



LÊ THỊ HOÀI CHÂU (Tổng chủ biên)
PHẠM THỊ THU THUYẾT (Chủ biên)
TRẦN TRÍ DŨNG, LÊ ĐẠI DƯƠNG

Toán 8

Tập 1



**NHÀ XUẤT BẢN
ĐẠI HỌC HUẾ**

DTP
Education Solutions

DANH SÁCH HỘI ĐỒNG QUỐC GIA THẨM ĐỊNH SÁCH GIÁO KHOA

Môn Toán - Lớp 8

*(Kèm theo Quyết định số 2025/QĐ-BGDĐT ngày 21 tháng 07 năm 2022
của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo)*

Đoàn Quỳnh (Chủ tịch); Nguyễn Tiến Quang (Phó Chủ tịch); Phạm Đức Tài (Thư ký);
Vũ Thị Bình; Tạ Minh Hiếu; Nguyễn Thị Hợp; Bùi Thị Hạnh Lâm; Lê Thị Minh Ngọc;
Chu Thị Lan Phương; Vũ Đình Phương; Tạ Công Sơn



LÊ THỊ HOÀI CHÂU (Tổng chủ biên)
PHẠM THỊ THU THỦY (Chủ biên)
TRẦN TRÍ DŨNG, LÊ ĐẠI DƯƠNG

Toán

Tập 1



NHÀ XUẤT BẢN
ĐẠI HỌC HUẾ

 **DTP**
Education Solutions

LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh, quý thầy, cô giáo và phụ huynh thân mến!

Sách giáo khoa **Toán 8** thuộc bộ sách **Cùng khám phá** được biên soạn nhằm đáp ứng những yêu cầu đổi mới về dạy và học toán, đảm bảo kế thừa những yếu tố tích cực của các bộ sách giáo khoa Việt Nam thời kì trước đây, đồng thời khai thác có chọn lọc kinh nghiệm quốc tế về phát triển sách giáo khoa hiện đại.

Sách giáo khoa **Toán 8 – Cùng khám phá** đưa vào một hệ thống đa dạng các hoạt động trên lớp, các ví dụ, hình ảnh, các bài tập minh họa, từ đó giúp học sinh khám phá kiến thức, hiểu và có thể vận dụng được những khái niệm toán học từ cốt lõi đến nâng cao vào việc giải quyết một số vấn đề của Toán học hay thực tiễn. Bằng việc chọn lựa cách tiếp cận kiến thức toán học một cách hợp lí, sách giáo khoa **Toán 8 – Cùng khám phá** hướng đến việc tạo điều kiện thuận lợi cho học sinh tự học, cho giáo viên tổ chức các hoạt động dạy học, đánh giá, cho phụ huynh theo dõi, kiểm tra, từ đó từng bước hình thành ở học sinh phương pháp học tập tích cực.

Bên cạnh đó, nội dung trong sách được biên soạn với độ mở thích hợp, tích hợp nhiều kiến thức thực tiễn, chú trọng sự liên môn, góp phần phát triển năng lực toàn diện cho học sinh. Ngoài ra, nguồn tài liệu số của sách được biên soạn và luôn có sẵn trên nền tảng Eduhome.

Mong muốn lớn nhất của nhóm tác giả là bộ sách sẽ góp phần vào việc giúp học sinh liên kết các khái niệm toán học với nhau, phát triển năng lực tư duy toán học, năng lực giải quyết vấn đề, năng lực giao tiếp bằng ngôn ngữ toán học, kết nối được Toán học với các môn học khác và với thế giới thực. Hi vọng với bộ sách này, học sinh sẽ cảm thấy hứng thú, tích cực, chủ động hơn khi học Toán và sẽ có những trải nghiệm thú vị khi vận dụng Toán học vào cuộc sống.

Chúc các em khám phá được nhiều điều thú vị của thế giới Toán học, nhận ra được sự có mặt của nó khắp nơi trong cuộc sống quanh ta.

Em hãy giữ gìn sách cẩn thận để sử dụng được lâu dài nhé!

HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG SÁCH

1. Mở đầu chương	Giới thiệu chương thông qua việc thiết lập sự liên hệ giữa chủ đề của chương với thực tiễn. Mục tiêu học tập cũng được nêu rõ trong mục này.
2. Các bài học: Mỗi bài học thường được thiết kế với các phần:	
	Khởi động Thường là một câu hỏi hay một tình huống tạo động cơ học tập, từ đó nhận ra ứng dụng của kiến thức sẽ nghiên cứu trong bài.
HOẠT ĐỘNG	Hoạt động Thông qua trải nghiệm, khám phá, học sinh tham gia vào việc xây dựng kiến thức mới, nhận ra ứng dụng của nó trong những ngữ cảnh cụ thể.
	Kiến thức trọng tâm Được đặt trong khung màu với biểu tượng bóng đèn, trình bày những nội dung chủ chốt của bài học.
VÍ DỤ	Ví dụ Là những minh họa cho kiến thức mới và ứng dụng của nó, đồng thời luyện cho học sinh cách lập luận, diễn đạt rõ ràng, chính xác một ý tưởng bằng ngôn ngữ toán học.
LUYỆN TẬP VẬN DỤNG	Luyện tập – Vận dụng Tạo cơ hội cho học sinh sử dụng kiến thức vừa học vào việc giải quyết những vấn đề cụ thể của toán học hoặc của thực tiễn.
BÀI TẬP	Bài tập Gồm một hệ thống bài tập từ đơn giản - áp dụng trực tiếp các khái niệm toán học vừa được nghiên cứu, đến những bài đòi hỏi việc vận dụng kiến thức toán học ở mức độ cao hơn về lập luận, kỹ năng. Nhiều vấn đề thực tiễn được đưa vào, giúp học sinh nhận ra ý nghĩa của kiến thức vừa học.
3. Ôn tập chương	Qua hệ thống bài tập ôn tập, học sinh có thể kiểm tra lại hiểu biết của mình về các khái niệm và ý tưởng quan trọng được nghiên cứu trong chương, kết nối chúng với nhau trong việc giải quyết những vấn đề đa dạng.

Bên cạnh đó, trong các bài còn có thêm một số đề mục bổ trợ sau đây:

Ghi chú/Lưu ý	Em có biết
Ghi chú/Lưu ý: Nhấn mạnh hoặc mở rộng kiến thức, chú thích những thông tin quan trọng liên quan đến các khái niệm cốt lõi.	? EM CÓ BIẾT Giới thiệu một số yếu tố thú vị về ứng dụng của toán học hay lịch sử toán học.

Mục lục

Phần ĐẠI SỐ

Chương 1 ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

Bài 1	Đơn thức nhiều biến	2
Bài 2	Đa thức nhiều biến	7
Bài 3	Cộng, trừ, nhân đa thức	11
Bài 4	Chia đa thức cho đơn thức	14
Bài 5	Những hằng đẳng thức đáng nhớ	17
Bài 6	Phân tích đa thức thành nhân tử	26
	Ôn tập chương	30

Chương 2 PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

Bài 1	Phân thức đại số	33
Bài 2	Tính chất cơ bản của phân thức đại số	36
Bài 3	Cộng, trừ các phân thức đại số	39
Bài 4	Nhân, chia các phân thức đại số	47
	Ôn tập chương	51

Phần HÌNH HỌC PHẪNG

Chương 3 ĐỊNH LÍ PYTHAGORE. TỨ GIÁC

Bài 1	Định lý Pythagore	54
Bài 2	Tứ giác	59
Bài 3	Hình bình hành	63
Bài 4	Hình thang cân	67
Bài 5	Hình chữ nhật	71
Bài 6	Hình thoi	76
Bài 7	Hình vuông	81
	Hoạt động thực hành và trải nghiệm	84
	Ôn tập chương	88

Phần HÌNH HỌC TRỰC QUAN

Chương 4 HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU. HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

Bài 1	Hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều	92
Bài 2	Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều	96
Bài 3	Thể tích của hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều	99
	Hoạt động thực hành và trải nghiệm	102
	Ôn tập chương	103

Bảng tra cứu thuật ngữ	104
------------------------	-----

Bảng giải thích thuật ngữ	106
---------------------------	-----

Phần ĐẠİ SỔ

Chương

1

Đa thức nhiều biến



Đa thức có thể được sử dụng để mô hình hoá nhiều tình huống trong thực tiễn. Chẳng hạn, chúng có thể được sử dụng trong việc tạo ra hình dạng của tàu lượn siêu tốc (nguồn: https://www.researchgate.net/publication/264440523_Modelling_tracks_for_roller_coaster_dynamics) hoặc trong các mô hình năng lượng do cối xay gió tạo ra (nguồn: https://www.researchgate.net/publication/265855955_Wind_Turbine_Power_Curve_Modeling_Using_Advanced_Parametric_and_Nonparametric_Methods).

Cùng tìm hiểu

- ▶ Các khái niệm về đơn thức, đa thức nhiều biến;
- ▶ Cách thực hiện phép cộng, phép trừ, phép nhân các đa thức và phép chia hết một đa thức cho một đơn thức;
- ▶ Các hằng đẳng thức: bình phương của tổng và hiệu, hiệu hai bình phương, lập phương của tổng và hiệu, tổng và hiệu hai lập phương;
- ▶ Cách vận dụng các hằng đẳng thức để phân tích đa thức thành nhân tử.

Bài 1

ĐƠN THỨC NHIỀU BIẾN

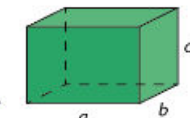
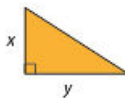
Từ khoá: đơn thức nhiều biến, đơn thức thu gọn, bậc của đơn thức, nhân hai đơn thức, đơn thức đồng dạng, cộng và trừ các đơn thức đồng dạng.



Viết các biểu thức biểu diễn:

- Diện tích của tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là x, y ;
- Thể tích của hình hộp chữ nhật có các kích thước là a, b, c .

Các biểu thức trên được gọi là gì?



Hình 1.1

1 ĐƠN THỨC NHIỀU BIẾN

HOẠT ĐỘNG 1

Cho các biểu thức đại số:

$$11; \quad 3x^2y; \quad 7x; \quad x-2y; \quad -\frac{3}{5}xy^2z^3; \\ 4x^2+y; \quad 28x^2\left(-\frac{1}{2}\right)y^3x; \quad 6(x+y^2); \quad 9y-1.$$

Hãy sắp xếp chúng thành hai nhóm:

- Nhóm 1: Các biểu thức có chứa phép cộng, phép trừ;
- Nhóm 2: Các biểu thức còn lại.

Trong Hoạt động 1, các biểu thức đại số trong nhóm 2 là những ví dụ về đơn thức nhiều biến.



Đơn thức nhiều biến (còn gọi tắt là *đơn thức*) là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.

VÍ DỤ 1

Trong các biểu thức đại số sau, biểu thức nào là đơn thức? Với mỗi đơn thức tìm được, hãy cho biết nó có bao nhiêu biến.

$$x+y; \quad xy^2; \quad x^2-y^2; \quad \frac{3}{7}x^3y^3z; \quad 6(x-y)^2; \quad -9xy^4zxt.$$

Bài giải

Biểu thức xy^2 là đơn thức có hai biến x và y .

Biểu thức $\frac{3}{7}x^3y^3z$ là đơn thức có ba biến x, y, z .

Biểu thức $-9xy^4zxt$ là đơn thức có bốn biến x, y, z, t .

LUYỆN TẬP 1

Cho một ví dụ về đơn thức một biến và một ví dụ về đơn thức năm biến.

Lưu ý: Số 0 còn được gọi là *đơn thức không*.

2 ĐƠN THỨC THU GỌN

HOẠT ĐỘNG 2

Cho đơn thức $3xy^4zx^2yz^3$.

a) Ta đã sử dụng các tính chất nào của phép nhân các số để suy ra

$$3xy^4zx^2yz^3 = 3xx^2y^4yzz^3?$$

b) Dựa vào quy tắc nhân hai lũy thừa cùng cơ số, hãy tìm các số mũ thích hợp cho các ô (?) trong đẳng thức sau:

$$3xx^2y^4yzz^3 = 3x^{(?) }y^{(?) }z^{(?) }$$

c) So sánh tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức $3xy^4zx^2yz^3$ với tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức ở vế phải của đẳng thức trong câu b.

Theo câu a và câu b trong Hoạt động 2, đơn thức $3xy^4zx^2yz^3$ đã được thu gọn thành đơn thức $3x^3y^5z^4$. Ta nói đơn thức $3x^3y^5z^4$ là đơn thức thu gọn của đơn thức $3xy^4zx^2yz^3$.



Đơn thức thu gọn là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến, mà mỗi biến chỉ có mặt một lần dưới dạng một lũy thừa với số mũ nguyên dương. Trong tích của một số với các biến như trên, số đó được gọi là *hệ số*, phần còn lại gọi là *phần biến* của đơn thức thu gọn.

Lưu ý: Bậc của đơn thức có hệ số khác 0 là tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức đó. Bậc của một đơn thức có hệ số khác 0 bằng với bậc của đơn thức thu gọn của nó.

VÍ DỤ 2

Xác định các đơn thức thu gọn, hệ số, phần biến và bậc của chúng trong các đơn thức sau:

$$2x3y; \quad -xy^2; \quad 20x^2; \quad \frac{3}{7}x^3y^3z; \quad -10x^2y^2zxy.$$

Bài giải

Đơn thức $-xy^2$ là đơn thức thu gọn, có hệ số là -1 , phần biến là xy^2 , bậc là 3.

Đơn thức $20x^2$ là đơn thức thu gọn, có hệ số là 20, phần biến là x^2 , bậc là 2.

Đơn thức $\frac{3}{7}x^3y^3z$ là đơn thức thu gọn, có hệ số là $\frac{3}{7}$, phần biến là x^3y^3z , bậc là 7.

VÍ DỤ 3

Thu gọn đơn thức $2x^2y^33z^1x^5y^4z^6$.

Bài giải

$$2x^2y^33z^1x^5y^4z^6 = 2.3.x^2x^5y^3y^4z^1z^6 = 6x^7y^7z^7.$$

LUYỆN TẬP 2

Cho ba ví dụ về đơn thức thu gọn và cho biết hệ số, phần biến và bậc của đơn thức trong mỗi ví dụ.

Lưu ý:

- Ta cũng xem một số là đơn thức thu gọn.
- Thông thường, khi viết đơn thức thu gọn, ta viết hệ số trước, phần biến sau và các biến được viết theo thứ tự bảng chữ cái.
- Từ nay, khi nói đến đơn thức, nếu không nói gì thêm thì ta hiểu đó là đơn thức thu gọn.
- Số thực khác 0 là đơn thức bậc không. Đơn thức 0 được xem là không có bậc.

3 NHÂN HAI ĐƠN THỨC

HOẠT ĐỘNG 3

Dựa theo cách làm như trong câu a và câu b của Hoạt động 2, hãy thu gọn tích $(3xy^2) \cdot (5x^2y^3)$.



Để nhân hai đơn thức, ta nhân các hệ số với nhau và nhân các phần biến với nhau.

Lưu ý: Kết quả của phép nhân hai đơn thức được gọi là *tích của hai đơn thức* đó.

VÍ DỤ 4

Tìm tích của hai đơn thức $4x^3y^2z$ và $6xy^3z^2$.

Bài giải

Ta có: $(4x^3y^2z) \cdot (6xy^3z^2) = (4 \cdot 6) (x^3x) (y^2y^3) (zz^2) = 24x^4y^5z^3$.

Vậy tích của hai đơn thức $4x^3y^2z$ và $6xy^3z^2$ là đơn thức $24x^4y^5z^3$.

LUYỆN TẬP 3

Thực hiện các phép nhân sau:

a) $\left(\frac{1}{3}x^4\right) \cdot (-9xy^2z)$

b) $(2x^2yz^3t) \cdot (5x^3y^3z^4)$

4 ĐƠN THỨC ĐỒNG DẠNG

HOẠT ĐỘNG 4

Cho đơn thức $15x^3y^2z$.

- Hãy viết bốn đơn thức có hệ số khác 0 và cùng phần biến của đơn thức đã cho.
- Hãy viết ba đơn thức có phần biến khác phần biến của đơn thức đã cho.

Trong Hoạt động 4, các đơn thức viết đúng theo yêu cầu của câu a là các ví dụ về đơn thức đồng dạng, còn các đơn thức viết đúng theo yêu cầu của câu b là các ví dụ về đơn thức không đồng dạng.



Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến.

Lưu ý: Các số khác 0 được xem là những đơn thức đồng dạng.

VÍ DỤ 5

Tìm các đơn thức đồng dạng trong các đơn thức sau:

$$2x^2y; \quad -3xy^2; \quad -x^2y; \quad 9x^3y^3z; \quad 6y^2; \quad 9x^3yz^3.$$

Bài giải

Trong các đơn thức đã cho, chỉ có $2x^2y$ và $-x^2y$ là hai đơn thức đồng dạng.

LUYỆN TẬP 4

Tìm các cặp đơn thức đồng dạng trong các đơn thức sau:

$$2x^2yz; \quad -6xy^2; \quad x^2y; \quad 7x^2yz; \quad 4xy^2; \quad -8xyz.$$

5 CỘNG, TRỪ CÁC ĐƠN THỨC ĐỒNG DẠNG

HOẠT ĐỘNG 5

Dựa vào tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng các số, hãy thực hiện các phép tính sau và viết kết quả dưới dạng đơn thức thu gọn:

a) $2x^2y + 7x^2y;$

b) $6xy^3 - 9xy^3.$



Để cộng hoặc trừ các đơn thức đồng dạng, ta cộng hoặc trừ các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

Lưu ý: Kết quả của phép cộng và phép trừ hai đơn thức lần lượt được gọi là *tổng* và *hiệu* của hai đơn thức.

VÍ DỤ 6

Thực hiện các phép tính sau:

a) $x^2y^2 + 4x^2y^2;$

b) $12x^3y^2z - 8x^3y^2z.$

Bài giải

a) $x^2y^2 + 4x^2y^2 = (1 + 4)x^2y^2 = 5x^2y^2.$

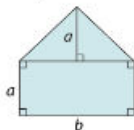
b) $12x^3y^2z - 8x^3y^2z = (12 - 8)x^3y^2z = 4x^3y^2z.$

LUYỆN TẬP 5

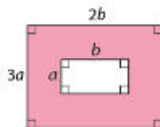
Tìm tổng và hiệu của hai đơn thức $6x^3y$ và $11x^3y$.

VẬN DỤNG

Tìm diện tích của phần được tô màu trong Hình 1.2 và Hình 1.3 theo a và b .



Hình 1.2



Hình 1.3

BÀI TẬP

- 1.1. Bạn Thảo viết sáu ví dụ về đơn thức như sau:

$$4x^3; \quad -xy^2; \quad \frac{2}{9};$$

$$6x^2(x-1); \quad -9(x+y); \quad 27x^3y^3z.$$

Hãy kiểm tra xem bạn Thảo viết đã đúng chưa.

- 1.2. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

- Biểu thức biểu diễn chu vi (m) của khu vườn hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là x (m) và y (m).
- Biểu thức biểu diễn diện tích (m²) của khu vườn hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là x (m) và y (m).

- 1.3. Thu gọn đơn thức rồi xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức thu gọn:

$$a) -3x^2y^27x^3y; \quad b) \frac{3}{4}xy\frac{8}{9}yz6xy.$$

- 1.4. Tìm tích của các đơn thức sau rồi tìm bậc của đơn thức thu được:

$$a) \frac{2}{15}x^4y^2 \text{ và } \frac{5}{3}x^2y^4;$$

$$b) \frac{1}{4}xy^2z \text{ và } -24xyz^2.$$

- 1.5. Viết hai đơn thức đồng dạng với đơn thức $-2xy^2$ rồi tính tổng và hiệu của hai đơn thức đó.

- 1.6. Tìm tổng của các đơn thức:

$$\frac{1}{3}xy^2z; \quad \frac{1}{2}xy^2z; \quad \frac{1}{6}xy^2z.$$

- 1.7. Tìm một đơn thức thích hợp cho mỗi ô $?$:

$$a) (2x^2y^3) \cdot ? = 8x^3y^4;$$

$$b) ? - 13x^3 = -8x^3;$$

$$c) 3xy^3 + ? = 9xy^3.$$

- 1.8. Bạn An mua x cây bút chì với giá y nghìn đồng một cây. Sau đó An mua vở với số lượng gấp đôi số bút chì đã mua. Biết giá một quyển vở gấp 5 lần giá một cây bút chì, viết biểu thức tính tổng số tiền An đã dùng để mua bút chì và vở.

- 1.9. Trong một hội trường có ba khu vực A, B, C. Mỗi khu vực A và C có a hàng ghế và mỗi hàng có b chiếc ghế. Khu vực B cũng có a hàng ghế nhưng mỗi hàng có $1,5b$ chiếc ghế.

- Viết biểu thức tính tổng số ghế của cả ba khu vực này.

- Tổng số ghế của hai khu vực A và C nhiều hơn số ghế của khu vực B là bao nhiêu chiếc?

Bài 2

ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

Từ khóa: đa thức nhiều biến, thu gọn đa thức, bậc của đa thức, giá trị của đa thức.



Ở lớp 7, chúng ta đã học về đa thức một biến. Vậy thế nào là một đa thức nhiều biến?

1

ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

HOẠT ĐỘNG 1

Một cửa hàng bán trái cây nhập về một lô hàng gồm m thùng cam, mỗi thùng nặng x kg và n thùng táo, mỗi thùng nặng y kg. Viết biểu thức biểu diễn tổng khối lượng của lô hàng đó.

Biểu thức trong Hoạt động 1 là một ví dụ về *đa thức nhiều biến* (còn gọi tắt là *đa thức*).



Đa thức là một tổng của những đơn thức. Mỗi đơn thức trong tổng gọi là một *hạng tử* của đa thức đó.

VÍ DỤ 1

Trong các biểu thức đại số sau, biểu thức nào là đa thức? Với mỗi đa thức tìm được, hãy chỉ ra các hạng tử của nó.

$$x + y;$$

$$x^2 + \frac{x}{y^2};$$

$$x^2 - y^2 + x + 3;$$

$$x^3y + y^3z - z^3x.$$

Bài giải

Biểu thức $x + y$ là đa thức hai biến có các hạng tử $x; y$.

Biểu thức $x^2 - y^2 + x + 3$ là đa thức hai biến có các hạng tử $x^2; -y^2; x; 3$.

Biểu thức $x^3y + y^3z - z^3x$ là đa thức ba biến có các hạng tử $x^3y; y^3z; -z^3x$.

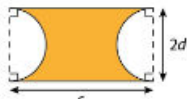
Biểu thức $x^2 + \frac{x}{y^2}$ không phải là đa thức.

LUYỆN TẬP 1

Cho một ví dụ về đa thức hai biến có ba hạng tử, một ví dụ về đa thức ba biến có bốn hạng tử.

VẬN DỤNG

Từ một tấm bìa hình chữ nhật, người ta cắt bỏ hai nửa hình tròn ở hai đầu như trong *Hình 1.4*. Viết đa thức biểu diễn diện tích của phần bìa còn lại.



Hình 1.4

Lưu ý:

- Mỗi đơn thức được xem là một đa thức.
- Ta thường kí hiệu đa thức bằng các chữ in hoa $A, B, C, M, N, P, Q, \dots$. Chẳng hạn, khi kí hiệu đa thức $x^2 - y^2 + x + 3$ là P , ta viết:

$$P = x^2 - y^2 + x + 3.$$

2 THU GỌN ĐA THỨC

HOẠT ĐỘNG 2

Cho đa thức $M = 2xy^2 - 6xy + y^2 + xy^2 + 3xy + 4$.

- Áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp, hãy sắp xếp các đơn thức đồng dạng trong đa thức M về cùng một nhóm.
- Viết đa thức M về dạng không còn hai hạng tử nào đồng dạng bằng cách cộng các đơn thức đồng dạng trong mỗi nhóm nêu trên.



Thu gọn đa thức P là viết đa thức này thành đa thức Q sao cho trong đa thức Q không còn hai hạng tử nào đồng dạng. Đa thức Q gọi là dạng thu gọn của đa thức P .

Để thu gọn một đa thức, ta làm như sau:

- Sắp xếp các đơn thức đồng dạng trong đa thức đó về cùng một nhóm;
- Cộng các đơn thức đồng dạng trong mỗi nhóm;
- Cộng các kết quả vừa tìm được với nhau.

VÍ DỤ 2

Thu gọn đa thức sau:

$$P = x^2y - 4xy + 2x^2y + 5xy - 7x + 4 + 6x - 1.$$

Bài giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P &= x^2y - 4xy + 2x^2y + 5xy - 7x + 4 + 6x - 1 \\ &= (x^2y + 2x^2y) + (-4xy + 5xy) + (-7x + 6x) + [4 + (-1)] \\ &= 3x^2y + xy - x + 3. \end{aligned}$$

LUYỆN TẬP 2

Thu gọn đa thức sau:

$$N = 8x^2y^2 - xyz - 2x^2y^2 + 7xyz - 6x^2y^2 + 3x^2 + 4x - 6x^2 + 5x + 9.$$

HOẠT ĐỘNG 3

Cho đa thức $A = x^4y^3 - 3x^3y^2 + y^6 + 2$. Xác định bậc của các hạng tử trong đa thức A .

Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.

Lưu ý:

- Số 0 cũng được gọi là đa thức *không* và nó không có bậc.
- Khi tìm bậc của một đa thức, trước hết ta phải thu gọn đa thức đó.

VÍ DỤ 3

Tìm bậc của đa thức $B = 2x^3y^2 - 3x^2y^2 - 2x^3y^2 + 5xy - 11x - 1$.

Bài giải

Dạng thu gọn của đa thức B là đa thức $-3x^2y^2 + 5xy - 11x - 1$.

Trong dạng thu gọn trên, hạng tử $-3x^2y^2$ có bậc cao nhất và bậc này là 4. Vậy bậc của đa thức B là 4.

LUYỆN TẬP 3

Tìm bậc của đa thức N trong Luyện tập 2.

3 GIÁ TRỊ CỦA ĐA THỨC

HOẠT ĐỘNG 4

Trong Hoạt động 1, tổng khối lượng của lô hàng nhập về bằng bao nhiêu khi $m = 12$, $x = 10$, $n = 8$ và $y = 9,5$?



Để tính giá trị của đa thức khi biết giá trị của các biến, ta thay giá trị cho trước của các biến vào đa thức rồi thực hiện các phép tính.

VÍ DỤ 4

Tính giá trị của đa thức $C = x^6y^5 - 8x^2y^6 + x^5 - y^6 + 2$ tại $x = 1$ và $y = -1$.

Bài giải

Thay $x = 1$ và $y = -1$ vào đa thức C , ta được: $1^6 \cdot (-1)^5 - 8 \cdot 1^2 \cdot (-1)^6 + 1^5 - (-1)^6 + 2 = -7$.

Vậy giá trị của đa thức C tại $x = 1$ và $y = -1$ là -7 .

LUYỆN TẬP 4

Thu gọn rồi tính giá trị của đa thức sau tại $x = \frac{1}{2}$, $y = -2$ và $z = 1$:

$$D = x^2 + y^2 + z^2 - x^2 + y^2 + z^2 + x^2 - y^2 + z^2.$$

BÀI TẬP

1.10. Có bao nhiêu đa thức trong bảng dưới đây?

$3xy$	$x^2 - 2y^2 + x - y + 3$
$x^3 + \frac{y^2}{z} + 1$	$x^4 + 2x^3 - 3x - 10$
	$x^3y + y^3z + z^3x + xyz$

1.11. Cho đa thức $P = x^3y^4 - 4x^2y^2 + 2x^3y^4 + 5x^2y^2 - 3x^3y^4 + x - 1 - 4x + 6$.

- Thu gọn đa thức P .
- Tính giá trị của đa thức P tại $x = -1$ và $y = 2$.

1.12. Viết một đa thức ba biến có ba hạng tử.

1.13. Một siêu thị niêm yết giá một số loại hoa quả như sau:

Vải: 45 000 đồng/kg; Cam: 62 000 đồng/kg; Nho: 75 000 đồng/kg.

Bà Ngọc đi siêu thị và mua x kg vải, y kg cam và z kg nho.

- Viết đa thức biểu diễn tổng số tiền (đơn vị đồng) bà Ngọc phải trả.
- Tính giá trị của đa thức đó tại $x = 1,5$; $y = 3$ và $z = 2$ và cho biết ý nghĩa của nó.

1.14. Trong lĩnh vực khí tượng học, người ta sử dụng *chỉ số nhiệt* để mô tả mức độ nóng của không khí ngoài trời (chỉ số nhiệt càng lớn thì không khí càng nóng).

Để tính chỉ số nhiệt, các nhà khí tượng học sử dụng đa thức sau:

$$I = -42 + 2x + 10y - 0,2xy - 0,007x^2 - 0,05y^2 + 0,001x^2y + 0,009xy^2 - 0,000002x^2y^2,$$

trong đó I là chỉ số nhiệt, x là độ ẩm (%) và y là nhiệt độ (°F) của không khí (nguồn: https://www.wpc.ncep.noaa.gov/html/heatindex_equation.shtml).

Tại một thời điểm, thành phố A có độ ẩm là 40% và nhiệt độ của không khí là 100°F, còn thành phố B có độ ẩm là 50% và nhiệt độ của không khí là 90°F. Tính chỉ số nhiệt của mỗi thành phố và cho biết không khí ở thành phố nào nóng hơn tại thời điểm đó.

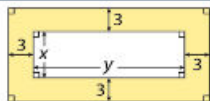
Bài 3

CỘNG, TRỪ, NHÂN ĐA THỨC

Từ khóa: tổng của hai đa thức, hiệu của hai đa thức, tích của hai đa thức.



Diện tích của phần tô vàng trong Hình 1.5 được tính như thế nào?



Hình 1.5

1 CỘNG, TRỪ HAI ĐA THỨC

HOẠT ĐỘNG 1

Cho hai đa thức $P = 4xy^2 + 6x - 3$ và $Q = 2xy^2 - 5x + 1$.

- Viết các biểu thức $P + Q$ và $P - Q$.
- Thu gọn $P + Q$ và $P - Q$.

Cách làm nêu trong Hoạt động 1 chính là cách cộng và trừ hai đa thức $4xy^2 + 6x - 3$ và $2xy^2 - 5x + 1$.

Lưu ý:

- Để cộng hai đa thức P và Q , ta viết biểu thức $P + Q$ rồi thu gọn biểu thức đó.
- Để trừ đa thức P cho đa thức Q , ta viết biểu thức $P - Q$ rồi thu gọn biểu thức đó.
- Kết quả của phép cộng và phép trừ hai đa thức lần lượt được gọi là **tổng** và **hiệu** của hai đa thức.

VÍ DỤ 1

Cho hai đa thức $P = x + 2y$ và $Q = 2x - y$. Tính $P + Q$ và $P - Q$.

Bài giải

- a) $P + Q = (x + 2y) + (2x - y)$
 $= x + 2y + 2x - y$ (Bỏ dấu ngoặc)
 $= (x + 2x) + (2y - y)$ (Sắp xếp các đơn thức đồng dạng trong đa thức về cùng một nhóm)
 $= 3x + y$ (Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng trong mỗi nhóm)
- b) $P - Q = (x + 2y) - (2x - y)$
 $= x + 2y - 2x + y$ (Bỏ dấu ngoặc, chú ý đổi dấu các hạng tử của đa thức $2x - y$)
 $= (x - 2x) + (2y + y)$ (Sắp xếp các đơn thức đồng dạng trong đa thức về cùng một nhóm)
 $= -x + 3y$ (Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng trong mỗi nhóm)

LUYỆN TẬP 1

Tính tổng và hiệu của hai đa thức $P = xy^3 - x^3 + 2x - 3y$ và $Q = 2xy^3 + 6x^3 - 7x + 1$.

2 NHÂN ĐƠN THỨC VỚI ĐA THỨC

HOẠT ĐỘNG 2

Thực hiện phép nhân: $2x \cdot (3x^2 - 4x + 1)$.

Tương tự như cách nhân đơn thức $A = 2x$ với đa thức $B = 3x^2 - 4x + 1$ trong Hoạt động 2, ta nhân đơn thức $C = 5x$ với đa thức $D = 3y + 2x + 4$ như sau:

$$C \cdot D = 5x \cdot (3y + 2x + 4)$$

$$= 5x \cdot 3y + 5x \cdot 2x + 5x \cdot 4 \quad (\text{Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng})$$

$$= 15xy + 10x^2 + 20x. \quad (\text{Tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân})$$



Để nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các kết quả với nhau.

VÍ DỤ 2

Thực hiện các phép tính sau:

a) $2x^3 \left(\frac{1}{2}xy + y^2 - 1 \right)$;

b) $\left(\frac{2}{3}x^2 + xy - 2y + 3 \right) 6x^2y^2$.

Bài giải

a) $2x^3 \left(\frac{1}{2}xy + y^2 - 1 \right) = 2x^3 \cdot \left(\frac{1}{2}xy \right) + 2x^3 \cdot y^2 + 2x^3 \cdot (-1) = x^4y + 2x^3y^2 - 2x^3$.

b) $\left(\frac{2}{3}x^2 + xy - 2y + 3 \right) 6x^2y^2 = \frac{2}{3}x^2 \cdot 6x^2y^2 + xy \cdot 6x^2y^2 + (-2y) \cdot 6x^2y^2 + 3 \cdot 6x^2y^2$
 $= 4x^4y^2 + 6x^3y^3 - 12x^2y^3 + 18x^2y^2$.

LUYỆN TẬP 2

Thực hiện phép nhân, thu gọn rồi tính giá trị của biểu thức sau tại $x = -5$ và $y = 6$:

$$E = x(x + y) - y(x - y).$$

3 NHÂN ĐA THỨC VỚI ĐA THỨC

HOẠT ĐỘNG 3

Giải thích vì sao ta có thể viết:

$$(x + 2y) \cdot (2x - y) = x \cdot 2x + x \cdot (-y) + 2y \cdot 2x + 2y \cdot (-y) = 2x^2 - xy + 4xy - 2y^2 = 2x^2 + 3xy - 2y^2.$$

Cách làm nêu trong Hoạt động 3 chính là cách nhân đa thức $x + 2y$ với đa thức $2x - y$.



Để nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các kết quả với nhau.

Lưu ý: Kết quả của phép nhân hai đa thức được gọi là *tích của hai đa thức*.

VÍ DỤ 3

Thực hiện các phép tính sau:

a) $(xy + 2)(y^2 + 3y - 1)$;

b) $(x^2 + xy + y^2)(x - y)$.

Bài giải

$$\begin{aligned} \text{a) } (xy + 2)(y^2 + 3y - 1) &= xy \cdot y^2 + xy \cdot 3y + xy \cdot (-1) + 2 \cdot y^2 + 2 \cdot 3y + 2 \cdot (-1) \\ &= xy^3 + 3xy^2 - xy + 2y^2 + 6y - 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (x^2 + xy + y^2)(x - y) &= x^2 \cdot x + x^2 \cdot (-y) + xy \cdot x + xy \cdot (-y) + y^2 \cdot x + y^2 \cdot (-y) \\ &= x^3 - x^2y + x^2y - xy^2 + xy^2 - y^3 = x^3 - y^3. \end{aligned}$$

LUYỆN TẬP 3

Tính tích của hai đa thức $G = x^2 - 3y + 8$ và $H = y^2 - 2x$.

VẬN DỤNG

Trong phần Khởi động, hãy tính diện tích của phần được tô màu trong Hình 1.5 theo x và y .

BÀI TẬP

1.15. Cho hai đa thức $P = x^3y^4 - 4x^2y^2 - 4x + 6$ và $Q = 5x^2y^2 - 3x^3y^4 + x - 1$. Tính $P + Q$ và $P - Q$.

1.16. Cho hai đa thức $A = x^2 - 3xy + 2y^2$ và $B = y^2 + 2xy + x^2 + 1$.

a) Tìm đa thức C sao cho $C = A + B$.

b) Tìm đa thức D sao cho $D + A = B$.

1.17. Thực hiện phép nhân và thu gọn biểu thức $E = x(y^2 - x) - xy(x + y) - x^2(y + 1)$.

1.18. Thực hiện các phép tính sau:

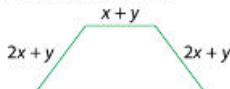
a) $(x - 4)(y^3 + 2y - 3)$;

b) $(x^2 - xy + y^2)(x + y)$.

1.19. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:

$$(1 + x)(1 + y) - x(y + 1) - y + 9.$$

1.20. Chu vi của hình thang trong Hình 1.6 là $8x + 6y$. Tính độ dài cạnh còn lại của hình thang theo x và y .



Hình 1.6

1.21. Bạn Thuý và bạn Hồng làm hai loại thiệp giấy cỡ nhỏ và lớn để bán gây quỹ ủng hộ các trẻ em có hoàn cảnh khó khăn. Thuý làm được m thiệp giấy loại nhỏ và n thiệp giấy loại lớn. Hồng làm được $(m + 1)$ thiệp giấy loại nhỏ và $(n + 2)$ thiệp giấy loại lớn. Biết rằng mỗi thiệp giấy loại nhỏ được bán với giá 8 000 đồng, còn mỗi thiệp giấy loại lớn được bán với giá 15 000 đồng.

a) Viết một đa thức biểu diễn số tiền bạn Thuý thu được sau khi bán hết các thiệp đã làm.

b) Viết một đa thức biểu diễn số tiền bạn Hồng thu được sau khi bán hết các thiệp đã làm.

c) Viết một đa thức biểu diễn tổng số tiền bạn Thuý và bạn Hồng thu được sau khi bán hết các thiệp đã làm. Hỏi hai bạn cùng gây quỹ được bao nhiêu nghìn đồng nếu Thuý làm được 20 thiệp loại nhỏ và 15 thiệp loại lớn?

1.22. Tìm ba số tự nhiên liên tiếp, biết tích của hai số sau lớn hơn tích của hai số đầu là 16.

Bài 4

CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

Từ khoá: đơn thức thương, đa thức thương.



Ở lớp 7, chúng ta đã biết tính chất sau: Với mọi $m, n \in \mathbb{N}, m \geq n$ thì $x^m : x^n = x^{m-n}$ ($x \neq 0$). Có thể sử dụng tính chất này để thực hiện chia đa thức cho đơn thức được không?

1 CHIA ĐƠN THỨC CHO ĐƠN THỨC

HOẠT ĐỘNG 1

Tìm các số thích hợp cho các ô trong đẳng thức sau:

$$(4xy^2) \cdot (\text{?} x^{\text{?}} y^{\text{?}}) = 20x^3y^5.$$

Giải thích cách làm của em.



Cho A và B là hai đơn thức, $B \neq 0$. Ta nói đơn thức A chia hết cho đơn thức B nếu tìm được đơn thức Q sao cho $A = B \cdot Q$.

Khi đó, A được gọi là đơn thức bị chia, B được gọi là đơn thức chia, Q được gọi là đơn thức thương (gọi tắt là thương). Kí hiệu $Q = A : B$ hay $Q = \frac{A}{B}$.

Chẳng hạn theo Hoạt động 1, đơn thức $20x^3y^5$ chia hết cho đơn thức $4xy^2$. Khi đó, $20x^3y^5$ là đơn thức bị chia, $4xy^2$ là đơn thức chia và $5x^2y^3$ là đơn thức thương.

Lưu ý: Đơn thức A chia hết cho đơn thức B khi mỗi biến của B đều là biến của A với số mũ không lớn hơn số mũ của nó trong A .

Quy tắc chia đơn thức cho đơn thức



Để chia đơn thức A cho đơn thức B (trong trường hợp A chia hết cho B), ta làm như sau:

- Chia hệ số của A cho hệ số của B ;
- Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa của cùng biến đó trong B ;
- Nhân các kết quả vừa tìm được với nhau.

VÍ DỤ 1

Thực hiện các phép tính sau:

a) $35x^4y^3 : (-7x^2y^2)$;

b) $\frac{3}{4}x^5y^4z^3 : \frac{1}{2}x^3y^2z^2$.

Bài giải

a) $35x^4y^3 : (-7x^2y^2) = [35 : (-7)](x^4 : x^2)(y^3 : y^2) = -5x^2y$.

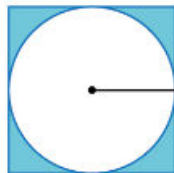
b) $\frac{3}{4}x^5y^4z^3 : \frac{1}{2}x^3y^2z^2 = \left(\frac{3}{4} : \frac{1}{2}\right)(x^5 : x^3)(y^4 : y^2)(z^3 : z^2) = \frac{3}{2}x^2y^2z$.

LUYỆN TẬP 1

Tim thương trong phép chia có đơn thức bị chia là $18x^4y^5z$ và đơn thức chia là $8x^2y^3$.

VẬN DỤNG

Trên một cánh đồng hình vuông, người ta đặt một hệ thống tưới tiêu tại điểm chính giữa của cánh đồng để tưới nước cho một khu vực hình tròn với đường kính bằng cạnh của cánh đồng (Hình 1.7). Tính tỉ số diện tích của khu vực được tưới nước và cánh đồng.



Hình 1.7

2 CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

HOẠT ĐỘNG 2

a) Giải thích vì sao $21x^2y^3 - 9x^3y^4 = 3xy^2 \cdot (7xy - 3x^2y^2)$.

b) Tính $21x^2y^3 : 3xy^2$ và $-9x^3y^4 : 3xy^2$. Dự đoán kết quả của phép chia $21x^2y^3 - 9x^3y^4$ cho $3xy^2$.



Cho đa thức A và đơn thức B , với $B \neq 0$. Ta nói đa thức A chia hết cho đơn thức B nếu tìm được đa thức Q sao cho $A = B \cdot Q$.

Khi đó, A được gọi là đa thức bị chia, B được gọi là đơn thức chia, Q được gọi là đa thức thương (gọi tắt là thương). Kí hiệu $Q = A : B$ hay $Q = \frac{A}{B}$.

Chẳng hạn trong Hoạt động 2, đa thức $21x^2y^3 - 9x^3y^4$ chia hết cho đơn thức $3xy^2$. Khi đó, $21x^2y^3 - 9x^3y^4$ là đa thức bị chia, $3xy^2$ là đơn thức chia và $7xy - 3x^2y^2$ là đa thức thương.

Lưu ý: Đa thức A chia hết cho đơn thức B khi mỗi hạng tử của A đều chia hết cho B .

Quy tắc chia đa thức cho đơn thức



Để chia đa thức A cho đơn thức B (trong trường hợp A chia hết cho B), ta chia mỗi hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả với nhau.

VÍ DỤ 2

Thực hiện phép tính sau: $(30x^4y^3z^2 - 45x^2y^2z^2 + 15x^3y^2z) : 5xyz$.

Bài giải

$$\begin{aligned}(30x^4y^3z^2 - 45x^2y^2z^2 + 15x^3y^2z) : 5xyz \\&= (30x^4y^3z^2 : 5xyz) + (-45x^2y^2z^2 : 5xyz) + (15x^3y^2z : 5xyz) \\&= 6x^3y^2z - 9xyz + 3x^2y.\end{aligned}$$

LUYỆN TẬP 2

Cho đa thức $A = 6x^4y^3 - 4x^2y^2 + 12x^3y^2$ và đơn thức $B = 2x^2y$. Tìm đa thức Q sao cho $A = B \cdot Q$.

BÀI TẬP

1.23. Thực hiện các phép tính sau:

a) $63x^5y^4 : (-9x^4y^3)$;

b) $(-xyz)^{12} : (-xyz)^6$.

1.24. Tính giá trị của biểu thức $P = 24x^5y^4z^2 : 8x^5y^2z$ tại $x = 2022$; $y = -4$; $z = 10$.

1.25. Không làm tính chia, hãy giải thích vì sao đa thức $A = 26x^4y^3 - 14x^2y^2 + 7y^2$ chia hết cho đơn thức $B = 4y^2$.

1.26. Thực hiện các phép tính sau:

a) $(x^4 - 2x^3y + 3x^2y^2) : \left(-\frac{2}{3}x^2\right)$;

b) $(36x^4y^3z^2 - 54x^2y^2z^2 - 15x^3y^2z^3) : 6xy^2z^2$.

1.27. Từ tỉnh A, một người đi xe máy với tốc độ v km/h trong 3 giờ đầu, sau đó xe đi với tốc độ gấp rưỡi tốc độ trước đó trong t giờ thì đến tỉnh B. Một người khác đi xe đạp từ tỉnh A đến tỉnh B với tốc độ bằng $\frac{1}{3}$ tốc độ ban đầu của xe máy. Viết biểu thức tính thời gian xe đạp đi hết quãng đường AB.

Bài 5

NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

Từ khoá: hằng đẳng thức (đồng nhất thức), bình phương của tổng/hiệu, hiệu hai bình phương, lập phương của tổng/hiệu, tổng/hiệu hai lập phương.



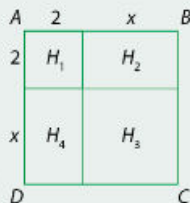
Thế nào là một hằng đẳng thức?

1 HẰNG ĐẲNG THỨC

HOẠT ĐỘNG 1

Cho hình vuông $ABCD$ như Hình 1.8.

- Tính độ dài AB , từ đó tính diện tích của hình vuông $ABCD$.
- Tính tổng diện tích của các hình H_1, H_2, H_3 và H_4 .
- Dựa vào câu a và câu b, hãy giải thích vì sao với mọi giá trị của x , ta luôn có $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$.



Hình 1.8



Cho hai biểu thức đại số A và B có cùng các biến. Nếu giá trị của A và giá trị của B luôn bằng nhau tại mọi giá trị của các biến thì ta có một hằng đẳng thức $A = B$ (hay đồng nhất thức).

VÍ DỤ 1

- Giải thích vì sao $x^2 + 2x = x(x - 1) + 3x$ là một đồng nhất thức.
- Giải thích vì sao $(a + 1)(b + 1) = ab + a + b + 1$ là một đồng nhất thức.
- Giải thích vì sao $u^2 + v + 1 = v^2 + u + 1$ không là một đồng nhất thức.

Bài giải

a) Ta có:

$$x(x - 1) + 3x = x^2 - x - 3x = x^2 + 2x \text{ tại mọi giá trị của biến } x.$$

Vậy $x^2 + 2x = x(x - 1) + 3x$ là một đồng nhất thức.

b) Ta có:

$$(a + 1)(b + 1) = a(b + 1) + 1(b + 1) = ab + a + b + 1 \text{ tại mọi giá trị của các biến } a \text{ và } b.$$

Vậy $(a + 1)(b + 1) = ab + a + b + 1$ là một đồng nhất thức.

- Vì $u^2 + v + 1 = 5$ và $v^2 + u + 1 = 3$ khi $u = 2$ và $v = 0$ nên $u^2 + v + 1 \neq v^2 + u + 1$ không là một đồng nhất thức.

LUYỆN TẬP 1

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- $(u-1)(v-1) = uv - u - v + 1$ là một đồng nhất thức.
- $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ là một đồng nhất thức.

2 HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

a) Bình phương của một tổng

HOẠT ĐỘNG 2

Cho a và b là hai số thực bất kì.

- Thực hiện phép tính $(a+b)(a+b)$.
- Hãy cho biết: $(a+b)^2 = \boxed{?}$.



Với A và B là hai biểu thức tùy ý, ta có:

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2.$$

Bình phương của một tổng bằng bình phương biểu thức thứ nhất cộng hai lần tích biểu thức thứ nhất và biểu thức thứ hai, cộng bình phương biểu thức thứ hai.

VÍ DỤ 2

Tính:

a) $(2x-1)^2$;

b) $(x+3y)^2$.

Bài giải

a) $(2x-1)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot (-1) + (-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$.

b) $(x+3y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot (3y) + (3y)^2 = x^2 + 6xy + 9y^2$.

LUYỆN TẬP 2

Tính:

a) $(a+4)^2$;

b) $(2u+5v)^2$.

VÍ DỤ 3

Viết các biểu thức sau dưới dạng bình phương của một tổng:

a) $x^2 + 4x + 4$;

b) $9a^2 + b^2 + 6ab$.

Bài giải

a) $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = (x+2)^2$.

b) $9a^2 + b^2 + 6ab = (3a)^2 + 2 \cdot (3a) \cdot b + b^2 = (3a+b)^2$.

LUYỆN TẬP 3

Viết các biểu thức sau dưới dạng bình phương của một tổng:

a) $16a^2 + 8a + 1$;

b) $x^2 + 25y^2 + 10xy$.

b) Bình phương của một hiệu

HOẠT ĐỘNG 3

Cho a và b là hai số thực bất kì.

1. Thực hiện phép tính $(a - b)(a + b)$.

2. Hãy cho biết: $(a - b)^2 = ?$.



Với A và B là hai biểu thức tùy ý, ta có:

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2.$$

Bình phương của một hiệu bằng bình phương biểu thức thứ nhất trừ hai lần tích biểu thức thứ nhất và biểu thức thứ hai, cộng bình phương biểu thức thứ hai.

VÍ DỤ 4

Tính:

a) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$;

b) $(3x - 2y)^2$.

Bài giải

a) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$.

b) $(3x - 2y)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot (3x) \cdot (2y) + (2y)^2 = 9x^2 - 12xy + 4y^2$.

LUYỆN TẬP 4

Tính:

a) $(3a - 1)^2$;

b) $(4u - 5v)^2$.

VÍ DỤ 5

Viết các biểu thức sau dưới dạng bình phương của một hiệu:

a) $x^2 - 10x + 25$;

b) $16a^2 + 9b^2 - 24ab$.

Bài giải

a) $x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = (x - 5)^2$.

b) $16a^2 + 9b^2 - 24ab = (4a)^2 - 2 \cdot (4a) \cdot (3b) + (3b)^2 = (4a - 3b)^2$.

LUYỆN TẬP 5

Viết các biểu thức sau dưới dạng bình phương của một hiệu:

a) $a^2 - 12a + 36$;

b) $25x^2 + 64y^2 - 80xy$.

VẬN DỤNG 1

Trong Hình 1.9, diện tích của hình vuông là $9m^2 - 42m + 49$, với $m > 3$.

a) Tìm độ dài cạnh của hình vuông theo m .

Từ đó biểu diễn s theo m .

b) Tính diện tích của hình chữ nhật trong

Hình 1.9 theo m .



Hình 1.9

c) Hiệu hai bình phương

HOẠT ĐỘNG 4

Cho a và b là hai số thực bất kì.

1. Thực hiện phép tính $(a + b)(a - b)$.

2. Hãy cho biết: $a^2 - b^2 = \boxed{?}$.



Với A và B là hai biểu thức tùy ý, ta có:

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B).$$

Hiệu hai bình phương bằng tích của tổng và hiệu hai biểu thức đó.

VÍ DỤ 6

Tính:

a) $(x + 2)(x - 2)$;

b) $(3x + 2y)(3x - 2y)$.

Bài giải

a) $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$.

b) $(3x + 2y)(3x - 2y) = (3x)^2 - (2y)^2 = 9x^2 - 4y^2$.

LUYỆN TẬP 6

Tính:

a) $(2a + 1)(2a - 1)$;

b) $(2x + 5y)(2x - 5y)$.

VÍ DỤ 7

Tính nhanh:

a) 99.101 ;

b) $49^2 + 98 + 1$.

Bài giải

a) $99.101 = (100 - 1)(100 + 1) = 100^2 - 1 = 9\,999$.

b) $49^2 + 98 + 1 = 49^2 + 2.49.1 + 1^2 = (49 + 1)^2 = 50^2 = 2\,500$.

LUYỆN TẬP 7

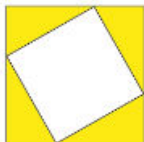
Tính nhanh:

a) 49.51 ;

b) $32^2 - 128 + 4$.

VẬN DỤNG 2

Một người dùng các thanh kim loại để thiết kế một khung ảnh gồm hai hình vuông lồng vào nhau như Hình 1.10, trong đó ảnh được gắn vào hình vuông nhỏ. Biết rằng tổng chiều dài của các thanh kim loại dùng để làm khung là 168 cm và diện tích phần không gắn ảnh (phần tô màu) là 252 cm^2 . Tính diện tích của phần được gắn ảnh.



Hình 1.10

d) Lập phương của một tổng

HOẠT ĐỘNG 5

Cho a và b là hai số thực bất kỳ.

1. Thực hiện phép tính $(a + b)(a + b)^2$.

2. Hãy cho biết: $(a + b)^3 = \boxed{?}$.



Với A và B là hai biểu thức tùy ý, ta có:

$$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3.$$

Lập phương của một tổng bằng lập phương biểu thức thứ nhất cộng ba lần tích bình phương biểu thức thứ nhất và biểu thức thứ hai, cộng ba lần tích biểu thức thứ nhất và bình phương biểu thức thứ hai, cộng lập phương biểu thức thứ hai.

VÍ DỤ 8

Tính:

a) $(2x + 1)^3$;

b) $(x + 3y)^3$.

Bài giải

a) $(2x - 1)^3 = (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 1 + 3 \cdot (2x) \cdot 1^2 + 1^3 = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1.$

b) $(x + 3y)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot (3y) + 3 \cdot x \cdot (3y)^2 + (3y)^3 = x^3 + 9x^2y + 27xy^2 + 27y^3.$

LUYỆN TẬP 8

Tính:

a) $(2a + 3)^3;$

b) $(u + 4v)^3.$

e) Lập phương của một hiệu**HOẠT ĐỘNG 6**Cho a và b là hai số thực bất kì.1. Thực hiện phép tính $[a + (-b)]^3$.2. Hãy cho biết: $(a - b)^3 = ?$.Với A và B là hai biểu thức tùy ý, ta có:

$$(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3.$$

Lập phương của một hiệu bằng lập phương biểu thức thứ nhất trừ ba lần tích bình phương biểu thức thứ nhất và biểu thức thứ hai, cộng ba lần tích biểu thức thứ nhất với bình phương biểu thức thứ hai, trừ lập phương biểu thức thứ hai.

VÍ DỤ 9

Tính:

a) $(x - 1)^3;$

b) $(2x - 3y)^3.$

Bài giải

a) $(x - 1)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 - 1^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1.$

b) $(2x - 3y)^3 = (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot (3y) + 3 \cdot (2x) \cdot (3y)^2 - (3y)^3 = 8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3.$

LUYỆN TẬP 9

Tính:

a) $(a - 3)^3;$

b) $(3u - 4v)^3.$

g) Tổng hai lập phương

HOẠT ĐỘNG 7

Cho a và b là hai số thực bất kì.

- Thực hiện phép tính $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$.
- Hãy cho biết: $a^3 + b^3 = ?$



Với A và B là hai biểu thức tùy ý, ta có:

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2).$$

Ta gọi $A^2 - AB + B^2$ là bình phương thiếu của hiệu $A - B$.

Tổng hai lập phương bằng tích của tổng hai biểu thức và bình phương thiếu của hiệu hai biểu thức.

VÍ DỤ 10

- Viết $x^3 + 1$ dưới dạng tích.
- Viết $(a + 2)(a^2 - 2a + 4)$ dưới dạng tổng.

Bài giải

- $x^3 + 1 = x^3 + 1^3 = (x + 1)(x^2 - x \cdot 1 + 1^2) = (x + 1)(x^2 - x + 1)$.
- $(a + 2)(a^2 - 2a + 4) = (a + 2)(a^2 - a \cdot 2 + 2^2) = a^3 + 2^3 = a^3 + 8$.

LUYỆN TẬP 10

- Viết $8a^3 + 27$ dưới dạng tích.
- Viết $(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$ dưới dạng tổng.

h) Hiệu hai lập phương

HOẠT ĐỘNG 8

Cho a và b là hai số thực bất kì.

- Thực hiện phép tính $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$.
- Hãy cho biết: $a^3 - b^3 = ?$



Với A và B là hai biểu thức tùy ý, ta có:

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2).$$

Ta gọi $A^2 + AB + B^2$ là bình phương thiếu của tổng $A + B$.

Hiệu hai lập phương bằng tích của hiệu hai biểu thức và bình phương thiếu của tổng hai biểu thức.

VÍ DỤ 11

- a) Tính $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$.
- b) Viết $a^3 - 8b^3$ dưới dạng tích.

Bài giải

- a) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = (x - 2)(x^2 + x \cdot 2 + 2^2) = x^3 - 2^3 = x^3 - 8$.
- b) $a^3 - 8b^3 = a^3 - (2b)^3 = (a - 2b)[a^2 + a \cdot (2b) + (2b)^2] = (a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2)$.

LUYỆN TẬP 11

- a) Tính $(a - 4)(a^2 + 4a + 16)$.
- b) Viết $64x^3 - 27y^3$ dưới dạng tích.

Bên dưới là bảng tóm tắt các hằng đẳng thức đã nêu trong bài học.

Bảng hằng đẳng thức đáng nhớ



1. $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.
2. $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$.
3. $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$.
4. $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$.
5. $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$.
6. $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$.
7. $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$.

BÀI TẬP

1.28. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- a) $(a - b)^2 = a^2 - b^2$ là một đồng nhất thức.
- b) $(a + b)^3 = a^3 + b^3$ là một đồng nhất thức.
- c) $a^3 + a^2 + a + 1 = (a + 1)(a^2 + 1)$ là một đồng nhất thức.

1.29. a) Tính giá trị của $(x + y)^2$ và $(x - y)^2$, biết rằng $x^2 + y^2 = 13$ và $xy = 6$.

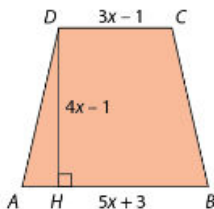
- b) Tính giá trị của $x^2 + y^2$ và xy , biết rằng $(x + y)^2 = 25$ và $(x - y)^2 = 9$.

- 1.30. a) Tính giá trị của $u^2 - v^2$, biết rằng $u - v = 3$ và $u + v = 7$.
 b) Tính giá trị của $u - v$, biết rằng $u^2 - v^2 = 20$ và $u + v = 5$.

1.31. Không dùng máy tính cầm tay, tính nhanh:

- a) 101^2 ;
 b) 499^2 ;
 c) 97.103 ;
 d) $\frac{9}{161^2 - 158.164}$.

- 1.32. Cho hình thang $ABCD$ có $AB = 5x + 3$, $DC = 3x - 1$ và chiều cao $DH = 4x - 1$ với $x > 1$ (Hình 1.11). Chứng minh rằng diện tích của hình thang này bằng $16x^2 - 1$.



Hình 1.11

1.33. Tính:

- a) $(x^2 + 2)^2$;
 b) $(2a^3 - b)^3$.

- 1.34. a) Viết biểu thức $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ dưới dạng lập phương của một tổng.
 b) Sử dụng kết quả của câu a, hãy tính giá trị của biểu thức sau tại $x = 19$:

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1.$$

- 1.35. a) Viết biểu thức $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ dưới dạng lập phương của một hiệu.
 b) Sử dụng kết quả của câu a, hãy tính giá trị của biểu thức sau tại $x = 12$:

$$x^3 - 6x^2 + 12x - 8.$$

1.36. Rút gọn các biểu thức sau:

- a) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4) - x^3 + 9$;
 b) $(3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2) - (3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)$.

- 1.37. a) Chứng minh rằng: $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$.
 b) Tính giá trị của $a^3 + b^3$, biết rằng $a + b = 5$ và $ab = -6$.

Bài 6

PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

Từ khóa: phân tích đa thức thành nhân tử, phương pháp đặt nhân tử chung, phương pháp dùng hằng đẳng thức, phương pháp nhóm hạng tử.



Hưng nhận xét rằng nếu n là số nguyên dương thì $n^3 - n$ luôn là tích của ba số tự nhiên liên tiếp. Nhận xét của Hưng đúng hay sai?

1

PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG

HOẠT ĐỘNG 1

Cho đa thức $P = 3x^2 + 6x$. Ta nhận thấy các biểu thức $3x^2$ và $6x$ trong đa thức P cùng chia hết cho x . Ta gọi x là một *nhân tử chung* của $3x^2$ và $6x$.

1. $3x$ có phải là một nhân tử chung của $3x^2$ và $6x$ không?
2. Hãy cho biết tính chất nào của phép nhân các số đã được sử dụng khi viết $3x^2 + 6x = 3x \cdot x + 3x \cdot 2 = 3x(x + 2)$.



Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức.

Cách làm như trong Hoạt động 1 gọi là *phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân tử chung*.

VÍ DỤ 1

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^3 - 8x^2 + 12x$;

b) $x^2(2x - y) - 5x(2x - y)$.

Bài giải

a) $4x^3 - 8x^2 + 12x = 4x \cdot x^2 - 4x \cdot 2x + 4x \cdot 3 = 4x(x^2 - 2x + 3)$. (Chọn nhân tử chung là $4x$)

b) $x^2(2x - y) - 5x(2x - y) = x(2x - y) \cdot x - x(2x - y) \cdot 5 = x(2x - y)(x - 5)$.
(Chọn nhân tử chung là $x(2x - y)$)

Lưu ý: Trong nhiều trường hợp, để làm xuất hiện nhân tử chung, ta cần viết biểu thức A dưới dạng $-(-A)$.

LUYỆN TẬP 1

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $6x^3 + 24x^2$;

b) $10x(x - y) - 15y(y - x)$.

VÍ DỤ 2

Tính nhanh giá trị của biểu thức $P = x(x - 2) - y(2 - x)$ tại $x = 3\,002$ và $y = 1998$.

Bài giải

Ta có:

$$P = x(x - 2) - y(2 - x) = x(x - 2) + y(x - 2) = (x + y)(x - 2).$$

Vậy giá trị của biểu thức $P = x(x - 2) - y(2 - x)$ tại $x = 3\,002$ và $y = 1998$ là:

$$(3\,002 + 1998)(3\,002 - 2) = 5\,000 \cdot 3\,000 = 15\,000\,000.$$

LUYỆN TẬP 2

Tính nhanh $35.71,2 + 350.2,88$.

2

PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PHƯƠNG PHÁP DÙNG HẰNG ĐẲNG THỨC

HOẠT ĐỘNG 2

Dùng hằng đẳng thức "Bình phương của một tổng", ta có thể phân tích đa thức $x^2 + 4x + 4$ thành nhân tử như sau:

$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 = (x + 2)(x + 2).$$

- Hãy dùng hằng đẳng thức "Hiệu hai bình phương" để phân tích đa thức $x^2 - 9$ thành nhân tử.
- Hãy dùng một hằng đẳng thức thích hợp để phân tích đa thức $8 - x^3$ thành nhân tử.

Cách dùng các hằng đẳng thức thích hợp để phân tích đa thức thành nhân tử như trong Hoạt động 2 gọi là *phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp dùng hằng đẳng thức*.

VÍ DỤ 3

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 6x + 9$;

b) $x^3 + 8y^3$.

Bài giải

a) $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$.

b) $x^3 + 8y^3 = x^3 + (2y)^3 = (x + 2y)[x^2 - x(2y) + (2y)^2] = (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$.

LUYỆN TẬP 3

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $(x - y)^2 - 16y^2$;

b) $27x^3 - \frac{1}{8}y^3$.

VẬN DỤNG 1

Độ cao h (feet) của một vật so với mặt đất sau thời gian t (giây) kể từ lúc rơi được cho bởi:

$$h = 25 - 16t^2.$$

(Nguồn: <https://www.gauthmath.com/solution/1702955992054790>)

- Tìm độ cao của vật so với mặt đất sau 1 giây kể từ lúc rơi.
- Một học sinh đã viết lại $h = (5 - 4t)^2$. Học sinh này viết đúng hay sai?

HOẠT ĐỘNG 3

Cho đa thức $x^2 - 6x + 2xy - 12y$.

1. Các hạng tử của đa thức trên có nhân tử chung không?
2. Viết $x^2 - 6x + 2xy - 12y = (x^2 - 6x) + (2xy - 12y)$ rồi phân tích mỗi đa thức trong ngoặc thành nhân tử. Từ đó phân tích đa thức $x^2 - 6x + 2xy - 12y$ thành nhân tử.

Cách làm như Hoạt động 3 gọi là *phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp nhóm hạng tử*.

VÍ DỤ 4

Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $3xy + 7z + xz + 21y$.

Bài giải

Ta có thể nhóm các hạng tử theo cách sau:

$$\begin{aligned} 3xy + 7z + xz + 21y &= (3xy + 21y) + (7z + xz) \\ &= 3y(x + 7) + z(x + 7) \\ &= (x + 7)(3y + z). \end{aligned}$$

Lưu ý: Đối với một đa thức, có thể có nhiều cách nhóm những hạng tử thích hợp. Chẳng hạn ở Ví dụ 4, ta có thể phân tích thành nhân tử theo cách nhóm khác như sau:

$$\begin{aligned} 3xy + 7z + xz + 21y &= (3xy + xz) + (7z + 21y) \\ &= x(3y + z) + 7(z + 3y) \\ &= (3y + z)(x + 7). \end{aligned}$$

LUYỆN TẬP 4

Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $2x^2y + x^2z - 2y^2 - yz$.

VẬN DỤNG 2

Tính nhanh: $91.122,5 - 91.17,5 + 122.5,9 - 17,5,9$.

Lưu ý: Trong nhiều trường hợp, ta cần kết hợp các phương pháp dùng hằng đẳng thức, nhóm hạng tử và đặt nhân tử chung để phân tích đa thức thành nhân tử.

VÍ DỤ 5

Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^2 - 3x + 2xy - 3y + y^2$.

Bài giải

Ta có thể nhóm các hạng tử rồi dùng hằng đẳng thức như sau:

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 2xy - 3y + y^2 &= (x^2 + 2xy + y^2) - (3x + 3y) \\ &= (x + y)^2 - 3(x + y) \\ &= (x + y)(x + y - 3). \end{aligned}$$

LUYỆN TẬP 5

Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^2 + x^3 - y^2 - y^3$.

VÍ DỤ 6

Tính giá trị của đa thức $Q = x^2 - x - 2xy + y^2 + y$ tại $x = 1032$ và $y = 32$ bằng cách phân tích đa thức đó thành nhân tử.

Bài giải

Ta có:

$$Q = x^2 - x - 2xy + y^2 + y = (x^2 - 2xy + y^2) - (x - y) = (x - y)^2 - (x - y) = (x - y)(x - y - 1).$$

Vậy giá trị của đa thức $Q = x^2 - x - 2xy + y^2 + y$ tại $x = 1032$ và $y = 32$ là

$$(1032 - 32)(1032 - 32 - 1) = 1000 \cdot 999 = 999\,000.$$

VẬN DỤNG 3

Trả lời câu hỏi nêu trong phần Khởi động.

BÀI TẬP

1.38. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- $6x^2y^2 + 15x^2y - 9xy^2$;
- $10xy - 25x^2 - y^2$;
- $27x^3 - \frac{1}{64}$;
- $8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$.

1.39. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- $xy + xz - 13y - 13z$;
- $x^2 + 8x - 9y^2 + 16$;
- $x^3y^2 - 2x^2y + x$;
- $x^2y - 4x^2 + 16 - 4y$.

1.40. Tính nhanh:

- $2\,022^2 - 22^2$;
- $37^2 + 31^2 - 32^2 + 62 \cdot 37$.

1.41. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- $x^2 - 4x + 3$;
- $x^4 + 4$.

(Gợi ý câu a: Tách hạng tử $-4x = -x - 3x$;
gợi ý câu b: Thêm và bớt $4x^2$ vào đa thức đã cho).

1.42. Chứng minh rằng $9^n - 1$ chia hết cho $3^n - 1$ với mọi số nguyên dương n .

1.43. Tại một hồ trong công viên nước, một con cá heo nhảy lên khỏi mặt nước

với vận tốc ban đầu của cú nhảy là 20 ft/giây (1 ft = 30,48 cm) (Hình 1.12). Độ cao h (ft) của cá heo so với mặt nước sau thời gian t giây kể từ lúc nhảy được tính bởi $h = 20t - 16t^2$.



Hình 1.12

- Chứng minh rằng $h = 4t(5 - 4t)$.
- Tính độ cao của cá heo so với mặt nước sau 0,5 giây kể từ lúc nhảy.

1.44. Số lượng sản phẩm N của một công ty bán ra vào ngày phát hành sản phẩm đó được cho bởi:

$$N = 2x^3 + 4x^2 + 2x \text{ (nghìn)},$$

trong đó x là số giờ kể từ thời điểm phát hành.

- Hỏi công ty bán ra được bao nhiêu sản phẩm sau 1 giờ phát hành?
- Phân tích đa thức N thành nhân tử. Từ đó tính số sản phẩm công ty bán ra được sau 9 giờ phát hành.

ÔN TẬP CHƯƠNG 1

1.45. Tính tích của các đơn thức sau rồi xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức thu được:

a) $\frac{1}{7}x^5y^3$ và $\frac{35}{9}x^4y^2$;

b) $\frac{3}{5}x^2y^2z$ và $-25x^2yz^2$.

1.46. Viết hai đơn thức đồng dạng với đơn thức $-6xy^2z^3$ rồi tính tổng và hiệu của hai đơn thức đó.

1.47. Cho đa thức $P = 5x^4y^4 + 4x^3y^2 + 2x^3y^3 - 5x^3y^2 - 4x^4y^4 + 2y - 1 - 7y + 8$.

a) Thu gọn đa thức P .

b) Tính giá trị của đa thức P tại $x = 1$ và $y = -2$.

1.48. Viết một đa thức biểu diễn diện tích của phần được tô màu trong Hình 1.13.



Hình 1.13

1.49. Ông Hùng dùng P (triệu đồng) để đầu tư. Ông đầu tư x (triệu đồng) vào một tài khoản ngân hàng với lãi suất 5,5% mỗi năm và đầu tư số tiền còn lại vào một quỹ tài chính với lãi suất 9% mỗi năm.

a) Viết một đa thức biểu diễn tổng số tiền ông Hùng thu được sau một năm đầu tư.

b) Tính giá trị của đa thức trong câu a tại $P = 100$, $x = 25$ và cho biết ý nghĩa của nó.

1.50. Cho hai đa thức $A = x^2 - xy + 2y^2$ và $B = 2x^2 + xy + y^2$.

a) Tìm đa thức C sao cho $C = A + B$.

b) Tìm đa thức D sao cho $D = A - B$.

c) Tìm đa thức E sao cho $E = A.B$.

1.51. Thực hiện các phép tính sau:

a) $125x^6y^3 : (-25x^4y^2)$;

b) $(-xyz)^9 : (-xyz)^5$;

c) $(6x^3y^2 + 4x^2y^2 - 3xy^4) : \left(-\frac{3}{4}y^2\right)$;

d) $(18x^2y^3z^4 - 27x^2y^4z^2 - 2xy^5z^3) : 9xy^3z^2$.

1.52. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- a) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$ là một đồng nhất thức.
- b) $(a - b)^3 = a^3 - b^3$ là một đồng nhất thức.
- c) $a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1 = (a^2 - 1)(b^2 - 1)$ là một đồng nhất thức.

1.53. a) Tính giá trị của $(2x + y)^2$ và $(2x - y)^2$, biết $4x^2 + y^2 = 5$ và $xy = 1$.

b) Tính giá trị của $3u - 4v$, biết $9u^2 - 16v^2 = 80$ và $3u + 4v = 16$.

1.54. Rút gọn các biểu thức sau:

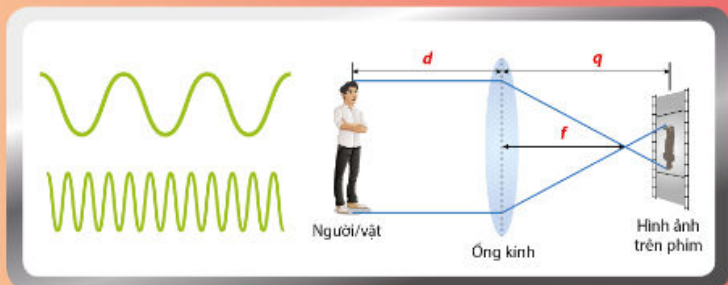
- a) $[(x + y)(x^2 - xy + y^2) - x^3] : 2y^2$;
- b) $(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2) - (2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$.

1.55. Một hình lập phương có thể tích là $8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$, với $a > 0$, $b > 0$. Tính độ dài cạnh của hình lập phương theo a , b .

1.56. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- a) $2xy + yz - 8x - 4z$;
- b) $4x^2 + 4x - 49y^2 + 1$;
- c) $9x^2y^4 - 6xy^3 + y^2$;
- d) $x^3 + x - 8y^3 - 2y$.

Phân thức đại số



Nhiều đại lượng trong thực tế có thể được biểu diễn bởi các phân thức đại số. Chẳng hạn:

- Tần số dao động f (Hz) của một dây đàn được tính bởi phân thức

$$f = \frac{N}{t}$$

trong đó N là số dao động và t (s) là thời gian dây đàn thực hiện được N dao động.

- Khi một vật tạo nên ảnh rõ nét trên phim, ta có thể tính được khoảng cách q từ ống kính máy ảnh (hay vật kính) đến phim bằng phân thức

$$q = \frac{df}{d - f}$$

trong đó d là khoảng cách từ vật đến ống kính máy ảnh (hay vật kính), f là tiêu cự của ống kính (hay vật kính) và $d > f$ (nguồn: https://www.schoolphysics.co.uk/age16-19/Optics/Refraction/text/Lens_formula/index.html).

Cùng tìm hiểu

- Các khái niệm cơ bản về phân thức đại số;
- Những tính chất cơ bản của phân thức đại số;
- Cách thực hiện phép cộng, phép trừ, phép nhân, phép chia đối với phân thức đại số;
- Cách vận dụng các tính chất của các phép toán và quy tắc dấu ngoặc với phân thức đại số trong tính toán.

Bài 1

PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

Từ khóa: phân thức đại số, điều kiện xác định, giá trị của phân thức, hai phân thức bằng nhau.



Ta đã biết khoảng cách q từ ống kính máy ảnh (hay vật kính) đến phim được tính bởi công thức $q = \frac{df}{d-f}$, trong đó d là khoảng cách từ vật đến ống kính máy ảnh (hay vật kính), f là tiêu cự của ống kính (hay vật kính).

- Vì sao không thể xác định được giá trị của q trong công thức trên khi $d = f$?
- Khi khoảng cách từ vật đến ống kính máy ảnh bằng 40 cm và tiêu cự của ống kính bằng 8 cm thì khoảng cách từ ống kính máy ảnh đến phim bằng bao nhiêu?

1 PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

HOẠT ĐỘNG 1

- Tính tỉ số chu vi của hình chữ nhật được tô vàng và hình chữ nhật được tô xanh trong Hình 2.1 theo x .
- Tính tỉ số diện tích của hình chữ nhật được tô vàng và hình chữ nhật được tô xanh trong Hình 2.1 theo x .



Hình 2.1

Các biểu thức biểu diễn tỉ số chu vi và tỉ số diện tích của hai hình chữ nhật trong Hoạt động 1 là những ví dụ về phân thức đại số.



Phân thức đại số (còn gọi là *phân thức*) là biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, trong đó A, B là những đa thức và B khác đa thức 0.

A được gọi là *tử thức* (hay *tử*), B được gọi là *mẫu thức* (hay *mẫu*).

Lưu ý: Mỗi đa thức được xem là một phân thức với mẫu thức bằng 1.

VÍ DỤ 1

Xác định các phân thức trong các biểu thức sau:

$$\frac{2x^2 + 3x - 1}{5x^2 - 2x + 9}; \quad \frac{a - b}{b^2 + 1}; \quad \frac{\sqrt{u}}{u + 2}; \quad \frac{xyz^2}{x^2yz}; \quad \frac{m + \frac{1}{m}}{2m - 1}.$$

Bài giải

Trong các biểu thức đã cho, $\frac{2x^2 + 3x - 1}{5x^2 - 2x + 9}; \frac{a - b}{b^2 + 1}; \frac{xyz^2}{x^2yz}$ là các phân thức.

LUYỆN TẬP 1

Viết một phân thức có tử thức và mẫu thức là các đa thức bậc ba của hai biến.

2 HAI PHÂN THỨC BẰNG NHAU

HOẠT ĐỘNG 2

- a) Viết lại phân thức $\frac{3x^3y^3}{6x^2y}$ bằng cách chia đơn thức $3x^3y^3$ cho đơn thức $6x^2y$.
Từ đó so sánh hai phân thức $\frac{3x^3y^3}{6x^2y}$ và $\frac{xy^2}{2}$.
- b) So sánh $3x^3y^3 \cdot 2$ và $6x^2y \cdot xy^2$.

Tổng quát, ta có định nghĩa sau:



Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ được gọi là bằng nhau, kí hiệu $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$, nếu $A \cdot D = B \cdot C$.

VÍ DỤ 2

Giải thích vì sao hai phân thức $\frac{1}{x+y}$ và $\frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$ bằng nhau.

Bài giải

Ta có $\frac{1}{x+y} = \frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$ vì $1 \cdot (x^3+y^3) = (x+y)(x^2-xy+y^2)$.

LUYỆN TẬP 2

Chỉ ra hai phân thức bằng nhau trong các phân thức sau: $\frac{x+1}{x}$; $\frac{x^2-x}{x^2}$; $\frac{x^2-x}{x^2}$.

VẬN DỤNG 1

Giả sử tổng chi phí để làm ra x sản phẩm của xưởng sản xuất A là $C_1(x) = 100x + 150$ (đơn vị: nghìn đồng) và tổng chi phí để làm ra $(x+1)$ sản phẩm của xưởng sản xuất B là $C_2(x) = 100(x+1) + 150$ (đơn vị: nghìn đồng).

- a) Viết biểu thức tính chi phí trung bình để làm ra một sản phẩm của mỗi xưởng sản xuất.
b) Các chi phí trung bình nêu ở câu a có bằng nhau không?

3 ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH VÀ GIÁ TRỊ CỦA PHÂN THỨC

HOẠT ĐỘNG 3

Trong chuyển động đều, nếu một vật di chuyển với tốc độ v (m/s) và đi được một quãng đường S (m) thì biểu thức $\frac{S}{v}$ cho biết thời gian vật di chuyển hết quãng đường đó.

- a) Khi vật di chuyển với tốc độ $v = 2$ (m/s), tính thời gian vật di chuyển hết quãng đường $S = 50$ (m).
b) Vì sao không thể xác định được giá trị của biểu thức $\frac{S}{v}$ khi $v = 0$ (m/s)?

Trong Hoạt động 3, khi thay $v = 2$ (m/s) và $S = 50$ (m) vào phân thức $\frac{S}{v}$, ta thu được thời gian vật di chuyển hết quãng đường đó. Giá trị này được gọi là giá trị của phân thức $\frac{S}{v}$ tại $v = 2$ và $S = 50$.



Điều kiện xác định của phân thức là điều kiện của biến để giá trị của mẫu thức khác 0. Để tính giá trị của phân thức tại giá trị cho trước của các biến (thỏa mãn điều kiện xác định của phân thức), ta thay giá trị của các biến vào phân thức rồi thực hiện các phép tính.

VÍ DỤ 3

Cho phân thức $\frac{a^2}{a-b}$.

- Viết điều kiện xác định của phân thức.
- Tính giá trị của phân thức tại $a = 3$ và $b = 1$.

Bài giải

- Mẫu thức của phân thức đã cho khác 0 khi $a - b \neq 0$.
Vậy điều kiện xác định của phân thức là $a - b \neq 0$.
- Ta thấy $a = 3$ và $b = 1$ thỏa mãn điều kiện $a - b \neq 0$. Giá trị của phân thức đã cho tại $a = 3$ và $b = 1$ là $\frac{3^2}{3-1} = \frac{9}{2}$.

VẬN DỤNG 2

Hãy trả lời các câu hỏi nêu trong phần Khởi động.

BÀI TẬP

- Viết một phân thức có tử thức và mẫu thức là các đa thức bậc ba có bốn hạng tử.
- Cho phân thức $\frac{3-2d}{d}$.
 - Viết điều kiện xác định của phân thức.
 - So sánh giá trị của phân thức tại $d = -1$ và $d = 1$.
- Dùng định nghĩa hai phân thức bằng nhau, chứng minh rằng:
 - $\frac{4x}{9y} = \frac{12x^2y^3}{27xy^4}$;
 - $\frac{x+2}{x-3} = \frac{(x+2)(x+3)}{x^2-9}$;
 - $\frac{x^2-3x+2}{x-2} = \frac{x^2+3x-4}{x+4}$;
 - $\frac{x^3+y^3}{x^2-xy+y^2} = x+y$.
- Một cửa hàng chuyên về các loại hạt có bán các gói loại A, mỗi gói bao gồm

100 gam hạt đậu phộng và 80 gam hạt điều. Sau đó, cửa hàng tung ra các gói loại B bằng cách cho thêm x gam hạt đậu phộng vào mỗi gói loại A. Giả sử khối lượng làm bao bì mỗi gói là không đáng kể.

- Xét một gói loại B, hãy viết một phân thức biểu diễn tỉ số khối lượng của đậu phộng và cả gói.
 - Tỉ số khối lượng nêu ở câu a là bao nhiêu khi cho thêm 20 gam hạt đậu phộng vào mỗi gói loại A?
- 2.5.** Một công ty sử dụng công thức $S = \frac{150n + 50}{n + 1}$ (đơn vị: triệu đồng) để xác định tổng tiền lương của nhân viên X trong năm thứ n tại công ty.
- Xác định tổng tiền lương của nhân viên X trong năm đầu tiên.
 - Xác định tổng tiền lương của nhân viên X trong năm thứ tư.

Bài 2

TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

Từ khóa: tính chất cơ bản của phân thức, rút gọn phân thức.



Tính chất cơ bản của phân thức có tương tự như tính chất cơ bản của phân số hay không?

1 TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC

HOẠT ĐỘNG 1

- a) Cho phân thức $\frac{2x}{7}$. Hãy nhân cả tử và mẫu của phân thức này với $3x^2$ rồi so sánh phân thức vừa nhận được với phân thức đã cho.
- b) Cho phân thức $\frac{15x^3y^2}{25x^2y^3}$. Hãy chia cả tử và mẫu của phân thức này cho $5x^2y^2$ rồi so sánh phân thức vừa nhận được với phân thức đã cho.

Tổng quát, ta có tính chất sau:



Nếu nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức bằng phân thức đã cho:

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot M}{B \cdot M} \quad (M \text{ là một đa thức khác đa thức } 0).$$

Nếu chia cả tử và mẫu của một phân thức cho một nhân tử chung của chúng thì được một phân thức bằng phân thức đã cho:

$$\frac{A}{B} = \frac{A : N}{B : N} \quad (N \text{ là một nhân tử chung của } A \text{ và } B).$$

Tính chất trên được gọi là *tính chất cơ bản của phân thức*.

VÍ DỤ 1

Dùng tính chất cơ bản của phân thức, hãy chứng minh:

$$\frac{4x^2 + 4x}{(x-3)(x+1)} = \frac{4x}{x-3}.$$

Bài giải

Theo tính chất cơ bản của phân thức, ta có:

$$\frac{4x^2 + 4x}{(x-3)(x+1)} = \frac{4x(x+1)}{(x-3)(x+1)} = \frac{4x(x+1):(x+1)}{(x-3)(x+1):(x+1)} = \frac{4x}{x-3}.$$

LUYỆN TẬP 1

Tìm một đa thức thích hợp cho ô (?) để có hai phân thức bằng nhau: $\frac{5x-1}{6x-7} = \frac{(?)}{6x^2-7x}$.

Lưu ý: Nếu nhân cả tử và mẫu của phân thức $\frac{A}{B}$ với cùng đa thức $M = -1$ thì ta được phân thức $\frac{-A}{-B}$ bằng phân thức $\frac{A}{B}$.

Chẳng hạn, ta có:

$$\frac{2x-3y}{x^2-y^2} = \frac{-(2x-3y)}{-(x^2-y^2)} = \frac{3y-2x}{y^2-x^2}, \quad \frac{5x^2-4x+1}{2x^2-6x+12} = \frac{-(5x^2-4x+1)}{-(2x^2-6x+12)} = \frac{-5x^2+4x-1}{-2x^2+6x-12}.$$

2 RÚT GỌN PHÂN THỨC

HOẠT ĐỘNG 2

Cho phân thức $\frac{3x+6}{9x^2+18x}$.

- Phân tích tử và mẫu thành nhân tử rồi tìm nhân tử chung của chúng.
- Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung để thu được một phân thức bằng phân thức đã cho.

Trong Hoạt động 2, sau khi chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung, phân thức thu được đơn giản hơn phân thức ban đầu. Việc thực hiện như trên được gọi là *rút gọn phân thức*.

Lưu ý: Để rút gọn một phân thức, ta thực hiện như sau:

- Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần) để tìm nhân tử chung (trong một số trường hợp, cần đổi dấu của tử hoặc mẫu để nhận ra nhân tử chung);
- Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.

VÍ DỤ 2

Rút gọn phân thức $\frac{x^3-6x^2+9x}{x^3-9x}$.

Bài giải

$$\frac{x^3-6x^2+9x}{x^3-9x} = \frac{x(x^2-6x+9)}{x(x^2-9)} = \frac{x(x-3)^2}{x(x-3)(x+3)} = \frac{x-3}{x+3}.$$

Lưu ý: Tại giá trị của các biến thoả mãn điều kiện xác định của một phân thức, giá trị của phân thức đó và của phân thức sau khi rút gọn là như nhau.

LUYỆN TẬP 2

Rút gọn phân thức $\frac{a^2b-a^2}{a^3-a^3b}$. Từ đó, tính giá trị của phân thức tại $a = 0,5$.

BÀI TẬP

2.6. Dùng tính chất cơ bản của phân thức, hãy chứng minh:

a) $\frac{4-x}{-2x} = \frac{x-4}{2x};$

b) $\frac{x^4 y^3 z^2}{x^2 y^3 z^4} = \frac{x^2}{z^2};$

c) $\frac{y-x}{3-x} = \frac{x-y}{x-3};$

d) $\frac{x-y}{x} = \frac{x^2-y^2}{x(x-y)}.$

2.7. Tìm đa thức thích hợp cho mỗi ô ?:

a) $\frac{x^2-x}{(x-1)(x+3)} = \frac{\text{?}}{x+3};$

b) $\frac{x-y}{\text{?}} = \frac{x^2+2xy+y^2}{7(x^2-y^2)}.$

2.8. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{4x^4 y^3 z^2}{12x^2 y^4 z^3};$

b) $\frac{25xy^3(x-y)}{15x^2y(x-y)^4};$

c) $\frac{xy-2x}{2x^2-x^2y};$

d) $\frac{x^2+xy-x-y}{x^2-xy-x+y}.$

2.9. Một chiếc du thuyền chạy xuôi dòng từ điểm xuất phát A đến điểm tham quan B với tốc độ trung bình là v_1 (km/h). Sau đó, thuyền chạy ngược dòng từ B trở về A với tốc độ trung bình là v_2 (km/h). Khi đó tốc độ trung bình v cho toàn bộ hành trình được xác định bởi

$$v = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}.$$

Chứng minh rằng nếu $v_1 = 2v_2$ thì $v = \frac{4v_2}{3}.$

2.10. Một hình chữ nhật có diện tích là $6x^2 + 7x + 2$ (cm²) và độ dài một cạnh là $3x + 2$ (cm). Viết phân thức theo x biểu diễn độ dài cạnh còn lại và rút gọn phân thức này.

Bài 3

CỘNG, TRỪ CÁC PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

Từ khóa: mẫu thức chung, quy đồng mẫu thức, tổng của hai phân thức, phân thức đối, hiệu của hai phân thức



Một xe ô tô đi từ thị trấn A đến thị trấn B (A và B cách nhau 100 km) với tốc độ trung bình là v (km/h). Một xe máy cũng đi từ A đến B với tốc độ trung bình chậm hơn 10 km/h so với tốc độ trung bình của ô tô. Hỏi tổng thời gian cả hai xe đi từ A đến B là bao nhiêu? Thời gian xe ô tô đi từ A đến B nhanh hơn thời gian xe máy đi từ A đến B là bao nhiêu?

1 QUY ĐỒNG MẪU THỨC

HOẠT ĐỘNG 1

Cho hai phân thức $\frac{1}{x}$ và $\frac{1}{x+1}$.

a) Tìm đa thức thích hợp cho mỗi ô $\boxed{?}$:

$$\frac{1}{x} = \frac{\boxed{?}}{x(x+1)};$$

$$\frac{1}{x+1} = \frac{\boxed{?}}{x(x+1)}.$$

b) Em có nhận xét gì về mẫu thức của hai phân thức ở vế phải của các đẳng thức trong câu a?

Quy đồng mẫu thức các phân thức là biến đổi chúng thành những phân thức mới có cùng mẫu thức và lần lượt bằng các phân thức ban đầu. Ta gọi mẫu thức của những phân thức mới đó là *mẫu thức chung*.

Lưu ý:

- Mẫu thức chung thường được chọn là một tích chia hết cho mẫu thức của mỗi phân thức ban đầu. Chẳng hạn, có thể chọn mẫu thức chung cho hai phân thức $\frac{1}{3x^2yz^3}$ và $\frac{7}{4xyz^2}$ là $12x^2yz^3$ hoặc $24x^2yz^3$.
- Muốn tìm mẫu thức chung, ta thực hiện như sau:

Bước 1 Phân tích mẫu thức của mỗi phân thức đã cho thành nhân tử.

Bước 2 Mẫu thức chung cần tìm là một tích mà các nhân tử được chọn như sau:

- Nhân tử bằng số của mẫu thức chung là tích các nhân tử bằng số của các mẫu thức ở Bước 1 (nếu các nhân tử bằng số của các mẫu thức là các số nguyên dương thì nhân tử bằng số của mẫu thức chung là BCNN của chúng);
- Với mỗi lũy thừa của cùng một biểu thức có mặt trong các mẫu thức, ta chọn lũy thừa với số mũ cao nhất.

VÍ DỤ 1

Tìm một mẫu thức chung của hai phân thức $\frac{1}{6x^2 - 12xy + 6y^2}$ và $\frac{3}{8x^2 - 8xy}$.

Bài giải

Phân tích các mẫu thức thành nhân tử:

$$6x^2 - 12xy + 6y^2 = 6(x^2 - 2xy + y^2) = 6(x - y)^2; 8x^2 - 8xy = 8x(x - y).$$

(Phân tích mỗi mẫu thức thành nhân tử)

Chọn mẫu thức chung là: $24x(x - y)^2$ (BCNN(6, 8) = 24, chọn lũy thừa của x với số mũ cao nhất là 1, chọn lũy thừa của $(x - y)$ với số mũ cao nhất là 2).

LUYỆN TẬP 1

Tìm một mẫu thức chung của hai phân thức $\frac{2x+3}{27x^2-9x}$ và $\frac{x-4}{36x^3-12x^2}$.

HOẠT ĐỘNG 2

Muốn quy đồng mẫu thức hai phân thức $\frac{2x+3}{27x^2-9x}$ và $\frac{x-4}{36x^3-12x^2}$ nêu trong Luyện tập 1 thì cần nhân cả tử và mẫu của mỗi phân thức với đa thức nào?

Muốn quy đồng mẫu thức các phân thức, ta thực hiện như sau:

- Tìm mẫu thức chung;
- Tìm nhân tử phụ của mỗi mẫu thức (là đa thức thoả mãn tích của nó và mẫu thức bằng mẫu thức chung);
- Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân thức với nhân tử phụ tương ứng.

VÍ DỤ 2

Quy đồng mẫu thức hai phân thức $\frac{1}{6x^2-12xy+6y^2}$ và $\frac{3}{8x^2-8xy}$ trong Ví dụ 1.

Bài giải

Theo Ví dụ 1, mẫu thức chung của hai phân thức trên là $24x(x - y)^2$.

$$\frac{1}{6x^2-12xy+6y^2} = \frac{1}{6(x-y)^2} = \frac{1 \cdot 4x}{6(x-y)^2 \cdot 4x} = \frac{4x}{24x(x-y)^2}.$$

(Vì $24x(x - y)^2 = 6(x - y)^2 \cdot 4x$ nên phải nhân cả tử và mẫu của phân thức với nhân tử phụ $4x$).

$$\frac{3}{8x^2-8xy} = \frac{3}{8x(x-y)} = \frac{3 \cdot 3(x-y)}{8x(x-y) \cdot 3(x-y)} = \frac{9(x-y)}{24x(x-y)^2}.$$

(Vì $24x(x - y)^2 = 8x(x - y) \cdot 3(x - y)$ nên phải nhân cả tử và mẫu của phân thức với nhân tử phụ $3(x - y)$).

LUYỆN TẬP 2

Quy đồng mẫu thức hai phân thức $\frac{x+1}{4x^3-8x^2}$ và $\frac{2x-3}{6x(x-2)^2}$.

2 CỘNG HAI PHÂN THỨC CÙNG MẪU THỨC

HOẠT ĐỘNG 3

Biết rằng quy tắc cộng hai phân thức có cùng mẫu thức cũng tương tự quy tắc cộng hai phân số có cùng mẫu, hãy thực hiện phép tính sau:

$$\frac{a+2b}{3} + \frac{2a-b}{3}.$$

Ta có quy tắc cộng hai phân thức có cùng mẫu thức như sau:



Muốn cộng hai phân thức có cùng mẫu thức, ta cộng các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức.

VÍ DỤ 3

Thực hiện phép cộng: $\frac{x^2}{x+3} + \frac{6x+9}{x+3}$.

Bài giải

$$\frac{x^2}{x+3} + \frac{6x+9}{x+3} = \frac{x^2+6x+9}{x+3} = \frac{(x+3)^2}{x+3} = x+3.$$

LUYỆN TẬP 3

Thực hiện phép cộng: $\frac{4x^2+2y}{3xy^2} + \frac{5x^2-2y}{3xy^2}$.

3 CỘNG HAI PHÂN THỨC KHÁC MẪU THỨC

HOẠT ĐỘNG 4

Cho hai phân thức $\frac{7}{x^2+3x}$ và $\frac{9}{2x+6}$.

- Quy đồng mẫu thức hai phân thức đó.
- Cộng các phân thức có cùng mẫu thức tìm được ở câu a.

Cách làm nêu trong Hoạt động 4 chính là cách cộng hai phân thức $\frac{7}{x^2+3x}$ và $\frac{9}{2x+6}$.
Tổng quát, ta có quy tắc cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau như sau:



Muốn cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức rồi cộng các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.

Kết quả của phép cộng hai phân thức được gọi là *tổng của hai phân thức* đó. Ta thường viết tổng này dưới dạng rút gọn.

VÍ DỤ 4

Thực hiện phép cộng: $\frac{x-4}{2x-4} + \frac{6-x}{x^2-4}$.

Bài giải

$$\begin{aligned}\frac{x-4}{2x-4} + \frac{6-x}{x^2-4} &= \frac{x-4}{2(x-2)} + \frac{6-x}{(x-2)(x+2)} = \frac{(x-4)(x+2)}{2(x-2)(x+2)} + \frac{2(6-x)}{2(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{(x-4)(x+2) + 2(6-x)}{2(x-2)(x+2)} = \frac{x^2+2x-4x-8+12-2x}{2(x-2)(x+2)} = \frac{x^2-4x+4}{2(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{(x-2)^2}{2(x-2)(x+2)} = \frac{x-2}{2(x+2)}.\end{aligned}$$

LUYỆN TẬP 4

Tính tổng của hai phân thức $\frac{b}{ab-a^2}$ và $\frac{a}{ab-b^2}$.

Lưu ý: Tương tự phép cộng các phân số, phép cộng phân thức cũng có các tính chất sau:

- Giao hoán: $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{C}{D} + \frac{A}{B}$;
- Kết hợp: $\left(\frac{A}{B} + \frac{C}{D}\right) + \frac{E}{F} = \frac{A}{B} + \left(\frac{C}{D} + \frac{E}{F}\right)$;

trong đó $\frac{A}{B}$; $\frac{C}{D}$; $\frac{E}{F}$ là các phân thức bất kì.

Nhờ tính chất kết hợp, trong một dãy phép cộng nhiều phân thức, ta không cần đặt dấu ngoặc.

VÍ DỤ 5

Áp dụng các tính chất giao hoán, kết hợp của phép cộng phân thức để làm phép tính sau:

$$\frac{3x-2y}{x+y} + \frac{4x+y}{x-y} + \frac{4y-x}{x+y} + \frac{x-6y}{x-y}.$$

Bài giải

$$\begin{aligned}\frac{3x-2y}{x+y} + \frac{4x+y}{x-y} + \frac{4y-x}{x+y} + \frac{x-6y}{x-y} &= \left(\frac{3x-2y}{x+y} + \frac{4y-x}{x+y}\right) + \left(\frac{4x+y}{x-y} + \frac{x-6y}{x-y}\right) \\ &= \frac{2x+2y}{x+y} + \frac{5x-5y}{x-y} = \frac{2(x+y)}{x+y} + \frac{5(x-y)}{x-y} = 2+5=7.\end{aligned}$$

LUYỆN TẬP 5

Thực hiện phép cộng: $\frac{5x}{x^2+6x+9} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{3-4x}{x^2+6x+9}$.

VẬN DỤNG 1

Một vận động viên thi đấu trong một chặng đua xe đạp dài 120 km. Nửa chặng đường đầu, vận động viên đó đạp xe với tốc độ là v (km/h). Nửa chặng đường sau, vận động viên đó đạp xe với tốc độ nhỏ hơn 4 km/h so với tốc độ trong nửa chặng đường đầu.

- Viết hai phân thức theo v lần lượt biểu diễn thời gian để vận động viên đó hoàn thành nửa chặng đua đầu và nửa chặng đua sau.
- Tìm phân thức theo v biểu diễn thời gian để vận động viên đó hoàn thành cả chặng đua.
- Tính thời gian để vận động viên đó hoàn thành chặng đua nếu $v = 40$ (km/h).



Hình 2.2

4 TRỪ HAI PHÂN THỨC

HOẠT ĐỘNG 5

Tính tổng của hai phân thức $\frac{2x^2}{3x+1}$ và $\frac{-2x^2}{3x+1}$.

Hai phân thức được gọi là *đối nhau* nếu tổng của chúng bằng 0.

Chẳng hạn theo Hoạt động 5, $\frac{2x^2}{3x+1}$ là phân thức đối của $\frac{2x^2}{3x+1}$. Ngược lại, $\frac{2x^2}{3x+1}$ là phân thức đối của $\frac{-2x^2}{3x+1}$.

Tổng quát, với phân thức $\frac{A}{B}$, ta có $\frac{A}{B} + \frac{-A}{B} = 0$. Do đó, $\frac{-A}{B}$ là phân thức đối của $\frac{A}{B}$ và ngược lại, $\frac{A}{B}$ là phân thức đối của $\frac{-A}{B}$. Phân thức đối của phân thức $\frac{A}{B}$ được kí hiệu bởi $\frac{-A}{B}$.

Như vậy:

$$-\frac{A}{B} = \frac{-A}{B} \text{ và } -\frac{-A}{B} = \frac{A}{B}.$$

LUYỆN TẬP 6

Tìm phân thức đối của mỗi phân thức sau: $\frac{2-x}{x-1}$, $\frac{x^2+y^2}{x-y}$, $\frac{-a-b}{a^2+b^2}$.

HOẠT ĐỘNG 6

Cho hai phân thức $\frac{2x+3y}{x+y}$ và $\frac{y}{x+y}$.

- Tìm phân thức đối của phân thức $\frac{y}{x+y}$.
- Cộng phân thức $\frac{2x+3y}{x+y}$ với phân thức tìm được ở câu a.

Cách làm nêu trong Hoạt động 6 chính là cách trừ phân thức $\frac{2x+3y}{x+y}$ cho phân thức $\frac{y}{x+y}$.
Tóm quát, ta có quy tắc trừ hai phân thức như sau:



Muốn trừ phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$, ta cộng $\frac{A}{B}$ với phân thức đối của $\frac{C}{D}$

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A}{B} + \left(\frac{-C}{D} \right).$$

Kết quả của phép trừ hai phân thức được gọi là *hiệu của hai phân thức* đó.

VÍ DỤ 6

Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-3}{x-2};$

b) $\frac{1}{b(a-b)} - \frac{1}{a(a-b)}.$

Bài giải

a) $\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{x+1}{x-2} + \frac{-(x-3)}{x-2} = \frac{x+1}{x-2} + \frac{-x+3}{x-2} = \frac{x+1-x+3}{x-2} = \frac{4}{x-2}.$

b) $\frac{1}{b(a-b)} - \frac{1}{a(a-b)}$
 $= \frac{1}{b(a-b)} + \frac{-1}{a(a-b)}$
 $= \frac{a}{ab(a-b)} + \frac{-b}{ab(a-b)} = \frac{a-b}{ab(a-b)} = \frac{1}{ab}.$

Lưu ý: Ta có thể thực hiện $\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{x+1-(x-3)}{x-2} = \frac{x+1-x+3}{x-2} = \frac{4}{x-2}.$

LUYỆN TẬP 7

Tìm hiệu của hai phân thức sau:

a) $\frac{3}{2x-4y}$ và $\frac{2}{3x-6y};$

b) $\frac{3}{4a-5}$ và $\frac{7a}{16a^2-25}.$

VẬN DỤNG 2

Theo kế hoạch, một phân xưởng may phải hoàn thành 1 860 sản phẩm trong x ngày. Khi thực hiện, nhờ cải tiến các công đoạn sản xuất, phân xưởng không những đã hoàn thành kế hoạch sớm 1 ngày mà còn làm thêm được 90 sản phẩm.

- Viết hai phân thức (theo x) lần lượt biểu diễn số sản phẩm phải hoàn thành theo kế hoạch và số sản phẩm thực tế làm được trong một ngày.
- Tìm phân thức biểu diễn số sản phẩm thực tế làm được nhiều hơn số sản phẩm phải hoàn thành theo kế hoạch trong một ngày.
- Số sản phẩm thực tế làm được nhiều hơn số sản phẩm phải hoàn thành theo kế hoạch trong một ngày là bao nhiêu nếu xưởng may hoàn thành 1 860 sản phẩm trong 31 ngày?

5 QUY TẮC DẤU NGOẶC

HOẠT ĐỘNG 7

So sánh hai biểu thức $C = -\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}\right)$ và $D = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$.

Quy tắc dấu ngoặc



- Khi bỏ dấu ngoặc mà có dấu "-" đằng trước thì ta phải đổi dấu tất cả các phân thức trong dấu ngoặc.
- Khi bỏ dấu ngoặc mà có dấu "+" đằng trước thì ta giữ nguyên dấu của tất cả các phân thức trong dấu ngoặc.

VÍ DỤ 7

Tính nhanh: $\left(-\frac{x}{x^2-y^2} + \frac{2y+x}{x+y}\right) - \left(-\frac{y}{x+y} - \frac{x}{x^2-y^2}\right)$.

Bài giải

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{x}{x^2-y^2} + \frac{2y+x}{x+y}\right) - \left(-\frac{y}{x+y} - \frac{x}{x^2-y^2}\right) \\ &= -\frac{x}{x^2-y^2} + \frac{2y+x}{x+y} - \frac{y}{x+y} + \frac{x}{x^2-y^2} \quad (\text{Bỏ dấu ngoặc}) \\ &= \left(-\frac{x}{x^2-y^2} + \frac{x}{x^2-y^2}\right) + \left(\frac{2y+x}{x+y} - \frac{y}{x+y}\right) = 0 + \frac{y+x}{x+y} = 1. \end{aligned}$$

(Áp dụng các tính chất giao hoán và kết hợp)

LUYỆN TẬP 8

Tính nhanh: $\left(\frac{a}{a^2-b^2} - \frac{a+b}{a^2+b^2}\right) - \left(\frac{b}{a^2-b^2} - \frac{a+b}{a^2+b^2}\right)$.

BÀI TẬP

2.11. Phân tích các mẫu thức thành nhân tử và tìm mẫu thức chung:

- a) $\frac{x-1}{3x-9}$ và $\frac{4x-8}{x^2-9}$;
b) $\frac{2xy}{x^2+10xy+25y^2}$ và $\frac{x-y}{3x^2+15xy}$.

2.12. Quy đồng mẫu thức các phân thức:

- a) $\frac{1}{2a+b}$ và $\frac{1}{2a-b}$;
b) $\frac{x+1}{2x-8}$ và $\frac{x-2}{16-x^2}$;
c) $\frac{m^2}{m^3-3m^2n+3mn^2-n^3}$ và $\frac{n}{mn-m^2}$;
d) $\frac{1}{x+2}$, $\frac{-5}{2x-4}$ và $\frac{10}{x}$.

2.13. Thực hiện các phép tính sau:

- a) $\frac{x^2-2}{x-1} + \frac{1}{x-1}$;
 b) $\frac{2m^2n-3n}{m^3n^2} + \frac{m^2n+3n}{m^3n^2}$;
 c) $\frac{4t-1}{2-3t} - \frac{t-2}{2-3t}$;
 d) $\frac{a+x}{a} - \frac{x}{a}$.

2.14. Thực hiện các phép tính sau:

- a) $\frac{4}{y-5} - \frac{2}{2y+1}$;
 b) $\frac{6x}{3x-2} - \frac{x-10}{2-3x}$;
 c) $\frac{b}{2a^2-ab} + \frac{4a}{b^2-2ab}$;
 d) $\frac{m}{(m-n)^2} - \frac{m^2}{n^2-m^2}$.

2.15. Thực hiện các phép tính sau:

- a) $\frac{1}{2x-3} - \frac{2}{3-2x} + \frac{18}{9-4x^2}$;
 b) $\frac{2}{a^2-1} - \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a-1}$;
 c) $\frac{a+b}{a-b} + \frac{a^2-4b^2}{a^2-b^2} - \frac{a-3b}{a+b}$;
 d) $\frac{x}{x^2+xy} - \frac{y}{x^2-y^2} + \frac{x+y}{xy-y^2}$.

2.16. Tính nhanh: $\left(\frac{y}{x+z} - \frac{y}{x+y} + \frac{x+y}{x+y+z}\right) - \left(\frac{y}{x+z} - \frac{z}{x+y+z} + \frac{x}{x+y}\right)$.

2.17. Một đội máy xúc trên công trường nhận nhiệm vụ xúc 17 400 m³ đất. Giai đoạn đầu, đội làm việc với năng suất trung bình x m³/ngày và đào được 7 500 m³. Giai đoạn sau, năng suất của đội tăng 25 m³/ngày.

- a) Viết phân thức theo x biểu diễn thời gian để đội đó hoàn thành công việc.
 b) Tính thời gian để đội đó hoàn thành công việc khi năng suất trung bình là 250 m³/ngày.

2.18. Hãy trả lời các câu hỏi nêu trong phần Khởi động.

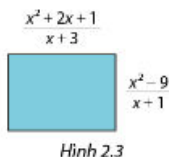
Bài 4

NHÂN, CHIA CÁC PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

Từ khoá: tích của hai phân thức, phân thức nghịch đảo, thương của hai phân thức.



Diện tích của hình chữ nhật trong Hình 2.3 được tính như thế nào?



1 NHÂN HAI PHÂN THỨC

HOẠT ĐỘNG 1

Cho hai phân thức $\frac{x^2-1}{x+2}$ và $\frac{2-x}{x}$. Hãy nhân tử với tử và mẫu với mẫu của hai phân thức này để được một phân thức mới.

Cách làm nêu trong Hoạt động 1 chính là nhân hai phân thức $\frac{x^2-1}{x+2}$ và $\frac{2-x}{x}$. Tổng quát, ta có quy tắc nhân hai phân thức như sau:



Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử thức với nhau và các mẫu thức với nhau:

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}.$$

Kết quả của phép nhân hai phân thức được gọi là *tích của hai phân thức* đó. Ta thường viết tích này dưới dạng rút gọn.

VÍ DỤ 1

Thực hiện phép nhân: $\frac{2x}{x-3} \cdot \frac{x^2-9}{x^2}$.

Bài giải

$$\frac{2x}{x-3} \cdot \frac{x^2-9}{x^2} = \frac{2x(x^2-9)}{(x-3)x^2} = \frac{2x(x+3)(x-3)}{(x-3)x^2} = \frac{2(x+3)}{x}.$$

LUYỆN TẬP 1

Tính tích của hai phân thức $\frac{x^2-4x+4}{y-x}$ và $\frac{(x-y)^2}{3(x-2)^3}$.

VẬN DỤNG 1

Tính diện tích của hình chữ nhật trong Hình 2.3 theo x .

Lưu ý: Tương tự phép nhân phân số, phép nhân phân thức cũng có các tính chất sau:

- Giao hoán: $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{C}{D} \cdot \frac{A}{B}$;
- Kết hợp: $\left(\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D}\right) \cdot \frac{E}{F} = \frac{A}{B} \cdot \left(\frac{C}{D} \cdot \frac{E}{F}\right)$;
- Phân phối của phép nhân đối với phép cộng: $\frac{A}{B} \cdot \left(\frac{C}{D} + \frac{E}{F}\right) = \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} + \frac{A}{B} \cdot \frac{E}{F}$;
trong đó $\frac{A}{B}$; $\frac{C}{D}$; $\frac{E}{F}$ là các phân thức bất kì.

Nhờ tính chất kết hợp, trong một dãy phép nhân nhiều phân thức, ta không cần đặt dấu ngoặc.

VÍ DỤ 2

Tính nhanh: $\frac{1}{z+1} \cdot \frac{x}{x+y} + \frac{z}{z+1} + \frac{1}{z+1} \cdot \frac{y}{x+y}$.

Bài giải

$$\begin{aligned} & \frac{1}{z+1} \cdot \frac{x}{x+y} + \frac{z}{z+1} + \frac{1}{z+1} \cdot \frac{y}{x+y} \\ &= \frac{1}{z+1} \cdot \frac{x}{x+y} + \frac{1}{z+1} \cdot \frac{y}{x+y} + \frac{z}{z+1} \quad (\text{tính chất giao hoán của phép cộng}) \\ &= \frac{1}{z+1} \cdot \left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y}\right) + \frac{z}{z+1} \quad (\text{tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng}) \\ &= \frac{1}{z+1} \cdot 1 + \frac{z}{z+1} = \frac{1}{z+1} + \frac{z}{z+1} = \frac{1+z}{z+1} = 1. \end{aligned}$$

LUYỆN TẬP 2

Tính nhanh: $\frac{x^2+y^2}{x^2} \cdot \frac{x^2+2xy+y^2}{(x-y)^2} \cdot \frac{x^2}{x^2+y^2} \cdot \frac{x^2-2xy+y^2}{(x+y)^2}$.

2 CHIA HAI PHÂN THỨC

HOẠT ĐỘNG 2

Tính tích của hai phân thức $\frac{x^2}{x-1}$ và $\frac{x-1}{x^2}$.

Hai phân thức được gọi là *ngược đảo* của nhau nếu tích của chúng bằng 1.

Chẳng hạn theo Hoạt động 2, hai phân thức $\frac{x^2}{x-1}$ và $\frac{x-1}{x^2}$ là ngược đảo của nhau. Chú ý rằng tử của phân thức $\frac{x^2}{x-1}$ chính là mẫu của phân thức $\frac{x-1}{x^2}$, còn mẫu của phân thức $\frac{x^2}{x-1}$ chính là tử của phân thức $\frac{x-1}{x^2}$.

Tổng quát, nếu $\frac{A}{B}$ là một phân thức khác 0 thì $\frac{A}{B} \cdot \frac{B}{A} = 1$.

Do đó, $\frac{B}{A}$ là phân thức ngược đảo của phân thức $\frac{A}{B}$ và ngược lại $\frac{A}{B}$ là phân thức ngược đảo của phân thức $\frac{B}{A}$.

LUYỆN TẬP 3

Tìm phân thức nghịch đảo của mỗi phân thức sau: $\frac{x^2-x+1}{4x-5}$; $\frac{1}{x-y}$; $-\frac{3a}{b^2}$; $7m-3$.

HOẠT ĐỘNG 3

Cho hai phân thức $\frac{3x^3}{4y^2}$ và $\frac{6x^2}{8y}$.

- Tìm phân thức nghịch đảo của phân thức $\frac{6x^2}{8y}$.
- Nhân phân thức $\frac{3x^3}{4y^2}$ với phân thức tìm được ở câu a.

Cách làm nêu trong Hoạt động 3 chính là cách chia phân thức $\frac{3x^3}{4y^2}$ cho phân thức $\frac{6x^2}{8y}$. Tổng quát, ta có quy tắc chia phân thức như sau:

Muốn chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ khác 0, ta nhân $\frac{A}{B}$ với phân thức nghịch đảo của $\frac{C}{D}$:

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}.$$

Kết quả của phép chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ được gọi là *thương của hai phân thức đó*.

VÍ DỤ 3

Thực hiện phép tính: $\frac{4-9x^2}{x^2-x} : \frac{2+3x}{5x}$.

Bài giải

$$\frac{4-9x^2}{x^2-x} : \frac{2+3x}{5x} = \frac{4-9x^2}{x^2-x} \cdot \frac{5x}{2+3x} = \frac{5x(2-3x)(2+3x)}{x(x-1)(2+3x)} = \frac{5(2-3x)}{x-1}.$$

LUYỆN TẬP 4

Tìm biểu thức T , biết: $\frac{x^2-3x}{x+2} \cdot T = \frac{x^2-9}{2x^2+4x}$.

VẬN DỤNG 2

Trong năm 2019, một tiệm bánh mì bán một loại bánh mì với giá x nghìn đồng một chiếc. Trong năm 2021, giá một chiếc bánh đó tăng thêm 5 nghìn đồng so với năm 2019. Một người đã dùng 900 000 đồng để mua loại bánh mì đó trong mỗi năm 2019 và 2021.



Hình 2.4

- a) Viết hai phân thức lần lượt biểu diễn số bánh mì người này mua được vào năm 2019 và năm 2021.
- b) Chứng minh rằng số bánh mì người này mua được vào năm 2019 gấp $\frac{x+5}{x}$ lần so với năm 2021.
- c) Nếu $x = 10$ thì số bánh mì người này mua được vào năm 2019 gấp bao nhiêu lần so với năm 2021?

BÀI TẬP

2.19. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{15a^2}{8bc} \cdot \frac{4c}{5ab^2}$;

b) $\frac{14x^3}{5yz^3} : \frac{7x}{15yz^2}$;

c) $\frac{6t+12}{10-5t} : \frac{t-2}{t+2}$;

d) $\frac{m-5}{m^2+1} : (3m-15)$.

2.20. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{5a}{9b} \cdot \frac{2ac^2}{b} : \frac{c^3}{8b^3}$;

b) $\frac{x^2-2xy}{x-y} \cdot \frac{y-x}{3x-x^2} : \frac{1}{3-x}$;

c) $\left(\frac{3x}{x+1} + 1\right) : \left(1 - \frac{15x^2}{1-x^2}\right)$;

d) $(m^2-1) \cdot \left(\frac{1}{m+1} - \frac{1}{m-1} + 1\right)$.

2.21. Rút gọn biểu thức sau theo hai cách (sử dụng và không sử dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng): $\frac{x+1}{x} \cdot \left(x^2 - x + 1 - \frac{x^3}{x+1}\right)$.

2.22. Tính nhanh: $\frac{t}{t^2+1} \cdot \frac{x-2y+z}{x+y+z} + \frac{t}{t^2+1} \cdot \frac{x+y-2z}{x-y+z} + \frac{t}{t^2+1} \cdot \frac{y+z-2x}{x+y+z}$.

2.23. Tính chiều dài của một hình chữ nhật, biết diện tích của hình chữ nhật là $A = x^2 - 4$ (cm²) ($x > 3$) và chiều rộng của nó là $\frac{x+2}{x+1}$ (cm).

2.24. Giả sử một xe cứu thương di chuyển về phía một người với tốc độ v (km/h) và bật còi báo động ở tần số f , người đó sẽ nghe được còi báo động reo ở tần số h , trong đó

$$h = f : \left(1 - \frac{v}{s}\right)$$

và s là vận tốc của âm thanh ($s \approx 1\,235$ km/h).

a) Chứng minh rằng $h = \frac{fs}{s-v}$.

b) Khi xe cứu thương di chuyển về phía người đó với tốc độ 105 km/h và bật còi báo động ở tần số 45 vòng/phút, tìm tần số của còi báo động mà người này nghe được.

ÔN TẬP CHƯƠNG 2

2.25. Viết một phân thức có tử thức và mẫu thức là các đa thức bậc bốn của cùng hai biến và có ba hạng tử.

2.26. Cho phân thức $\frac{(36-a)(a-1)}{a-3}$.

- Viết điều kiện xác định của phân thức.
- So sánh giá trị của phân thức tại $a = 0$ và $a = 2$.

2.27. Chứng minh rằng:

- $\frac{27m^4n^5}{36m^5n^4} = \frac{3n}{4m}$;
- $\frac{1-x}{x+5} = \frac{(x-1)(5-x)}{x^2-25}$;
- $\frac{x^2-6xy+9y^2}{8xy-24y^2} = \frac{x-3y}{8y}$;
- $\frac{x^3-y^3}{7x-7y} = \frac{x^2+xy+y^2}{7}$.

2.28. Giả sử chi phí C (USD) mà một nhà máy cần phải trả để giảm $p\%$ chất ô nhiễm được tính bởi công thức

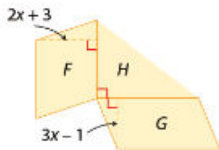
$$C = \frac{1200p}{1-0,01p}.$$

- Viết điều kiện xác định của phân thức C .
- Tính chi phí nhà máy cần phải trả để giảm được 75% chất ô nhiễm.

2.29. Rút gọn các phân thức sau:

- $\frac{24a^5b^3}{18a^3b^4}$;
- $\frac{2x-x^2}{x^2y-4y}$;
- $\frac{12x^2+28x+8}{9x^2-1}$;
- $\frac{x^3+x^2+x+1}{x^2-1}$.

2.30. Trong Hình 2.5, hình bình hành F có diện tích là $8x^2 + 14x + 3$ mét vuông và chiều cao là $2x + 3$ mét. Hình bình hành G có diện tích là $12x^2 - 4x$ mét vuông và chiều cao là $3x - 1$ mét. Tính diện tích của tam giác vuông H theo x .



Hình 2.5

2.31. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{5}{6x-6} + \frac{9}{14-14x} + \frac{6}{7x-7};$

b) $\frac{2}{y-4} + \frac{1}{y} - \frac{3}{y-3};$

c) $\frac{8a^2+18b^2}{4a^2-9b^2} - \frac{2a+3b}{2a-3b} + \frac{2a-3b}{2a+3b};$

d) $\frac{a-4}{2a-1} + \frac{5a^2+9a+14}{2a^2+3a-2} - \frac{3a-5}{a+2}.$

2.32. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{y^2-4y+4}{3-9y} \cdot \frac{3y-1}{3y^2-12};$

b) $\frac{c^2-d^2}{cd} : \frac{1}{cd+d^2}.$

2.33. Rút gọn các biểu thức sau:

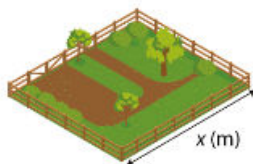
a) $\left(b - \frac{a^2+b^2}{a+b}\right) \cdot \left(\frac{2b}{a} - \frac{4b}{a-b}\right);$

b) $\left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y}{x}\right) : \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{x}\right).$

2.34. Một hàng rào được dựng bao quanh một mảnh đất hình chữ nhật diện tích 500 m². Gọi x (m) là độ dài một cạnh của hàng rào.

a) Viết một phân thức theo x biểu diễn chu vi của hàng rào.

b) Tính chu vi đó khi x = 25 (m).



Hình 2.6

Phần

HÌNH HỌC PHẪNG

Chương

3

Định lí Pythagore. Tứ giác



Việt Nam là một trong những quốc gia xuất khẩu lúa gạo hàng đầu thế giới. Ở Việt Nam, cánh đồng lúa thường được chia thành các thửa ruộng nhỏ để canh tác. Các thửa ruộng nhỏ trong hình chụp cánh đồng lúa ở Tây Ninh hầu hết có hình tứ giác.

Cùng tìm hiểu

- ▶ Cách giải thích và sử dụng định lí Pythagore để tính độ dài cạnh trong tam giác vuông;
- ▶ Cách vận dụng định lí Pythagore để giải quyết một số vấn đề thực tiễn;
- ▶ Khái niệm tứ giác, tứ giác lồi và định lí về tổng các góc trong một tứ giác lồi;
- ▶ Các tính chất của hình thang cân, hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi và hình vuông;
- ▶ Cách nhận biết hình thang cân, hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi và hình vuông bằng các dấu hiệu nhận biết.

Bài 1

ĐỊNH LÝ PYTHAGORE

Từ khoá: định lý Pythagore, định lý Pythagore đảo, tam giác vuông.



Khi nói đến tivi loại 32 inch, ta hiểu rằng đường chéo màn hình của chiếc tivi này dài 32 inch. Nếu biết chiều dài và chiều rộng màn hình của một chiếc tivi, ta có thể xác định được chiếc tivi đó là loại bao nhiêu inch không? Biết $1 \text{ inch} \approx 2,54 \text{ cm}$.



Hình 3.1

1 ĐỊNH LÝ PYTHAGORE

HOẠT ĐỘNG 1

Hoàn thành bảng dưới đây bằng cách với mỗi trường hợp, vẽ một tam giác vuông có các cạnh góc vuông bằng a (cm), b (cm) và đo độ dài cạnh huyền c (cm) tương ứng.

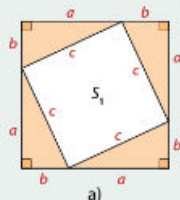
a	b	c	$a^2 + b^2$	c^2
3	4	?	?	?
5	12	?	?	?

Có nhận xét gì về quan hệ giữa c^2 và $a^2 + b^2$ trong mỗi trường hợp?

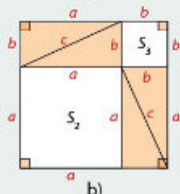
HOẠT ĐỘNG 2

Dùng giấy màu, cắt tám tam giác vuông bằng nhau. Với mỗi tam giác vuông này, gọi độ dài các cạnh góc vuông là a, b và độ dài cạnh huyền là c . Dùng giấy bìa trắng, cắt hai hình vuông có cạnh bằng $a + b$.

- Đặt bốn tam giác vuông lên tấm bìa hình vuông thứ nhất như Hình 3.2a. Tính diện tích S_1 của phần bìa màu trắng không bị che lấp.
- Đặt bốn tam giác vuông còn lại lên tấm bìa hình vuông thứ hai như Hình 3.2b. Tính diện tích S_2, S_3 của phần bìa màu trắng không bị che lấp.
- So sánh S_1 và $S_2 + S_3$, từ đó nhận xét mối quan hệ giữa c^2 và $a^2 + b^2$.



a)



b)

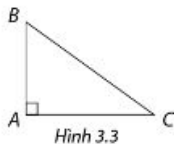
Hình 3.2

Để cho gọn, ta gọi bình phương độ dài của một đoạn thẳng là bình phương của đoạn thẳng đó. Từ Hoạt động 2, ta rút ra được *định lý Pythagore*:



Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.

Nếu $\triangle ABC$ vuông tại A thì $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (Hình 3.3).



Hình 3.3

VÍ DỤ 1

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 8$, $AC = 15$ (Hình 3.4). Tính độ dài cạnh BC .

Bài giải

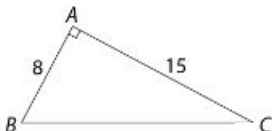
Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (định lý Pythagore)}$$

$$BC^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289.$$

$$\text{Suy ra } BC = \sqrt{289} = 17.$$

$$\text{Vậy } BC = 17.$$



Hình 3.4

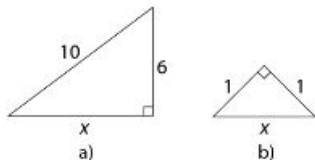
LUYỆN TẬP 1

Tìm độ dài thích hợp cho ô $?$.

- $\triangle DEF$ vuông tại E có $?$ ² + $?$ ² = $?$ ² (định lý Pythagore).
- $\triangle MNP$ vuông tại P có $?$ ² = $?$ ² + $?$ ² (định lý Pythagore).
- $\triangle ABC$ vuông tại $?$ có $AB^2 = AC^2 + ?^2$ (định lý Pythagore).

LUYỆN TẬP 2

Tìm độ dài x trong các tam giác vuông ở Hình 3.5.



Hình 3.5

VÍ DỤ 2

Một chiếc cầu thang có các kích thước như Hình 3.6. Tính độ dài AB theo decimét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Bài giải

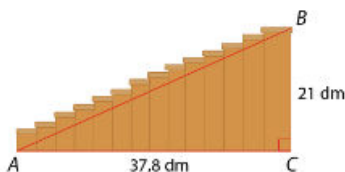
Xét $\triangle ABC$ vuông tại C có:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \text{ (định lý Pythagore)}$$

$$AB^2 = 37,8^2 + 21^2 = 1\,869,84.$$

Suy ra $AB = \sqrt{1\,869,84} \approx 43,2$ (dm).

Vậy cầu thang dài khoảng 43,2 dm.

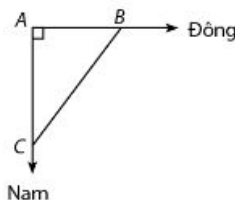
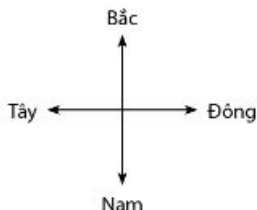


Hình 3.6

VÍ DỤ 3

Lúc 8 giờ, một ca nô xuất phát từ một nhà giàn và chuyển động thẳng theo hướng Đông với vận tốc 24 km/h. Cùng lúc đó, một tàu thủy rời nhà giàn và chuyển động thẳng theo hướng Nam với vận tốc 32 km/h. Tính khoảng cách giữa ca nô và tàu thủy lúc 8 giờ 30 phút.

Bài giải



Hình 3.7

Gọi A là vị trí của nhà giàn.

Gọi B, C lần lượt là vị trí của ca nô và tàu thủy lúc 8 giờ 30 phút (Hình 3.7).

$$8 \text{ giờ } 30 \text{ phút} - 8 \text{ giờ} = 30 \text{ phút} = \frac{1}{2} \text{ giờ}.$$

$$\text{Quãng đường ca nô đã đi được đến 8 giờ 30 phút: } AB = 24 \cdot \frac{1}{2} = 12 \text{ (km)}.$$

$$\text{Quãng đường tàu thủy đã đi được đến 8 giờ 30 phút: } AC = 32 \cdot \frac{1}{2} = 16 \text{ (km)}.$$

Ca nô và tàu thủy chuyển động theo hai hướng vuông góc nhau nên $\triangle ABC$ vuông tại A . Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (định lý Pythagore)

$$BC^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400.$$

$$BC = \sqrt{400} = 20 \text{ (km)}.$$

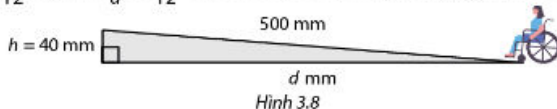
Vậy khoảng cách giữa ca nô và tàu thủy khi đó là 20 km.

VẬN DỤNG 1

Các nhà sản xuất thường dựa vào độ dài đường chéo của màn hình điện thoại (tính theo đơn vị inch) để xác định kích thước màn hình chiếc điện thoại đó. Màn hình một dòng điện thoại có chiều rộng 6,9 cm, chiều dài 15 cm thì có kích thước màn hình bao nhiêu inch (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)? Biết 1 inch $\approx 2,54$ cm.

VẬN DỤNG 2

Hình 3.8 mô phỏng thiết kế của đoạn lên dốc dành cho người ngồi xe lăn trong một công trình xây dựng. Theo quy chuẩn kỹ thuật quốc gia về xây dựng công trình đảm bảo người khuyết tật tiếp cận sử dụng (QCVN 10:2014/BXD), độ dốc không được lớn hơn $\frac{1}{12}$, nghĩa là $\frac{h}{d} \leq \frac{1}{12}$. Thiết kế này có đáp ứng đúng quy chuẩn trên không?



2 ĐỊNH LÝ PYTHAGORE ĐẢO

HOẠT ĐỘNG 3

Vẽ tam giác ABC có $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm, $BC = 5$ cm.

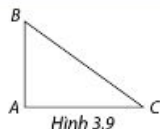
- So sánh BC^2 và $AB^2 + AC^2$.
- Dùng thước đo góc để xác định số đo góc BAC .

Ta có định lý Pythagore đảo:



Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì đó là tam giác vuông.

Nếu $BC^2 = AB^2 + AC^2$ thì $\triangle ABC$ vuông tại A (Hình 3.9).



VÍ DỤ 4

Tam giác nào là tam giác vuông trong các tam giác có độ dài ba cạnh như sau:

- 8 cm, 17 cm, 15 cm;
- 6 dm, 7 dm, 11 dm.

Bài giải

- a) Ta có:

$$8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289;$$

$$17^2 = 289.$$

Vì $17^2 = 8^2 + 15^2$ ($= 289$) nên theo định lý Pythagore đảo, tam giác có độ dài ba cạnh 8 cm, 17 cm, 15 cm là tam giác vuông.

- b) Ta có:

$$6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85;$$

$$11^2 = 121.$$

$$\text{Vì } 121 \neq 85 \text{ nên } 11^2 \neq 6^2 + 7^2.$$

Vậy tam giác có độ dài ba cạnh 6 dm, 7 dm, 11 dm không phải là tam giác vuông.

LUYỆN TẬP 3

Bạn Phát giải bài toán: "Tam giác ABC với $AB = 5$, $AC = 13$, $BC = 12$ có phải là tam giác vuông hay không?" như sau:

Ta có:

$$AB^2 + AC^2 = 5^2 + 13^2 = 25 + 169 = 191;$$

$$BC^2 = 12^2 = 144.$$

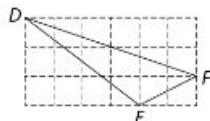
Vì $191 \neq 144$ nên $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$.

Vậy tam giác ABC không phải là tam giác vuông.

Lời giải của Phát đúng hay sai? Vì sao?

BÀI TẬP

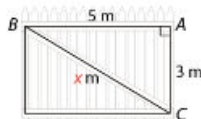
- 3.1. Tam giác DEF được vẽ trên giấy kẻ ô vuông (độ dài cạnh của ô vuông bằng 1) như trong Hình 3.10. Tính độ dài mỗi cạnh của tam giác DEF .



Hình 3.10

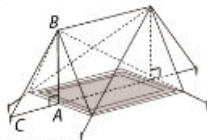
- 3.2. Tính độ dài đường cao của một tam giác đều có độ dài cạnh bằng 4 cm.
- 3.3. Cho tam giác ABC có $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm, $BC = 15$ cm.
a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A .
b) Trên tia đối của tia AB , lấy điểm D sao cho $AD = 5$ cm. Tính độ dài CD .

- 3.4. Tính độ dài x (m) của thanh BC dùng để gia cố hàng rào gỗ trong Hình 3.11 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

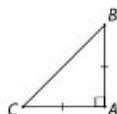


Hình 3.11

- 3.5. Hình 3.12 là bản vẽ mô tả một lều chữ A khi cắm trại, BC là dây lều, AB là cột chính cao 1,6 m và AC là khoảng cách từ chân cột đến vị trí cọc C . Tính độ dài dây BC theo mét (không tính phần dây buộc vào cọc), biết tam giác ABC vuông cân tại A và $AC = 1,6$ m (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

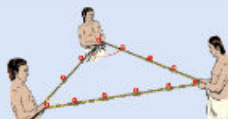


Hình 3.12



? EM CÓ BIẾT

Khoảng một nghìn năm trước Công nguyên, người Ai Cập đã biết căng dây gồm các đoạn có độ dài 3; 4; 5 để tạo ra một tam giác vuông. Vì thế, tam giác có độ dài ba cạnh bằng 3; 4; 5 được gọi là tam giác Ai Cập (Hình 3.13).



Hình 3.13

Bài 2

TỨ GIÁC

Từ khoá: tứ giác, tứ giác lồi, tổng các góc trong một tứ giác lồi.

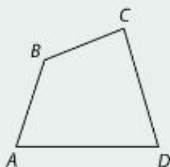


Tổng ba góc của một tam giác bằng 180° . Tổng bốn góc của một tứ giác bằng bao nhiêu độ?

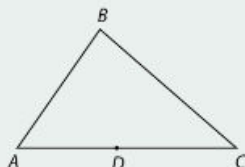
1 TỨ GIÁC, TỨ GIÁC LỒI

HOẠT ĐỘNG 1

Ta đã được học về tứ giác. Em hãy cho biết trong trường hợp nào của Hình 3.14, bốn đoạn thẳng AB , BC , CD và AD tạo thành một tứ giác.



a)



b)

Hình 3.14

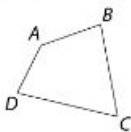


Tứ giác $ABCD$ là hình gồm bốn đoạn thẳng AB , BC , CD và DA , trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.

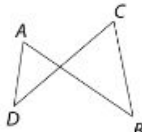
Trong tứ giác $ABCD$, các điểm A , B , C và D được gọi là đỉnh, các đoạn thẳng AB , BC , CD và DA được gọi là cạnh.

VÍ DỤ 1

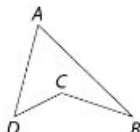
Trong mỗi trường hợp ở Hình 3.15, các đoạn thẳng AB , BC , CD và AD đều tạo thành tứ giác $ABCD$.



a)



b)

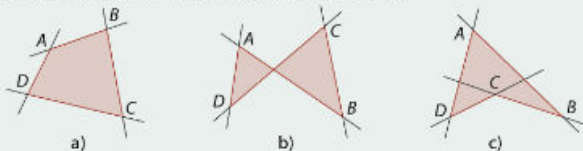


c)

Hình 3.15

HOẠT ĐỘNG 2

Trong trường hợp nào ở Hình 3.16, tứ giác $ABCD$ nằm về cùng một phía của từng đường thẳng trong các đường thẳng AB , BC , CD và DA ?



Hình 3.16



Tứ giác lồi là tứ giác luôn nằm về một phía của đường thẳng chứa một cạnh bất kì của nó.

VÍ DỤ 2

Trong Hình 3.16a, tứ giác $ABCD$ là tứ giác lồi. Trong Hình 3.16b và Hình 3.16c, tứ giác $ABCD$ không là tứ giác lồi vì không nằm về cùng một phía so với đường thẳng CD .

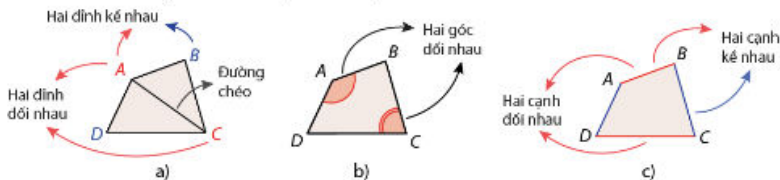
LUYỆN TẬP 1

Về ba điểm A , B , C không thẳng hàng bất kì. Hãy vẽ thêm điểm D và E sao cho tứ giác $ABCD$ lồi còn tứ giác $ABCE$ không lồi.

Lưu ý: Từ nay, khi nói đến tứ giác mà không ghi chú gì thêm thì ta hiểu đó là tứ giác lồi.

Trong một tứ giác:

- Hai đỉnh thuộc cùng một cạnh được gọi là *hai đỉnh kề nhau*, hai đỉnh không thuộc cùng một cạnh được gọi là *hai đỉnh đối nhau*. Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối nhau gọi là *đường chéo*. Chẳng hạn, trong tứ giác $ABCD$, A và B là hai đỉnh kề nhau, A và C là hai đỉnh đối nhau, AC là một đường chéo (Hình 3.17a).
- Hai góc tại hai đỉnh đối nhau của tứ giác gọi là *hai góc đối nhau*. Chẳng hạn, trong tứ giác $ABCD$, $\widehat{BCD}$ và $\widehat{BAD}$ là hai góc đối nhau (Hình 3.17b).
- Hai cạnh có cùng dấu mút gọi là *hai cạnh kề nhau*, hai cạnh không có chung dấu mút gọi là *hai cạnh đối nhau*. Chẳng hạn, trong tứ giác $ABCD$, AB và BC là hai cạnh kề nhau, AB và CD là hai cạnh đối nhau (Hình 3.17c).



Hình 3.17

LUYỆN TẬP 2

Viết tên tất cả các cặp cạnh kề nhau, cặp cạnh đối nhau, cặp đỉnh kề nhau, cặp đỉnh đối nhau còn lại của tứ giác $ABCD$ trong Hình 3.17.

2 TỔNG CÁC GÓC TRONG MỘT TỨ GIÁC

HOẠT ĐỘNG 3

- Vẽ hai tứ giác bất kì. Đo và tính tổng các góc của mỗi tứ giác. Em có nhận xét gì về hai tổng này?
- So sánh tổng các góc của tứ giác $ABCD$ với tổng các góc của hai tam giác ABD và BCD , từ đó tính tổng các góc của tứ giác $ABCD$.

Ta có định lí sau về tổng bốn góc của một tứ giác:



Tổng các góc của một tứ giác bằng 360° .

GT | Tứ giác $ABCD$

KL $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 360^\circ$

Chứng minh

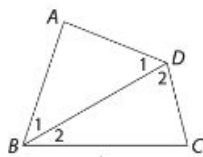
Vẽ đường chéo BD (Hình 3.18), ta có:

$\widehat{A} + \widehat{B}_1 + \widehat{D}_1 = 180^\circ$ (tổng ba góc của $\triangle ABD$) (1);

$\widehat{C} + \widehat{B}_2 + \widehat{D}_2 = 180^\circ$ (tổng ba góc của $\triangle BCD$) (2).

Vì $\widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 = \widehat{ABC}$ và $\widehat{D}_1 + \widehat{D}_2 = \widehat{ADC}$, nên cộng hai vế của (1) và (2), ta có:

$$\widehat{A} + \widehat{ABC} + \widehat{C} + \widehat{ADC} = 360^\circ.$$



Hình 3.18

VÍ DỤ 3

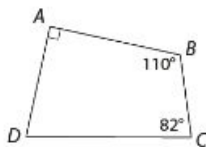
Tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} = 90^\circ$, $\widehat{B} = 110^\circ$, $\widehat{C} = 82^\circ$ (Hình 3.19).

Tính số đo góc D .

Bài giải

Xét tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 360^\circ$, do đó:

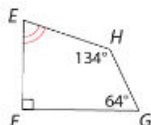
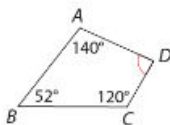
$$\widehat{D} = 360^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}) = 360^\circ - (90^\circ + 110^\circ + 82^\circ) = 78^\circ.$$



Hình 3.19

LUYỆN TẬP 3

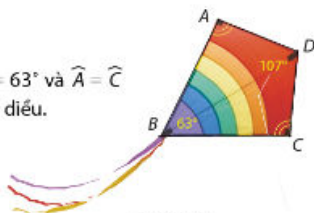
Tính số đo góc D và góc E của các tứ giác trong Hình 3.20.



Hình 3.20

VẬN DỤNG

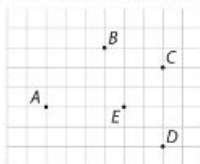
Cánh điều hình tứ giác $ABCD$ có $\widehat{D} = 107^\circ$, $\widehat{B} = 63^\circ$ và $\widehat{A} = \widehat{C}$ (Hình 3.21). Tính số đo góc A và góc C của cánh điều.



Hình 3.21

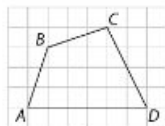
BÀI TẬP

3.6. Viết tên hai tứ giác có đỉnh là bốn trong năm điểm A, B, C, D, E trong Hình 3.22.



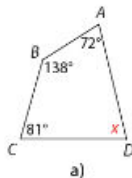
Hình 3.22

3.7. Tính độ dài các cạnh và đường chéo của tứ giác $ABCD$ trong Hình 3.23 (ta quy ước độ dài cạnh mỗi ô vuông nhỏ là 1 cm).

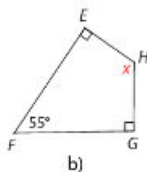


Hình 3.23

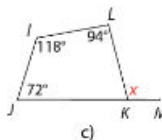
3.8. Tìm số đo x trong mỗi trường hợp ở Hình 3.24.



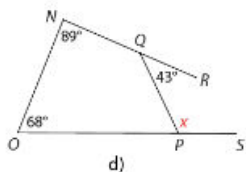
a)



b)



c)



d)

Hình 3.24

3.9. Khung xe đạp có dạng hình tứ giác $ABCD$ như trong Hình 3.25 có $\widehat{BAD} = 120^\circ$, $\widehat{B} = 68^\circ$, $\widehat{D} = 50^\circ$. Tính số đo góc BCD .



Hình 3.25

3.10. Tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} = 108^\circ$ và $\widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D}$. Tính số đo góc B .

Bài 3

HÌNH BÌNH HÀNH

Từ khoá: hình bình hành, tính chất hình bình hành, dấu hiệu nhận biết hình bình hành.



Các con tiện AB và DC của cầu thang có độ dài bằng nhau và được lắp song song với nhau (Hình 3.26). Tứ giác $ABCD$ là hình gì?



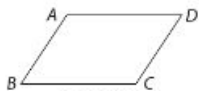
Hình 3.26

1 ĐỊNH NGHĨA



Hình bình hành là tứ giác có các cặp cạnh đối song song.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$ và ngược lại (Hình 3.27).

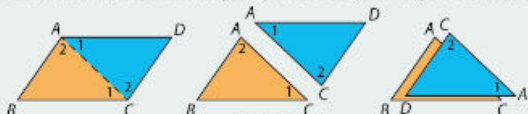


Hình 3.27

2 TÍNH CHẤT CỦA HÌNH BÌNH HÀNH

HOẠT ĐỘNG 1

Cắt hình bình hành $ABCD$ theo đường chéo AC và xếp chồng tam giác CDA lên tam giác ABC như Hình 3.28. Em hãy nhận xét về cạnh và góc của hai tam giác.

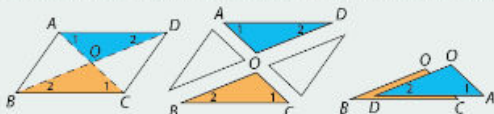


Hình 3.28

Sử dụng tính chất của hai đường thẳng song song, em hãy cho biết vì sao $\widehat{A_1} = \widehat{C_1}$ và $\widehat{A_2} = \widehat{C_2}$, từ đó giải thích vì sao $\triangle ABC = \triangle CDA$? Em có kết luận gì về độ dài các cặp cạnh AB và CD , BC và AD , số đo góc B và D ?

HOẠT ĐỘNG 2

Cắt hình bình hành $ABCD$ theo đường chéo AC , BD và xếp chồng tam giác OAD lên tam giác OCB như Hình 3.29. Em có nhận xét gì về cạnh và góc của hai tam giác?



Hình 3.29

Em hãy so sánh các cặp góc $\widehat{A_1}$ và $\widehat{C_1}$, $\widehat{B_2}$ và $\widehat{D_2}$, cặp cạnh AD và BC , từ đó giải thích vì sao $\triangle AOD = \triangle BOC$. Em có kết luận gì về độ dài các cặp đoạn thẳng OA và OC , OB và OD ?

Ta có định lý sau về cạnh, góc và đường chéo của hình bình hành:

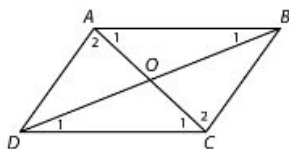


Trong hình bình hành:

- Các cạnh đối bằng nhau;
- Các góc đối bằng nhau;
- Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

GT | Hình bình hành $ABCD$
 AC, BD cắt nhau tại O .

- KL | a) $AB = CD, AD = BC$;
 b) $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}, \widehat{ABC} = \widehat{ADC}$;
 c) $OA = OC, OB = OD$.



Hình 3.30

Chứng minh (Hình 3.30)

- a) $\triangle ABC$ và $\triangle CDA$ có:

$$\widehat{A_1} = \widehat{C_1} \text{ (so le trong, } AB \parallel CD),$$

AC chung,

$$\widehat{C_2} = \widehat{A_2} \text{ (so le trong, } AD \parallel BC).$$

Do đó, $\triangle ABC = \triangle CDA$ (g.c.g).

Suy ra $AB = CD, BC = AD$.

- b) Vì $\triangle ABC = \triangle CDA$ nên $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.

Chứng minh tương tự, ta có $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$.

- c) $\triangle AOB$ và $\triangle COD$ có:

$$\widehat{A_1} = \widehat{C_1} \text{ (so le trong, } AB \parallel CD),$$

$AB = CD$ (cạnh đối của hình bình hành),

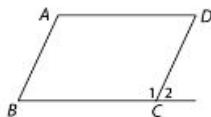
$$\widehat{B_1} = \widehat{D_1} \text{ (so le trong, } AB \parallel CD).$$

Do đó, $\triangle AOB = \triangle COD$ (g.c.g).

Suy ra $OA = OC, OB = OD$. Do đó, O là trung điểm AC và BD .

VÍ DỤ

Trong Hình 3.31, tứ giác $ABCD$ là hình bình hành có $AB = 5$ cm và $\widehat{B} = 65^\circ$. Tìm độ dài CD và số đo các góc D, C_1 và C_2 .



Hình 3.31

Bài giải

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên

$CD = AB = 5 \text{ cm}$ (cạnh đối của hình bình hành),

$\widehat{B} = \widehat{D} = 65^\circ$ (góc đối của hình bình hành).

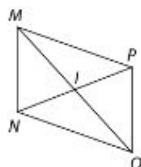
Vì $AB \parallel CD$ nên $\widehat{C}_2 = \widehat{B} = 65^\circ$ (hai góc đồng vị).

Vì $\widehat{C}_1$ và $\widehat{C}_2$ là hai góc kề bù nên $\widehat{C}_1 = 180^\circ - \widehat{C}_2 = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$.

Lưu ý: Hai góc kề một cạnh của hình bình hành thì bù nhau.

LUYỆN TẬP 1

Trong Hình 3.32, $MNOP$ là hình bình hành có MO và NP cắt nhau tại I và $IN = 3 \text{ cm}$, $IO = 4 \text{ cm}$, $ON = 6 \text{ cm}$. Tìm độ dài cạnh MP và hai đường chéo MO , NP .



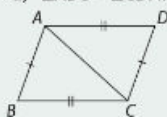
Hình 3.32

3 DẤU HIỆU NHẬN BIẾT HÌNH BÌNH HÀNH

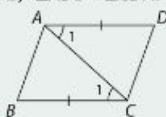
HOẠT ĐỘNG 3

Trong mỗi trường hợp ở Hình 3.33, em hãy giải thích vì sao các tam giác được cho bằng nhau và $ABCD$ là hình bình hành.

a) $\triangle ABC = \triangle CDA$.

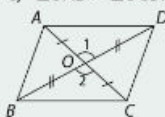


b) $\triangle ABC = \triangle CDA$.



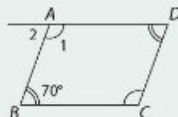
Hình 3.33

c) $\triangle OAD = \triangle OCB$.



HOẠT ĐỘNG 4

Trong Hình 3.34, tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A}_1 = \widehat{C}$ và $\widehat{B} = \widehat{D} = 70^\circ$. Em hãy tính số đo các góc A_1 , A_2 và giải thích vì sao $ABCD$ là hình bình hành.



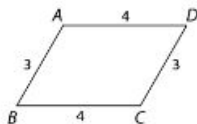
Hình 3.34

Ta có các dấu hiệu sau để nhận biết một tứ giác là hình bình hành:

1. Tứ giác có các cặp cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.
2. Tứ giác có một cặp cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành.
3. Tứ giác có các cặp góc đối bằng nhau là hình bình hành.
4. Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành.

LUYỆN TẬP 2

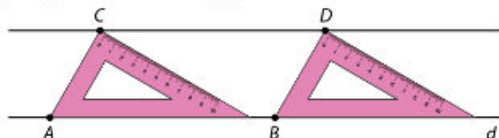
Trong các tứ giác ở Hình 3.35, tứ giác nào là hình bình hành?



Hình 3.35

VẬN DỤNG

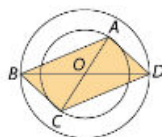
Trong Hình 3.36, Nam di chuyển thước ê ke dọc theo đường thẳng d sao cho cạnh huyền của thước luôn nằm trên d . Khi đỉnh góc 60° lần lượt ở vị trí điểm A và B thì đỉnh góc vuông lần lượt ở vị trí điểm C và D . Nối hai điểm C và D , Nam được một đường thẳng song song với d . Em hãy giải thích vì sao.



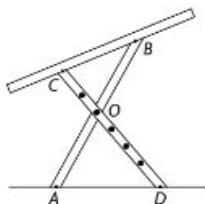
Hình 3.36

BÀI TẬP

- 3.11.** Hình bình hành $ABCD$ có $\widehat{A} = 35^\circ$. Tính số đo các góc còn lại của hình bình hành đó.
- 3.12.** Cho $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD và AD . Chứng minh rằng:
- $AMPD$ là hình bình hành;
 - AN song song CQ ;
 - $MNPQ$ là hình bình hành.
- 3.13.** Trong Hình 3.37, AC và BD là đường kính của hai đường tròn có cùng tâm O . Khi các điểm A, B, C, D không thẳng hàng, tứ giác $ABCD$ là hình gì? Vì sao?
- 3.14.** Bàn vẽ có hai chân bàn AB và CD được gắn với nhau theo hình chữ X tại trung điểm O của chân AB . Điểm O có thể di chuyển dọc theo chân bàn CD để điều chỉnh độ nghiêng của mặt bàn (Hình 3.38). Điểm O ở vị trí nào trên đoạn thẳng CD thì cạnh bàn BC song song với đường thẳng AD trên mặt đất? Khi đó $ACBD$ là hình gì?



Hình 3.37



Hình 3.38

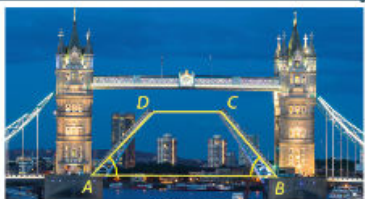
Bài 4

HÌNH THANG CÂN

Từ khoá: hình thang, hình thang cân, tính chất hình thang cân, dấu hiệu nhận biết hình thang cân.



Khi được mở lên, hai nửa AD và BC của cầu tháp London tạo với phương ngang hai góc bằng nhau (Hình 3.39). Tứ giác $ABCD$ là hình gì?



Hình 3.39

1 HÌNH THANG VÀ HÌNH THANG CÂN

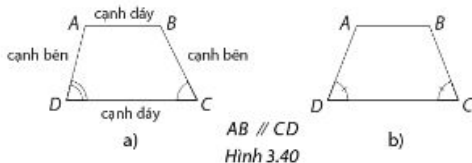


Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song. Hai cạnh song song được gọi là hai **đáy**, hai cạnh còn lại gọi là hai **cạnh bên** của hình thang.

Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

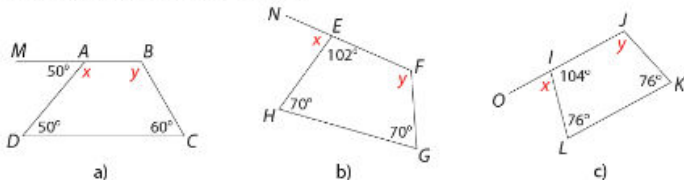
Tứ giác $ABCD$ là hình thang có đáy là AB và CD khi $AB \parallel CD$ và ngược lại (Hình 3.40a).

Tứ giác $ABCD$ là hình thang cân có đáy là AB và CD khi $AB \parallel CD$, $\widehat{C} = \widehat{D}$ (hoặc $\widehat{A} = \widehat{B}$) và ngược lại (Hình 3.40b).



LUYỆN TẬP 1

Trong các tứ giác ở Hình 3.41, tứ giác nào là hình thang, hình thang cân? Tính các số đo góc x, y trong mỗi trường hợp.



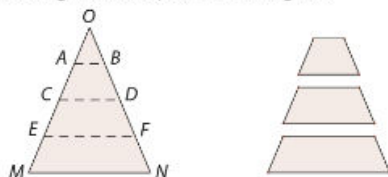
Hình 3.41

Lưu ý:

- Hai góc kề một cạnh bên của hình thang thì bù nhau.
- Nếu $ABCD$ là hình thang cân có hai đáy là AB và CD thì $\widehat{A} = \widehat{B}$ và $\widehat{C} = \widehat{D}$.

VẬN DỤNG 1

Mai cắt mảnh giấy hình tam giác cân OMN theo các đường song song với cạnh đáy (Hình 3.42). Vì sao các tứ giác thu được là hình thang cân?



Hình 3.42

2 TÍNH CHẤT CỦA HÌNH THANG CÂN

HOẠT ĐỘNG 1

Trong Hình 3.42, giải thích vì sao $\triangle OAB$ và $\triangle OCD$ là các tam giác cân tại O . Em hãy so sánh các cặp cạnh OA và OB , OC và OD . Từ đó có thể kết luận gì về hai đoạn thẳng AC và BD ?

Định lý

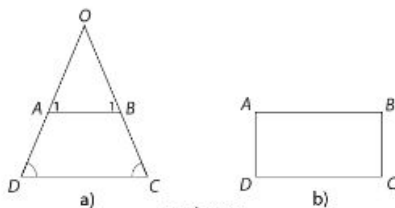


Trong hình thang cân:

- Hai cạnh bên bằng nhau;
- Hai đường chéo bằng nhau.

GT $ABCD$ là hình thang cân
($AB \parallel CD$).

KL a) $AD = BC$;
b) $AC = BD$.



Hình 3.43

Chứng minh

a) Xét hai trường hợp:

- Trường hợp 1: AD cắt BC tại O (Hình 3.43a).

Vì $ABCD$ là hình thang cân nên $\widehat{C} = \widehat{D}$.

Vì $AB \parallel CD$ nên $\widehat{A_1} = \widehat{D}$ và $\widehat{B_1} = \widehat{C}$. Do đó $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$.

Ta có: $\widehat{C} = \widehat{D}$ nên $\triangle OCD$ cân tại O . Do đó $OD = OC$.

$\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$ nên $\triangle OAB$ cân tại O . Do đó $OA = OB$.

Suy ra $OD - OA = OC - OB$.

Vậy $AD = BC$.

- Trường hợp 2: AD song song với BC (Hình 3.43b).
 Khi đó $ABCD$ là hình bình hành.
 Suy ra $AD = BC$ (cạnh đối của hình bình hành).

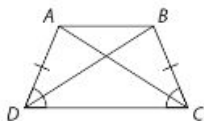
b) Xét $\triangle ACD$ và $\triangle BDC$ (Hình 3.44) có:

$AD = BC$ (chứng minh trên),

$\widehat{ADC} = \widehat{BCD}$ (góc kề đáy của hình thang cân),

CD chung.

Do đó $\triangle ADC = \triangle BDC$ (c.g.c), suy ra $AC = BD$.



Hình 3.44

VÍ DỤ 1

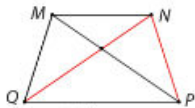
Cho hình thang cân $MNPQ$ có $MN \parallel PQ$, $MP = 5$ cm và $MQ = 3$ cm. Tìm độ dài NQ và NP .

Bài giải (Hình 3.45)

Vì $MNPQ$ là hình thang cân nên ta có:

$NQ = MP = 5$ cm (đường chéo của hình thang cân),

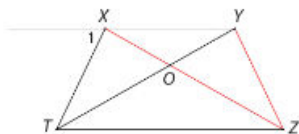
$NP = MQ = 3$ cm (cạnh bên của hình thang cân).



Hình 3.45

LUYỆN TẬP 2

Trong Hình 3.46, cho $\widehat{X_1} = \widehat{XTZ} = \widehat{Yzt}$, $XT = 6$,
 $OT = 7$ và $OY = 4$. Tứ giác $XYTZ$ là hình gì?
 Tìm độ dài XZ và YZ .

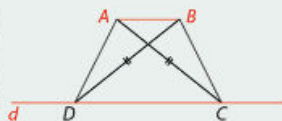


Hình 3.46

3 DẤU HIỆU NHẬN BIẾT HÌNH THANG CÂN

HOẠT ĐỘNG 2

Cho đoạn thẳng AB và đường thẳng d song song với AB . Em hãy dựng điểm C và D trên d sao cho $ABCD$ là hình thang có hai đường chéo $AC = BD$ (Hình 3.47). Đo các góc $\widehat{C}$ và $\widehat{D}$ của hình thang $ABCD$. Nêu nhận xét và từ đó hãy cho biết tứ giác $ABCD$ là hình gì.



Hình 3.47

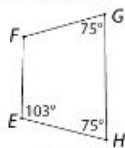
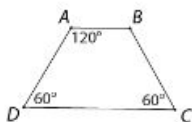
Từ Hoạt động 2, ta có dấu hiệu nhận biết hình thang cân sau:



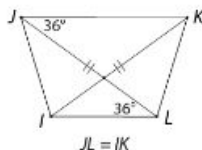
Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

VÍ DỤ 2

Trong Hình 3.48, tứ giác nào là hình thang cân?

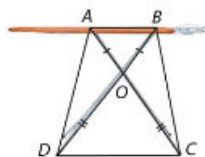


Hình 3.48



VẬN DỤNG 2

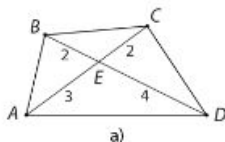
Để cầu là được thẳng bằng khi là quần áo, người ta thiết kế hai chân AC, BD cắt nhau tại O sao cho $OA = OB$ và $OC = OD$ (Hình 3.49). Giải thích vì sao khi đó đường thẳng AB trên mặt cầu là song song với đường thẳng CD trên mặt đất. Tứ giác $ABCD$ là hình gì?



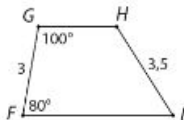
Hình 3.49

BÀI TẬP

3.15. Tứ giác nào trong Hình 3.50 là hình thang hoặc hình thang cân?

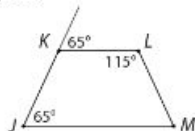


a)



b)

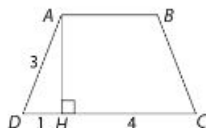
Hình 3.50



c)

3.16. Hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $\widehat{A} = 78^\circ$. Tính số đo các góc còn lại.

3.17. Trong Hình 3.51, hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có đường cao AH , $AD = 3$ cm, $DH = 1$ cm và $HC = 4$ cm. Tính độ dài đường cao AH và đường chéo BD .



Hình 3.51

3.18. Mai cho rằng hình thang có hai cạnh bên bằng nhau là hình thang cân. Bạn Mai nói có đúng không? Vì sao?

3.19. Cho ABC là tam giác cân tại A . Lấy điểm M trên cạnh AB , điểm N trên cạnh AC sao cho $AM = AN$. Chứng minh rằng $BMNC$ là hình thang cân.

3.20. Tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{B}$ và $\widehat{C} = \widehat{D}$. Chứng minh rằng $ABCD$ là hình thang cân.

3.21. Tứ giác $ABCD$ có $\widehat{C} = \widehat{D}$ và $AD = BC$. Chứng minh rằng $ABCD$ là hình thang cân.

Bài 5

HÌNH CHỮ NHẬT

Từ khoá: hình chữ nhật, tính chất hình chữ nhật, dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật.

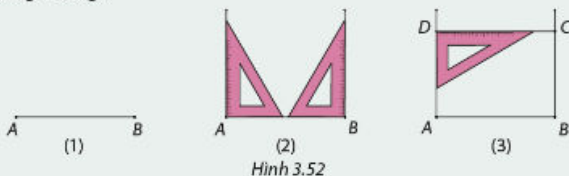


Tứ giác vừa là hình thang cân, vừa là hình bình hành là hình gì?

1 ĐỊNH NGHĨA

HOẠT ĐỘNG 1

Ta đã được học cách vẽ các hình tứ giác đặc biệt. Em hãy cho biết khi thực hiện các bước vẽ như trong Hình 3.52, ta được tứ giác $ABCD$ là hình gì. Góc C có là góc vuông không?

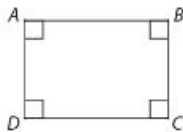


Hình 3.52



Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.

Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật khi $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^\circ$ và ngược lại (Hình 3.53).



Hình 3.53

Lưu ý:

- Hình chữ nhật là một hình bình hành.
- Hình chữ nhật cũng là một hình thang cân.

2 TÍNH CHẤT CỦA HÌNH CHỮ NHẬT

HOẠT ĐỘNG 2

Từ các tính chất về cạnh và đường chéo của hình bình hành và hình thang cân, em có thể suy ra những tính chất gì về cạnh và đường chéo của hình chữ nhật?

Định lý sau về hình chữ nhật được suy ra từ tính chất của hình bình hành và hình thang cân:

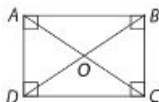


Trong hình chữ nhật:

- Các cạnh đối song song và bằng nhau;
- Hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

VÍ DỤ 1

Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại O và $OA = 20$ cm. Tính độ dài đường chéo BD .



Hình 3.54

Bài giải (Hình 3.54)

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên O là trung điểm của AC , BD và $AC = BD$.

Suy ra $BD = AC = 2OA = 2.20 = 40$ (cm).

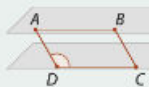
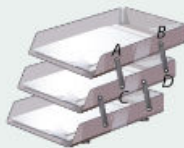
LUYỆN TẬP 1

Hình chữ nhật $MNPQ$ có hai đường chéo cắt nhau tại I và $MP = 4$ cm. Tính độ dài IQ .

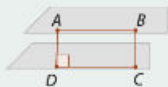
3 DẤU HIỆU NHẬN BIẾT HÌNH CHỮ NHẬT

HOẠT ĐỘNG 3

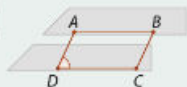
- Trong Hình 3.55, tầng trên của khay đựng giấy được gắn với tầng dưới bởi hai thanh AD , BC với $AB = DC$, $AD = BC$. Ta có thể đưa tầng trên của khay ra trước hoặc về sau bằng cách thay đổi góc ADC . Em hãy cho biết:
 - Tứ giác $ABCD$ luôn là hình gì?
 - Khi góc ADC bằng bao nhiêu độ thì $ABCD$ là hình chữ nhật?



a)



b)



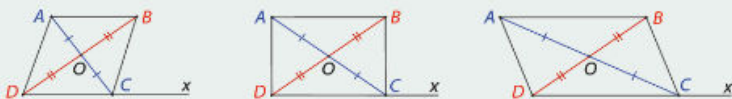
c)

Hình 3.55

- Giải thích câu trả lời ở trên của em bằng cách tính các góc của hình bình hành $ABCD$ nếu $\widehat{ADC} = 90^\circ$ (Hình 3.55b).

HOẠT ĐỘNG 4

- Trong Hình 3.56, hình bình hành $ABCD$ có đường chéo BD cố định, còn đường chéo AC có thể thay đổi bằng cách di chuyển điểm C trên tia Dx . Độ dài AC như thế nào so với BD thì $ABCD$ là hình chữ nhật?

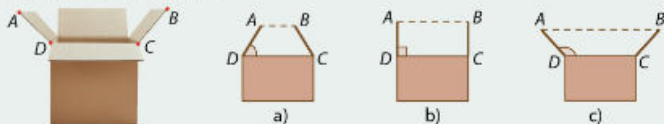


Hình 3.56

2. Dựa vào tính chất và dấu hiệu nhận biết hình thang cân, em hãy giải thích vì sao khi $AC = BD$ thì hình bình hành $ABCD$ có bốn góc bằng nhau. Tính số đo mỗi góc và cho biết khi đó $ABCD$ là hình gì?

HOẠT ĐỘNG 5

1. Trong Hình 3.57, khi hai bên nắp hộp được mở đều về hai phía, mép AD và BC của hai nắp là hai cạnh bên của một hình thang cân. Góc ADC như thế nào thì $ABCD$ là hình chữ nhật?



Hình 3.57

2. Giải thích câu trả lời ở trên của em bằng cách tính các góc của hình thang cân $ABCD$ nếu $\widehat{ADC} = 90^\circ$ (Hình 3.57b).

Ta thừa nhận định lý sau về dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật:



- Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
- Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

Lưu ý: Ta cũng có:

- Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật;
- Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.

VÍ DỤ 2

Trong Hình 3.58, hình bình hành nào là hình chữ nhật?



Hình 3.58

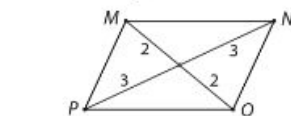
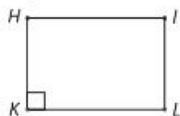
Bài giải

Hình bình hành $ABCD$ không là hình chữ nhật vì $\widehat{D}$ không vuông.

Hình bình hành $EFGH$ là hình chữ nhật vì hai đường chéo bằng nhau, $EG = FH = 6$ cm.

LUYỆN TẬP 2

Trong Hình 3.59, hình bình hành nào là hình chữ nhật?



Hình 3.59

VẬN DỤNG

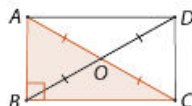
Trong Hình 3.60, mặt ABCD của thùng gỗ được gia cố bằng hai thanh gỗ AC và BD. Chỉ dùng thước đo độ dài, bác thợ mộc có thể khẳng định các góc A, B, C, D của mặt thùng đều vuông. Em hãy cho biết bác đã làm cách nào?



Hình 3.60

Lưu ý: Sử dụng tính chất và dấu hiệu nhận biết của hình chữ nhật, ta có thể chứng minh:

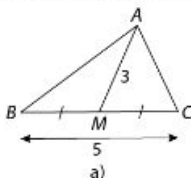
- Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền (Hình 3.61).
- Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh đó thì tam giác đó là tam giác vuông.



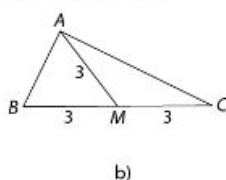
Hình 3.61

VÍ DỤ 3

Trong các trường hợp nào ở Hình 3.62, tam giác ABC vuông tại A?



Hình 3.62



Bài giải

Trong Hình 3.62a, nếu $\triangle ABC$ vuông tại A thì $AM = \frac{1}{2}BC = 2,5$; mâu thuẫn với đề bài. Vậy $\triangle ABC$ không vuông tại A.

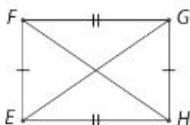
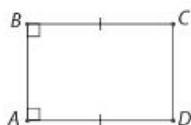
Trong Hình 3.62b, $BC = 6$ và $AM = 3$, nên $AM = \frac{1}{2}BC$. Do đó $\triangle ABC$ vuông tại A.

BÀI TẬP

3.22. Hình chữ nhật $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Hãy tìm độ dài thích hợp cho các ô $?$ trong bảng dưới đây:

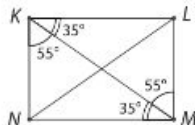
AB	BC	AC	BD
3 cm	5 cm	?	?
3 cm	?	5 cm	?
5 cm	?	?	6,5 cm

3.23. Giải thích vì sao các tứ giác trong Hình 3.63 là hình chữ nhật.



$$FH = EG$$

Hình 3.63

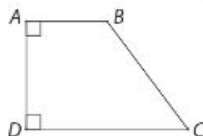


3.24. Cho đường tròn tâm O có AC và BD là hai đường kính phân biệt. Tứ giác $ABCD$ là hình gì?

3.25. Cho tam giác ABC có D là trung điểm cạnh AC . Biết $AD = BD = CD = 5$ cm và $BC = 6$ cm, tính độ dài cạnh AB .

3.26. Hình thang $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, $AB = 3$ cm, $AD = 4$ cm và $CD = 6$ cm (Hình 3.64). Tính độ dài cạnh BC .

Gợi ý: Vẽ BH vuông góc CD ($H \in CD$).



Hình 3.64

EM CÓ BIẾT

Chữ "nhật" và hình chữ nhật.

Theo nghĩa Hán Việt, từ "nhật" có nghĩa là "mặt trời" hoặc "ngày". Chữ "nhật" theo chữ Hán Nôm được viết như sau: 日

Em có thấy hình dạng của chữ "nhật" và hình chữ nhật có điểm tương đồng hay không?

Bài 6

HÌNH THOI

Từ khóa: hình thoi, tính chất hình thoi, dấu hiệu nhận biết hình thoi.



Ghép bốn que diêm có độ dài bằng nhau thành một hình tứ giác, ta có hình gì?



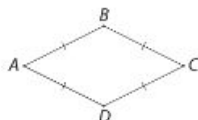
1

ĐỊNH NGHĨA



Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.

Tứ giác $ABCD$ là hình thoi khi $AB = BC = CD = AD$ và ngược lại (Hình 3.65).



Hình 3.65

Lưu ý: Từ định nghĩa của hình thoi và dấu hiệu nhận biết hình bình hành, ta suy ra hình thoi cũng là hình bình hành.

2

TÍNH CHẤT CỦA HÌNH THOI

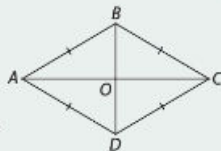
HOẠT ĐỘNG 1

Từ định nghĩa và tính chất của hình bình hành, ta có thể suy ra tính chất nào về cạnh, góc và đường chéo của hình thoi $ABCD$?

HOẠT ĐỘNG 2

Cho hình thoi $ABCD$ (Hình 3.66).

- Tam giác ABC là tam giác gì?
- Vì sao BO là đường trung tuyến của tam giác ABC ?
- Em rút ra thêm được tính chất gì về hai đường chéo của hình thoi?



Hình 3.66

Hình thoi có tất cả các tính chất của hình bình hành. Ngoài ra, ta có định lý sau về đường chéo của hình thoi:

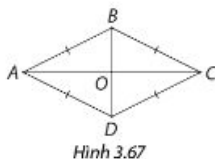


Trong hình thoi:

- Hai đường chéo vuông góc với nhau;
- Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc của hình thoi.

GT $ABCD$ là hình thoi

- KL
- $AC \perp BD$;
 - AC là tia phân giác của $\widehat{BAD}$;
 CA là tia phân giác của $\widehat{BCD}$;
 BD là tia phân giác của $\widehat{ABC}$;
 DB là tia phân giác của $\widehat{ADC}$.



Hình 3.67

Chứng minh (Hình 3.67)

- a) Vì $ABCD$ là hình thoi nên ta có $AB = BC$.

Suy ra $\triangle ABC$ là tam giác cân tại B .

Vì $ABCD$ cũng là hình bình hành nên O là trung điểm AC và BO là đường trung tuyến của $\triangle ABC$.

Suy ra BO cũng là đường cao của $\triangle ABC$ nên $AC \perp BD$.

- b) Vì $\triangle ABC$ cân tại B và BO là đường trung tuyến của $\triangle ABC$, nên $\widehat{ABO} = \widehat{CBO}$ (tính chất của tam giác cân). Suy ra BD là tia phân giác của $\widehat{ABC}$.

Chứng minh tương tự, ta có AC là tia phân giác của $\widehat{BAD}$, CA là tia phân giác của $\widehat{BCD}$ và DB là tia phân giác của $\widehat{ADC}$.

VÍ DỤ 1

Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{BAC} = 35^\circ$. Tính số đo các góc của hình thoi.

Bài giải (Hình 3.68)

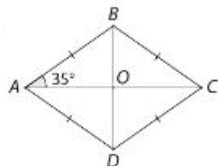
Vì $ABCD$ là hình thoi nên AC là tia phân giác của góc BAD .

Suy ra $\widehat{BAD} = 2\widehat{BAC} = 2 \cdot 35^\circ = 70^\circ$.

Mặt khác:

$$\widehat{BCD} = \widehat{BAD} = 70^\circ;$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \text{ (hai góc kề một cạnh của hình thoi).}$$



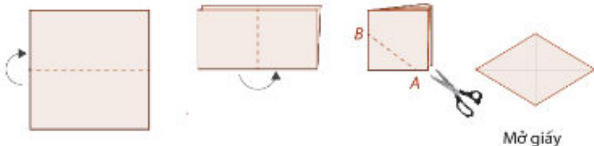
Hình 3.68

LUYỆN TẬP 1

Hình thoi $MNPQ$ có $\widehat{NMQ} = 124^\circ$. Tính số đo góc MNQ .

VẬN DỤNG 1

Gấp một tờ giấy làm tư như Hình 3.69 và cắt chéo theo đường AB bất kì (A, B nằm trên hai mép gấp). Sau khi mở giấy, tứ giác cắt được là hình gì? Vì sao?



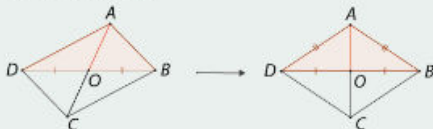
Hình 3.69

Mở giấy

3 DẤU HIỆU NHẬN BIẾT HÌNH THOI

HOẠT ĐỘNG 3

1. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = AD$. Giải thích vì sao bốn cạnh của $ABCD$ bằng nhau? Khi đó, tứ giác $ABCD$ là hình gì?
2. Cho hình bình hành $ABCD$ như Hình 3.70. Dựa vào dấu hiệu của tam giác cân, hãy bổ sung một điều kiện cho trung tuyến AO để tam giác ABD cân tại A . Khi đó, tứ giác $ABCD$ là hình gì?



Hình 3.70

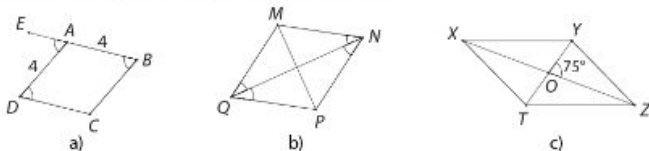
Ta thừa nhận định lý sau về dấu hiệu nhận biết hình thoi:



1. Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.
2. Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.
3. Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.

VÍ DỤ 2

Các tứ giác trong Hình 3.71 có là hình thoi không?



Hình 3.71

Bài giải

- a) Xét tứ giác $ABCD$. Ta có:

$$\widehat{EAD} = \widehat{EBC} \text{ mà hai góc ở vị trí đồng vị nên } AD \parallel BC;$$

$$\widehat{EAD} = \widehat{ADC} \text{ mà hai góc ở vị trí so le trong nên } AB \parallel CD.$$

Do đó $ABCD$ là hình bình hành.

Vì hai cạnh kề nhau AD, AB bằng nhau nên $ABCD$ là hình thoi.

- b) Xét tứ giác $MNPQ$. Ta có:

$$\widehat{MQN} = \widehat{QNP} \text{ mà hai góc ở vị trí so le trong nên } MQ \parallel NP;$$

$$\widehat{NQP} = \widehat{MNQ} \text{ mà hai góc ở vị trí so le trong nên } MN \parallel PQ.$$

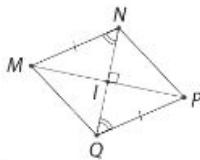
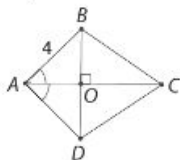
Do đó $MNPQ$ là hình bình hành.

Vì QN là tia phân giác của góc MQP nên $MNPQ$ là hình thoi.

- c) Tứ giác $XYZT$ có hai đường chéo không vuông góc với nhau nên không là hình thoi.

LUYỆN TẬP 2

Tứ giác nào trong Hình 3.72 là hình thoi?



Hình 3.72

VẬN DỤNG 2

Hình 3.73 cho ta hình ảnh của một chiếc thang nâng thủy lực với khung nâng được lắp đặt từ các thanh giàn bằng nhau, gắn với nhau ở hai đầu và trung điểm mỗi thanh.

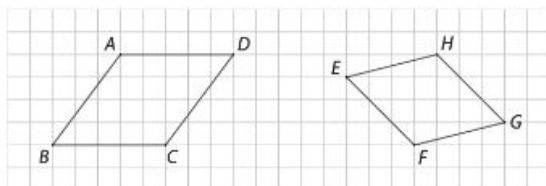
- Tứ giác $CKDM$ và tứ giác $ABDC$ là các hình gì?
- Vì sao các đường thẳng AB, CD, EF và GH luôn song song với nhau? Vì sao các điểm I, K, M, N, O luôn thẳng hàng?
- Tính chiều cao OI của thang khi $AB = 1,6 \text{ m}$ và $AD = 2 \text{ m}$.



Hình 3.73

BÀI TẬP

3.27. Trong Hình 3.74, tứ giác nào là hình thoi?



Hình 3.74

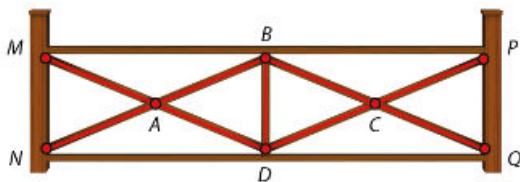
3.28. Cho hình thoi $ABCD$. Hãy tìm độ dài thích hợp cho các ô ? trong bảng dưới đây:

Cạnh AB	Đường chéo AC	Đường chéo BD
7 cm	?	12 cm
?	6 cm	10 cm

3.29. Cho hình chữ nhật $ABCD$ và M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, AD . Chứng minh rằng $MNPQ$ là hình thoi.

3.30. Hàng rào được đóng từ các thanh gỗ thẳng như trong Hình 3.75 với các thanh BN, BQ, DM, DP đều bằng 1,3 m và thanh BD dài 0,5 m. Điểm A là trung điểm chung của hai thanh BN và DM , điểm C là trung điểm chung của hai thanh BQ và DP .

- Chứng minh rằng tứ giác $ABCD$ là hình thoi.
- Tính khoảng cách giữa hai điểm A và C .



Hình 3.75

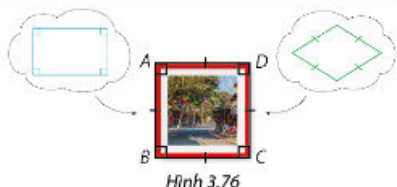
Bài 7

HÌNH VUÔNG

Từ khoá: hình vuông, tính chất hình vuông, dấu hiệu nhận biết hình vuông.



Tứ giác vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi là hình gì?



Hình 3.76

1 ĐỊNH NGHĨA

HOẠT ĐỘNG 1

Em hãy mô tả cạnh và góc của một tứ giác vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi.

Tứ giác $ABCD$ trong Hình 3.76 cho ta một ví dụ của hình vuông.

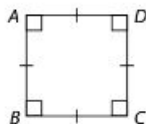


Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và có bốn cạnh bằng nhau.

Tứ giác $ABCD$ là hình vuông khi $AB = BC = CD = DA$, $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D}$ và ngược lại (Hình 3.77).

Lưu ý: Từ định nghĩa của hình vuông, ta có:

- Hình vuông là hình chữ nhật có bốn cạnh bằng nhau;
- Hình vuông là hình thoi có bốn góc vuông.



Hình 3.77

2 TÍNH CHẤT CỦA HÌNH VUÔNG

HOẠT ĐỘNG 2

Từ tính chất của hình chữ nhật và hình thoi, em hãy nêu các tính chất của đường chéo hình vuông.

Hình vuông có tất cả các tính chất của hình chữ nhật và hình thoi. Tính chất của đường chéo hình vuông được phát biểu trong định lý dưới đây:



Hình vuông có hai đường chéo bằng nhau, vuông góc với nhau, cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường và là đường phân giác của các góc hình vuông.

VÍ DỤ 1

Tính độ dài của cạnh hình vuông $ABCD$ trong Hình 3.78, biết $OA = \sqrt{2}$ cm.

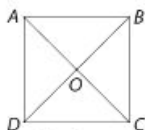
Bài giải

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $OB = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}AC = OA$ và $OA \perp OB$ (tính chất đường chéo của hình vuông).

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông OAB , ta có:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 = 4.$$

Vậy $AB = 2$ cm.



Hình 3.78

LUYỆN TẬP 1

Tính độ dài cạnh của hình vuông có đường chéo bằng 5 cm.

3 DẤU HIỆU NHẬN BIẾT HÌNH VUÔNG

HOẠT ĐỘNG 3

1. Từ dấu hiệu nhận biết hình thoi, em hãy bổ sung một điều kiện để một hình chữ nhật là hình vuông.
2. Từ dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật, em hãy bổ sung một điều kiện để một hình thoi là hình vuông.



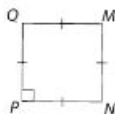
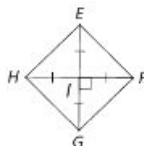
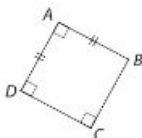
1. Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.
2. Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.
3. Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.

Lưu ý:

1. Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.
2. Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

VÍ DỤ 2

Giải thích vì sao các tứ giác trong Hình 3.79 là hình vuông.



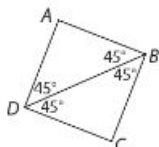
Hình 3.79

Bài giải

Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật (vì có ba góc vuông) và $AB = AD$ nên $ABCD$ là hình vuông.
 Tứ giác $EFGH$ là hình chữ nhật (vì có hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau ở trung điểm mỗi đường) và hai đường chéo vuông góc nên $EFGH$ là hình vuông.
 Tứ giác $MNPQ$ là hình thoi (vì có bốn cạnh bằng nhau) và $\widehat{P} = 90^\circ$, nên $MNPQ$ là hình vuông.

LUYỆN TẬP 2

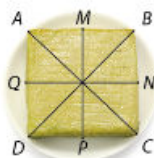
Tứ giác $ABCD$ trong Hình 3.80 có là hình vuông không? Vì sao?



Hình 3.80

VẬN DỤNG

Một mặt của bánh chưng có dạng hình vuông $ABCD$ được cắt theo bốn đường thẳng AC, BD, MP, NQ , trong đó M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, AD (Hình 3.81). Vì sao bốn đường cắt này đồng quy?



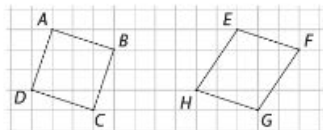
Hình 3.81

BÀI TẬP

3.31. Tính độ dài đường chéo của hình vuông có:

- Chu vi bằng 12;
- Diện tích bằng 25.

3.32. Tứ giác nào trong Hình 3.82 là hình vuông? Vì sao?



Hình 3.82

3.33. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh dài 4 cm và M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, AD .

- Chứng minh rằng tứ giác $MNPQ$ là hình vuông.
- Tính diện tích của hình vuông $MNPQ$.

? EM CÓ BIẾT

Trong văn hoá Việt Nam nói riêng và nhiều nước châu Á nói chung, hình vuông là biểu tượng của đất, gắn liền với đồng ruộng. Từ "ruộng" trong tiếng Hán Việt là "điền", chữ Hán Nôm là 田. Trong hai loại bánh truyền thống ngày Tết của người Việt Nam, bánh chưng là biểu tượng của đất và luôn được gói thành hình vuông (Hình 3.83).



Hình 3.83

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

1 ỨNG DỤNG TỨ GIÁC ĐỂ THIẾT KẾ MÔ HÌNH ĐỘNG

Trong chế tạo, nếu việc sử dụng những chi tiết hình tam giác giúp kết cấu được vững chắc thì việc kết hợp sử dụng những chi tiết hình tứ giác giúp mô hình có thể chuyển động linh hoạt.

Mục tiêu: Thiết kế mô hình giàn đèn và cánh chim có thể chuyển động.

Chuẩn bị:

- Ống hút nhựa;
- Tăm tre;
- Nilon hoặc vải mềm.

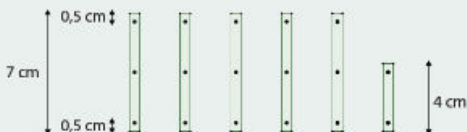
Tổ chức hoạt động:

Các hoạt động được thực hiện tại lớp. Chia lớp thành nhiều nhóm, mỗi nhóm có từ 4 đến 5 người thực hiện các mô hình, trang trí sản phẩm.

HOẠT ĐỘNG 1

Thiết kế mô hình đèn với thanh giàn đèn có độ dài có thể thay đổi

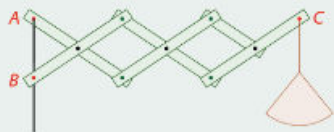
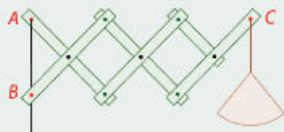
Bước 1 Cắt 5 đoạn ống hút dài 7 cm và 1 đoạn ống hút dài 4 cm. Dùng tăm tre đâm hai lỗ cách hai đầu 0,5 cm mỗi ống hút và tại trung điểm của mỗi ống hút dài.



Bước 2 Dùng tăm xuyên các lỗ nối các đoạn ống hút như hình bên.



Bước 3 Cắt và treo mô hình đèn lên điểm C. Dùng tăm tre hoặc một thanh cứng làm trục đèn và cố định đầu A lên trục đèn. Đầu B để tự do và có thể di chuyển dọc theo trục để đưa đèn lại gần hoặc ra xa.



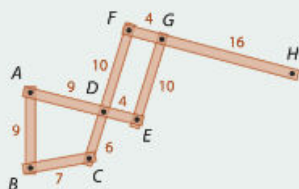
Câu hỏi: Khi di chuyển B dọc theo trục d :

- Các tứ giác tạo được luôn là các hình gì?
- Vì sao d đi chuyển trên một đường thẳng?

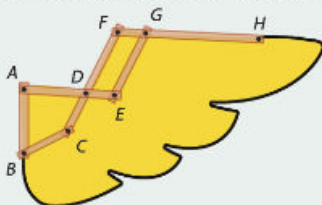
HOẠT ĐỘNG 2

Thiết kế mô hình cánh chim

Bước 1 Cắt các đoạn ống hút và dùng tăm nối các điểm của ống hút như hình dưới.



Bước 2 Di chuyển điểm C để mở rộng cánh, dùng nilon hoặc vải tạo hình cánh chim gắn lên khung ở các điểm A, B, D, F, H .



Bước 3 Tạo thêm một cánh đối xứng, gắn các điểm A, B, A', B' lên một tấm bìa cứng. Di chuyển điểm C và C' để quan sát chuyển động của đôi cánh.



Câu hỏi: Khi hai cánh chuyển động, hai đường AE và FH luôn song song với nhau. Em hãy giải thích vì sao.

2 ỨNG DỤNG ĐỊNH LÝ PYTHAGORE ĐỂ VẼ HÌNH XOẼN ỐC

1. Mục tiêu:

- Áp dụng định lý Pythagore để tính độ dài cạnh trong tam giác vuông;
- Vận dụng định lý Pythagore để dựng được các đoạn thẳng có độ dài là số vô tỉ;
- Thiết kế đường xoắn ốc vô tỉ (còn gọi là đường xoắn ốc Pythagore hay đường xoắn ốc Theodorus) và trang trí thành một bức tranh.

2. Yêu cầu chuẩn bị:

- Giấy A4, bút chì, bút màu;
- Compa, thước thẳng, ê ke.

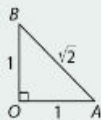
3. Tổ chức hoạt động:

Chia lớp thành nhiều nhóm, mỗi nhóm gồm 5 bạn thực hiện các công việc tính toán, vẽ các tam giác vuông và trang trí theo yêu cầu.

HOẠT ĐỘNG 3

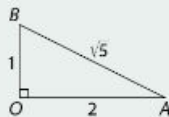
Làm theo hướng dẫn sau để dựng các đoạn thẳng có độ dài $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{3}$.

- a) $2 = 1^2 + 1^2$ nên $\sqrt{2}$ là độ dài cạnh huyền của tam giác vuông cân có độ dài cạnh góc vuông bằng 1. Từ đó, để dựng đoạn thẳng $AB = \sqrt{2}$, ta vẽ tam giác AOB vuông tại O có $OA = OB = 1$ (Hình 3.84).



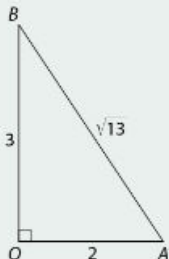
Hình 3.84

- b) $5 = 1^2 + 2^2$ nên $\sqrt{5}$ là độ dài cạnh huyền của tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông là 2 và 1. Từ đó, để dựng đoạn thẳng $AB = \sqrt{5}$, ta vẽ tam giác AOB vuông tại O có $OA = 2$, $OB = 1$ (Hình 3.85).



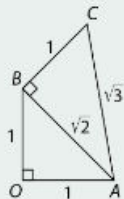
Hình 3.85

- c) $13 = 2^2 + 3^2$ nên $\sqrt{13}$ là độ dài cạnh huyền của tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông là 2 và 3. Từ đó, để dựng đoạn thẳng $AB = \sqrt{13}$, ta vẽ tam giác AOB vuông tại O có $OA = 2$, $OB = 3$ (Hình 3.86).



Hình 3.86

d) $3 = 1^2 + (\sqrt{2})^2$ nên $\sqrt{3}$ là độ dài cạnh huyền của tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông là $\sqrt{2}$ và 1. Từ đó, để dựng đoạn thẳng $AC = \sqrt{3}$, ta dựng đoạn thẳng $AB = \sqrt{2}$ rồi vẽ tam giác ABC vuông tại B có $AB = \sqrt{2}$, $BC = 1$ (Hình 3.87).



Hình 3.87

Yêu cầu: Nêu cách dựng đoạn thẳng có độ dài $\sqrt{6}$.

HOẠT ĐỘNG 4

Ta tạm gọi hình xoắn ốc là hình giới hạn bởi đường xoắn ốc. Vẽ và trang trí hình xoắn ốc Pythagore (Hình 3.88).

Bước 1 Chọn A là tâm của hình xoắn ốc và chọn 1 đơn vị độ dài bằng 2 cm. Vẽ tam giác AOB vuông tại O có $OA = OB = 1$. Khi đó, $AB = \sqrt{2}$.

Bước 2

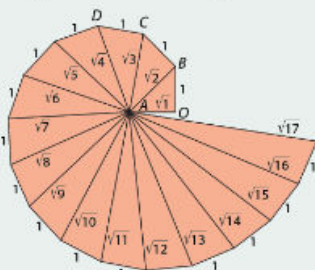
- Ở phía ngoài tam giác AOB , vẽ tam giác ABC vuông tại B có $BC = 1$. Theo định lý Pythagore, ta có $AC = \sqrt{3}$.
- Ở phía ngoài tam giác ABC , vẽ tam giác ACD vuông tại C có $CD = 1$. Theo định lý Pythagore, ta có $AD = \sqrt{4} (= 2)$.

...

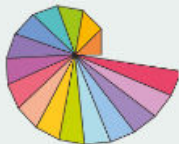
- Cứ tiếp tục như vậy đến khi đạt được số tam giác mong muốn. Chú ý rằng tam giác vuông trong xoắn sau có một cạnh góc vuông là cạnh huyền của tam giác vuông trong xoắn trước và cạnh góc vuông còn lại có độ dài bằng 1.

Bước 3 Tô màu và trang trí hình xoắn ốc.

Tham khảo một số sản phẩm gợi ý trong Hình 3.89:



Hình 3.88



Hình 3.89

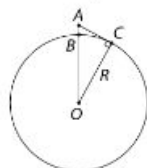
Bước 4 Báo cáo sản phẩm.

Yêu cầu:

- Nhận xét về sự lựa chọn 1 đơn vị độ dài ứng với 2 cm.
- Nhận xét về độ dài các cạnh huyền của các tam giác vuông đã vẽ.

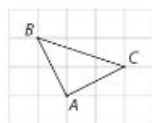
ÔN TẬP CHƯƠNG 3

- 3.34.** Năm 2019, vệ tinh Tsubame của Nhật Bản được Tổ chức Kỷ lục thế giới Guinness ghi nhận là vệ tinh quan sát Trái Đất ở quỹ đạo thấp nhất (nguồn: <https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/592663-lowest-altitude-earth-observation-satellite-in-orbit>). Trong Hình 3.90, vệ tinh Tsubame quan sát mặt đất ở vị trí A và có độ cao cách bề mặt Trái Đất là AB. Tầm quan sát tối đa của vệ tinh Tsubame là đoạn thẳng AC có độ dài bằng 1 470 km (từ vị trí A, vệ tinh có thể quan sát thấy những nơi trên Trái Đất cách A không quá 1 470 km). Cho biết ba điểm A, B, O thẳng hàng, bán kính Trái Đất là $R = OB = OC = 6\,370$ km và AC vuông góc với OC. Tính độ cao AB của vệ tinh Tsubame so với mặt đất theo kilômét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 3.90

- 3.35.** Chứng minh tam giác ABC vẽ trên giấy kẻ ô vuông (Hình 3.91) là tam giác vuông cân.

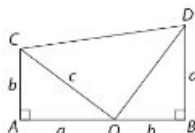


Hình 3.91

- 3.36.** Tổng thống thứ 20 của Hợp chủng quốc Hoa Kỳ, James Abram Garfield đã đưa ra một cách chứng minh định lý Pythagore khá thú vị thông qua bài toán sau đây:

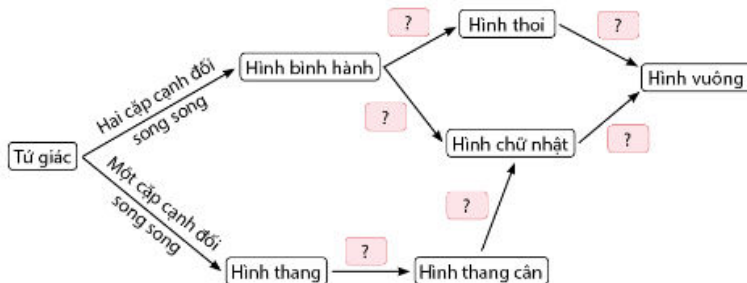
Cho Hình 3.92, trong đó ABDC là hình thang.

- Chứng minh $\triangle AOC = \triangle BDO$ và tam giác COD vuông cân.
- Tính diện tích hình thang ABDC theo hai cách.
Từ đó suy ra $c^2 = a^2 + b^2$.



Hình 3.92

- 3.37.** Tìm thông tin thích hợp cho các ô ? theo các mũi tên trong sơ đồ dưới đây:



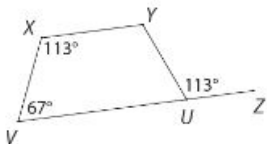
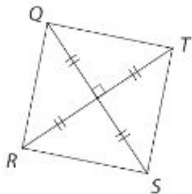
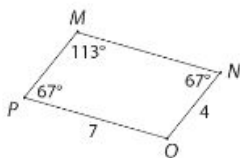
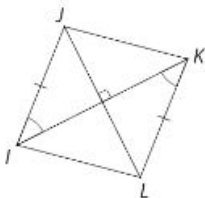
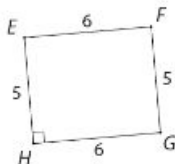
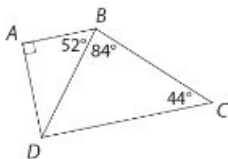
3.38. Khẳng định nào sau đây đúng?

- a) Hình thoi vừa là hình bình hành, vừa là hình thang cân;
- b) Hình chữ nhật vừa là hình bình hành, vừa là hình thang cân;
- c) Hình bình hành có một góc vuông là hình vuông.

3.39. Khẳng định nào sau đây đúng?

- a) Nếu tứ giác có bốn cạnh bằng nhau thì các cặp cạnh đối của nó song song;
- b) Tứ giác có hai đường chéo vuông góc và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường là hình vuông;
- c) Tứ giác có hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường là hình thoi;
- d) Tứ giác có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

3.40. Cho biết các tứ giác trong *Hình 3.93* là hình nào trong các hình: hình thang, hình thang cân, hình bình hành, hình thoi, hình chữ nhật, hình vuông. Vì sao?

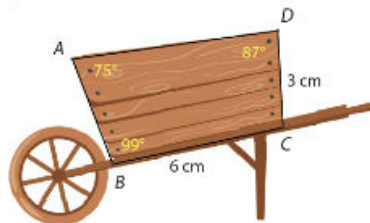


Hình 3.93

3.41. Hình 3.94 cho ta bản vẽ mặt bên của một chiếc xe cút kít với phần thùng hình tứ giác $ABCD$. Biết rằng $\widehat{A} = 75^\circ$, $\widehat{B} = 99^\circ$, $\widehat{D} = 87^\circ$, $BC = 6\text{ cm}$ và $CD = 3\text{ cm}$.

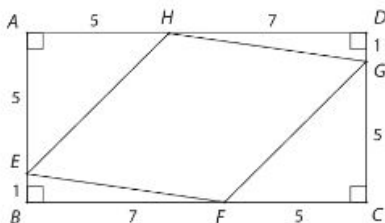
a) Tính số đo góc C .

b) Sử dụng thước đo góc và thước đo độ dài, em hãy vẽ lại tứ giác $ABCD$ với kích thước được cho như trên vào vở.



Hình 3.94

3.42. Trong Hình 3.95, $ABCD$ là hình chữ nhật, E, F, G, H lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh AB, BC, CD, AD và $BE = DG = 1\text{ cm}$, $BF = DH = 7\text{ cm}$, $AE = AH = CF = CG = 5\text{ cm}$.



Hình 3.95

a) Tính độ dài các cạnh của tứ giác $EFGH$.

b) Chứng minh rằng HF vuông góc EG .

3.43. Cho $ABCD$ là hình bình hành có góc C là góc nhọn. Trên tia đối của tia DC , lấy điểm E sao cho $AD = AE$ (E khác D). Chứng minh rằng $ABCE$ là một hình thang cân.

3.44. Chứng minh rằng:

a) Trong một hình bình hành (không là hình thoi), các tia phân giác của các góc cắt nhau tạo thành một hình chữ nhật;

b) Trong một hình chữ nhật (không là hình vuông), các tia phân giác của các góc cắt nhau tạo thành một hình vuông.

Phần

HÌNH HỌC TRỰC QUAN

Chương

4

*Hình chóp tam giác đều.
Hình chóp tứ giác đều*



Đại kim tự tháp Giza, còn gọi là kim tự tháp Khufu hay kim tự tháp Cheops, được xây dựng vào khoảng 2 500 năm trước Công nguyên ở Ai Cập. Kim tự tháp này được xây dựng từ hơn 2 triệu khối đá có khối lượng từ 2 đến 30 tấn. Đây là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại.

Cùng tìm hiểu

- ▶ Cách mô tả, tạo lập hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều;
- ▶ Cách tính diện tích xung quanh, thể tích của một hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều và ứng dụng trong thực tiễn.

Bài 1

HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU, HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

Từ khóa: đỉnh, mặt đáy, mặt bên, cạnh bên.



Khách sạn Luxor ở Las Vegas, Nevada, Mỹ có thiết kế hình chóp tứ giác đều với bề mặt bằng kính.



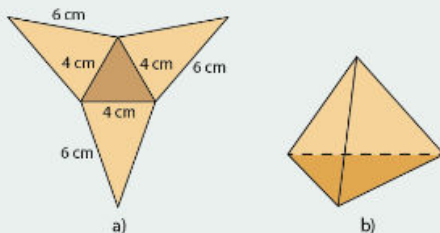
Hình 4.1

1 HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU

HOẠT ĐỘNG 1

Bước 1 Cắt một miếng bìa như Hình 4.2a gồm một tam giác đều có cạnh 4 cm và ba tam giác cân có cạnh đáy 4 cm, cạnh bên 6 cm.

Bước 2 Dùng băng dính dán miếng bìa lại để được một hình khối như Hình 4.2b.

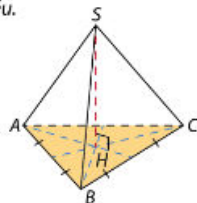


Hình 4.2

Hình khối có được trong Hoạt động 1 là một hình chóp tam giác đều.

Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ ở Hình 4.3 có:

- Các mặt bên SAB , SBC , SAC là các tam giác cân bằng nhau;
- Mặt đáy ABC là tam giác đều;
- Đỉnh S là đỉnh chung của các mặt bên;
- Các cạnh bên SA , SB , SC bằng nhau;
- Đường cao SH với H là trọng tâm của tam giác ABC . Độ dài SH được gọi là chiều cao của hình chóp.



Hình 4.3

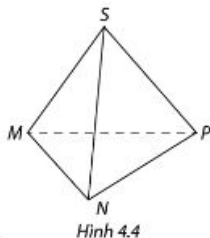
VÍ DỤ 1

Cho hình chóp tam giác đều $S.MNP$ như Hình 4.4.

- Kể tên các mặt bên của hình chóp.
- Tính chu vi tam giác SMN , biết $SM = 6$ cm, $NP = 5$ cm.

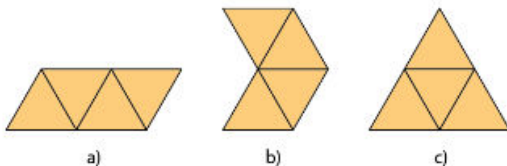
Bài giải

- Các mặt bên: SMN , SNP , SMP .
- Ta có: $SN = SM = 6$ cm, $MN = NP = 5$ cm.
Chu vi tam giác SMN : $SM + SN + MN = 6 + 6 + 5 = 17$ (cm).



VẬN DỤNG 1

Trong Hình 4.5, hình nào là hình khai triển của hình chóp tam giác đều?



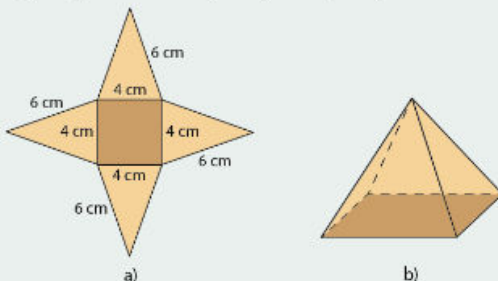
Hình 4.5

2 HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

HOẠT ĐỘNG 2

Bước 1 Cắt một miếng bìa như Hình 4.6a gồm một hình vuông có cạnh 4 cm, bốn miếng bìa hình tam giác cân có cạnh đáy 4 cm và cạnh bên 6 cm.

Bước 2 Dùng băng dính dán miếng bìa lại để được một hình khối như Hình 4.6b.

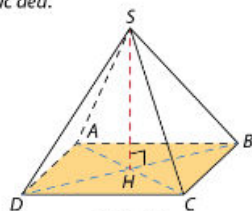


Hình 4.6

Hình khối có được trong Hoạt động 2 là một hình chóp tứ giác đều.

Hình chóp tứ giác đều trong Hình 4.7 có:

- Các mặt bên SAB , SBC , SCD , SAD là các tam giác cân bằng nhau;
- Mặt đáy $ABCD$ là hình vuông;
- Đỉnh S là đỉnh chung của các mặt bên;
- Các cạnh bên SA , SB , SC , SD bằng nhau;
- Đường cao SH với H là giao điểm của AC , BD . Độ dài SH được gọi là chiều cao của hình chóp.



Hình 4.7

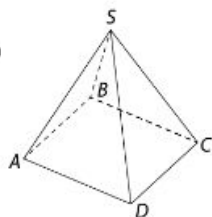
VÍ DỤ 2

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = 4$ cm, $SC = 6$ cm như Hình 4.8.

- Kể tên các mặt chứa cạnh BC của hình chóp.
- Tính độ dài các cạnh SB , AD .

Bài giải

- Các mặt chứa cạnh BC : SBC , $ABCD$.
- Ta có: $SB = SC = 6$ cm, $AD = AB = 4$ cm.



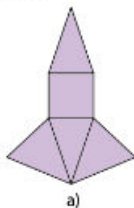
Hình 4.8

VẬN DỤNG 2

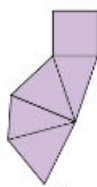
Cho hình chóp tứ giác đều như Hình 4.9. Trong Hình 4.10, hình nào không phải là hình khai triển của hình đã cho?



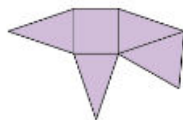
Hình 4.9



a)



b)



c)

Hình 4.10

BÀI TẬP

4.1. Trong Hình 4.11, đồ vật nào có dạng hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều?



a)



b)



c)



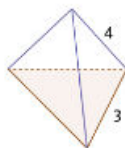
d)

Hình 4.11

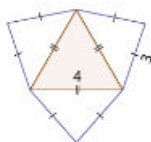
4.2. Các phát biểu sau đúng hay sai?

- Hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau;
- Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông.

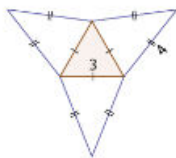
4.3. Cho hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh bên bằng 4 cm và độ dài cạnh đáy bằng 3 cm như Hình 4.12. Trong Hình 4.13, hình nào là hình khai triển của hình chóp tam giác đều đã cho?



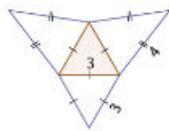
Hình 4.12



a)



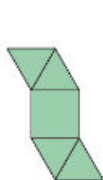
b)



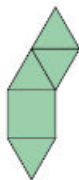
c)

Hình 4.13

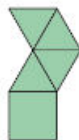
4.4. Trong Hình 4.14, hình nào là hình khai triển của hình chóp tứ giác đều?



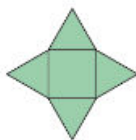
a)



b)



c)

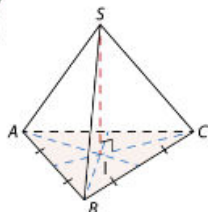


d)

Hình 4.14

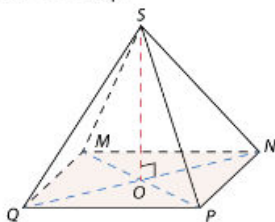
4.5. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ như Hình 4.15.

- Kể tên các đỉnh, cạnh bên, mặt bên, mặt đáy và đường cao của hình chóp.
- Kể tên các mặt không chứa cạnh SA của hình chóp.



Hình 4.15

4.6 Cho hình chóp tứ giác đều $S.MNPQ$ như Hình 4.16. Kể tên các đỉnh, cạnh bên, mặt bên, mặt đáy và đường cao của hình chóp.



Hình 4.16

Bài 2

DIỆN TÍCH XUNG QUANH CỦA HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU, HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

Từ khoá: diện tích xung quanh, nửa chu vi đáy.



Năm 1485, danh họa Leonardo da Vinci đã phác thảo thiết kế của một chiếc dù hình chóp tứ giác đều trong sổ tay của mình. Tháng 6/2000, Andrian Nicholas – vận động viên nhảy dù người Anh đã chứng minh tính khả thi của thiết kế này với chiếc dù tạo ra từ các vật liệu và công cụ đã có từ thời trung cổ. Các mặt của chiếc dù được làm từ vải. Làm thế nào có thể xác định được diện tích vải cần thiết để làm một chiếc dù? (Nguồn: <https://www.britannica.com/topic/Leonardo-da-Vincis-parachute-1704849>)

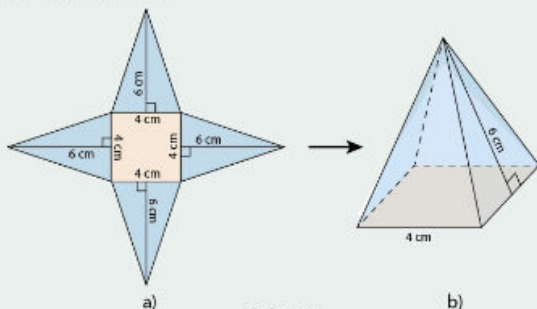


Hình 4.17

HOẠT ĐỘNG

Từ miếng bìa ở Hình 4.18a có thể gấp được hình chóp tứ giác đều ở Hình 4.18b.

- Tính tổng diện tích các mặt bên của hình chóp.
- So sánh kết quả ở câu a với tích của nửa chu vi đáy và đường cao của mặt bên kẻ từ đỉnh của hình chóp.



Hình 4.18

Ta có công thức tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều như sau:



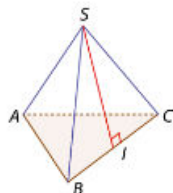
Diện tích xung quanh, kí hiệu là S_{xq} , của hình chóp tam giác đều hoặc hình chóp tứ giác đều được tính theo công thức:

$$S_{xq} = p \cdot d$$

với p là nửa chu vi đáy và d là đường cao của mặt bên kẻ từ đỉnh của hình chóp đó.

VÍ DỤ 1

- a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều trong Hình 4.19, biết $AB = 5$ cm, $SI = 6$ cm.
- b) Một hình chóp tam giác đều có diện tích xung quanh 30 cm^2 và đường cao của mặt bên kẻ từ đỉnh của hình chóp bằng 5 cm. Tính độ dài cạnh đáy.



Hình 4.19

Bài giải

a) Nửa chu vi đáy: $\frac{3 \cdot 5}{2} = 7,5$ (cm).

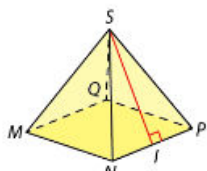
Diện tích xung quanh của hình chóp đã cho: $S_{xq} = 7,5 \cdot 6 = 45$ (cm^2).

b) Nửa chu vi đáy: $30 : 5 = 6$ (cm).

Độ dài cạnh đáy: $\frac{6 \cdot 2}{3} = 4$ (cm).

VÍ DỤ 2

Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều trong Hình 4.20, biết $MN = 15$ cm, $SI = 18$ cm.



Hình 4.20

Bài giải

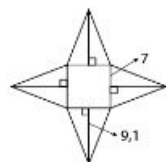
Nửa chu vi đáy: $\frac{4 \cdot 15}{2} = 30$ (cm).

Diện tích xung quanh của hình chóp đã cho:

$$S_{xq} = 30 \cdot 18 = 540 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

LUYỆN TẬP 1

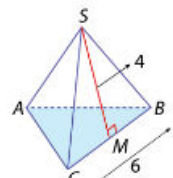
Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều có hình khai triển như Hình 4.21.



Hình 4.21

LUYỆN TẬP 2

Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều trong Hình 4.22.



Hình 4.22

VẬN DỤNG

Mái của một chòi trên bãi biển có dạng hình chóp tứ giác đều như Hình 4.23. Tính diện tích vải bạt cần dùng để phủ mái chòi, biết rằng người ta chỉ dùng một lớp vải bạt (không tính phần viền xung quanh).



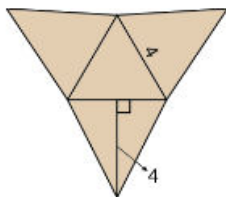
Hình 4.23

BÀI TẬP

4.7. Xét tính đúng, sai của các phát biểu sau đây:

- a) Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều bằng ba lần diện tích mỗi mặt bên;
- b) Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều bằng tích của chu vi đáy với đường cao của mặt bên kẻ từ đỉnh của nó;
- c) Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều bằng tổng diện tích của tất cả các mặt bên.

4.8. Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều có hình khai triển như Hình 4.24.



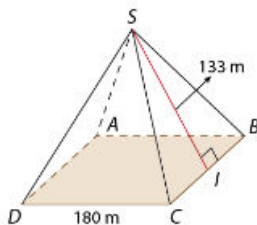
Hình 4.24

4.9. Một hình chóp tứ giác đều có diện tích xung quanh 36 cm^2 và đường cao của mặt bên kẻ từ đỉnh của hình chóp bằng 6 cm. Tính diện tích đáy.

4.10. Đại kim tự tháp của Mỹ (The Great American Pyramid) nằm ở Memphis, bang Tennessee là một trong những kim tự tháp lớn nhất thế giới (Hình 4.25). Nơi đây hoạt động như một trung tâm thương mại và giải trí sầm uất. Đại kim tự tháp có dạng hình chóp tứ giác đều với đáy là hình vuông cạnh 180 m và chiều cao của mặt bên kẻ từ đỉnh hình chóp bằng 133 m (Hình 4.26) (nguồn: <https://www.amusingplanet.com/2015/09/the-memphis-pyramid.html>). Tính diện tích mặt ngoài của Đại kim tự tháp này.



Hình 4.25



Hình 4.26

Bài 3

THỂ TÍCH CỦA HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU, HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

Từ khoá: diện tích đáy, chiều cao.



Hình 4.27 là một cái lều vải dạng hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh 1,2 m và chiều cao 1,6 m. Tính thể tích lều vải.



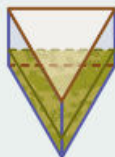
Hình 4.27

HOẠT ĐỘNG

Dùng một "phễu đồng" dạng hình chóp tam giác đều với cạnh đáy dài 12 cm và chiều cao bằng 4 cm (Hình 4.28a) đựng các hạt đỗ đến ngang miệng rồi đổ vào một hộp có dạng hình lăng trụ đứng tam giác với đáy là tam giác đều cạnh 12 cm và chiều cao bằng 4 cm (Hình 4.28b). Cần dong bao nhiêu lần như vậy để đổ đầy hộp?



a)



b)

Hình 4.28

Người ta chứng minh được rằng:



Thể tích, kí hiệu là V , của hình chóp tam giác đều hoặc hình chóp tứ giác đều được tính theo công thức:

$$V = \frac{1}{3} S \cdot h$$

với S là diện tích đáy và h là chiều cao của hình chóp đó.

VÍ DỤ

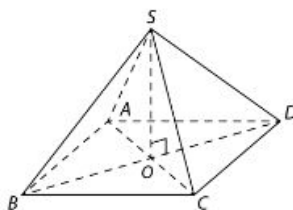
Tính thể tích của một hình chóp tam giác đều, biết diện tích đáy bằng 6 cm^2 và chiều cao của hình chóp bằng 5 cm .

Bài giải

Thể tích của hình chóp: $V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 5 = 10 \text{ (cm}^3\text{)}$.

LUYỆN TẬP 1

Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều trong Hình 4.29, biết $SO = 6 \text{ cm}$, $AB = 5 \text{ cm}$.



Hình 4.29

LUYỆN TẬP 2

Tính độ dài cạnh đáy của một hình chóp tứ giác đều, biết thể tích của hình chóp bằng $13,5 \text{ cm}^3$ và chiều cao của hình chóp bằng $4,5 \text{ cm}$.

VẬN DỤNG

Kim tự tháp Cheops ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2 500 năm trước Công nguyên.

- Kim tự tháp này có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 147 m , cạnh đáy dài 230 m . Hãy tính thể tích của nó.
- Hiện nay, kim tự tháp này vẫn có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao khoảng 138 m , còn độ dài cạnh đáy vẫn khoảng 230 m . Thể tích của kim tự tháp giảm bao nhiêu mét khối so với khi mới xây dựng?

(Nguồn: <https://www.wonders-of-the-world.net/Pyramids-of-Egypt/Dimensions-of-the-pyramids-of-Egypt.php>)



Hình 4.30

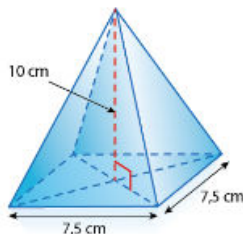
BÀI TẬP

- 4.11.** Tính diện tích đáy của một hình chóp tam giác đều có chiều cao bằng 7,5 cm và thể tích bằng $62,5 \text{ cm}^3$.
- 4.12.** Khu bảo tồn Muttart là một phần biểu tượng của cảnh quan thành phố Edmonton, Canada với bốn nhà kính hình dạng kim tự tháp. Mỗi toà nhà đều có từng chủ đề riêng. Hai nhà kính lớn đều có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 24 m và diện tích đáy mỗi nhà kính khoảng 660 m^2 (nguồn: <https://edmontonjournal.com/life/homes/landmarks-muttart-conservatorys-iconic-pyramids-house-botanical-treasures>). Tính tổng thể tích của hai nhà kính này.



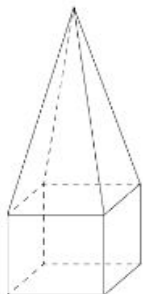
Hình 4.31

- 4.13.** Thả một cái chặn giấy không thấm nước hình chóp tứ giác đều như Hình 4.32 vào một chiếc bình đang chứa 750 ml nước. Hỏi nước có tràn ra khỏi bình không, biết rằng cái chặn giấy chìm hẳn xuống nước và dung tích của bình là 1 000 ml?



Hình 4.32

- 4.14.** Một khối bê tông có dạng như Hình 4.33. Phần dưới của khối bê tông có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông cạnh 30 cm và chiều cao 25 cm. Phần trên của khối bê tông có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao 60 cm. Tính thể tích của khối bê tông.



Hình 4.33

- 4.15.** Thể tích của hình chóp tam giác đều sẽ thay đổi như thế nào nếu:
- Độ dài cạnh đáy không đổi còn chiều cao tăng gấp ba lần?
 - Độ dài cạnh đáy tăng gấp hai lần còn chiều cao không đổi?

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

Mục tiêu: Gấp hộp quà hình kim tự tháp từ những nguyên vật liệu đơn giản.

Yêu cầu chuẩn bị:

- Giấy màu, nên chọn giấy cứng để hộp quà đẹp hơn;
- Dây len hay dây ruy-băng, bút chì, thước, kéo, dụng cụ bấm lỗ;
- Kẹo.

Tổ chức hoạt động:

HOẠT ĐỘNG

Chia lớp thành nhiều nhóm, mỗi nhóm gồm 4 bạn thực hiện các công việc vẽ, cắt dán và trang trí hộp quà theo yêu cầu.

Bước 1



Vẽ lên giấy màu hình khai triển của hộp quà hình kim tự tháp. Đường nét đứt dùng để tạo nếp gấp.

Bước 2



Dùng kéo cắt theo đường nét liền.

Bước 3



Gấp theo đường nét đứt.

Bước 4



Bỏ kẹo làm quà vào bên trong và gấp các cạnh lại.

Bước 5



Gấp các cạnh còn lại.

Bước 6



Buộc dây ruy-băng.

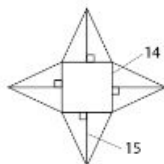
Lưu ý:

- Có thể trang trí thêm để hộp quà trông ấn tượng hơn.
- Có thể dùng dụng cụ bấm lỗ, bấm 4 lỗ tròn nhỏ trên 4 đỉnh của tam giác. Cắt đoạn dây len, luồn sợi dây vào 4 lỗ tròn, thắt nút cố định và thắt nơ trang trí.



ÔN TẬP CHƯƠNG 4

- 4.16.** Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều bằng 144 cm^2 . Tính độ dài đường cao của mặt bên kẻ từ đỉnh của hình chóp tam giác đều, biết cạnh đáy của nó dài 12 cm .



Hình 4.34

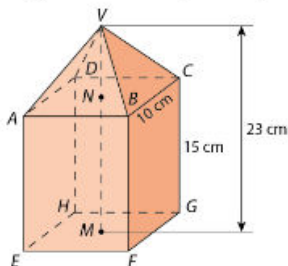
- 4.17.** Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều có hình khai triển như Hình 4.34.

- 4.18.** Kim tự tháp tại bảo tàng Louvre (Pháp) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao $21,6 \text{ m}$ và cạnh đáy dài 34 m (Hình 4.35). Hỏi thể tích của kim tự tháp bằng bao nhiêu mét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?
(Nguồn: <https://www.pariscityvision.com/en/paris/museums/louvre-museum/the-louvre-pyramid-history-architecture-legend>)

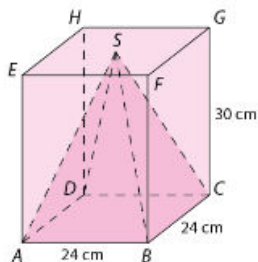


Hình 4.35

- 4.19.** Hình 4.36 là mô hình của một toà nhà có kết cấu gồm một hình chóp tứ giác đều và một hình hộp chữ nhật. Tính thể tích của mô hình đó.
- 4.20.** Từ một khối gỗ hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$, người ta cắt ra một hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ (Hình 4.37). Tính thể tích của khối gỗ còn lại.



Hình 4.36



Hình 4.37

BẢNG TRA CỨU THUẬT NGỮ

B

Bậc của đa thức	9
Bậc của đơn thức	3
Bình phương của một hiệu	19
Bình phương của một tổng	18

C

Cạnh bên của hình chóp	92
Cạnh bên của hình thang	67
Chiều cao của hình chóp	92
Cộng và trừ các đơn thức đồng dạng	5

D

Dấu hiệu nhận biết hình bình hành	65
Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật	73
Dấu hiệu nhận biết hình thang cân	69
Dấu hiệu nhận biết hình thoi	78
Dấu hiệu nhận biết hình vuông	82
Diện tích đáy của hình chóp	99
Diện tích xung quanh của hình chóp	96

Đ

Đa thức không	9
Đa thức nhiều biến	7
Đa thức thương	15
Đáy của hình thang	67
Điều kiện xác định của phân thức	35
Đỉnh của hình chóp	92
Định lý Pythagore	55
Định lý Pythagore đảo	57
Đơn thức đồng dạng	5
Đơn thức nhiều biến	2
Đơn thức thu gọn	3
Đơn thức thương	14
Đồng nhất thức (hằng đẳng thức)	17
Đường cao	92

G

Giá trị của đa thức	9
Giá trị của phân thức	35

H

Hai cạnh đối nhau của một tứ giác	60
Hai cạnh kề nhau của một tứ giác	60
Hai đỉnh đối nhau của một tứ giác	60
Hai đỉnh kề nhau của một tứ giác	60
Hai phân thức bằng nhau	34
Hạng tử của đa thức	7
Hằng đẳng thức (đồng nhất thức)	17
Hệ số của đơn thức thu gọn	3
Hiệu của hai phân thức	44
Hiệu hai bình phương	20
Hiệu hai lập phương	23
Hình bình hành	63
Hình chóp tam giác đều	92
Hình chóp tứ giác đều	94
Hình chữ nhật	71
Hình thang	67
Hình thang cân	67
Hình thoi	76
Hình vuông	81

L

Lập phương của một hiệu	22
Lập phương của một tổng	21

M

Mặt bên của hình chóp	92
Mặt đáy của hình chóp	92
Mẫu thức chung	39
Mẫu thức/Mẫu	33

N

Nhân hai đơn thức	4
Nhân tử chung	26
Nửa chu vi đáy của hình chóp	96

P

Phân biến của đơn thức thu gọn	3
Phân thức đại số/Phân thức	33
Phân thức đối	43
Phân thức nghịch đảo	48
Phân tích đa thức thành nhân tử	26

Q

Quy đồng mẫu thức	39
Quy tắc đổi dấu	37

R

Rút gọn phân thức	37
-------------------	----

T

Tam giác vuông	55
Thể tích của hình chóp	99
Thu gọn đa thức	8
Thương của hai phân thức	49
Tích của hai đa thức	12
Tích của hai đơn thức	4
Tích của hai phân thức	47
Tính chất cơ bản của phân thức	36
Tổng của hai phân thức	42
Tổng hai lập phương	23
Tổng và hiệu của hai đa thức	11
Tổng và hiệu của hai đơn thức	5
Tứ giác	59
Tứ giác lồi	60
Tử thức/Tử	33

BẢNG GIẢI THÍCH THUẬT NGỮ

Thuật ngữ	Giải thích
Bậc của đa thức	Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.
Bậc của đơn thức	Bậc của đơn thức có hệ số khác 0 là tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức đó.
Bình phương của một hiệu	Bình phương của một hiệu bằng bình phương biểu thức thứ nhất trừ hai lần tích biểu thức thứ nhất và biểu thức thứ hai, cộng bình phương biểu thức thứ hai.
Bình phương của một tổng	Bình phương của một tổng bằng bình phương biểu thức thứ nhất cộng hai lần tích biểu thức thứ nhất và biểu thức thứ hai, cộng bình phương biểu thức thứ hai.
Đa thức nhiều biến	Đa thức nhiều biến (còn gọi là đa thức) là một tổng của những đơn thức.
Định lí Pythagore	Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.
Định lí Pythagore đảo	Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì đó là tam giác vuông.
Đơn thức đồng dạng	Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến.
Đơn thức nhiều biến	Đơn thức nhiều biến (còn gọi tắt là đơn thức) là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.
Đơn thức thu gọn	Đơn thức thu gọn là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến, mà mỗi biến chỉ có mặt một lần dưới dạng một lũy thừa với số mũ nguyên dương.
Hai phân thức bằng nhau	Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ được gọi là bằng nhau, kí hiệu $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$, nếu $A \cdot D = B \cdot C$.
Hằng đẳng thức (đồng nhất thức)	Cho hai biểu thức đại số A và B có cùng các biến. Nếu giá trị của A và giá trị của B luôn bằng nhau tại mọi giá trị của các biến thì ta có một hằng đẳng thức $A = B$ (hay đồng nhất thức).
Hiệu hai bình phương	Hiệu hai bình phương bằng tích của tổng và hiệu hai biểu thức đó.

Hiệu hai lập phương	Hiệu hai lập phương bằng tích của hiệu hai biểu thức và bình phương thiếu của tổng hai biểu thức.
Hình bình hành	Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song.
Hình chữ nhật	Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.
Hình thang	Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song.
Hình thang cân	Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.
Hình thoi	Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.
Hình vuông	Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và có bốn cạnh bằng nhau.
Lập phương của một hiệu	Lập phương của một hiệu bằng lập phương biểu thức thứ nhất trừ ba lần tích bình phương biểu thức thứ nhất và biểu thức thứ hai, cộng ba lần tích biểu thức thứ nhất với bình phương biểu thức thứ hai, trừ lập phương biểu thức thứ hai.
Lập phương của một tổng	Lập phương của một tổng bằng lập phương biểu thức thứ nhất cộng ba lần tích bình phương biểu thức thứ nhất và biểu thức thứ hai, cộng ba lần tích biểu thức thứ nhất và bình phương biểu thức thứ hai, cộng lập phương biểu thức thứ hai.
Phân thức đại số/Phân thức	Phân thức đại số (còn gọi là phân thức) là biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, trong đó A, B là những đa thức và B khác đa thức 0.
Phân tích đa thức thành nhân tử	Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức.
Rút gọn phân thức	Rút gọn phân thức là chia cả tử và mẫu của phân thức này cho nhân tử chung của chúng để thu được phân thức đơn giản hơn.
Thu gọn đa thức	Thu gọn đa thức P là viết đa thức này thành đa thức Q sao cho trong đa thức Q không còn hai hạng tử nào đồng dạng.
Tổng hai lập phương	Tổng hai lập phương bằng tích của tổng hai biểu thức và bình phương thiếu của hiệu hai biểu thức.
Tứ giác	Tứ giác $ABCD$ là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD và DA , trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.
Tứ giác lồi	Tứ giác lồi là tứ giác mà đường thẳng chứa một cạnh bất kì không cắt cạnh không chung đầu mút với nó.

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC HUẾ

Số 07 đường Hà Nội, phường Vĩnh Ninh, thành phố Huế

Điện thoại: 0234.3834486

Email: nxbdhue@hue.uni.edu.vn - Website: <http://huph.hueuni.edu.vn>

TOÁN 8_TẬP 1

LÊ THỊ HOÀI CHÂU (Tổng chủ biên)

PHẠM THỊ THU THUYẾT (Chủ biên)

TRẦN TRÍ DŨNG, LÊ ĐẠI DƯƠNG

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc: TRẦN BÌNH TUYÊN

Chịu trách nhiệm nội dung:

Quyển Tổng biên tập: NGUYỄN CHÍ BẢO

Biên tập:

TRƯƠNG THỊ MỸ VÂN

Trình bày bìa, minh họa:

NGUYỄN ĐIỂM QUỲNH, TRẦN THẾ CHUƠNG

Trình bày sách, sửa bản in:

LẠI THỊ KIỀU VI, NGUYỄN ĐỖ MINH QUÂN

TRẦN NGỌC BẢO KIM, TRỊNH THÁI PHƯƠNG, ĐÀM HUỖNH PHƯƠNG THẢO

NGUYỄN ĐOAN TRANG, NGUYỄN VĂN VĨNH

NGUYỄN VŨ KHÁNH LINH, TRẦN THỊ THU NGUYỆT

Liên kết xuất bản:

Công ty TNHH Education Solutions Việt Nam

Tầng 1, Tòa nhà Vietphone Building

Số 64 Nguyễn Đình Chiểu, Phường Đa Kao, Quận 1, Tp.HCM

Bản quyền hình ảnh được lấy từ nguồn Shutterstock.
