



LÊ THỊ HOÀI CHÂU (Tổng chủ biên)
PHẠM THỊ THU THUYẾT (Chủ biên)
TRẦN TRÍ DŨNG, LÊ ĐẠI DƯƠNG

Toán 8

Tập 2



NHÀ XUẤT BẢN
ĐẠI HỌC HUẾ



DANH SÁCH HỘI ĐỒNG QUỐC GIA THẨM ĐỊNH SÁCH GIÁO KHOA

Môn Toán - Lớp 8

*(Kèm theo Quyết định số 2025/QĐ-BGDĐT ngày 21 tháng 07 năm 2022
của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo)*

Đoàn Quỳnh (Chủ tịch); Nguyễn Tiến Quang (Phó Chủ tịch); Phạm Đức Tài (Thư ký);
Vũ Thị Bình; Tạ Minh Hiếu; Nguyễn Thị Hợp; Bùi Thị Hạnh Lâm; Lê Thị Minh Ngọc;
Chu Thị Lan Phương; Vũ Đình Phương; Tạ Công Sơn



LÊ THỊ HOÀI CHÂU (Tổng chủ biên)
PHẠM THỊ THU THỦY (Chủ biên)
TRẦN TRÍ DŨNG, LÊ ĐẠI DƯƠNG

Toán

Tập 2



NHÀ XUẤT BẢN
ĐẠI HỌC HUẾ

 **DTP**
Education Solutions

LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh, quý thầy, cô giáo và phụ huynh thân mến!

Sách giáo khoa **Toán 8** thuộc bộ sách **Cùng khám phá** được biên soạn nhằm đáp ứng những yêu cầu đổi mới về dạy và học toán, đảm bảo kế thừa những yếu tố tích cực của các bộ sách giáo khoa Việt Nam thời kì trước đây, đồng thời khai thác có chọn lọc kinh nghiệm quốc tế về phát triển sách giáo khoa hiện đại.

Sách giáo khoa **Toán 8 – Cùng khám phá** đưa vào một hệ thống đa dạng các hoạt động trên lớp, các ví dụ, hình ảnh, các bài tập minh họa, từ đó giúp học sinh khám phá kiến thức, hiểu và có thể vận dụng được những khái niệm toán học từ cốt lõi đến nâng cao vào việc giải quyết một số vấn đề của Toán học hay thực tiễn. Bằng việc chọn lựa cách tiếp cận kiến thức toán học một cách hợp lí, sách giáo khoa **Toán 8 – Cùng khám phá** hướng đến việc tạo điều kiện thuận lợi cho học sinh tự học, cho giáo viên tổ chức các hoạt động dạy học, đánh giá, cho phụ huynh theo dõi, kiểm tra, từ đó từng bước hình thành ở học sinh phương pháp học tập tích cực.

Bên cạnh đó, nội dung trong sách được biên soạn với độ mở thích hợp, tích hợp nhiều kiến thức thực tiễn, chú trọng sự liên môn, góp phần phát triển năng lực toàn diện cho học sinh. Ngoài ra, nguồn tài liệu số của sách được biên soạn và luôn có sẵn trên nền tảng Eduhome.

Mong muốn lớn nhất của nhóm tác giả là bộ sách sẽ góp phần vào việc giúp học sinh liên kết các khái niệm toán học với nhau, phát triển năng lực tư duy toán học, năng lực giải quyết vấn đề, năng lực giao tiếp bằng ngôn ngữ toán học, kết nối được Toán học với các môn học khác và với thế giới thực. Hi vọng với bộ sách này, học sinh sẽ cảm thấy hứng thú, tích cực, chủ động hơn khi học Toán và sẽ có những trải nghiệm thú vị khi vận dụng Toán học vào cuộc sống.

Chúc các em khám phá được nhiều điều thú vị của thế giới Toán học, nhận ra được sự có mặt của nó khắp nơi trong cuộc sống quanh ta.

Em hãy giữ gìn sách cẩn thận để sử dụng được lâu dài nhé!

HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG SÁCH

1. Mở đầu chương	Giới thiệu chương thông qua việc thiết lập sự liên hệ giữa chủ đề của chương với thực tiễn. Mục tiêu học tập cũng được nêu rõ trong mục này.
2. Các bài học: Mỗi bài học thường được thiết kế với các phần:	
	Khởi động Thường là một câu hỏi hay một tình huống tạo động cơ học tập, từ đó nhận ra ứng dụng của kiến thức sẽ nghiên cứu trong bài.
HOẠT ĐỘNG	Hoạt động Thông qua trải nghiệm, khám phá, học sinh tham gia vào việc xây dựng kiến thức mới, nhận ra ứng dụng của nó trong những ngữ cảnh cụ thể.
	Kiến thức trọng tâm Được đặt trong khung màu với biểu tượng bóng đèn, trình bày những nội dung chủ chốt của bài học.
VÍ DỤ	Ví dụ Là những minh họa cho kiến thức mới và ứng dụng của nó, đồng thời luyện cho học sinh cách lập luận, diễn đạt rõ ràng, chính xác một ý tưởng bằng ngôn ngữ toán học.
LUYỆN TẬP VẬN DỤNG	Luyện tập – Vận dụng Tạo cơ hội cho học sinh sử dụng kiến thức vừa học vào việc giải quyết những vấn đề cụ thể của toán học hoặc của thực tiễn.
BÀI TẬP	Bài tập Gồm một hệ thống bài tập từ đơn giản - áp dụng trực tiếp các khái niệm toán học vừa được nghiên cứu, đến những bài đòi hỏi việc vận dụng kiến thức toán học ở mức độ cao hơn về lập luận, kĩ năng. Nhiều vấn đề thực tiễn được đưa vào, giúp học sinh nhận ra ý nghĩa của kiến thức vừa học.
3. Ôn tập chương	Qua hệ thống bài tập ôn tập, học sinh có thể kiểm tra lại hiểu biết của mình về các khái niệm và ý tưởng quan trọng được nghiên cứu trong chương, kết nối chúng với nhau trong việc giải quyết những vấn đề đa dạng.

Bên cạnh đó, trong các bài còn có thêm một số đề mục bổ trợ sau đây:

Ghi chú/Lưu ý	Em có biết
Ghi chú/Lưu ý: Nhấn mạnh hoặc mở rộng kiến thức, chú thích những thông tin quan trọng liên quan đến các khái niệm cốt lõi.	?? EM CÓ BIẾT Giới thiệu một số yếu tố thú vị về ứng dụng của toán học hay lịch sử toán học.

Mục lục

Phần ĐẠI SỐ

Chương 5 HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT

Bài 1	Mặt phẳng tọa độ	2
Bài 2	Hàm số và đồ thị của hàm số	6
Bài 3	Hàm số bậc nhất và đồ thị	12
Bài 4	Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$). Đường thẳng song song và đường thẳng cắt nhau	17
Bài 5	Phương trình bậc nhất một ẩn và cách giải	22
	Hoạt động thực hành và trải nghiệm	31
	Ôn tập chương	34

Phần HÌNH HỌC PHẪNG

Chương 6 ĐỊNH LÝ THALES TRONG TAM GIÁC. HÌNH ĐỒNG DẠNG

Bài 1	Định lý Thales	37
Bài 2	Đường trung bình của tam giác	43
Bài 3	Tính chất đường phân giác trong của tam giác	46
Bài 4	Tam giác đồng dạng	48
Bài 5	Trường hợp đồng dạng cạnh-cạnh-cạnh	53
Bài 6	Trường hợp đồng dạng cạnh-góc-cạnh	56
Bài 7	Trường hợp đồng dạng góc-góc	59
Bài 8	Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông	62
Bài 9	Hình đồng dạng	66
	Hoạt động thực hành và trải nghiệm	73
	Ôn tập chương	77

Phần THỐNG KÊ & XÁC SUẤT

Chương 7 MỘT SỐ YẾU TỐ VỀ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

Bài 1	Thu thập và tổ chức dữ liệu	80
Bài 2	Lựa chọn biểu đồ tranh, bảng thống kê trong biểu diễn và phân tích dữ liệu	84
Bài 3	Lựa chọn biểu đồ trong biểu diễn và phân tích dữ liệu	89
Bài 4	Xác suất của biến cố ngẫu nhiên	96
Bài 5	Quan hệ giữa xác suất và xác suất thực nghiệm	100
	Hoạt động thực hành và trải nghiệm	106
	Ôn tập chương	113

Bảng tra cứu thuật ngữ	117
------------------------	-----

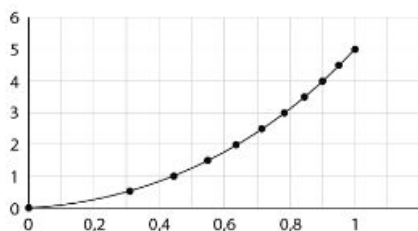
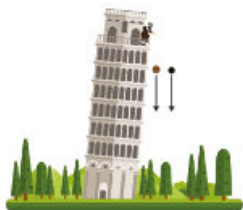
Bảng giải thích thuật ngữ	118
---------------------------	-----

Phần **ĐẠI SỐ**

Chương

5

Hàm số và đồ thị. Phương trình bậc nhất



Thời gian (s)	0	0,32	0,45	0,55	0,63	0,71	0,78	0,84	0,9	0,95	1
Khoảng cách (m)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5

Trong cuộc sống, ta thường gặp những đại lượng thay đổi và phụ thuộc lẫn nhau. Làm thế nào để mô tả sự phụ thuộc lẫn nhau giữa hai đại lượng hay xác định giá trị của đại lượng này từ giá trị của đại lượng kia?

Cùng tìm hiểu

- ▶ Những mô hình thực tế dẫn đến khái niệm hàm số;
- ▶ Cách giải quyết một số vấn đề đơn giản liên quan đến hàm số và đồ thị của nó;
- ▶ Các cách biểu diễn hàm số bậc nhất;
- ▶ Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và ứng dụng của nó;
- ▶ Cách giải các phương trình bậc nhất và vận dụng vào một số bài toán thực tiễn.

Bài 1

MẶT PHẪNG TOẠ ĐỘ

Từ khoá: mặt phẳng toạ độ, toạ độ của một điểm.



Ta đã biết rằng mỗi địa điểm trên bản đồ địa lí được xác định bởi toạ độ địa lí – là cặp hai số chỉ kinh độ và vĩ độ của địa điểm đó. Khi ghi toạ độ địa lí của một địa điểm, người ta ghi vĩ độ trước và kinh độ sau.

Chẳng hạn, ta viết: Toạ độ địa lí của Côn Đảo là: $\begin{cases} 8^{\circ}36'B \\ 106^{\circ}36'E. \end{cases}$

Vậy trong toán học, để xác định vị trí của một điểm trên mặt phẳng, người ta làm thế nào?

HOẠT ĐỘNG

Bàn cờ vua có 8 cột (a, b, c, d, e, f, g, h) và 8 hàng (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8). Trong Hình 5.1, trên bàn cờ của ván đang chơi còn một quân mã.

- Xác định vị trí của quân mã trên bàn cờ.
Giải thích cách xác định vị trí đó.
- Xác định các vị trí quân mã này có thể di chuyển đến sau một nước đi từ ô đang đứng, biết rằng theo quy tắc chơi, quân mã được đi theo đường chéo của hình chữ nhật có kích thước 2×3 ô.

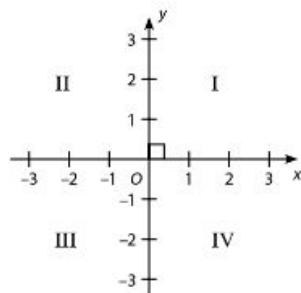


Hình 5.1

Ở Hoạt động trên, ta đã dùng hai yếu tố hàng ngang và cột dọc để xác định vị trí của quân mã. Ý tưởng này cũng hiện diện trong toán học khi người ta muốn xác định vị trí của một điểm trên mặt phẳng. Nó được thể hiện qua các khái niệm mặt phẳng toạ độ và toạ độ của một điểm trên mặt phẳng toạ độ.

Mặt phẳng toạ độ

Trong mặt phẳng, ta vẽ hai trục số Ox, Oy vuông góc với nhau tại gốc O của mỗi trục. Khi đó, ta có hệ trục toạ độ Oxy (Hình 5.2).



Hình 5.2



Các trục Ox và Oy gọi là các trục tọa độ. Ox gọi là trục hoành, Oy gọi là trục tung. Giao điểm O biểu diễn số 0 trên cả hai trục gọi là gốc tọa độ. Mặt phẳng có hệ trục tọa độ Oxy gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy .

Lưu ý:

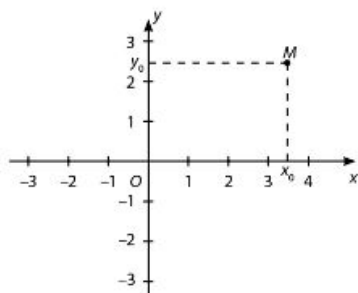
- Ta thường vẽ Ox nằm ngang, Oy thẳng đứng.
- Hai trục tọa độ chia mặt phẳng thành bốn góc. Ta quy ước gọi đó là các góc phần tư thứ I, II, III, IV theo thứ tự ngược chiều kim đồng hồ như Hình 5.2.
- Thông thường, các đơn vị dài trên hai trục tọa độ được chọn bằng nhau (nếu không nói gì thêm).

Toạ độ của một điểm trên mặt phẳng tọa độ

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho một điểm M bất kì. Từ M , vẽ hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai trục tọa độ. Giả sử các đường vuông góc này cắt trục hoành tại điểm x_0 và trục tung tại điểm y_0 (Hình 5.3).

Ta thấy: Theo cách này, với mỗi điểm M , ta xác định được một cặp số $(x_0; y_0)$. Ngược lại, khi cho trước cặp số $(x_0; y_0)$, ta luôn xác định được một điểm M .

Như vậy, với mặt phẳng tọa độ Oxy , ta có thể xác định vị trí của mỗi điểm M thông qua một cặp số $(x_0; y_0)$.



Hình 5.3



Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , mỗi điểm M được xác định bởi cặp số $(x_0; y_0)$ và ngược lại.

Cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là tọa độ của điểm M . Số x_0 gọi là hoành độ và số y_0 gọi là tung độ của điểm M . Nếu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm M thì ta viết là $M(x_0; y_0)$.

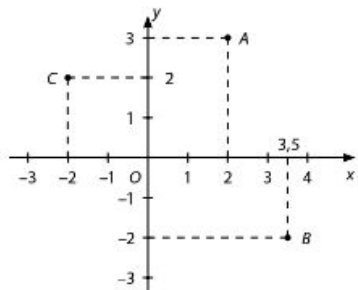
VÍ DỤ

Xác định tọa độ của các điểm cho trong mặt phẳng tọa độ ở Hình 5.4.

Bài giải

Quan sát Hình 5.4. Xét điểm A , ta thấy các đường thẳng vuông góc kẻ từ A lần lượt cắt trục hoành và trục tung tại các điểm $x_0 = 2$ và $y_0 = 3$. Vậy $A(2; 3)$.

Tương tự, ta có tọa độ các điểm B , C là: $B(3,5; -2)$, $C(-2; 2)$.

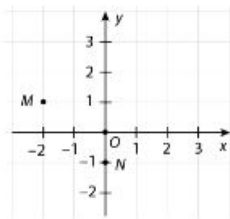


Hình 5.4

LUYỆN TẬP 1

Cho Hình 5.5.

- Xác định tọa độ các điểm O, M, N .
- Xác định tọa độ điểm P tùy ý thuộc Ox , tọa độ điểm Q tùy ý thuộc Oy .



Hình 5.5

Lưu ý: Mọi điểm thuộc trục hoành có tung độ bằng 0. Mọi điểm thuộc trục tung có hoành độ bằng 0.

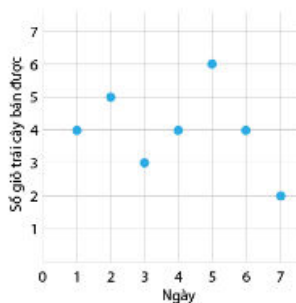
LUYỆN TẬP 2

Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu vị trí của các điểm $P(1; 3)$, $Q(3; 1)$, $R(-2; 2)$. Mỗi điểm này thuộc góc phần tư nào của mặt phẳng tọa độ?

VẬN DỤNG

Hình 5.6 biểu diễn số giờ trái cây bán được trong tuần đầu khai trương của một cửa hàng.

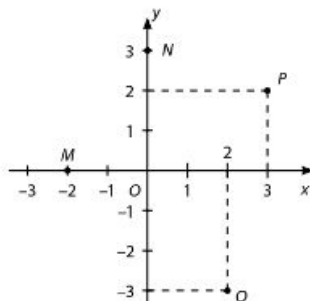
- Trong ngày đầu khai trương, cửa hàng bán được bao nhiêu giờ trái cây?
- Cửa hàng bán được nhiều giờ trái cây nhất vào ngày thứ mấy trong tuần đầu khai trương và bán được bao nhiêu giờ?



Hình 5.6

BÀI TẬP

5.1. Viết tọa độ của các điểm M, N, P, Q trong Hình 5.7.



Hình 5.7

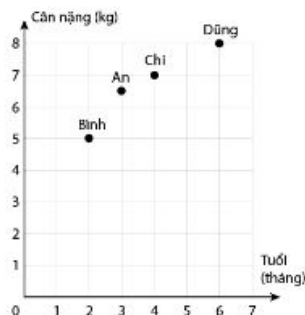
- 5.2. Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm $A(-3; 2)$, $B(2; 2)$, $C(2; -1)$, $D(-3; -1)$. Tứ giác $ABCD$ là hình gì?
- 5.3. Bảng 5.1 cho biết quãng đường y (m) mà một người đi bộ trong công viên đi được sau khoảng thời gian x (giây).

Bảng 5.1

x	2	4	6	8
y	3	6	9	12

Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm có tọa độ là các cặp giá trị $(x; y)$ trong Bảng 5.1. Có nhận xét gì về các điểm vừa đánh dấu?

- 5.4. Cân nặng và tuổi của bốn trẻ nhỏ An, Bình, Chi, Dũng được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ như Hình 5.8.
- Xác định cân nặng của An và Dũng.
 - Bình và Chi ai nhiều tháng tuổi hơn?



Hình 5.8

EM CÓ BIẾT

René Descartes (1596 – 1650) là triết gia, nhà vật lý học, nhà toán học người Pháp, được xem là người phát minh ra mặt phẳng tọa độ. Tương truyền rằng: Một lần, khi quan sát những con ruồi đậu trên trần nhà, ông nảy ra ý tưởng xác định vị trí của mỗi con ruồi dựa vào khoảng cách từ nó tới các bức tường. Ý tưởng này được ông trình bày trong tác phẩm "Phương pháp luận" vào năm 1637 và mở ra một hướng nghiên cứu mới trong toán học, đó là sự kết hợp giữa Hình học và Đại số.

(Nguồn: https://www.storyofmathematics.com/17th_descartes.html/ và <https://wild.maths.org/ren%C3%A9-descartes-and-fly-ceiling>)



Bài 2

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Từ khoá: hàm số, đồ thị của hàm số.



Khi bệnh nhân bị thương và không thể đứng thẳng để đo chiều cao, nhân viên y tế chỉ cần đo chiều dài xương chày (tính từ đầu gối đến mắt cá chân) của bệnh nhân và phỏng đoán được chiều cao của họ. Các nhân viên y tế đã dựa vào đâu để phỏng đoán?

1 HÀM SỐ

Trong toán học cũng như trong thực tiễn, ta thường gặp những đại lượng thay đổi, phụ thuộc vào một (hay nhiều) đại lượng khác.

HOẠT ĐỘNG 1

Nhiệt độ T ($^{\circ}\text{C}$) tại các thời điểm t (giờ) trong ngày 16/10/2022 tại Thành phố Hồ Chí Minh (nguồn: <https://www.nchmf.gov.vn/kttv/>) được cho trong Bảng 5.2:

Bảng 5.2

t (giờ)	1	4	7	10	13	16	19	22
T ($^{\circ}\text{C}$)	24	22	23	28	31	32	28	26

- Hãy cho biết nhiệt độ tại Thành phố Hồ Chí Minh lúc 7 giờ, 10 giờ, 16 giờ ngày 16/10/2022.
- Với mỗi giá trị của t có bao nhiêu giá trị tương ứng của T ?

HOẠT ĐỘNG 2

Viết công thức tính diện tích y (cm^2) của hình vuông có độ dài cạnh bằng x (cm). Ứng với mỗi giá trị của x , tìm được bao nhiêu giá trị tương ứng của y ?

HOẠT ĐỘNG 3

Trong hộp đồ chơi lắp ráp có năm mảnh hình chữ nhật khác nhau. Diện tích S (cm^2) và chiều rộng r (cm) của các mảnh hình chữ nhật được thống kê trong Bảng 5.3.

Bảng 5.3

S (cm^2)	3	6	9	6	12
r (cm)	1	2	2,5	1,5	3

- Tìm chiều rộng của hình chữ nhật có diện tích $S = 3$ (cm^2).
- Tìm chiều rộng của hình chữ nhật có diện tích $S = 6$ (cm^2).
- Quan hệ giữa S và r có thoả mãn điều kiện "cứ mỗi giá trị của S có đúng một giá trị của r " không?

Nhận xét:

Trong Hoạt động 1, nhiệt độ T phụ thuộc vào sự thay đổi của thời gian t . Với mỗi giá trị của t ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của T .

Ta nói T là hàm số của t .

Tương tự, trong Hoạt động 2, ta nói y là hàm số của x .

Trong Hoạt động 3, với $S = 6$ ta xác định được hai giá trị tương ứng của r . Ta nói r không là hàm số của S .

Định nghĩa



Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là *hàm số* của x và x được gọi là *biến số*.

Lưu ý:

- Khi x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị không đổi thì y được gọi là *hàm hằng*.
- Khi y là hàm số của x , ta có thể viết $y = f(x)$, $y = g(x)$,... Chẳng hạn, với hàm số $y = 2x + 1$, ta có thể viết $y = f(x) = 2x + 1$. Khi đó, thay cho câu "khi x bằng 5, giá trị tương ứng của y bằng 11" (hay câu "khi x bằng 5 thì y bằng 11"), ta viết $f(5) = 11$.

VÍ DỤ 1

- a) Một vật chuyển động đều với tốc độ $v = 60$ (km/h). Thời gian t (h) để vật đi quãng đường S (km) phụ thuộc vào S theo công thức $t = \frac{S}{60}$. Đại lượng t có phải là hàm số của đại lượng S không?
- b) Hiện nay, bạn Nam 12 tuổi còn mẹ Nam 40 tuổi. Gọi y là hiệu số tuổi của hai mẹ con Nam sau x năm. Tìm số thích hợp cho dòng thứ hai của Bảng 5.4.

Bảng 5.4

x (năm)	1	2	3	4	5	6	7	8
y (tuổi)	?	?	?	?	?	?	?	?

Đại lượng y có là hàm số của đại lượng x không?

Bài giải

- a) Ta có $t = \frac{S}{60}$. Với mỗi giá trị của S , ta xác định được chỉ một giá trị tương ứng của t nên t là hàm số của S .
- b)

Bảng 5.5

x (năm)	1	2	3	4	5	6	7	8
y (tuổi)	28	28	28	28	28	28	28	28

Trong trường hợp này ta có y là hàm hằng.

VÍ DỤ 2

Cho hàm số $y = f(x) = 5x - 2$. Tính $f(-3)$, $f\left(\frac{3}{5}\right)$, $f(2)$.

Bài giải

Ta có: $f(-3) = 5 \cdot (-3) - 2 = -17$;

$$f\left(\frac{3}{5}\right) = 5 \cdot \frac{3}{5} - 2 = 1;$$

$$f(2) = 5 \cdot 2 - 2 = 8.$$

LUYỆN TẬP 1

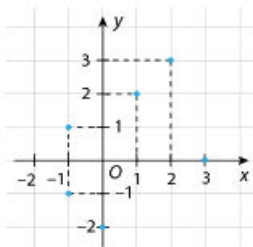
Quan hệ giữa hai đại lượng x, y được biểu diễn bởi sáu điểm cho trên mặt phẳng tọa độ ở Hình 5.9.

- a) Tìm số thích hợp cho ô trống trong Bảng 5.6, với $(x; y)$ là tọa độ của các điểm đã cho.

Bảng 5.6

x	?	?	?	?	?	?
y	?	?	?	?	?	?

- b) Đại lượng y có là hàm số của đại lượng x không?



Hình 5.9

VẬN DỤNG 1

Số tiền y (nghìn đồng) khách hàng phải thanh toán khi đi chuyển quãng đường x (km) bằng taxi của hãng A cho bởi công thức $y = f(x) = 13x + 10$.

- a) Đại lượng y có là hàm số của đại lượng x không?
b) Tính $f(5)$. Giá trị này cho biết điều gì?

2 ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

HOẠT ĐỘNG 4

Hàm số $y = f(x)$ được cho bởi Bảng 5.7.

- a) Viết tập hợp các cặp giá trị tương ứng của x và y .
b) Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm có tọa độ là các cặp số trên.

Bảng 5.7

x	-2	0	1	2
y	8	9	9,5	10

Người ta gọi tập hợp các điểm biểu diễn các cặp số như Hoạt động 4 là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Như vậy:



Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên một mặt phẳng tọa độ là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; f(x))$ trên mặt phẳng đó.

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ biểu diễn mối quan hệ giữa y và x một cách trực quan.

VÍ DỤ 3

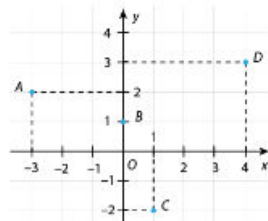
Cho hàm số $y = f(x)$ được xác định qua *Bảng 5.8*.
Vẽ đồ thị của hàm số.

Bảng 5.8

x	-3	0	1	4
y	2	1	-2	3

Bài giải

Trước hết ta vẽ hệ trục tọa độ Oxy . Trên mặt phẳng tọa độ, vẽ các điểm $A(-3; 2)$, $B(0; 1)$, $C(1; -2)$, $D(4; 3)$. Đồ thị của hàm số đã cho gồm bốn điểm A, B, C, D như trong *Hình 5.10*.

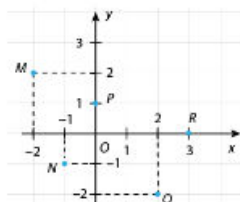


Hình 5.10

LUYỆN TẬP 2

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị gồm năm điểm M, N, P, Q, R như *Hình 5.11*.

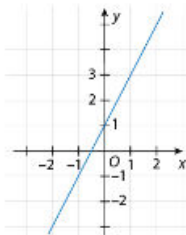
- Tìm $f(-2)$, $f(2)$.
- Lập bảng giá trị của hàm số đã cho.



Hình 5.11

VÍ DỤ 4

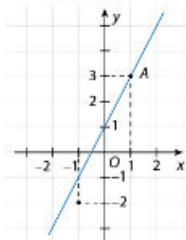
Hình 5.12 cho biết đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Tìm trên đồ thị của hàm số điểm có hoành độ bằng 1. Đồ thị của hàm số có đi qua điểm $(-1; -2)$ không?



Hình 5.12

Bài giải

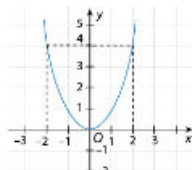
Từ điểm có tọa độ $(1; 0)$ kẻ đường thẳng vuông góc với trục hoành. Đường thẳng này cắt đồ thị tại điểm A . Từ điểm A kẻ đường thẳng vuông góc với trục tung. Đường thẳng này cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0; 3)$. Điểm $A(1; 3)$ là điểm cần tìm. Đánh dấu điểm $(-1; -2)$ trên mặt phẳng tọa độ. Điểm $(-1; -2)$ không thuộc đồ thị.



Hình 5.13

LUYỆN TẬP 3

Hình 5.14 cho biết đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Tìm trên đồ thị của hàm số những điểm có tung độ bằng 4. Điểm (1; 3) có thuộc đồ thị hàm số không?

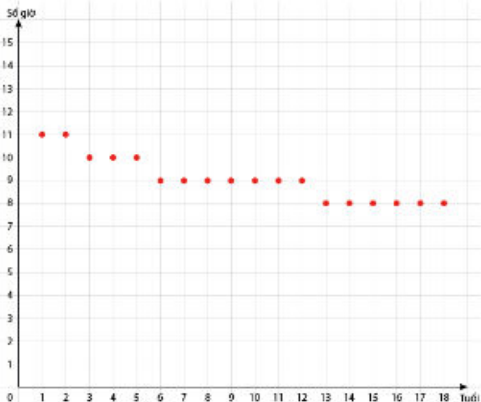


Hình 5.14

VẬN DỤNG 2

Thời gian ngủ tối thiểu cần thiết hằng ngày h (giờ) của mỗi người là một hàm số phụ thuộc vào độ tuổi t (năm) (nguồn: https://www.cdc.gov/sleep/about_sleep/how_much_sleep.html). Hình 5.15 là đồ thị của hàm số đó.

Hãy cho biết trẻ em 6 tuổi, 12 tuổi, 14 tuổi được khuyến nghị ngủ tối thiểu bao nhiêu giờ mỗi ngày.



Hình 5.15

VẬN DỤNG 3

Ở nam giới trưởng thành, chiều cao H (cm) liên hệ với chiều dài xương chày t (cm) theo công thức $H(t) = 2,4t + 78,7$, trong khi ở nữ giới trưởng thành công thức là $H(t) = 2,4t + 74,8$. Tính chiều cao của một người đàn ông và một người phụ nữ, biết chiều dài xương chày của họ lần lượt là 37,5 cm và 36 cm.

(Nguồn: <https://royalsocietypublishing.org/doi/epdf/10.1098/rsta.1899.0004>)

Lưu ý: Hàm số có thể được biểu diễn bằng bảng (như trong Ví dụ 1), bằng công thức (như trong Ví dụ 2), bằng đồ thị (như trong Ví dụ 4),...

BÀI TẬP

5.5. Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không nếu các bảng giá trị tương ứng của chúng được cho như bên dưới? Giải thích vì sao.

a)

Bảng 5.9

x	-2	-1	1	$\frac{3}{2}$	2	3
y	-5	-6	2	0	$\frac{5}{4}$	7

b)

Bảng 5.10

x	-5	-4	-2	-4	5
y	10	-8	1	8	2

Bảng 5.11

x	-3	-1	0	2	3
$y = f(x) = 3x - 2$	?	?	?	?	?

5.6. Cho hàm số $y = f(x) = 3x - 2$.

a) Tính $f(-2)$, $f(1)$, $f(\frac{1}{2})$.

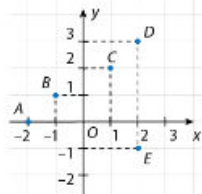
b) Tìm các giá trị của hàm số tương ứng với mỗi giá trị của biến số trong Bảng 5.11.

5.7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị gồm năm điểm A, B, C, D, E như Hình 5.16. Xác định tọa độ các điểm này.

5.8. Công thức $s(t) = 5t^2$ biểu thị quãng đường di chuyển s (m) của một vật được thả từ độ cao 125 (m) so với mặt đất sau t (giây) tính từ khi thả.

a) Tính quãng đường đi được của vật sau 2 giây; 3,5 giây.

b) Sau 3 giây, vật cách mặt đất bao nhiêu mét?



Hình 5.16

5.9. Thông thường, chiều dài khuôn mặt y (cm) của một người (tính từ cằm đến đường chân tóc) gấp ba lần chiều dài tai x (cm) của người đó (nguồn: <https://www.artfactory.com/portraits/pencil-portraits/proportions-of-a-head.html>).

a) Viết công thức của hàm số $y = f(x)$ biểu diễn quan hệ trên.

b) Tìm các giá trị tương ứng của hàm số trong Bảng 5.12.

Bảng 5.12

x	4	4,5	5	5,5	6
$f(x)$	?	?	?	?	?

c) Viết tập hợp các cặp giá trị tương ứng của x và y trong Bảng 5.12.

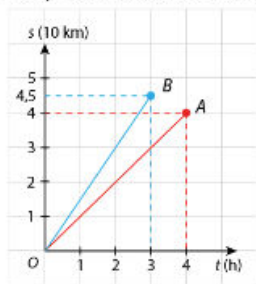
d) Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy . Vẽ một phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ với các điểm thu được từ bảng ở câu b.

5.10. Bình và An cùng đi xe đạp xuất phát từ cùng một địa điểm với tốc độ không đổi. Trong Hình 5.17, đoạn thẳng OA là đồ thị quãng đường – thời gian của An và đoạn thẳng OB là đồ thị quãng đường – thời gian của Bình. Mỗi đơn vị trên trục Ot biểu thị 1 giờ, mỗi đơn vị trên trục Os biểu thị 10 km. Dựa vào đồ thị, hãy cho biết:

a) Thời gian đi xe đạp của mỗi bạn;

b) Quãng đường đi được của mỗi bạn sau 2 giờ;

c) Tốc độ (km/h) của mỗi bạn.



Hình 5.17

EM CÓ BIẾT

Cỗ máy hàm số

Ta có thể hình dung hàm số như một cỗ máy sản xuất với x là nguyên liệu đầu vào và y là sản phẩm đầu ra.

Chẳng hạn, khi vận hành một máy đóng gói sữa đậu nành, người ta cho sữa vào máy, cứ 1 lít sữa được đóng thành 5 gói. Nếu cho vào máy x lít thì số gói y đóng được sẽ là $y = 5x$. Đây là một hàm số của x .



Hình 5.18

Bài 3

HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ ĐỒ THỊ

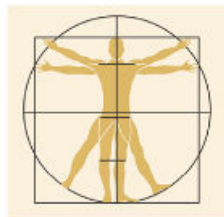
Từ khóa: hàm số bậc nhất, đồ thị của hàm số bậc nhất.



Các tác phẩm của danh họa Leonardo da Vinci không chỉ đặc sắc bởi tính nghệ thuật mà còn mang nhiều vẻ đẹp toán học. Khi vẽ người, ông quan tâm đến tỉ lệ chính xác của cơ thể nhằm tăng tính chân thực cho bức tranh. Ông đã vẽ bức tranh "Vitruvian Man" thể hiện ý tưởng về tỉ lệ hoàn mỹ của cơ thể người (Hình 5.19).

Trong bức tranh này, chiều cao của một người bằng tám lần chiều cao của đầu người đó (khoảng cách từ cằm đến đỉnh đầu). Đã từ lâu, đây là một quy chuẩn trong hội họa và sau này được nghiên cứu, phát triển ứng dụng trong kiến trúc (nguồn: <https://mythuatms.com/hoc-ve-hinh-hoa-ty-le-nguoi-toan-than-d1387.html>).

Từ bức tranh này, có thể biểu diễn mối quan hệ giữa chiều dài sải tay và chiều cao của một người như thế nào?

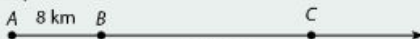


Hình 5.19

1 HÀM SỐ BẬC NHẤT

HOẠT ĐỘNG 1

Quãng đường AB dài 8 km. Một xe máy đi từ B về hướng C với tốc độ không đổi 40 km/h (Hình 5.20).



Hình 5.20

- Hãy cho biết quãng đường xe máy đi được sau x giờ. Gọi y (km) là khoảng cách giữa xe máy và địa điểm A sau x giờ. Hãy biểu diễn y theo x .
- Theo em, y có phải là hàm số của x không? Vì sao?

Hàm số ở Hoạt động 1 được gọi là hàm số bậc nhất. Tổng quát, khái niệm hàm số bậc nhất được định nghĩa như sau:



Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$, trong đó a, b là các số cho trước và $a \neq 0$.

VÍ DỤ 1

Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số bậc nhất? Trong trường hợp là hàm số bậc nhất, hãy xác định các hệ số a, b của hàm số.

- a) $y = 3 - \frac{1}{2}x$; b) $y = -x$; c) $y = 3(x - 1) + 2$; d) $y = x^2 - 3$.

Bài giải

- a) $y = 3 - \frac{1}{2}x$ là hàm số bậc nhất với $a = -\frac{1}{2}$, $b = 3$.
b) $y = -x$ là hàm số bậc nhất với $a = -1$, $b = 0$.
c) $y = 3(x - 1) + 2$
 $y = 3x - 3 + 2$
 $y = 3x - 1$ là hàm số bậc nhất với $a = 3$, $b = -1$.
d) $y = x^2 - 3$ không phải là hàm số bậc nhất.

VÍ DỤ 2

Cho hàm số $y = 5 - 3x$. Tìm các giá trị tương ứng của hàm số trong Bảng 5.13.

Bảng 5.13

x	-3	$-\frac{2}{3}$	0	2	7
y	?	?	?	?	?

Bài giải

Bảng 5.14

x	-3	$-\frac{2}{3}$	0	2	7
y	14	7	5	-1	-16

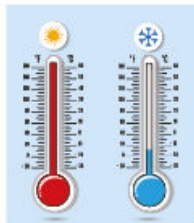
LUYỆN TẬP 1

Cho hàm số $y = mx + m - 1$ (biến x). Với giá trị nào của m thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất?

VẬN DỤNG 1

Để đổi nhiệt độ từ độ C (Celsius) sang độ F (Fahrenheit), người ta có công thức: $F = 1,8C + 32$.

- a) F có là hàm số bậc nhất theo C không?
b) Nhiệt độ phòng là 25°C thì tương ứng bao nhiêu độ F?
c) Trong điều kiện thường, nước sôi ở bao nhiêu độ F?
d) Viết công thức tính C theo F . C có phải là hàm số bậc nhất của F không?



Hình 5.21

VẬN DỤNG 2

Nhịp tim tối đa của một người là số nhịp tim cao nhất trong một phút của người đó khi tập thể dục mà vẫn đảm bảo sự an toàn cho tim mạch. Theo Hiệp hội Tim mạch Hoa Kỳ AHA, nhịp tim tối đa H của một người bình thường phụ thuộc vào độ tuổi a của người đó theo công thức $H = 220 - a$ (nguồn: <https://www.cdc.gov/physicalactivity/basics/measuring/hearttrate.htm>).

- a) H có là hàm số bậc nhất của a không?
b) Dựa theo công thức trên, tính nhịp tim tối đa của một người bình thường nếu người đó 30 tuổi; 40 tuổi; 50 tuổi.

2 ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

Ta đã biết đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; y)$ trên mặt phẳng tọa độ.

Trong trường hợp biến số x có thể nhận vô số giá trị thì ta không thể liệt kê hết được các cặp số $(x; y)$. Khi đó ta làm thế nào để vẽ đồ thị hàm số? Xét một trường hợp cụ thể trong hoạt động sau:

HOẠT ĐỘNG 2

Cho hàm số $y = 3x$.

- a) Tìm các giá trị tương ứng của hàm số trong Bảng 5.15.

Bảng 5.15

x	-1	0	1	2
$y = 3x$	?	?	?	?

- b) Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm biểu diễn các cặp giá trị $(x; y)$ tương ứng trong Bảng 5.15.
- c) Vẽ đường thẳng đi qua hai trong bốn điểm trên. Dùng thước thẳng kiểm tra xem đường thẳng này có đi qua hai điểm còn lại hay không.
- d) Lấy thêm một cặp số $(x; y)$, với x chọn tùy ý khác bốn giá trị ở trên. Đánh dấu điểm biểu diễn cặp số đó lên mặt phẳng tọa độ Oxy . Dùng thước thẳng kiểm tra xem điểm vừa đánh dấu có thuộc đường thẳng đã vẽ ở câu c không.

Biến số x trong hàm số $y = 3x$ có thể nhận vô số giá trị nên ta không thể liệt kê hết các điểm thuộc đồ thị hàm số. Tuy nhiên, trong Hoạt động 2 ta đã thử vẽ một số điểm thuộc đồ thị của hàm số và thấy các điểm đó thẳng hàng.

Người ta đã chứng minh được rằng: Đồ thị của hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ.

Lưu ý: Đồ thị hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$) luôn đi qua gốc tọa độ nên khi vẽ đồ thị này, ta chỉ cần xác định thêm một điểm khác O .

VÍ DỤ 3

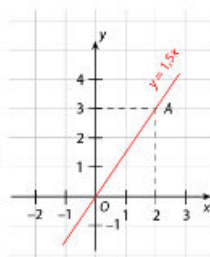
Vẽ đồ thị của hàm số $y = 1,5x$.

Bài giải

Vẽ hệ trục tọa độ Oxy .

Cho $x = 2$, ta được $y = 3$. Suy ra đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(2; 3)$.

Đồ thị của hàm số đã cho là đường thẳng OA (Hình 5.22).

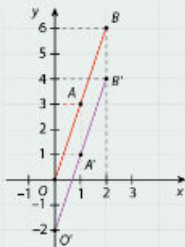


Hình 5.22

HOẠT ĐỘNG 3

Hình 5.23 biểu diễn các điểm $O(0; 0)$, $A(1; 3)$, $B(2; 6)$ và $O'(0; -2)$, $A'(1; 1)$, $B'(2; 4)$ trên mặt phẳng tọa độ.

- Nhận xét về sự song song giữa OA và $O'A'$; AB và $A'B'$.
- Đồ thị hàm số $y = 3x$ có đi qua các điểm O, A, B không?
- Đồ thị hàm số $y = 3x - 2$ có đi qua các điểm O', A', B' không?



Hình 5.23

Với bất kì hoành độ x nào thì tung độ y của điểm thuộc đồ thị hàm số $y = 3x - 2$ cũng nhỏ hơn 2 đơn vị so với tung độ y tương ứng của điểm thuộc đồ thị hàm số $y = 3x$. Đồ thị của hàm số $y = 3x$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$ và điểm $A(1; 3)$. Từ đó ta thấy rằng đồ thị hàm số $y = 3x - 2$ là một đường thẳng song song với đường thẳng $y = 3x$.

Người ta đã chứng minh được rằng:



Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng song song với đường thẳng $y = ax$ khi $b \neq 0$.

Lưu ý: Để vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$), ta chỉ cần xác định hai điểm phân biệt thuộc đồ thị rồi vẽ đường thẳng đi qua hai điểm đó.

VÍ DỤ 4

Vẽ đồ thị của hàm số $y = 2x + 3$.

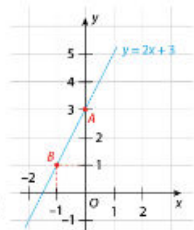
Bài giải

Vẽ hệ trục tọa độ Oxy .

Cho $x = 0$, ta được $y = 3$.

Cho $x = -1$, ta được $y = 1$.

Đồ thị của hàm số $y = 2x + 3$ là đường thẳng đi qua hai điểm $A(0; 3)$ và $B(-1; 1)$ (Hình 5.24).



Hình 5.24

Lưu ý:

- Khi vẽ đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$), người ta thường vẽ đường thẳng đi qua hai điểm $M(0; b)$ thuộc trục tung Oy và điểm $N(-\frac{b}{a}; 0)$ thuộc trục hoành Ox .
- Khi $b = 0$ thì $y = ax$ và đồ thị của hàm số là đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$.
- Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) còn được gọi là đường thẳng $y = ax + b$.

LUYỆN TẬP 2

Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

a) $y = 3x + 1$;

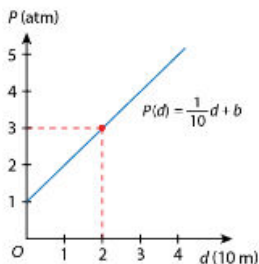
b) $y = -2x + 3$.

VẬN DỤNG 3

Hãy trả lời câu hỏi trong phần Khởi động.

BÀI TẬP

- 5.11.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất? Trong trường hợp là hàm số bậc nhất, hãy xác định các hệ số a, b .
- a) $y = x + 3$; b) $y = 2,5 - x$; c) $y = 3 - (1,5 - 2x)$; d) $y = \frac{12}{x}$.
- 5.12.** Cho hàm số bậc nhất $y = -2x + b$. Tìm b , biết rằng $y = 1,5$ khi $x = 2$.
- 5.13.** Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy đồ thị của các hàm số $y = -2x$ và $y = x + 1$.
- 5.14.** Cuộc điện thoại cố định hàng tháng y (đồng) chưa tính thuế mà khách hàng của công ty viễn thông C phải trả khi chỉ gọi nội hạt x phút trong tháng đó được cho bởi công thức $y = f(x) = 200x + b$, trong đó, b (đồng) là cước thuê bao hàng tháng. Cho $f(0) = 22\,000$.
- a) Tìm hệ số b .
- b) Tháng trước, nhà Tâm gọi nội hạt 40 phút thì số tiền phải trả nếu tính thêm 8% thuế là bao nhiêu?
- 5.15.** Để ước tính nhiệt độ sôi T ($^{\circ}\text{C}$) tại nơi có độ cao h (m) so với mực nước biển, ta có thể dùng công thức $T = 100 - \frac{1}{300}h$ (nguồn: <https://www.fsis.usda.gov/food-safety/safe-food-handling-and-preparation/food-safety-basics/high-altitude-cooking>). Hãy ước tính nhiệt độ sôi tại các địa điểm sau:
- a) Thành phố La Paz (Bolivia) có độ cao 3 869 m so với mực nước biển;
- b) Thành phố Bogota (Colombia) có độ cao 2 601 m so với mực nước biển; (Nguồn: <https://www.worldatlas.com/cities/world-s-10-highest-cities.html>)
- c) Thành phố Đà Lạt có độ cao 1 500 m so với mực nước biển. (Nguồn: <https://dalat-info.gov.vn/vi/Post/Detail?postId=971&categoryId=1>)
- 5.16.** Biết rằng đồ thị của hàm số $y = 2x + b$ đi qua điểm $M(0; 5)$. Tìm b và vẽ đồ thị của hàm số với giá trị b vừa tìm được.
- 5.17.** Áp suất của nước P (atm) tác động lên người thợ lặn ở độ sâu d (m) là một hàm số bậc nhất $P(d) = \frac{1}{10}d + b$ có đồ thị như Hình 5.25 (nguồn: <https://www.pmel.noaa.gov/eoi/nemo1998/education/pressure.html>). Mỗi đơn vị trên trục OP biểu thị 1 atm, mỗi đơn vị trên trục Od biểu thị 10 m.
- a) Tính áp suất ở bề mặt đại dương.
- b) Tìm hệ số b .
- c) Tính áp suất của nước lên người thợ lặn ở độ sâu 26 m.



Hình 5.25

Bài 4

HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG $y = ax + b$ ($a \neq 0$). ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU

Từ khoá: hệ số góc của đường thẳng, đường thẳng song song, đường thẳng cắt nhau.

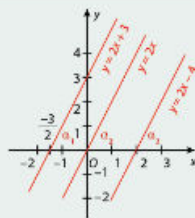


Áp suất khí quyển p (đơn vị: mmHg – milimét thuỷ ngân) ở độ cao h (đơn vị: m) so với mực nước biển được tính theo công thức: $p = 760 - \frac{1}{12}h$ với $h < 9\,120$ (nguồn: <https://www.fsis.usda.gov/food-safety/safe-food-handling-and-preparation/food-safety-basics/high-altitude-cooking>). Cứ lên cao 1 m thì áp suất khí quyển thay đổi như thế nào?

1 HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

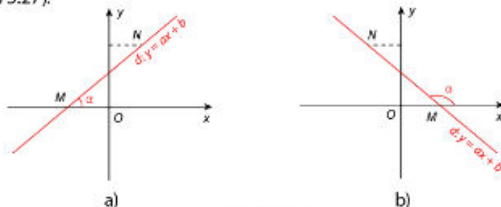
HOẠT ĐỘNG 1

Hình 5.26 biểu diễn đồ thị của các hàm số bậc nhất $y = 2x + 3$, $y = 2x$ và $y = 2x - 4$. So sánh hệ số a của các hàm số trên. So sánh các góc $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$.



Hình 5.26

Cho đường thẳng $d: y = ax + b$ ($a \neq 0$). Gọi M là giao điểm của đường thẳng d và trục hoành. Gọi N là một điểm thuộc d có tung độ dương. Ta gọi $\widehat{xMN} = \alpha$ là góc tạo bởi đường thẳng d và trục Ox (Hình 5.27).



Hình 5.27

Từ Hoạt động 1, ta thấy rằng các đường thẳng có cùng hệ số a ($a \neq 0$) tạo với trục Ox các góc bằng nhau.

HOẠT ĐỘNG 2

a) Hình 5.28a biểu diễn đồ thị của các hàm số bậc nhất với hệ số $a > 0$:

$$y = \frac{1}{2}x + 1; \quad y = x + 1; \quad y = 2x + 1.$$

So sánh các góc $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ và so sánh các hệ số a tương ứng của các hàm số trên rồi rút ra nhận xét.

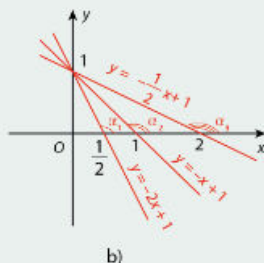
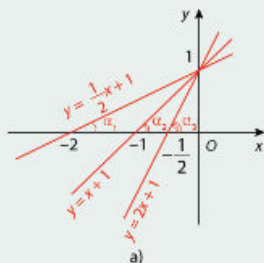
b) Hình 5.28b biểu diễn đồ thị của các hàm số bậc nhất với hệ số $a < 0$:

$$y = -2x + 1;$$

$$y = -x + 1;$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 1.$$

So sánh các góc $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ và so sánh các hệ số a tương ứng của các hàm số trên rồi rút ra nhận xét.



Hình 5.28

Một cách tổng quát:

- Khi $a > 0$ thì góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và trục Ox là góc nhọn. Hệ số a càng lớn thì góc α càng lớn.
- Khi $a < 0$ thì góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và trục Ox là góc tù. Hệ số a càng lớn thì góc α càng lớn.

Từ đó, ta có định nghĩa sau:



Hệ số a được gọi là **hệ số góc** của đường thẳng $y = ax + b$ (hay là hệ số góc của đồ thị hàm số $y = ax + b$) ($a \neq 0$).

VÍ DỤ 1

Xác định hệ số góc của các đường thẳng sau:

- a) $y = 2x + 5$; b) $y = -x$; c) $y = \frac{8-5x}{2}$; d) $y = 4 - 3(x-1)$.

Bài giải

a) Đường thẳng $y = 2x + 5$ có hệ số góc bằng 2.

b) Đường thẳng $y = -x$ có hệ số góc bằng -1.

$$c) y = \frac{8-5x}{2}$$

$$y = 4 - \frac{5}{2}x.$$

Đường thẳng đã cho có hệ số góc bằng $-\frac{5}{2}$.

$$d) y = 4 - 3(x-1)$$

$$y = 4 - 3x + 3$$

$$y = -3x + 7.$$

Đường thẳng đã cho có hệ số góc bằng -3.

VÍ DỤ 2

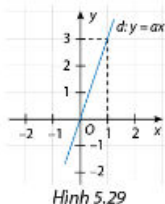
Cho hàm số bậc nhất $y = ax + 2$. Xác định hệ số góc a , biết rằng đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(1;3)$.

Bài giải

Đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(1;3)$ nên $a \cdot 1 + 2 = 3$, suy ra $a = 1$. Vậy hệ số góc của đồ thị hàm số đã cho là $a = 1$.

LUYỆN TẬP 1

Cho hàm số bậc nhất $y = ax$ có đồ thị là đường thẳng d như Hình 5.29. Tìm hệ số góc a .



VẬN DỤNG 1

Bạn Trọng tham gia cuộc thi trực tuyến "Tinh hoa Việt Nam" về những nét đặc sắc trong văn hoá nước ta. Khi mới tạo tài khoản dự thi, Trọng sẽ được tặng 50 điểm tích lũy. Mỗi khi trả lời đúng một câu hỏi, số điểm tích lũy T của Trọng được tăng thêm 5 điểm. Nếu trả lời sai câu hỏi thì không bị trừ điểm.

- Tìm công thức biểu diễn hàm số T theo số câu hỏi n mà Trọng trả lời đúng.
- Tìm số điểm tích lũy của Trọng, biết rằng Trọng đã trả lời đúng 18 câu hỏi.

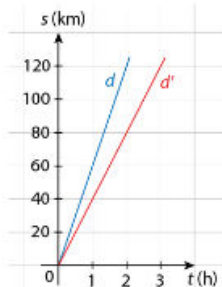
VẬN DỤNG 2

Trong Hình 5.30, các đường thẳng d và d' lần lượt chứa đồ thị quãng đường – thời gian của hai ô tô A và B chuyển động đều.

- Tìm các số thích hợp cho ô trống trong Bảng 5.16.
- Xác định hệ số góc của mỗi đường thẳng.
- Tính tốc độ của mỗi xe. Em có nhận xét gì về tốc độ của mỗi xe và hệ số góc của đồ thị quãng đường – thời gian tương ứng?

Bảng 5.16

Thời gian di chuyển (h)	1	2
Quãng đường ô tô A đi được (km)	?	?
Quãng đường ô tô B đi được (km)	?	?



Hình 5.30

2 ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

HOẠT ĐỘNG 3

- Vẽ đồ thị hai hàm số $y = 3x - 2$ và $y = 3x + 1$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Giải thích vì sao hai đường thẳng $y = 3x - 2$ và $y = 3x + 1$ song song với nhau.

Người ta chứng minh được rằng:



Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) song song với nhau khi $a = a'$, $b \neq b'$ và ngược lại.



Hình 5.31

VÍ DỤ 3

Chỉ ra các cặp đường thẳng song song với nhau trong các đường thẳng sau:

$$d_1: y = 2x - 1; \quad d_2: y = -2x + 3; \quad d_3: y = 2x; \quad d_4: y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right).$$

Bài giải

Các hệ số của bốn đường thẳng đã cho là:

$$y = 2x - 1 \text{ có } a_1 = 2, b_1 = -1;$$

$$y = -2x + 3 \text{ có } a_2 = -2, b_2 = 3;$$

$$y = 2x \text{ có } a_3 = 2, b_3 = 0;$$

$$y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right) \text{ hay } y = -2x + 1 \text{ có } a_4 = -2, b_4 = 1.$$

Áp dụng điều kiện để hai đường thẳng song song, ta suy ra có hai cặp đường thẳng song song với nhau: $y = 2x - 1$ và $y = 2x$; $y = -2x + 3$ và $y = -2x + 1$.

LUYỆN TẬP 2

Cho hàm số $y = ax + 2$. Xác định hệ số a , biết đồ thị của hàm số đã cho song song với đường thẳng $y = -3x$.

3 ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU

HOẠT ĐỘNG 4

Cho hai đường thẳng $y = 2x - 1$ và $y = x + 1$.

- Hai đường thẳng này có song song với nhau không? Từ đó kết luận về số giao điểm của chúng.
- Vẽ hai đường thẳng đó trên cùng một hệ trục tọa độ và tìm tọa độ giao điểm (nếu có).

Khi $a = a'$ thì hai đường thẳng phân biệt $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) song song với nhau và ngược lại. Do đó, khi $a \neq a'$ thì hai đường thẳng đó cắt nhau và ngược lại.

Ta có kết luận sau:



Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) cắt nhau khi $a \neq a'$ và ngược lại.

VÍ DỤ 4

Tìm các cặp đường thẳng song song, cắt nhau trong các đường thẳng sau:

$$y = \sqrt{3}x - 1; \quad y = 2x - 3; \quad y = 2x + 1.$$

Bài giải

Xác định các hệ số góc của mỗi đường thẳng:

Đường thẳng $y = \sqrt{3}x - 1$ có hệ số góc là $a_1 = \sqrt{3}$;

Đường thẳng $y = 2x - 3$ có hệ số góc là $a_2 = 2$;

Đường thẳng $y = 2x + 1$ có hệ số góc là $a_3 = 2$.

Áp dụng điều kiện để hai đường thẳng song song hoặc cắt nhau, ta suy ra:

- Hai đường thẳng song song với nhau là $y = 2x - 3$ và $y = 2x + 1$.
- Hai cặp đường thẳng cắt nhau là: $y = \sqrt{3}x - 1$ và $y = 2x - 3$; $y = \sqrt{3}x - 1$ và $y = 2x + 1$.

LUYỆN TẬP 3

Cho hai hàm số bậc nhất $y = mx - 3$ và $y = 5x + n$. Tìm giá trị của m và n để đồ thị của hai hàm số đã cho là:

- a) Hai đường thẳng song song;
- b) Hai đường thẳng cắt nhau.

VẬN DỤNG 3

Một bè gỗ trôi theo dòng nước trên một khúc sông từ bến A đến bến B với tốc độ 4 km/h. Xuất phát cùng lúc với bè gỗ, một thuyền ngược dòng từ B về A với tốc độ 8 km/h. Hai bến sông A, B cách nhau 12 km.

- a) Viết hàm số biểu thị quãng đường bè gỗ đi được sau x giờ.
- b) Viết hàm số biểu thị quãng đường thuyền còn phải đi để đến A sau x giờ.
- c) Vẽ đồ thị của hai hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ. Từ đồ thị, hãy cho biết sau bao lâu kể từ khi cùng xuất phát thì bè gỗ và thuyền gặp nhau.

BÀI TẬP

5.18. Xác định hệ số góc của các đường thẳng sau:

- a) $y = \sqrt{3}x - 1$; b) $y = \frac{5-2x}{3}$; c) $y = 2,5(x-2) - 0,5x$.

5.19. Tìm hệ số góc của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và điểm $A(-1; 3)$.

5.20. Theo định luật Dolbear, số tiếng kêu y trong một phút của một con đế và nhiệt độ môi trường x (tính theo độ F, thang đo Fahrenheit) liên hệ với nhau theo hàm số $y = ax - 160$ (nguồn: <https://www.thoughtco.com/how-to-use-crickets-to-calculate-temperature-1968372>).

- a) Xác định số a trong công thức của định luật Dolbear, biết rằng khi nhiệt độ môi trường tăng lên 1°F thì con đế kêu thêm 4 tiếng trong một phút.
- b) Khi nhiệt độ môi trường là 70°F , theo định luật Dolbear, số tiếng kêu trong một phút của con đế là bao nhiêu?

5.21. Các cặp đường thẳng sau song song hay cắt nhau? Giải thích vì sao.

- a) $d: y = 3x + 5$ và $d': y = 3x - 2$; b) $d: y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{2}$ và $d': y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$.

5.22. Cho hàm số $y = ax - 3$. Xác định hệ số a , biết rằng đồ thị của hàm số đã cho song song với đường thẳng $y = 1 - x$.

Bài 5

PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN VÀ CÁCH GIẢI

Từ khóa: phương trình, nghiệm của phương trình, phương trình bậc nhất một ẩn.



Một chiếc tàu ngầm đang ở độ sâu 600 m. Tàu ngầm bắt đầu nổi lên theo phương thẳng đứng với tốc độ 4 m/s. Hàm số $f(x) = 600 - 4x$ cho biết độ sâu của tàu ngầm sau x phút kể từ khi nổi lên. Sau bao lâu tàu ngầm nổi lên trên mặt biển?

$$600 - 4x = 0$$

$$x = ?$$

Giải bài toán này như thế nào?



1 MỞ ĐẦU VỀ PHƯƠNG TRÌNH

HOẠT ĐỘNG 1

Trong Hình 5.32, mỗi quả cân có khối lượng x kg. Viết hệ thức liên hệ giữa khối lượng đồ vật trên hai đĩa cân khi cân thăng bằng.



Hình 5.32

Khối lượng mỗi quả cân sẽ được tìm qua việc tìm x sao cho $3x + 4 = 2x + 5$ (1).
Ta gọi (1) là một phương trình với ẩn số x (hay ẩn x).

Phương trình



Cho $A(x)$, $B(x)$ là hai biểu thức của biến x . Khi cần tìm x sao cho $A(x) = B(x)$ thì ta nói $A(x) = B(x)$ là một *phương trình* với ẩn x , $A(x)$ là vế trái, $B(x)$ là vế phải của phương trình.

VÍ DỤ 1

Cho ví dụ về:

- Phương trình với ẩn x ;
- Phương trình với ẩn t .

Bài giải

- $2x - 1 = 7 - 3x$ là một phương trình với ẩn x .
- $4(t^2 + 3) = 5 - (2t - 1)$ là một phương trình với ẩn t .

Nghiệm của phương trình và giải phương trình

Khi $x = 1$, ta thấy hai vế của phương trình $3x + 4 = 2x + 5$ (1) nhận cùng một giá trị. Ta nói rằng số 1 thoả mãn (hay nghiệm đúng) phương trình (1) và gọi 1 (hay $x = 1$) là một *nghiệm* của phương trình (1).

Giải một phương trình là tìm tất cả các nghiệm của phương trình đó.

Một phương trình có thể có một nghiệm, hai nghiệm, ... nhưng cũng có thể không có nghiệm nào hoặc có vô số nghiệm. Phương trình không có nghiệm nào được gọi là *phương trình vô nghiệm*.

VÍ DỤ 2

Chứng minh:

- a) $x = 3$ là nghiệm của phương trình $2(x - 1) = 1 + x$;
- b) $x = 5$ và $x = -5$ là các nghiệm của phương trình $25 - x^2 = 0$;
- c) $x = \frac{1}{2}$ không phải là nghiệm của phương trình $4x - 1 = 0$.

Bài giải

- a) Lần lượt thay $x = 3$ vào vế trái và vế phải của phương trình $2(x - 1) = 1 + x$, ta có:
Vế trái: $2(3 - 1) = 4$.
Vế phải: $1 + 3 = 4$.
Như vậy, khi $x = 3$ thì hai vế của phương trình $2(x - 1) = 1 + x$ nhận cùng giá trị 4.
Vậy $x = 3$ là nghiệm của phương trình.
- b) Tương tự: $25 - 5^2 = 0$ và $25 - (-5)^2 = 0$ nên $x = 5$ và $x = -5$ là các nghiệm của phương trình $25 - x^2 = 0$.
- c) Vì $4 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 1 \neq 0$ nên $x = \frac{1}{2}$ không phải là nghiệm của phương trình $4x - 1 = 0$.

LUYỆN TẬP 1

Xét xem $x = -2$ là nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau:

- a) $2x - 7 = 5x - 1$;
- b) $x(x - 2) = 6 - 2x$.

2 PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

HOẠT ĐỘNG 2

Phương trình nào sau đây có vế trái là đa thức một biến với bậc 1?

$$2x + 5 = 0;$$

$$\frac{t}{t-1} + \frac{3}{t} = 0;$$

$$3x^2 - x + 5 = 0;$$

$$-\frac{1}{3}y + 4 = 0;$$

$$0,5 - y = 0;$$

$$t - 0,25 = 0.$$



Phương trình dạng $ax + b = 0$ với a, b là hai số đã cho và $a \neq 0$, được gọi là *phương trình bậc nhất một ẩn* (ẩn số là x).

VÍ DỤ 3

Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

- a) $5x - 3 = 0$; b) $\frac{4}{3} - 2t = 0$; c) $3x^2 + 6 = 0$; d) $y = 0$.

Bài giải

Các phương trình $5x - 3 = 0$; $\frac{4}{3} - 2t = 0$; $y = 0$ là các phương trình bậc nhất một ẩn.

LUYỆN TẬP 2

Hãy chỉ ra các phương trình bậc nhất một ẩn trong các phương trình sau:

$$1,6 - x = 0; \quad t^2 - 3t + 1 = 0; \quad \frac{2}{5}t + 4 = 0; \quad y + \frac{2}{y} = 0.$$

3 CÁCH GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

HOẠT ĐỘNG 3

Hai bạn Hiếu và Nghĩa chơi trò đoán số. Quy tắc chơi:

- Người đi trước nghĩ trong đầu mình một số, nhân số đó với 2 rồi cộng thêm 3, sau đó thông báo kết quả cho đối phương.
- Nếu đoán đúng số người đi trước nói 3 lần liên tiếp thì người đi trước thua và phải nhường lượt chơi cho người tiếp theo.

Hiếu cho số 23 và Nghĩa đoán đúng số Hiếu nghĩ là 10.

Hiếu cho số 75 và Nghĩa đoán đúng số Hiếu nghĩ là 36.

Hiếu cho số 2 525 và Nghĩa đoán đúng số Hiếu nghĩ là 1 261.

Hiếu rất ngạc nhiên. Theo em, Nghĩa đã làm thế nào để luôn luôn đoán đúng số Hiếu nghĩ?

Trong Hoạt động 3, nếu gọi số Hiếu nghĩ trong đầu là x và cho kết quả là 2 525 thì ta có:

$$2x + 3 = 2\,525$$

Nghĩa lấy 2 525 trừ đi 3:

$$2x = 2\,525 - 3$$

$$2x = 2\,522$$

Rồi Nghĩa lấy kết quả chia cho 2:

$$x = 2\,522 : 2$$

$$x = 1\,261.$$

Các bước Nghĩa thực hiện ở trên được gọi là quá trình giải phương trình $2x + 3 = 2\,525$.

Tổng quát, phương trình $ax + b = 0$ ($a \neq 0$) được giải như sau:



$$ax + b = 0$$

$$ax = -b \quad (\text{Chuyển } b \text{ sang vế phải và đổi dấu})$$

$$x = -\frac{b}{a} \quad (\text{Chia cả hai vế cho } a)$$

Phương trình bậc nhất $ax + b = 0$ luôn có một nghiệm duy nhất $x = -\frac{b}{a}$.

VÍ DỤ 4

Giải phương trình: $5 - 4x = 0$.

Bài giải

$$5 - 4x = 0$$

$$-4x = -5$$

$$x = \frac{-5}{-4}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

Phương trình có một nghiệm duy nhất $x = \frac{5}{4}$.

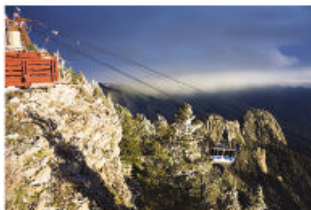
LUYỆN TẬP 3

Giải phương trình: $-0,2y + 3,6 = 0$.

VẬN DỤNG 1

Sandia Peak Tramway là hệ thống cáp treo nhịp đơn dài thứ hai thế giới với chiều dài khoảng 4 300 m, kéo dài từ bờ đông bắc của thành phố Albuquerque, tiểu bang New Mexico, Mỹ đến đỉnh núi Sandia (nguồn: <https://sandiapeak.com/tram-faqs/>). Một cabin rời trạm để đến đỉnh núi Sandia với tốc độ trung bình 360 m/phút. Gọi y (m) là khoảng cách từ cabin đến đỉnh núi Sandia sau khi cabin rời trạm x phút.

- Viết công thức biểu diễn y theo x .
- Sau bao lâu kể từ khi rời trạm thì cabin lên đến đỉnh núi Sandia?



Hình 5.33

4 MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH ĐƯA ĐƯỢC VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

HOẠT ĐỘNG 4

Khi giải phương trình $3x + 1 = x + 5$, ta có thể liên tưởng đến những đĩa cân thăng bằng:

Đĩa cân	Phương trình
	$3x + 1 = x + 5$
 Lấy ra cùng một lượng x từ hai đĩa cân, cân vẫn thăng bằng.	$3x + 1 - x = x + 5 - x$ $2x + 1 = 5$ Làm mất x ở vế phải.
 Lấy ra cùng một lượng 1 từ hai đĩa cân, cân vẫn thăng bằng.	$2x + 1 - 1 = 5 - 1$ $2x = 4$ Làm mất 1 ở vế trái.
 Lấy mỗi bên đĩa cân đi một nửa khối lượng, cân vẫn thăng bằng.	$x = 2$ Chia cả hai vế cho 2.

VÍ DỤ 5

Giải phương trình: $2(x + 5) = 3x - (4 - x)$.

Bài giải

$$2(x + 5) = 3x - (4 - x)$$

$$2x + 10 = 3x - 4 + x$$

(Thực hiện phép tính để bỏ dấu ngoặc)

$$2x + 10 = 4x - 4$$

$$2x - 4x = -4 - 10$$

(Dùng quy tắc chuyển vế)

$$-2x = -14$$

$$x = 7.$$

(Chia hai vế cho -2)

Phương trình có nghiệm $x = 7$.

LUYỆN TẬP 4

Giải các phương trình sau:

a) $3x - (1 - 2x) = 4\left(\frac{5}{2} + x\right)$;

b) $x(x + 3) = 5x + 1 - (2x - x^2)$.

VÍ DỤ 6

Giải phương trình: $\frac{5x + 1}{6} + 2x = \frac{10 - x}{3}$.

Bài giải

$$\frac{5x + 1 + 6 \cdot 2x}{6} = \frac{2(10 - x)}{6}$$

(Quy đồng mẫu hai vế)

$$5x + 1 + 12x = 20 - 2x$$

(Nhân cả hai vế với 6)

$$17x + 1 = 20 - 2x$$

$$17x + 2x = 20 - 1$$

(Dùng quy tắc chuyển vế)

$$19x = 19$$

$$x = 1.$$

(Chia hai vế cho 19)

Phương trình có nghiệm $x = 1$.

LUYỆN TẬP 5

Giải các phương trình sau:

a) $\frac{5x - 2}{4} - \frac{17}{3} = \frac{3x - 5}{3} - 2x$;

b) $\frac{x - 1}{2} + 0,3x = \frac{4x - 3}{5} + 0,1$.

Lưu ý: Quá trình giải các phương trình có thể dẫn đến trường hợp đặc biệt là hệ số của ẩn bằng 0. Khi đó, phương trình có thể vô nghiệm hoặc nghiệm đúng với mọi x .

HOẠT ĐỘNG 5

Hiện nay, tuổi của bố gấp 3 lần tuổi của Huy. Huy thấy rằng 13 năm nữa thì tuổi bố gấp 2 lần tuổi mình.

- Gọi số tuổi của Huy hiện nay là x tuổi (x là số nguyên dương). Hãy biểu diễn số tuổi hiện nay của bố theo x .
- Hãy biểu diễn số tuổi bố và tuổi Huy sau 13 năm nữa theo x . Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa tuổi bố và tuổi Huy sau 13 năm nữa.
- Hỏi năm nay Huy bao nhiêu tuổi?

Trong Hoạt động 5, ta đã kí hiệu x là số tuổi của Huy hiện nay và biểu diễn các đại lượng khác theo x để lập một phương trình bậc nhất một ẩn, từ đó giải quyết được bài toán. Ta có thể vận dụng phương trình bậc nhất một ẩn để giải quyết nhiều vấn đề thực tiễn theo các bước sau:

Bước 1 Lập phương trình:

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện cho ẩn số;
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết;
- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2 Giải phương trình.

Bước 3 Kiểm tra xem nghiệm có thoả mãn điều kiện của ẩn hay không rồi kết luận.

VÍ DỤ 7

Một bình chứa 160 g dung dịch có 40 g muối. Hỏi phải pha thêm bao nhiêu gam nước vào dung dịch đó để được một dung dịch chứa 20% muối?

Bài giải

Gọi khối lượng nước cần thêm vào dung dịch là x (g) ($x > 0$).

Khối lượng dung dịch sau khi thêm x gam nước là: $x + 160$ (g).

Khối lượng muối trong dung dịch sau khi thêm nước là: $20\% (x + 160) = 0,2x + 32$ (g).

Do khối lượng muối trong dung dịch không đổi nên ta có phương trình:

$$0,2x + 32 = 40$$

$$0,2x = 40 - 32$$

$$0,2x = 8$$

$$x = 8 : 0,2$$

$$x = 40 \text{ (thoả mãn điều kiện).}$$

Vậy cần thêm 40 g nước vào dung dịch đó để được một dung dịch chứa 20% muối.

VẬN DỤNG 2

Theo báo cáo tổng kết năm học 2020 – 2021 của lớp 8A: Số học sinh giỏi học kì I và học kì II lần lượt chiếm tỉ lệ 30% và 40% số học sinh cả lớp; học kì II có nhiều hơn 4 học sinh giỏi so với học kì I. Hỏi lớp 8A có bao nhiêu học sinh, biết sĩ số lớp không đổi trong suốt năm học này?

VẬN DỤNG 3

Một xe máy khởi hành từ Hà Nội đi Hải Phòng. Cùng lúc đó, trên tuyến đường này, một ô tô xuất phát từ Hải Phòng đi Hà Nội với tốc độ lớn hơn tốc độ của xe máy 20 km/h. Hai xe gặp nhau sau khi mỗi xe đã đi được 1 giờ 12 phút. Tìm tốc độ xe máy, biết quãng đường Hà Nội – Hải Phòng dài 120 km.

BÀI TẬP

5.23. Chỉ ra phương trình ở cột A có các nghiệm tương ứng nào ở cột B.

Bảng 5.17

A	B
1) $3x + 1 = 0$	a) -5
2) $25 - x^2 = 0$	b) 0
3) $5x + 2 = 3x + 12$	c) 1
4) $x^2 = x$	d) 5
	e) $-\frac{1}{3}$

5.24. Hãy chỉ ra các phương trình bậc nhất trong các phương trình sau:

$$x - x^2 = 0; \quad 1,5 - 5x = 0; \quad 0x + 4 = 0; \quad \frac{2}{7}y - 1 = 0; \quad 2t = 0.$$

5.25. Giải các phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 5x - 35 = 0; & \text{b) } 3y + y + 16 = 0; \\ \text{c) } 2x - 5 = 9; & \text{d) } 8 - 3t - t = 1. \end{array}$$

5.26. Cho hàm số bậc nhất $y = ax - 2a + 1$. Xác định hệ số góc của đồ thị của hàm số, biết rằng khi $x = -2$ thì $y = 5$.

5.27. Giải các phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 7 + 2x = 42 - 3x; & \text{b) } 0,5(10x - 20) - 5 = 3(2x - 7); \\ \text{c) } \frac{2x+1}{12} + \frac{x-2}{4} = \frac{x+11}{6}; & \text{d) } \frac{x+2}{3} - 2(x-1) = \frac{2-5x}{6} - \frac{3x}{4}. \end{array}$$

5.28. a) Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2 - 5x$ và trục hoành.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng: $y = 3x - 2$ và $y = x - 1$.

5.29. Hình chữ nhật và tam giác trong Hình 5.34 có cùng chu vi. Tính diện tích mỗi hình.



Hình 5.34

5.30. Dung dịch A chứa 40% muối X và dung dịch B chứa 20% muối X. Cần trộn bao nhiêu gam dung dịch mỗi loại để được 500 gam dung dịch C có 25% muối X? Biết rằng các dung dịch A, B và C chỉ chứa một loại muối X.

5.31. Ông Hai gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 6,8%/năm. Sau một năm, ông Hai thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) là 160,2 triệu đồng. Hỏi ông Hai đã gửi tiết kiệm bao nhiêu triệu đồng? Biết rằng trong khoảng thời gian một năm này, lãi suất không thay đổi và ông Hai không rút tiền ra.

5.32. Một người đi xe máy từ A đến B với tốc độ 50 km/h. Đến B, người ấy nghỉ 15 phút rồi quay về A với tốc độ 40 km/h. Tính quãng đường AB, biết tổng thời gian đi và về (kể cả thời gian nghỉ) của người đó là 2 giờ 30 phút.

5.33. Một đội thợ mỏ theo kế hoạch cần khai thác 30 tấn than mỗi ngày. Nhờ cải tiến kĩ thuật, đội đã khai thác được 42 tấn mỗi ngày. Do đó, đội không những hoàn thành kế hoạch trước 12 tiếng mà còn làm vượt chỉ tiêu thêm 3 tấn nữa. Hỏi theo kế hoạch đội thợ mỏ này cần khai thác bao nhiêu tấn than?

5.34. Toàn và Thắng chơi một trò chơi như sau:

Trên lưới ô vuông ghi các số tự nhiên từ 1 đến 100 như Hình 5.35, Toàn tô màu một chữ T đi qua năm số và cho Thắng biết tổng của năm số đó. Nhiệm vụ của Thắng là chỉ ra vị trí của chữ T đã tô màu.

Trong một lượt chơi, Toàn thông báo tổng của năm số là 95. Sau vài bước tính toán, Thắng chỉ ra được vị trí của chữ T chính là 5 ô đã tô màu xanh trên lưới. Hãy giải thích cách làm của Thắng.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Hình 5.35

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

Mục tiêu:

- Tìm hiểu mối liên hệ giữa trọng lượng và khối lượng của một vật.
- Tìm hiểu mối liên hệ giữa độ giãn của lò xo và khối lượng của vật nặng treo vào.
- Thiết kế và chế tạo một chiếc cân tiện lợi từ những nguyên vật liệu dễ tìm.

Yêu cầu chuẩn bị:

- Ôn tập kiến thức về hàm số bậc nhất, lực kế, trọng lượng, khối lượng, lực đàn hồi.
- Lực kế lò xo có giới hạn đo 5 N, giá thí nghiệm, thước đo chiều dài, các quả nặng loại 50 g.

Tổ chức hoạt động:

Chia lớp thành nhiều nhóm, mỗi nhóm gồm 6 bạn thực hiện các công việc sau: Tiến hành các thí nghiệm, ghi chép dữ liệu và tính toán.

HOẠT ĐỘNG 1

Tìm hiểu mối liên hệ giữa trọng lượng và khối lượng của một vật

Bước 1 Treo lực kế lò xo theo phương thẳng đứng vào giá thí nghiệm.

Bước 2

- Treo 1 quả nặng loại 50 g vào lực kế và đọc số đo trọng lượng trên lực kế.
- Treo 2 quả nặng loại 50 g vào lực kế và đọc số đo trọng lượng trên lực kế.
- Treo 3 quả nặng loại 50 g vào lực kế và đọc số đo trọng lượng trên lực kế.
- Treo 4 quả nặng loại 50 g vào lực kế và đọc số đo trọng lượng trên lực kế.

Bước 3 Gọi x (kg) là tổng khối lượng của các vật nặng treo vào lực kế và y (N) là trọng lượng tương ứng. Hoàn thành *Bảng 5.18* vào vở:

Bảng 5.18

x (kg)	0,05	0,1	0,15	0,2
y (N)	?	?	?	?

Yêu cầu:

1. Cho biết đại lượng y có là hàm số của đại lượng x không.
2. Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm biểu diễn các cặp giá trị $(x; y)$ tương ứng trong *Bảng 5.18*. Nhận xét về sự thẳng hàng của các điểm này.
3. Xác định công thức biểu diễn y theo x .

HOẠT ĐỘNG 2

Tìm hiểu mối liên hệ giữa độ giãn của lò xo và khối lượng của vật nặng treo vào

Bước 1 Treo lò xo theo phương thẳng đứng vào giá thí nghiệm. Đo chiều dài tự nhiên l_0 của lò xo.

Bước 2

- Treo 1 quả nặng loại 50 g vào lò xo và đo chiều dài l_1 khi đó của lò xo.
- Treo 2 quả nặng loại 50 g vào lò xo và đo chiều dài l_2 khi đó của lò xo.
- Treo 3 quả nặng loại 50 g vào lò xo và đo chiều dài l_3 khi đó của lò xo.

Bước 3 Gọi m (g) là tổng khối lượng của các vật nặng treo vào lò xo và l (cm) là chiều dài tương ứng của lò xo. Hoàn thành Bảng 5.19 vào vở:

Bảng 5.19

m (g)	0	0,05	0,1	0,15
l (cm)	$l_0 = ?$	$l_1 = ?$	$l_2 = ?$	$l_3 = ?$
Độ giãn của lò xo (cm)	0	$l_1 - l_0 = ?$	$l_2 - l_1 = ?$	$l_3 - l_2 = ?$

Yêu cầu:

1. Cho biết đại lượng l có là hàm số của đại lượng m không.
2. Mỗi lần treo thêm một quả cân 50 g thì độ dài lò xo thay đổi như thế nào?
3. Xác định công thức biểu diễn l theo m .

HOẠT ĐỘNG 3

Thiết kế và chế tạo một chiếc cân tiện lợi

Bước 1 Xác định vấn đề.

Cân là dụng cụ phổ biến để đo khối lượng và trọng lượng. Ta có thể chế tạo một chiếc cân tiện lợi sử dụng vật liệu chính là lò xo và khối lượng vật nặng cân được tối đa là 500 g.

Bước 2 Lựa chọn giải pháp.

Khi treo vật nặng có trọng lượng lớn hơn cường độ lực đàn hồi của lò xo thì lò xo giãn ra. Nếu vật nặng có trọng lượng vượt quá giới hạn đàn hồi của lò xo thì lò xo sẽ bị biến dạng, mất tính đàn hồi và cân lò xo bị hỏng.

Tìm hiểu:

- Hình dạng, cấu tạo của cân lò xo và chức năng của mỗi bộ phận;
- Các vật liệu và dụng cụ cần thiết.

Bước 3 Chế tạo.

Chuẩn bị các nguyên vật liệu, dụng cụ cần thiết:

- Lò xo: Giãn ít và chịu được lực 5 N;
- Bảng ghi thang đo: Bìa cứng;
- Móc treo, kìm cắt, kéo;
- Keo dán, băng keo.

Chế tạo mô hình:

Từ Hoạt động 2, ta có thể tạo thang đo trên bìa cứng:

- Đánh dấu chiều dài ban đầu của lò xo l_0 ;
- Đánh dấu chiều dài l_1 của lò xo;
- Đánh dấu các vạch tiếp theo của chiều dài lò xo sau mỗi lần treo thêm 50 g vật nặng.

Một số mẫu thiết kế



Hình 5.36



Hình 5.37

Kiểm tra các tiêu chí đánh giá sản phẩm:

- Thang đo hợp lý chưa?
- Cân có chắc chắn và cân được vật nặng tối đa 0,5 kg không?

Điều chỉnh thiết kế (nếu có):

- Điều chỉnh lại vật liệu (nếu có);
- Kiểm tra độ chắc chắn, tăng tính thẩm mỹ cho sản phẩm.

Bước 4 Báo cáo sản phẩm.

Mỗi nhóm có thời gian một tuần để chế tạo sản phẩm. Các nhóm thuyết trình về sản phẩm trước lớp và thử nghiệm sản phẩm, đồng thời đề xuất phương án cải tiến sản phẩm.

ÔN TẬP CHƯƠNG 5

- 5.35.** a) Vẽ đồ thị của các hàm số $y = -2x + 1$ và $y = x - 5$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị nói trên.
- 5.36.** a) Xác định hệ số góc của các đường thẳng sau:
 $d_1: y = 1,5 - 2x$; $d_2: y = 3(1 - x) + 2x$.
b) Đường thẳng $d_3: y = -x + 2$ song song hay cắt đường thẳng d_1, d_2 ? Giải thích.
- 5.37.** Giải các phương trình sau:
a) $2x - 7 = 8 - 4x$; b) $2\left(y - \frac{1}{2}\right) - 3 = 1 + 7y$;
c) $x^2 - 3x + 1 = x(x - 5)$; d) $\frac{x-2}{3} + x = \frac{3x+1}{5} + \frac{x+5}{6}$.
- 5.38.** Trong nhiều trường hợp khẩn cấp, khi không thể xác định chính xác cân nặng của trẻ nhỏ, người ta thường ước tính cân nặng w (kg) của trẻ a (tuổi) theo công thức Leffler: $w = 2a + 10$ với $(1 \leq a \leq 10)$ (nguồn: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC6246873/>). Tính cân nặng của các em nhỏ có độ tuổi lần lượt là 4 tuổi, 5 tuổi và 8 tuổi theo công thức trên.
- 5.39.** Chỉ số cân nặng lý tưởng IBW (Ideal body weight) được dùng trong việc tính toán liều lượng thuốc. Ngày nay, IBW cũng được sử dụng phổ biến trong các môn thể thao để phân loại các vận động viên. Một trong những công thức được sử dụng rộng rãi là công thức Devine dùng để ước tính cân nặng lý tưởng W (kg) của một người trưởng thành có chiều cao h (cm). Cụ thể, $W = 50 + 0,9(h - 152)$ nếu người đó là nam và $W = 45,5 + 0,9(h - 152)$ nếu người đó là nữ (nguồn: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4841935/>). Tính cân nặng lý tưởng của một người đàn ông cao 175 cm và một phụ nữ cao 165 cm theo công thức này.
- 5.40.** Một du khách đi cáp treo lên đỉnh núi Fansipan (đỉnh núi cao nhất Việt Nam và cũng là nóc nhà Đông Dương). Biết rằng nhiệt độ tại chân núi khi đó là 20°C và cứ lên cao 1 000 m thì nhiệt độ giảm $6,5^\circ\text{C}$ (nguồn: <https://www.universalweather.com/blog/international-standard-atmosphere-how-it-affects-flight-understanding-the-basics/>).



Hình 5.38

Gọi T ($^\circ\text{C}$) là nhiệt độ không khí khi cáp treo ở độ cao h (m) so với chân núi.

- a) Viết hàm số biểu thị T theo h .
b) Tính nhiệt độ không khí khi cáp treo lần lượt ở các độ cao 500 m, 800 m, 1 200 m so với chân núi.

- 5.41.** Lúc 7 giờ, một ô tô khởi hành đi từ A đến B. Sau đó 30 phút, trên cùng quãng đường này, ô tô thứ hai cũng xuất phát từ A đến B. Trung bình mỗi giờ, xe thứ hai chạy nhanh hơn xe thứ nhất 8 km. Hai xe gặp nhau ở B lúc 11 giờ. Tính tốc độ trung bình của mỗi xe, biết rằng trên đường đi thời gian hai xe dừng là không đáng kể.
- 5.42.** Một hỗn hợp kim loại nặng 17,6 g gồm sắt (Fe) và đồng (Cu), trong đó khối lượng sắt gấp 1,75 lần khối lượng đồng. Tính thành phần phần trăm khối lượng mỗi kim loại trong hỗn hợp.
- 5.43.** Một ca nô xuôi dòng từ A đến B mất 5 giờ và ngược dòng từ B đến A mất 6 giờ. Tính khoảng cách AB, biết tốc độ dòng nước là 2 km/h.
- 5.44.** Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Nếu tăng chiều dài 2 m và giảm chiều rộng 1 m thì diện tích giảm 18 m². Tính chu vi mảnh vườn ban đầu.
- 5.45.** Theo kế hoạch sản xuất một lô hàng, mỗi ngày một phân xưởng phải sản xuất được 60 sản phẩm. Nhờ cải tiến kĩ thuật, mỗi ngày phân xưởng sản xuất được 80 sản phẩm. Do đó, phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch trước 7 ngày và còn sản xuất thêm được 40 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?
- 5.46.** Giải bài toán dân gian sau:
- Quýt ngon mỗi quả chia ba
 Cam ngon mỗi quả bổ ra làm mười
 Mỗi người một miếng chia đều
 Bớt mười bảy quả trăm người đủ chia*
- Hỏi có bao nhiêu quả cam, bao nhiêu quả quýt?



Hình 5.39

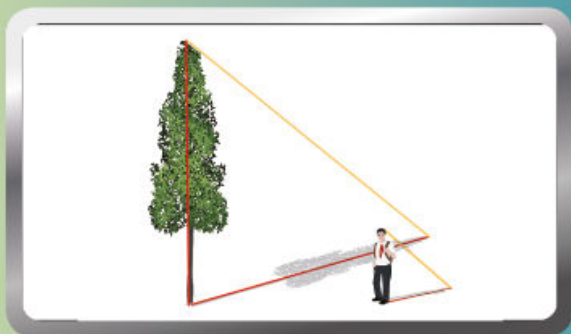
Phần

HÌNH HỌC PHẪNG²

Chương

6

**Định lí Thalès trong tam giác.
Hình đồng dạng**



Trong thực tế, việc cần xác định khoảng cách giữa hai điểm mà không đo trực tiếp được là khá phổ biến. Trong nhiều trường hợp, chúng ta có thể tính được khoảng cách đó bằng cách sử dụng các kiến thức về tam giác đồng dạng. Chẳng hạn, chiều cao của cây xanh trong hình trên có thể tính được dựa vào độ dài bóng của nó, chiều cao và độ dài bóng của bạn học sinh.

Cùng tìm hiểu

- ▶ Định lí Thalès trong tam giác (định lí thuận và đảo);
- ▶ Tính chất đường trung bình và đường phân giác trong của tam giác;
- ▶ Cách nhận biết hai tam giác đồng dạng và hai tam giác vuông đồng dạng;
- ▶ Cách vận dụng định lí Thalès và kiến thức về tam giác đồng dạng để tính độ dài các đoạn thẳng và giải quyết các bài toán thực tế;
- ▶ Hình đồng dạng và hình đồng dạng phối cảnh (hình vị tự).

Bài 1

ĐỊNH LÍ THALÈS

Từ khoá: tỉ số của hai đoạn thẳng, hai đoạn thẳng tỉ lệ, định lí Thalès, định lí Thalès đảo.



Hình 6.1

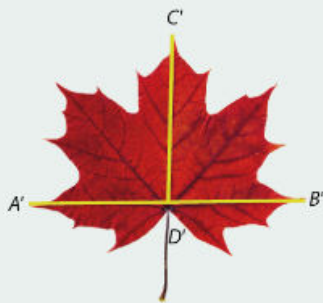
Chỉ dùng thước đo độ dài, làm cách nào để có thể xác định được các cạnh AB và CD của hai mặt kệ trong Hình 6.1 có song song với nhau không?

1 TỈ SỐ CỦA HAI ĐOẠN THẲNG

HOẠT ĐỘNG 1

Đối với mỗi chiếc lá phong trong Hình 6.2, hãy đo chiều rộng AB , $A'B'$ và chiều dài CD , $C'D'$ (với đơn vị đo là centimét).

1. Tính tỉ số độ dài AB và CD .
 2. Tính tỉ số độ dài $A'B'$ và $C'D'$.
- Em có nhận xét gì về hai tỉ số trên?

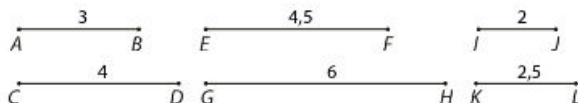


Hình 6.2

Tỉ số của hai đoạn thẳng AB và CD là tỉ số độ dài của chúng theo cùng một đơn vị đo, kí hiệu $\frac{AB}{CD}$.

Hai đoạn thẳng AB và CD được gọi là **tỉ lệ** với hai đoạn thẳng $A'B'$ và $C'D'$ nếu có tỉ lệ thức $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$ hay $\frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}$.

VÍ DỤ 1



Hình 6.3

1. Tính tỉ số của các cặp đoạn thẳng AB và CD , EF và GH , IJ và KL trong Hình 6.3.
2. Hai đoạn thẳng AB và CD có tỉ lệ với hai đoạn thẳng EF và GH không?
3. Hai đoạn thẳng AB và CD có tỉ lệ với hai đoạn thẳng IJ và KL không?

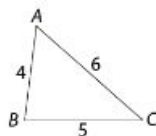
Bài giải

1. $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{4} = 0,75$; $\frac{EF}{GH} = \frac{4,5}{6} = 0,75$; $\frac{IJ}{KL} = \frac{2}{2,5} = 0,8$.
2. Vì $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH} = 0,75$ nên AB và CD tỉ lệ với EF và GH .
3. Vì $\frac{AB}{CD} \neq \frac{IJ}{KL}$ nên AB và CD không tỉ lệ với IJ và KL .

Lưu ý: Tỉ số của hai đoạn thẳng không phụ thuộc vào đơn vị đo độ dài được sử dụng.

LUYỆN TẬP 1

Trong Hình 6.4, độ dài của các đoạn thẳng được viết với cùng đơn vị đo. Tính các tỉ số $\frac{AB}{BC}$, $\frac{BC}{AC}$ và cho biết hai đoạn thẳng AB và BC có tỉ lệ với hai đoạn thẳng BC và AC không.



Hình 6.4

2 ĐỊNH LÝ THALES THUẬN

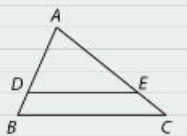
HOẠT ĐỘNG 2

Giấy vở học sinh có các đường kẻ song song và cách đều nhau. Khi vẽ một đường thẳng bất kì cắt các đường kẻ, ta được các đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau (Hình 6.5a). Xét $\triangle ABC$ trong Hình 6.5b.

1. Chọn BD làm đơn vị đo độ dài, em hãy tính độ dài AD , AB và các tỉ số $\frac{DA}{DB}$, $\frac{AD}{AB}$, $\frac{BD}{BA}$.
2. Chọn CE làm đơn vị đo độ dài, em hãy tính độ dài AE , AC và các tỉ số $\frac{EA}{EC}$, $\frac{AE}{AC}$, $\frac{CE}{CA}$.
3. So sánh các cặp tỉ số $\frac{DA}{DB}$ và $\frac{EA}{EC}$, $\frac{AD}{AB}$ và $\frac{AE}{AC}$, $\frac{BD}{BA}$ và $\frac{CE}{CA}$. Em có nhận xét gì về các cặp đoạn thẳng được cho?



Hình 6.5a



Hình 6.5b

Ta có định lý Thalès:

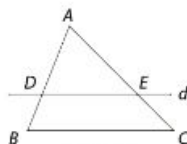


Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

VÍ DỤ 2

Trong Hình 6.6, đường thẳng d song song với BC , cắt AB tại điểm D và cắt AC tại điểm E . Khi đó ta có:

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}, \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}, \frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC}.$$

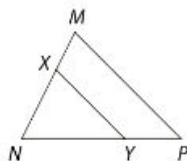


Hình 6.6

LUYỆN TẬP 2

Trong Hình 6.7, XY song song với MP . Em hãy cho biết tên đoạn thẳng ở các ô .

$$\frac{MX}{NX} = \frac{\text{?}}{\text{?}}; \quad \frac{NY}{\text{?}} = \frac{\text{?}}{MN}.$$



Hình 6.7

VÍ DỤ 3

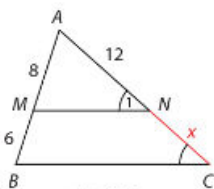
Tính độ dài x của đoạn thẳng CN trong Hình 6.8.

Bài giải

Xét $\triangle ABC$ có $\widehat{C} = \widehat{N}$, mà hai góc đồng vị nên $MN \parallel BC$.

Do đó, theo định lý Thalès, ta có $\frac{AN}{NC} = \frac{AM}{BM}$ hay $\frac{12}{x} = \frac{8}{6}$.

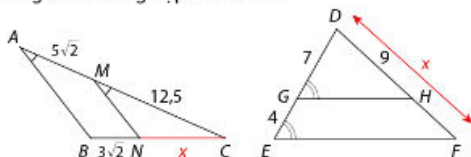
Suy ra $x = \frac{6 \cdot 12}{8} = 9$.



Hình 6.8

LUYỆN TẬP 3

Tính độ dài x trong mỗi trường hợp ở Hình 6.9.



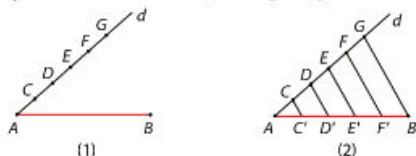
Hình 6.9

VẬN DỤNG 1

Để chia đoạn thẳng AB thành năm phần bằng nhau, An làm như sau (Hình 6.10):

- Vẽ đường thẳng d đi qua A không trùng với AB . Trên d lấy năm điểm C, D, E, F, G sao cho $AC = CD = DE = EF = FG$;
- Vẽ các đường thẳng đi qua C, D, E, F song song với đường thẳng BG và cắt AB lần lượt tại C', D', E', F' .

Khi đó, các điểm này chia AB thành năm đoạn thẳng bằng nhau. Em hãy giải thích vì sao?



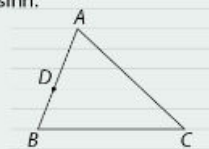
Hình 6.10

3 ĐỊNH LÝ THALES ĐẢO

HOẠT ĐỘNG 3

Trong Hình 6.11, tam giác ABC được vẽ trên giấy vờ học sinh.

- Tính tỉ số $\frac{AD}{BD}$.
- Xác định điểm E trên cạnh AC sao cho $\frac{DA}{DB} = \frac{EA}{EC}$.
Có bao nhiêu điểm như vậy?
- Theo em, DE có song song với BC không?



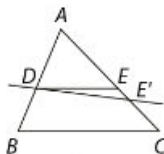
Hình 6.11

Ta có định lý Thalès đảo:



Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

GT	$\Delta ABC;$ $D \in AB, E \in AC;$ $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ hoặc $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$ hoặc $\frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC}$
KL	$DE \parallel BC.$



Hình 6.12

Ta chứng minh với trường hợp $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$. Các trường hợp khác được chứng minh tương tự.

Qua D vẽ đường thẳng song song với cạnh BC , cắt cạnh AC tại điểm E' (Hình 6.12).

Khi đó $\frac{AE'}{AC} = \frac{AD}{AB}$ (định lý Thales).

Mà theo giả thiết $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ nên $\frac{AE'}{AC} = \frac{AE}{AC}$. Suy ra $AE = AE'$.

Vậy E trùng với E' và do đó $DE \parallel BC$.

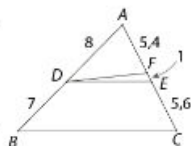
VÍ DỤ 4

Trong Hình 6.13, đường thẳng nào trong các đường thẳng DE và DF song song với BC ?

Bài giải

Xét $\triangle ABC$ có: $\frac{AD}{BD} = \frac{8}{7}$, $\frac{AF}{CF} = \frac{5,4}{5,6+1} = \frac{9}{11}$, $\frac{AE}{CE} = \frac{5,4+1}{5,6} = \frac{8}{7}$.

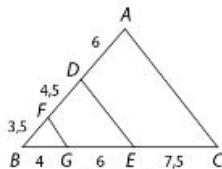
Do đó $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$. Vậy $DE \parallel BC$ (định lý Thales đảo).



Hình 6.13

LUYỆN TẬP 4

Trong Hình 6.14, đường thẳng DE và FG có song song với AC không? Vì sao?



Hình 6.14

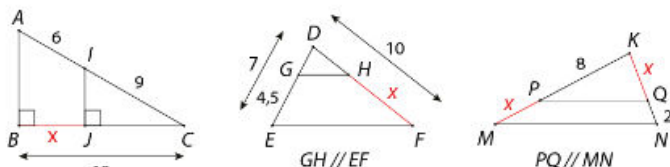
VẬN DỤNG 2

Quay lại bài toán khởi động (Hình 6.1). Em hãy giải thích bằng cách nào bác thợ mộc có thể xác định được cạnh của hai tầng kệ chữ A song song với nhau mà chỉ dùng thước đo độ dài.

BÀI TẬP

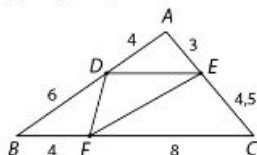
- 6.1. Tính tỉ số các cặp đoạn thẳng sau và cho biết các cặp đoạn thẳng nào tỉ lệ với nhau:
 - a) $AB = 5$ dm và $CD = 40$ cm;
 - b) $EF = 10$ cm và $GH = 8$ cm;
 - c) $KL = 15$ mm và $MN = 120$ mm.
- 6.2. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng, trong đó B nằm giữa A, C và $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$. Tính tỉ số của:
 - a) Hai đoạn thẳng AC và BC ;
 - b) Hai đoạn thẳng AB và AC .

6.3. Tính độ dài x trong mỗi trường hợp ở Hình 6.15.



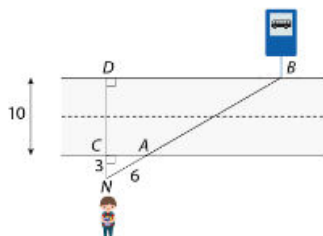
Hình 6.15

6.4. Viết tên các đường thẳng song song trong Hình 6.16.



Hình 6.16

6.5. Trong Hình 6.17, mặt đường rộng 10 m và hai lề đường song song với nhau. Vị trí Nam đứng trên vỉa hè (điểm N), điểm A và vị trí trạm xe buýt bên kia đường (điểm B) thẳng hàng. Biết Nam đứng cách đường 3 m, khoảng cách $AN = 6$ m. Tìm khoảng cách BN giữa Nam và trạm xe buýt.



Hình 6.17

EM CÓ BIẾT

Thalès (khoảng 624 đến 548 trước Công nguyên) là một nhà toán học, thiên văn học và triết gia người Hy Lạp. Ông là một trong bảy nhà thông thái của Hy Lạp cổ đại. Một trong những câu chuyện nổi tiếng về Thalès là việc ông dùng kiến thức hình học để tính chiều cao của kim tự tháp. Thalès cắm một cây cột thẳng đứng và chọn thời điểm bóng của cây cột dài bằng đúng chiều cao của nó để đo chiều dài bóng của kim tự tháp (tính từ tâm kim tự tháp). Khi đó, độ dài đo được chính là chiều cao của kim tự tháp.

(Theo Boyer C.B, *A History of Mathematics* (1989), New York: Wiley)



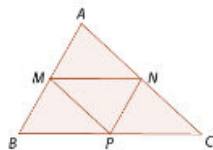
Bài 2

ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

Từ khoá: đường trung bình, độ dài đường trung bình.



Các điểm M, N, P nằm ở vị trí nào trên các cạnh AB, AC, BC thì tam giác ABC (Hình 6.18) được chia thành bốn tam giác bằng nhau?



Hình 6.18

1 ĐỊNH NGHĨA ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

HOẠT ĐỘNG 1

Trong Hình 6.19, để thang xếp đứng vững, hai chân AB và AC của nó được nối với nhau bằng thanh khoá MN . So sánh các đoạn thẳng AM và BM , AN và CN , em có nhận xét gì về vị trí điểm M và N trên cạnh AB và AC của tam giác ABC ?



Hình 6.19

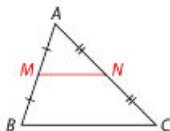
Thanh MN giúp khoá hai chân thang trong Hình 6.19 cho ta hình ảnh đường trung bình của tam giác.



Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.

VÍ DỤ 1

Trong Hình 6.20, đoạn thẳng MN là một đường trung bình của tam giác ABC .



Hình 6.20

LUYỆN TẬP 1

Vẽ tam giác MNP bất kì và vẽ các đường trung bình của nó.

2 TÍNH CHẤT ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

HOẠT ĐỘNG 2

Xem Hình 6.20. Giải thích vì sao đường trung bình MN song song với cạnh BC . Đo và tính tỉ số của MN và BC .

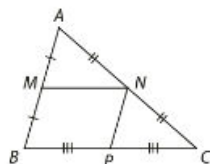
Ta có định lí sau về đường trung bình của tam giác:



Đường trung bình của tam giác song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh đó.

GT $\triangle ABC$;
 MN là đường trung bình;
($M \in AB, N \in AC$).

KL 1. $MN \parallel BC$;
2. $MN = \frac{1}{2}BC$.



Hình 6.21

Chứng minh (Hình 6.21)

1. Vì M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và AC nên ta có $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}$.
Do đó theo định lí Thalès đảo, ta có $MN \parallel BC$ (1).

2. Gọi P là trung điểm của cạnh BC .

Chứng minh tương tự như trên, ta có $NP \parallel AB$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $MNPB$ là hình bình hành. Do đó $MN = BP = \frac{1}{2}BC$.

VÍ DỤ 2

Tính độ dài các đoạn thẳng MN, NP, MP trong Hình 6.22.

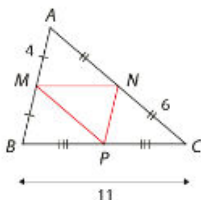
Bài giải

Vì MN, NP, MP là các đường trung bình của $\triangle ABC$ nên ta có:

$$MN = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 11 = 5,5;$$

$$MP = \frac{1}{2}AC = NC = 6;$$

$$NP = \frac{1}{2}AB = AM = 4.$$

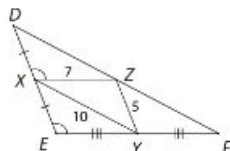


Hình 6.22

Lưu ý: Nếu một đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh còn lại.

LUYỆN TẬP 2

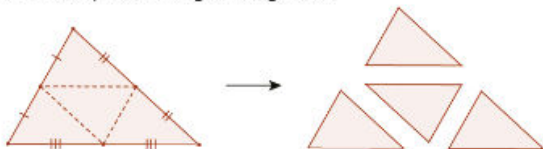
Trong Hình 6.23, giải thích vì sao Z là trung điểm của DF và tính độ dài ba cạnh của tam giác DEF .



Hình 6.23

VẬN DỤNG

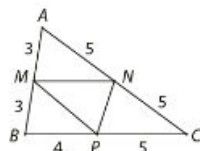
Giải thích vì sao khi cắt mảnh bìa hình tam giác theo ba đường trung bình của nó (Hình 6.24) thì ta được bốn tam giác bằng nhau.



Hình 6.24

BÀI TẬP

- 6.6. Đoạn thẳng nào trong các đoạn thẳng MN , NP , MP là đường trung bình của tam giác ABC trong Hình 6.25?



Hình 6.25

- 6.7. Thang xếp có hai đầu M , N của thanh khoá thang nằm ở trung điểm của hai chân AB và AC (Hình 6.26). Khi thang được mở, độ dài của thanh khoá MN là 30 cm. Tính khoảng cách giữa điểm B và C .

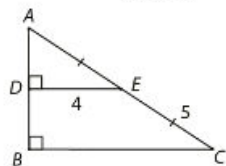


Hình 6.26

- 6.8. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có M là trung điểm cạnh AD . Đường thẳng qua M song song với AB cắt AC tại P và cắt BC tại N . Chứng minh rằng:

- P là trung điểm của AC và N là trung điểm của BC ;
- $MN = \frac{1}{2}(AB + CD)$.

- 6.9. Tính độ dài các cạnh của $\triangle ABC$ trong Hình 6.27.



Hình 6.27

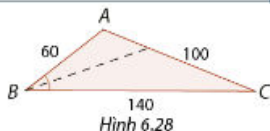
Bài 3

TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG CỦA TAM GIÁC

Từ khoá: đường phân giác trong của tam giác.



Chỉ dùng thước đo độ dài, làm cách nào để vẽ được đường phân giác của góc ABC trong Hình 6.28?



HOẠT ĐỘNG

- Cắt tam giác ABC bất kì có $AB = 2AC$. Gấp giấy sao cho cạnh AC chồng lên cạnh AB để xác định đường phân giác AD (Hình 6.29). Đo độ dài các đoạn thẳng BD , CD . Tính và so sánh tỉ số $\frac{BD}{CD}$ với $\frac{AB}{AC}$.
- Thực hiện tương tự với trường hợp $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{2}$. Em có nhận xét gì về vị trí chân đường phân giác của tam giác?



Định lý sau đây cho phép ta xác định vị trí chân đường phân giác của một tam giác dựa vào độ dài cạnh của tam giác đó:



Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy.

GT $\triangle ABC$;
 AD là phân giác của góc A ($D \in BC$).

KL $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$.

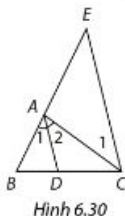
Chứng minh (Hình 6.30)

Qua C vẽ đường thẳng song song với AD và cắt đường thẳng AB tại E . Ta có $\widehat{A_1} = \widehat{E}$ (hai góc đồng vị), $\widehat{A_2} = \widehat{C_1}$ (hai góc so le trong) và $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (theo giả thiết).

Suy ra $\widehat{C_1} = \widehat{E}$. Do đó $\triangle ACE$ cân tại A , hay $AC = AE$.

Trong $\triangle BEC$, vì $CE \parallel AD$ nên theo định lý Thalès, ta có $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AE}$.

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$.



(1).

(2).

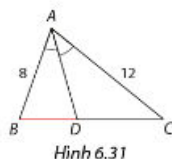
VÍ DỤ

Tam giác ABC có $AB = 8$ cm, $AC = 12$ cm và AD là phân giác của góc A ($D \in BC$). Tìm độ dài của BD nếu:

- a) $CD = 10$ cm; b) $BC = 15$ cm.

Bài giải (Hình 6.31)

Xét $\triangle ABC$ có AD là phân giác của góc A nên ta có $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$ (1).



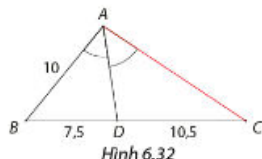
- a) Thay $AB = 8$ cm, $AC = 12$ cm và $CD = 10$ cm vào (1), ta có $\frac{BD}{10} = \frac{8}{12}$.
Suy ra $BD = \frac{10 \cdot 8}{12} = \frac{20}{3}$ (cm).

- b) Thay $AB = 8$ cm, $AC = 12$ cm vào (1), ta có $\frac{BD}{CD} = \frac{8}{12}$.

Suy ra $\frac{BD}{8} = \frac{CD}{12} = \frac{BD + CD}{8 + 12} = \frac{BC}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$. Do đó $BD = 8 \cdot \frac{3}{4} = 6$ (cm).

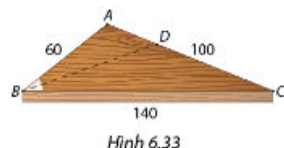
LUYỆN TẬP

Tìm độ dài cạnh AC trong Hình 6.32.



VẬN DỤNG

Bác thợ mộc cưa mảnh ván hình tam giác ABC thành hai phần theo đường phân giác BD của góc B (Hình 6.33), nhưng bác chỉ có thước đo độ dài. Bác đo được $AB = 60$ cm, $AC = 100$ cm và $BC = 140$ cm. Hãy giúp bác xác định vị trí điểm D và vẽ đường cưa.



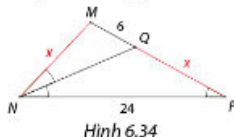
BÀI TẬP

- 6.10.** Tam giác ABC có ba cạnh $AB = 12$ cm, $BC = 14$ cm, $AC = 9$ cm và AD là đường phân giác của góc A ($D \in BC$). Tính độ dài các đoạn thẳng BD và CD .

- 6.11.** Tam giác ABC vuông tại B có độ dài hai cạnh góc vuông là $AB = 9$ cm, $BC = 12$ cm. Tính độ dài BD với D là chân đường phân giác kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC .

- 6.12.** Cho tứ giác $ABCD$ có $AB = AD$. Đường phân giác của góc BAC cắt BC tại điểm E , đường phân giác của góc CAD cắt CD tại điểm F . Chứng minh rằng EF song song với BD .

- 6.13.** Tính độ dài x trong Hình 6.34.



Bài 4

TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

Từ khoá: tam giác đồng dạng, tỉ số đồng dạng.



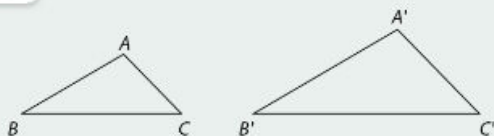
Hai ảnh chụp cầu Trần Thị Lý (Đà Nẵng) ở Hình 6.35 là hình phóng to, thu nhỏ của nhau. Tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ trong hai tấm ảnh có cùng hình dạng không, có cùng kích thước không?



Hình 6.35

1 ĐỊNH NGHĨA TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

HOẠT ĐỘNG 1



Hình 6.36

Đo các góc và các cạnh của tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ trong Hình 6.36.

Xác định số đo góc và độ dài trong các ô ? :

$\widehat{A'} = ?$	$\widehat{B'} = ?$	$\widehat{C'} = ?$	$A'B' = ?$	$B'C' = ?$	$A'C' = ?$
$\widehat{A} = ?$	$\widehat{B} = ?$	$\widehat{C} = ?$	$AB = ?$	$BC = ?$	$AC = ?$
			$\frac{A'B'}{AB} = ?$	$\frac{B'C'}{BC} = ?$	$\frac{A'C'}{AC} = ?$

Em có nhận xét gì về các góc, các cạnh của tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$?

Tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ trong Hình 6.36 cho ta một ví dụ của hai tam giác đồng dạng.



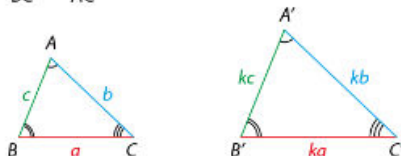
Tam giác $A'B'C'$ được gọi là **đồng dạng** với tam giác ABC , kí hiệu $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$, nếu

$$\widehat{A'} = \widehat{A}; \widehat{B'} = \widehat{B}; \widehat{C'} = \widehat{C} \text{ và } \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}.$$

Lưu ý:

1. Trong định nghĩa trên:

- Các cặp đỉnh A và A' , B và B' , C và C' được gọi là các *cặp đỉnh tương ứng*;
- Các cặp góc $\widehat{A}$ và $\widehat{A'}$, $\widehat{B}$ và $\widehat{B'}$, $\widehat{C}$ và $\widehat{C'}$ được gọi là các *cặp góc tương ứng*;
- Các cặp cạnh AB và $A'B'$, BC và $B'C'$, AC và $A'C'$ được gọi là các *cặp cạnh tương ứng*;
- Tỉ số $k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$ được gọi là *tỉ số đồng dạng* (Hình 6.37).



Hình 6.37

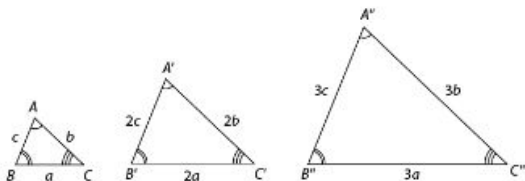
Khi viết sự đồng dạng của hai tam giác bằng kí hiệu, cần viết theo thứ tự cặp đỉnh tương ứng.

2. Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau theo tỉ số $k = 1$.

Nếu $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ theo tỉ số đồng dạng k thì $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ theo tỉ số đồng dạng $\frac{1}{k}$.

Ta cũng nói hai tam giác ABC và $A'B'C'$ đồng dạng với nhau.

Nếu $\triangle A'B'C' \sim \triangle A''B''C''$ và $\triangle A''B''C'' \sim \triangle ABC$ thì $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ (Hình 6.38).



Hình 6.38

VÍ DỤ 1

Trong Hình 6.39, tam giác nào đồng dạng với tam giác ABC ? Trong trường hợp đồng dạng, xác định tỉ số đồng dạng.

Bài giải

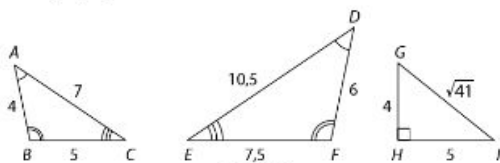
Xét $\triangle DFE$ và $\triangle ABC$ có:

$$\widehat{D} = \widehat{A}; \widehat{F} = \widehat{B}; \widehat{E} = \widehat{C};$$

$$\frac{DF}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{DE}{AC} = \frac{3}{2}.$$

Do đó $\triangle DFE \sim \triangle ABC$ theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{3}{2}$.

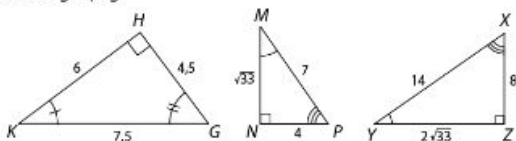
Tam giác GHI vuông tại H , tam giác ABC không có góc vuông. Do đó hai tam giác này không đồng dạng với nhau.



Hình 6.39

LUYỆN TẬP 1

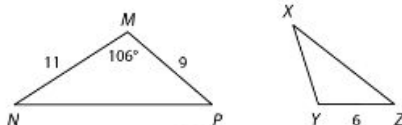
Chỉ ra các cặp tam giác đồng dạng trong Hình 6.40. Viết kí hiệu về sự đồng dạng và xác định tỉ số đồng dạng.



Hình 6.40

VÍ DỤ 2

Trong Hình 6.41, cho $\triangle XYZ \sim \triangle NMP$. Tìm số đo góc Y và độ dài cạnh XY.



Hình 6.41

Bài giải

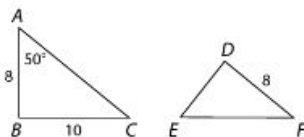
Vì $\triangle XYZ \sim \triangle NMP$ nên $\widehat{Y} = \widehat{M} = 106^\circ$;

$$\frac{XY}{NM} = \frac{YZ}{MP} \text{ hay } \frac{XY}{11} = \frac{6}{9}.$$

$$\text{Suy ra } XY = \frac{11 \cdot 6}{9} = \frac{22}{3}.$$

LUYỆN TẬP 2

Trong Hình 6.42, $\triangle ABC \sim \triangle EDF$. Tính số đo góc E và cạnh DE.

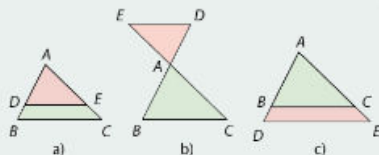


Hình 6.42

2 ĐỊNH LÝ

HOẠT ĐỘNG 2

Vẽ tam giác ABC bất kì. Vẽ đường thẳng song song với BC, cắt AB tại D, AC tại E (Hình 6.43). Theo em, tam giác ADE có đồng dạng với tam giác ABC không?



Hình 6.43

Ta có định lý sau về tam giác đồng dạng:



Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.

GT	$\triangle ABC$; $DE \parallel BC, D \in AB, E \in AC$.
KL	$\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

Chứng minh

Qua E, vẽ đường thẳng song song với AB cắt BC tại F (Hình 6.44).

Mà $DE \parallel BC$ nên BDEF là hình bình hành.

Xét $\triangle ABC$ có: $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ (Vì $DE \parallel BC$, định lý Thalès);
 $\frac{AE}{AC} = \frac{BF}{BC}$ (Vì $EF \parallel AB$, định lý Thalès).

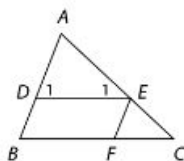
Mà $DE = BF$ (hai cạnh đối nhau của hình bình hành BDEF) nên $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.

Mặt khác, vì $DE \parallel BC$ nên ta có $\widehat{D_1} = \widehat{B}, \widehat{E_1} = \widehat{C}$.

Như vậy, hai tam giác ADE và ABC có: $\widehat{A}$ chung, $\widehat{D_1} = \widehat{B}, \widehat{E_1} = \widehat{C}$,
 $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$.

Do đó, $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

Lưu ý: Định lý trên cũng đúng với trường hợp đường thẳng cắt các đoạn kéo dài của hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại như Hình 6.43b và Hình 6.43c.



Hình 6.44

VÍ DỤ 3

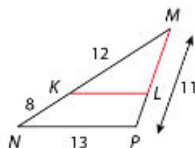
Trong Hình 6.45, KL song song với NP. Tìm độ dài KL và ML.

Bài giải

Xét $\triangle MNP$ có $KL \parallel NP$ nên $\triangle MKL \sim \triangle MNP$. Do đó, ta có:

$$\frac{KL}{NP} = \frac{ML}{MP} = \frac{MK}{MN} \text{ hay } \frac{KL}{13} = \frac{ML}{11} = \frac{12}{8+12} = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Suy ra, } KL = \frac{13 \cdot 3}{5} = \frac{39}{5} \text{ và } ML = \frac{11 \cdot 3}{5} = \frac{33}{5}.$$

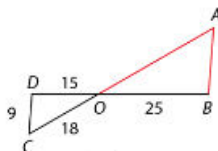


Hình 6.45

LUYỆN TẬP 3

Trong Hình 6.46, AB và CD song song với nhau.

Tìm độ dài AO và AB.



Hình 6.46

VẬN DỤNG

Cánh buồm trên thực tế và ảnh chụp của nó ($\triangle ABC$) trong Hình 6.47 có thể xem là hai tam giác đồng dạng. Độ dài ba cạnh của cánh buồm trên ảnh chụp là 3,3 cm; 3,5 cm và 1,6 cm. Trên thực tế, cạnh ngắn nhất của cánh buồm là 4 m. Tính độ dài hai cạnh còn lại của cánh buồm theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 6.47

BÀI TẬP

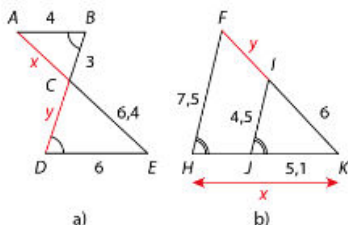
6.14. Cho $\triangle ABC \sim \triangle MNP$. Xác định tên của tam giác ở mỗi ô (?) để có được các cặp tam giác đồng dạng:

- a) $\triangle BCA \sim (?)$; b) $\triangle CBA \sim (?)$.

6.15. Cho $\triangle MNP \sim \triangle XYZ$ theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{3}{5}$.

- a) Tìm độ dài các cạnh của $\triangle XYZ$ nếu $MN = 6$ dm, $NP = 7,5$ dm và $MP = 9$ dm.
b) Tìm độ dài các cạnh của $\triangle MNP$ nếu $XY = 15$ cm, $YZ = 10$ cm và $XZ = 20$ cm.

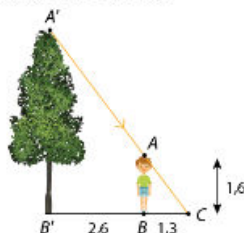
6.16. Tìm độ dài x, y trong mỗi trường hợp ở Hình 6.48.



Hình 6.48

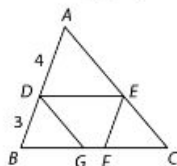
6.17. Vào một thời điểm trong ngày, bóng của ngọn cây vừa trùng đúng với bóng của đỉnh đầu của bạn Nam (Hình 6.49). Biết Nam cao 1,6 m, độ dài bóng của Nam là 1,3 m, khoảng cách từ gốc cây đến vị trí Nam đứng là 2,6 m.

Tính chiều cao của cây.



Hình 6.49

6.18. Trong Hình 6.50, cho DE song song với BC , DG song song với AC và EF song song với AB . Hãy viết tên các tam giác đồng dạng với tam giác ABC . Viết kí hiệu về các sự đồng dạng đó và xác định tỉ số đồng dạng.



Hình 6.50

6.19. Hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có hai đường chéo cắt nhau tại O . Đường thẳng qua O song song với CD , cắt AD tại E và cắt BC tại F . Chứng minh rằng O là trung điểm của EF .

Bài 5

TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CẠNH-CẠNH-CẠNH

Từ khoá: tam giác đồng dạng, trường hợp cạnh-cạnh-cạnh.



Hai tam giác trong Hình 6.51 có đồng dạng với nhau không?



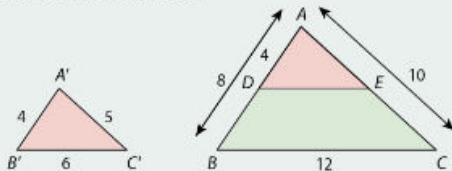
Hình 6.51

HOẠT ĐỘNG

Xét tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ có độ dài các cạnh như trong Hình 6.52. Đường thẳng DE song song với cạnh BC .

1. Vì sao $\triangle ADE \sim \triangle ABC$?
2. Tính độ dài AE và DE . Vì sao $\triangle ADE = \triangle A'B'C'$?

Em có kết luận gì về $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$?



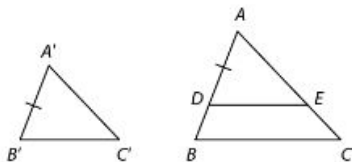
Hình 6.52



Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

$$\text{GT} \quad \begin{array}{l} \triangle A'B'C', \triangle ABC; \\ \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}. \end{array}$$

$$\text{KL} \quad \triangle A'B'C' \sim \triangle ABC.$$



Hình 6.53

Chứng minh

Trên tia AB , chọn điểm D sao cho $AD = A'B'$. Qua D vẽ đường thẳng song song BC cắt tia AC tại điểm E . Khi đó, theo định lý ở Bài 4 ta có:

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \quad (1).$$

Suy ra $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$. Mà $AD = A'B'$ và $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC}$ nên $\frac{DE}{BC} = \frac{B'C'}{BC}$. Suy ra $DE = B'C'$.

Chứng minh tương tự, ta có $AE = A'C'$.

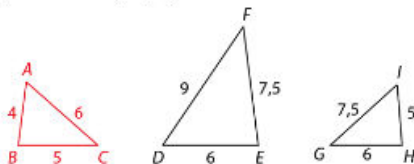
Do đó $\triangle A'B'C'$ và $\triangle ADE$ có $A'B' = AD$, $B'C' = DE$, $A'C' = AE$.

Suy ra $\triangle A'B'C' = \triangle ADE$ (c.c.c) nên $\triangle A'B'C' \sim \triangle ADE$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$.

VÍ DỤ

Tam giác DEF và tam giác IHG trong Hình 6.54 có đồng dạng với tam giác ABC không? Nếu có, hãy xác định tỉ số đồng dạng.



Hình 6.54

Bài giải

Xét $\triangle DEF$ và $\triangle ABC$, ta có $\frac{DE}{AB} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$, $\frac{EF}{BC} = \frac{7,5}{5} = \frac{3}{2}$, $\frac{DF}{AC} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ nên $\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AC}$.

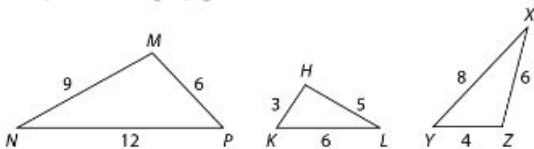
Suy ra $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ (c.c.c) theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{3}{2}$.

Xét $\triangle IHG$ và $\triangle ABC$, ta có $AB < BC < AC$; $IH < HG < GI$ và $\frac{IH}{AB} = \frac{5}{4}$, $\frac{HG}{BC} = \frac{6}{5}$.

Vì $\frac{IH}{AB}$ không bằng $\frac{HG}{BC}$ nên $\triangle IHG$ không đồng dạng với $\triangle ABC$.

LUYỆN TẬP

Chỉ ra các cặp tam giác đồng dạng trong Hình 6.55. Viết kí hiệu về sự đồng dạng của chúng và xác định tỉ số đồng dạng.



Hình 6.55

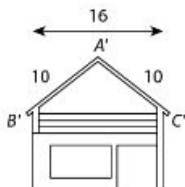
VẬN DỤNG

Trên bản vẽ thiết kế mặt tiền ngôi nhà ở Hình 6.56b, khoảng cách giữa các đỉnh A' , B' , C' của mái nhà là $A'B' = A'C' = 10$ cm, $B'C' = 16$ cm. Trên thực tế, mái nhà được xây dựng có kích thước $AB = AC = 5$ m và $BC = 8$ m (Hình 6.56a). Hỏi mặt tiền của mái nhà có được xây với đúng hình dạng như được thiết kế không?



a)

Hình 6.56



b)

BÀI TẬP

6.20. Tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $AB = 12$ cm, $BC = 15$ cm và $AC = 18$ cm. Hãy vẽ tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số đồng dạng k với:

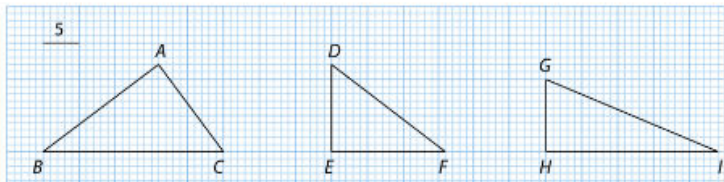
a) $k = \frac{1}{2}$;

b) $k = \frac{1}{3}$.

6.21. Chứng minh rằng hai tam giác cân cùng có cạnh bên bằng $\frac{4}{3}$ cạnh đáy thì đồng dạng với nhau.

6.22. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm và $\triangle DEF$ vuông tại D có $DE = 6$ cm, $EF = 10$ cm. Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

6.23. Trong Hình 6.57, độ dài cạnh mỗi ô vuông lớn là 5 đơn vị. Tính độ dài các cạnh của $\triangle ABC$, $\triangle DEF$, $\triangle GHI$ và cho biết các tam giác nào đồng dạng với nhau. Viết kí hiệu của sự đồng dạng đó và xác định tỉ số đồng dạng.



Hình 6.57

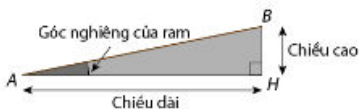
Bài 6

TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CẠNH-GÓC-CẠNH

Từ khoá: tam giác đồng dạng, trường hợp cạnh-góc-cạnh.



Trong xây dựng, để đánh giá độ nghiêng của các đường ram dốc, người ta dùng tỉ số của chiều cao và chiều dài của ram (Hình 6.58). Vì sao hai ram dốc có cùng tỉ số này thì có cùng góc nghiêng?



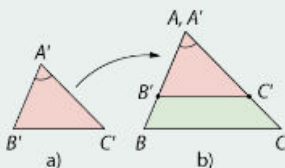
Hình 6.58



HOẠT ĐỘNG

Cắt $\triangle A'B'C'$ và $\triangle ABC$ bằng giấy có $\widehat{A'} = \widehat{A}$ và $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{2}{3}$. Xếp $\triangle A'B'C'$ lên $\triangle ABC$ sao cho cạnh $A'B'$ chồng lên cạnh AB và cạnh $A'C'$ chồng lên cạnh AC như Hình 6.59.

1. Vì sao trong Hình 6.59b cạnh $B'C'$ song song với cạnh BC ?
2. Em có kết luận gì về $\triangle A'B'C'$ và $\triangle ABC$?



Hình 6.59



Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đồng dạng.

GT	$\triangle A'B'C', \triangle ABC;$ $\widehat{A'} = \widehat{A}; \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$
KL	$\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$.

Chứng minh (Hình 6.60)

Trên tia AB , chọn điểm D sao cho $AD = A'B'$.

Trên tia AC , chọn điểm E sao cho $AE = A'C'$.

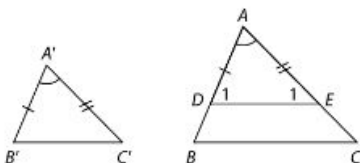
Khi đó $\frac{AD}{AB} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{AE}{AC}$ nên $DE \parallel BC$ (định lý Thalès đảo).

Theo định lý ở Bài 4, suy ra $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (1).

Mặt khác, $\triangle A'B'C'$ và $\triangle ADE$ có $A'B' = AD$, $\widehat{A'} = \widehat{A}$, $A'C' = AE$, nên $\triangle A'B'C' = \triangle ADE$ (c.g.c).

Do đó $\triangle A'B'C' \sim \triangle ADE$ (2).

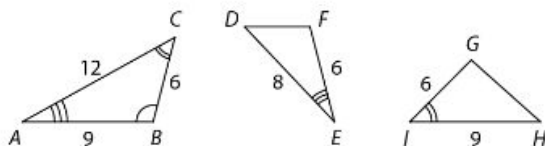
Từ (1) và (2) suy ra $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$.



Hình 6.60

VÍ DỤ

Chỉ ra các tam giác đồng dạng với tam giác ABC trong Hình 6.61.



Hình 6.61

Bài giải

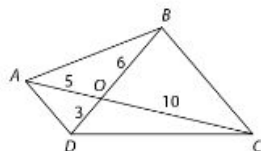
Xét $\triangle EFD$ và $\triangle ABC$, ta có $\widehat{E} = \widehat{A}$, $\frac{DE}{AC} = \frac{EF}{AB} = \frac{2}{3}$. Do đó $\triangle EFD \sim \triangle ABC$.

Xét $\triangle GHI$ và $\triangle ABC$, ta thấy $\widehat{I}$ không bằng $\widehat{A}$ và $\widehat{B}$, $\widehat{I} = \widehat{C}$ nhưng tỉ số $\frac{IG}{BC} = \frac{6}{6} = 1$ không bằng tỉ số $\frac{IH}{AC} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$. Do đó hai tam giác này không đồng dạng.

LUYỆN TẬP

Khẳng định nào sau đây đúng với các tam giác trong Hình 6.62?

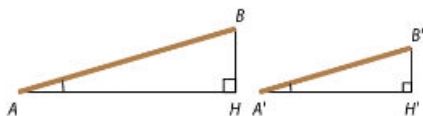
- $\triangle AOD \sim \triangle COB$;
- $\triangle AOB \sim \triangle DOC$.



Hình 6.62

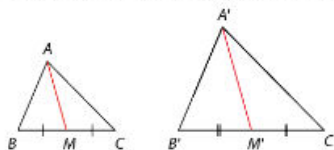
VẬN DỤNG

Trong Hình 6.63, hai đường ram dốc AB và $A'B'$ có cùng tỉ số chiều cao và chiều dài $\frac{BH}{AH} = \frac{B'H'}{A'H'}$. Em hãy giải thích vì sao $\widehat{A} = \widehat{A'}$.



Hình 6.63

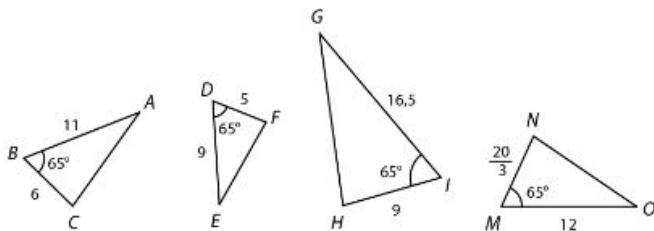
Lưu ý: Sử dụng trường hợp đồng dạng cạnh-góc-cạnh, ta có thể chứng minh: Tỉ số hai đường trung tuyến tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.



Hình 6.64. Nếu $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ với tỉ số đồng dạng k thì $\frac{A'M'}{AM} = k$.

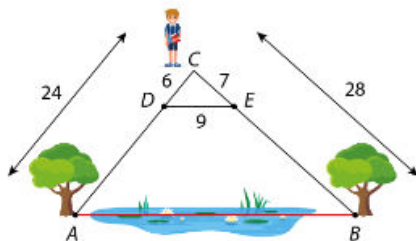
BÀI TẬP

6.24. Xác định các cặp tam giác đồng dạng với nhau trong Hình 6.65. Cho biết kí hiệu của sự đồng dạng và xác định tỉ số đồng dạng trong mỗi trường hợp.



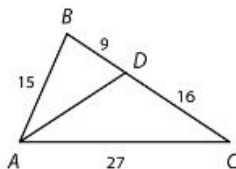
Hình 6.65

6.25. Bạn Cường đo được khoảng cách từ vị trí mình đứng (điểm C) đến cây A và cây B ở hai bên hồ nước lần lượt là $AC = 24$ m và $BC = 28$ m (Hình 6.66). Để tính độ dài AB, Cường xác định điểm D nằm giữa A, C và điểm E nằm giữa B, C sao cho $CD = 6$ m, $CE = 7$ m và đo khoảng cách giữa D và E. Nếu $DE = 9$ m thì khoảng cách giữa A và B là bao nhiêu mét?



Hình 6.66

6.26. Chứng minh rằng trong Hình 6.67, $\triangle ABC \sim \triangle DBA$. Tính độ dài đoạn thẳng AD.



Hình 6.67

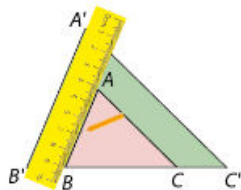
Bài 7

TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG GÓC-GÓC

Từ khoá: tam giác đồng dạng, trường hợp góc-góc.



Sử dụng thước hai lề để vẽ tam giác ABC và $A'B'C'$ có $AB \parallel A'B'$ và $AC \parallel A'C'$ như Hình 6.68. Tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ có đồng dạng với nhau không?

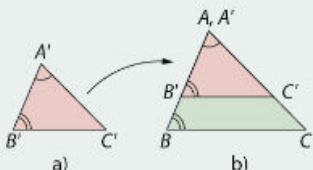


Hình 6.68

HOẠT ĐỘNG

Cắt $\Delta A'B'C'$ và ΔABC bằng giấy có $\widehat{A'} = \widehat{A}$ và $\widehat{B'} = \widehat{B}$. Xếp $\Delta A'B'C'$ lên ΔABC sao cho cạnh $A'B'$ chồng lên cạnh AB và cạnh $A'C'$ chồng lên cạnh AC như Hình 6.69.

1. Vì sao trong Hình 6.69b, cạnh $B'C'$ song song với cạnh BC ?
2. Hãy đưa ra kết luận về $\Delta A'B'C'$ và ΔABC .



Hình 6.69

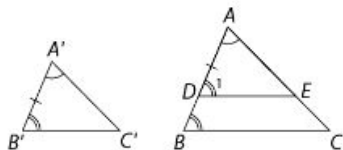


Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

GT $\Delta A'B'C', \Delta ABC;$

$\widehat{A'} = \widehat{A}, \widehat{B'} = \widehat{B}.$

KL $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC.$



Hình 6.70

Chứng minh (Hình 6.70)

Trên tia AB , chọn điểm D sao cho $AD = A'B'$. Qua D vẽ đường thẳng song song với BC cắt tia AC tại điểm E . Khi đó, theo định lý ở Bài 4 ta có: $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ (1).

Mặt khác, vì $DE \parallel BC$ và $\widehat{B} = \widehat{B'}$ nên $\widehat{D_1} = \widehat{B} = \widehat{B'}$.

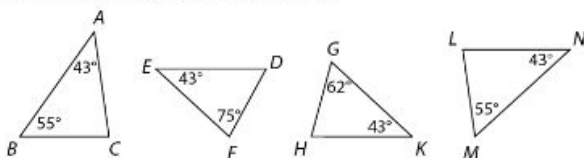
Do đó $\Delta A'B'C'$ và ΔADE có $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $A'B' = AD$, $\widehat{B'} = \widehat{D_1}$, nên $\Delta A'B'C' = \Delta ADE$ (g.c.g).

Suy ra $\Delta A'B'C' \sim \Delta ADE$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$.

VÍ DỤ

Chỉ ra các tam giác đồng dạng trong Hình 6.71.



Hình 6.71

Bài giải

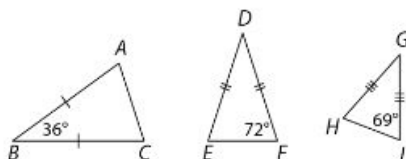
Xét $\triangle ABC$ và $\triangle NML$ có $\widehat{A} = \widehat{N} = 43^\circ$, $\widehat{B} = \widehat{M} = 55^\circ$. Do đó $\triangle ABC \sim \triangle NML$.

Trong $\triangle DEF$, ta có $\widehat{D} + \widehat{E} + \widehat{F} = 180^\circ$ (tổng ba góc của tam giác), hay $\widehat{D} + 43^\circ + 75^\circ = 180^\circ$. Do đó $\widehat{D} = 62^\circ$.

Như vậy, $\triangle DEF$ và $\triangle GKH$ có $\widehat{D} = \widehat{G} = 62^\circ$, $\widehat{E} = \widehat{K} = 43^\circ$. Do đó $\triangle DEF \sim \triangle GKH$.

LUYỆN TẬP

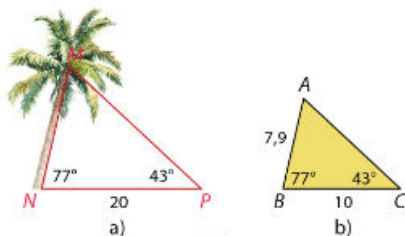
Chỉ ra cặp tam giác đồng dạng trong Hình 6.72.



Hình 6.72

VẬN DỤNG

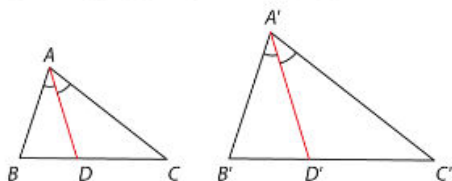
Trong Hình 6.73a, đỉnh (M), gốc (N) của cây dừa và vị trí bạn Phương đứng (P) tạo thành tam giác MNP . Phương đo được $\widehat{N} = 77^\circ$, $\widehat{P} = 43^\circ$ và $NP = 20$ m. Phương vẽ tam giác ABC có $\widehat{B} = 77^\circ$, $\widehat{C} = 43^\circ$ và $BC = 10$ cm (Hình 6.73b), đo độ dài cạnh AB và từ đó tính chiều cao MN của cây dừa. Em hãy giải thích cách làm của Phương và tính chiều cao MN của cây dừa nếu $AB = 7,9$ cm.



Hình 6.73

Lưu ý:

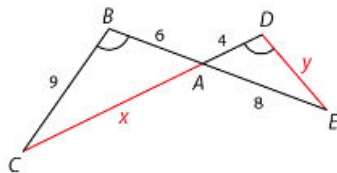
Sử dụng trường hợp đồng dạng góc-góc, ta có thể chứng minh: Tỉ số hai đường phân giác tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.



Hình 6.74. Nếu $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng k thì $\frac{A'D'}{AD} = k$.

BÀI TẬP

- 6.27.** Cho tam giác ABC . Trên cạnh BC lấy hai điểm E và F (E nằm giữa B và F). Đường thẳng qua E song song với AB và đường thẳng qua F song song với AC cắt nhau tại D . Chứng minh rằng tam giác DEF đồng dạng với tam giác ABC .
- 6.28.** Trong Hình 6.75, A là giao điểm của BE và CD .
- Chứng minh rằng tam giác ABC đồng dạng với tam giác ADE .
 - Tính các độ dài x và y .



Hình 6.75

- 6.29.** Cho tam giác ABC có $\widehat{B} < \widehat{C}$. Trên cạnh AB , lấy điểm D sao cho $\widehat{ACD} = \widehat{B}$. Cho $AD = 5$ cm, $BD = 15$ cm và $CD = 12$ cm.
- Chứng minh rằng $AC^2 = AB \cdot AD$.
 - Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC .
 - Tia phân giác của góc A cắt CD tại M và cắt BC tại N . Tính tỉ số $\frac{AM}{AN}$.

Bài 8

CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC VUÔNG

Từ khoá: tam giác vuông đồng dạng.

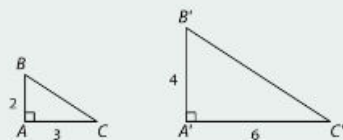


Nhận biết hai tam giác vuông đồng dạng có đơn giản hơn các trường hợp đồng dạng của hai tam giác đã học không?

1 CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG SUY RA TỪ CÁC DẤU HIỆU TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG ĐÃ HỌC

HOẠT ĐỘNG 1

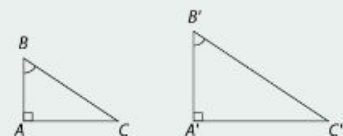
Giải thích vì sao trong Hình 6.76, $\Delta A'B'C'$ đồng dạng với ΔABC ?



Hình 6.76

HOẠT ĐỘNG 2

Giải thích vì sao trong Hình 6.77, $\Delta A'B'C'$ đồng dạng với ΔABC ?



Hình 6.77

Từ các dấu hiệu tam giác đồng dạng đã được học, ta suy ra định lý sau:



Nếu một góc nhọn của tam giác vuông này bằng một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.
Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

VÍ DỤ 1

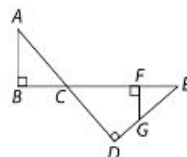
Tìm tất cả các cặp tam giác vuông đồng dạng trong Hình 6.78.

Bài giải

Xét ΔABC và ΔEDC có $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$ và $\widehat{ACB} = \widehat{DCE}$ (hai góc đối đỉnh). Do đó $\Delta ABC \sim \Delta EDC$ (g.g).

Xét ΔEDC và ΔEFG có $\widehat{D} = \widehat{F} = 90^\circ$ và $\widehat{E}$ chung.

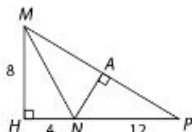
Suy ra $\Delta EDC \sim \Delta EFG$. Do đó ta cũng có $\Delta ABC \sim \Delta EFG$.



Hình 6.78

LUYỆN TẬP 1

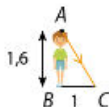
Chứng minh rằng trong Hình 6.79, $\triangle HMN$ đồng dạng với $\triangle HPM$ và $\triangle APN$.



Hình 6.79

VẬN DỤNG 1

Vào một thời điểm trong ngày, bóng của bạn An trên mặt đất là $BC = 1$ m, còn bóng cây $A'B'$ là $B'C' = 3,8$ m (Hình 6.80). Biết An cao 1,6 m, hỏi cây cao bao nhiêu mét? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.



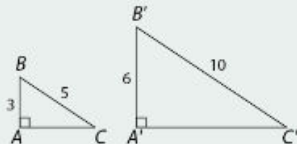
Hình 6.80

2 TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG VỀ CẠNH HUYẾN VÀ CẠNH GÓC VUÔNG

HOẠT ĐỘNG 3

Đối với hai tam giác vuông ABC và $A'B'C'$ trong Hình 6.81, em hãy cho biết:

- Cặp cạnh AB, BC và $A'B', B'C'$ có tỉ lệ với nhau không?
- Độ dài các cạnh AC và $A'C'$ là bao nhiêu và vì sao hai tam giác vuông này đồng dạng?



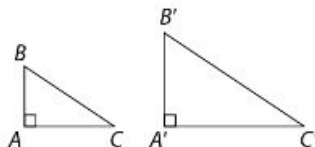
Hình 6.81

Định lý sau cho phép ta xét sự đồng dạng của hai tam giác vuông dựa vào tỉ lệ của cạnh huyền và một cạnh góc vuông.



Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

GT	$\triangle ABC$ vuông tại A ; $\triangle A'B'C'$ vuông tại A' ; $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$.
KL	$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.



Hình 6.82

Chứng minh

Bình phương hai vế của đẳng thức $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$, ta có $\frac{AB^2}{A'B'^2} = \frac{BC^2}{B'C'^2}$.

Vì $\triangle ABC$ vuông tại A nên $BC^2 - AB^2 = AC^2$,

$\triangle A'B'C'$ vuông tại A' nên $B'C'^2 - A'B'^2 = A'C'^2$.

Do đó, sử dụng tính chất của dãy tỉ lệ thức, ta có $\frac{AB^2}{A'B'^2} = \frac{BC^2}{B'C'^2} = \frac{BC^2 - AB^2}{B'C'^2 - A'B'^2} = \frac{AC^2}{A'C'^2}$.

Suy ra, $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$. Vậy $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

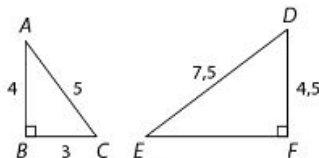
VÍ DỤ 2

Trong Hình 6.83, tam giác vuông EFD có đồng dạng với tam giác vuông ABC không? Vì sao?

Bài giải

Ta có $\frac{DF}{BC} = \frac{4,5}{3} = \frac{3}{2}$, $\frac{DE}{AC} = \frac{7,5}{5} = \frac{3}{2}$.

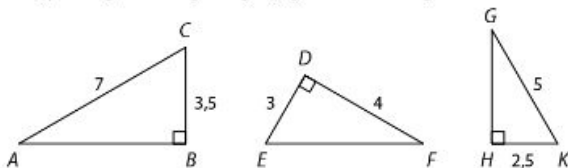
Suy ra $\triangle EFD$ và $\triangle ABC$ có $\widehat{F} = \widehat{B} = 90^\circ$ và $\frac{DF}{BC} = \frac{DE}{AC}$. Do đó $\triangle EFD \sim \triangle ABC$.



Hình 6.83

LUYỆN TẬP 2

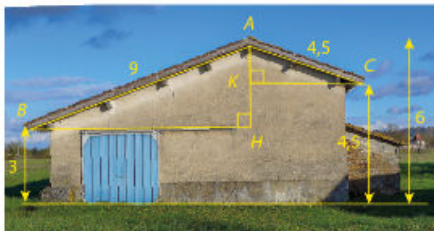
Chỉ ra các cặp tam giác vuông đồng dạng với nhau trong Hình 6.84.



Hình 6.84

VẬN DỤNG 2

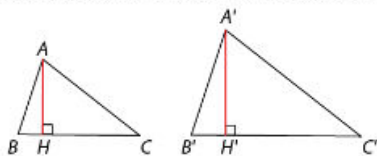
Góc nghiêng $\widehat{ABH}$ của mái nhà bên trái so với phương ngang và góc nghiêng $\widehat{ACK}$ của mái nhà bên phải so với phương ngang trong Hình 6.85 có bằng nhau không? Vì sao?



Hình 6.85

Lưu ý: Sử dụng trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông, ta có thể chứng minh:

1. Tỷ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỷ số đồng dạng;
2. Tỷ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương của tỷ số đồng dạng.



Hình 6.86. Nếu $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ với tỷ số đồng dạng k thì $\frac{A'H'}{AH} = k$ và $\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = k^2$.

BÀI TẬP

6.30. Cho tam giác ABC có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại O . Chứng minh rằng:

- a) Tam giác ABD đồng dạng với tam giác ACE ;
- b) $OE \cdot OC = OB \cdot OD$.

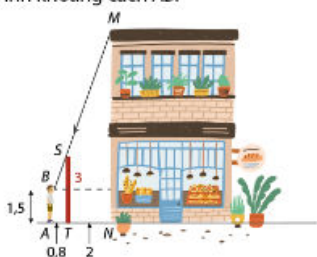
6.31. Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao. Chứng minh rằng:

- a) Tam giác ABC đồng dạng với tam giác HBA ;
- b) Tam giác ABH đồng dạng với tam giác CAH ;
- c) Cho $BH = 4$, $CH = 9$. Tính độ dài đường cao AH .

6.32. Cho tam giác ABC có AH là đường cao và $AH^2 = BH \cdot CH$. Chứng minh rằng:

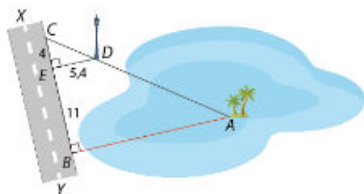
- a) Tam giác ABH đồng dạng với tam giác CAH ;
- b) Tam giác ABC vuông tại A ;
- c) Cho $BH = \frac{5}{13} AB$. Tính tỷ số chu vi và tỷ số diện tích của ΔABH và ΔABC .

6.33. Trong Hình 6.87, khi bạn An đứng ở vị trí điểm A , An thấy bức tường ST vừa che khuất ngôi nhà phía sau. Biết khoảng cách từ mắt An đến mặt đất là $1,5$ m, chiều cao bức tường là 3 m, khoảng cách từ An đến bức tường là $0,8$ m và khoảng cách từ bức tường đến ngôi nhà là 2 m. Tính chiều cao của ngôi nhà.



Hình 6.87

6.34. Trong Hình 6.88, để đo khoảng cách AB từ vị trí A giữa hồ nước đến đường XY , Nam đi dọc đường đến vị trí C sao cho điểm A , C và chân cột đèn D thẳng hàng. Nam đo được khoảng cách từ D đến đường XY là $DE = 5,4$ m, ngoài ra $CE = 4$ m và $BE = 11$ m. Tính khoảng cách AB .



Hình 6.88

Bài 9

HÌNH ĐỒNG DẠNG

Từ khoá: hình đồng dạng, hình đồng dạng phối cảnh, hình vị tự.



Hình ảnh trên hai màn hình máy tính trong Hình 6.89 có gì giống và khác nhau?



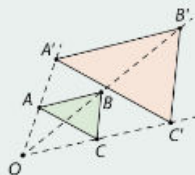
Hình 6.89

1 HÌNH ĐỒNG DẠNG PHỐI CẢNH

HOẠT ĐỘNG 1

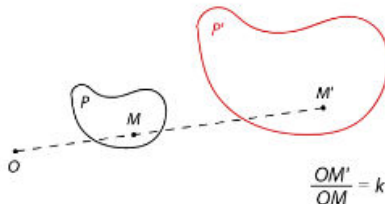
Vẽ tam giác ABC và một điểm O bất kì. Trên các tia OA , OB , OC , chọn các điểm A' , B' , C' sao cho $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC} = 2$ (Hình 6.90).

- Các tỉ số $\frac{A'B'}{AB}$, $\frac{A'C'}{AC}$, $\frac{B'C'}{BC}$ bằng bao nhiêu? Các cặp cạnh $A'B'$ và AB , $A'C'$ và AC , $B'C'$ và BC có song song không?
- Em có nhận xét gì về tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$?



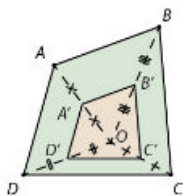
Hình 6.90

Để vẽ được hình P' đồng dạng phối cảnh (vị tự) tâm O tỉ số k ($k > 0$) của hình P , ta thực hiện như sau: Với mỗi điểm M thuộc hình P ta xác định điểm M' trên tia OM sao cho $\frac{OM'}{OM} = k$. Tất cả các điểm M' tạo thành hình P' . Hình P' là hình đồng dạng phối cảnh (hình vị tự) của P .

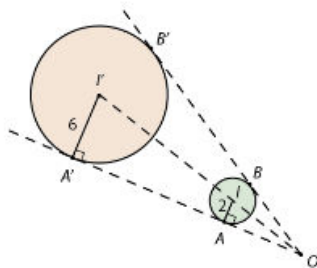


Hình 6.91

VÍ DỤ 1



a)



b)

Hình 6.92

Trong Hình 6.92a,

- Các đoạn thẳng $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$, $D'A'$ lần lượt là hình đồng dạng phối cảnh của các đoạn thẳng AB , BC , CD , DA theo tỉ số $\frac{1}{2}$.
- $A'B'C'D'$ là hình đồng dạng phối cảnh của $ABCD$ theo tỉ số $\frac{1}{2}$.

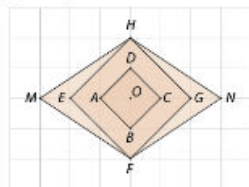
Trong Hình 6.92b, đường tròn tâm I' bán kính 6 cm là hình đồng dạng phối cảnh của đường tròn tâm I bán kính 2 cm theo tỉ số 3.

Nhận xét:

- Cho P' là hình đồng dạng phối cảnh của P (tâm O) theo tỉ số k .
 - Khi $k > 1$, P' là hình "phóng to" của hình P theo tỉ số k .
 - Khi $0 < k < 1$, P' là hình "thu nhỏ" của hình P theo tỉ số k .
- Hình đồng dạng phối cảnh (tâm O) theo tỉ số $k > 0$ của đoạn thẳng AB là đoạn thẳng $A'B'$ nằm trên đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng AB và $A'B' = kAB$.

LUYỆN TẬP 1

Trong Hình 6.93, tứ giác nào là hình đồng dạng phối cảnh tâm O của hình vuông $ABCD$ và theo tỉ số là bao nhiêu?



Hình 6.93

2 HÌNH ĐỒNG DẠNG

HOẠT ĐỘNG 2

Trong Hình 6.94, các hình nào có cùng hình dạng?



a)



b)



c)



d)

Hình 6.94

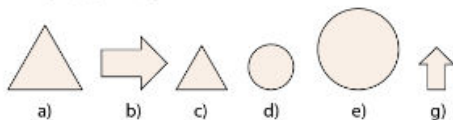
Hình H' gọi là *đồng dạng* với hình H nếu H' bằng H hoặc bằng một hình phóng to hay thu nhỏ của H .

VÍ DỤ 2

Trong Hình 6.94, cặp hình a và b , cặp hình c và d là các cặp hình đồng dạng.

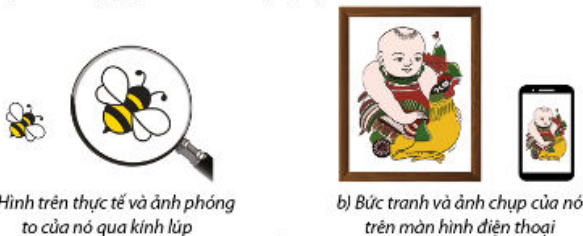
LUYỆN TẬP 2

Chỉ ra các hình đồng dạng trong Hình 6.95.



Hình 6.95

Trong thực tế, ta thường gặp các hình đồng dạng.



Hình 6.96

Trong sản xuất, đồ vật cùng mẫu mã thường được làm với nhiều kích thước khác nhau.



a) Lồng đèn Hội An



b) Bánh chưng



c) Áo thun

Hình 6.97

Trong xây dựng và kiến trúc, ta thường gặp các chi tiết được lặp lại với kích thước khác.



a) Các hoa văn mặt tiền đền Mahabodhi ở Thái Lan



b) Các cổng vòm của nhà thờ Phát Diệm ở Ninh Bình



c) Quần thể Kim Tự Tháp Giza, Cairo, Ai Cập

Hình 6.98

Trong nghệ thuật trang trí, các hình đồng dạng được sử dụng để tạo các hoa văn trang trí đẹp mắt và ấn tượng.



a) Các hoa văn tạo từ bột sữa trong cốc cà phê cappuccino



b) Một mẫu thiết kế trang trí

Hình 6.99

Trong tự nhiên, các cá thể cùng loài thường đồng dạng.



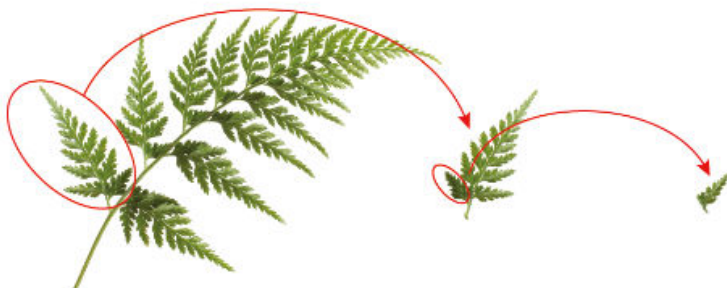
a) Lá cây phong



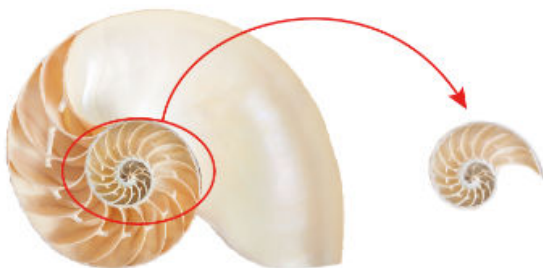
b) Bướm

Hình 6.100

Đôi khi, các cá thể có thể đồng dạng với một phần của nó.



Hình 6.101. Tàn lá dương xỉ



Hình 6.102. Vỏ ốc anh vũ

LUYỆN TẬP 3



Em hãy tìm thêm những ví dụ khác của hình đồng dạng trong cuộc sống.

BÀI TẬP

6.35. Chỉ ra các chi tiết đồng dạng trong các hình dưới đây:



a) Thánh đường Grand Sheikh Zayed ở Abu Dhabi, Các tiểu vương quốc Ả Rập Thống nhất (UAE)



b) Tháp chùa Thiên Mụ, Huế



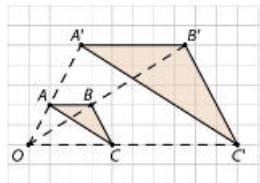
c) Quả thông



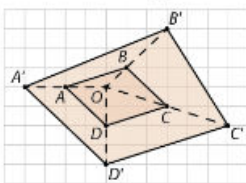
d) Chim công

Hình 6.103

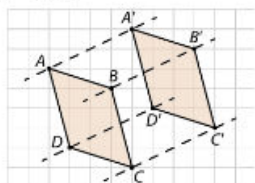
6.36. Trong trường hợp nào ở Hình 6.104 ta có cặp hình đồng dạng phối cảnh?



a)



b)

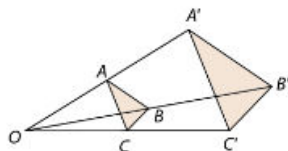


c)

Hình 6.104

6.37. Để vẽ hình đồng dạng phối cảnh tâm O tỉ số 2 của tam giác ABC, bạn Hoa thực hiện như sau:

- Xác định điểm A' trên tia OA sao cho $\frac{OA'}{OA} = 2$;
- Vẽ đường thẳng qua A' song song AB cắt OB tại B' ;
- Vẽ đường thẳng qua B' song song BC cắt OC tại C' ;
- Vẽ tam giác $A'B'C'$ (Hình 6.105).

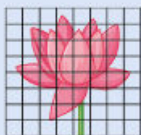


Hình 6.105

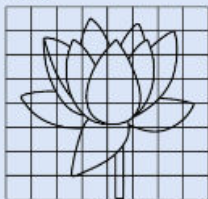
EM CÓ BIẾT

Trong hội họa, người ta thường dùng lưới ca rô để thực hiện việc phóng to hoặc thu nhỏ một ảnh gốc. Chẳng hạn, khi cần phóng to một bức vẽ lên 1,5 lần, ta có thể thực hiện như sau:

- (1) Vẽ một lưới ô vuông lên hình gốc. Trên giấy vẽ, vẽ một lưới ô vuông tương tự với độ dài cạnh mỗi ô vuông gấp 1,5 lần so với lưới ở hình gốc;
- (2) Sao chép lại đường nét từ hình gốc trong từng ô vuông sang ô vuông tương ứng trên giấy vẽ;
- (3) Xóa lưới ô vuông và tô màu.



(1)



(2)



(3)

Hình 6.106

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

1 SỬ DỤNG GEOGEBRA ĐỂ VẼ HÌNH VÀ THIẾT KẾ ĐỒ HOẠ LIÊN QUAN ĐẾN HÌNH ĐỒNG DẠNG

Mục tiêu:

- Vẽ được tam giác đồng dạng với tỉ số đồng dạng cho trước;
- Vẽ được hình đồng dạng phối cảnh của một hình cho trước.

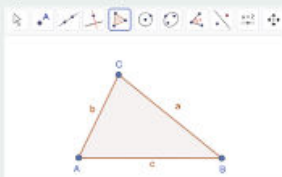
Yêu cầu chuẩn bị: Máy tính có cài đặt phần mềm GeoGebra Classic 5.0 hoặc kết nối Internet vào trang <https://www.geogebra.org/classic?lang=vi>.

Tổ chức hoạt động:

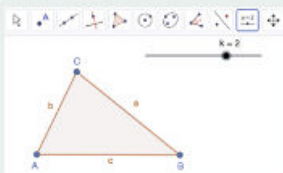
HOẠT ĐỘNG 1

Vẽ tam giác đồng dạng sử dụng trường hợp đồng dạng cạnh-cạnh-cạnh.

Bước 1 Dùng  để vẽ $\triangle ABC$ bất kì. Lưu ý tên các cạnh của $\triangle ABC$.

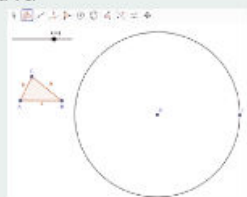


Bước 2 Dùng  để tạo thanh trượt cho tỉ số đồng dạng, chỉnh tên thanh trượt thành k . Điều chỉnh $k = 2$.



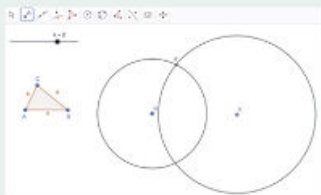
Bước 3 Vẽ đoạn thẳng DE có độ dài kAB như sau:

- Dùng  bấm vào một điểm bất kì trên vùng làm việc. Nhập kc vào hộp thoại (k là tên thanh trượt, c là tên đoạn thẳng AB);
- Dùng  để chọn điểm E bất kì trên đường tròn vừa vẽ. Ẩn đường tròn vừa vẽ.



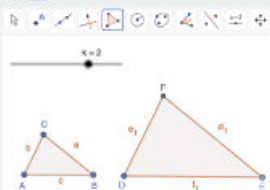
Bước 4

- Tương tự Bước 3, vẽ đường tròn tâm D bán kính kBC và đường tròn tâm E bán kính kAC .
- Dùng  bấm vào giao điểm của hai đường tròn vừa vẽ để xác định đỉnh F .
- Ẩn các đường tròn vừa vẽ.



Bước 5

Dùng để vẽ $\triangle DEF$.

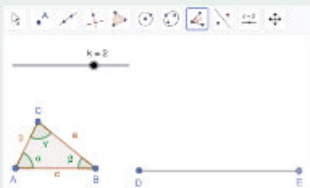
**Câu hỏi:**

1. Vì sao $\triangle DEF$ đồng dạng với $\triangle ABC$?
2. Kéo thanh trượt để thay đổi tỉ số đồng dạng k , em có nhận xét gì?

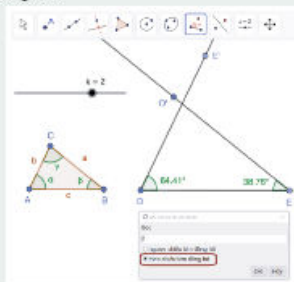
HOẠT ĐỘNG 2

Vẽ tam giác đồng dạng sử dụng trường hợp đồng dạng góc-góc.

Bước 1 Thực hiện tương tự Bước 1, 2, 3 trong Hoạt động 1 để vẽ $\triangle ABC$, thanh trượt k và đoạn thẳng $DE = kAB$. Dùng nhấn vào $\triangle ABC$ để hiển thị các góc của tam giác này. Lưu ý tên các góc của $\triangle ABC$.

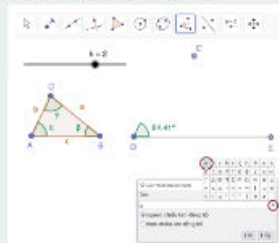


Bước 3 Vẽ góc DED' bằng góc ABC . Lưu ý khi nhập độ lớn của góc, điều chỉnh tùy chọn thành theo chiều kim đồng hồ.

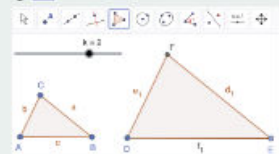


Bước 2 Vẽ góc D bằng góc A như sau:

- Dùng bấm vào điểm E , sau đó D .
- Trong hộp thoại, bấm vào α để chọn tên của góc A .
- Dùng vẽ tia DE' với E' là điểm được chương trình dựng.



Bước 4 Dùng xác định giao điểm F của tia DE' và ED' . Ẩn các đường phụ và dùng để vẽ $\triangle DEF$.

**Câu hỏi:**

1. Vì sao $\triangle DEF$ đồng dạng với $\triangle ABC$?
2. Kéo thanh trượt để thay đổi tỉ số đồng dạng k , em có nhận xét gì?

HOẠT ĐỘNG 3

Vẽ hình đồng dạng phối cảnh của một hình.

Bước 1 Sử dụng  để chèn ảnh vào vùng làm việc.

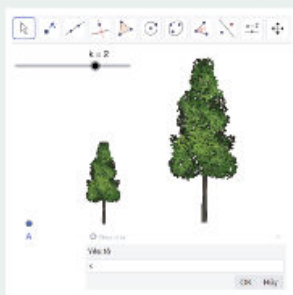


Bước 2 Dùng  để tạo thanh trượt cho tỉ số đồng dạng, chỉnh tên thanh trượt thành k . Điều chỉnh $k = 2$.



Bước 3 Dùng  để vẽ hình đồng dạng phối cảnh của hình ban đầu như sau:

- Dùng  lần lượt bấm vào hình ảnh và một điểm làm tâm.
- Trong hộp thoại, nhập k (tỉ số đồng dạng).



Câu hỏi:

- Thay đổi giá trị thanh trượt k , em có nhận xét gì về hình đồng dạng phối cảnh?
- Dùng con trỏ thay đổi vị trí tâm A ra xa và đến gần hình ảnh ban đầu, em có nhận xét gì về sự thay đổi vị trí của hình đồng dạng phối cảnh?

2 ĐO GIÁN TIẾP CHIỀU CAO CỦA CỘT CỜ

Mục tiêu:

Tính được chiều cao của cột cờ sử dụng kiến thức về tam giác đồng dạng.

Yêu cầu chuẩn bị:

Gương, bút lông, thước dây 10 m, máy tính cầm tay.

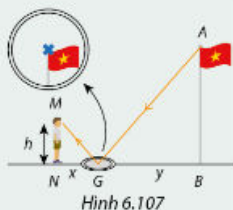
Tổ chức hoạt động:

Lớp chia thành nhiều nhóm, mỗi nhóm gồm 5 bạn thực hiện các công việc sau: làm thí nghiệm, đo đạc các độ dài, ghi chép dữ liệu và tính toán.

HOẠT ĐỘNG 1

Thực hiện trong lớp.

1. Tìm hiểu và trình bày về sự phản xạ của ánh sáng khi được chiếu tới gương phẳng.
2. Xét bài toán thực tế sau (Hình 6.107): Một bạn học sinh đứng ở điểm N thì nhìn thấy được ảnh của đỉnh của cột cờ AB trong gương G đặt trên mặt đất. Hãy:
 - a) Mô tả đường đi của tia sáng. Chứng minh rằng $\triangle MNG$ đồng dạng với $\triangle ABG$;
 - b) Cho biết khoảng cách từ mắt bạn học sinh đến mặt đất là $MN = h$ (m), khoảng cách từ bạn học sinh đến gương là $NG = x$ (m) và khoảng cách từ gương đến cột cờ là $BG = y$ (m). Viết công thức biểu diễn chiều cao của cột cờ theo x, y và h .



Hình 6.107

HOẠT ĐỘNG 2

Thực hiện ngoài sân trường.

- Dùng bút lông đánh dấu X ở giữa gương. Đặt G ở một vị trí trên mặt đất.
- Di chuyển về gần gương cho đến khi thấy ảnh của đỉnh cột cờ xuất hiện trong gương và trùng đúng với dấu X trên gương.
- Đo khoảng cách h, x, y và tính chiều cao cột cờ theo công thức đã lập được ở Hoạt động 1.
- Đổi vị trí gương và người quan sát. Thực hiện lại việc đo khoảng cách và tính chiều cao cột cờ ít nhất 5 lần. Vẽ bảng dưới đây vào vở và tính giá trị trung bình của các kết quả chiều cao cột cờ tính được.

Người thực hiện	Chiều cao từ mắt đến mặt đất (h m)	Khoảng cách từ gương đến người quan sát (x m)	Khoảng cách từ gương đến cột cờ (y m)	Chiều cao cột cờ (m)
1. An	...	...	...	...
2. Bình	...	...	...	...
...	...	...	...	...
Trung bình cộng:				...

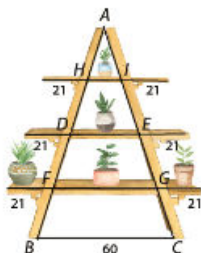
HOẠT ĐỘNG 3

Thực hiện trong lớp.

1. Các nhóm trình bày kết quả đo đạc, tính toán của mình và so sánh với kết quả của các nhóm khác.
2. Câu hỏi và thảo luận:
 - Các kết quả tính toán có hoàn toàn giống nhau không? Vì sao cần đo, tính nhiều lần và lấy giá trị trung bình của các kết quả thu được?
 - Dựa vào kiến thức đã được học về tam giác đồng dạng, hãy đề xuất một số cách khác để có thể đo gián tiếp chiều cao của cột cờ.

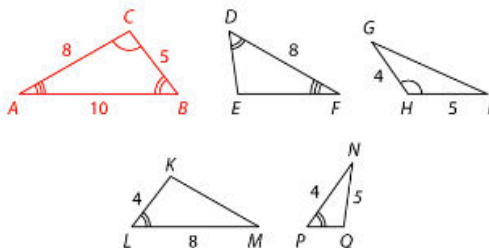
ÔN TẬP CHƯƠNG 6

- 6.38.** Trong Hình 6.108, kệ gỗ hình tam giác có ba tầng chia mỗi chân AB và AC của kệ thành bốn đoạn thẳng bằng nhau. Biết hai chân kệ cách nhau 60 cm và mỗi tầng được đóng dư 21 cm ra phía ngoài của hai chân. Tính độ dài mỗi tầng kệ.



Hình 6.108

- 6.39.** Trong Hình 6.109, các tam giác nào đồng dạng với tam giác ABC ?



Hình 6.109

- 6.40.** Cho $\triangle ABC$ có AD là đường trung tuyến. Một đường thẳng d song song với BC cắt AB , AC và AD lần lượt tại M , N và O .
- Chứng minh rằng O là trung điểm của MN .
 - Cho tỉ số của diện tích $\triangle AMN$ và $\triangle ABC$ là $\frac{4}{9}$. Chứng minh rằng O là trọng tâm của $\triangle ABC$.
- 6.41.** Cho $\triangle ABC$ có $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm và $BC = 15$ cm. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = 4$ cm và trên cạnh AC lấy điểm N sao cho $AN = 3$ cm. Gọi O là giao điểm của CM và BN . Chứng minh rằng:
- $\triangle ABN \sim \triangle ACM$;
 - $\triangle BMO \sim \triangle CNO$;
 - $\triangle BOC \sim \triangle MON$;
 - CM là tia phân giác của góc ACB và $\triangle MBN$ cân tại M .

Phần

THỐNG KÊ & XÁC SUẤT

Chương

7

Một số yếu tố về thống kê và xác suất



Lượng khí thải toàn cầu năm 2018 là 4,5 tấn trên đầu người.

Kết quả nghiên cứu của Tổ chức Khí tượng Thế giới (WMO) công bố ngày 09/05/2022 cho thấy trong 5 năm tới, nhiệt độ toàn cầu có thể tăng 1,5°C do mức độ phát thải khí nhà kính cao kỉ lục (nguồn: <https://data.worldbank.org>).

Cuộc sống hàng ngày của chúng ta luôn tràn ngập thông tin về mọi lĩnh vực: sức khỏe, môi trường, kinh tế, giáo dục, giải trí,... Khoa học Thống kê và Xác suất mang lại cho ta những công cụ hữu ích để phân tích thông tin về nhiều vấn đề mà ta thường gặp.

Cùng tìm hiểu

- ▶ Các dạng biểu đồ khác nhau có thể dùng để biểu diễn một tập dữ liệu, cách chuyển từ dạng này sang dạng kia, ưu điểm và hạn chế của mỗi dạng xét theo mục đích phân tích dữ liệu,...;
- ▶ Cách phân tích dữ liệu thu được để giải quyết những vấn đề đơn giản thường gặp;
- ▶ Tỉ số mô tả xác suất của một biến cố ngẫu nhiên, mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm của một biến cố với xác suất của biến cố đó trong một số ví dụ đơn giản.

Bài 1

THU THẬP VÀ TỔ CHỨC DỮ LIỆU

Từ khoá: thu thập dữ liệu, phân loại dữ liệu, tính hợp lý của dữ liệu.



Ta thường xuyên gặp những câu hỏi mà để đưa ra câu trả lời thì phải có dữ liệu. Như vậy, thu thập dữ liệu là một khâu quan trọng trong những trường hợp này. Làm thế nào để thu thập dữ liệu? Phân loại và tổ chức dữ liệu thu thập được ra sao để tìm câu trả lời?

1 THU THẬP VÀ TỔ CHỨC DỮ LIỆU

Có nhiều phương pháp khác nhau để thu thập dữ liệu. Ta phải căn cứ vào câu hỏi cần trả lời, thông tin muốn biết và điều kiện khảo sát để lựa chọn phương pháp thu thập dữ liệu phù hợp.

Ta cũng cần lập bảng ghi chép và tổ chức dữ liệu thu thập được. Để lập bảng thì phải phân loại dữ liệu. Dữ liệu định lượng là dữ liệu được biểu diễn bằng các số thực và có thể sắp xếp thứ tự. Dữ liệu định tính có 2 loại: loại có thể phân thứ bậc (như mức độ yêu thích, hài lòng,...) và loại không thể phân thứ bậc (như giới tính, địa điểm,...).

Bảng lập có bao nhiêu cột (dòng) tùy thuộc vào loại dữ liệu dự kiến có thể thu thập được.

VÍ DỤ 1

Trong mỗi trường hợp sau, hãy đề xuất một phương pháp thu thập dữ liệu có thể sử dụng, xác định đối tượng điều tra, phân loại dữ liệu thu được và lập bảng ghi chép dự kiến khi muốn tìm hiểu:

- Mức độ hài lòng của khách hàng đối với các dịch vụ do khách sạn A cung cấp;
- Tuổi của các thành viên tham gia câu lạc bộ võ thuật do nhà văn hoá thiếu nhi quận tổ chức;
- Thủ đô các nước thuộc khối ASEAN.

Bài giải

- Phương pháp thu thập dữ liệu: Có thể phát phiếu hỏi điều tra.

Đối tượng điều tra: Một số khách đã hoặc đang ở khách sạn A (đối với những khách không còn có mặt ở khách sạn nữa, có thể gửi phiếu điều tra qua thư điện tử).

Phân loại dữ liệu: "Mức độ hài lòng" là dấu hiệu định tính.

Bảng ghi chép dữ liệu: Có thể lập như *Bảng 7.1a*.

Cách ghi chép dữ liệu: Dùng mỗi kí hiệu (ví dụ như "X") để chỉ 1 người.

Bảng 7.1a. Sự hài lòng của khách hàng

Mức độ	Số người
Rất hài lòng	X
Hài lòng một phần	
Không hài lòng	
Hoàn toàn không hài lòng	

- b) Phương pháp thu thập dữ liệu: Có thể phỏng vấn hay phát phiếu hỏi về tuổi của từng thành viên câu lạc bộ. Cũng có thể tham khảo hồ sơ do câu lạc bộ lưu trữ.
Đối tượng điều tra: Toàn bộ các thành viên của câu lạc bộ.

Phân loại dữ liệu: Tuổi (làm tròn theo năm) là dấu hiệu định lượng, nhận giá trị là các số tự nhiên.

Bảng ghi chép dữ liệu có thể lập như *Bảng 7.1b*, trong đó tuổi được sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.

Cách ghi chép dữ liệu: Dùng mỗi kí hiệu (ví dụ như "/") để chỉ 1 người.

Bảng 7.1b. Tuổi của các thành viên câu lạc bộ võ thuật

Tuổi	10	11	12	13	14	15
Số người	//					

- c) Phương pháp thu thập dữ liệu: Có thể tìm hiểu trên các trang web để có danh sách các nước và thủ đô mỗi nước thuộc khối ASEAN.

Đối tượng điều tra: 10 nước thuộc khối ASEAN.

Dữ liệu thu được là dữ liệu định tính và không phân thứ bậc được, nên thứ tự ghi các nước trong bảng có thể xếp tùy ý. Tuy nhiên, để dễ tìm lại dữ liệu, ta có thể ghi các nước theo thứ tự A, B, C, ... và lập bảng ghi chép như *Bảng 7.1c*.

Bảng 7.1c. Thủ đô các nước thuộc khối ASEAN

Nước	Thủ đô	Nước	Thủ đô
Brunei		Myanmar	
Cambodia		Philippines	
Indonesia		Singapore	
Lào		Thái Lan	
Malaysia		Việt Nam	

LUYỆN TẬP 1

Hãy xác định phương pháp thu thập dữ liệu, đối tượng điều tra, phân loại dữ liệu và lập bảng ghi chép dữ liệu trong mỗi hoạt động điều tra sau:

- Loại phương tiện giao thông thường được nhân viên công ty X sử dụng hàng ngày để đến nơi làm việc;
- Chiều cao của các bạn học sinh tổ 1 của lớp em;
- Ca sĩ yêu thích nhất của mỗi bạn trong lớp.

2 TÍNH HỢP LÝ CỦA DỮ LIỆU

HOẠT ĐỘNG

Công ty sản xuất sữa chua A có hai cơ sở sản xuất X, Y.

Khi tìm hiểu hàm lượng calcium có trong mỗi hộp sữa chua do công ty A sản xuất, Trung và Hoà thu được hai báo cáo có kết luận khác nhau.

Kết luận của báo cáo thứ nhất dựa trên dữ liệu về sản phẩm sữa chua lấy từ một lô hàng của cơ sở sản xuất X.

Kết luận của báo cáo thứ hai thì dựa vào dữ liệu liên quan đến sản phẩm sữa chua của cả hai cơ sở X, Y. Tại mỗi cơ sở, người ta lấy ngẫu nhiên một số sản phẩm thuộc nhiều lô hàng khác nhau, sản xuất ở những thời điểm khác nhau.

Theo em, kết luận của báo cáo nào đáng tin cậy hơn? Vì sao?

Để có thể đưa ra những kết luận hợp lý, khi thu thập dữ liệu, ta cần quan tâm đến tính đại diện (như tỉ lệ nam – nữ, lứa tuổi, vùng miền,..., tỉ lệ các loại sản phẩm, nơi sản xuất,...) của đối tượng điều tra.

VÍ DỤ 2

Nhà máy gốm sứ M vừa nhập kho ba lô hàng I, II, III mới được sản xuất từ ba lò nung khác nhau. Số sản phẩm của mỗi lô theo thứ tự là 300, 420, 385. Tổ kiểm tra chất lượng sản phẩm dự định lấy ngẫu nhiên một số sản phẩm trong kho để đánh giá tỉ lệ sản phẩm có lỗi do nhà máy sản xuất. Số sản phẩm họ lấy ra từ mỗi lô theo thứ tự là 15, 21, 20. Theo em, phương án chọn sản phẩm của tổ kiểm tra có hợp lý không?

Bài giải

Để kiểm tra chất lượng thì nên chọn sản phẩm ở cả ba lô I, II, III theo một tỉ lệ gần như nhau. Trong thực tế, tỉ lệ sản phẩm được kiểm tra ở mỗi lô là:

$$\frac{15}{300} = 5\%; \quad \frac{21}{420} = 5\%; \quad \frac{19}{385} \approx 4,9\%.$$

Ba tỉ lệ này gần như nhau. Như vậy, có thể xem như phương án chọn sản phẩm của tổ kiểm tra là hợp lý.

LUYỆN TẬP 2

Người ta muốn tìm hiểu số giờ ngủ hàng ngày của một nhóm 48 học sinh gồm 12 nam và 36 nữ. Ba bạn Mai, Đào, Huệ đề nghị chọn ngẫu nhiên một số học sinh trong nhóm này để phỏng vấn.

- Mai đề nghị chọn 5 nam, 5 nữ;
- Đào đề nghị chọn 10 nam, 5 nữ;
- Huệ muốn chọn 6 nam, 18 nữ.

Em đồng ý với ý kiến của bạn nào? Vì sao?

BÀI TẬP

7.1. Dưới đây là 4 vấn đề mà một số bạn trong lớp muốn tìm hiểu:



Trong tuần lễ nghỉ Tết, trung bình các bạn của lớp đọc được bao nhiêu quyển sách?



Trong lớp có bao nhiêu phần trăm học sinh đã nhìn thấy con voi thật (không phải trên phim ảnh)?



Diện tích, dân số, thủ đô của các nước tham gia Đại hội thể thao Đông Nam Á lần thứ 31 (SEA GAMES 31) được tổ chức ở Việt Nam.



Tỉ lệ học sinh trong lớp đạt điểm 9 – 10 môn tiếng Anh ở kì thi cuối năm học trước.

Trong mỗi trường hợp, hãy xác định phương pháp thu thập dữ liệu. Dữ liệu cần thu thập thuộc loại nào? Hãy lập bảng ghi chép dữ liệu dự kiến thu thập được.

7.2. Để tổ chức sinh hoạt hè cho thiếu niên, khu phố 1 muốn xác định môn thể thao được nhiều em ở lứa tuổi 12 – 14 yêu thích. Số thiếu niên thuộc lứa tuổi này trong khu phố được thống kê ở bảng sau:

Số thiếu niên 12 – 14 tuổi trong khu phố

	12 tuổi	13 tuổi	14 tuổi
Nam	24	15	24
Nữ	32	19	22
Tổng số	56	34	46

Bác Hân, phụ trách khu phố, dự định điều tra khoảng một phần tư số thiếu niên. Theo em, bác Hân nên chọn mỗi nhóm bao nhiêu thiếu niên để đảm bảo tính hợp lí của dữ liệu thu được?

7.3. Trại giống gia cầm A có nuôi ba giống gà khác nhau: gà ri, gà Đông Tảo, gà Hắc Phong với số lượng lần lượt là 20 000; 30 000 và 10 000 con. Mỗi giống gà được nuôi trong một khu riêng. Giữa mùa đông, người ta muốn kiểm tra sức khoẻ của gà. 60 con gà sẽ được chọn để kiểm tra. Trong ba phương án chọn gà sau, theo em, phương án nào hợp lí? Giải thích ý kiến của em.

- Chọn ngẫu nhiên 60 con gà trong một khu;
- Chọn ngẫu nhiên mỗi khu 20 con gà;
- Chọn ngẫu nhiên 20 con ở khu gà ri, 30 con ở khu gà Đông Tảo và 10 con ở khu gà Hắc Phong.

Bài 2

LỰA CHỌN BIỂU ĐỒ TRANH, BẢNG THỐNG KÊ TRONG BIỂU DIỄN VÀ PHÂN TÍCH DỮ LIỆU

Từ khoá: biểu đồ tranh, bảng thống kê.



Bảng thống kê (thường được gọi là *bảng*) và *biểu đồ tranh* là những cách khác nhau để biểu diễn một dãy dữ liệu. Vậy trong mỗi trường hợp cụ thể, nên lựa chọn cách biểu diễn nào? Chuyển từ cách biểu diễn này sang cách biểu diễn kia ra sao?

HOẠT ĐỘNG

Căng tin của một trường tiểu học muốn điều tra về những loại quả mà học sinh bán trú thích dùng trong bữa ăn phụ sau giờ nghỉ trưa ở trường.

- a) Kết quả điều tra một số học sinh lớp 1A được biểu diễn bởi biểu đồ tranh ở *Hình 7.1*. Hỏi đối với mỗi loại quả, có bao nhiêu học sinh thích? Từ kết quả tìm được, hãy lập một bảng thống kê ứng với biểu đồ tranh đã cho.

Loại quả được học sinh thích



Hình 7.1

- b) Điều tra nhiều học sinh hơn, căng tin thu được dữ liệu sau (*Bảng 7.2a*):

Bảng 7.2a. Loại quả được yêu thích

Loại quả	Chuối	Táo	Cam	Dâu
Số học sinh	20	30	25	35

Hãy vẽ biểu đồ tranh biểu diễn dữ liệu thu thập được.

- c) *Bảng 7.2b* trình bày kết quả thu được khi căng tin mở rộng cuộc điều tra cho nhiều học sinh hơn nữa:

Bảng 7.2b. Loại quả được yêu thích

Loại quả	Chuối	Táo	Cam	Dâu
Số học sinh	53	46	45	72

Khi vẽ biểu đồ tranh trong trường hợp này, em có gặp khó khăn gì không?

Nhận xét:

Để biểu diễn một dãy dữ liệu, ta có thể chuyển từ biểu đồ tranh về bảng hay ngược lại.

Khi lựa chọn giữa bảng và biểu đồ tranh, ta phải căn cứ vào đặc điểm của dãy dữ liệu. Nếu dữ liệu gồm những số có giá trị lớn, đặc biệt là khi các số đó không có ước chung $k > 1$ thì biểu đồ tranh không thuận lợi cho việc biểu diễn và phân tích dữ liệu.

Ta cũng cần căn cứ câu hỏi cần trả lời (hay mục đích phân tích dữ liệu) để lựa chọn giữa bảng và biểu đồ tranh.

VÍ DỤ

Dưới đây là dữ liệu về đánh giá kết quả học tập môn Toán của một số bạn trong lớp:

Hoa	Nữ	Tốt
Mai	Nữ	Khá
Nam	Nam	Tốt
Hùng	Nam	Đạt
Dũng	Nam	Khá
Trúc	Nữ	Khá
Phi	Nam	Khá
Toàn	Nam	Đạt
Phong	Nam	Khá
Phát	Nam	Tốt

Khánh	Nữ	Khá
Đức	Nam	Khá
Hoà	Nữ	Đạt
Hồng	Nữ	Khá
Phú	Nam	Chưa đạt
Trang	Nữ	Tốt
Loan	Nữ	Khá
Anh	Nam	Khá
Ngọc	Nam	Tốt
Vân	Nữ	Khá

Lựa chọn giữa biểu đồ tranh và bảng để biểu diễn dữ liệu đã có sao cho cách biểu diễn đó thể hiện rõ câu trả lời cho những câu hỏi sau:

- Bao nhiêu bạn đạt loại "Tốt"? Số bạn đạt loại nào chiếm nhiều nhất?
- Có bao nhiêu bạn nam và bao nhiêu bạn nữ đạt loại "Tốt"? Có bao nhiêu bạn nữ trong bảng dữ liệu đã cho? Số bạn nữ đạt loại nào nhiều nhất? So sánh số bạn nam đạt loại "Tốt" và loại "Khá".

Bài giải

- Câu hỏi chỉ liên quan đến một đặc tính của đối tượng điều tra (kết quả đánh giá) nên có thể được trình bày qua một bảng gồm 2 cột hoặc 2 dòng. Chẳng hạn như bảng 2 dòng dưới đây:

Bảng 7.3a. Kết quả học tập của lớp

Loại	Tốt	Khá	Đạt	Chưa đạt
Số học sinh	5	11	3	1

Trong trường hợp này, ta cũng có thể dùng biểu đồ tranh như ở Hình 7.2 để biểu diễn dữ liệu.



Hình 7.2

Bảng 7.3a và biểu đồ tranh đã vẽ đều giúp ta tìm thấy ngay câu trả lời cho những câu hỏi đã đặt ra:

- Có 5 bạn đạt loại "Tốt";
 - Số bạn đạt loại "Khá" chiếm nhiều nhất (11 bạn).
- b) Với những câu hỏi cần trả lời thì ta phải quan tâm đến cả giới tính lẫn kết quả học tập của các bạn học sinh. Như vậy, bảng cần lập phải phản ánh hai đặc tính của dữ liệu. Bảng đó có thể lập như sau:

Bảng 7.3b. Kết quả học tập của lớp

Số học sinh	Tốt	Khá	Đạt	Chưa đạt	Tổng số
Nam	3	5	2	1	11
Nữ	2	6	1	0	9
Tổng số	5	11	3	1	20

Với Bảng 7.3b, ta dễ dàng tìm được câu trả lời cho những câu hỏi đã nêu. Cụ thể:

- Cột thứ hai của bảng cho thấy: Trong 5 bạn đạt loại "Tốt" có 3 bạn nam và 2 bạn nữ;
- Dòng thứ ba của bảng cho biết: Dữ liệu liên quan đến 9 bạn nữ, trong đó số bạn đạt loại "Khá" chiếm nhiều nhất;
- Giao của dòng thứ hai với cột thứ hai và thứ ba giúp ta nhanh chóng so sánh: Trong các bạn nam thì 5 bạn đạt loại "Khá", nhiều hơn 2 so với số bạn đạt loại "Tốt".

Nhận xét:

- Nếu chỉ cần phân tích một đặc tính của dữ liệu, ta lập bảng có 2 dòng (hoặc 2 cột). Trong trường hợp này, ta cũng có thể dùng biểu đồ tranh.
- Khi phải phân tích nhiều đặc tính của dữ liệu, ta cần lập bảng có nhiều hơn 2 dòng và nhiều hơn 2 cột. Trong trường hợp này, biểu đồ tranh không phải là cách biểu diễn gọn gàng và thuận lợi cho việc phân tích dữ liệu.

LUYỆN TẬP 1

Dưới đây là số bánh mì bán được mỗi ngày mà người chủ cửa hàng bánh ghi lại trong suốt một tháng:

65	76	70	65	76	82	76	70	65	76
82	85	76	82	85	70	65	76	76	76
76	70	65	76	85	70	72	85	65	70

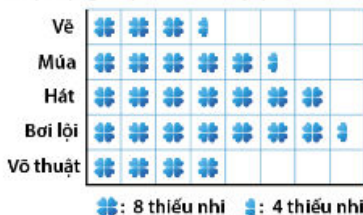
Nhằm tổng kết tình hình bán hàng trong tháng, chủ cửa hàng muốn chọn một cách biểu diễn dữ liệu để trả lời hai câu hỏi:

- Số bánh bán được nhiều nhất trong một ngày là bao nhiêu?
 - Lượng bánh có số ngày bán được nhiều nhất là bao nhiêu?
- a) Theo em, chủ cửa hàng nên chọn bảng thống kê hay biểu đồ tranh để biểu diễn dữ liệu? Vì sao?
- b) Hãy biểu diễn dữ liệu theo sự lựa chọn của em và dựa vào đó để trả lời hai câu hỏi trên.

LUYỆN TẬP 2

Chuẩn bị cho kì nghỉ hè, trung tâm văn hoá quận muốn lên kế hoạch tổ chức một số câu lạc bộ văn hoá – thể thao cho thiếu nhi. Trung tâm đã điều tra sở thích của thiếu nhi trong quận. Dữ liệu thu về được biểu diễn bằng biểu đồ tranh ở Hình 7.3.

Hoạt động được thiếu nhi quận yêu thích



Hình 7.3

- a) Lập bảng thống kê ứng với biểu đồ đã cho.
- b) Trung tâm văn hoá quận sẽ chỉ tổ chức những câu lạc bộ có ít nhất 40 thiếu nhi yêu thích. Vậy câu lạc bộ nào sẽ không được tổ chức?

BÀI TẬP

- 7.4.** Trong suốt 5 năm, trường mẫu giáo M thống kê số bé nhập học lớp "mầm" (dành cho trẻ 3 tuổi). Số liệu thu được là: Năm 2013 có 20 bé trai, 30 bé gái; năm 2014 có 42 bé trai, 40 bé gái; năm 2015 có 58 bé trai, 53 bé gái; năm 2016 có 45 bé trai, 41 bé gái; năm 2017 có 30 bé trai, 26 bé gái.
- Vẽ biểu đồ tranh biểu diễn số bé nhập học lớp "mầm" của trường trong mỗi năm, từ 2013 đến 2017.
 - Lập bảng thống kê biểu diễn số liệu đã cho.
 - Em hãy cho biết, tại trường mẫu giáo M:
 - Năm nào có số lượng bé nhập học lớp "mầm" ít nhất? nhiều nhất?
 - Năm nào số bé trai nhập học lớp "mầm" nhiều hơn số bé gái?Đối với mỗi câu hỏi trên, em đã dùng bảng thống kê hay biểu đồ tranh để trả lời? Giải thích sự lựa chọn của em.
- 7.5.** Lan đã điều tra một số học sinh lớp 8 về số sách mà mỗi bạn đọc trong tháng vừa qua. Thông tin Lan thu được là:
- 2 bạn nam và 2 bạn nữ không đọc quyển nào;
 - 28 bạn nam và 24 bạn nữ đọc từ 1 đến 5 quyển;
 - 6 bạn nam và 10 bạn nữ đọc từ 6 đến 8 quyển;
 - 5 bạn nam và 3 bạn nữ đọc trên 8 quyển.
- Lan muốn chọn cách biểu diễn dữ liệu thuận tiện cho việc trả lời những câu hỏi sau:
- Bao nhiêu bạn nữ đã đọc từ 1 đến 5 quyển sách?
 - Bao nhiêu bạn nam đã đọc nhiều hơn 8 quyển sách?
 - Số bạn đọc từ 1 đến 5 quyển sách chiếm bao nhiêu phần trăm tổng số bạn được điều tra?
- Theo em, Lan nên chọn bảng thống kê hay biểu đồ tranh? Vì sao?
 - Biểu diễn dữ liệu theo sự lựa chọn của em và dựa vào đó để trả lời những câu hỏi trên.
- 7.6.** Hai lớp 8E1 và 8E2 của một trường trung học cơ sở có 32 học sinh bán trú, trong đó 14 học sinh thuộc lớp 8E2. Số học sinh không bán trú của hai lớp này lần lượt là 9 và 11.
- Em hãy lập một bảng thống kê cho biết tổng số học sinh và số học sinh bán trú, không bán trú của mỗi lớp.
 - Trong trường hợp này, có nên dùng biểu đồ tranh để biểu diễn dữ liệu không? Vì sao?

Bài 3

LỰA CHỌN BIỂU ĐỒ TRONG BIỂU DIỄN VÀ PHÂN TÍCH DỮ LIỆU

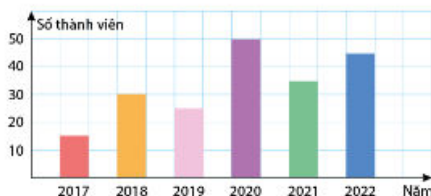
Từ khóa: biểu đồ cột, biểu đồ hình quạt tròn, biểu đồ đoạn thẳng.

1 CÁC LOẠI BIỂU ĐỒ

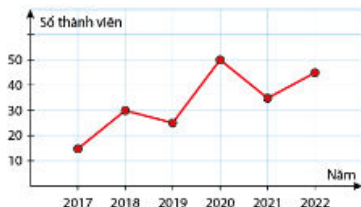
Ngoài biểu đồ tranh, ta đã biết rằng còn có thể dùng *biểu đồ cột*, *biểu đồ cột kép*, *biểu đồ hình quạt tròn*, *biểu đồ đoạn thẳng* để biểu diễn dữ liệu một cách trực quan.

VÍ DỤ 1

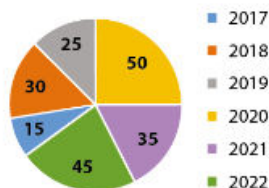
Một câu lạc bộ hội họa đã theo dõi số thành viên của mình từ năm 2017 đến 2022. Số liệu thống kê được biểu diễn bằng bốn biểu đồ dưới đây:



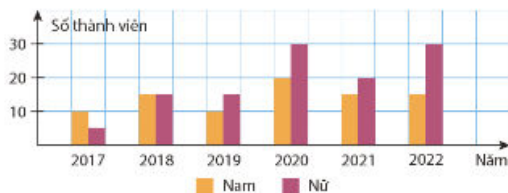
Hình 7.4a



Hình 7.4b



Hình 7.4c



Hình 7.4d

Từ các biểu đồ đã cho, hãy trả lời những câu hỏi dưới đây. Đối với mỗi câu hỏi, cho biết biểu đồ nào đã được sử dụng để tìm câu trả lời. Giải thích vì sao.

- a) Năm nào có số thành viên nam và nữ tham gia câu lạc bộ bằng nhau?
- b) Vào những năm nào số thành viên của câu lạc bộ giảm sút so với năm trước đó?
- c) Năm nào câu lạc bộ có nhiều thành viên nhất?
- d) Năm nào có số thành viên chiếm $\frac{1}{4}$ tổng số thành viên của tất cả các năm từ 2017 đến 2022?

Bài giải

- a) Năm 2018, câu lạc bộ có số thành viên nam và nữ bằng nhau. Câu trả lời chỉ có thể được tìm thấy trên biểu đồ cột kép vì nó là biểu đồ duy nhất hiển thị hai đặc tính của dữ liệu (số lượng và giới tính).
- b) Năm 2019 và năm 2021, số thành viên của câu lạc bộ bị giảm sút so với năm trước đó. Điều này có thể được quan sát thấy cả trên biểu đồ cột lẫn biểu đồ đoạn thẳng. Với biểu đồ cột, ta phải so sánh từng cặp cột đứng gần nhau để biết số liệu năm sau tăng hay giảm so với năm trước. Tuy nhiên, điều này có thể nhìn thấy ngay trên biểu đồ đoạn thẳng, qua quan sát xu hướng "đi lên" hay "đi xuống" của mỗi đoạn thẳng.
- c) Biểu đồ cột và biểu đồ hình quạt tròn cho thấy ngay: Vào năm 2020, câu lạc bộ có nhiều thành viên tham gia nhất. Đó là năm ứng với cột cao nhất trong biểu đồ cột, cũng là năm ứng với hình quạt lớn nhất trong biểu đồ hình quạt tròn.
- d) Để so sánh tỉ lệ số thành viên mỗi năm với tổng thể các năm giai đoạn 2017 – 2022, dùng biểu đồ hình quạt tròn sẽ thuận lợi hơn cả. Trên biểu đồ hình quạt tròn, ta thấy hình quạt ứng với năm 2020 chiếm $\frac{1}{4}$ hình tròn. Suy ra, năm 2020 có số thành viên chiếm $\frac{1}{4}$ tổng số thành viên của cả giai đoạn. Nếu dùng 3 biểu đồ cột, cột kép, đoạn thẳng thì ta không có ngay câu trả lời mà phải thực hiện một số phép tính.

Nhận xét:

Mỗi loại biểu đồ có những ưu điểm và hạn chế riêng của nó.

Biểu đồ cột giúp ta dễ dàng so sánh các dãy số liệu chỉ liên quan đến một đặc tính.

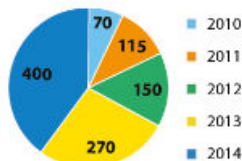
Nếu muốn phân tích những dãy số liệu liên quan đến nhiều đặc tính, biểu đồ cột kép là phương tiện biểu diễn trực quan tốt hơn. Nhìn vào đó, ta dễ dàng so sánh các số liệu thuộc cùng một nhóm (như số nam và nữ tham gia câu lạc bộ mỗi năm).

Biểu đồ đoạn thẳng biểu thị rất trực quan xu hướng thay đổi của một đại lượng theo thời gian. Đoạn thẳng "đi lên" ("đi xuống") cho biết đại lượng tăng (giảm). Đoạn thẳng càng "đốc" thì sự thay đổi càng lớn.

So với các loại biểu đồ khác, biểu đồ hình quạt tròn thể hiện tốt nhất tỉ lệ giữa các nhóm đối tượng với toàn thể tập hợp đối tượng điều tra.

LUYỆN TẬP 1

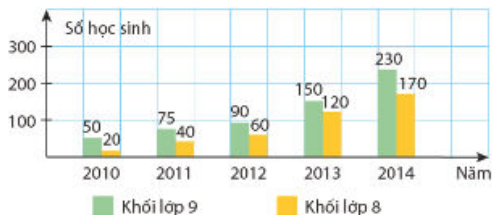
Trong 5 năm liên, Trường trung học cơ sở A điều tra số học sinh khối lớp 8 và khối lớp 9 có sử dụng Internet. Dữ liệu điều tra được biểu diễn bằng bốn biểu đồ dưới đây:



Hình 7.5a



Hình 7.5b



Hình 7.5c



Hình 7.5d

Sử dụng các biểu đồ đã cho để trả lời những câu hỏi dưới đây. Với mỗi câu hỏi, hãy cho biết biểu đồ nào thể hiện rõ hơn câu trả lời. Giải thích vì sao.

- Năm nào có số học sinh sử dụng Internet tăng nhiều nhất so với năm trước đó?
- Năm nào có số học sinh khối lớp 9 và số học sinh khối lớp 8 sử dụng Internet chênh lệch nhau ít nhất?
- Năm nào trường A có số học sinh sử dụng Internet nhiều nhất?

2 LỰA CHỌN BIỂU ĐỒ. CHUYỂN TỪ DẠNG BIỂU DIỄN NÀY SANG DẠNG BIỂU DIỄN KIA

Khi phân tích dữ liệu, để khai thác ưu điểm của từng loại biểu đồ, nhiều khi ta phải chuyển từ bảng thống kê về biểu đồ hay ngược lại, hoặc phải chuyển từ biểu đồ dạng này về biểu đồ dạng kia.

HOẠT ĐỘNG

Khánh chọn ra 5 bộ phim hoạt hình nổi tiếng và điều tra 250 thiếu nhi để so sánh tỉ lệ các em yêu thích mỗi bộ phim. Kết quả điều tra được trình bày trong *Bảng 7.4*.

Bảng 7.4. Phim được yêu thích nhất

Phim	Số thiếu nhi yêu thích
Mèo và Chuột (Tom and Jerry)	50
Đi tìm Nemo (Finding Nemo)	60
Chuột Mickey (Mickey Mouse)	48
Vua sư tử (The Lion King)	52
Doraemon	40

Để phân tích dữ liệu, Khánh quyết định dùng biểu đồ đoạn thẳng, Phong đề nghị dùng biểu đồ cột, còn Mai gợi ý biểu đồ hình quạt tròn sẽ hữu ích hơn. Lựa chọn của ai tốt hơn? Vì sao?

Một dãy dữ liệu có thể được biểu diễn bằng những biểu đồ khác nhau. Để biểu diễn trực quan và tạo thuận lợi cho việc phân tích dữ liệu, ta cần biết chọn loại biểu đồ phù hợp với dữ liệu và phù hợp với mục đích phân tích dữ liệu.

VÍ DỤ 2

Bảng 7.5 trình bày dữ liệu do một nhà sản xuất băng đĩa nhạc thu được qua cuộc điều tra 1 000 bạn trẻ về các thể loại nhạc mà họ yêu thích.

Bảng 7.5

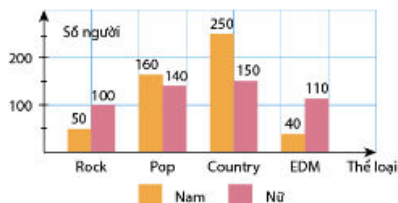
	Rock	Pop	Country	EDM (Electronic Dance Music)
Nam	50	160	250	40
Nữ	100	140	150	110
Tổng số	150	300	400	150

Em hãy giúp nhà sản xuất lựa chọn biểu đồ phù hợp để hiển thị rõ thông tin cho bởi *Bảng 7.5* trong các trường hợp dưới. Giải thích sự lựa chọn của em.

- Biểu diễn số lượng người yêu thích mỗi thể loại nhạc;
- Biểu diễn tỉ lệ người yêu thích mỗi thể loại nhạc;
- Biểu diễn mức độ chênh lệch nam – nữ trong cùng nhóm thích mỗi thể loại nhạc;
- Vẽ biểu đồ đã lựa chọn ở câu 1c.

Bài giải

- a) Biểu đồ cột hoặc biểu đồ hình quạt tròn đều thể hiện rõ số lượng người yêu thích mỗi thể loại nhạc.
- b) Để "biểu diễn tỉ lệ người yêu thích", ta cũng có thể dùng biểu đồ cột hoặc biểu đồ hình quạt tròn. Tuy nhiên, nếu dùng biểu đồ cột thì ta phải chuyển dữ liệu về dạng phần trăm để so sánh từng bộ phận với tổng thể.
- c) Thông tin cần biểu diễn liên quan đến hai đặc tính của dữ liệu: *Giới tính* của những người *yêu thích* cùng một loại nhạc. Biểu đồ hình quạt tròn và biểu đồ cột đều chỉ biểu thị được một đặc tính nên ta không sử dụng chúng được. Biểu đồ cột kép thích hợp trong trường hợp này. Biểu đồ được vẽ như ở Hình 7.6. Nhìn vào biểu đồ, ta dễ dàng chỉ ra sự chênh lệch nam – nữ trong mỗi nhóm. Chẳng hạn, trong nhóm tích nhạc Rock có 50 nam và 100 nữ, vậy số chênh lệch là 50 (người). Hay 2 cột ở nhóm yêu thích nhạc Country có chiều cao khác nhau nhiều nhất, chúng tỏ đây là nhóm có số nam và số nữ chênh lệch nhau nhiều nhất.



Hình 7.6

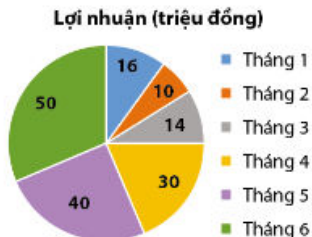
Nhận xét:

Biểu đồ cột biểu diễn trực quan các số liệu được trình bày trong một bảng có 2 dòng hoặc 2 cột. Biểu đồ cột kép phù hợp với việc so sánh các số liệu được biểu diễn bởi một bảng có nhiều hơn 2 dòng và nhiều hơn 2 cột.

LUYỆN TẬP 2

Một cửa hàng điện máy dụng thống kê lợi nhuận trong 6 tháng đầu năm và thể hiện qua biểu đồ bên.

- a) Sử dụng biểu đồ, cho biết lợi nhuận của 3 tháng đầu chiếm bao nhiêu phần trăm tổng lợi nhuận 6 tháng.
- b) Hãy chọn một loại biểu đồ mô tả rõ xu hướng thay đổi lợi nhuận của cửa hàng qua các tháng. Vẽ biểu đồ đó và cho biết:
- Tháng nào của hàng có mức tăng lợi nhuận nhiều nhất (so với tháng trước đó)?
 - Dự đoán lợi nhuận của tháng 7, với giả định là lợi nhuận vẫn tăng theo xu hướng của hai tháng cuối.



Hình 7.7

LUYỆN TẬP 3

Qua *Bảng 7.6*, quản lý một cửa hàng sữa mới khai trương thống kê số lượng hộp sữa nước loại 1 lít do công ty M sản xuất mà cửa hàng đã bán được trong 4 tuần.

Bảng 7.6

Tuần	Số lượng
1	14
2	25
3	39
4	65
Tổng số	143

- Sử dụng hai biểu đồ khác nhau để biểu diễn dữ liệu cho trong *Bảng 7.6*.
- Nêu ưu điểm và hạn chế của mỗi biểu đồ đã vẽ: Những thông tin thể hiện rõ hay không rõ trên mỗi biểu đồ?
- Cửa hàng có nên tiếp tục nhập sữa của công ty M về bán hay không? Vì sao? Hãy dùng một biểu đồ để trình bày với người quản lý cửa hàng về ý kiến của em.

BÀI TẬP

- 7.7.** Bảng dưới biểu diễn dữ liệu thu được từ cuộc điều tra một số học sinh lớp 8 về thời gian dành cho hoạt động thể dục thể thao hàng tuần. Học sinh được phân thành 4 nhóm tùy theo số giờ hoạt động thể dục thể thao hàng tuần của các em.

Thời gian dành cho hoạt động thể dục thể thao

Thời gian (giờ)	5	6	7	8
Số học sinh	10	37	72	43

- Trong trường hợp này, có nên dùng biểu đồ tranh để biểu diễn dữ liệu không? Vì sao?
 - Theo em, loại biểu đồ nào có thể mang lại hình ảnh trực quan thuận tiện cho việc so sánh số lượng học sinh giữa các nhóm khác nhau? Hãy vẽ biểu đồ đó và dùng nó để chỉ ra sự chênh lệch giữa nhóm nhiều học sinh nhất với nhóm ít học sinh nhất.
- 7.8.** Lượng mưa mỗi tháng giai đoạn 6 tháng đầu năm 2020 tại ba trạm quan trắc A, B, C được thống kê trong bảng sau:

	Tháng 1	Tháng 2	Tháng 3	Tháng 4	Tháng 5	Tháng 6
Trạm A	140	55	160	120	128	160
Trạm B	80	25	48	140	35	15
Trạm C	120	45	70	90	65	30

Hãy chọn một loại biểu đồ biểu diễn rõ sự chênh lệch lượng mưa trong từng tháng ở ba trạm quan trắc. Vẽ biểu đồ đó.

- 7.9.** Giá trị xuất khẩu hàng hoá của Việt Nam giai đoạn 2015 – 2020 (làm tròn đến hàng phần mười) được thống kê trong bảng sau:

Năm	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Giá trị xuất khẩu (tỉ đô la)	173,5	192,2	227,4	259,5	279,7	286,2

(Nguồn: <https://data.worldbank.org>)

- Vẽ một biểu đồ biểu diễn sự tăng trưởng trong xuất khẩu của Việt Nam.
- Năm nào xuất khẩu Việt Nam tăng mạnh nhất?

- 7.10.** Tìm hiểu số bác sĩ trực thuộc Sở Y tế các tỉnh vùng Tây Nguyên, Dũng và Đức thu được bảng số liệu sau:

Số bác sĩ các tỉnh vùng Tây Nguyên

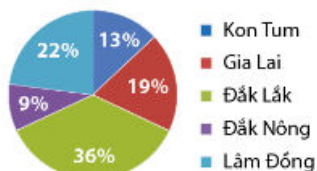
	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Kon Tum	385	422	439	460	462	416
Gia Lai	587	620	743	826	840	793
Đắk Lắk	1 093	1 077	1 095	1 192	1 172	1 118
Đắk Nông	273	334	365	359	376	259
Lâm Đồng	681	665	702	789	814	769
Tổng số	3 019	3 118	3 344	3 626	3 664	3 355

(Nguồn: <https://www.gso.gov.vn>)

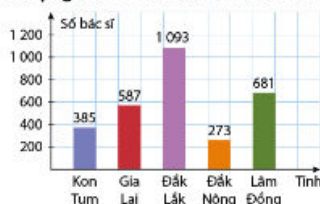
Dùng tính tỉ lệ bác sĩ của các tỉnh so với toàn vùng năm 2012. Sau khi làm tròn số, Dũng dùng biểu đồ hình quạt tròn để biểu diễn dữ liệu.

Còn Đức biểu diễn dữ liệu năm 2012 bằng một biểu đồ cột.

Tỉ lệ bác sĩ của các tỉnh năm 2012



Số lượng bác sĩ của các tỉnh năm 2012



- Nếu muốn có một hình ảnh trực quan để so sánh tỉ lệ bác sĩ giữa các tỉnh với toàn vùng trong năm 2012 thì lựa chọn của ai tốt hơn? Vì sao?
- Trong hai biểu đồ đó, có một biểu đồ sai. Đó là biểu đồ nào? Giải thích ý kiến của em.
- Vẽ một biểu đồ có thể dùng để phân tích xu hướng thay đổi số bác sĩ toàn vùng Tây Nguyên giai đoạn 2012 – 2017.

Bài 4

XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN

Từ khóa: biến cố ngẫu nhiên, xác suất của biến cố ngẫu nhiên.

1 NHẮC LẠI VỀ BIẾN CỐ, BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN

Ta đã biết các kết quả, sự kiện, hiện tượng xảy ra trong tự nhiên hay trong cuộc sống được gọi là biến cố. Biến cố ngẫu nhiên là biến cố không thể biết trước có xảy ra hay không. Biến cố biết trước chắc chắn sẽ xảy ra được gọi là biến cố chắc chắn. Biến cố biết trước không bao giờ xảy ra được gọi là biến cố không thể.

Chẳng hạn, trong phép thử nghiệm gieo một con xúc xắc, các sự kiện "A: Nhận được mặt 1 chấm", "B: Nhận được mặt có ít hơn 4 chấm", "C: Nhận được mặt có số chấm là số lẻ",... là những biến cố ngẫu nhiên; sự kiện "nhận được mặt có 0 chấm" là biến cố không thể; sự kiện "nhận được mặt có ít hơn 7 chấm" là biến cố chắc chắn.



2 XÁC SUẤT CỦA MỘT BIẾN CỐ

Ta đã biết: Xác suất của một biến cố là số được dùng để đánh giá khả năng xảy ra biến cố đó.

- Xác suất của biến cố A, kí hiệu $P(A)$, là một số nhận giá trị từ 0 đến 1.
- Nếu phép thử nghiệm có n biến cố đồng khả năng và luôn xảy ra duy nhất một trong n biến cố này thì xác suất của mỗi biến cố đều bằng $\frac{1}{n}$;
- Xác suất của biến cố không thể bằng 0. Xác suất của biến cố chắc chắn bằng 1.

Dưới đây, ta sẽ tìm cách tính xác suất của một biến cố trong một số trường hợp tổng quát hơn.

HOẠT ĐỘNG

Trong túi có 9 viên bi có cùng kích thước và khối lượng, được đánh số từ 1 đến 9, trong đó có 2 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh và 4 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong túi. Khi đó:

- Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra? Các kết quả đó có đồng khả năng hay không?
- Xét các biến cố:
 - A: "Lấy được viên bi màu đỏ";
 - B: "Lấy được viên bi màu xanh";
 - C: "Lấy được viên bi màu vàng".



Hình 7.8

Hãy tìm số thích hợp với mỗi câu sau:

- Có kết quả để biến cố A xảy ra;
- Có kết quả để biến cố B xảy ra;
- Có kết quả để biến cố C xảy ra.

Trong 9 kết quả, có 2 kết quả để biến cố A xảy ra. Ta nói rằng xác suất của biến cố A bằng $\frac{2}{9}$ và viết $P(A) = \frac{2}{9}$. Tương tự, xác suất xảy ra biến cố B là $P(B) = \frac{3}{9}$ (hay $P(B) = \frac{1}{3}$) và xác suất xảy ra biến cố C là $P(C) = \frac{4}{9}$.

Tổng quát:



Trong một phép thử nghiệm, nếu có n kết quả đồng khả năng, trong đó có k kết quả để biến cố A xảy ra thì xác suất của A là $P(A) = \frac{k}{n}$.

VÍ DỤ

Bảng 7.7 thống kê số học sinh hai khối lớp 8 và lớp 9 trong trường. Chọn ngẫu nhiên một học sinh để tìm hiểu kiến thức của em đó về sự biến đổi khí hậu đối với hành tinh của chúng ta.

Bảng 7.7

Khối	Số học sinh		
	Nam	Nữ	Tổng số
8	115	123	238
9	107	117	224
Tổng số	222	240	462

Tính xác suất của các biến cố:

- A : "Chọn được một học sinh lớp 8";
- B : "Chọn được một học sinh nam";
- C : "Chọn được một học sinh nữ lớp 9";
- Trong ba biến cố A, B, C , khả năng xảy ra biến cố nào nhiều hơn?

Bài giải

Tổng số học sinh hai khối là 462. Như vậy, khi chọn ngẫu nhiên một em thì có 462 kết quả đồng khả năng.

- Tổng số học sinh lớp 8 là 238 nên khi chọn một trong 462 học sinh thì có 238 kết quả chọn được bạn lớp 8. Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{238}{462} = \frac{17}{33}$.

- b) Tổng số nam sinh là 222 nên khi chọn một trong 462 học sinh thì có 222 kết quả chọn được bạn nam. Vậy xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{222}{462} = \frac{37}{77}$.
- c) Tương tự, khối lớp 9 có 117 học sinh nữ nên sẽ có 117 kết quả chọn được một bạn trong số này. Vậy xác suất của biến cố C là $P(C) = \frac{117}{462} = \frac{39}{154}$.
- d) Xác suất của biến cố cho ta biết khả năng xảy ra biến cố đó nhiều hay ít. Ở đây, ta có:
- $$P(A) = \frac{17}{33} \approx 0,515 = 51,5\%;$$
- $$P(B) = \frac{37}{77} \approx 0,48 = 48\%;$$
- $$P(C) = \frac{39}{154} \approx 0,253 = 25,3\%.$$

Như vậy, khả năng xảy ra biến cố A lớn nhất.

Lưu ý:

Để tiện cho tính toán, so sánh, người ta thường viết xác suất của biến cố dưới dạng số thập phân hoặc dạng phân trăm.

LUYỆN TẬP 1

Gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối và đồng chất (Hình 7.9).

Tính xác suất của biến cố:

- A: "Nhận được một số nguyên tố";
- B: "Nhận được số chia hết cho 3";
- C: "Nhận được số tự nhiên nhỏ hơn 10";
- D: "Nhận được số 0".



Hình 7.9

LUYỆN TẬP 2

Trong hộp có 24 viên bi giống hệt nhau, được đánh số từ 1 đến 24. Lấy ngẫu nhiên một viên bi. Tính xác suất của các biến cố:

- M: "Số ghi trên viên bi là ước của 24";
- N: "Số ghi trên viên bi là số chia hết cho 5";
- P: "Số ghi trên viên bi là số có chữ số 2".

BÀI TẬP

7.11. Trong hộp có 7 thẻ không phân biệt được bằng tay, trên đó có ghi các số 5, 7, 12, 15, 21, 28, 30. Rút ngẫu nhiên một thẻ. Tìm từ thích hợp trong 3 từ "ngẫu nhiên", "chắc chắn", "không thể" cho ô để hoàn thiện các câu sau:

- "Rút được thẻ ghi số là bội của 7" là biến cố .
- "Rút được thẻ ghi số lớn hơn 10" là biến cố .
- "Rút được thẻ ghi số 1" là biến cố .
- "Rút được thẻ ghi số nhỏ hơn 50" là biến cố .

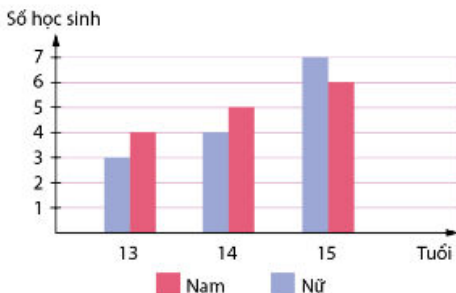
7.12. Trong hộp có 8 bút chì giống nhau về kích thước, khối lượng, gồm 2 bút màu đỏ, 3 bút màu đen, 3 bút màu xanh. Mai lấy ngẫu nhiên 1 bút chì trong hộp. Tính xác suất của các biến cố:

- a) K : "Mai lấy được bút chì màu đen";
- b) L : "Mai lấy được bút chì màu đỏ";
- c) M : "Mai lấy được bút chì màu đỏ hoặc xanh".

7.13. Ba bạn Nam, Minh, Thành có ba túi đựng bi. Túi của Nam có 5 viên bi đỏ. Túi của Minh có 30 viên bi đỏ, 10 viên bi xanh. Túi của Thành có 50 viên bi đỏ, 20 viên bi xanh. Mỗi bạn đều rút ngẫu nhiên 1 viên bi từ túi của mình. Bạn nào có nhiều khả năng rút được viên bi đỏ hơn? Giải thích vì sao.



7.14. Biểu đồ dưới đây biểu diễn kết quả thống kê về tuổi của các bạn trong đội văn nghệ của trường:



Chọn ngẫu nhiên một bạn. Tìm xác suất của các biến cố:

- a) A : "Chọn được một bạn 15 tuổi";
- b) B : "Chọn được một bạn nam";
- c) C : "Chọn được một bạn nữ 14 tuổi".

Bài 5

QUAN HỆ GIỮA XÁC SUẤT VÀ XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM

Từ khóa: xác suất, xác suất thực nghiệm.



Xác suất của biến cố ngẫu nhiên tính theo tỉ số $\frac{k}{n}$ gọi là xác suất lí thuyết, có thể tính ngay cả khi các hoạt động hay phép thử nghiệm chưa xảy ra.

Đối với một biến cố, ta còn có khái niệm xác suất thực nghiệm. Vậy, giữa xác suất và xác suất thực nghiệm của một biến cố có quan hệ gì?

1 XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM CỦA BIẾN CỐ

Ta định nghĩa:



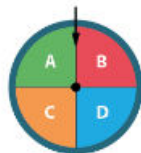
Nếu thực hiện lặp đi lặp lại một phép thử nào đó n lần và quan sát thấy có k lần xảy ra biến cố A thì tỉ số $\frac{k}{n}$ được gọi là xác suất thực nghiệm của biến cố A trong n lần thực hiện phép thử.

VÍ DỤ 1

Tùng quay bánh xe 100 lần và thống kê số lần kim chỉ vào mỗi hình quạt trong các hình A, B, C, D ở bảng sau (nếu kim chỉ vào biên một hình quạt thì Tùng quay lại cho đến khi điều này không xảy ra):

Bảng 7.8

Hình quạt	A	B	C	D
Số lần xuất hiện	32	19	21	28



Đối với hoạt động quay bánh xe 100 lần của Tùng, hãy tính xác suất thực nghiệm của các biến cố: "kim chỉ vào hình quạt A"; "kim chỉ vào hình quạt B"; "kim chỉ vào hình quạt C"; "kim chỉ vào hình quạt D".

Bài giải

Gọi A, B, C, D lần lượt là các biến cố kim chỉ vào hình quạt A, B, C, D.

Trong 100 lần quay, có 32 lần xuất hiện biến cố A, nên xác suất thực nghiệm của biến cố A là $\frac{32}{100} = 32\%$.

Tương tự, ta tính được:

- Xác suất thực nghiệm của biến cố B là $\frac{19}{100} = 19\%$;
- Xác suất thực nghiệm của biến cố C là $\frac{21}{100} = 21\%$;
- Xác suất thực nghiệm của biến cố D là $\frac{28}{100} = 28\%$.

LUYỆN TẬP 1

Trong đợt phát động "Hiến máu cứu người – Cần lắm những tấm lòng", có rất nhiều sinh viên thuộc các trường đại học ở Thành phố Hồ Chí Minh tình nguyện hiến máu. Nhóm máu của 300 sinh viên đến trước được thống kê trong Bảng 7.9 dưới đây:

Bảng 7.9. Phân bố nhóm máu của 300 sinh viên

Nhóm máu	A	B	AB	O
Số sinh viên	123	27	9	141

Chọn ngẫu nhiên một sinh viên trong số này. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "chọn được người có nhóm máu AB" trong số 300 sinh viên.

2

MỐI LIÊN HỆ GIỮA XÁC SUẤT VÀ XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM CỦA MỘT BIẾN CỐ

HOẠT ĐỘNG

- a) Gieo con xúc xắc cân đối và đồng chất có 6 mặt. Tính xác suất của 6 biến cố $E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6$ trong đó $E_i (1 \leq i \leq 6)$ là "nhận được mặt i chấm".
- b) Bảng 7.10a ghi lại kết quả mà Đào thu được trong 100 lần gieo xúc xắc.

Bảng 7.10a

Mặt	1	2	3	4	5	6	Tổng số
Số lần	10	20	16	22	14	18	100

Tính xác suất thực nghiệm của các biến cố $E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6$ trong thí nghiệm của Đào.

- c) Bảng 7.10b ghi lại kết quả mà 9 bạn trong tổ của Lan thu được sau 1 800 lần gieo xúc xắc (mỗi bạn gieo 200 lần, ghi lại kết quả, sau đó tổng hợp dữ liệu trong Bảng 7.10b).

Bảng 7.10b

Mặt	1	2	3	4	5	6	Tổng số
Số lần	305	332	295	294	288	286	1 800

Tính xác suất thực nghiệm của các biến cố $E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6$ trong thí nghiệm của tổ bạn Lan.

- d) Với mỗi biến cố E_i ($1 \leq i \leq 6$), có nhận xét gì về kết quả tìm được ở các câu a, b, c?



Nếu thực hiện lặp đi lặp lại một phép thử với số lần đủ lớn thì xác suất thực nghiệm của một biến cố xảy ra trong phép thử sẽ khá gần với xác suất của biến cố đó.

VÍ DỤ 2

Nhà toán học Buffon (1707 – 1788) người Pháp đã thực hiện 3 thí nghiệm gieo đồng xu nhiều lần và thu được kết quả trình bày trong *Bảng 7.11*. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố " N : Xuất hiện mặt ngửa" trong mỗi lần thực hiện thí nghiệm của Buffon.

Bảng 7.11

Số lần gieo	Số lần xuất hiện mặt ngửa
4 040	2 048
12 000	6 019
24 000	12 012

Bài giải

Đặt P_1, P_2, P_3 lần lượt là xác suất thực nghiệm của biến cố N trong ba thí nghiệm của Buffon. Ta tính được:

$$P_1 = \frac{2\,048}{4\,040} \approx 0,507; P_2 = \frac{6\,019}{12\,000} \approx 0,5016; P_3 = \frac{12\,012}{24\,000} \approx 0,5005.$$

Nhận xét:

Ta đã biết trong phép thử nghiệm gieo đồng xu cân đối, đồng chất có 2 biến cố đồng khả năng ("*xuất hiện mặt sấp*", "*xuất hiện mặt ngửa*") và xác suất của biến cố N là $P = \frac{1}{2} = 0,5$. Như vậy, cũng giống như phép thử nghiệm gieo xúc xắc ở trên, các kết quả tính được từ thí nghiệm của Buffon cho thấy: Khi số lần thực hiện phép thử tăng lên đủ lớn thì các xác suất thực nghiệm của biến cố N ngày càng gần với $P = 0,5$. Đặc biệt, với 24 000 lần thực hiện phép thử gieo đồng xu của Buffon thì $P_3 \approx 0,5005$ khá gần P .

Chính từ ghi nhận trên, các nhà toán học đã đề xuất lấy xác suất thực nghiệm khi số lần thực hiện phép thử đủ lớn làm căn cứ để ước lượng xác suất của một biến cố.

LUYỆN TẬP 2

Mỗi xạ thủ muốn tham gia một cuộc thi nào đó đều phải tập luyện rất nhiều. Trong những lần tập luyện cuối, anh Hoàng thấy cứ bắn 150 viên đạn thì có khoảng từ 138 đến 142 viên trúng tâm bia.

- Hỏi xác suất thực nghiệm bắn trúng tâm bia của anh Hoàng trong những lần tập luyện cuối xấp xỉ bằng bao nhiêu?
- Từ kết quả tập luyện, hãy ước lượng xác suất bắn đạn trúng tâm bia của anh Hoàng.

VẬN DỤNG

Một viện nghiên cứu đang nghiên cứu loại thuốc X chữa bệnh thoái hoá khớp. Ở giai đoạn thử nghiệm lâm sàng pha 3, viện nghiên cứu tiến hành thử nghiệm với một số lượng lớn tình nguyện viên có bệnh này. Các tình nguyện viên có giới tính khác nhau, thuộc nhiều lứa tuổi, sống ở nhiều vùng miền khác nhau. Trong số những bệnh nhân tham gia thử nghiệm có 4 200 người dùng thuốc X và kết quả dùng thuốc sau 6 tuần được thống kê ở *Bảng 7.12*:

Bảng 7.12

Biến cố	Bệnh thuyên giảm do sử dụng thuốc X	Bệnh không thuyên giảm sau khi dùng thuốc X
Số bệnh nhân	3 865	335

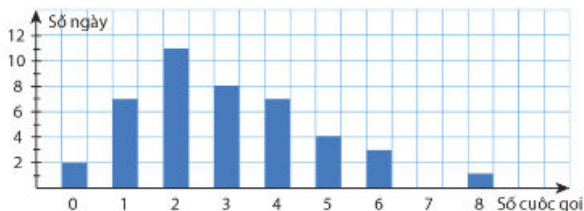
Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "*Bệnh nhân thuyên giảm sau 6 tuần dùng thuốc X*". Từ đó, hãy ước tính xác suất thuyên giảm bệnh khi một bệnh nhân nào đó dùng thuốc X.

EM CÓ BIẾT

Phát minh ra một loại thuốc nào đó là một quá trình rất dài. Qua nhiều giai đoạn nghiên cứu trong phòng thí nghiệm và thử nghiệm trên động vật, các nhà khoa học mới thử nghiệm với con người. Việc thử nghiệm trên người được chia thành 3 pha. Nếu kết quả thử nghiệm ở các pha 1 và 2 chứng tỏ thuốc có tác dụng tốt, các nhà nghiên cứu chuyển sang thử nghiệm pha 3 với một số lượng lớn bệnh nhân. Lúc này, các bệnh nhân tham gia thử nghiệm được phân thành hai nhóm, một nhóm sử dụng thuốc X, một nhóm sử dụng giả dược – giống hệt thuốc X về hình thức nhưng chỉ chứa những hoạt tính vô hại. Không ai biết mình đang được cho sử dụng giả dược. Khi thống kê kết quả, nhà nghiên cứu sẽ lấy hiệu số giữa nhóm thuyên giảm bệnh sau khi sử dụng thuốc X và nhóm sử dụng giả dược nhưng bệnh vẫn thuyên giảm (có thể nhờ yếu tố tâm lý) để xác định hiệu quả của thuốc (nguồn: <https://duoclylamsang.vn/tin/Thong-tin-thuoc/Quy-trinh-tim-kiem-va-phat-trien-thuoc-moi.html>).

BÀI TẬP

- 7.15.** Trong hộp có một số bút chì. Bảo rút ngẫu nhiên một bút, ghi lại màu của nó rồi bỏ lại vào hộp, và tiếp tục rút lần khác. Sau 10 lần thực hiện thí nghiệm này, Bảo rút được 6 bút đỏ và 4 bút xanh. Bảo kết luận: "Xác suất lấy được bút vàng bằng 0, suy ra trong hộp không có bút màu vàng". Em có đồng ý với ý kiến của Bảo không? Vì sao?
- 7.16.** Trong nhiều ngày liên tiếp, chị Xuân ghi lại số cuộc gọi điện thoại mà chị nhận được mỗi ngày và biểu diễn kết quả thống kê trong biểu đồ dưới.



- Cuộc khảo sát kéo dài bao nhiêu ngày?
 - Ước lượng xác suất để ngày mai chị Xuân sẽ:
 - Không có cuộc gọi điện thoại nào;
 - Có 5 cuộc điện thoại trở lên;
 - Có ít hơn 3 cuộc điện thoại.
- 7.17.** Anh Quang, một sinh viên y khoa, đã tiến hành tìm hiểu tác hại của thuốc lá đối với sức khỏe con người. Anh rút ngẫu nhiên 500 hồ sơ bệnh nhân ung thư phổi đang điều trị ở một số bệnh viện để nghiên cứu. Trong 500 hồ sơ rút ra, anh Quang thấy có 442 người đã từng nghiện thuốc lá.
- Đối với hoạt động chọn ngẫu nhiên 500 bệnh nhân ung thư phổi mà anh Quang đã thực hiện, hãy tính xác suất thực nghiệm của các biến cố:
 - A: "Chọn đúng người có hút thuốc lá";
 - B: "Chọn đúng người không hút thuốc lá".
 - Hoà nói: "Nếu tiếp tục chọn thêm một người nữa trong số các bệnh nhân ung thư, chắc chắn là anh Quang sẽ chọn được người hút thuốc".
Thuận nói: "Chưa chắc. Nhưng khả năng chọn được người hút thuốc cao hơn rất nhiều, gấp hơn khoảng 9 lần so với khả năng chọn được người không hút thuốc".
Em đồng ý với ý kiến nào? Vì sao?

Phương pháp tính xác suất theo tỉ số $\frac{k}{n}$ chỉ thực hiện được với những phép thử nghiệm có hữu hạn kết quả đồng khả năng. Nhưng điều kiện này hầu như chỉ mang tính lý thuyết, ít thoả mãn với nhiều hiện tượng gặp trong cuộc sống.



J. Bernoulli (1654 – 1705)

J. Bernoulli, nhà toán học Thụy Sĩ, là người đầu tiên phát hiện ra rằng khi số lần thực hiện thí nghiệm khá lớn thì xác suất thực nghiệm dao động quanh một giá trị nào đó. Các nhà toán học gọi tính chất này là tính ổn định của xác suất thực nghiệm, và Poisson (1781 – 1840) để nghị gọi nó là luật số lớn.

Chính từ ghi nhận này mà các nhà toán học đã đưa ra phương pháp xác định xác suất của một biến cố qua xác suất thực nghiệm với số lần thực hiện phép thử nghiệm đủ lớn. Đề xuất này đã mang lại một phương pháp hữu hiệu để ước lượng xác suất của các biến cố ngẫu nhiên khi việc tính xác suất bằng công thức gặp khó khăn, thậm chí không thể thực hiện.

Phương pháp tính xác suất qua xác suất thực nghiệm ngày nay được sử dụng rộng rãi trong các khoa học thực nghiệm (Vật lý học, Sinh học, Y học,...) và Xã hội học.

(Nguồn: Michel Henry, *La notion de probabilité: évolution historique et applications contemporaines*. IREM de Franche-Comté, 2004).

Em hãy thử tìm hiểu quá trình nghiên cứu vaccine Pfizer phòng chống COVID-19 để xem khái niệm xác suất thực nghiệm được sử dụng ở đâu trong quá trình này nhé.

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

Có thể chọn thực hiện một trong ba hoặc cả ba hoạt động dưới đây:

1 TÌM HIỂU LƯỢNG KHÍ THẢI RA MÔI TRƯỜNG

Mục tiêu: Biết cách thu thập số liệu từ các nguồn sẵn có và chọn loại biểu đồ phù hợp để biểu diễn, phân tích số liệu thu được.

Yêu cầu chuẩn bị: Máy tính có kết nối Internet.



Tổ chức hoạt động: Lớp học chia thành nhiều nhóm, mỗi nhóm có 4 – 5 học sinh. Hoạt động được tổ chức theo hai giai đoạn, ứng với hai hoạt động thành phần.

Hoạt động 1a: Thu thập số liệu

Học sinh thảo luận theo nhóm. Mỗi nhóm chọn ra 4 quốc gia và thu thập số liệu về lượng khí CO_2 mà các quốc gia này thải ra môi trường hàng năm, từ năm 2010 đến 2018. Sau đó, nhóm cùng nhau thu thập số liệu.

Hướng dẫn cách thu thập số liệu: Có thể thu thập từ sách, báo hoặc truy cập Internet và lấy số liệu từ website <http://worldbank.org> của ngân hàng thế giới. Việc lấy dữ liệu ở website này có thể thực hiện như sau:

- Nhấp chuột vào biểu tượng tìm kiếm  → Gõ từ khoá "CO2 emissions";
- Chọn link "CO2 emissions (kt) | Data";
- Chọn "Line" → Màn hình hiển thị biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn lượng khí CO_2 do toàn thế giới thải ra môi trường từ năm 1990 đến những năm gần đây (dữ liệu được cập nhật dần theo thời gian). Di chuyển chuột dọc theo bản đồ hoặc theo thanh thời gian sẽ đọc được lượng khí thải ra hàng năm của toàn thế giới;
- Kéo chuột xuống mục "Country". Di chuyển chuột trên thanh thời gian, màn hình sẽ hiển thị dữ liệu hàng năm liên quan đến mỗi quốc gia.

Hoạt động 1b: Biểu diễn và phân tích số liệu

Từ bảng số liệu thu được, mỗi nhóm thảo luận, chọn loại biểu đồ phù hợp để biểu diễn và phân tích số liệu, nhằm chỉ rõ:

- Tỷ lệ khí CO_2 do mỗi quốc gia thải ra môi trường trong năm 2018 (so với tổng lượng khí 4 quốc gia thải ra);
- Lượng khí CO_2 do mỗi quốc gia thải ra môi trường qua các năm 2010, 2012, 2014, 2016, 2018;
- Lượng khí CO_2 do 4 quốc gia thải ra môi trường. Xu hướng tăng lượng khí thải CO_2 của 4 quốc gia.

Lưu ý: Có thể dùng phần mềm Microsoft Excel để vẽ biểu đồ.

2 ƯỚC LƯỢNG XÁC SUẤT CỦA MỘT BIẾN CỐ

Mục tiêu: Biết cách tính xác suất thực nghiệm. Nhận biết được quan hệ của xác suất thực nghiệm với xác suất trong trường hợp đơn giản và biết vận dụng vào việc ước lượng xác suất của một biến cố.

Yêu cầu chuẩn bị: Một hộp chứa 20 lá thăm, trong đó có một số lá thăm vẽ hình hộp quà, một số lá thăm trắng.

Tổ chức Hoạt động: Hoạt động được tổ chức theo 3 hoạt động thành phần.

Hoạt động 2a: Thảo luận lớp về trò chơi "Bốc thăm nhận quà"

Giáo viên nêu vấn đề: Nhân dịp lễ kỉ niệm 20 năm thành lập trường, Ban tổ chức lễ hội muốn phát ngẫu nhiên một số phần quà cho các học sinh và cựu học sinh. Ban tổ chức chuẩn bị một hộp kín (có nắp) chứa 20 lá thăm, trong đó có những lá thăm có vẽ hình hộp quà và những lá thăm trắng. Mỗi học sinh và cựu học sinh muốn tham gia trò chơi sẽ được mời bốc thăm. Ai bốc được lá thăm vẽ hình hộp quà thì được nhận quà. Lá thăm đã bốc sẽ được bỏ lại vào hộp, xáo đều, rồi người khác được mời lên bốc thăm.

Ban tổ chức giữ bí mật về số phần quà. Vậy, làm sao xác định xác suất nhận được quà mỗi khi bốc thăm?

Toàn lớp thảo luận để thống nhất với nhau phương pháp: Bốc thăm nhiều lần rồi tính xác suất thực nghiệm.



Hoạt động 2b: Thực hiện trò chơi

Giáo viên đưa ra hộp thăm. Giả sử hộp thăm này là hộp thăm của Ban tổ chức lễ hội. Một học sinh được giao nhiệm vụ cầm hộp thăm, một học sinh khác đóng vai "thư kí", chịu trách nhiệm ghi bảng. Từng học sinh trong lớp được mời lên bốc thăm. Mỗi bạn bốc 5 lần. Sau mỗi lần bốc, lá thăm được bỏ lại vào hộp và người giữ hộp trộn đều thăm. Tổng số lần bốc được thăm có hình hộp quà trong 5 lần đó sẽ được "thư kí" ghi lên bảng, chẳng hạn kết quả là:

Học sinh	Số lần được nhận quà
1	3
2	0
...	...
Tổng số	

Hoạt động 2c: Ước tính xác suất của biến cố "A: nhận được quà"

- Gọi P_1 là xác suất thực nghiệm của biến cố A trong tổng số lần bốc thăm của toàn lớp. Tính P_1 . Từ đó ước tính xác suất P_2 của biến cố A.
- Mở hộp đựng thăm, đếm xem có bao nhiêu phiếu có hình hộp quà, từ đó tính xác suất của biến cố A. Kí hiệu xác suất đó là P'_2 .
- So sánh P_2 và P'_2 . Hai giá trị này chênh lệch nhau nhiều hay không? Muốn ước tính chính xác hơn, ta nên làm thế nào?

3 GIẢI LẬP PHÉP THỪ NGẪU NHIÊN VỚI PHẦN MỀM MICROSOFT EXCEL

Mục tiêu: Biết sử dụng phần mềm Microsoft Excel để giả lập một phép thử ngẫu nhiên với số lần lặp lại khá lớn, từ đó tính xác suất thực nghiệm của một biến cố và nhận ra mối liên hệ giữa xác suất với xác suất thực nghiệm của biến cố đó.

Yêu cầu chuẩn bị: Máy tính có cài phần mềm Microsoft Excel.

Tổ chức hoạt động: Hoạt động được tổ chức qua ba giai đoạn, ứng với ba hoạt động thành phần.

Hoạt động 3a: Tìm hiểu cách tạo ngẫu nhiên dãy số tự nhiên từ 1 đến 3

Tìm hiểu cách tạo ngẫu nhiên một dãy số tự nhiên lấy giá trị từ 1 đến 3, đếm số lần xuất hiện mỗi giá trị và tính xác suất thực nghiệm của các biến cố "xuất hiện giá trị k " ($k = 1, 2, 3$).

Bước 1 Tạo dãy số tự nhiên từ 1 đến 3

- Tại ô A1 nhập **=RANDBETWEEN(1;3)** rồi nhấn **ENTER**. Lúc này, ở ô A1 sẽ hiện một số nào đó trong dãy số từ 1 đến 3.

	A	B	C
1	=RANDBETWEEN(1;3)		
2			

	A	B	C
1	3		
2			

- Chọn ô A1. Nhấn vào chấm ở góc phải phía dưới của ô A1 và kéo tới ô E1 rồi thả. Trong 5 ô từ A1 đến E1 sẽ hiện lên 5 số được lấy ngẫu nhiên trong các số từ 1 đến 3.

	A	B	C	D	E
1	3	3	2	1	2
2					

- Nhấn vào chấm ở góc phải phía dưới ô E1 và **kéo** xuống ô E2 rồi **thả**, ta sẽ tạo được một dãy dữ liệu gồm 10 số lấy ngẫu nhiên trong các số từ 1 đến 3.

	A	B	C	D	E
1	1	1	2	3	3
2	3	2	2	2	2

- Cứ như vậy, ta có thể tạo nên những dãy số được lấy ngẫu nhiên gồm 15, 20,..., 100,... số. Chẳng hạn, nếu kéo đến ô E100, ta sẽ tạo được một dãy dữ liệu gồm 500 số lấy ngẫu nhiên trong các số từ 1 đến 3.

Bước 2 Đếm số lần xuất hiện mỗi giá trị (từ 1 đến 3) trong dãy số đã lập

Giả sử ta muốn tính số lần xuất hiện mỗi giá trị trong các dãy ngẫu nhiên có không quá 500 số. Khi đó, ta sẽ nhập các công thức ứng với dãy có 500 số.

- Tại một ô thuận tiện gần dãy dữ liệu, ta tạo một bảng tổng hợp theo mẫu sau:

	G	H	I	J	K
1	Giá trị	1	2	3	Tổng
2	Số lần xuất hiện				
3	Xác suất thực nghiệm				

- Để tính số lần xuất hiện giá trị 1 trong dãy 500 số đã lập:

Chọn ô H2, nhập **=COUNTIF(\$A\$1:\$E\$100;1)** rồi nhấn **ENTER**. Lúc này, ở ô H2 sẽ hiện lên số lần xuất hiện giá trị 1.

	G	H	I	J	K
1	Giá trị	1	2	3	Tổng
2	Số lần xuất hiện	=COUNTIF(\$A\$1:\$E\$100;1)			
3	Xác suất thực nghiệm				

	G	H	I	J	K
1	Giá trị	1	2	3	Tổng
2	Số lần xuất hiện	169			
3	Xác suất thực nghiệm				

- Đánh dấu ô H2, nhấn vào chấm ở góc phải phía dưới và kéo đến ô I2, J2.

Chọn ô I2 để sửa lại công thức. Thay số "1" bởi số "2" để có **=COUNTIF(\$A\$1:\$E\$100;2)**. Tương tự, chọn ô J2, thay số "1" bởi số "3" để có công thức **=COUNTIF(\$A\$1:\$E\$100;3)**.

- Ở cột tổng, chọn ô K2 (hàng "Số lần xuất hiện", cột "Tổng"), nhập hàm **=SUM(H2:J2)**. Nhấn **ENTER**. Dòng thứ 2 của bảng sẽ được điền đầy đủ.

	G	H	I	J	K	L
1	Giá trị	1	2	3	Tổng	
2	Số lần xuất hiện	169	162	169	=SUM(H2:J2)	
3	Xác suất thực nghiệm					

	G	H	I	J	K
1	Giá trị	1	2	3	Tổng
2	Số lần xuất hiện	169	162	169	500
3	Xác suất thực nghiệm				

Lưu ý:

- Mỗi thao tác nhấn vào góc phải ô A1 và kéo đến một ô nào đó rồi thả thì sẽ làm thay đổi các ô của bảng trên, vì thao tác đó ứng với một lần lấy ngẫu nhiên mới (các số vẫn là từ 1 đến 3 do hàm đã lập ở Bước 1).
- Các công thức ở Bước 2 (từ ô A1 đến ô E100) đã lập cho dãy dữ liệu có 500 số lấy ngẫu nhiên trong các giá trị 1, 2, 3. Nhưng trong quá trình lấy ngẫu nhiên các số, ta không nhất thiết phải lấy đầy đủ 500 số. Khi đó, giữ nguyên những công thức đã nhập thì bảng lập ở Bước 2 vẫn có đầy đủ các kết quả (ô K2 lúc này hiển nhiên không phải là 500).
- Nếu muốn làm việc với những dãy ngẫu nhiên không quá 1 000 số thì ở Bước 1, ta kéo từ ô A1 đến ô E200 là tối đa. Khi đó, chỉ việc thay "\$E\$100" bởi "\$E\$200" trong các công thức lập ở Bước 2.

Bước 3 Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "xuất hiện giá trị k ", với $k = 1, 2, 3$

- Tại ô H3, ta tính xác suất thực nghiệm của biến cố "xuất hiện giá trị 1" bằng cách nhập công thức **=H2/\$K\$2*100**.

Nhấn **ENTER**. Tại ô H3 sẽ hiện xác suất thực nghiệm (viết ở dạng phần trăm) của biến cố "xuất hiện giá trị 1".

	G	H	I	J	K
1	Giá trị	1	2	3	Tổng
2	Số lần xuất hiện	169	162	169	500
3	Xác suất thực nghiệm	=H2/\$K\$2*100			

	G	H	I	J	K
1	Giá trị	1	2	3	Tổng
2	Số lần xuất hiện	169	162	169	500
3	Xác suất thực nghiệm	34			

- Đánh dấu ô H3, nhấn vào chấm ở góc phải phía dưới và kéo đến ô I3, J3 để có xác suất thực nghiệm của các biến cố "xuất hiện giá trị 2", "xuất hiện giá trị 3".
- Ở ô K3, lập hàm tổng =SUM(H3:J3). Nhấn **ENTER**. Trên bảng sẽ hiện xác suất thực nghiệm của 3 biến cố và tổng các xác suất là 100 (%).

	G	H	I	J	K
1	Giá trị	1	2	3	Tổng
2	Số lần xuất hiện	169	162	169	500
3	Xác suất thực nghiệm	34	32	34	100

Hoạt động 3b: Xét trường hợp tổng quát – Tạo dãy số ngẫu nhiên từ 1 đến n

Tạo ngẫu nhiên một dãy số tự nhiên từ 1 đến n (với n là số tự nhiên chọn trước), rồi đếm số lần xuất hiện mỗi giá trị và tính xác suất thực nghiệm của các biến cố "xuất hiện giá trị k " ($k = 1, 2, \dots, n$):

Thực hiện 3 bước hoàn toàn tương tự như trường hợp $n = 3$ ở trên, với lưu ý là trong các công thức nhập ở Bước 1 và Bước 2, ở vị trí của số "3" sẽ thay bằng số " n " (đã chọn trước).

Chẳng hạn, ở Bước 1, tại ô A1 nhập hàm =RANDBETWEEN(1;n).

Ở Bước 2, bảng lập được có dạng:

	G	H	I	J	K	L	M
1	Giá trị	1	...	k	...	n	Tổng số
2	Số lần xuất hiện						
3	Xác suất thực nghiệm (%)						

Hãy tạo dãy số tự nhiên từ 1 đến 5 và tính xác suất thực nghiệm của các biến cố "nhận được giá trị k " (với $k = 1, 2, \dots, 5$).

Hoạt động 3c: Xây dựng tình huống giả lập phép thử tung đồng xu

Hướng dẫn: Xét phép thử gieo đồng xu cân đối và đồng chất. Gọi S, N tương ứng là các biến cố "xuất hiện mặt sấp" và "xuất hiện mặt ngửa". Ta đã biết thí nghiệm của nhà toán học Buffon và kết luận rút ra từ đó. Ở đây, ta sẽ thực hiện một thí nghiệm tương tự như Buffon, nhưng không phải tung đồng xu thật mà bằng cách giả lập.

Cụ thể, hãy thực hiện các bước sau:

- Tạo một dãy gồm 10 số ngẫu nhiên lấy hai giá trị 1 và 2. Ta nói rằng dãy số này có chiều dài là 10;
- Lập bảng tính xác suất thực nghiệm của các biến cố "X: Xuất hiện giá trị 1", "Y: Xuất hiện giá trị 2".

Sự kiện "xuất hiện giá trị 1" được xem như "xuất hiện mặt sấp" trong phép thử tung đồng xu thật. Tương tự, sự kiện "xuất hiện giá trị 2" được gán cho biến cố "xuất hiện mặt ngửa" trong phép thử tung đồng xu. Cách làm này được gọi là "giả lập" phép thử ngẫu nhiên. Trong hoạt động giả lập này, xác suất thực nghiệm của các biến cố X, Y được xem là xác suất thực nghiệm của các biến cố S, N (kí hiệu là P_1, P_2);

- Quan sát xác suất thực nghiệm của hai biến cố X, Y được tính bằng phần mềm Excel, từ đó cho biết xác suất thực nghiệm P_1, P_2 của S, N và ghi lại kết quả vào bảng sau (lập trên giấy):

Chiều dài của dãy số	Số lần xuất hiện giá trị 1	Số lần xuất hiện giá trị 2	P_1	P_2
10				
50				
100				...
...				

- Thay đổi chiều dài của dãy số ngẫu nhiên: Lập các dãy có 50, 100, 200,..., 1 000 số. Với những dãy số khác nhau, ta sẽ có những giá trị khác nhau của P_1, P_2 . Mỗi lần thay đổi dãy số đều ghi kết quả vào bảng đã lập;
- Quan sát các giá trị của P_1, P_2 trong chuỗi các dãy số đã lập và cho nhận xét.

BÀI TẬP

- Mỗi cá nhân hãy thiết lập tình huống giả lập phép thử gieo xúc xắc 1 000 lần. Biến cố "xuất hiện giá trị k " được gán cho biến cố "xuất hiện mặt k chấm" trong phép thử gieo xúc xắc. Lập bảng theo mẫu dưới đây, trong đó E_k ($k = 1, 2, \dots, 6$) là biến cố "xuất hiện mặt k chấm" khi gieo xúc xắc:

Kết quả gieo xúc xắc

Biến cố	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
Số lần xuất hiện						
Xác suất thực nghiệm						

- Tổng hợp kết quả của các thành viên trong nhóm (lấy tổng số lần gieo của các thành viên và tổng số lần xuất hiện mỗi biến cố E_k ($k = 1, 2, \dots, 6$)), rồi lập bảng ghi lại kết quả của toàn nhóm theo mẫu trên.
- Quan sát các xác suất thực nghiệm thu được từ dãy số của từng cá nhân và của nhóm, em có nhận xét gì?

PHẦN THỐNG KÊ

- 7.18.** Loại biểu đồ nào phù hợp với việc biểu diễn dữ liệu trong những ngữ cảnh sau:
- So sánh số học sinh của 5 lớp trong một trường;
 - Mức nước biển tăng lên hàng năm.
- 7.19.** Khối lớp 8 cần bầu chọn 2 trong 4 bạn Lâm, Lan, Mai, Trung đi tham dự Đại hội Châu ngoan Bắc Hồ cấp Thành phố. Biểu đồ tranh ở dưới biểu diễn kết quả bầu chọn.



- a) Vẽ biểu đồ cột biểu diễn dữ liệu.
 b) Biểu đồ tranh hay biểu đồ cột hiển thị rõ ràng hơn kết quả bỏ phiếu?
 Giải thích lựa chọn của em.
 c) Có nên sử dụng biểu đồ hình quạt tròn để hiển thị dữ liệu không? Vì sao?
 d) Có nên sử dụng biểu đồ đoạn thẳng để hiển thị dữ liệu không? Vì sao?
- 7.20.** Mẹ của Hùng và Hoàng đã theo dõi chiều cao của hai anh em từ lúc sinh ra đến lúc trưởng thành và ghi lại trong hai bảng sau:

Chiều cao của Hùng

Tuổi	Chiều cao (cm)
2	40
4	60
6	70
8	100
10	120
12	145
14	165
16	175

Chiều cao của Hoàng

Tuổi	Chiều cao (cm)
2	40
4	60
6	80
8	110
10	130
12	150
14	160
16	170

- a) Sử dụng biểu đồ cột kép và biểu đồ đoạn thẳng để hiển thị dữ liệu.
 b) Xu hướng phát triển chiều cao của hai anh em khác nhau như thế nào?

- c) Theo em, trong hai biểu đồ đã vẽ, biểu đồ nào phản ánh rõ hơn xu hướng phát triển chiều cao của từng người? Giải thích sự lựa chọn của em.
- d) Hai biểu đồ hình quạt tròn có phù hợp để biểu diễn dữ liệu không? Giải thích vì sao có hoặc vì sao không.

7.21. Bạn Thuý đã ghi lại trong hai bảng sau kết quả học tập Học kì 1 của học sinh hai lớp 8A1 và 8A2:

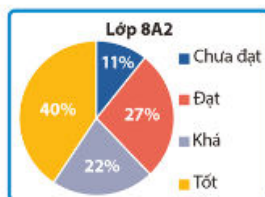
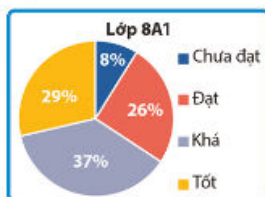
Lớp 8A1

Loại	Số học sinh
Chưa đạt	3
Đạt	9
Khá	13
Tốt	10

Lớp 8A2

Loại	Số học sinh
Chưa đạt	4
Đạt	10
Khá	8
Tốt	15

Thuý quyết định hiển thị dữ liệu trên hai biểu đồ hình quạt tròn:



- a) Theo em, tại sao Thuý chọn sử dụng hai biểu đồ hình quạt tròn để biểu diễn dữ liệu?
- b) Nêu hai kết luận mà em có thể đưa ra dựa trên biểu đồ.
- c) Vẽ biểu đồ cột kép để biểu diễn dữ liệu.
- d) Nêu những ưu điểm và hạn chế của biểu đồ cột kép trong việc biểu diễn dữ liệu đã cho.

7.22. Bạn Toàn đã ghi lại nhiệt độ vào một ngày nóng đầu mùa hè và biểu diễn dữ liệu bằng một biểu đồ đoạn thẳng.

- a) Lựa chọn của Toàn có hợp lý không? Vì sao?
- b) Từ biểu đồ, em có thể kết luận gì về sự thay đổi của nhiệt độ?



- 7.23.** Bạn Thu tham khảo các nguồn tin trên Internet để tìm hiểu lượng khí thải toàn cầu trong 30 năm qua. Sau khi làm tròn số, bạn lập được bảng số liệu dưới. Thu đã chọn biểu đồ cột để phân tích xu hướng tăng của lượng khí thải.

Lượng khí thải CO₂ toàn cầu

Năm	Lượng khí thải (tỉ tấn)
1990	21
1995	22
2000	23
2005	27
2010	31
2015	33
2020	35

(Nguồn: <https://data.worldbank.org/indicator/en.atm.co2e.pc>)

- Em có tán thành sự lựa chọn của Thu không? Vì sao?
- Thử đề xuất một loại biểu đồ khác cho mục đích phân tích dữ liệu của Thu. Vẽ loại biểu đồ đó.

PHẢN XÁC SUẤT

- 7.24.** Quân và Tuấn mỗi người có một túi kẹo. Quân có 3 viên kẹo vị cam, 2 viên kẹo vị chanh và 5 viên kẹo vị dâu. Tuấn có 2 viên kẹo vị cam, 5 viên kẹo vị chuối và 4 viên kẹo vị sô cô la.

Túi của Quân



Túi của Tuấn



- Người này rút ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ túi của người kia. Tính xác suất của các biến cố:
 - A: "Tuấn lấy được viên kẹo vị dâu trong túi của Quân";
 - B: "Quân lấy được viên kẹo vị chuối trong túi của Tuấn".
- Quân và Tuấn đổ chung kẹo vào một túi. Lấy ngẫu nhiên một viên kẹo trong túi. Tìm xác suất để lấy được 1 viên kẹo vị cam.

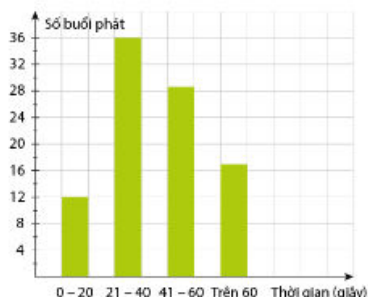
7.25. Bảng sau biểu diễn kết quả cuộc khảo sát một số học sinh trung học cơ sở về thể loại nhạc được các em yêu thích nhất:

Thể loại nhạc	Nam	Nữ	Tổng số
Bolero	12	18	30
Pop	22	15	37
Rock	3	1	4
Hip hop	11	8	19
Tổng số	48	42	90

Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong những học sinh này. Hãy tính xác suất của các biến cố:

- a) A: "Học sinh được chọn thích nhạc Rock";
- b) B: "Học sinh được chọn không thích nhạc Pop";
- c) C: "Học sinh được chọn là một bạn nữ thích nhạc Hip hop".

7.26. Anh Phúc đã khảo sát thời lượng quảng cáo trên ti vi (tính bằng giây) qua một số buổi phát lấy ngẫu nhiên và biểu diễn kết quả khảo sát bằng biểu đồ dưới đây:



Ước tính xác suất (lấy đến một chữ số thập phân) để tối hôm sau chương trình anh Phúc mở ra xem sẽ có thời gian quảng cáo kéo dài:

- a) Từ 21 đến 40 giây;
- b) Từ 21 đến 60 giây;
- c) Trên một phút.

BẢNG TRA CỨU THUẬT NGỮ

B

Bảng thống kê	84
Biến cố đồng khả năng	96
Biến số	7
Biểu đồ cột	89
Biểu đồ cột kép	89
Biểu đồ đoạn thẳng	89
Biểu đồ hình quạt tròn	89
Biểu đồ tranh	84

C

Cặp cạnh tương ứng của hai tam giác đồng dạng	49
Cặp đỉnh tương ứng của hai tam giác đồng dạng	49
Cặp góc tương ứng của hai tam giác đồng dạng	49

D

Định lí Thalès	39
Định lí Thalès đảo	40
Độ dài đường trung bình của tam giác	44
Đồ thị của hàm số	8
Đồ thị của hàm số bậc nhất	14
Đường phân giác trong của tam giác	46
Đường thẳng cắt nhau	20
Đường thẳng song song	20
Đường trung bình của tam giác	43

G

Góc phần tư	3
Góc toạ độ	3

H

Hai đoạn thẳng tỉ lệ	37
Hàm hằng	7
Hàm số	7
Hàm số bậc nhất	12

H

Hệ số góc của đường thẳng	18
Hệ trục toạ độ	2
Hình đồng dạng	68
Hình đồng dạng phối cảnh/Hình vị tự	66
Hoành độ	3

M

Mặt phẳng toạ độ	3
------------------	---

N

Nghiệm của phương trình	23
-------------------------	----

P

Phương trình	22
Phương trình bậc nhất một ẩn	24
Phương trình vô nghiệm	23

T

Tam giác đồng dạng	48
Tam giác vuông đồng dạng	62
Tỉ lệ	37
Tỉ số của hai đoạn thẳng	37
Tỉ số đồng dạng	49
Toạ độ của một điểm	3
Trục hoành	3
Trục toạ độ	3
Trục tung	3
Trường hợp đồng dạng cạnh-cạnh-cạnh	53
Trường hợp đồng dạng cạnh-góc-cạnh	56
Trường hợp đồng dạng góc-góc	59
Tung độ	3

X

Xác suất của biến cố	102
Xác suất thực nghiệm	100

BẢNG GIẢI THÍCH THUẬT NGỮ

Thuật ngữ	Giải thích
Đồ thị của hàm số	Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên một mặt phẳng tọa độ là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; f(x))$ trên mặt phẳng đó.
Đồ thị của hàm số bậc nhất	Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng.
Đường trung bình của tam giác	Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.
Hai đoạn thẳng tỉ lệ	Hai đoạn thẳng AB và CD được gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng $A'B'$ và $C'D'$ nếu có tỉ lệ thức $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$ hay $\frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}$.
Hàm số	Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x , ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x và x gọi là biến số.
Hàm số bậc nhất	Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$, trong đó a, b là các số cho trước và $a \neq 0$.
Hệ số góc của đường thẳng	Hệ số a được gọi là hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ (hay là hệ số góc của đồ thị hàm số $y = ax + b$) ($a \neq 0$).
Hệ trục tọa độ	Trong mặt phẳng, ta vẽ hai trục số Ox, Oy vuông góc với nhau tại gốc O của mỗi trục. Khi đó, ta có hệ trục tọa độ Oxy .
Hình đồng dạng	Hình đồng dạng là những hình có hình dạng giống nhau nhưng kích thước có thể khác nhau.
Hình đồng dạng phối cảnh/Hình vị tự	Nếu hình P' là ảnh của hình P qua phép vị tự thì P và P' là một cặp hình đồng dạng phối cảnh (hình vị tự).
Mặt phẳng tọa độ	Mặt phẳng có hệ trục tọa độ Oxy gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy .

Phương trình	Cho $A(x), B(x)$ là hai biểu thức của biến x . Khi cần tìm x sao cho $A(x) = B(x)$ thì ta nói $A(x) = B(x)$ là một phương trình với ẩn x .
Phương trình bậc nhất một ẩn	Phương trình dạng $ax + b = 0$ với a, b là hai số đã cho và $a \neq 0$, được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn (ẩn số là x).
Tam giác đồng dạng	Tam giác $A'B'C'$ được gọi là đồng dạng với tam giác ABC , kí hiệu $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$, nếu $\widehat{A'} = \widehat{A}, \widehat{B'} = \widehat{B}, \widehat{C'} = \widehat{C}$ và $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$.
Tỉ số đồng dạng	Nếu $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ thì tỉ số $k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$ được gọi là tỉ số đồng dạng.

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC HUẾ

Số 07 đường Hà Nội, phường Vinh Ninh, thành phố Huế

Điện thoại: 0234.3834486

Email: nxbdhue@hue.uni.edu.vn - Website: <http://huph.hueuni.edu.vn>

TOÁN 8_TẬP 2

LÊ THỊ HOÀI CHÂU (Tổng chủ biên)

PHẠM THỊ THU THỦY (Chủ biên)

TRẦN TRÍ DŨNG, LÊ ĐẠI DƯƠNG

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc: TRẦN BÌNH TUYẾN

Chịu trách nhiệm nội dung:

Quyển Tổng biên tập: NGUYỄN CHÍ BẢO

Biên tập:

TRƯƠNG THỊ MỸ VÂN

Trình bày bìa, minh họa:

NGUYỄN ĐIỂM QUỲNH, TRẦN THẾ CHƯƠNG

Trình bày sách, sửa bản in:

LẠI THỊ KIỀU VI, NGUYỄN ĐỖ MINH QUÂN

TRẦN NGỌC BẢO KIM, TRỊNH THÁI PHƯƠNG, ĐÀM HUỲNH PHƯƠNG THẢO

NGUYỄN ĐOAN TRANG, NGUYỄN VĂN VINH

NGUYỄN VŨ KHÁNH LINH, TRẦN THỊ THU NGUYỆT

Liên kết xuất bản:

Công ty TNHH Education Solutions Việt Nam

Tầng 1, Toà nhà Vietphone Building

Số 64 Nguyễn Đình Chiểu, Phường Đa Kao, Quận 1, Tp.HCM

Bản quyền hình ảnh được lấy từ nguồn Shutterstock.

Ngoài ra, sách này có sử dụng một số hình ảnh trên Internet.

Trân trọng cảm ơn các tác giả.
