thức của đại lượng tỉ lệ nghịch
Phương pháp giải.
 - ✔ Xác định hệ số tỉ lệ a .
 - ✔ Dùng công thức $y = \frac{x}{a}$; $x = \frac{y}{a}$ để xác định các giá trị tương ứng.
- ❖ Dạng 3. Xét tương quan tỉ lệ nghịch của hai đại lượng khi biết bảng các giá trị tương ứng của chúng
Phương pháp giải
Xem xét tất cả các tích giá trị tương ứng của hai đại lượng có bằng nhau không?
- ❖ Dạng 4. Toán về các đại lượng tỉ lệ nghịch
Phương pháp giải.

- ☑ Xác định tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng.
- ☑ Áp dụng tính chất về tỉ số giá trị hai đại lượng tỉ lệ nghịch.



Bài tập

🔹 **Bài 1.** Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau khi x nhận các giá trị $x_1 = 3; x_2 = 2$ thì tổng các giá trị tương ứng của y là 15.

- a) Hãy biểu diễn y theo x .
- b) Tìm giá trị của x khi $y = -6$

🔹 **Bài 2.** Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch khi $x_1 = 2; x_2 = 5$ thì $3y_1 + 4y_2 = 46$

- a) Hãy biểu diễn x theo y ;
- b) Tính giá trị của x khi $y = 23$.

🔹 **Bài 3.** Cho hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 2$ thì $y = 4$.

- a) Tìm hệ số tỉ lệ a ;
- b) Hãy biểu diễn x theo y ;
- c) Tính giá trị của x khi $y = -1; y = 2$.

🔹 **Bài 4.** Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

x	-6	-3	-2	4
y			-12	

🔹 **Bài 5.** Cho hai đại lượng tỉ lệ nghịch X và Y . $X_1; X_2$ là hai giá trị của X ; Y_1, Y_2 là hai giá trị của Y .

- a) Biết $X_1 \cdot Y_1 = 45$ và $X_2 = 9$. Tính Y_2
- b) Biết $X_1 = 2; X_2 = 4$. Tính $Y_1 + Y_2$
- c) Biết $X_2 = 3; X_1 + 2Y_2 = 18$ và $Y_1 = 12$. Tính $X_1; Y_2$

🔹 **Bài 6.** Ba đội máy cày, cày ba cánh đồng cùng diện tích. Đội thứ nhất cày xong trong 3 ngày, đội thứ hai cày xong trong 5 ngày, đội thứ ba cày xong trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy, biết rằng đội thứ ba có ít hơn đội thứ hai 1 máy?

🔹 **Bài 7.** Hai thanh sắt và chì có khối lượng bằng nhau. Hỏi thanh nào có thể tích lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu lần, biết rằng khối lượng riêng của sắt là $7,8(g/cm^3)$ và của chì là $11,3(g/cm^3)$

DẠNG 5

ĐA THỨC MỘT BIẾN

❖ Bài 1. Cho hai đa thức: $P(x) = -2x^4 - 7x + \frac{1}{2} - 6x^4 + 2x^2 - x$;
 $Q(x) = 3x^3 - x^4 - 5x^2 + x^3 - 6x + 9 + x^4$.

- Thu gọn và sắp xếp hai đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Tìm bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của mỗi đa thức trên.

DẠNG 6

CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY TRONG TAM GIÁC

❖ Bài 1. Cho tam giác ABC cân ở A. Gọi O là giao điểm các đường trung trực của tam giác. Trên tia đối của các tia AB và CA lấy theo thứ tự hai điểm M và N sao cho $AM = CN$.

- Chứng minh $\widehat{OAB} = \widehat{OCA}$.
- Chứng minh $\triangle AOM = \triangle CON$
- Gọi I là giao điểm hai đường trung trực của OM và ON. Chứng minh OI là tia phân giác của góc MON.

❖ Bài 2. Cho tam giác ABC cân tại A có AD là đường phân giác.

- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACD$
- Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Chứng minh ba điểm A, G, D thẳng hàng.
- Tính DG biết $AB = 13cm, BC = 10cm$.

❖ Bài 3. Cho tam giác ABC cân tại A có G là trọng tâm. O là giao điểm hai đường trung trực của cạnh AB và AC. Chứng minh rằng:

- Tam giác OBC cân
- Ba điểm A, O, G thẳng hàng.

❖ Bài 4. Cho $\triangle ABC$, đường trung tuyến AD. Qua D kẻ đường thẳng song song với AB, qua B kẻ đường thẳng song song với AD, hai đường thẳng này cắt nhau tại E.

- Chứng minh: $\triangle ABD = \triangle EDB$.
- Gọi I là giao của AE và BD. Chứng minh: $IA = IE$ và $IB = ID$.
- Gọi K là trung điểm CE. Chứng minh: A, D, K thẳng hàng

❖ Bài 5. Tam giác ABC vuông tại A, đường phân giác BD. Kẻ $AE \perp BD$ ($E \in BD$), AE cắt BC ở K.

- Tam giác ABK là tam giác gì?
- Chứng minh rằng $DK \perp BC$
- Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Chứng minh rằng AK là tia phân giác của góc HAC.
- Gọi I là giao điểm của AH và BD. Chứng minh rằng $IK \parallel AC$.

❖ Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ đường cao AH. Trên cạnh AC lấy điểm K sao cho $AK = AH$. Kẻ $KD \perp AC$ ($D \in BC$) và $CE \perp AD$ tại I. Chứng minh

- $\triangle AHD = \triangle AKD$
- AD là đường trung trực của đoạn thẳng HK.
- 3 đường thẳng AH, DK, CE cùng đi qua 1 điểm

❖ Bài 7. Tam giác ABC vuông tại A, đường phân giác BD. đường thẳng vuông góc với AC tại C cắt tia BD tại E. Kẻ $DH \perp BC$ tại H. Trên tia đối của AB lấy điểm K sao cho $AK = HC$.

- Chứng minh $BC = CE$
- Chứng minh 3 điểm H, D, K thẳng hàng
- So sánh DK và HD
- Chứng minh chu vi $\triangle ABD$ nhỏ hơn chu vi $\triangle CDE$.

DẠNG 7

BÀI TẬP NÂNG CAO

❖ Bài 1. Tìm $x, y, z \in \mathbb{R}$ thỏa mãn: $\frac{3x - 2y}{5} = \frac{2z - 5x}{3} = \frac{5y - 3z}{2}$ và $5x + 2y - 3z = 2024$.

❖ Bài 2. Cho 3 số x, y, z khác 0 thỏa mãn: $\frac{7z - 4y}{5} = \frac{4x - 5z}{7} = \frac{5y - 7x}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{(x + 3y - 4z)^2}{xy - yz + zx}$

❖ Bài 3. Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh:

- $\frac{2a + b}{3ab} = \frac{2c + d}{3cd}$
- $\frac{a^2 + b^2}{a^2b^2} = \frac{c^2 + d^2}{c^2d^2}$

❖ Bài 4. Cho các số a, b, c, d thỏa mãn $a + b + c \neq 0$ và $\frac{a + bc}{c} = \frac{a + cb}{b} = \frac{b + ca}{a}$. Tính giá trị biểu thức: $M = \frac{(a + b)(b + c)(c + a)}{abc}$.

Bài 5. Cho tỉ lệ thức: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng ta có các tỉ lệ thức sau: (với giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

a) $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$

b) $\frac{3a+5b}{3a-5b} = \frac{3c+5d}{3c-5d}$

c) $\left(\frac{a+b}{c+d}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$

d) $\frac{a-b}{a+b} = \frac{c-d}{c+d}$

e) $\frac{ab}{cd} = \frac{(a-b)^2}{(c-d)^2}$

f) $\frac{2a+5b}{3a-4b} = \frac{2c+5d}{3c-4d}$

———— HẾT ————