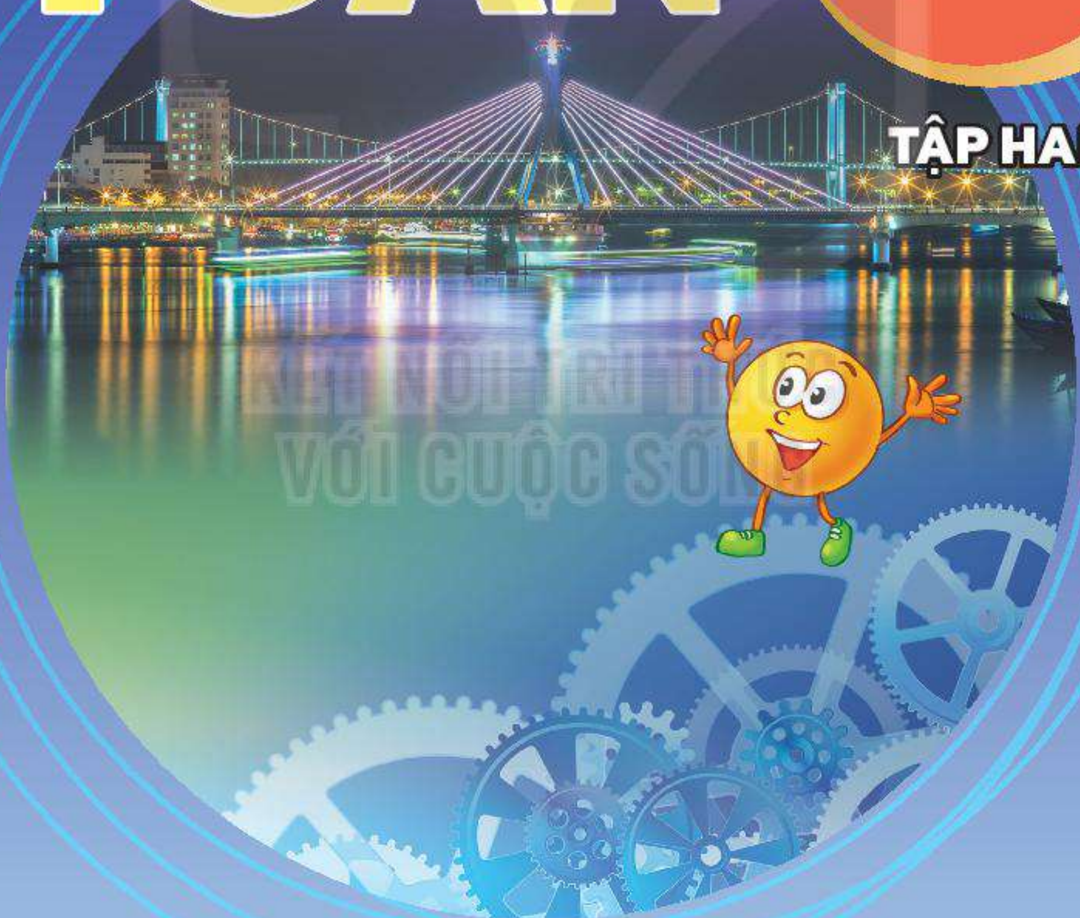
KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

NGUYỄN HUY ĐOAN (Chủ biên)
CUNG THẾ ANH – NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG
DOÃN MINH CƯỜNG – TRẦN PHƯƠNG DUNG
SĨ ĐỨC QUANG – LƯU BÁ THẮNG – ĐẶNG HÙNG THẮNG

Bài tập TOÁN 7

TẬP HAI



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

NGUYỄN HUY ĐOAN (Chủ biên)
CUNG THẾ ANH – NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG
DOÃN MINH CƯỜNG – TRẦN PHƯƠNG DUNG – SĨ ĐỨC QUANG
LƯU BÁ THẮNG – ĐẶNG HÙNG THẮNG

Bài tập TOÁN 7

TẬP HAI

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

MỤC LỤC

CHƯƠNG VI TỈ LỆ THỨC VÀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ

BÀI 20 TỈ LỆ THỨC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Chú ý. Tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ còn được viết dưới dạng $a : b = c : d$.

2. Tính chất của tỉ lệ thức

– Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$.

– Nếu $ad = bc$ (với $a, b, c, d \neq 0$) thì ta có các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a}; \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}.$$

Nhận xét. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $(a, b, c, d \neq 0)$ suy ra

$$a = \frac{bc}{d}; \qquad b = \frac{ad}{c}; \qquad c = \frac{ad}{b}; \qquad d = \frac{bc}{a}.$$

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết tỉ lệ thức và các tính chất của tỉ lệ thức:

+ Kiểm tra được hai tỉ số đã cho có lập được thành một tỉ lệ thức hay không;

+ Tìm được tỉ số bằng nhau trong các tỉ số cho trước;

+ Lập được các tỉ lệ thức từ đẳng thức cho trước.

– Vận dụng tính chất của tỉ lệ thức trong giải toán: Tìm một thành phần khi biết ba thành phần còn lại của tỉ lệ thức.

Ví dụ 1 (*Nhận biết tỉ lệ thức*)

Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau rồi lập tỉ lệ thức:

$$15 : 20;\ \frac{4}{5} : \frac{3}{5};\ 0,24 : 0,32.$$

Giải. Ta có:

$$15 : 20 = \frac{15}{20} = \frac{3}{4};\quad \frac{4}{5} : \frac{3}{5} = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{4}{3};\quad 0,24 : 0,32 = \frac{24}{100} : \frac{32}{100} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}.$$

Do đó ta có tỉ lệ thức $15 : 20 = 0,24 : 0,32$.

Chú ý. Ta viết các tỉ số giữa các số hữu tỉ dưới dạng tỉ số giữa các số nguyên để dễ so sánh, từ đó tìm ra các tỉ số bằng nhau.

Ví dụ 2 (*Vận dụng tính chất của tỉ lệ thức*)

Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ đẳng thức $0,35 \cdot (-5,2) = (-1,4) \cdot 1,3$.

Giải. Từ đẳng thức $0,35 \cdot (-5,2) = (-1,4) \cdot 1,3$ ta lập được các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{0,35}{-1,4} = \frac{1,3}{-5,2};\quad \frac{0,35}{1,3} = \frac{-1,4}{-5,2};\quad \frac{-5,2}{-1,4} = \frac{1,3}{0,35};\quad \frac{-5,2}{1,3} = \frac{-1,4}{0,35}.$$

C BÀI TẬP

6.1. Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau rồi lập tỉ lệ thức:

$$12 : 18;\quad 0,24 : 0,32;\quad \frac{4}{7} : \frac{6}{7}.$$

6.2. Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

a) $\frac{x}{3} = \frac{-2}{5}$; b) $\frac{4}{x} = \frac{8}{-10}$; c) $\frac{x}{4} = \frac{2,4}{3,2}$.

6.3. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ đẳng thức $(-16) \cdot 35 = 28 \cdot (-20)$.

6.4. Có thể lập được những tỉ lệ thức nào từ bốn số sau đây: 3; 18; 72; 12?

6.5. Trong một ngày đủ nắng, lá cây xanh khi quang hợp sẽ hấp thụ lượng khí carbon dioxide và giải phóng lượng khí oxygen theo tỉ lệ 11 : 8. Tính lượng khí oxygen mà lá cây xanh giải phóng, biết rằng lượng khí carbon dioxide được hấp thụ là 44 g.

6.6. Một phân xưởng có 20 máy đóng gói tự động, trong một ngày đóng gói được 400 sản phẩm. Để đóng gói được 600 sản phẩm một ngày thì phân xưởng đó cần đầu tư thêm bao nhiêu máy? Giả thiết rằng năng suất của các máy là như nhau.

6.7. Nhà bạn An có một khu vườn trồng rau có dạng hình chữ nhật. Biết tỉ lệ hai cạnh của khu vườn là $2:5$ và khu vườn có diện tích là $160\,\text{m}^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn.

6.8. Từ tỉ lệ thức $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ (với $b \neq 0$, $d \neq 0$, $2b \neq -d$), hãy suy ra tỉ lệ thức

$\dfrac{2a+c}{2b+d}=\dfrac{c}{d}$.

BÀI 21 TÍNH CHẤT CỦA DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$ (Giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

2. Từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ suy ra $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a-c+e}{b-d+f}$ (Giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

Chú ý. Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$, ta còn nói các số a, c, e tỉ lệ với các số b, d, f.

Khi đó ta cũng viết $a : c : e = b : d : f$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

- Nhận biết dãy tỉ số bằng nhau.
- Vận dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau trong giải toán:
  + Sử dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau vào bài toán tìm hai hay nhiều số chưa biết (khi biết mối liên hệ giữa các số đó);
  + Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau để giải các bài toán thực tiễn liên quan.

Ví dụ 1 (*Vận dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau*)

Tìm hai số x và y, biết: $5x = 2y$ và $x + y = -21$.

Giải. Từ $5x = 2y$ suy ra $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{2+5} = \frac{-21}{7} = -3$.

Suy ra $x = (-3) \cdot 2 = -6$ và $y = (-3) \cdot 5 = -15$.

Vậy $x = -6$ và $y = -15$.

Ví dụ 2 *(Vận dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau trong bài toán thực tiễn)*

Anh Khoa sử dụng tiền lương hằng tháng của mình vào các khoản chi tiêu cần thiết, tiết kiệm và chi tiêu cá nhân theo tỉ lệ 5 : 2 : 3. Hãy tính số tiền hằng tháng anh Khoa chi vào các khoản trên, biết rằng tổng thu nhập mỗi tháng của anh Khoa là 20 triệu đồng.

Giải. Gọi x, y, z (triệu đồng) lần lượt là số tiền hằng tháng anh Khoa dành cho các khoản chi tiêu cần thiết, tiết kiệm và chi tiêu cá nhân. Ta có $x + y + z = 20$.

Theo đề bài, ta có x, y, z tỉ lệ với 5; 2; 3, nghĩa là $\frac{x}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$.

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} = \frac{x+y+z}{5+2+3} = \frac{20}{10} = 2$.

Suy ra $x = 2 \cdot 5 = 10$; $y = 2 \cdot 2 = 4$; $z = 2 \cdot 3 = 6$.

Vậy mỗi tháng anh Khoa chi 10 triệu đồng cho các khoản chi tiêu cần thiết, 4 triệu đồng để tiết kiệm và 6 triệu đồng cho khoản chi tiêu cá nhân.

C BÀI TẬP

6.9. Tìm hai số x và y, biết: $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x + y = 16$.

6.10. Tìm hai số x và y, biết: $7x = 3y$ và $y - x = -16$.

6.11. Tìm ba số x, y và z, biết: $x : y : z = 3 : 5 : 7$ và $x - y + z = 35$.

6.12. Tìm diện tích của một mảnh vườn hình chữ nhật, biết rằng tỉ số giữa hai cạnh của nó bằng $\frac{3}{5}$ và chu vi bằng 48 m.

6.13. Số lượt khách quốc tế có quốc tịch Mỹ đến Việt Nam trong năm 2014 và năm 2019 tỉ lệ với 317; 533. Tính số lượt khách quốc tịch Mỹ đến Việt Nam trong hai năm đó, biết rằng số lượt khách đến năm 2019 nhiều hơn số lượt khách đến năm 2014 là 302 400 lượt người.

6.14. Ba bạn Đức, Loan và Hà góp tổng cộng được 120 nghìn đồng ủng hộ các bạn học sinh có hoàn cảnh khó khăn mua sách vở nhân dịp năm học mới. Hỏi mỗi bạn đã góp bao nhiêu tiền? Biết rằng số tiền ba bạn góp theo thứ tự tỉ lệ với 2; 1; 3.

6.15. Tìm hai số x và y, biết: $3x = 5y$ và $2x + 3y = 38$.

6.16. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ hãy suy ra tỉ lệ thức $\frac{a}{3a+b} = \frac{c}{3c+d}$ (Giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

BÀI 22 ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = ax$ (a là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ a.

2. Nếu y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ a thì x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{a}$:

$$y = ax \Rightarrow x = \frac{1}{a}y.$$

Khi đó ta nói x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

3. Nếu đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x thì:

– Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (và bằng hệ số tỉ lệ):

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \ldots = a.$$

– Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2}; \frac{y_1}{y_3} = \frac{x_1}{x_3}; \frac{y_2}{y_3} = \frac{x_2}{x_3}, \ldots$$

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết hai đại lượng tỉ lệ thuận:

+ Tìm hệ số tỉ lệ;

+ Viết công thức về mối liên hệ giữa hai đại lượng;

+ Tìm một đại lượng khi biết đại lượng còn lại và hệ số tỉ lệ;

– Giải một số bài toán đơn giản về đại lượng tỉ lệ thuận:

+ Tìm giá trị tương ứng của hai đại lượng tỉ lệ thuận khi biết tổng hoặc hiệu của hai giá trị đó;

+ Chia một đại lượng thành các phần tỉ lệ thuận với các số cho trước.

Ví dụ 1 *(Tìm giá trị chưa biết của hai đại lượng tỉ lệ thuận)*

Biết rằng x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và khi $x = 4$ thì $y = 6$.

a) Viết công thức tính y theo x.

b) Tính giá trị của y khi $x = 12$.

c) Tính giá trị của x khi $y = \frac{3}{20}$.

Giải. a) Ta có $\frac{y}{x} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$. Do đó $y = \frac{3}{2}x$.

b) Khi $x = 12$ thì $y = \frac{3}{2} \cdot 12 = 18$.

c) Từ $y = \frac{3}{2}x$ suy ra $x = \frac{2}{3}y$. Do đó, khi $y = \frac{3}{20}$ thì $x = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{20} = \frac{1}{10}$.

Chú ý. Điểm mấu chốt khi giải các bài toán thực tế liên quan đến đại lượng tỉ lệ thuận là nhận biết được hai đại lượng tỉ lệ thuận trong bài toán (thường thông qua dấu hiệu tỉ số của hai đại lượng đó luôn không đổi) và sử dụng tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận để thiết lập được dãy tỉ số bằng nhau. Sau đó sử dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm các yếu tố chưa biết trong bài toán.

Ví dụ 2 *(Tìm giá trị tương ứng của hai đại lượng tỉ lệ thuận)*

Hai thanh đồng có thể tích 13 cm^3 và 17 cm^3. Hỏi mỗi thanh đồng nặng bao nhiêu gam? Biết hai thanh có khối lượng hơn kém nhau 56 g.

Giải. Gọi x, y (g) lần lượt là khối lượng của hai thanh đồng. Ta có $y - x = 56$.

Khối lượng của hai thanh đồng tỉ lệ thuận với thể tích của nó nên $\frac{x}{13} = \frac{y}{17}$.

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x}{13} = \frac{y}{17} = \frac{y - x}{17 - 13} = \frac{56}{4} = 14.$$

Suy ra $x = 14 \cdot 13 = 182$, $y = 14 \cdot 17 = 238$.

Vậy hai thanh đồng có khối lượng tương ứng là 182 g và 238 g.

Chú ý. Khối lượng của một vật đồng chất tỉ lệ thuận với thể tích của nó.

Ví dụ 3 *(Chia một đại lượng thành các phần tỉ lệ thuận với các số cho trước)*

Một nhà hảo tâm tặng máy tính để bàn cho ba trường học ở một vùng khó khăn, nhằm giúp các em học sinh ở vùng đó có thêm cơ hội tiếp xúc với công nghệ thông tin. Biết rằng tổng số máy tính tặng là 27 máy và số máy tính được tặng của các trường tỉ lệ thuận với 2; 3; 4. Tính số máy tính mà nhà hảo tâm đó tặng cho mỗi trường.

Giải. Gọi x, y, z (máy tính) lần lượt là số máy tính tặng cho trường thứ nhất, trường thứ hai và trường thứ ba.

Theo đề bài, ta có $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $x + y + z = 27$.

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x+y+z}{2+3+4} = \frac{27}{9} = 3$.

Suy ra $x = 3 \cdot 2 = 6$; $y = 3 \cdot 3 = 9$; $z = 3 \cdot 4 = 12$.

Vậy số máy tính tặng cho ba trường lần lượt là 6 máy, 9 máy và 12 máy.

C BÀI TẬP

6.17. Biết rằng x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và khi $x = 5$ thì $y = 3$.

a) Viết công thức tính y theo x.

b) Tính giá trị của y khi $x = 10$.

c) Tính giá trị của x khi $y = \frac{3}{25}$.

6.18. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Thay dấu "?" trong bảng sau bằng số thích hợp.

x	2	5	?	?	–1,5	?
y	6	?	12	–9	?	–1,5

Viết công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng x và y.

6.19. Trong mỗi bảng giá trị dưới đây, hai đại lượng x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận không?

a)

x	4	–10	22	36
y	24	–60	132	216

b)

x	5	–8	14	–26
y	20	–32	46	–104

6.20. Dưới đây là bảng tiêu thụ xăng của một loại ô tô cỡ nhỏ.

Quãng đường đi được (km)	10	20	30	40	50	80	100
Lượng xăng tiêu thụ (lít)	0,8	1,6	2,4	3,2	4,0	6,4	8,0

Quãng đường đi được có tỉ lệ thuận với lượng xăng tiêu thụ hay không? Nếu có thì hãy tìm hệ số tỉ lệ và tính lượng xăng tiêu thụ khi ô tô chạy được 150 km.

6.21. Một công ty có chính sách khen thưởng cuối năm là thưởng theo năng suất lao động của công nhân. Hai công nhân có năng suất lao động tương ứng tỉ lệ với 3; 4. Tính số tiền thưởng nhận được cuối năm của mỗi công nhân đó. Biết rằng số tiền thưởng của người thứ hai nhiều hơn số tiền thưởng của người thứ nhất là 2 triệu đồng.

6.22. Ba đơn vị kinh doanh góp vốn theo tỉ lệ 3 : 5 : 7. Hỏi mỗi đơn vị được chia bao nhiêu tiền lãi, biết tổng số tiền lãi là 600 triệu đồng và tiền lãi được chia tỉ lệ thuận với số vốn đã góp?

6.23. Cho biết x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ 0,4 và y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ 6.

a) Hỏi x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ bằng bao nhiêu?

b) Tìm giá trị của x khi $z = \frac{3}{4}$.

c) Tìm giá trị của z khi $x = 12$.

6.24. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, x_1, x_2 là hai giá trị khác nhau của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y.

a) Tính giá trị của x_1, biết $x_2 = 3$, $y_1 = -5$, $y_2 = 9$.

b) Tính x_2 và y_2, biết $y_2 - x_2 = -68$, $x_1 = 5$, $y_1 = -12$.

BÀI 23 ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{a}{x}$ (a là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a.

2. Nếu y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a thì x cũng tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ a và ta nói x và y tỉ lệ nghịch với nhau.

3. Nếu hai đại lượng y và x tỉ lệ nghịch với nhau thì:

– Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (và bằng hệ số tỉ lệ):

$$x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3 = \ldots = a.$$

– Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1};\ \frac{y_1}{y_3} = \frac{x_3}{x_1};\ \frac{y_2}{y_3} = \frac{x_3}{x_2};\ldots$$

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết hai đại lượng tỉ lệ nghịch:

+ Tìm hệ số tỉ lệ;

+ Viết công thức về mối liên hệ giữa hai đại lượng;

+ Tìm một đại lượng khi biết đại lượng còn lại và hệ số tỉ lệ.

– Giải một số bài toán đơn giản về đại lượng tỉ lệ nghịch:

+ Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng tỉ lệ nghịch;

+ Chia một đại lượng thành các phần tỉ lệ nghịch với các số cho trước.

Ví dụ 1 *(Tìm giá trị chưa biết của hai đại lượng tỉ lệ nghịch)*

Biết rằng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và $x = 2$ khi $y = 3$.

a) Viết công thức tính y theo x.

b) Tìm giá trị của y khi $x = 3$.

c) Tìm giá trị của x khi $y = 0,4$.

Giải. a) Ta có $xy = 2 \cdot 3 = 6$. Do đó $y = \frac{6}{x}$.

b) Khi $x = 3$ ta có $y = \frac{6}{3} = 2$.

c) Từ $y = \frac{6}{x}$ suy ra $x = \frac{6}{y}$. Do đó, với $y = 0,4$ ta có $x = \frac{6}{0,4} = 15$.

Chú ý. Điểm mấu chốt khi giải các bài toán thực tế liên quan đến đại lượng tỉ lệ nghịch là nhận biết được hai đại lượng tỉ lệ nghịch trong bài toán (thường thông qua dấu hiệu tích của hai đại lượng đó luôn không đổi) và sử dụng tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch để thiết lập được dãy tỉ số bằng nhau. Sau đó sử dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm các yếu tố chưa biết trong bài toán.

Ví dụ 2 *(Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng tỉ lệ nghịch)*

Để làm xong một công việc thì 30 công nhân cần làm trong 8 giờ. Nếu số công nhân tăng thêm 10 người thì thời gian hoàn thành công việc giảm được mấy giờ (Giả thiết năng suất lao động của mỗi người là như nhau)?

Giải. Gọi x (giờ) là thời gian hoàn thành công việc khi tăng thêm 10 công nhân. Số công nhân sau khi tăng thêm là: $30 + 10 = 40$ (người).

Do khối lượng công việc không đổi nên số công nhân và thời gian hoàn thành công việc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Do đó ta có $\frac{30}{40} = \frac{x}{8}$. Suy ra

$x = \frac{8 \cdot 30}{40} = 6$ (giờ).

Vậy thời gian hoàn thành công việc giảm được là: $8 - 6 = 2$ (giờ).

Ví dụ 3 *(Chia một đại lượng thành các phần tỉ lệ nghịch với các số cho trước)*

Một ô tô đi từ tỉnh A đến tỉnh B gồm ba chặng đường dài bằng nhau với vận tốc cho phép trên mỗi chặng lần lượt là 60 km/h, 80 km/h và 120 km/h. Biết tổng thời gian đi cả ba chặng là 3 giờ. Tính độ dài quãng đường đi từ tỉnh A đến tỉnh B.

Giải. Gọi x, y, z (giờ) lần lượt là thời gian ô tô đi trên ba chặng đường. Ta có $x + y + z = 3$.

Do độ dài mỗi chặng đường là bằng nhau nên vận tốc và thời gian đi trên mỗi chặng đường là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Do đó ta có $60x = 80y = 120z$. Suy ra $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$.

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2} = \frac{x+y+z}{4+3+2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

Suy ra $x = \frac{1}{3} \cdot 4 = \frac{4}{3}$ (giờ).

Do đó, khoảng cách giữa hai tỉnh A và B là $60 \cdot \frac{4}{3} \cdot 3 = 240$ (km).

BÀI TẬP

6.25. Biết rằng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và $x = 4$ khi $y = 15$.

a) Viết công thức tính y theo x.

b) Tìm giá trị của y khi $x = 6$.

c) Tìm giá trị của x khi $y = 0,5$.

6.26. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Thay dấu "?" trong bảng sau bằng số thích hợp.

x	1	2,5	?	?	8	?
y	?	4	2,5	2	?	10

Viết công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng x và y.

6.27. Theo bảng giá trị dưới đây, hai đại lượng x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không?

a)

x	6	3	–4	5
y	10	20	–15	12

b)

x	–2	–1	2	5
y	–15	–30	16	6

6.28. Đức cùng mẹ và chị Linh đi siêu thị và dự định mua 5 vỉ gồm 20 hộp sữa chua. Siêu thị đang trong đợt khuyến mại, sữa chua được giảm giá 20% mỗi hộp. Chị Linh nói rằng với số tiền ban đầu dự định mua sữa chua thì bây giờ có thể mua được 6 vỉ gồm 24 hộp (tăng thêm 20% số hộp so với ban đầu). Đức thì cho rằng với số tiền đó bây giờ sẽ mua được 25 hộp sữa chua (tăng thêm 25% số hộp so với ban đầu). Hỏi ai đúng, ai sai?

6.29. Một ô tô và một xe máy cùng đi từ A đến B. Biết rằng vận tốc của ô tô gấp rưỡi vận tốc của xe máy và xe máy đi hết 6 giờ. Hỏi ô tô đi hết bao nhiêu giờ?

6.30. Ba máy cày cùng loại, mỗi máy làm việc 8 giờ một ngày thì trong 7 ngày cày xong một cánh đồng. Do thời tiết nắng nóng và sắp có mưa nên yêu cầu trong 4 ngày phải hoàn thành và mỗi ngày chỉ làm được trong 6 giờ. Hỏi cần bao nhiêu máy cày để có thể hoàn thành công việc đó?

6.31. Ba tổ công nhân làm đường có tổng cộng 52 công nhân. Để hoàn thành cùng một công việc, tổ I cần 2 ngày, tổ II cần 3 ngày và tổ III cần 4 ngày. Hỏi mỗi tổ có bao nhiêu công nhân, biết rằng năng suất làm việc của mỗi người là như nhau?

6.32. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, x_1, x_2 là hai giá trị khác nhau của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y.

a) Tính giá trị của y_1 và y_2, biết $x_1 = 3$, $x_2 = 2$ và $2y_1 + 3y_2 = -26$.

b) Tính x_1 và y_2, biết $3x_1 - 2y_2 = 32$; $x_2 = -4$; $y_1 = -10$.

ÔN TẬP CHƯƠNG VI

A CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

Nếu $ad = bc$ (với $a, b, c, d \neq 0$) thì

A. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ B. $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ C. $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ D. $\frac{d}{a} = \frac{b}{c}$

2. Cho dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c-e}{b-d+f}$ B. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a-c+e}{b+d-f}$

C. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a-e}{b-f}$ D. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c}{b+f}$

3. Cho đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{2}{3}x$. Gọi x_1, x_2, x_3 lần lượt là các giá trị khác nhau của x; y_1, y_2, y_3 lần lượt là các giá trị tương ứng của y. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $\frac{2}{3}$

B. x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $\frac{2}{3}$

C. $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \frac{2}{3}$

D. $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3} = \frac{3}{2}$

4. Cho đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{12}{x}$. Gọi x_1, x_2, x_3 lần lượt là các giá trị khác nhau của x; y_1, y_2, y_3 lần lượt là các giá trị tương ứng của y. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Ta có $x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3 = 12$

B. Hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau

C. $\dfrac{y_1}{y_2} = \dfrac{x_1}{x_2}; \dfrac{y_1}{y_3} = \dfrac{x_1}{x_3}; \dfrac{y_2}{y_3} = \dfrac{x_2}{x_3}$

D. $\dfrac{y_1}{x_1} = \dfrac{y_2}{x_2} = \dfrac{y_3}{x_3}$

5. Quan hệ của các đại lượng nào sau đây là quan hệ tỉ lệ thuận?

A. Vận tốc trung bình của ô tô và thời gian chuyển động của ô tô trên một quãng đường cố định.

B. Số người và số ngày khi thực hiện một lượng công việc không đổi và năng suất lao động của mỗi người là như nhau

C. Quãng đường đi được và thời gian chuyển động của vật chuyển động đều

D. Chiều rộng và chiều dài của hình chữ nhật có diện tích không đổi

6. Cho x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ 2 và y tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ 8. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. x tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ 16

B. x tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ 4

C. x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ 16

D. x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ 4

B BÀI TẬP

6.33. Có thể lập được tỉ lệ thức từ các số sau đây không? Nếu được, hãy viết tất cả các tỉ lệ thức có thể lập được.

a) -49; -28; 4; 7; b) 4; 18; 64; 256.

6.34. Từ tỉ lệ thức $\dfrac{x}{y} = \dfrac{4}{3}$ (với $x, y \neq 0$) có thể suy ra những tỉ lệ thức nào?

6.35. Tìm x trong mỗi tỉ lệ thức sau:

a) $\dfrac{x}{-2{,}5} = \dfrac{-20}{25}$; b) $3{,}8 : x = 0{,}75 : 1{,}5$; c) $\dfrac{x+5}{4} = \dfrac{-1}{2}$.

6.36. Tìm hai số x và y, biết:

a) $\dfrac{x}{5} = \dfrac{y}{7}$ và $2x - 3y = 22$; b) $\dfrac{x}{y} = \dfrac{2}{3}$ và $x + 2y = 40$.

6.37. Tìm ba số x, y, z, biết $x : y : z = 3 : 5 : 8$ và $5x + y - 2z = 112$.

6.38. Cho biết hai đại lượng y và x tỉ lệ nghịch với nhau và các giá trị được cho trong bảng sau:

x	$-1,5$	?	$2,4$	4	?
y	?	6	$-1,25$	?	$0,5$

Hãy xác định hệ số tỉ lệ. Từ đó, thay dấu "?" trong bảng bằng số thích hợp.

6.39. Cho biết y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ là 4 và z tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ là 6. Hỏi đại lượng z tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch với đại lượng x và hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

6.40. Bình xăng xe máy của bác Minh có dung tích 3,7 lít. Khi đổ đầy bình, bác Minh thấy đồng hồ báo tiền ở cây xăng hiện 68 450 đồng.

a) Biết bình xăng xe máy của cô Hoa có dung tích 4,5 lít, khi đổ đầy xăng loại đó thì cô Hoa phải trả bao nhiêu tiền?

b) Một xe ô tô sẽ được đổ bao nhiêu lít xăng loại đó nếu phải trả 388 500 đồng?

6.41. Một đội công nhân gồm 15 người hoàn thành một công việc trong 6 ngày. Biết rằng năng suất lao động của các công nhân là như nhau. Hãy cho biết:

a) Thời gian hoàn thành công việc đó khi số công nhân được tăng lên gấp đôi.

b) Thời gian hoàn thành công việc đó khi số công nhân chỉ còn 10 người.

6.42. Ba tổ công nhân đóng gói sản phẩm được giao ba khối lượng công việc như nhau. Tổ thứ nhất hoàn thành công việc trong 5 ngày, tổ thứ hai trong 6 ngày và tổ thứ ba trong 4 ngày. Tính số công nhân của mỗi tổ, biết tổ thứ nhất nhiều hơn tổ thứ hai là 2 người và năng suất lao động của các công nhân là như nhau trong suốt quá trình làm việc.

CHƯƠNG VII BIỂU THỨC ĐẠI SỐ VÀ ĐA THỨC MỘT BIẾN

BÀI 24 BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Những số và chữ được nối với nhau bởi dấu của các phép tính làm thành một *biểu thức* (có thể có thêm dấu ngoặc để chỉ thứ tự tính). Biểu thức không chứa chữ gọi là *biểu thức số*. Biểu thức chỉ chứa số hoặc chỉ chứa chữ hoặc chứa cả số và chữ gọi chung là *biểu thức đại số*.

2. Trong một biểu thức đại số, các chữ được dùng để thay thế cho những số nào đó và được gọi là các *biến số* (gọi tắt là các *biến*). Với các biến, ta cũng có thể vận dụng các quy tắc tính và tính chất của các phép tính như đối với các số như:

$x + y = y + x$; $(x + y) + z = x + (y + z)$; $-(x + y - z) = -x - y + z$;

$x = 1x$; $x + x = 2x$; $x + x + x = 3x$; $x - x = 0$;

$xy = yx$; $(xy)z = x(yz)$; $x(y + z) = xy + xz$;

$x = x^1$; $xx = x^2$; $xxx = x^3$; ...

3. Muốn tính *giá trị của một biểu thức đại số* tại những giá trị cho trước của các biến, ta thay giá trị đã cho của mỗi biến vào biểu thức rồi thực hiện các phép tính.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết biểu thức số, biểu thức đại số và các biến của nó.

– Tính giá trị của biểu thức đại số tại những giá trị cho trước của các biến.

Ví dụ

Vào 7 giờ sáng, một tàu chở khách khởi hành từ Hà Nội đi Hải Phòng với vận tốc x km/h. Sau đó 20 phút, một tàu chở hàng khởi hành từ Hải Phòng đi Hà Nội với vận tốc y km/h (giả thiết rằng $x \le 60$ và $y \le 45$). Đến 8 giờ sáng cùng ngày, tàu chở hàng phải dừng lại ở một ga giữa đường để chờ tránh nhau với tàu chở khách. Biết rằng Hà Nội cách Hải Phòng khoảng 105 km và tàu chở khách không dừng lại trong suốt hành trình.

a) Viết biểu thức đại số với hai biến x và y, biểu thị khoảng cách (đơn vị: km) giữa hai tàu vào lúc 8 giờ sáng.

b) Giả sử $x = 60$ và $y = 45$. Tính giá trị của biểu thức đại số tìm được ở câu a tại các giá trị đã cho của x, y. Từ đó hãy tính xem hai tàu gặp nhau lúc mấy giờ sáng cùng ngày.

Giải

a) Đến 8 giờ sáng, tàu chở khách đã đi trong 1 giờ và đi được quãng đường x (km); tàu chở hàng đi sau tàu chở khách 20 phút nên thời gian đi là 40 phút (bằng $\frac{2}{3}$ giờ), và quãng đường đi được là $\frac{2}{3}y$ (km). Do đó đến 8 giờ, tổng quãng đường hai tàu đi được là $x + \frac{2}{3}y$ (km). Do hai tàu đi ngược chiều nhau nên hai tàu còn cách nhau $105 - \left(x + \frac{2}{3}y\right)$ (km).

Vậy biểu thức cần tìm là $D = 105 - \left(x + \frac{2}{3}y\right)$.

b) Tại $x = 60$, $y = 45$, giá trị của biểu thức D là $105 - (60 + 30) = 15$. Điều này có nghĩa là hai tàu còn cách nhau 15 km. Vậy tàu chở khách còn tiếp tục đi 15 km nữa để gặp tàu chở hàng tại nơi tàu chở hàng đang đỗ chờ. Từ đó suy ra tàu chở khách còn phải đi thêm khoảng thời gian là $15 : 60 = \frac{1}{4}$ giờ, tức là 15 phút.

Vậy hai tàu gặp nhau lúc 8 giờ 15 phút.

C BÀI TẬP

7.1. Viết biểu thức đại số biểu thị:

a) Hiệu các bình phương của hai số a và b;

b) Tổng các lập phương của hai số x và y.

7.2. Viết biểu thức đại số biểu thị:

a) Thể tích của hình hộp chữ nhật có chiều dài a, chiều rộng b và chiều cao là $a + b$;

b) Diện tích của hình tứ giác có hai đường chéo vuông góc với nhau và độ dài của hai đường chéo đó là p và q.

7.3. Hãy chỉ ra các biến trong mỗi biểu thức đại số thu được ở các Bài 7.1 và 7.2.

7.4. Tính giá trị của biểu thức:

a) $2a^2b + ab^2 - 3ab$ tại $a = -2$ và $b = 4$.

b) $xy(x + y) - (x^2 + y^2)$ tại $x = 0{,}5$ và $y = -1{,}5$.

7.5. Trong hai kết luận sau, kết luận nào đúng?

a) Hai biểu thức $A(x) = (x + 1)^2$ và $B(x) = x^2 + 1$ bằng nhau với mọi giá trị của x. (Chẳng hạn, khi $x = 0$ thì ta có $A(0) = B(0) = 1$).

b) Hai biểu thức $C = a(b + c)$ và $D = ab + ac$ bằng nhau với mọi giá trị của các biến a, b và c. (Chẳng hạn, khi $a = b = c = 0$ thì $C = D = 0$).

7.6. Một luống rau có x hàng, mỗi hàng có y cây rau (x, $y \in \mathbb{N}$). Trong tình huống này, biểu thức $P = xy$ biểu thị số cây rau được trồng trên luống rau đó. Hãy nêu một tình huống khác, trong đó một đại lượng được biểu thị bởi biểu thức $x - y$.

BÀI 25 ĐA THỨC MỘT BIẾN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. *Đơn thức một biến* (gọi tắt là *đơn thức*) là biểu thức đại số có dạng tích của một số thực với một luỹ thừa của biến, trong đó số thực gọi là *hệ số*, số mũ của luỹ thừa của biến gọi là *bậc* của đơn thức.

– Muốn cộng (hay trừ) hai đơn thức cùng bậc, ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên luỹ thừa của biến.

– Muốn nhân hai đơn thức tuỳ ý, ta nhân hai hệ số với nhau và nhân hai luỹ thừa của biến với nhau.

2. *Đa thức một biến* (gọi tắt là *đa thức*) là tổng của những đơn thức của cùng một biến; mỗi đơn thức trong tổng gọi là một *hạng tử* của đa thức đó.

– Số 0 cũng được coi là một đa thức, gọi là *đa thức không*.

– Đa thức thu gọn là đa thức không chứa hai đơn thức nào cùng bậc.

– Ta thường viết đa thức dưới *dạng thu gọn* và sắp xếp các hạng tử của nó theo *luỹ thừa giảm của biến.*

3. Cho một đa thức khác đa thức *không*. Trong dạng thu gọn của nó:

– Bậc của hạng tử có bậc cao nhất gọi là *bậc* của đa thức;

– Hệ số của hạng tử có bậc cao nhất gọi là *hệ số cao nhất*;

– Hệ số của hạng tử bậc 0 (hạng tử không chứa biến) gọi là *hệ số tự do*.

4. Đa thức *không* là đa thức không có bậc.

5. Nếu tại $x = a$ (a là một số), giá trị của một đa thức bằng 0 thì ta gọi a (hay $x = a$) là một *nghiệm* của đa thức đó.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết đơn thức, hệ số và bậc của đơn thức.

– Cộng, trừ hai đơn thức cùng bậc; nhân hai đơn thức tuỳ ý.

– Nhận biết một đa thức; thu gọn và sắp xếp các hạng tử của một đa thức theo luỹ thừa giảm của biến.

– Xác định bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của một đa thức.

– Nhận biết các hệ số và bậc của các hạng tử trong một đa thức.

– Tính giá trị của một đa thức tại một giá trị cho trước của biến; kiểm tra xem một số có phải là nghiệm của một đa thức hay không.

Ví dụ 1 Trong các biểu thức đại số sau, biểu thức nào là đơn thức một biến? Với mỗi đơn thức, hãy cho biết hệ số và bậc của nó.

$$\left(1-\sqrt{2}\right)x^3; \quad \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad \frac{2x+1}{x^2}; \quad \frac{x}{3}; \quad \frac{3}{x}; \quad 10^4x^2.$$

Giải

Ta có:

Đơn thức $\left(1-\sqrt{2}\right)x^3$, hệ số là $1-\sqrt{2}$, bậc 3.

Đơn thức $\frac{1}{\sqrt{2}}$, hệ số là $\frac{1}{\sqrt{2}}$, bậc 0.

Đơn thức $\frac{x}{3}$, hệ số là $\frac{1}{3}$, bậc 1.

Đơn thức 10^4x^2, hệ số là 10^4, bậc 2.

Các biểu thức còn lại, $\frac{2x+1}{x^2}$ và $\frac{3}{x}$ không phải là đơn thức.

Ví dụ 2

a) Thu gọn đa thức $P(x) = 2 - 3{,}5x^4 - 5x^2 + 3x^2 + x + \frac{7}{2}x^4 - 2x^3 - 1$ và sắp xếp các hạng tử của nó theo luỹ thừa giảm của biến. Xác định bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức đó.

b) Tính giá trị của đa thức tại mỗi giá trị của x thuộc tập hợp $\{-2; -1; 0; 1\}$. Từ đó hãy tìm một nghiệm của đa thức $P(x)$.

Giải

a) Ta tiến hành đồng thời vừa thu gọn, vừa sắp xếp các hạng tử của đa thức bằng cách cộng các hạng tử cùng bậc (nếu có) từ bậc cao đến bậc thấp như sau:

$$P(x) = 2 - 3{,}5x^4 - 5x^2 + 3x^2 + x + \frac{7}{2}x^4 - 2x^3 - 1$$

$$= \left(-3{,}5x^4 + \frac{7}{2}x^4\right) - 2x^3 + (3x^2 - 5x^2) + x + (-1 + 2)$$

$$= \left(-3{,}5 + \frac{7}{2}\right)x^4 - 2x^3 + (3 - 5)x^2 + x + (-1 + 2)$$

$$= 0x^4 - 2x^3 - 2x^2 + x + 1.$$

Kết quả ta được đa thức $P(x) = -2x^3 - 2x^2 + x + 1$.

Hạng tử có bậc cao nhất là $-2x^3$, bậc 3, nên $P(x)$ là đa thức bậc 3, hệ số cao nhất là -2 và hệ số tự do là 1.

b) Ta có:

$P(-2) = -2 \cdot (-2)^3 - 2 \cdot (-2)^2 + (-2) + 1 = 16 - 8 - 1 = 7.$

$P(-1) = -2 \cdot (-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 + (-1) + 1 = 2 - 2 - 1 + 1 = 0.$

Tương tự, $P(0) = 1$ và $P(1) = -2$.

Vậy $x = -1$ là một nghiệm của $P(x)$.

Ví dụ 3 Tìm các hệ số p và q trong đa thức $F(x) = x^2 + px + q$, biết rằng với số a tuỳ ý, giá trị của $F(x)$ tại $x = a$, tức là $F(a)$ luôn bằng $(a - 1)^2$.

Giải

Theo đề bài, ta có $F(a) = a^2 + pa + q = (a - 1)^2$ xảy ra với mọi giá trị của a. Nói riêng, đẳng thức cũng đúng với những giá trị của a mà ta chọn, chẳng hạn:

- Khi $a = 0$, ta có $F(0) = 0^2 + p \cdot 0 + q = (0 - 1)^2 = 1$, suy ra $q = 1$.
- Khi $a = 1$, ta có $F(1) = 1^2 + p \cdot 1 + q = (1 - 1)^2 = 0$, suy ra $1 + p + q = 0$. Nhưng ta đã có $q = 1$ nên $2 + p = 0$, suy ra $p = -2$.

Vậy $p = -2$ và $q = 1$ là các hệ số cần tìm và $F(x) = x^2 - 2x + 1$.

C BÀI TẬP

7.7. Trong các biểu thức sau đây, biểu thức nào là đa thức một biến?

a) $\frac{x^2}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}$; b) $\sqrt{2x}$; c) $\left(1 - \sqrt{2}\right)x^3 + 2$; d) $x + \frac{1}{x}$.

7.8. Thu gọn và sắp xếp mỗi đa thức sau đây theo luỹ thừa giảm của biến rồi tìm bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của mỗi đa thức đó.

a) $F(x) = -2 + 4x^5 - 2x^3 - 4x^5 + 3x + 3$;

b) $G(x) = -5x^3 + 4 - 3x + 4x^3 + x^2 + 6x - 3$.

7.9. Bằng cách tính giá trị của đa thức $F(x) = x^3 + 2x^2 + x$ tại các giá trị của x thuộc tập hợp $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$, hãy tìm hai nghiệm của đa thức $F(x)$.

7.10. Tìm đa thức $P(x)$ bậc 3 thoả mãn các điều kiện sau:

- $P(x)$ khuyết hạng tử bậc hai;
- Hệ số cao nhất là 4;
- Hệ số tự do là 0;
- $x = \frac{1}{2}$ là một nghiệm của $P(x)$.

7.11. Cho hai đa thức $A(x) = -x^4 + 2{,}5x^3 + 3x^2 - 4x$ và $B(x) = x^4 + \sqrt{2}$.

a) Chứng tỏ rằng $x = 0$ là nghiệm của đa thức $A(x)$ nhưng không là nghiệm của đa thức $B(x)$.

b) Chứng tỏ rằng đa thức $B(x)$ không có nghiệm.

7.12. Biết rằng hai đa thức $G(x) = x^2 - 3x + 2$ và $H(x) = x^2 + x - 6$ có một nghiệm chung. Hãy tìm nghiệm chung đó.

7.13. Người ta định dùng những viên gạch với kích thước như nhau để xây một bức tường (có dạng hình hộp chữ nhật) dày 20 cm, dài 6 m và cao x (m). Số gạch đã có là 450 viên.

a) Tìm đa thức (biến x) biểu thị số gạch cần mua thêm để xây tường, biết rằng cứ xây mỗi mét khối tường thì cần 542 viên gạch. Xác định bậc và hệ số tự do của đa thức đó.

b) Nếu chỉ dùng số gạch sẵn có thì xây được bức tường cao khoảng bao nhiêu mét? (tính chính xác đến 0,1 m).

7.14. Tìm các hệ số p và q của đa thức $F(x) = x^2 + px + q$, biết rằng với số a tuỳ ý, giá trị của $F(x)$ tại $x = a$, tức là $F(a)$ luôn bằng $(a + 2)^2$.

BÀI 26 PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hai cách trình bày phép cộng (hay trừ) hai đa thức:

– *Cách 1.* Viết hai đa thức trong dấu ngoặc và nối chúng bởi dấu '+' (hay '–'). Sau đó bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các hạng tử cùng bậc và thu gọn.

– *Cách 2.* Đặt tính cộng (hay trừ) sao cho các hạng tử cùng bậc của hai đa thức thì thẳng cột với nhau rồi cộng (hay trừ) theo từng cột.

2. Phép cộng đa thức cũng có các tính chất giao hoán và kết hợp.

3. Với các đa thức A, B, C ta có:

+ Nếu $A + B = C$ thì $A = C - B$. Ngược lại, nếu $A = C - B$ thì $A + B = C$.

+ $A + B + C = (A + B) + C = A + (B + C)$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Cộng hay trừ hai đa thức và trình bày bằng hai cách.

– Áp dụng các tính chất của phép cộng hai đa thức trong tính toán.

– Giải toán liên quan đến cộng, trừ đa thức.

Ví dụ 1 Cho hai đa thức $P(x) = x^4 - 5x^3 + 4x - 5$ và $Q(x) = -x^4 + 3x^2 + 2x + 1$.

a) Hãy tìm tổng $P(x) + Q(x)$.

b) Tìm đa thức $R(x)$ sao cho $P(x) = R(x) + Q(x)$.

Giải

a) *Cách 1* (Nhóm các hạng tử cùng bậc):

$$\begin{aligned} P(x) + Q(x) &= (x^4 - 5x^3 + 4x - 5) + (-x^4 + 3x^2 + 2x + 1) \\ &= x^4 - 5x^3 + 4x - 5 - x^4 + 3x^2 + 2x + 1 \\ &= (x^4 - x^4) - 5x^3 + 3x^2 + (4x + 2x) + (1 - 5) \\ &= -5x^3 + 3x^2 + 6x - 4. \end{aligned}$$

Cách 2 (Đặt tính cộng):

$$
\begin{array}{rl}
 & x^4 - 5x^3 \qquad\qquad + 4x - 5 \\
+ & \\
 & -x^4 \qquad\quad + 3x^2 + 2x + 1 \\
\hline
P(x) + Q(x) = & -5x^3 + 3x^2 + 6x - 4.
\end{array}
$$

b) Muốn tìm $R(x)$ để $P(x) = R(x) + Q(x)$, ta cần tính $R(x) = P(x) - Q(x)$.

Cách 1:

$$
\begin{aligned}
R(x) = P(x) - Q(x) &= (x^4 - 5x^3 + 4x - 5) - (-x^4 + 3x^2 + 2x + 1) \\
&= x^4 - 5x^3 + 4x - 5 + x^4 - 3x^2 - 2x - 1 \\
&= (x^4 + x^4) - 5x^3 - 3x^2 + (4x - 2x) + (-1 - 5) \\
&= 2x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 2x - 6.
\end{aligned}
$$

Cách 2:

$$
\begin{array}{rl}
 & x^4 - 5x^3 \qquad\qquad + 4x - 5 \\
- & \\
 & -x^4 \qquad\quad + 3x^2 + 2x + 1 \\
\hline
R(x) = P(x) - Q(x) = & 2x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 2x - 6.
\end{array}
$$

Chú ý. Trong ví dụ trên, ta thấy đa thức P khuyết hạng tử bậc hai và đa thức Q khuyết hạng tử bậc ba. Do đó khi viết hai đa thức P và Q trong cách đặt tính cộng (trừ), ta đã để khoảng trống ứng với các hạng tử bị khuyết ấy.

Ví dụ 2 Cho ba đa thức sau:

$A(x) = -8x^4 + 2x^3 + 5x - 1$; $B(x) = 10x^4 + 2x^2 - 7x$ và $C(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 6$.

Xác định bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của mỗi đa thức sau:

a) $U(x) = A(x) + B(x) + C(x)$;

b) $V(x) = A(x) - B(x) - C(x)$.

Giải

a) Ta có thể đặt tính cộng như sau:

$$
\begin{array}{rl}
A(x) = & -8x^4 + 2x^3 \qquad\qquad + 5x - 1 \\
+ \quad B(x) = & 10x^4 \qquad\qquad + 2x^2 - 7x \\
C(x) = & \qquad\qquad x^3 + 2x^2 + 3x - 6 \\
\hline
A(x) + B(x) + C(x) = & 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + x - 7.
\end{array}
$$

Vậy $U(x) = 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + x - 7$.

b) Ta có: $V(x) = A(x) - B(x) - C(x) = [A(x) - B(x)] - C(x)$.

Trước hết ta tìm hiệu $A(x) - B(x)$ bằng cách đặt tính như sau:

$$\begin{array}{r} - \begin{array}{l} A(x) = -8x^4 + 2x^3 \qquad\quad + 5x - 1 \\ B(x) = 10x^4 \qquad\quad + 2x^2 - 7x \end{array} \\ \hline A(x) - B(x) = -18x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 12x - 1 \end{array}$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} [A(x) - B(x)] - C(x) &= (-18x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 12x - 1) - (x^3 + 2x^2 + 3x - 6) \\ &= -18x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 12x - 1 - x^3 - 2x^2 - 3x + 6 \\ &= -18x^4 + (2x^3 - x^3) - (2x^2 + 2x^2) + (12x - 3x) + (-1 + 6) \\ &= -18x^4 + x^3 - 4x^2 + 9x + 5. \end{aligned}$$

Vậy $V(x) = -18x^4 + x^3 - 4x^2 + 9x + 5$.

C BÀI TẬP

7.15. Cho hai đa thức $A(x) = x^4 - 5x^3 + x^2 + 5x - \frac{1}{3}$ và $B(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 5x - \frac{2}{3}$.

Hãy tính $A(x) + B(x)$ và $A(x) - B(x)$.

7.16. Cho đa thức $H(x) = x^4 - 3x^3 - x + 1$. Tìm đa thức $P(x)$ và $Q(x)$ sao cho

a) $H(x) + P(x) = x^5 - 2x^2 + 2$;

b) $H(x) - Q(x) = -2x^3$.

7.17. Em hãy viết hai đa thức tuỳ ý $A(x)$ và $B(x)$. Sau đó tính $C(x) = A(x) - B(x)$ và $C'(x) = B(x) - A(x)$, rồi so sánh và nêu nhận xét về bậc, các hệ số của $C(x)$ và $C'(x)$.

7.18. Cho các đa thức $A(x) = 2x^3 - 2x^2 + x - 4$; $B(x) = 3x^3 - 2x + 3$ và $C(x) = -x^3 + 1$.

Hãy tính:

a) $A(x) + B(x) + C(x)$;

b) $A(x) - B(x) - C(x)$.

7.19. Gọi $S(x)$ là tổng của hai đa thức $A(x)$ và $B(x)$. Biết rằng $x = a$ là một nghiệm của đa thức $A(x)$. Chứng minh rằng:

a) Nếu $x = a$ là một nghiệm của $B(x)$ thì a cũng là một nghiệm của $S(x)$.

b) Nếu a không là nghiệm của $B(x)$ thì a cũng không là nghiệm của $S(x)$.

BÀI 27 PHÉP NHÂN ĐA THỨC MỘT BIẾN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Cách nhân hai đa thức một biến:

– Nhân hai đơn thức: $(ax^n)(bx^m) = (ab)x^{n+m}$, trong đó $a, b \in \mathbb{R}$; $n, m \in \mathbb{N}$.

– Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

2. Phép nhân đa thức cũng có các tính chất giao hoán, kết hợp và phân phối đối với phép cộng đa thức.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhân hai đa thức tuỳ ý bằng cách đặt tính nhân.

– Áp dụng các tính chất của phép nhân hai đa thức trong tính toán.

– Giải toán liên quan đến nhân đa thức.

Ví dụ 1 Rút gọn biểu thức $(12x - 5)(4x - 1) - (3x - 7)(16x - 1)$.

Giải

$(12x - 5)(4x - 1) - (3x - 7)(16x - 1)$

$= [(12x - 5)4x - (12x - 5)] - [(3x - 7)16x - (3x - 7)]$

$= (48x^2 - 20x - 12x + 5) - (48x^2 - 112x - 3x + 7)$

$= 48x^2 - 20x - 12x + 5 - 48x^2 + 112x + 3x - 7$

$= (48x^2 - 48x^2) - (20x + 12x - 112x - 3x) + (5 - 7)$

$= 83x - 2.$

Ví dụ 2 Tính $(x^3 + 2x^2 - x - 1)(5 - x)$ bằng cách đặt tính nhân.

Giải

Ta viết $5 - x$ thành đa thức $-x + 5$ và đặt tính nhân như sau:

$$
\begin{array}{rrrrrr}
 & & x^3 & +\ 2x^2 & -\ x & -\ 1 \\
\times & & & & -\ x & +\ 5 \\
\hline
 & & 5x^3 & +\ 10x^2 & -\ 5x & -\ 5 \\
+ & -x^4 & -\ 2x^3 & +\ x^2 & +\ x & \\
\hline
 & -x^4 & +\ 3x^3 & +\ 11x^2 & -\ 4x & -\ 5
\end{array}
$$

Vậy $(x^3 + 2x^2 - x - 1)(5 - x) = -x^4 + 3x^3 + 11x^2 - 4x - 5$.

C BÀI TẬP

7.20. Tính:

a) $(x^3 + 3x^2 - 5x - 1)(4x - 3)$;

b) $(-2x^2 + 4x + 6)\left(\dfrac{-1}{2}x + 1\right)$;

c) $(x^4 + 2x^3 - 1)(x^2 - 3x + 2)$.

7.21. Bằng cách rút gọn biểu thức, chứng minh rằng mỗi biểu thức sau có giá trị không phụ thuộc vào giá trị của biến.

a) $(x - 5)(2x + 3) - 2x(x - 3) + (x + 7)$;

b) $(x^2 - 5x + 7)(x - 2) - (x^2 - 3x)(x - 4) - 5(x - 2)$.

7.22. Với giá trị nào của x thì $(x^2 - 2x + 5)(x - 2) = (x^2 + x)(x - 5)$?

7.23. Rút gọn các biểu thức sau rồi tính giá trị của đa thức thu được.

a) $(4x^4 - 6x^2 + 9)(2x^2 + 3)$ tại $x = 0,5$;

b) $(x^3 + 5x^2 + 2x + 12)(x^2 + 2x + 4) - x(7x^3 + 16x^2 + 36x + 32)$ tại $x = -2$.

7.24. Chứng minh rằng tích của hai số tự nhiên lẻ liên tiếp cộng thêm 1 thì luôn chia hết cho 4.

Gợi ý. Mỗi số tự nhiên lẻ luôn viết được dưới dạng $2n - 1$ với $n \in \mathbb{N}^*$, hoặc dưới dạng $2n + 1$ với $n \in \mathbb{N}$.

BÀI 28 PHÉP CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Cho hai đa thức A và B ($B \neq 0$). Nếu có đa thức Q sao cho $A = BQ$ thì ta có *phép chia hết* $A : B = Q$ (còn viết là $\frac{A}{B} = Q$), trong đó A là *đa thức bị chia*, B là *đa thức chia*, Q là *đa thức thương*.

2. Cách chia hai đa thức một biến:

– Cho hai đơn thức ax^m và bx^n ($m, n \in \mathbb{N}$; $a, b \in \mathbb{R}$ và $b \neq 0$). Khi đó nếu $m \geq n$ thì phép chia ax^m cho bx^n là *phép chia hết* và

$$(ax^m) : (bx^n) = (a : b)x^{m-n} = \frac{a}{b}x^{m-n} \text{ (quy ước } x^0 = 1).$$

– Muốn chia một đa thức cho một đa thức, ta đặt tính và chia (tương tự phép chia hai số tự nhiên) cho đến khi được *đa thức dư* là đa thức không, hoặc có bậc nhỏ hơn bậc của đa thức chia.

3. Nếu chia đa thức A cho đa thức B ta được đa thức thương là Q, đa thức dư là R thì:

– Đa thức $R = 0$ (khi chia hết) hoặc R là đa thức có bậc nhỏ hơn bậc của đa thức B (khi không chia hết).

– Ta có đẳng thức $A = BQ + R$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Chia hai đa thức tuỳ ý bằng cách đặt tính chia.

– Nhận biết phép chia hết.

– Nhận biết thương và dư trong phép chia hai đa thức.

– Giải toán liên quan đến nhân và chia đa thức.

Ví dụ 1 Không cần tính, hãy cho biết đa thức A có chia hết cho đa thức B không. Sau đó kiểm nghiệm lại câu trả lời bằng cách tìm thương và dư trong phép chia A cho B.

a) $A = 5x^4 - x^3 + 3x^2$; $B = 2x^2$;

b) $A = 2x^3 - 4x^2 + 6x - 1$; $B = 2x$.

Giải

a) Ta thấy mỗi hạng tử của đa thức $5x^4 - x^3 + 3x^2$ đều chia hết cho $2x^2$. Do đó phép chia đã cho là phép chia hết. Cụ thể, ta có:

$$(5x^4 - x^3 + 3x^2) : 2x^2 = 2{,}5x^2 - 0{,}5x + 1{,}5.$$

Ta được thương là $2{,}5x^2 - 0{,}5x + 1{,}5$.

b) Ba trong bốn hạng tử của đa thức $2x^3 - 4x^2 + 6x - 1$ chia hết cho $2x$ (chỉ có -1 không chia hết cho $2x$). Vậy A không chia hết cho B. Cụ thể, ta có:

$$2x^3 - 4x^2 + 6x - 1 = (x^2 - 2x + 3)(2x) - 1.$$

Vậy trong phép chia này ta tìm được thương là $x^2 - 2x + 3$ và dư là -1.

Ví dụ 2 Bằng cách đặt tính chia, tìm thương và dư trong các phép chia đa thức A cho đa thức B:

a) $A = 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2$; $B = x^2 - 2$;

b) $A = 3x^4 + x^3 + 6x - 5$; $B = x^2 + 1$.

Giải

a)

$$\begin{array}{r|l}
2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2 & x^2 - 2 \\
\cline{2-2}
-\quad 2x^4 \qquad\quad - 4x^2 \qquad\qquad\; & 2x^2 - 3x + 1 \\
\cline{1-1}
-3x^3 + x^2 \;\; + 6x - 2 & \\
-\quad -3x^3 \qquad\quad\;\; + 6x \qquad\; & \\
\cline{1-1}
x^2 \qquad\quad - 2 & \\
-\quad x^2 \qquad\quad - 2 & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

Kết quả ta có phép chia hết và thương là $Q = 2x^2 - 3x + 1$.

b)

$$
\begin{array}{r|l}
\begin{array}{r}
3x^4 + x^3 \qquad\quad + 6x - 5 \\
-\ \underline{3x^4 \qquad + 3x^2 \qquad\qquad} \\
x^3 - 3x^2 + 6x - 5 \\
-\ \underline{x^3 \qquad\quad + x \qquad} \\
-3x^2 + 5x - 5 \\
-\ \underline{-3x^2 \qquad\quad - 3} \\
5x - 2
\end{array}
&
\begin{array}{l}
x^2 + 1 \\
\hline
3x^2 + x - 3
\end{array}
\end{array}
$$

Kết quả ta được thương là $3x^2 + x - 3$ và dư là $5x - 2$.

Ví dụ 3 Tìm số tự nhiên n sao cho số $2n^2 - n + 2$ chia hết cho số $2n + 1$.

Giải

Xét hai đa thức $f(x) = 2x^2 - x + 2$ và $g(x) = 2x + 1$. Khi đó, giá trị của $f(x)$ và $g(x)$ tại $x = n$ là $f(n) = 2n^2 - n + 2$ và $g(n) = 2n + 1$.

Chia $f(x)$ cho $g(x)$ ta được:

$$
\begin{array}{r|l}
\begin{array}{r}
2x^2 - x + 2 \\
-\ \underline{2x^2 + x \qquad} \\
-2x + 2 \\
-\ \underline{-2x - 1} \\
3
\end{array}
&
\begin{array}{l}
2x + 1 \\
\hline
x - 1
\end{array}
\end{array}
$$

Điều này cho ta $f(x) = g(x)(x - 1) + 3$. Thay $x = n$ vào ta được:

$$f(n) = g(n)(n - 1) + 3.$$

Nếu $f(n)$ chia hết cho $g(n)$ thì từ đẳng thức trên suy ra $g(n)(n - 1) + 3$ chia hết cho $g(n)$. Vì $g(n)(n - 1) \vdots g(n)$ nên $3 \vdots g(n)$. Vậy $g(n)$ chỉ có thể là một trong các ước tự nhiên của 3, tức là $n \in \{1; 3\}$. Ta xét từng trường hợp:

- $g(n) = 2n + 1 = 1$, suy ra $2n = 0$ và $n = 0$.
- $g(n) = 2n + 1 = 3$, suy ra $2n = 2$ và $n = 1$.

Thử lại:

- Khi $n = 0$, dễ thấy $f(0) = 2$ chia hết cho $g(0) = 1$.
- Khi $n = 1$, ta có $f(1) = 3$ chia hết cho $g(1) = 3$.

Vậy các giá trị cần tìm của n là $n \in \{0; 1\}$.

BÀI TẬP

7.25. Tìm số tự nhiên n sao cho đa thức $1,2x^5 - 3x^4 + 3,7x^2$ chia hết cho x^n.

7.26. Thực hiện các phép chia sau:

a) $(-4x^5 + 3x^3 - 2x^2) : (-2x^2)$;

b) $(0,5x^3 - 1,5x^2 + x) : 0,5x$;

c) $(x^3 + 2x^2 - 3x + 1) : \frac{1}{3}x^2$.

7.27. Đặt tính và làm phép chia sau:

a) $(x^3 - 4x^2 - x + 12) : (x - 3)$;

b) $(2x^4 - 3x^3 + 3x^2 + 6x - 14) : (x^2 - 2)$.

7.28. Khi làm phép chia $(6x^3 - 7x^2 - x + 2) : (2x + 1)$, bạn Quỳnh cho kết quả đa thức dư là $4x + 2$.

a) Không làm phép chia, hãy cho biết bạn Quỳnh đúng hay sai, tại sao?

b) Tìm thương và dư trong phép chia đó.

7.29. Cho hai đa thức $A = 3x^4 + x^3 + 6x - 5$ và $B = x^2 + 1$. Tìm thương Q và dư R trong phép chia A cho B rồi kiểm nghiệm lại rằng $A = BQ + R$.

7.30. Thực hiện các phép chia sau:

a) $(2x^4 + x^3 - 3x^2 + 5x - 2) : (x^2 - x + 1)$;

b) $(x^4 - x^3 - x^2 + 3x) : (x^2 - 2x + 3)$.

7.31. Cho đa thức $A(x) = 3x^4 + 11x^3 - 5x^2 - 19x + 10$. Tìm đa thức $H(x)$ sao cho

$$A(x) = (3x^2 + 2x - 5) \cdot H(x).$$

7.32. Tìm số m sao cho đa thức $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + m$ chia hết cho đa thức $x + 2$.

7.33. Cho đa thức $P(x)$. Chứng minh rằng:

a) Nếu $P(x)$ chia hết cho $x - a$ thì a là một nghiệm của đa thức $P(x)$;

b) Nếu $x = a$ là một nghiệm của đa thức $P(x)$ thì $P(x)$ chia hết cho $x - a$.

ÔN TẬP CHƯƠNG VII

A CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

1. Biểu thức nào sau đây **không** là đa thức một biến?

A. $\sqrt{3}$ B. $-x$ C. $x + \frac{-1}{x}$ D. $\frac{x}{\sqrt{2}} - 1$

2. Cho đa thức $G(x) = 4x^3 + 2x^2 - 5x$. Hệ số cao nhất và hệ số tự do của $G(x)$ lần lượt là:

A. 4 và 0 B. 0 và 4

C. 4 và –5 D. –5 và 4

3. Cho hai đa thức $f(x)$ và $g(x)$ khác đa thức *không* sao cho tổng $f(x) + g(x)$ khác đa thức *không*. Khi nào thì bậc của $f(x) + g(x)$ chắc chắn bằng bậc của $f(x)$?

A. $f(x)$ và $g(x)$ có cùng bậc B. $f(x)$ có bậc lớn hơn bậc của $g(x)$

C. $g(x)$ có bậc lớn hơn bậc của $f(x)$ D. Không bao giờ

4. Cho đa thức $P(x) = x^2 + 5x - 6$. Khi đó:

A. $P(x)$ chỉ có một nghiệm là $x = 1$

B. $P(x)$ không có nghiệm

C. $P(x)$ chỉ có một nghiệm là $x = -6$

D. $x = 1$ và $x = -6$ là hai nghiệm của $P(x)$

5. Phép chia đa thức $2x^5 - 3x^4 + x^3 - 6x^2$ cho đa thức $5x^{7-2n}$ ($n \in \mathbb{N}$ và $0 \leq n \leq 3$) là phép chia hết nếu

A. $n = 0$ B. $n = 1$ C. $n = 2$ D. $n = 3$

B BÀI TẬP

7.34. Thu gọn và sắp xếp các đa thức sau theo luỹ thừa giảm của biến. Tìm bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của mỗi đa thức đó.

a) $x^5 + 7x^2 - x - 2x^5 + 3 - 5x^2$;

b) $4x^3 - 5x^2 + x - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 6$.

7.35. Cho hai đa thức $f(x) = 4x^4 - 5x^3 + 3x + 2$ và $g(x) = -4x^4 + 5x^3 + 7$. Trong các số -4; -3; 0 và 1, số nào là nghiệm của đa thức $f(x) + g(x)$?

7.36. Cho hai đa thức $f(x) = -x^5 + 3x^2 + 4x + 8$ và $g(x) = -x^5 - 3x^2 + 4x + 2$. Chứng minh rằng đa thức $f(x) - g(x)$ không có nghiệm.

7.37. Cho hai đa thức sau:

$$P(x) = 3x^5 - 2x^4 + 7x^2 + 3x - 10 \text{ và } Q(x) = -3x^5 - x^3 - 7x^2 + 2x + 10.$$

a) Xác định bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của các đa thức

$$S(x) = P(x) + Q(x) \text{ và } D(x) = P(x) - Q(x).$$

b) Trong tập hợp $\{-1; 0; 1\}$, tìm những số là nghiệm của một trong hai đa thức $S(x)$ và $D(x)$.

7.38. Biết rằng đa thức $f(x) = x^4 + px^3 - 2x^2 + 1$ có hai nghiệm (khác 0) là hai số đối nhau. Chứng minh rằng $p = 0$.

7.39. Thực hiện các phép tính sau:

a) $(5x^3 - 2x^2 + 4x - 4)(3x^2 + x - 1)$;

b) $(9x^5 - 6x^3 + 18x^2 - 35x - 42) : (3x^3 + 5x + 6)$;

c) $[(6x^3 - 5x^2 - 8x + 5) - (4x^2 - 6x + 2)] : (2x - 3)$.

7.40. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = (x - 1)(x + 2)(x - 3) - (x + 1)(x - 2)(x + 3)$;

b) $B = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) - x^8$.

CHƯƠNG VIII LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

BÀI 29 LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Các hiện tượng, sự kiện xảy ra trong tự nhiên, cuộc sống được gọi chung là các biến cố.

– Biến cố chắc chắn là biến cố biết trước được luôn xảy ra.

– Biến cố không thể là biến cố biết trước không bao giờ xảy ra.

– Biến cố ngẫu nhiên là biến cố không biết trước có xảy ra hay không xảy ra.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Nhận biết một biến cố thuộc loại nào trong ba loại: Biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên.

Ví dụ 1 Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể hay biến cố ngẫu nhiên?

a) Biến cố *A*: "Nhiệt độ cao nhất trong tháng Mười hai năm sau ở Hà Nội là trên 40 °C".

b) Biến cố *B*: "Mùa hè năm sau có triều cường lớn ở Thành phố Hồ Chí Minh".

c) Biến cố *C*: "Khi gieo ba con xúc xắc thì tổng số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc lớn hơn 2".

Giải

a) Biến cố *A* là biến cố không thể vì nhiệt độ vào tháng Mười hai ở Hà Nội không bao giờ trên 40 độ C.

b) Biến cố B là biến cố ngẫu nhiên vì mùa hè năm sau có thể có triều cường lớn ở Thành phố Hồ Chí Minh và cũng có thể không có. Hiện tượng thiên nhiên này khoa học không thể dự đoán chính xác 100%.

c) Biến cố C là biến cố chắc chắn vì tổng số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc luôn lớn hơn 2 (tổng nhỏ nhất là 3 nếu số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc đều là 1).

Ví dụ 2 Chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $S = \{2; 6; 8; 10; 12; 14; 18; 20\}$. Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể hay biến cố ngẫu nhiên?

a) Biến cố A: "Số được chọn là số chẵn".

b) Biến cố B: "Số được chọn chia hết cho 5".

c) Biến cố C: "Số được chọn là số lẻ".

Giải

a) Biến cố A là biến cố chắc chắn vì tập hợp S gồm toàn số chẵn.

b) Biến cố B là biến cố ngẫu nhiên vì ta không biết trước nó có xảy ra hay không.

Chẳng hạn, biến cố B xảy ra nếu số được chọn là 10 và không xảy ra nếu số được chọn là 6.

c) Biến cố C là biến cố không thể vì tập hợp S không có số lẻ.

C BÀI TẬP

8.1. Một túi đựng các quả cầu được đánh số 5; 10; 15; 20; 30; 35; 40. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong túi. Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể hay biến cố ngẫu nhiên?

a) Biến cố A: "Quả cầu được lấy có ghi số chính phương".

b) Biến cố B: "Quả cầu được lấy có ghi số chia hết cho 3".

c) Biến cố C: "Quả cầu được lấy có ghi số chia hết cho 5".

8.2. Điền cụm từ thích hợp (ngẫu nhiên, chắc chắn, không thể) vào chỗ chấm trong các câu sau:

a) Biến cố A: "An là một vận động viên điền kinh. Trong giải chạy sắp tới, An sẽ chạy 100 m không quá 30 giây" là biến cố ...

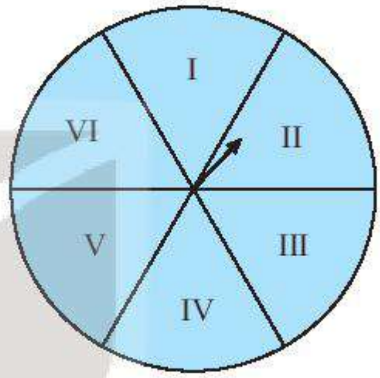
b) Biến cố B: "Ngày mai, chất lượng không khí tại Hà Nội ở mức tốt" là biến cố ...

c) Biến cố C: "Ông An năm nay 80 tuổi. Ông sẽ sống thọ đến 300 tuổi" là biến cố ...

8.3. An, Bình và Cường mỗi người gieo một con xúc xắc. Điền cụm từ thích hợp (ngẫu nhiên, chắc chắn, không thể) vào ô trống.

Biến cố	Loại biến cố
Số chấm xuất hiện trên cả ba con xúc xắc đều là 6.	
Số chấm xuất hiện trên cả ba con xúc xắc đều nhỏ hơn 7.	
Tích các số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc lớn hơn 216.	

8.4. Một tấm bìa cứng hình tròn được chia làm sáu phần có diện tích bằng nhau và ghi các số La Mã I, II, III, IV, V, VI, được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm như Hình 8.1. Bạn Hiền quay tấm bìa.



Hình 8.1

Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể hay biến cố ngẫu nhiên?

a) Biến cố *A*: "Mũi tên dừng ở hình quạt có ghi số VII".

b) Biến cố *B*: "Mũi tên dừng ở hình quạt có ghi một trong các số I, II, III, IV, V, VI".

c) Biến cố *C*: "Mũi tên dừng ở hình quạt có ghi số I".

BÀI 30 LÀM QUEN VỚI XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Xác suất của biến cố

– Khả năng xảy ra của một biến cố được đo lường bởi một số nhận giá trị từ 0 đến 1, gọi là xác suất của biến cố đó.

– Xác suất của một biến cố được viết dưới dạng phân số, số thập phân hoặc phần trăm.

2. Xác suất của một số biến cố đơn giản

– Biến cố chắc chắn có xác suất bằng 1.

– Biến cố không thể có xác suất bằng 0.

– Biến cố ngẫu nhiên có xác suất là một số lớn hơn 0 và bé hơn 1.

– Các biến cố gọi là đồng khả năng nếu khả năng xảy ra của mỗi biến cố như nhau.

– Nếu có k biến cố đồng khả năng và luôn xảy ra duy nhất một biến cố trong k biến cố này thì xác suất của k biến cố đó đều bằng $\frac{1}{k}$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Tính xác suất của một số biến cố đơn giản. Đầu tiên cần xác định biến cố đang xét thuộc loại nào: Biến cố chắc chắn, biến cố không thể hay biến cố ngẫu nhiên.

– Nếu A là biến cố chắc chắn thì xác suất của A bằng 1.

– Nếu A là biến cố không thể thì xác suất của A bằng 0.

– Nếu A là biến cố ngẫu nhiên thì cần chỉ ra A nằm trong nhóm k biến cố đồng khả năng và luôn xảy ra duy nhất một biến cố trong k biến cố này. Khi đó xác suất của biến cố A bằng $\frac{1}{k}$.

Ví dụ 1 Một tấm bìa cứng hình tròn được chia làm sáu phần có diện tích bằng nhau và ghi các chữ cái *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*; được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm và tô màu như Hình 8.2.

Bạn Mai quay tấm bìa. Tính xác suất để:

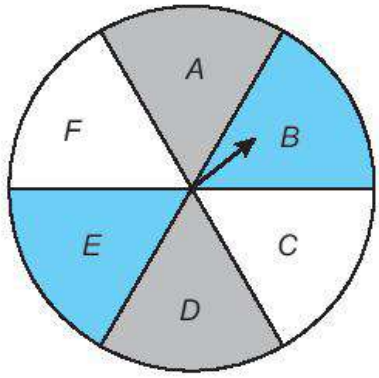
a) Mũi tên dừng ở hình quạt ghi chữ *G*;

b) Mũi tên dừng ở hình quạt ghi một trong các chữ *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*;

c) Mũi tên dừng ở hình quạt ghi chữ *A* hoặc chữ *B* hoặc chữ *C*;

d) Mũi tên dừng ở hình quạt ghi chữ *E*;

e) Mũi tên dừng ở hình quạt màu xám.



Hình 8.2

Giải

a) Biến cố "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi chữ *G*" là biến cố không thể vì không có hình quạt nào ghi chữ *G*. Vậy xác suất của biến cố này bằng 0.

b) Biến cố "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi một trong các chữ *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*" là biến cố chắc chắn vì các hình quạt đều được ghi một trong các chữ *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*. Vậy xác suất của biến cố này bằng 1.

c) Tổng diện tích của ba hình quạt ghi chữ *A*, chữ *B* và chữ *C* bằng tổng diện tích của ba hình quạt ghi chữ *D*, chữ *E* và chữ *F*. Vậy biến cố "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi chữ *A* hoặc chữ *B* hoặc chữ *C*" và biến cố "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi chữ *D* hoặc chữ *E* hoặc chữ *F*" là đồng khả năng.

Vì luôn xảy ra duy nhất một trong hai biến cố này nên xác suất của biến cố đang xét là $\frac{1}{2}$.

d) Diện tích của sáu hình quạt ghi các chữ *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* bằng nhau nên sáu biến cố sau đây là đồng khả năng:

"Mũi tên dừng ở hình quạt ghi chữ *A*"; "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi chữ *B*";

"Mũi tên dừng ở hình quạt ghi chữ *C*"; "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi chữ *D*";

"Mũi tên dừng ở hình quạt ghi chữ *E*"; "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi chữ *F*".

Vì luôn xảy ra duy nhất một trong sáu biến cố trên nên xác suất của biến cố "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi chữ *E*" là $\frac{1}{6}$.

e) Diện tích của hai hình quạt màu xám, diện tích của hai hình quạt màu xanh và diện tích của hai hình quạt màu trắng bằng nhau. Do đó, ba biến cố:

"Mũi tên dừng ở hình quạt màu xám"; "Mũi tên dừng ở hình quạt màu xanh"; "Mũi tên dừng ở hình quạt màu trắng" là đồng khả năng.

Vì luôn xảy ra duy nhất một trong ba biến cố trên nên xác suất của biến cố "Mũi tên dừng ở hình quạt màu xám" là $\frac{1}{3}$.

Ví dụ 2 Một chiếc hộp đựng tám tấm thẻ ghi các số 5; 6; 7; 8; 9; 11; 12; 13. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất để:

a) Rút được tấm thẻ ghi số nhỏ hơn 14;

b) Rút được tấm thẻ ghi số 10;

c) Rút được tấm thẻ ghi số nguyên tố;

d) Rút được tấm thẻ ghi số 9;

e) Rút được tấm thẻ ghi số 5 hoặc 6.

Giải

a) Biến cố "Rút được tấm thẻ ghi số nhỏ hơn 14" là biến cố chắc chắn vì trong hộp cả tám tấm thẻ đều ghi số nhỏ hơn 14. Vậy xác suất của biến cố này bằng 1.

b) Biến cố "Rút được tấm thẻ ghi số 10" là biến cố không thể vì trong hộp không có tấm thẻ ghi số 10. Vậy xác suất của biến cố này bằng 0.

c) Do rút ngẫu nhiên nên mỗi tấm thẻ có khả năng rút được như nhau. Trong hộp có bốn tấm thẻ ghi số nguyên tố là 5; 7; 11; 13 và có bốn tấm thẻ ghi hợp số là 6; 8; 9; 12. Vậy biến cố "Rút được tấm thẻ ghi số nguyên tố" và biến cố "Rút được tấm thẻ ghi hợp số" là đồng khả năng.

Vì luôn xảy ra duy nhất một trong hai biến cố này nên xác suất để rút được tấm thẻ ghi số nguyên tố là $\frac{1}{2}$.

d) Do rút ngẫu nhiên nên mỗi tấm thẻ có khả năng rút được như nhau. Trong hộp có tám thẻ nên có tám biến cố đồng khả năng.

Vì luôn xảy ra duy nhất một trong tám biến cố đó nên xác suất để rút được tấm thẻ ghi số 9 là $\frac{1}{8}$.

e) Xét bốn biến cố sau:

E: "Rút được tấm thẻ ghi số 5 hoặc 6"; F: "Rút được tấm thẻ ghi số 7 hoặc 8";

G: "Rút được tấm thẻ ghi số 9 hoặc 11"; H: "Rút được tấm thẻ ghi số 12 hoặc 13".

Biến cố E xảy ra khi rút được tấm thẻ ghi số 5 hoặc số 6.

Biến cố F xảy ra khi rút được tấm thẻ ghi số 7 hoặc số 8.

Biến cố G xảy ra khi rút được tấm thẻ ghi số 9 hoặc số 11.

Biến cố H xảy ra khi rút được tấm thẻ ghi số 12 hoặc số 13.

Do rút ngẫu nhiên nên mỗi thẻ có khả năng rút được như nhau. Vậy bốn biến cố E, F, G, H là đồng khả năng. Vì luôn xảy ra duy nhất một trong bốn biến cố này nên xác suất của biến cố E là $\frac{1}{4}$.

BÀI TẬP

8.5. Lớp 7A có 40 học sinh trong đó có 10 học sinh nam. Giáo viên gọi ngẫu nhiên một bạn lên bảng để kiểm tra bài tập. Hỏi bạn nam hay bạn nữ có khả năng được gọi lên bảng nhiều hơn? Tại sao?

8.6. Nam, Việt và Mai mỗi người gieo một con xúc xắc. Tính xác suất của biến cố:

a) "Tổng số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc lớn hơn 2";

b) "Tích số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc lớn hơn 216".

8.7. Một túi đựng sáu tấm thẻ được ghi các số 6; 9; 10; 11; 12; 13. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong túi. Tính xác suất để:

a) Rút được thẻ ghi số chia hết cho 7;

b) Rút được thẻ ghi số lớn hơn 5.

8.8. Tại một hội thảo có 50 đại biểu trong đó có 25 đại biểu nam. Phóng viên chọn ngẫu nhiên một đại biểu để phỏng vấn. Tính xác suất để đại biểu được chọn phỏng vấn là nữ.

8.9. Một túi đựng tám quả cầu được ghi các số 12; 18; 20; 22; 24; 26; 30; 34. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong túi. Tính xác suất để:

a) Lấy được quả cầu ghi số chia hết cho 3;

b) Lấy được quả cầu ghi số chia hết cho 11;

c) Lấy được quả cầu ghi số 12 hoặc 18.

ÔN TẬP CHƯƠNG VIII

A CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

1. Biến cố "Nhiệt độ cao nhất trong tháng Sáu năm sau tại Thành phố Hồ Chí Minh là 10 °C" là

A. Biến cố chắc chắn B. Biến cố ngẫu nhiên

C. Biến cố không thể D. Biến cố đồng khả năng

2. Biến cố "Ngày mai có mưa rào và giông ở Hà Nội" là

A. Biến cố ngẫu nhiên B. Biến cố chắc chắn

C. Biến cố đồng khả năng D. Biến cố không thể

3. Hai túi I và II chứa các tấm thẻ được ghi số 3; 4; 5; 6; 7. Từ mỗi túi rút ngẫu nhiên một tấm thẻ.

a) Xác suất của biến cố "Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ lớn hơn 8" bằng

A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 0,25

b) Xác suất của biến cố "Tổng hai số ghi trên hai tấm thẻ nhỏ hơn 5" bằng

A. 1 B. 0 C. 0,45 D. 0,5

c) Biến cố "Hiệu hai số ghi trên hai tấm thẻ là số chẵn" là

A. Biến cố ngẫu nhiên B. Biến cố chắc chắn

C. Biến cố không thể D. Biến cố đồng khả năng

4. Một thùng kín có 20 quả bóng màu đỏ và 20 quả bóng màu xanh. Sơn lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong thùng.

a) Xác suất của biến cố "Lấy được quả bóng màu xanh" bằng

A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 0 D. 0,8

b) Xác suất của biến cố "Lấy được quả bóng màu đỏ" bằng

A. 0 B. 1 C. 0,5 D. 0,2

c) Xác suất của biến cố "Lấy được quả bóng màu đỏ hoặc màu xanh" bằng

A. 1 B. 0 C. 0,5 D. 0,4

B BÀI TẬP

8.10. Một bài thi trắc nghiệm có 18 câu hỏi được đánh số từ 1 đến 18. Chọn ngẫu nhiên một câu hỏi trong bài thi.

a) Xét hai biến cố sau:

A: "Số thứ tự của câu hỏi được chọn là số có một chữ số";

B: "Số thứ tự của câu hỏi được chọn là số có hai chữ số".

Hai biến cố *A* và *B* có đồng khả năng không? Tại sao?

b) Tính xác suất của hai biến cố *A* và *B*.

8.11. Một tấm bìa cứng hình tròn được chia làm tám phần có diện tích bằng nhau và ghi các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm như Hình 8.3.

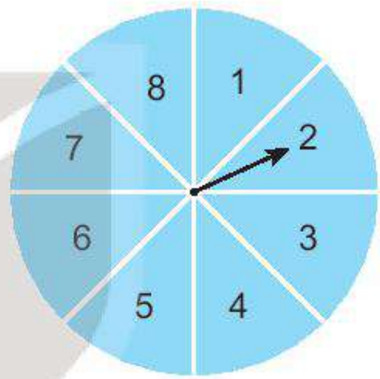
Bạn Hùng quay tấm bìa. Tính xác suất để:

a) Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số nhỏ hơn 9;

b) Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 0;

c) Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số chẵn;

d) Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 7 hoặc 8.



Hình 8.3

8.12. Một hộp đựng 14 quả cầu được đánh các số 10; 11; ...; 23. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp. Tính xác suất để:

a) Quả cầu lấy được ghi số 24;

b) Quả cầu lấy được ghi số lẻ;

c) Quả cầu lấy được ghi số 11;

d) Quả cầu lấy được mang số 12 hoặc 13.

8.13. Một hộp đựng 20 quả bóng có cùng kích thước, khác nhau về màu sắc trong đó có 4 quả bóng màu xanh, 4 quả bóng màu đỏ, 4 quả bóng màu tím, 4 quả bóng màu vàng và 4 quả bóng màu trắng. Bạn Minh lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ trong hộp.

Xét 5 biến cố sau:

A: "Minh lấy được quả bóng màu xanh";

B: "Minh lấy được quả bóng màu đỏ";

C: "Minh lấy được quả bóng màu tím";

D: "Minh lấy được quả bóng màu vàng";

E: "Minh lấy được quả bóng màu trắng".

a) Hãy giải thích vì sao các biến cố A, B, C, D, E là đồng khả năng.

b) Tính xác suất của các biến cố A, B, C, D, E.

8.14. Một thùng kín có 40 quả bóng cùng kích thước, một số quả có màu trắng và một số quả có màu đen. Sơn lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong thùng. Biết rằng biến cố "Sơn chọn được quả bóng màu trắng" và biến cố "Sơn chọn được quả bóng màu đen" là đồng khả năng. Hỏi trong thùng chứa bao nhiêu quả bóng màu trắng?

8.15. Một chuyến xe khách có 28 hành khách nam và 31 hành khách nữ. Đến một bến xe có một số hành khách nữ xuống xe. Chọn ngẫu nhiên một hành khách còn lại trên xe. Biết rằng xác suất để chọn được hành khách nữ là $\frac{1}{2}$. Hỏi có bao nhiêu hành khách nữ đã xuống xe?

8.16. Một chiếc hộp chứa 50 viên bi cùng kích thước gồm một số viên bi màu xanh; một số viên bi màu đỏ; một số viên bi màu trắng; một số viên bi màu tím và một số viên bi màu vàng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Biết rằng 5 biến cố sau đây là đồng khả năng:

A: "Bình lấy được viên bi màu xanh";

B: "Bình lấy được viên bi màu đỏ";

C: "Bình lấy được viên bi màu trắng";

D: "Bình lấy được viên bi màu tím";

E: "Bình lấy được viên bi màu vàng".

Hỏi trong hộp chứa bao nhiêu viên bi mỗi loại?

CHƯƠNG IX QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG MỘT TAM GIÁC

BÀI 31 QUAN HỆ GIỮA GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG MỘT TAM GIÁC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.

– Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– So sánh hai góc của một tam giác dựa vào cạnh đối diện.

– So sánh hai cạnh của một tam giác dựa vào hai góc đối diện.

– Chú ý:

+ Khi cần so sánh hai góc trong một tam giác, nên để ý đến các cạnh đối diện của chúng trong tam giác đó (chú ý rằng tổng số đo các góc trong một tam giác luôn bằng 180°).

+ Khi cần so sánh hai cạnh trong một tam giác, nên để ý đến các góc đối diện của chúng trong tam giác đó.

Ví dụ 1 Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 45^\circ$, $\widehat{B} = 75^\circ$. Hãy sắp xếp độ dài các cạnh của tam giác đó từ bé đến lớn.

Giải. Trong tam giác ABC có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ nên

$$\widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{B} = 180^\circ - 45^\circ - 75^\circ = 60^\circ.$$

Vậy $\widehat{A} < \widehat{C} < \widehat{B}$. Suy ra $BC < AB < AC$.

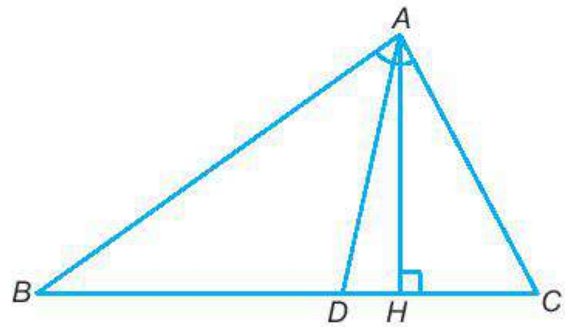
Ví dụ 2 Cho tam giác ABC với đường cao AH, H ở giữa B và C, $AB > AC$.

a) Hãy so sánh hai góc HAB và HAC.

b) Nếu tia phân giác của góc BAC cắt BC tại D thì H thuộc đoạn thẳng DC hay đoạn thẳng DB? Vì sao?

Giải (H.9.1)

a) Trong tam giác ABC, do $AB > AC$ nên $\widehat{C} > \widehat{B}$ (1). Vì H nằm giữa B và C nên các góc B và C là góc nhọn. Mặt khác, $\widehat{HAB} + \widehat{B} = 90^\circ = \widehat{HAC} + \widehat{C}$ nên từ (1) suy ra $\widehat{HAB} > \widehat{HAC}$.



Hình 9.1

b) Theo câu a, $\widehat{HAB} > \widehat{HAC}$, $\widehat{DAC} = \widehat{DAB}$ (do AD là phân giác của góc BAC) nên $\widehat{HAC} + \widehat{HAB} = \widehat{BAC} = \widehat{DAB} + \widehat{DAC} = 2\widehat{DAC}$, do đó $\widehat{HAC} < \widehat{DAC}$.

Vậy H thuộc đoạn thẳng CD.

BÀI TẬP

9.1. Tam giác ABC có cạnh BC dài nhất. Chứng minh số đo góc A lớn hơn hoặc bằng 60°.

9.2. Cho tam giác ABC cân tại A, hai điểm D, E nằm trên đường thẳng BC, D nằm giữa B và C, C nằm giữa D và E. Hãy chứng minh $AD < AC < AE$.

9.3. Hãy giải thích tại sao trong tam giác vuông, cạnh huyền dài nhất và trong tam giác tù, cạnh đối diện với góc tù là cạnh lớn nhất.

9.4. Cho tam giác ABC với $AB > AC$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC.

a) Hãy so sánh hai góc MAB và MAC.

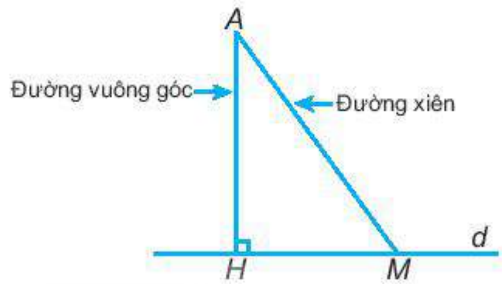
(*HD.* Lấy điểm P sao cho M là trung điểm của AP rồi chứng minh hai tam giác AMC và PMB bằng nhau).

b) Tia phân giác của góc BAC cắt BC tại D. Hỏi D thuộc đoạn thẳng MB hay đoạn thẳng MC? Vì sao?

BÀI 32 QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Cho điểm *A* không thuộc đường thẳng *d*. *M* là một điểm tuỳ ý thuộc *d* thì đường thẳng (hay đoạn thẳng) *AM* gọi là một đường xiên kẻ từ *A* đến *d*. Điểm *H* thuộc *d* sao cho *AH* vuông góc với *d* thì *AH* gọi là đường vuông góc kẻ từ *A* đến *d* (*H* gọi là chân đường vuông góc đó, hay hình chiếu của *A* lên *d*) (H.9.2).



Hình 9.2

– Trong mọi đoạn thẳng kẻ từ *A* đến *d*, đoạn vuông góc *AH* kẻ từ *A* đến *d* là đoạn ngắn nhất. Độ dài đoạn thẳng *AH* gọi là khoảng cách từ *A* đến *d*.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Thể hiện khoảng cách từ điểm đến đường thẳng là cần dựng đoạn thẳng qua điểm đó vuông góc với đường thẳng và nhớ đến tính chất ngắn nhất của đoạn thẳng đó để so sánh đường vuông góc với đường xiên (dựa vào tam giác vuông).

– So sánh các đường xiên dựa vào tam giác tù.

Ví dụ 1 Hãy giải thích tại sao trong mỗi tam giác, chiều cao ứng với một đỉnh là khoảng cách từ đỉnh đó đến đường thẳng chứa cạnh đối diện tức là độ dài ngắn nhất trong độ dài các đoạn thẳng nối từ đỉnh đó đến điểm tuỳ ý thuộc đường thẳng chứa cạnh đối diện.

Giải. Chiều cao ứng với đỉnh *A* của tam giác *ABC* là độ dài đoạn thẳng vuông góc *AH* kẻ từ *A* đến đường thẳng chứa cạnh đối diện *BC*. Độ dài đó chính là khoảng cách từ *A* đến đường thẳng *BC*.

Ví dụ 2 Cho điểm *A* không thuộc đường thẳng *BC*. Xét bốn đoạn thẳng *AB*, *AH*, *AE*, *AC* kẻ từ *A* đến đường thẳng *BC* thoả mãn các tính chất: *AH* vuông góc với đường thẳng *BC*, *H* là trung điểm của *BE*, *E* là trung điểm của *BC*. Chứng minh rằng nếu *AE* = *EC* thì *AE* là tia phân giác của góc *HAC*.

Giải (H.9.3)

Hai tam giác vuông *AHB* và *AHE* có cạnh *AH* chung, *HB* = *HE* (gt) nên $\Delta AHB = \Delta AHE$ (c.g.c). Suy ra *AB* = *AE*. (1)

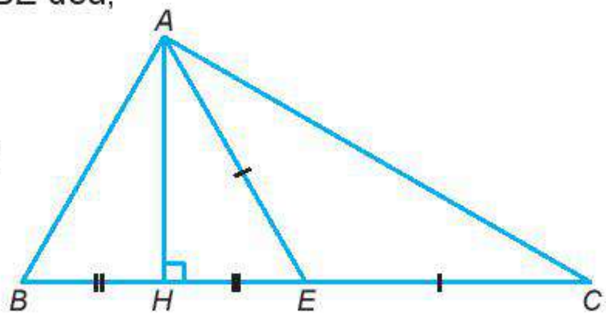
Do *BE* = *EC* (gt) và *AE* = *EC* (gt) nên *BE* = *EC* = *AE*. (2)

Từ (1) và (2) ta có *AB* = *BE* = *AE*, tức là ΔABE đều,

do đó $\widehat{HAE} = \frac{1}{2}\widehat{BAE} = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$. (3)

Từ (2) ta cũng có ΔAEC cân tại *E*, mà góc ngoài $\widehat{AEB} = 60^o$, suy ra

$\widehat{EAC} = \frac{1}{2}\widehat{AEB} = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$. (4)



Hình 9.3

Từ (3) và (4) ta có $\widehat{HAE} = \widehat{EAC} = 30^\circ$, do đó *AE* là tia phân giác của góc *HAC*.

C BÀI TẬP

9.5. Cho hai đường thẳng song song *c* và *d*. Chứng minh rằng khoảng cách từ mọi điểm thuộc *c* đến đường thẳng *d* bằng nhau và bằng khoảng cách từ mọi điểm thuộc đường thẳng *d* đến đường thẳng *c* (khoảng cách đó được gọi là *khoảng cách giữa hai đường thẳng song song c* và *d*).

9.6. Cho hai điểm phân biệt *M*, *M'* ở cùng phía đối với đường thẳng *d* (*M*, *M'* không thuộc *d*). Chứng minh rằng nếu *M*, *M'* có cùng khoảng cách đến đường thẳng *d* thì *MM'* song song với *d*.

9.7. Dùng thước hai lề ta có thể dựng cặp đường thẳng song song với khoảng cách *h* không đổi.

Cho góc *xOy*. Dùng thước hai lề dựng cặp đường thẳng song song gồm đường thẳng chứa tia *Ox* và đường thẳng *x'* (sao cho *x'* cắt *Oy*) rồi dùng thước hai lề đó, dựng cặp đường thẳng song song gồm đường thẳng chứa tia *Oy* và đường thẳng *y'* (sao cho *y'* cắt *Ox*). Hai đường thẳng *x'* và *y'* cắt nhau tại *P*. Chứng minh rằng tia *OP* là tia phân giác của góc *xOy*.

9.8. Cho tam giác *ABC* cân tại *A*. Chứng minh rằng khoảng cách từ *B* đến đường thẳng *AC* bằng khoảng cách từ *C* đến đường thẳng *AB*.

9.9. Cho tam giác *ABC* cân tại *A* và một điểm *M* tuỳ ý thuộc đoạn thẳng *BC*. Chứng minh rằng tổng khoảng cách từ điểm *M* đến các đường thẳng *AB*, *AC* là một số không đổi.

BÀI 33 QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Gọi a, b, c là độ dài ba cạnh tuỳ ý của một tam giác thì $a < b + c$ (bất đẳng thức tam giác).

– Gọi a, b, c là độ dài ba cạnh tuỳ ý của một tam giác thì $a > b - c$ (với $b \geq c$).

Viết gộp lại, ta có khi a, b, c là độ dài ba cạnh tuỳ ý của một tam giác (với $b \geq c$) thì $b - c < a < b + c$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Kiểm tra ba độ dài có là độ dài ba cạnh của một tam giác không, dựa vào so sánh độ dài lớn nhất với tổng hai độ dài còn lại hoặc độ dài nhỏ nhất với hiệu hai độ dài còn lại.

Ví dụ 1 Cho các bộ ba đoạn thẳng có độ dài như sau:

a) 3 cm; 8 cm; 4 cm;

b) 5 cm; 3 cm; 7 cm.

Hỏi bộ ba đoạn thẳng nào không thể là độ dài ba cạnh của một tam giác ? Với bộ ba đoạn thẳng còn lại, hãy dựng một tam giác có độ dài ba cạnh được cho trong bộ ba đoạn thẳng đó.

Giải. a) Do $8 > 3 + 4$ nên bộ ba 3 cm; 8 cm; 4 cm không thể là độ dài ba cạnh của một tam giác.

b) Do $7 < 5 + 3$ nên bộ ba 5 cm; 3 cm; 7 cm có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác. Dựng tam giác có độ dài ba cạnh là 7 cm, 5 cm, 3 cm: Dựng đoạn thẳng BC có độ dài 7 cm; vạch cung tròn tâm B bán kính 5 cm và cung tròn tâm C bán kính 3 cm sao cho chúng cắt nhau tại một điểm A. Kẻ các đoạn thẳng AB, AC ta dựng được tam giác ABC có độ dài ba cạnh là 7 cm, 5 cm và 3 cm.

Ví dụ 2 Cho tam giác cân có độ dài hai trong ba cạnh là 2 cm, 5 cm. Tính chu vi của tam giác đó.

Giải. Vì tam giác cân nên có độ dài ba cạnh là 2 cm, 2 cm, 5 cm hoặc 2 cm, 5 cm, 5 cm. Nhưng 2 + 2 < 5 nên không thể có trường hợp ba cạnh là 2 cm, 2 cm, 5 cm. Vậy tam giác cân đó phải có độ dài ba cạnh là 2 cm; 5 cm; 5 cm, do đó chu vi của nó là 12 cm.

C BÀI TẬP

9.10. Cho tam giác có độ dài cạnh lớn nhất bằng 4 cm. Hãy giải thích tại sao chu vi tam giác đó bé hơn 12 cm và lớn hơn 8 cm.

9.11. Tam giác ABC có $AB = 2$ cm, $BC = 5$ cm, $AC = b$ (cm) với b là một số nguyên. Hỏi b có thể bằng bao nhiêu?

9.12. Tam giác ABC có $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm. Đặt $CA = b$ (cm).

a) Chứng minh rằng $1 < b < 5$.

b) Giả sử rằng với $1 < b < 5$, có tam giác ABC thoả mãn $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm, $CA = b$ (cm). Với mỗi tam giác đó, hãy sắp xếp ba góc A, B, C theo thứ tự từ bé đến lớn.

9.13. a) Cho P là một điểm bên trong tam giác ABC. Chứng minh rằng

$$AB + AC > PB + PC.$$

b) Cho M là một điểm bên trong tam giác ABC. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{2}(AB + BC + CA) < MA + MB + MC < AB + BC + CA.$$

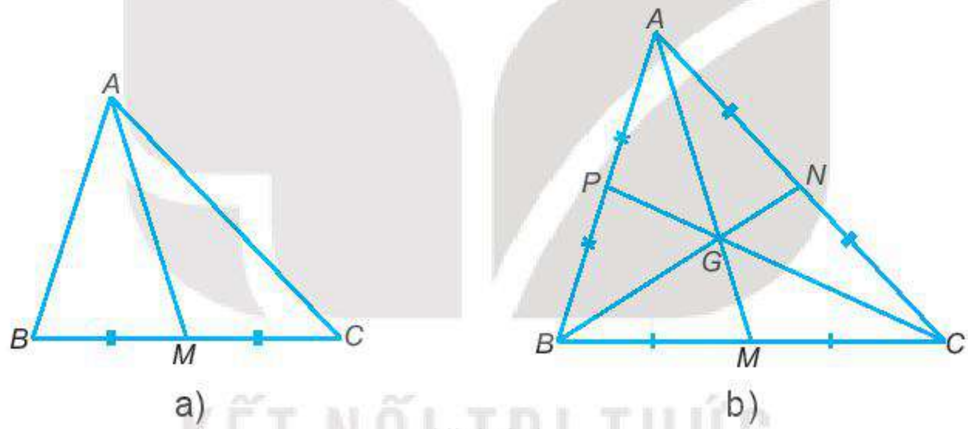
BÀI 34 SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN, BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG MỘT TAM GIÁC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Đoạn thẳng nối đỉnh *A* của tam giác *ABC* với trung điểm *M* của cạnh đối diện *BC* (hay đường thẳng *AM*) gọi là đường trung tuyến xuất phát từ *A* (hay ứng với cạnh *BC*) của tam giác *ABC* (H.9.4a).

– *M*, *N*, *P* lần lượt là trung điểm ba cạnh *BC*, *CA*, *AB* (H.9.4b) của tam giác *ABC* thì ba đường trung tuyến *AM*, *BN*, *CP* của tam giác đó cùng đi qua một điểm *G* (đồng quy tại điểm *G*) gọi là trọng tâm của tam giác (H.9.4b) và có:

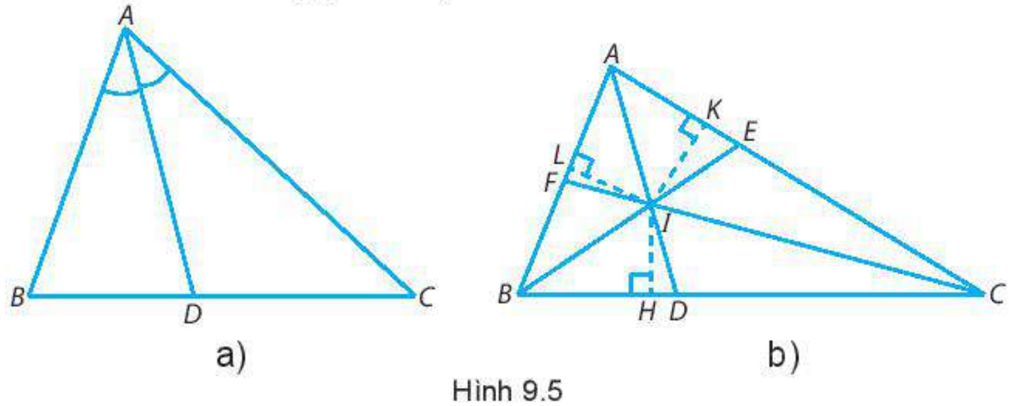
$$\frac{GA}{MA}=\frac{GB}{NB}=\frac{GC}{PC}=\frac{2}{3};\ GA = 2GM,\ GB = 2GN,\ GC = 2GP.$$



Hình 9.4

– Trong tam giác *ABC*, tia phân giác của góc *A* cắt cạnh *BC* tại *D* thì đoạn thẳng *AD* (hay đường thẳng *AD*) gọi là đường phân giác xuất phát từ *A* của tam giác đó (H.9.5a).

– Ba đường phân giác của một tam giác đồng quy tại một điểm; điểm này cách đều ba cạnh của tam giác (các đường phân giác *AD, BE, CF* đồng quy tại *I* và *IH* = *IK* = *IL*) (H.9.5b).



Hình 9.5

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

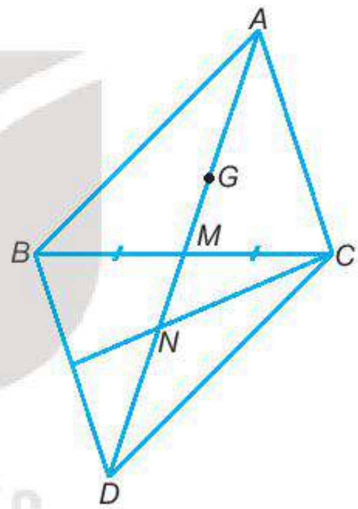
– Biết dùng dụng cụ học tập dựng được đường trung tuyến, đường phân giác của tam giác.

– Biết sử dụng các tính chất của trọng tâm trong tam giác, của điểm đồng quy của ba đường phân giác trong tam giác để giải toán.

Ví dụ 1 G là trọng tâm của tam giác ABC, M là trung điểm của BC; N là điểm sao cho M là trung điểm của GN; D là điểm sao cho M là trung điểm của AD. Chứng minh đường thẳng CN đi qua trung điểm của BD.

Giải. (H.9.6)

Ba điểm M, N, D thẳng hàng. Do M là trung điểm của GN, M là trung điểm của AD nên $MN = GM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3}DM$ nên N là trọng tâm của tam giác BCD. Vậy CN là trung tuyến xuất phát từ C của tam giác BCD, tức là CN đi qua trung điểm của BD.

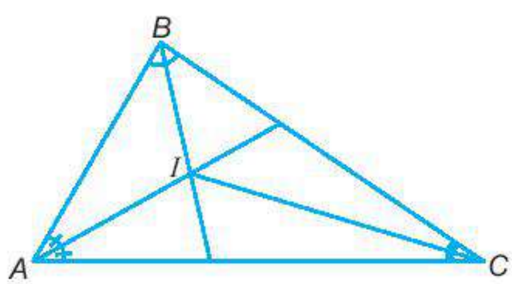


Hình 9.6

Ví dụ 2 Tam giác ABC có $AB < BC < CA$. Gọi I là điểm đồng quy của ba đường phân giác của tam giác. Hãy so sánh IA, IB, IC.

Giải. (H.9.7)

Trong tam giác ABC, vì $AB < BC < CA$ nên có $\widehat{C} < \widehat{A} < \widehat{B}$. Từ đó, trong tam giác IAB có $\frac{\widehat{A}}{2} < \frac{\widehat{B}}{2}$ nên $IB < IA$ và trong tam giác IAC có $\frac{\widehat{C}}{2} < \frac{\widehat{A}}{2}$ nên $IA < IC$. Vậy $IB < IA < IC$.



Hình 9.7

BÀI TẬP

9.14. Cho góc xAy và một điểm G trong góc đó. Lấy hai điểm M, N trên tia AG sao cho $AM = \frac{3}{2}AG$, $AN = 2AM$. Qua N kẻ đường thẳng song song với đường thẳng chứa tia Ax, nó cắt Ay tại C. Đường thẳng CM cắt Ax tại B.

a) Chứng minh hai tam giác ABM và NCM bằng nhau, từ đó suy ra AM là đường trung tuyến của tam giác ABC.

b) Chứng minh rằng G là trọng tâm của tam giác ABC vừa dựng được.

9.15. Gọi M là trung điểm của cạnh BC của tam giác ABC và D là điểm sao cho M là trung điểm của AD. Đường thẳng qua D và trung điểm của AB cắt BC tại U, đường thẳng qua D và trung điểm của AC cắt BC tại V. Chứng minh $BU = UV = VC$.

9.16. a) Gọi I là giao điểm của hai đường phân giác BE và CF của tam giác ABC. Đường thẳng qua I song song với BC cắt AB tại J và cắt AC tại K. Chứng minh $JK = BJ + CK$.

b) Đường thẳng qua B vuông góc với BI cắt đường thẳng qua C vuông góc với CI tại điểm I'. Qua I' kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB tại J', cắt AC tại K'. Chứng minh $J'K' = BJ' + CK'$.

9.17. Tam giác ABC có AD, BE là hai đường phân giác và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Chứng minh rằng DE là tia phân giác của góc ADC.

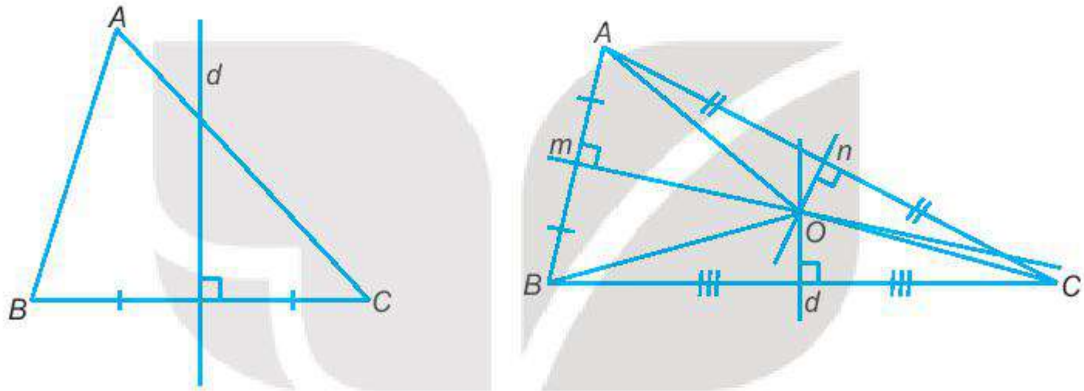
9.18. Cho tam giác ABC với M là trung điểm của BC. Lấy điểm N sao cho C là trung điểm của đoạn thẳng BN. Lấy điểm P sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AP. Chứng minh đường thẳng AC đi qua trung điểm của PN, đường thẳng PC đi qua trung điểm của AN.

BÀI 35 SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC, BA ĐƯỜNG CAO TRONG MỘT TAM GIÁC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Trong một tam giác, đường trung trực của mỗi cạnh gọi là một đường trung trực của tam giác (H.9.8a).

– Ba đường trung trực của một tam giác đồng quy tại một điểm; điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác (các đường trung trực *m, n, d* đồng quy tại *O* và *OA* = *OB* = *OC*) (H.9.8b).

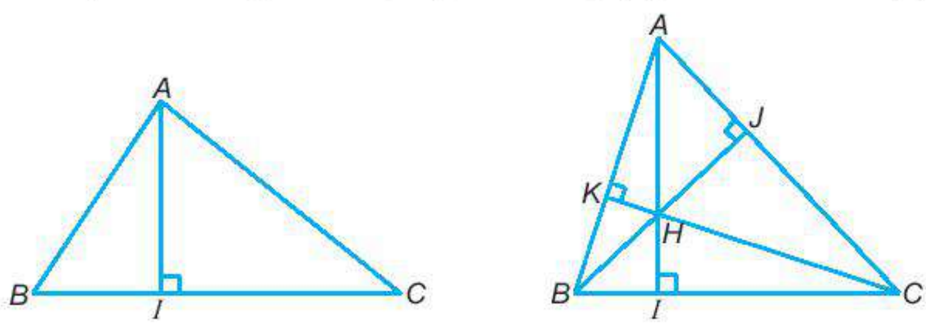


a) b)

Hình 9.8

– Đoạn thẳng hay đường thẳng kẻ từ đỉnh *A* vuông góc với đường thẳng chứa cạnh đối diện *BC* của tam giác *ABC* gọi là đường cao xuất phát từ *A* của tam giác đó (H.9.9a).

– Ba đường cao của một tam giác đồng quy tại một điểm gọi là trực tâm của tam giác đó (các đường cao *AI, BJ, CK* đồng quy tại trực tâm *H*) (H.9.9b).



a) b)

Hình 9.9

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Biết dùng dụng cụ học tập để dựng đường trung trực, đường cao của tam giác.

– Biết sử dụng tính chất đồng quy của ba đường trung trực, của ba đường cao trong tam giác để giải toán.

Ví dụ 1 Chứng minh:

a) Ba đường trung trực của tam giác vuông đồng quy tại trung điểm của cạnh huyền.

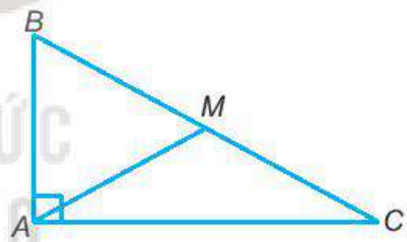
b) Nếu điểm đồng quy của ba đường trung trực trong một tam giác nằm trên một cạnh của tam giác thì tam giác đó là một tam giác vuông.

Giải. (H.9.10)

a)

GT	ΔABC vuông tại A, ba đường trung trực đồng quy tại M.
KL	M là trung điểm của cạnh BC

Xét tam giác ABC vuông tại A. Đường trung trực của cạnh AB cắt cạnh huyền BC tại M thì tam giác ABM cân tại M nên $MA = MB$ và $\widehat{MAB} = \widehat{MBA}$. Ta có $\widehat{MAC} + \widehat{MAB} = 90^\circ = \widehat{MCA} + \widehat{MBA}$ mà $\widehat{MAB} = \widehat{MBA}$, suy ra $\widehat{MAC} = \widehat{MCA}$. Từ đó tam giác MAC cân tại M và ta có $MA = MC$. Vậy $MA = MB = MC$ nên M cách đều ba đỉnh A, B, C. Theo tính chất của đường trung trực, M thuộc ba đường trung trực của tam giác ABC, hay ba đường trung trực của tam giác ABC đồng quy tại M là trung điểm của cạnh BC.



Hình 9.10

b) Giả sử điểm M sao cho $MA = MB = MC$ nằm trên cạnh BC. Do $MB = MC$ nên M là trung điểm của BC. Do $MA = MB$ nên tam giác MAB cân tại M; do $MA = MC$ nên tam giác MAC cân tại M. Suy ra $\widehat{MBA} = \widehat{MAB}$, $\widehat{MCA} = \widehat{MAC}$ mà $\widehat{MBA} + \widehat{MAB} + \widehat{MCA} + \widehat{MAC} = 180^\circ$ hay $2(\widehat{MAB} + \widehat{MAC}) = 180^\circ$ nên $\widehat{MAB} + \widehat{MAC} = 90^\circ$, suy ra tam giác ABC vuông tại A.

Ví dụ 2 Giả sử trực tâm H của tam giác ABC nằm bên trong tam giác đó. Hãy tính góc BHC theo góc BAC.

Giải. (H.9.11) Ta có ba đường cao AI, BJ, CK của tam giác ABC đồng quy tại H;

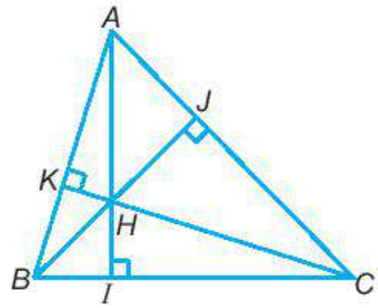
$\widehat{KHA} + \widehat{KAH} = 90^\circ$; $\widehat{JHA} + \widehat{JAH} = 90^\circ$.

Vậy $\widehat{KHA} + \widehat{JHA} + \widehat{KAH} + \widehat{JAH} = 180^\circ$,

hay $\widehat{KHJ} + \widehat{BAC} = 180^\circ$.

Do $\widehat{KHJ} = \widehat{BHC}$ (góc đối đỉnh) nên $\widehat{BHC} + \widehat{BAC} = 180^\circ$,

suy ra $\widehat{BHC} = 180^\circ - \widehat{BAC}$.



Hình 9.11

BÀI TẬP

9.19. Cho tam giác ABC vuông. Kẻ đường thẳng vuông góc với cạnh huyền BC của tam giác ABC tại điểm D không thuộc đoạn BC. Nó cắt đường thẳng chứa cạnh AB tại E và cắt đường thẳng chứa cạnh AC tại F. Xác định trực tâm của tam giác BEF.

9.20. Cho P là một điểm nằm trong góc nhọn xOy. Gọi M là điểm sao cho Ox là đường trung trực của đoạn thẳng PM, gọi N là điểm sao cho Oy là đường trung trực của đoạn thẳng PN. Đường thẳng MN cắt Ox tại R, cắt Oy tại S. Chứng minh tia PO là tia phân giác của góc RPS.

9.21. Gọi H là trực tâm của tam giác nhọn ABC. Khi $AH = BC$, hãy chứng minh $\widehat{BAC} = 45^\circ$.

9.22. a) Giả sử đường trung trực d của cạnh BC của tam giác ABC cắt cạnh AC tại một điểm D nằm giữa A và C. Chứng minh $AC > AB$.

b) Hỏi đảo lại có đúng không tức là nếu tam giác ABC có $AC > AB$ thì đường trung trực d của cạnh BC có cắt AC tại điểm nằm giữa A và C không?

c) Vẫn giả sử đường trung trực d của cạnh BC của tam giác ABC cắt cạnh AC tại một điểm D nằm giữa A và C. Với M là một điểm tuỳ ý thuộc d, M khác D, hãy chứng minh $MA + MB > DA + DB$.

ÔN TẬP CHƯƠNG IX

A CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

1. Tìm phương án **sai** trong câu sau: Trong tam giác

A. đối diện với góc lớn nhất là cạnh lớn nhất

B. đối diện với cạnh bé nhất là góc nhọn

C. đối diện với cạnh lớn nhất là góc tù

D. đối diện với góc tù (nếu có) là cạnh lớn nhất

2. Bộ ba số nào sau đây **không** là độ dài ba cạnh của một tam giác?

A. 7, 5 ,7 B. 7, 7, 7 C. 3, 5, 4 D. 4, 7, 3

Trong các câu hỏi 3, 4, 6, hãy chọn phương án đúng.

3. Tam giác cân có độ dài cạnh bên b, độ dài cạnh đáy d thì ta phải có:

A. $d > b$ B. $d = 2b$ C. $d < \frac{b}{2}$ D. $d < 2b$

4. Với mọi tam giác ta đều có:

A. mỗi cạnh lớn hơn nửa chu vi

B. mỗi cạnh lớn hơn hoặc bằng nửa chu vi

C. mỗi cạnh nhỏ hơn nửa chu vi

D. cả ba trường hợp trên đều có thể xảy ra

5. Xét hai đường trung tuyến BM, CN của tam giác ABC có $BC = 4$ cm. Trong các số sau, số nào có thể là tổng độ dài $BM + CN$?

A. 5 cm B. 5,5 cm C. 6 cm D. 6,5 cm

6. Tam giác ABC có số đo ba góc thoả mãn $\widehat{A} = \widehat{B} + \widehat{C}$. Hai tia phân giác của góc A và góc B cắt nhau tại điểm I. Khi đó góc BIC có số đo là:

A. 120° B. 125° C. 130° D. 135°

B BÀI TẬP

9.23. Cho D là một điểm bên trong tam giác ABC. Chứng minh:

a) $\widehat{BDC} > \widehat{BAC}$;

b) $BD + DC < AB + AC$.

9.24. Cho M là một điểm tuỳ ý bên trong tam giác đều ABC. Lấy điểm N nằm khác phía với M đối với đường thẳng AC sao cho $\widehat{CAN} = \widehat{BAM}$ và $AN = AM$. Chứng minh:

a) Tam giác AMN là tam giác đều;

b) $\Delta MAB = \Delta NAC$;

c) $MN = MA$, $NC = MB$.

9.25. Xét tam giác ABC vuông tại A; đường phân giác góc B cắt cạnh AC tại E; đường thẳng qua E vuông góc với BC cắt đường thẳng AB tại K. Chứng minh:

a) $AE < EC$;　　　　b) $BK = BC$.

9.26. Cho C là trung điểm của đoạn thẳng AB. Gọi Ax, By là hai đường thẳng vuông góc với AB tại A và tại B. Một đường thẳng qua C cắt Ax tại M, cắt By tại P. Điểm N nằm trên tia đối của tia BP sao cho góc MCN là góc vuông. Gọi H là hình chiếu của C trên MN.

Chứng minh:

a) $AM + BN = MN$;

b) CM là đường trung trực của AH, CN là đường trung trực của BH;

c) Góc AHB là góc vuông.

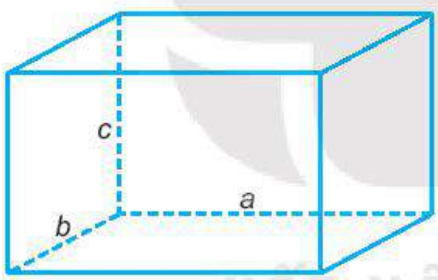
MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

BÀI 36 HÌNH HỘP CHỮ NHẬT VÀ HÌNH LẬP PHƯƠNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là các hình chữ nhật, 8 đỉnh, 12 cạnh, 4 đường chéo, các cạnh bên song song và bằng nhau.

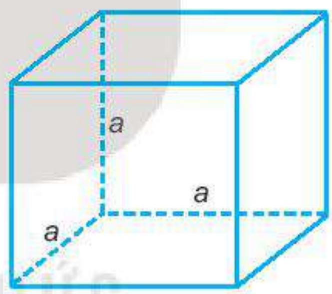
– Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có 6 mặt là các hình vuông.



Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật:

$$S_{xq} = 2(a + b)c.$$

Thể tích hình hộp chữ nhật: $V = abc$.



Diện tích xung quanh của hình lập phương:

$$S_{xq} = 4a^2.$$

Thể tích hình lập phương: $V = a^3$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Mô tả được một số yếu tố cơ bản (đỉnh, cạnh, góc, đường chéo) của hình hộp chữ nhật, hình lập phương.

– Giải quyết được một số bài toán về diện tích, thể tích của hình hộp chữ nhật, hình lập phương.

Ví dụ 1 Gọi tên các đỉnh, cạnh, đường chéo, mặt của hình hộp chữ nhật trong Hình 10.1.

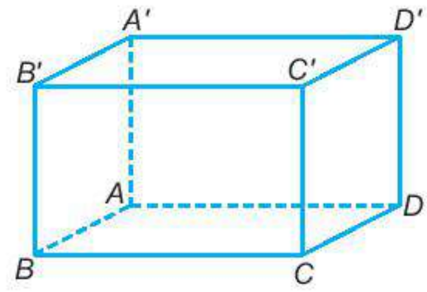
Giải

Các đỉnh: $A, B, C, D, A', B', C', D'$.

Các cạnh: $AB, BC, CD, DA, A'B', B'C', C'D', D'A', AA', BB', CC', DD'$.

Các đường chéo: AC', BD', CA', DB'.

Các mặt: $ABCD, A'B'C'D', ABB'A', BCC'B', CDD'C', ADD'A'$.



Hình 10.1

Ví dụ 2 Một hình lập phương có cạnh 5 cm. Tính diện tích xung quanh, thể tích của hình lập phương đó.

Giải

Diện tích xung quanh của hình lập phương là:

$$S_{xq} = 4a^2 = 4 \cdot 5^2 = 4 \cdot 25 = 100\ (\text{cm}^2).$$

Thể tích hình lập phương là $V = a^3 = 5^3 = 125\ (\text{cm}^3)$.

Ví dụ 3 Bạn Khôi làm một chiếc hộp để đựng quà sinh nhật bằng bìa cứng có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 30 cm, chiều rộng 20 cm, chiều cao 10 cm.

a) Tính thể tích của chiếc hộp.

b) Tính diện tích bìa cứng dùng để làm chiếc hộp.

Giải

a) Thể tích của chiếc hộp đó là $V = 30 \cdot 20 \cdot 10 = 6\,000\ (\text{cm}^3)$.

b) Diện tích xung quanh của chiếc hộp là $S_{xq} = 2\,(30 + 20) \cdot 10 = 1\,000\ (\text{cm}^2)$.

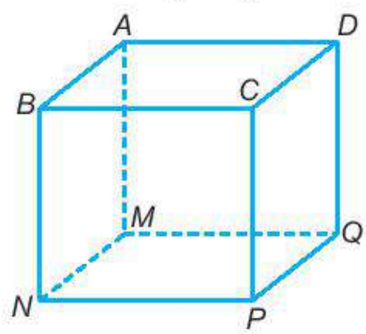
Diện tích một đáy của chiếc hộp là $S_{\text{đáy}} = 20 \cdot 30 = 600\ (\text{cm}^2)$.

Diện tích bìa cứng dùng để làm chiếc hộp là:

$$S = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 1\,000 + 2 \cdot 600 = 1\,000 + 1\,200 = 2\,200\ (\text{cm}^2).$$

C BÀI TẬP

10.1. Gọi tên các đỉnh, cạnh, đường chéo, mặt của hình lập phương trong Hình 10.2.



Hình 10.2

10.2. Hộp đựng khối rubik có dạng là một hình lập phương có cạnh 3 cm, được làm bằng bìa cứng. Tính thể tích của chiếc hộp và diện tích bìa cứng để làm chiếc hộp đó.

10.3. Một cái bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật dài 2 m, rộng 1,5 m, cao 1,2 m. Lúc đầu bể chứa đầy nước, sau đó người ta lấy ra 45 thùng nước, mỗi thùng 20 lít. Hỏi sau khi lấy nước ra, mực nước trong bể cao bao nhiêu?

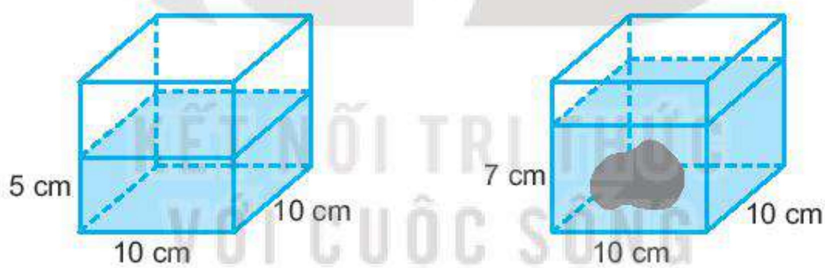
10.4. Tính thể tích của một hình lập phương, biết tổng diện tích các mặt của nó là 216 cm^2.

10.5. Một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 2 m. Lúc đầu bể không có nước. Sau khi đổ vào bể 120 thùng nước, mỗi thùng chứa 20 lít thì mực nước trong bể cao 0,8 m.

a) Tính chiều rộng của bể nước.

b) Người ta đổ thêm vào bể 60 thùng nước nữa thì đầy bể. Hỏi bể nước cao bao nhiêu mét?

10.6. Bạn Hà có một bể cá có dạng hình lập phương có độ dài cạnh 10 cm. Ban đầu nước trong bể có độ cao 5 cm. Bạn Hà bỏ thêm vào trong bể một hòn đá trang trí chìm trong nước thì nước trong bể có độ cao 7 cm (H.10.3). Hỏi hòn đá bạn Hà bỏ vào bể có thể tích bao nhiêu cm^3?



Hình 10.3

10.7. Một bể nước hình hộp chữ nhật có kích thước đáy là 2 m × 3 m chưa có nước. Mở vòi nước chảy vào bể trong 8 giờ, mỗi giờ vòi chảy được 500 lít nước. Hỏi khi đó mực nước trong bể cao bao nhiêu mét?

10.8. Tính thể tích của hình hộp chữ nhật biết nó có diện tích xung quanh là 10 000 cm^2, chiều cao bằng 50 cm và chiều dài hơn chiều rộng 12 cm.

BÀI 37 HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TAM GIÁC VÀ HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TỨ GIÁC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Trong hình lăng trụ đứng tam giác (tứ giác):

+ Hai mặt đáy song song với nhau.

+ Các mặt bên là những hình chữ nhật.

+ Các cạnh bên song song và bằng nhau.

Độ dài một cạnh bên gọi là chiều cao của lăng trụ đứng.

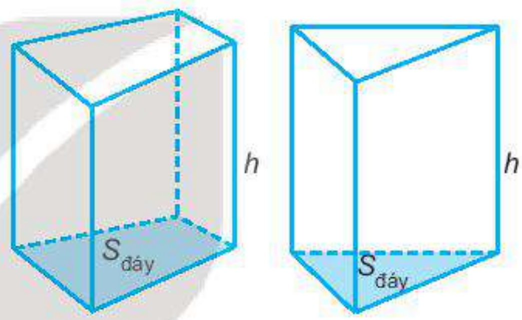
– Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng bằng tích của chu vi đáy với chiều cao của nó.

$$S_{xq} = C \cdot h,$$

trong đó S_{xq}: Diện tích xung quanh của hình lăng trụ,

C : Chu vi một đáy của hình lăng trụ,

h : Chiều cao của lăng trụ.



– Thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác:

$$V = S_{đáy} \cdot h,$$

trong đó V : Thể tích của hình lăng trụ đứng,

$S_{đáy}$: Diện tích một đáy của hình lăng trụ đứng,

h : Chiều cao của hình lăng trụ đứng.

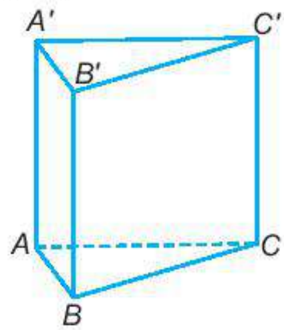
B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Mô tả được hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác và tạo lập hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác.

– Tính diện tích xung quanh, thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính thể tích, diện tích xung quanh của một hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác.

Ví dụ 1 Gọi tên đỉnh, cạnh đáy, cạnh bên, mặt đáy, mặt bên của hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ trong Hình 10.4.



Hình 10.4

Giải

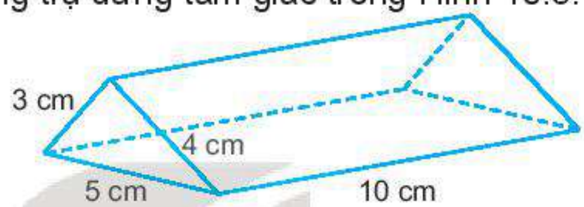
Các đỉnh: A, B, C, A', B', C'.

Cạnh đáy: $AB, BC, CA, A'B', B'C', C'A'$.

Cạnh bên: AA', BB', CC'.

Các mặt bên: $ABB'A', BCC'B', ACC'A'$.

Ví dụ 2 Tính diện tích xung quanh của lăng trụ đứng tam giác trong Hình 10.5.



Hình 10.5

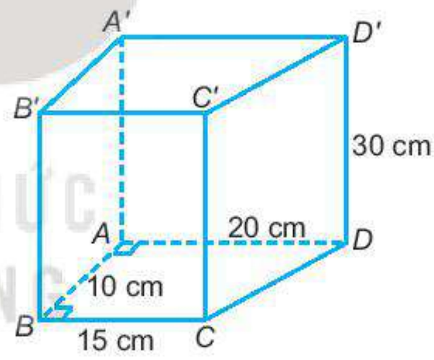
Giải

Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác là:

$S_{xq} = C_{đáy} \cdot h = (3 + 4 + 5) \cdot 10 = 120\ (cm^2)$.

Ví dụ 3 Hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B (H.10.6). $AD = 20$ cm, $BC = 15$ cm, $AB = 10$ cm, $DD' = 30$ cm.

Tính thể tích của hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$.



Hình 10.6

Giải

Diện tích hình thang vuông $ABCD$ là:

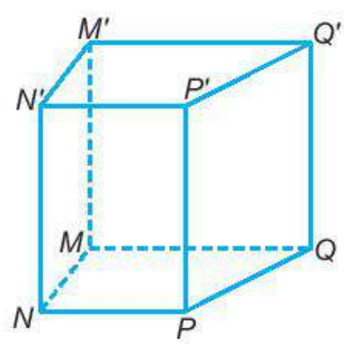
$$S = \frac{1}{2}(AD + BC)AB = \frac{1}{2}(20 + 15) \cdot 10 = 175\ (cm^2).$$

Thể tích của hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ là:

$V = S \cdot h = 175 \cdot 30 = 5\,250\ (cm^3)$.

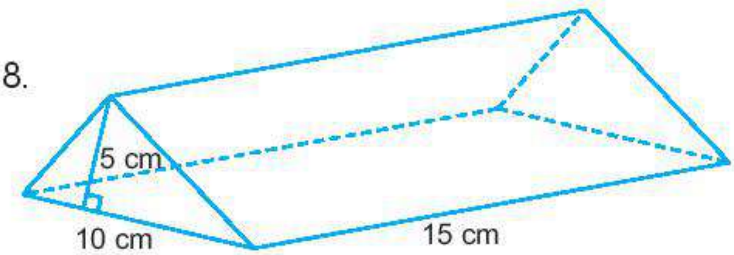
C BÀI TẬP

10.9. Gọi tên đỉnh, cạnh đáy, cạnh bên, mặt đáy, mặt bên của hình lăng trụ đứng tứ giác $MNPQ.M'N'P'Q'$ trong Hình 10.7.



Hình 10.7

10.10. Tính thể tích hình lăng trụ đứng tam giác trong Hình 10.8.



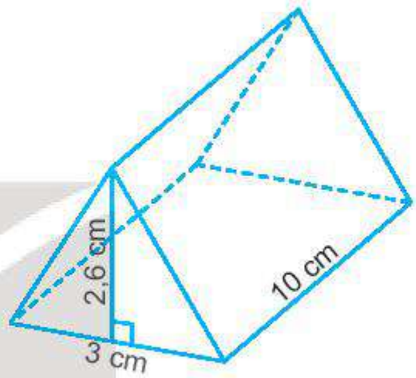
Hình 10.8

10.11. Một hình lăng trụ đứng đáy là một tứ giác có chu vi 30 cm, chiều cao của hình lăng trụ là 8 cm. Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ đó.

10.12. Một lăng kính thuỷ tinh có dạng hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều, kích thước như trong Hình 10.9.

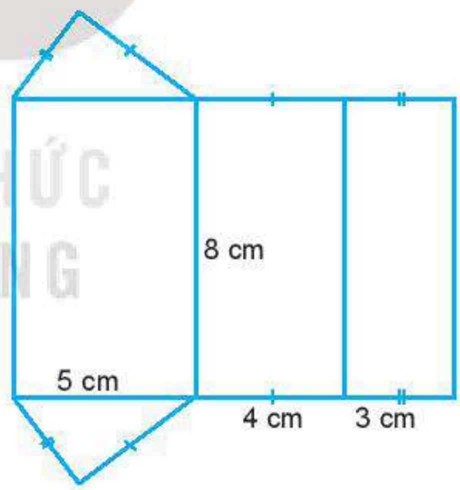
a) Tính thể tích của lăng kính thuỷ tinh.

b) Người ta làm một chiếc hộp bằng bìa cứng để đựng vừa khít lăng kính thuỷ tinh nói trên (hở hai đáy tam giác). Tính diện tích bìa cần dùng (bỏ qua mép nối).



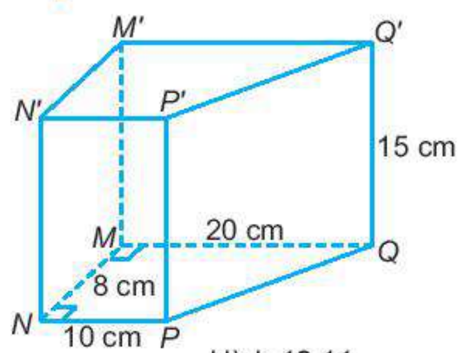
Hình 10.9

10.13. Một hình lăng trụ đứng có hình khai triển như Hình 10.10. Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ.



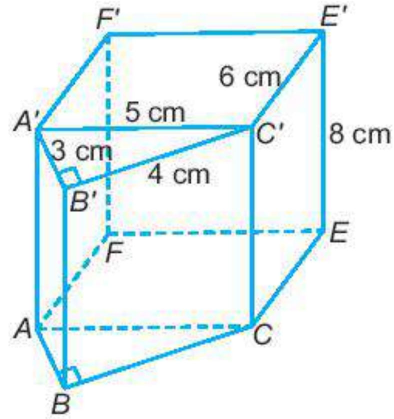
Hình 10.10

10.14. Cho hình lăng trụ đứng *MNPQ.M'N'P'Q'* có đáy *MNPQ* là hình thang vuông tại *M* và *N*. Kích thước các cạnh như trong Hình 10.11. Tính thể tích hình lăng trụ.



Hình 10.11

10.15. Một hình lăng trụ đứng được ghép bởi một hình lăng trụ đứng tam giác và một hình hộp chữ nhật có kích thước như trong Hình 10.12. Tính thể tích của hình lăng trụ đứng *ABCEF.A'B'C'E'F'*.



Hình 10.12

ÔN TẬP CHƯƠNG X

A CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

Chọn phương án đúng trong các câu đã cho.

1. Hình hộp chữ nhật có bao nhiêu mặt?

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

2. Hình lập phương có bao nhiêu đỉnh?

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

3. Hình hộp chữ nhật có bao nhiêu cạnh?

A. 4 B. 12 C. 10 D. 8

4. Hình lập phương có bao nhiêu đường chéo?

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

5. Mặt bên của hình lăng trụ đứng tam giác là:

A. Hình tam giác B. Hình thoi

C. Hình chữ nhật D. Hình lục giác đều

6. Các cạnh bên của hình lăng trụ đứng:

A. song song và không bằng nhau B. cắt nhau

C. vuông góc với nhau D. song song và bằng nhau

7. Thể tích hình lập phương có cạnh dài 5 cm là:

A. 25 cm^3 B. 125 cm^2 C. 125 cm^3 D. 20 cm^2

8. Hình lăng trụ đứng tam giác có đáy là tam giác đều cạnh 3 cm, chiều cao hình lăng trụ bằng 10 cm. Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đó là:

A. 30 cm^2 B. 90 cm^2 C. 90 cm^3 D. 13 cm^2

9. Một hình lăng trụ đứng, đáy là hình thang, chiều cao hình lăng trụ bằng 5 cm. Thể tích của hình lăng trụ nói trên bằng 50 cm^3. Diện tích một đáy lăng trụ bằng:

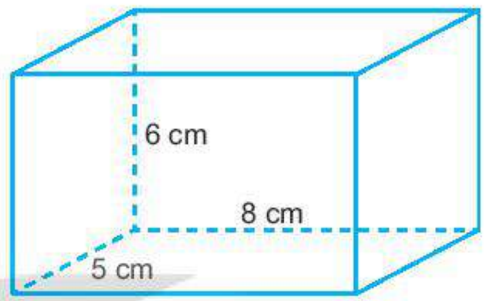
A. 10 cm^2 B. 250 cm^2 C. 55 cm^2 D. 10 cm^3

10. Một hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông có thể tích 150 cm^3. Chiều cao của hình hộp bằng 6 cm. Chu vi đáy của hình hộp chữ nhật là:

A. 25 cm B. 20 cm^2 C. 20 cm D. 900 cm

B BÀI TẬP

10.16. Cho hình hộp chữ nhật có kích thước như trên Hình 10.13. Tính thể tích, diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật.



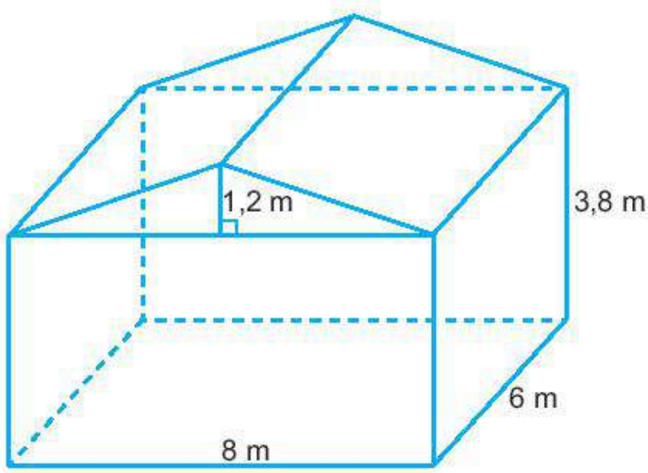
Hình 10.13

10.17. Một thùng đựng hàng có nắp dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 3 m, chiều rộng 2 m và chiều cao 1,8 m. Người thợ cần bao nhiêu kilôgam sơn để đủ sơn toàn bộ mặt ngoài của chiếc thùng đó, biết rằng mỗi kilôgam sơn có thể sơn được 5 m^2 mặt thùng.

10.18. Một bể bơi có chiều dài 12 m, chiều rộng 5 m và sâu 2,75 m. Hỏi người thợ phải dùng bao nhiêu viên gạch men hình chữ nhật để lát đáy và xung quanh thành bể đó? Biết rằng diện tích mạch vữa lát không đáng kể và mỗi viên gạch có chiều dài 25 cm, chiều rộng 20 cm.

10.19. Thiết bị máy được xếp vào các hình lập phương có diện tích toàn phần bằng 96 dm^2. Người ta xếp các hộp đó vào trong một thùng hình lập phương làm bằng tôn không có nắp. Khi gò một thùng như thế hết 3,2 m^2 tôn (diện tích các mép hàn không đáng kể). Hỏi mỗi thùng đựng được bao nhiêu hộp thiết bị nói trên?

10.20. Một nhà kính trồng hoa có hình dạng và kích thước như Hình 10.14. Nhà kính có hình dạng gồm một hình lăng trụ đứng tam giác và một hình hộp chữ nhật. Tính thể tích của nhà kính.



Hình 10.14

BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM

1. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ bé đến lớn rồi biểu diễn chúng trên trục số.

$$-1,5; \quad -\frac{3}{4}; \quad 1,25; \quad 0,125.$$

2. Tính giá trị của biểu thức sau:

$$B = \frac{8^5 + (-2)^{12}}{2^{15} + 64^3}.$$

3. Bạn Minh đọc một cuốn sách trong ba ngày thì xong. Ngày thứ nhất, Minh đọc được $\frac{1}{4}$ số trang sách. Ngày thứ hai, Minh đọc được $\frac{3}{5}$ số trang sách còn lại. Ngày thứ ba, Minh đọc nốt 36 trang còn lại. Hỏi cuốn sách bạn Minh đọc có bao nhiêu trang?

4. a) Không dùng máy tính, hãy tính $\sqrt{\frac{50}{8}}$.

b) Trong hai số 1,7(3) và $\sqrt{3}$, số nào lớn hơn?

HD. Trước hết hãy dùng máy tính để tính $\sqrt{3}$.

5. a) Trên trục số, hãy xác định điểm biểu diễn số $\sqrt{2} - 1$.

b) Viết biểu thức $|1 - \sqrt{2}|$ dưới dạng không chứa dấu giá trị tuyệt đối.

6. Trong một đợt phát động làm kế hoạch nhỏ, ba lớp 7A, 7B, 7C tham gia thu gom giấy vụn. Số kilôgam giấy vụn gom được của ba lớp này lần lượt tỉ lệ với 2; 4; 5. Biết rằng khối lượng giấy vụn gom được của cả hai lớp 7A và 7C nhiều hơn của lớp 7B là 27 kg. Hỏi mỗi lớp thu gom được bao nhiêu kilôgam giấy vụn?

7. Xe ô tô và xe máy cùng đi từ tỉnh *A* đến tỉnh *B* trên cùng một con đường. Biết rằng xe ô tô đi với vận tốc 80 km/h, xe máy đi với vận tốc 60 km/h. Thời gian đi từ *A* đến *B* của xe ô tô ít hơn thời gian đi tương ứng của xe máy là 30 phút. Hãy tính thời gian mỗi xe đi từ *A* đến *B* và độ dài quãng đường *AB*.

8. Hai đa thức $A(x)$ và $B(x)$ thoả mãn:

$$A(x) + B(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 4 \text{ và } A(x) - B(x) = -x^3 + 3x^2 - 2.$$

a) Tìm $A(x)$, $B(x)$ rồi xác định bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của mỗi đa thức đó.

b) Tính giá trị của mỗi đa thức $A(x)$ và $B(x)$ tại $x = -1$.

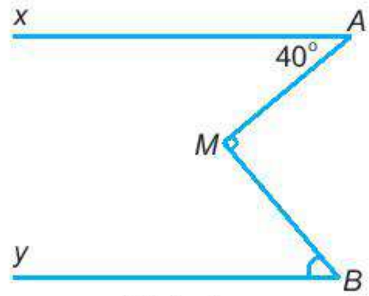
9. Cho đa thức $F(x) = x^4 - x^3 - 6x^2 + 15x - 9$.

a) Kiểm tra lại rằng $x = 1$ và $x = -3$ là hai nghiệm của $F(x)$.

b) Tìm đa thức $G(x)$ sao cho $F(x) = (x - 1)(x + 3) \cdot G(x)$.

10. Tính góc MBy trong Hình 1, biết rằng Ax // By.

HD. Kẻ thêm đường thẳng đi qua M và song song với Ax.



Hình 1

11. Cho năm điểm A, B, C, D, E cùng nằm trên một đường thẳng d sao cho $AB = DE$, $BC = CD$. Điểm M không thuộc d sao cho MC vuông góc với d. Chứng minh rằng:

a) $\Delta MBC = \Delta MDC$ và $\Delta MAC = \Delta MEC$.

b) $\Delta MAB = \Delta MED$.

12. Cho tam giác ABC vuông tại đỉnh A; ba điểm M, N, P lần lượt nằm trên các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC sao cho M là trung điểm của BC, MN vuông góc với AC và MP vuông góc với AB. Chứng minh rằng:

a) $\Delta MNC = \Delta BPM$.

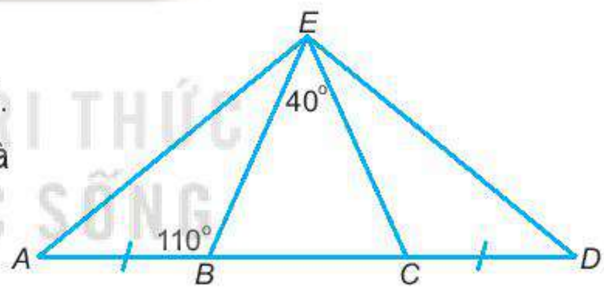
b) $\widehat{NMP} = 90^\circ$.

13. Cho bốn điểm A, B, C và D như Hình 2. Biết rằng $\widehat{BEC} = 40^\circ$, $\widehat{EBA} = 110^\circ$ và $AB = DC$.

Chứng minh rằng:

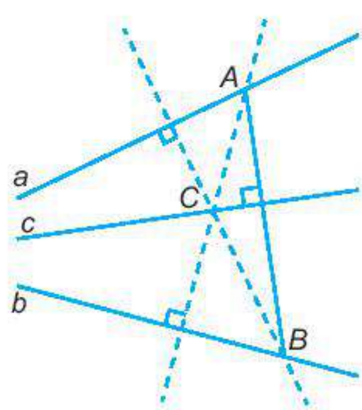
a) Tam giác BEC cân tại đỉnh E.

b) $EA = ED$.



Hình 2

14. Tròn đưa cho Vuông một tờ giấy, trên đó có vẽ điểm C và hai đường thẳng a và b không đi qua C, cho biết hai đường thẳng a và b không song song với nhau (giao điểm của a và b nằm ngoài tờ giấy). Tròn đố Vuông vẽ được đường thẳng c đi qua C sao cho ba đường thẳng a, b, c đồng quy. Sau một hồi suy nghĩ, Vuông làm như sau (H.3):



Hình 3

– Vẽ đường thẳng đi qua C và vuông góc với a. Đường thẳng này cắt b tại B.

– Vẽ đường thẳng đi qua C và vuông góc với b. Đường thẳng này cắt a tại A.

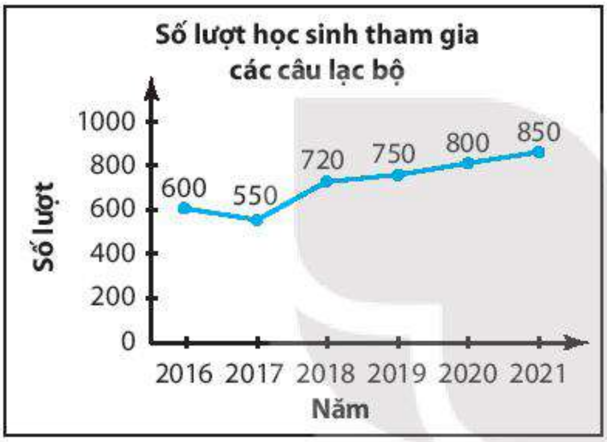
Vuông khẳng định rằng đường thẳng c cần vẽ chính là đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB.

Em hãy giải thích tại sao Vuông lại khẳng định như vậy.

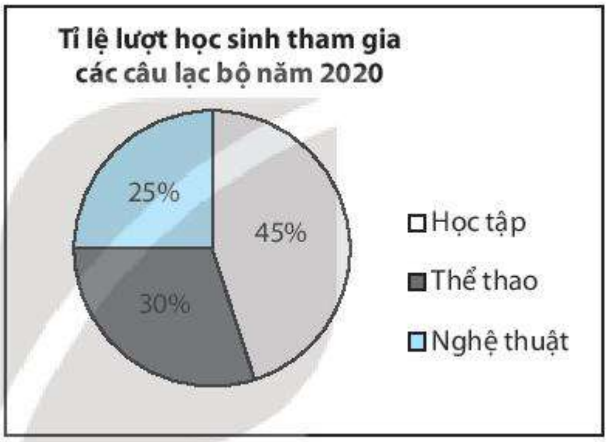
15. a) Chứng minh rằng nếu tam giác ABC có đường trung tuyến xuất phát từ A bằng một nửa cạnh BC thì tam giác đó vuông tại đỉnh A.

b) Cho đoạn thẳng AB. Hãy nêu một cách sử dụng kết quả của câu a để vẽ đường thẳng vuông góc với AB tại A (bằng thước và compa).

16. Cho hai biểu đồ sau biểu diễn các số liệu tại một trường Trung học cơ sở:



Biểu đồ 1



Biểu đồ 2

a) Biểu đồ 1 biểu diễn đại lượng nào theo thời gian?

b) Nêu nhận xét về sự thay đổi số lượt học sinh tham gia các câu lạc bộ từ năm 2016 đến năm 2021.

c) Lập bảng thống kê cho số liệu biểu diễn trong Biểu đồ 2.

d) Tính số lượt học sinh đăng kí mỗi câu lạc bộ trong năm 2020.

17. Một nhà mạng muốn tìm hiểu loại nhạc chuông của điện thoại di động được người dùng yêu thích, đã lập phiếu khảo sát như hình bên và dự kiến tiến hành thu thập dữ liệu theo hai cách sau:

Cách 1: Phát phiếu điều tra cho 100 người tham dự một buổi hoà nhạc thính phòng.

Bạn đang sử dụng loại nhạc chuông nào?

A. Nhạc cổ điển
B. Nhạc rock
C. Nhạc trẻ
D. Nhạc rap
E. Nhạc thính phòng
F. Loại khác

(Khoanh tròn chữ cái trước câu trả lời bạn chọn)

Cách 2: Gửi phiếu điều tra đến 100 người dùng được lựa chọn một cách ngẫu nhiên.

a) Dữ liệu thu được thuộc loại nào?

b) Theo em, dữ liệu thu được trong mỗi cách trên có đại diện cho toàn bộ người dùng dịch vụ của nhà mạng không?

18. Cho một hộp đựng n viên bi màu xanh và m viên bi màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp.

a) Tìm điều kiện của m và n để biến cố "Lấy được viên bi màu đỏ" có:

- Xác suất bằng 1;
- Xác suất bằng 0;
- Xác suất bằng $\frac{1}{2}$.

b)* Giả sử $n = 10$, $m = 5$. Tính xác suất để lấy được viên bi màu đỏ.

LỜI GIẢI - HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

CHƯƠNG VI. TỈ LỆ THỨC VÀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ

BÀI 20. TỈ LỆ THỨC

6.1. Ta có tỉ lệ thức $12 : 18 = \frac{4}{7} : \frac{6}{7}$.

6.2. a) $x = \frac{-6}{5}$. b) $x = -5$. c) $x = 3$.

6.3. Từ đẳng thức $(-16) \cdot 35 = 28 \cdot (-20)$ ta lập được các tỉ lệ thức sau:

$\frac{-16}{28} = \frac{-20}{35}$; $\frac{-16}{-20} = \frac{28}{35}$; $\frac{35}{28} = \frac{-20}{-16}$; $\frac{35}{-20} = \frac{28}{-16}$.

6.4. Ta có $3 \cdot 72 = 18 \cdot 12\,(= 216)$. Do đó ta có thể lập được tỉ lệ thức từ bốn số này như sau:

$\frac{3}{18} = \frac{12}{72}$; $\frac{3}{12} = \frac{18}{72}$; $\frac{72}{18} = \frac{12}{3}$; $\frac{72}{12} = \frac{18}{3}$.

6.5. Lá cây xanh giải phóng 32 g oxygen.

6.6. Phân xưởng đó cần đầu tư thêm 10 máy.

6.7. Gọi x, y (m) lần lượt là chiều rộng và chiều dài của khu vườn nhà bạn An.

Theo đề bài ta có $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$ và $xy = 160$.

Đặt $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = k\ (k > 0)$. Suy ra $x = 2k$, $y = 5k$.

Khi đó ta có $2k \cdot 5k = 160$, hay $k^2 = 16$. Suy ra $k = 4$.

Do đó $x = 2 \cdot 4 = 8$ (m); $y = 5 \cdot 4 = 20$ (m).

Vậy chiều rộng và chiều dài của khu vườn lần lượt là 8 m và 20 m.

6.8. *Cách 1:* Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$. Suy ra $c = kd$.

Ta có $\frac{a}{b} = \frac{2a}{2b}$ nên $\frac{2a}{2b} = k$, suy ra $2a = k \cdot 2b$.

Xét $\dfrac{2a+c}{2b+d}=\dfrac{k\cdot 2b+kd}{2b+d}=\dfrac{k(2b+d)}{2b+d}=k$. Mặt khác, $\dfrac{c}{d}=k$.

Do đó $\dfrac{2a+c}{2b+d}=\dfrac{c}{d}$.

Cách 2: Từ $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ suy ra $\dfrac{2a}{2b}=\dfrac{c}{d}$ nên ta có $2ad=2bc$.

Suy ra $2ad+cd=2bc+cd$. Hay $(2a+c)d=(2b+d)c$. Do đó $\dfrac{2a+c}{2b+d}=\dfrac{c}{d}$.

BÀI 21. TÍNH CHẤT CỦA DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

6.9. $x=6$ và $y=10$.

6.10. $x=-12$ và $y=-28$.

6.11. $x=21$; $y=35$ và $z=49$.

6.12. Diện tích của mảnh vườn hình chữ nhật là $135\ m^2$.

6.13. Số lượt khách quốc tịch Mỹ đến Việt Nam năm 2014 và năm 2019 lần lượt là 443 800 lượt khách và 746 200 lượt khách.

6.14. Bạn Đức góp 40 nghìn đồng, bạn Loan góp 20 nghìn đồng và bạn Hà góp 60 nghìn đồng.

6.15. Ta có $3x=5y$ suy ra $\dfrac{x}{5}=\dfrac{y}{3}$, hay $\dfrac{2x}{10}=\dfrac{3y}{9}$. Theo đề bài, $2x+3y=38$.

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\dfrac{2x}{10}=\dfrac{3y}{9}=\dfrac{2x+3y}{10+9}=\dfrac{38}{19}=2$.

Suy ra $x=2\cdot 5=10$; $y=2\cdot 3=6$. Vậy $x=10$ và $y=6$.

6.16. *Cách 1:* Đặt $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=k$. Suy ra $a=kb, c=kd$.

Ta có $\dfrac{a}{3a+b}=\dfrac{kb}{3\cdot kb+b}=\dfrac{kb}{(3k+1)b}=\dfrac{k}{3k+1}$ và

$\dfrac{c}{3c+d}=\dfrac{kd}{3\cdot kd+d}=\dfrac{kd}{(3k+1)d}=\dfrac{k}{3k+1}$.

Do đó $\dfrac{a}{3a+b}=\dfrac{c}{3c+d}$.

Cách 2: Ta có $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$, hay $\frac{3a}{3c} = \frac{b}{d}$.

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{3a}{3c} = \frac{b}{d} = \frac{3a+b}{3c+d}$.

Suy ra $\frac{a}{c} = \frac{3a+b}{3c+d}$. Do đó $\frac{a}{3a+b} = \frac{c}{3c+d}$.

BÀI 22. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

6.17. a) Ta có $y = \frac{3}{5}x$.

b) Khi $x = 10$ thì $y = \frac{3}{5} \cdot 10 = 6$.

c) Từ $y = \frac{3}{5}x$ suy ra $x = \frac{5}{3}y$, do đó, khi $y = \frac{3}{25}$ thì $x = \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{25} = \frac{1}{5}$.

6.18.

x	2	5	4	–3	–1,5	–0,5
y	6	15	12	–9	–4,5	–1,5

Ta có $\frac{y}{x} = \frac{6}{2} = 3$, do đó ta có công thức $y = 3x$. Hoặc $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$ nên $x = \frac{1}{3}y$.

6.19. a) Hai đại lượng x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

b) Hai đại lượng x và y không phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

6.20. Quãng đường đi được (km) tỉ lệ thuận với lượng xăng tiêu thụ (lít).

Hệ số tỉ lệ là $a = \frac{10}{0,8} = 12,5$. Ta có quãng đường đi được y (km) liên hệ với lượng xăng tiêu thụ x (lít) theo công thức $y = 12,5x$. Do đó khi $y = 150$ thì $x = \frac{150}{12,5} = 12$ (lít).

6.21. Người thứ nhất được thưởng 6 triệu đồng và người thứ hai được thưởng 8 triệu đồng.

6.22. Số tiền lãi được chia cho mỗi đơn vị lần lượt là 120 triệu đồng, 200 triệu đồng và 280 triệu đồng.

6.23. a) Theo đề bài x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ 0,4 nên $x = 0,4y$; y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ 6 nên $y = 6z$. Do đó $x = 0,4 \cdot 6z = 2,4z$.

Vậy x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ 2,4.

b) Khi $z = \frac{3}{4}$ thì $x = 2,4 \cdot \frac{3}{4} = 1,8$.

c) Từ $x = 2,4z$ suy ra $z = \frac{5}{12}x$. Do đó khi $x = 12$ thì $z = \frac{5}{12} \cdot 12 = 5$.

6.24. Vì x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, nên theo tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận, ta có:

a) $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$, suy ra $x_1 = \frac{y_1 \cdot x_2}{y_2} = \frac{-5 \cdot 3}{9} = -\frac{5}{3}$.

b) $\frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1}$ và $y_2 - x_2 = -68$.

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2 - x_2}{y_1 - x_1} = \frac{-68}{-12 - 5} = 4$.

Vậy $x_2 = 4 \cdot 5 = 20$; $y_2 = 4 \cdot (-12) = -48$.

BÀI 23. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

6.25. a) Ta có $y = \frac{60}{x}$.

b) Khi $x = 6$ ta có $y = \frac{60}{6} = 10$.

c) Từ $y = \frac{60}{x}$ suy ra $x = \frac{60}{y}$. Do đó với $y = 0,5$ ta có $x = \frac{60}{0,5} = 120$.

6.26. Hoàn thành bảng:

x	1	2,5	4	5	8	10
y	10	4	2,5	2	1,25	1

Công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng x và y là: $xy = 10$.

6.27. a) Hai đại lượng x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

b) Với $x = 2$, $y = 16$ thì $xy = 2.16 = 32$, với $x = 5$, $y = 6$ thì $xy = 30$.

Vậy x và y không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

6.28. Đức đúng.

Gọi x (đồng) là số tiền mua một hộp sữa chua trước khi giảm giá. Khi đó số tiền mua một hộp sữa chua sau khi giảm giá là $80\%x = 0,8x$.

Gọi y (hộp) là số hộp sữa chua mua được sau khi giảm giá.

Do số tiền dự định để mua sữa chua không thay đổi nên giá tiền mỗi hộp và số hộp sữa chua mua được là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Ta có: $x \cdot 20 = 0,8x \cdot y$.

Do đó $y = \dfrac{x \cdot 20}{0,8x} = 25$. Vậy với số tiền dự định ban đầu, số hộp sữa chua mua được sau khi giảm giá là 25 hộp.

6.29. Gọi v_1, v_2 (km/h) lần lượt là vận tốc của ô tô và xe máy; t_1, t_2 (giờ) là thời gian tương ứng để đi từ A đến B của ô tô và xe máy.

Ta có: $v_1 = 1,5v_2$ và $t_2 = 6$ (giờ).

Vì vận tốc và thời gian chuyển động trên cùng một quãng đường là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên: $\dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{t_2}{t_1}$.

Thay $v_1 = 1,5v_2$ và $t_2 = 6$ vào ta có: $\dfrac{1,5v_2}{v_2} = \dfrac{6}{t_1}$ hay $1,5 = \dfrac{6}{t_1}$.

Suy ra $t_1 = \dfrac{6}{1,5} = 4$.

Vậy thời gian để ô tô đi từ A đến B là 4 giờ.

6.30. Gọi x là số máy cày để hoàn thành công việc đó trong 4 ngày.

Số giờ ba máy cày xong cánh đồng là $8 \cdot 7 = 56$ (giờ).

Số giờ x máy cày xong cánh đồng là $6 \cdot 4 = 24$ (giờ).

Trên cùng một cánh đồng, số máy cày và số giờ làm việc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Do đó, ta có $\dfrac{56}{24} = \dfrac{x}{3}$. Suy ra $x = \dfrac{56 \cdot 3}{24} = 7$ (máy).

Vậy cần 7 máy cày để hoàn thành công việc đó trong 4 ngày.

6.31. Ba tổ lần lượt có 24 người, 16 người và 12 người.

6.32. Vì x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, nên theo tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch, ta có:

a) $\dfrac{y_1}{y_2} = \dfrac{x_2}{x_1}$, suy ra $\dfrac{y_1}{x_2} = \dfrac{y_2}{x_1}$ nên $\dfrac{2y_1}{2x_2} = \dfrac{3y_2}{3x_1}$.

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{2y_1}{2x_2} = \frac{3y_2}{3x_1} = \frac{2y_1 + 3y_2}{2x_2 + 3x_1} = \frac{-26}{13} = -2.$$

Suy ra $y_1 = -2 \cdot x_2 = -2 \cdot 2 = -4$; $y_2 = -2 \cdot x_1 = -2 \cdot 3 = -6$.

b) $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$, suy ra $\frac{3x_1}{3x_2} = \frac{2y_2}{2y_1}$.

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{3x_1}{3x_2} = \frac{2y_2}{2y_1} = \frac{3x_1 - 2y_2}{3x_2 - 2y_1} = \frac{32}{8} = 4.$$

Vậy $x_1 = 4 \cdot x_2 = 4 \cdot (-4) = -16$; $y_2 = 4 \cdot y_1 = 4 \cdot (-10) = -40$.

ÔN TẬP CHƯƠNG VI

A. Câu hỏi (Trắc nghiệm)

1. D. **2.** C. **3.** B. **4.** A. **5.** C. **6.** A.

B. Bài tập

6.33. a) Từ bốn số đã cho ta có đẳng thức: $(-49) \cdot 4 = (-28) \cdot 7$.

Từ đẳng thức này ta lập được bốn tỉ lệ thức sau:

$$\frac{-49}{-28} = \frac{7}{4};\ \frac{-49}{7} = \frac{-28}{4};\ \frac{4}{-28} = \frac{7}{-49};\ \frac{4}{7} = \frac{-28}{-49}.$$

b) Vì $4 \cdot 18 \neq 64 \cdot 256$; $4 \cdot 64 \neq 256 \cdot 18$; $4 \cdot 256 \neq 64 \cdot 18$ nên từ bốn số đã cho không lập được thành một tỉ lệ thức.

6.34. Từ $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$ ta có thể suy ra các tỉ lệ thức $\frac{x}{4} = \frac{y}{3}$; $\frac{3}{4} = \frac{y}{x}$; $\frac{3}{y} = \frac{4}{x}$.

6.35. a) $x = 2$.

b) $x = 7{,}6$.

c) $x = -7$.

6.36. a) $x = -10$ và $y = -14$.

b) $x = 10$ và $y = 15$.

6.37. $x = 84$, $y = 140$, $z = 224$.

6.38. Vì y và x là tỉ lệ nghịch với nhau nên hệ số tỉ lệ $a = xy = 2,4 \cdot (-1,25) = -3$.

x	$-1,5$	$-0,5$	$2,4$	4	-6
y	2	6	$-1,25$	$-0,75$	$0,5$

6.39. Theo đề bài y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ là 4 nên ta có $y = \frac{4}{x}$.

Mặt khác, z tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ là 6 nên ta có $z = \frac{6}{y}$.

Thay $y = \frac{4}{x}$ vào ta được $z = \frac{6}{\frac{4}{x}} = \frac{3}{2}x$.

Vậy z tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $\frac{3}{2}$.

6.40. a) 83 250 đồng. b) 21 lít.

6.41. a) Gọi x (ngày) là thời gian để đội công nhân hoàn thành công việc khi số công nhân tăng lên gấp đôi. Số công nhân sau khi tăng thêm là: $15 \cdot 2 = 30$ (người). Vì cùng làm một công việc nên số công nhân của đội và số ngày để hoàn thành công việc đó là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Do đó, ta có $\frac{x}{6} = \frac{15}{30}$. Suy ra $x = \frac{15 \cdot 6}{30} = 3$ (ngày).

b) Tương tự câu a, nếu gọi y (ngày) là thời gian để 10 công nhân hoàn thành công việc đó ta có $\frac{y}{6} = \frac{15}{10}$. Suy ra $y = \frac{15 \cdot 6}{10} = 9$ (ngày).

6.42. Gọi số công nhân của tổ thứ nhất, tổ thứ hai và tổ thứ ba lần lượt là x, y, z $(x, y, z \in \mathbb{N}^*)$. Ta có $x - y = 2$.

Vì năng suất lao động của mỗi công nhân là như nhau và ba tổ được giao khối lượng công việc như nhau nên số công nhân và thời gian hoàn thành công việc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Do đó, ta có: $5x = 6y = 4z$, hay $\frac{x}{12} = \frac{y}{10} = \frac{z}{15}$.

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x}{12} = \frac{y}{10} = \frac{z}{15} = \frac{x-y}{12-10} = \frac{2}{2} = 1$.

Suy ra $x = 12$, $y = 10$, $z = 15$.

Vậy số công nhân của tổ thứ nhất, tổ thứ hai và tổ thứ ba lần lượt là 12 người, 10 người và 15 người.

CHƯƠNG VII. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ VÀ ĐA THỨC MỘT BIẾN

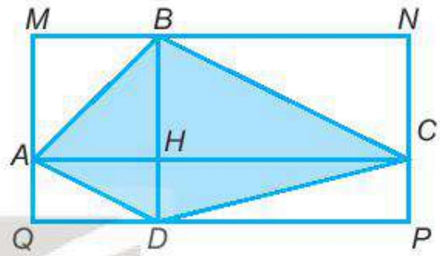
BÀI 24. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

7.1. a) $a^2 - b^2$; b) $x^3 + y^3$.

7.2. a) $V = ab(a + b)$; b) $S = \frac{1}{2}pq$.

HD. Cách 1: $S = S_1 + S_2$, trong đó S_1 và S_2 lần lượt là diện tích tam giác ABC và tam giác ADC.

Cách 2: Vẽ hình chữ nhật có các cạnh song song với hai đường chéo của tứ giác đã cho (H.7.1) và xét các tam giác vuông bằng nhau để chứng tỏ rằng diện tích của tứ giác đã cho đúng bằng nửa diện tích của hình chữ nhật.



Hình 7.1

7.4. a) 24; b) –1,75.

7.5. a) Sai. Chẳng hạn tại $x = 1$, ta có $A(1) = 4$ khác với $B(1) = 2$.

b) Đúng, vì đẳng thức $a(b + c) = ab + ac$ biểu thị tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng.

BÀI 25. ĐA THỨC MỘT BIẾN

7.7. *HD.* Chú ý rằng $\frac{x^2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}x^2$ và $(1 - \sqrt{2})$ là một số.

7.8. a) $F(x) = -2x^3 + 3x + 1$;

b) $G(x) = -x^3 + x^2 + 3x + 1$.

7.9. $F(-2) = -2$; $F(-1) = 0$; $F(0) = 0$; $F(1) = 4$; $F(2) = 18$.

Hai nghiệm của đa thức $F(x)$ là $x = -1$ và $x = 0$.

7.10. $P(x) = 4x^3 - x$.

7.11. a) *HD.* Vì $A(0) = 0$, $B(0) = \sqrt{2} \neq 0$.

b) Ta biết rằng $x^4 \geq 0$ với mọi giá trị của x. Do đó $B(x) = x^4 + \sqrt{2} \geq \sqrt{2} > 0$ với mọi giá trị của x. Vậy $B(x)$ không có nghiệm.

7.12. Giả sử a là nghiệm của cả hai đa thức, ta có $G(a) = H(a) = 0$. Từ đó suy ra:

$$(a^2 - 3a + 2) - (a^2 + a - 6) = G(a) - H(a) = 0.$$

Thu gọn vế trái ta được $-4a + 8 = 0$ suy ra $a = 2$. Thử lại bằng cách tính $G(2)$ và $H(2)$, ta thấy $x = 2$ đúng là nghiệm của cả hai đa thức $G(x)$ và $H(x)$.

7.13. a) Bức tường có dạng hình hộp chữ nhật với ba kích thước là 0,2 m; 6 m và x (m).

Thể tích của nó là $0{,}2 \cdot 6 \cdot x = 1{,}2x$ (m^3).

Mỗi mét khối tường xây hết 542 viên gạch nên số gạch cần dùng để xây bức tường là $542 \cdot 1{,}2x = 650{,}4x$ (viên). Số gạch đã có là 450 viên.

Vậy số gạch cần mua thêm là:

$$F(x) = 650{,}4x - 450.$$

b) Nếu chỉ dùng số gạch sẵn có để xây tường thì số gạch mua thêm là 0, tức là $650{,}4x - 450 = 0$. Từ đó ta tính được $x = 450 : 650{,}4 \approx 0{,}7$ (m).

Vậy nếu chỉ dùng số gạch có sẵn thì xây được bức tường cao khoảng 0,7 m.

7.14. $p = q = 4$.

HD. Theo đề bài, với a là một số tuỳ ý, ta luôn có $a^2 + pa + q = (a + 2)^2$.

Hãy chọn $a = 0$ để từ đẳng thức đó suy ra $q = 4$. Sau đó chọn $a = 1$ để suy ra $p = 4$.

BÀI 26. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

7.15. $A(x) + B(x) = 2x^4 - 7x^3 + 2x^2 - 1$; $\quad A(x) - B(x) = -3x^3 + 10x + \frac{1}{3}$.

7.16. a) $P(x) = (x^5 - 2x^2 + 2) - H(x) = x^5 - x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x + 1$.

b) $Q(x) = H(x) + 2x^3 = x^4 - x^3 - x + 1$.

7.17. Trong mọi trường hợp, các hệ số của hai hạng tử cùng bậc trong hai đa thức $C(x)$ và $C'(x)$ là hai số đối nhau.

7.18. a) $4x^3 - 2x^2 - x$; $\quad$ b) $-2x^2 + 3x - 8$.

HD. Nhận xét rằng $A + B + C = A + (B + C)$ và $A - B - C = A - (B + C)$. Do đó để cho gọn, trước hết hãy tính $B + C$.

7.19. Theo đề bài, ta có $S(x) = A(x) + B(x)$ và $A(a) = 0$. Do đó $S(a) = B(a)$.

a) Nếu a là nghiệm của $B(x)$ thì $B(a) = 0$, suy ra $S(a) = B(a) = 0$. Vậy a cũng là nghiệm của $S(x)$.

b) Ngược lại, nếu a không là nghiệm của $B(x)$ thì $B(a) \neq 0$, suy ra $S(a) = B(a) \neq 0$.

Vậy a không là nghiệm của $S(x)$.

BÀI 27. PHÉP NHÂN ĐA THỨC MỘT BIẾN

7.20. a) $4x^4 + 9x^3 - 29x^2 + 11x + 3$;

b) $x^3 - 4x^2 + x + 6$;

c) $x^6 - x^5 - 4x^4 + 4x^3 - x^2 + 3x - 2$.

7.21. a) -8; b) -4.

HD. Đa thức bằng một số không đổi nên giá trị của nó không phụ thuộc vào giá trị của x.

7.22. $x = \frac{5}{7}$. *HD.* Chuyển vế và thu gọn, ta được $14x - 10 = 0$.

7.23. a) $8x^6 + 27 = 27{,}125$ khi $x = 0{,}5$; b) $x^5 + 48 = 16$ khi $x = -2$.

7.24. Hai số tự nhiên lẻ liên tiếp hơn kém nhau 2 đơn vị nên nếu số thứ nhất là $a = 2n - 1$ ($n \in \mathbb{N}^*$) thì số thứ hai là $b = a + 2 = 2n + 1$. Khi đó:

$$ab + 1 = (2n - 1)(2n + 1) + 1 = (4n^2 + 2n - 2n - 1) + 1 = 4n^2.$$

Rõ ràng $4n^2$ chia hết cho 4 nên ta có điều phải chứng minh.

Chú ý. Nếu viết hai số lẻ liên tiếp là $a = 2n + 1$ và $b = a + 2 = 2n + 3$ ($n \in \mathbb{N}$) thì

$$ab + 1 = (2n + 1)(2n + 3) + 1 = 4(n^2 + 2n + 1) \vdots 4.$$

BÀI 28. PHÉP CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN

7.25. $n \in \{0; 1; 2\}$. *HD.* Đa thức đã cho chia hết cho x^n nếu từng hạng tử của nó chia hết cho x^n, nói riêng là $3{,}7x^2$ chia hết cho x^n. Điều này xảy ra khi $n \leq 2$.

7.26. a) $2x^3 - 1{,}5x + 1$; b) $x^2 - 3x + 2$;

c) $3x + 6$ (dư $-3x + 1$).

HD. Cách 1. Đặt tính chia.

Cách 2. Ta có thể viết: $x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = (3x + 6)\frac{1}{3}x^2 + (-3x + 1)$.

Do đa thức $-3x + 1$ có bậc là 1, nhỏ hơn bậc 2 của đa thức chia nên đẳng thức này chứng tỏ $3x + 6$ là thương và $-3x + 1$ là dư trong phép chia đã cho.

7.27. a) $x^2 - x - 4$;   b) $2x^2 - 3x + 7$.

7.28. a) Quỳnh sai.

HD. Chú ý rằng bậc của đa thức dư, nếu khác 0, phải nhỏ hơn bậc của đa thức chia.

b) Thương là $3x^2 - 5x + 2$ và dư là 0.

7.29. *HD*. Chia A cho B ta được thương là $Q = 3x^2 + x - 3$ và dư là $R = 5x - 2$.

7.30. a) $(2x^4 + x^3 - 3x^2 + 5x - 2) : (x^2 - x + 1) = 2x^2 + 3x - 2$;

b) $(x^4 - x^3 - x^2 + 3x) : (x^2 - 2x + 3) = x^2 + x - 2$ (dư $-4x + 6$).

7.31. $H(x) = A(x) : (3x^2 + 2x - 5) = x^2 + 3x - 2$.

7.32. *Cách 1*. Thực hiện phép chia $P(x)$ cho $x + 2$, ta được:

$$
\begin{array}{rl|l}
- & 2x^3 - 3x^2 + x + m & x+2 \\ \cline{3-3}
 & 2x^3 + 4x^2 & 2x^2 - 7x + 15 \\ \cline{2-2}
- & -7x^2 + x + m & \\
 & -7x^2 - 14x & \\ \cline{2-2}
- & 15x + m & \\
 & 15x + 30 & \\ \cline{2-2}
 & m - 30 &
\end{array}
$$

Để phép chia này là phép chia hết thì $m - 30 = 0$, tức là $m = 30$.

Cách 2. Đa thức $P(x)$ chia hết cho $x + 2$ có nghĩa là ta tìm được một đa thức $Q(x)$ để $P(x) = (x + 2)Q(x)$.

Từ đó ta có $P(-2) = 0$, tức là $-30 + m = 0$. Vậy $m = 30$.

Ngược lại, thay thế $m = 30$ vào $P(x)$ rồi chia $P(x)$ cho $x + 2$, ta thấy đây là phép chia hết.

7.33. a) Giả sử $P(x)$ chia hết cho $x - a$. Gọi $Q(x)$ là đa thức thương, ta có:

$$P(x) = (x - a)Q(x). \qquad (1)$$

Từ đẳng thức (1), ta có $P(a) = 0$. Vậy a là một nghiệm của $P(x)$.

b) Ngược lại, cho a là một nghiệm của $P(x)$. Giả sử chia $P(x)$ cho $x - a$, ta được thương là $Q(x)$ và dư là $R(x)$, nghĩa là ta có:

$$P(x) = (x - a)Q(x) + R(x), \qquad (2)$$

trong đó hoặc $R(x) = 0$, hoặc nếu $R(x) \neq 0$ thì $R(x)$ phải có bậc nhỏ hơn bậc của đa thức $x - a$, tức là nhỏ hơn 1.

Sau đây, ta sẽ chứng tỏ rằng chỉ có thể xảy ra $R(x) = 0$.

Thật vậy, nếu $R(x) \neq 0$ thì do bậc của $R(x)$ nhỏ hơn 1 nên $R(x)$ có bậc 0. Nói cách khác, $R(x)$ là một số khác 0 nào đó. Nhưng điều đó là vô lí vì khi đó đẳng thức (2) không thể xảy ra, chẳng hạn khi $x = a$ thì vế trái bằng 0 trong khi vế phải khác 0.

Vậy chỉ có thể xảy ra $R(x) = 0$, nghĩa là $P(x)$ chia hết cho $x - a$.

ÔN TẬP CHƯƠNG VII

A. Câu hỏi (Trắc nghiệm)

1. C　　**2.** A　　**3.** B　　**4.** D　　**5.** D

B. Bài tập

7.34. a) $-x^5 + 2x^2 - x + 3$. Đa thức bậc 5, hệ số cao nhất là -1, hệ số tự do là 3.

b) $-2x^2 - x + 6$. Đa thức bậc 2, hệ số cao nhất là -2, hệ số tự do là 6.

7.35. $f(x) + g(x) = 3x + 9$, có nghiệm là $x = -3$.

7.36. $f(x) - g(x) = 6x^2 + 6 \geq 6$ với mọi x nên $f(x) - g(x)$ không có nghiệm.

7.37. a) $S(x) = -2x^4 - x^3 + 5x$ là đa thức bậc 4 với hệ số cao nhất là -2 và hệ số tự do là 0; $D(x) = 6x^5 - 2x^4 + x^3 + 14x^2 + x - 20$ là đa thức bậc 5 với hệ số cao nhất là 6 và hệ số tự do là -20.

b) $S(x)$ có nghiệm $x = 0$ và $D(x)$ có nghiệm $x = 1$.

7.38. Gọi hai nghiệm đối nhau của $f(x)$ là a và $-a$ ($a \neq 0$). Khi đó ta có:

$f(a) = a^4 + pa^3 - 2a^2 + 1 = 0 = f(-a) = (-a)^4 + p(-a)^3 - 2(-a)^2 + 1$, suy ra

$$a^4 + pa^3 - 2a^2 + 1 = a^4 - pa^3 - 2a^2 + 1.$$

Thu gọn ta được $pa^3 = -pa^3$, suy ra $2pa^3 = 0$. Do $a \neq 0$ nên từ đẳng thức này suy ra $p = 0$.

7.39. a) $15x^5 - x^4 + 5x^3 - 6x^2 - 8x + 4$;　　b) $3x^2 - 7$;　　c) $3x^2 - 1$.

7.40. a) $A = -4x^2 + 12$.

HD. Tính riêng:

$$(x - 1)(x + 2)(x - 3) = (x^2 + x - 2)(x - 3) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6.$$

$$(x + 1)(x - 2)(x + 3) = (x^2 - x - 2)(x + 3) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6.$$

b) $B = -1$.

Giải. Với X là một biểu thức tuỳ ý, ta có:

$$(X-1)(X+1) = X^2 - X + X - 1$$

$$\text{hay } (X-1)(X+1) = X^2 - 1. \qquad (1)$$

Từ đó, ta có:

$(x-1)(x+1) = x^2 - 1$ (áp dụng (1) với $X = x$);

$(x^2-1)(x^2+1) = (x^2)^2 - 1 = x^4 - 1$ (áp dụng (1) với $X = x^2$);

$(x^4-1)(x^4+1) = (x^4)^2 - 1 = x^8 - 1$ (áp dụng (1) với $X = x^4$).

Sử dụng các kết quả trên, ta được :

$$\begin{aligned}(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1) &= [(x-1)(x+1)](x^2+1)(x^4+1)\\ &= (x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)\\ &= [(x^2-1)(x^2+1)](x^4+1)\\ &= (x^4-1)(x^4+1) = x^8 - 1.\end{aligned}$$

Vậy $B = (x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1) - x^8 = (x^8-1) - x^8 = -1$.

CHƯƠNG VIII. LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

BÀI 29. LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ

8.1. a) Biến cố A là biến cố không thể.

b) Biến cố B là biến cố ngẫu nhiên.

c) Biến cố C là biến cố chắc chắn.

8.2. a) Biến cố A: "An là một vận động viên điền kinh. Trong giải chạy sắp tới, An sẽ chạy 100 m không quá 30 giây" là biến cố chắc chắn.

b) Biến cố B: "Ngày mai chất lượng không khí ở Hà Nội ở mức tốt" là biến cố ngẫu nhiên.

c) Biến cố C: "Ông An năm nay 80 tuổi. Ông sẽ sống thọ đến 300 tuổi" là biến cố không thể.

8.3.

Biến cố	Loại biến cố
Số chấm xuất hiện trên cả ba con xúc xắc đều là 6.	Ngẫu nhiên
Số chấm xuất hiện trên cả ba con xúc xắc đều nhỏ hơn 7.	Chắc chắn
Tích các số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc lớn hơn 216.	Không thể

8.4. a) Biến cố *A* là biến cố không thể.

b) Biến cố *B* là biến cố chắc chắn.

c) Biến cố *C* là biến cố ngẫu nhiên.

BÀI 30. LÀM QUEN VỚI XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

8.5. Bạn nữ có khả năng được gọi lên bảng nhiều hơn vì lớp 7A có nhiều học sinh nữ hơn.

8.6. *HD*. a) Xác suất bằng 1 vì đây là biến cố chắc chắn.

b) Xác suất bằng 0 vì đây là biến cố không thể.

8.7. *HD*. a) Xác suất bằng 0 vì đây là biến cố không thể.

b) Xác suất bằng 1 vì đây là biến cố chắc chắn.

8.8. Biến cố "Đại biểu được chọn phỏng vấn là nữ" và biến cố "Đại biểu được chọn phỏng vấn là nam" là đồng khả năng vì số đại biểu nam bằng số đại biểu nữ. Vậy xác suất của biến cố cần tìm là $\frac{1}{2}$.

8.9. *HD*. a) Biến cố "Lấy được quả cầu ghi số chia hết cho 3" và biến cố "Lấy được quả cầu ghi số không chia hết cho 3" là đồng khả năng vì có bốn quả cầu ghi số chia hết cho 3 và bốn quả cầu ghi số không chia hết cho 3. Vậy xác suất của biến cố cần tìm là $\frac{1}{2}$.

b) Biến cố "Lấy được quả cầu ghi số chia hết cho 11" chính là biến cố "Lấy được quả cầu ghi số 22". Mỗi quả cầu có khả năng lấy được như nhau. Có tám biến cố đồng khả năng và luôn xảy ra một và chỉ một biến cố trong tám biến cố này nên xác suất của biến cố cần tìm là $\frac{1}{8}$.

c) Lập luận tương tự như Ví dụ 2 ta có xác suất của biến cố cần tìm là $\frac{1}{4}$.

ÔN TẬP CHƯƠNG VIII

A. Câu hỏi (Trắc nghiệm)

1. C	**2.** A	
3. a) C	b) B	c) A
4. a) B	b) C	c) A

B. Bài tập

8.10. *HD*. a) Hai biến cố A và B đồng khả năng vì số lượng câu hỏi mang số thứ tự là số có một chữ số bằng số lượng câu hỏi mang số thứ tự là số có hai chữ số.

b) Xác suất của biến cố A bằng $\frac{1}{2}$; xác suất của biến cố B bằng $\frac{1}{2}$.

8.11. *HD*. a) Xác suất bằng 1 vì đây là biến cố chắc chắn.

b) Xác suất bằng 0 vì đây là biến cố không thể.

c) Biến cố "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số chẵn" và biến cố "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số lẻ" là đồng khả năng. Vậy xác suất của biến cố cần tìm là $\frac{1}{2}$.

d) Lập luận tương tự như Ví dụ 2 ta có xác suất của biến cố cần tìm là $\frac{1}{4}$.

8.12. *HD*. a) Xác suất bằng 0 vì đây là biến cố không thể.

b) Biến cố "Quả cầu lấy được ghi số chẵn" và biến cố "Quả cầu lấy được ghi số lẻ" là đồng khả năng. Vậy xác suất của biến cố cần tìm là $\frac{1}{2}$.

c) Mỗi quả cầu có khả năng lấy được như nhau. Có 14 biến cố đồng khả năng. Vậy xác suất của biến cố đang xét là $\frac{1}{14}$.

d) Lập luận tương tự như Ví dụ 2 ta có xác suất của biến cố đang xét là $\frac{1}{7}$.

8.13. a) Mỗi quả bóng có khả năng được chọn như nhau. Số quả bóng màu xanh, màu đỏ, màu tím, màu vàng và màu trắng bằng nhau nên các biến cố A, B, C, D, E là đồng khả năng.

b) Vì luôn xảy ra duy nhất một biến cố trong năm biến cố này nên xác suất của năm biến cố bằng nhau và bằng $\frac{1}{5}$.

8.14. Biến cố "Sơn chọn được quả bóng màu trắng" và biến cố "Sơn chọn được quả bóng màu đen" là đồng khả năng. Do đó, số quả bóng màu trắng bằng số quả bóng màu đen. Vậy trong thùng chứa 20 quả bóng màu trắng.

8.15. Gọi số hành khách nữ xuống xe là n (người). Khi đó, trên xe còn $31 - n$ hành khách nữ và 28 hành khách nam.

Xác suất để chọn được hành khách nữ là $\frac{1}{2}$ nên số hành khách nữ còn lại trên xe bằng số hành khách nam. Do đó, $31 - n = 28$ suy ra $n = 3$.

Vậy có 3 hành khách nữ đã xuống xe.

8.16. *HD.* Do lấy ngẫu nhiên nên mỗi viên bi có khả năng được lấy như nhau. Do đó số viên bi màu xanh, số viên bi màu đỏ, số viên bi màu trắng, số viên bi màu tím và số viên bi màu vàng bằng nhau. Vậy trong hộp mỗi loại có 10 viên bi.

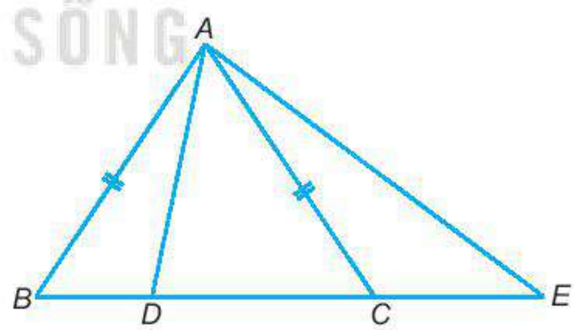
CHƯƠNG IX. QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG MỘT TAM GIÁC

BÀI 31. QUAN HỆ GIỮA GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG MỘT TAM GIÁC

9.1. *HD.* Do cạnh BC dài nhất nên $\widehat{A} \geq \widehat{B}$, $\widehat{A} \geq \widehat{C}$. Nếu $\widehat{A} < 60^\circ$ thì $\widehat{B} \leq 60^\circ$, $\widehat{C} \leq 60^\circ$.

Do đó $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} < 180^\circ$, vô lí. Vậy $\widehat{A} \geq 60^\circ$.

9.2. *HD.* (H.9.12). Nếu AD vuông góc với BC thì $AD < AC$ vì AC là cạnh huyền của tam giác vuông ADC. Nếu AD không vuông góc với BC thì trong hai góc bù nhau ADB và ADC có một góc tù và trong hai tam giác ADB và ADC có một tam giác tù, suy ra cạnh $AD < AB = AC$ hoặc $AD < AC$. Vậy ta luôn có $AD < AC$.



Hình 9.12

Tam giác ACE có góc ACE là góc tù (vì $\widehat{ACE}$ là góc bù với góc nhọn ACB) nên $AE > AC$.

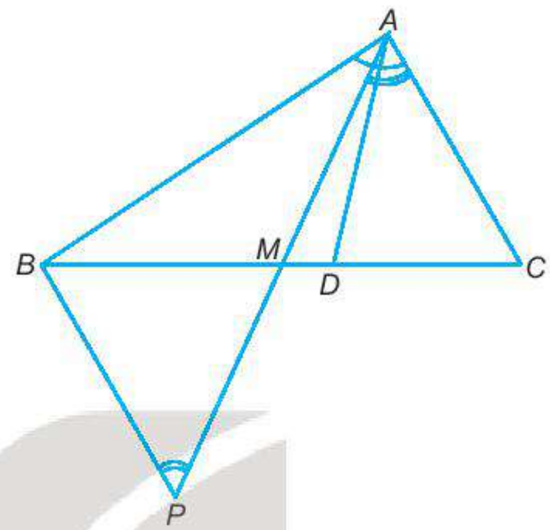
Vậy ta có $AD < AC < AE$.

9.3. *HD*. Trong tam giác vuông, góc vuông là góc lớn nhất do hai góc còn lại đều là góc nhọn, nên cạnh đối diện với nó là cạnh huyền phải dài nhất.

Tương tự, trong tam giác tù, có một góc tù thì hai góc còn lại đều nhọn nên góc tù là góc lớn nhất; vậy cạnh đối diện góc tù là cạnh lớn nhất.

9.4. *HD*. (H.9.13) a) Lấy điểm P sao cho M là trung điểm của AP thì $\Delta AMC = \Delta PMB$ (c-g-c) do $MC = MB$, $MA = MP$, $\widehat{AMC} = \widehat{PMB}$ (góc đối đỉnh). Suy ra $AC = PB$ và $\widehat{MAC} = \widehat{MPB}$. Do $AB > AC$ suy ra $AB > PB$.

Xét tam giác ABP có $AB > PB$ nên $\widehat{MPB} > \widehat{MAB}$, tức là $\widehat{MAC} > \widehat{MAB}$.



Hình 9.13

b) Ta có $\widehat{MAC} > \widehat{MAB}$, $\widehat{DAC} = \widehat{DAB}$. Từ đó suy ra:

$2\widehat{MAC} > \widehat{MAC} + \widehat{MAB} = \widehat{BAC} = \widehat{DAB} + \widehat{DAC} = 2\widehat{DAC}$ nên $\widehat{MAC} > \widehat{DAC}$.

Vậy D thuộc đoạn thẳng MC.

BÀI 32. QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN

9.5. Lấy M, M' thuộc c (M khác M'), kẻ MH, $M'H'$ vuông góc với d thì $MH \parallel M'H'$ (xem hình bên).

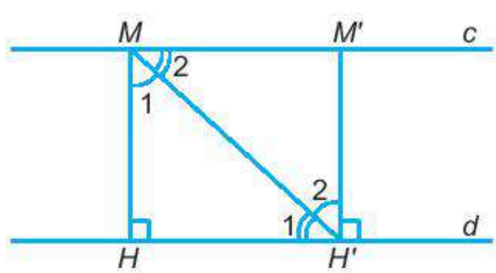
Xét hai tam giác MHH' và $H'M'M$ có:

MH' chung, $\widehat{M_1} = \widehat{H'_2}$ (so le trong),

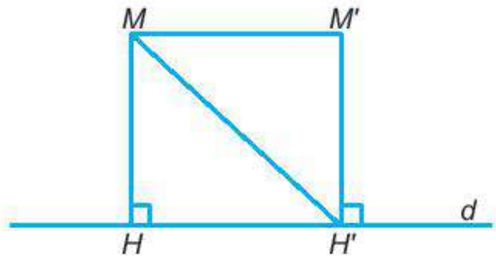
$\widehat{M_2} = \widehat{H'_1}$ (so le trong).

Do đó $\Delta MHH' = \Delta H'M'M$ (g.c.g).

Suy ra $MH = H'M'$ (độ dài MH gọi là khoảng cách từ d đến c).



9.6. *HD* (H.9.14). Kẻ MH, $M'H'$ vuông góc với d thì $MH // M'H'$. Theo giả thiết $MH = M'H'$.



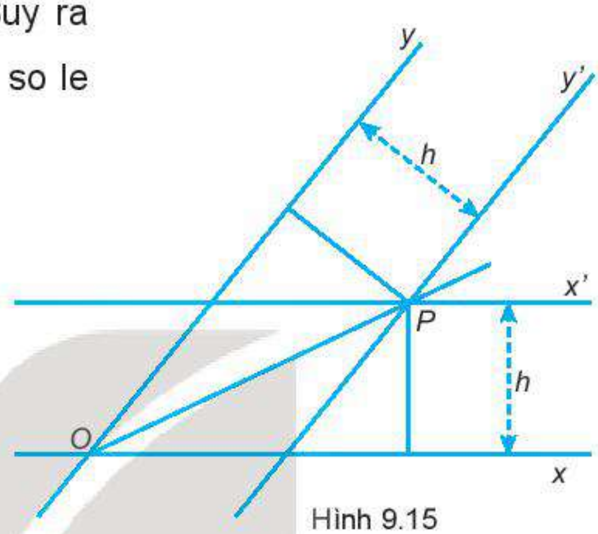
Hình 9.14

Xét hai tam giác MHH' và $H'M'M$ có:

MH' chung, $MH = H'M'$, $\widehat{HMH'} = \widehat{M'H'M}$ (so le trong).

Do đó $\Delta MHH' = \Delta H'M'M$ (g.c.g). Suy ra $\widehat{MH'H} = \widehat{H'MM'}$, hai góc này ở vị trí so le trong nên $MM' // d$.

9.7. *HD*. (H.9.15) Do P thuộc đường thẳng x' nên P cách x khoảng cách h; do P thuộc y' nên P cách y một khoảng là h. Vậy P cách đều hai đường thẳng Ox, Oy. Theo cách dựng, P nằm trong góc xOy. Vậy P nằm trên tia phân giác của góc xOy.



Hình 9.15

9.8. *HD*. Kẻ đoạn thẳng BI vuông góc với đường thẳng AC và đoạn thẳng CK vuông góc với đường thẳng AB. Hai tam giác vuông BCK và CBI bằng nhau (cạnh huyền BC chung, $\widehat{B} = \widehat{C}$ (hai góc ở đáy BC của tam giác cân ABC)). Suy ra $BI = CK$.

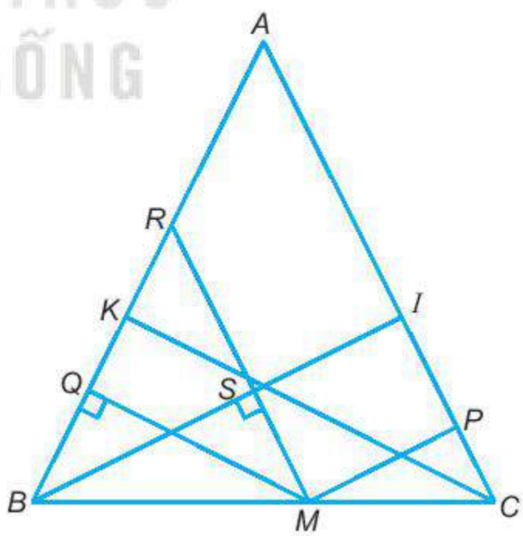
9.9. *HD*. (H.9.16) Khi M trùng B hay C thì tổng khoảng cách đó là BI hay CK; theo Bài 9.8, $BI = CK$.

Khi M khác B, khác C, kẻ MP vuông góc AC, kẻ MQ vuông góc với AB thì tổng khoảng cách đang xét là $MQ + MP$. Qua M kẻ đường thẳng song song với AC, nó cắt AB tại R, cắt BI tại S.

Tam giác RBM cân tại R do hai góc tại B và M bằng nhau. MQ là khoảng cách từ M đến RB, BS là khoảng cách từ B đến RM. Theo Bài 9.8, $BS = MQ$.

Ta có $MR // AC$, MP và SI có độ dài là khoảng cách giữa hai đường thẳng đó nên $MP = SI$.

Suy ra $MP + MQ = BS + SI = BI = CK$.



Hình 9.16

BÀI 33. QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC

9.10. Gọi độ dài ba cạnh tam giác là a, b, c (cm); $a = 4$, $b < 4$, $c < 4$.

Suy ra $a + b + c < 4 + 4 + 4 = 12$.

Mặt khác theo bất đẳng thức tam giác, $b + c > a$, suy ra $a + b + c > 2a = 8$.

9.11. Ta có $AC = b$ (cm) thì $5 - 2 < b < 5 + 2$ tức là $3 < b < 7$. Vì b nguyên nên $b \in \{4; 5; 6\}$.

9.12. a) Theo bất đẳng thức tam giác ta có $3 - 2 < b < 3 + 2$, tức là $1 < b < 5$.

b) Với $1 < b \leq 2$, do $CA \leq AB < BC$ nên $\widehat{B} \leq \widehat{C} < \widehat{A}$;

Với $2 < b \leq 3$, do $AB < CA \leq BC$ nên $\widehat{C} < \widehat{B} \leq \widehat{A}$;

Với $3 < b < 5$, do $AB < BC < CA$ nên $\widehat{C} < \widehat{A} < \widehat{B}$.

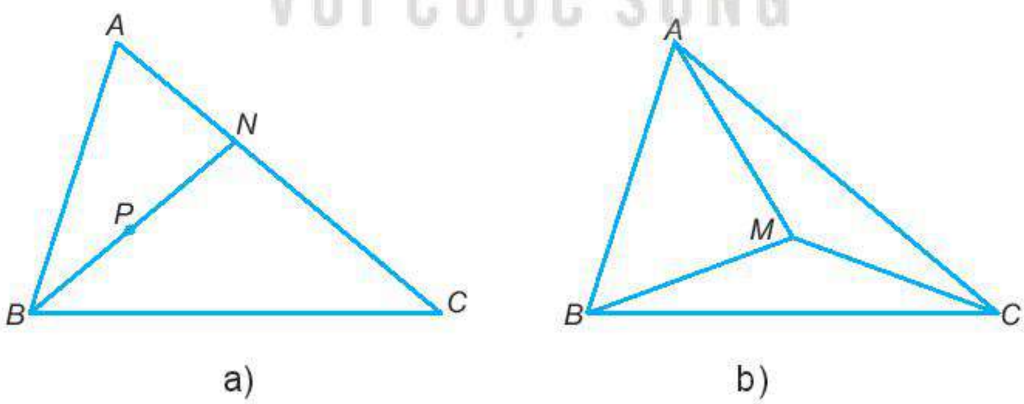
9.13. *HD.* (H.9.17a) a) Đường thẳng BP cắt cạnh AC tại N thì

$AB + AC = (AB + AN) + NC > BN + NC = (PB + NP) + NC$

$= PB + (NP + NC) > PB + PC$.

b) (H.9.17b) Ta có $MA + MB > AB$, $MB + MC > BC$, $MC + MA > CA$ nên ta suy ra được $2(MA + MB + MC) > AB + BC + CA$.

Mặt khác theo a), ta có $AB + AC > MB + MC$, $AC + BC > MA + MB$, $BC + BA > MC + MA$ nên ta suy ra được $2(AB + BC + CA) > 2\,(MA + MB + MC)$.

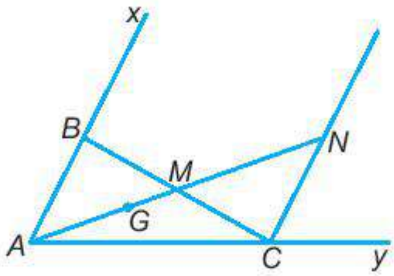


Hình 9.17

BÀI 34. SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN, BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG MỘT TAM GIÁC

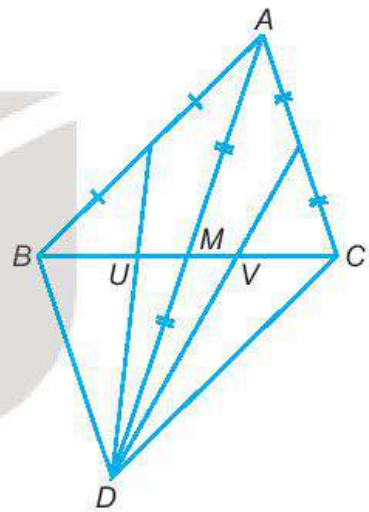
9.14. *HD.* (H.9.18) a) Từ $AN = 2AM$ suy ra $AM = NM$. Ta có $\widehat{MAB} = \widehat{MNC}$ (góc so le trong do $NC \parallel Ax$); $\widehat{AMB} = \widehat{NMC}$ (góc đối đỉnh). Vậy $\Delta ABM = \Delta NCM$ (g.c.g). Suy ra $MB = MC$ hay M là trung điểm của BC. Vậy AM là đường trung tuyến của tam giác ABC.

b) Điểm G nằm trên đường trung tuyến AM của tam giác ABC mà $AG = \dfrac{2}{3}AM$ nên G là trọng tâm của tam giác ABC.



Hình 9.18

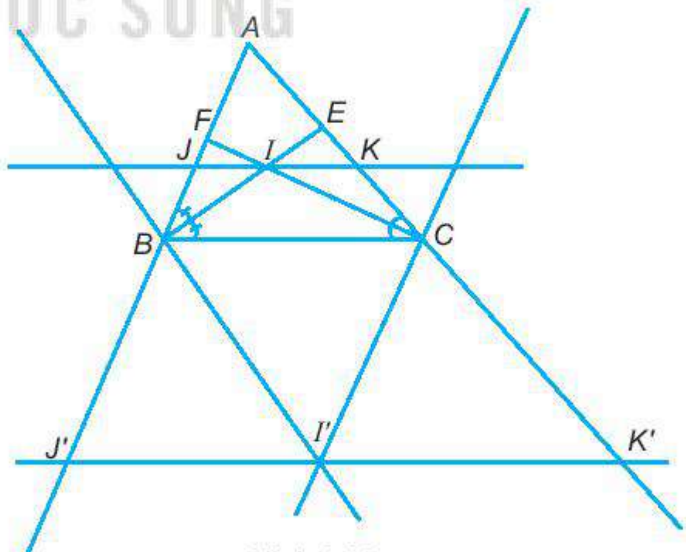
9.15. *HD.* (H.9.19) Đường thẳng BM và đường thẳng DU là hai đường trung tuyến của tam giác ABD nên U là trọng tâm tam giác đó, suy ra $BU = 2UM = \dfrac{2}{3}BM$. Đường thẳng CM và đường thẳng DV là hai đường trung tuyến của tam giác ACD nên V là trọng tâm của tam giác đó, suy ra $VC = 2VM = \dfrac{2}{3}CM$. Do $BM = CM$, nên $UV = UM + VM = \dfrac{2}{3}BM$. Vậy $BU = VC = UV$.



Hình 9.19

9.16. a) Từ tính chất tia phân giác suy ra $\widehat{JBI} = \widehat{JIB}$, do đó ΔBJI cân tại J, suy ra $JI = BJ$. Tương tự, từ tính chất tia phân giác suy ra tam giác KCI cân tại K nên $KI = CK$. Vậy $JK = JI + IK = BJ + CK$.

b) Vì BI' vuông góc với BI, suy ra BI' là tia phân giác của góc tạo bởi BC và tia đối của tia BA (phân giác ngoài tại B). Tương tự như thế, CI' là tia phân giác của góc tạo bởi CB và tia đối của tia CA (phân giác ngoài tại C). Chứng minh tiếp tục tương tự chứng minh câu a).



Hình 9.20

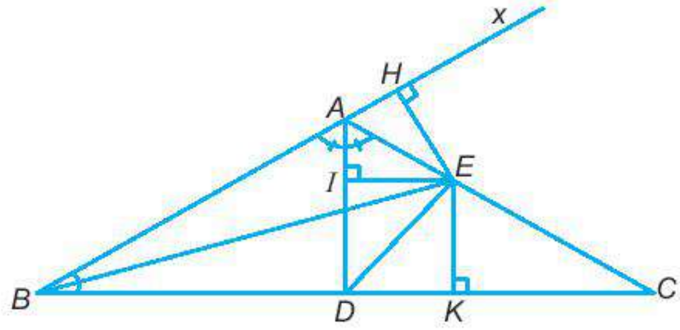
9.17. *HD.* (H.9.21) Gọi Ax là tia đối của tia AB thì ba góc BAD, DAC, CAx có cùng số đo 60°.

Hạ $EH \perp Bx$, $EI \perp AD$, $EK \perp BC$. Ta có :

$EH = EK$ (vì BE là phân giác góc ABC),

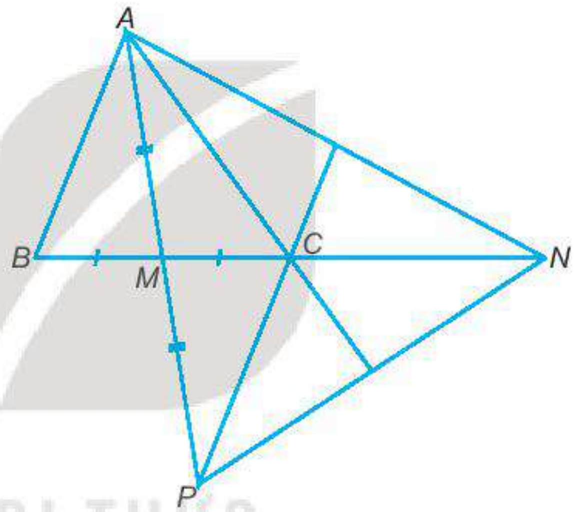
$EH = EI$ (vì AE là phân giác góc DAx).

Suy ra $EK = EI$, hay E nằm trên tia phân giác của góc ADC.



Hình 9.21

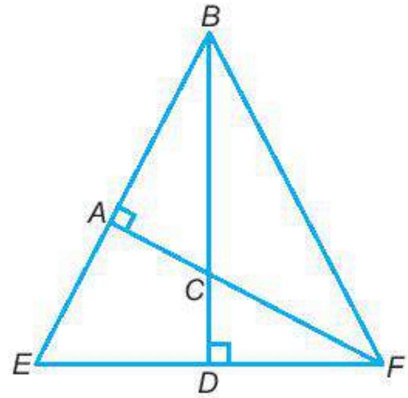
9.18. *HD.* (H.9.22) Trong tam giác ANP, đường NM là trung tuyến mà $NC = BC = 2CM$ nên C là trọng tâm của tam giác ANP. Vậy AC, PC là hai đường trung tuyến của tam giác đó. Vì thế AC đi qua trung điểm của PN và PC đi qua trung điểm của AN.



Hình 9.22

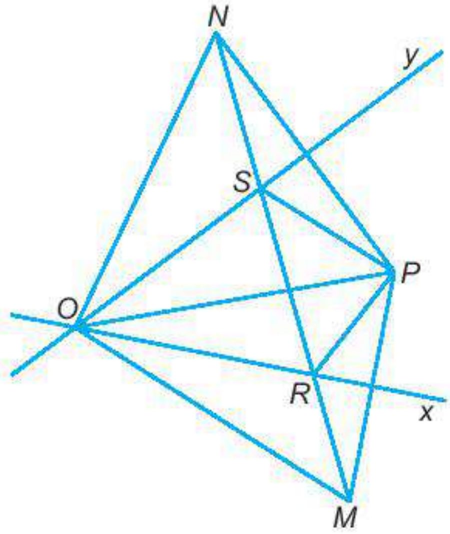
BÀI 35. SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC, BA ĐƯỜNG CAO TRONG MỘT TAM GIÁC

9.19. *HD.* (H.9.23) Trong tam giác BEF, đường cao xuất phát từ B là đường thẳng BD; đường cao xuất phát từ F là đường thẳng FA. Hai đường cao cắt nhau tại C. Vậy C là trực tâm của tam giác BEF.



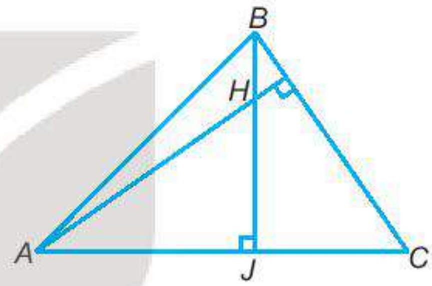
Hình 9.23

9.20. *HD*. (H.9.24) Tam giác OPM là tam giác cân tại O, RPM là tam giác cân tại R nên suy ra $\widehat{OMR} = \widehat{OPR}$. Tam giác OPN là tam giác cân tại O, tam giác SPN là tam giác cân tại S nên suy ra $\widehat{ONS} = \widehat{OPS}$. Vì $OM = OP = ON$ nên tam giác OMN là tam giác cân tại O, do đó $\widehat{OMR} = \widehat{ONS}$. Suy ra $\widehat{OPR} = \widehat{OPS}$, tức PO là tia phân giác của góc RPS.



Hình 9.24

9.21. *HD*. (H.9.25) Gọi BJ là đường cao xuất phát từ B của tam giác ABC thì hai tam giác vuông AHJ và BCJ bằng nhau do các cạnh huyền AH và BC bằng nhau, $\widehat{JAH} = \widehat{JBC}$ (vì cùng phụ với $\widehat{JCB}$). Suy ra $AJ = BJ$. Tam giác JAB vuông tại J nên JAB là tam giác vuông cân.



Hình 9.25

Vậy $\widehat{BAC} = 45^\circ$.

9.22. a) Nếu đường trung trực d của cạnh BC cắt cạnh AC tại điểm M nằm giữa A và C thì $MB = MC$ nên $AC = AM + MC = AM + MB$. Trong tam giác ABM, theo bất đẳng thức tam giác, ta có $AM + MB > AB$. Vậy $AC > AB$.

b) Điều đảo lại cũng đúng: đường trung trực của BC không thể đi qua A vì nếu thế thì $AC = AB$, nên d phải cắt đoạn thẳng AB tại điểm nằm giữa A và B, lúc đó $AB > AC$ (chứng minh tương tự câu a) hoặc phải cắt đoạn thẳng AC tại điểm nằm giữa A và C, lúc đó $AC > AB$. Vì giả thiết $AC > AB$ nên đường trung trực của đoạn thẳng BC phải cắt đoạn thẳng AC tại điểm nằm giữa A và C.

c) Do $MB = MC$ nên $MA + MB = MA + MC$; vì M khác D, trong tam giác AMC theo bất đẳng thức tam giác, ta có $MA + MC > AC = AD + DC = AD + DB$.

ÔN TẬP CHƯƠNG IX

A. Câu hỏi (Trắc nghiệm)

1. C **2.** D

3. D. *HD.* Theo bất đẳng thức tam giác, ta *có* $d < b + b$ tức là $d < 2b$.

4. C. *HD.* $a < b + c$ nên $a + a < a + b + c$.

5. D. *HD.* G là trọng tâm tam giác ABC, xét tam giác GBC có $GB + GC > BC$ tức là $\frac{2}{3}(BM + CN) > BC$. Vậy $BM + CN > \frac{3}{2}BC = 6$.

6. D. *HD.* Từ $\widehat{A} = \widehat{B} + \widehat{C}$ mà $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ suy ra $\widehat{A} = \widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$. Tam giác IBC có

$$\widehat{BIC} = 180^\circ - \left(\frac{\widehat{B}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2}\right) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ.$$

B. Bài tập

9.23. *HD.* a) Tia AD chia góc A thành góc A_1 và góc A_2, chia góc BDC thành góc D_1 và góc D_2, $\widehat{D_1} > \widehat{A_1}$, $\widehat{D_2} > \widehat{A_2}$ nên $\widehat{D} = \widehat{D_1} + \widehat{D_2} > \widehat{A_1} + \widehat{A_2} = \widehat{A}$.

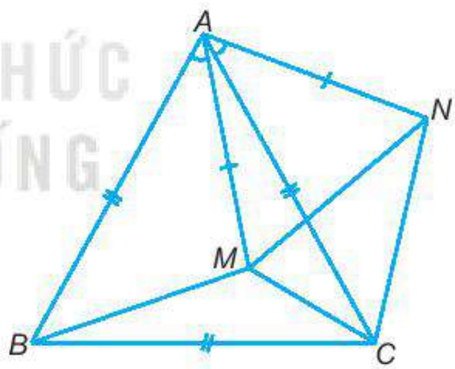
b) Gọi E là giao điểm của BD và AC. Ta có

$AB + AC = AB + AE + EC > BE + EC = BD + DE + EC > BD + DC$.

9.24. *HD.* (H.9.26) a) $\widehat{MAN} = \widehat{MAC} + \widehat{CAN} = \widehat{MAC} + \widehat{MAB} = \widehat{BAC} = 60^\circ$. Tam giác MAN cân tại A, có một góc bằng 60° nên là tam giác đều.

b) $\Delta MAB = \Delta NAC$ (c.g.c).

c) $MN = MA$ (do câu a); $NC = MB$ (do câu b).

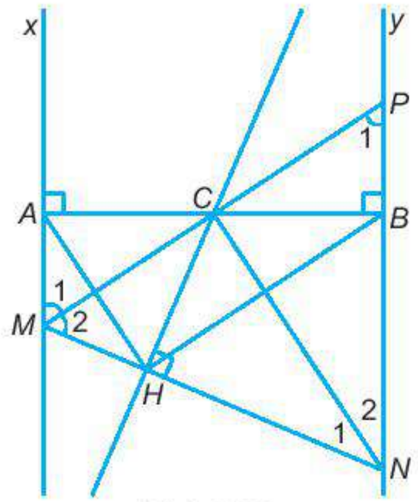


Hình 9.26

9.25. *HD.* a) Đường thẳng EK cắt BC tại H thì $EA = EH$ (E nằm trên đường phân giác của góc B), $EH < EC$ (do EC là cạnh huyền của tam giác EHC) nên $AE < EC$.

b) E là trực tâm của tam giác BCK nên BE vừa là đường phân giác vừa là đường cao xuất phát từ B của tam giác BCK, suy ra tam giác BCK cân tại B, do đó $BC = BK$.

9.26. *HD.* (H.9.27) Hai tam giác vuông AMC và BPC bằng nhau (g.c.g), suy ra $MC = PC$; từ đó CN là đường trung trực của MP. Tam giác NMP có $\widehat{P_1} = \widehat{M_2}$, suy ra $\widehat{M_1} = \widehat{M_2}$ suy ra hai tam giác vuông AMC và HMC bằng nhau (cạnh huyền - góc nhọn), vì vậy $AM = MH$. Cũng do CN là đường trung trực của MP, $\widehat{N_1} = \widehat{N_2}$ suy ra hai tam giác vuông BNC và HNC bằng nhau (cạnh huyền - góc nhọn), vì vậy $BN = HN$. Từ đó:



Hình 9.27

$AM + BN = MH + HN = MN$.

b) Tam giác MAH cân tại M với MC là đường phân giác xuất phát từ đỉnh cân M nên MC là đường trung trực của AH. Tam giác NBH là tam giác cân tại N với NC là đường phân giác xuất phát từ đỉnh cân N nên NC là đường trung trực của BH.

c) Tam giác HAB có trung tuyến HC bằng nửa cạnh AB nên ta chứng minh được HAB là tam giác vuông tại H.

CHƯƠNG X. MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

BÀI 36. HÌNH HỘP CHỮ NHẬT VÀ HÌNH LẬP PHƯƠNG

10.2. *HD*

Thể tích của chiếc hộp là $V = 3^3 = 27$ (cm^3).

Diện tích bìa cứng dùng để làm chiếc hộp là:

$$S = 6 \cdot 3^2 = 54 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

10.3. *HD*

Thể tích của bể chứa là: $V = 2 \cdot 1,5 \cdot 1,2 = 3,6$ (m^3).

Đổi 3,6 m^3 = 3 600 dm^3 = 3 600 l.

Lượng nước lấy ra là: $20 \cdot 45 = 900$ (l).

Lượng nước còn lại trong bể là: $3\,600 - 900 = 2\,700$ (l).

Đổi 2 700 l = 2,7 m^3.

Diện tích đáy bể là: $2 \cdot 1,5 = 3$ (m^2).

Mực nước trong bể cao là: $2,7 : 3 = 0,9$ (m).

10.4. *HD*

Diện tích một mặt của hình lập phương là: $216 : 6 = 36$ (cm^2).

Gọi độ dài cạnh hình lập phương là a. Ta có: $a^2 = 36$ nên $a = 6$ (cm).

Thể tích của hình lập phương là: $V = a^3 = 6^3 = 216$ (cm^3).

10.5. *HD*

a) Thể tích nước đổ vào bể là: $V = 120 \cdot 20 = 2\,400$ (l).

Đổi $2\,400\ l = 2\,400\ dm^3 = 2{,}4$ (m^3).

Chiều rộng của bể là: $2{,}4 : (2 \cdot 0{,}8) = 1{,}5$ (m).

b) Lượng nước khi đầy bể là: $180 \cdot 20 = 3\,600$ (l).

Đổi $3\,600\ l = 3{,}6$ (m^3).

Chiều cao của bể là: $3{,}6 : (2 \cdot 1{,}5) = 1{,}2$ (m).

10.6. *HD*

Tổng thể tích của nước và hòn đá là:

$$V_1 = 10 \cdot 10 \cdot 7 = 700\ (cm^3).$$

Thể tích nước trong bể ban đầu là:

$$V_2 = 10 \cdot 10 \cdot 5 = 500\ (cm^3).$$

Thể tích của hòn đá là:

$$V = V_1 - V_2 = 700 - 500 = 200\ (cm^3).$$

10.7. *HD*. Đổi $500\ l = 500\ dm^3 = 0{,}5\ m^3$.

Lượng nước vòi chảy vào bể trong 8 giờ là: $0{,}5 \cdot 8 = 4$ (m^3).

Gọi c là chiều cao nước trong bể, ta có

$$2 \cdot 3 \cdot c = 4 \text{ nên } c = \frac{2}{3}\ (m).$$

Vậy mực nước trong bể cao $\frac{2}{3}$ m.

10.8. *HD*

Chu vi đáy của hình hộp chữ nhật là: $10\,000 : 50 = 200$ (cm).

Nửa chu vi đáy của hình hộp chữ nhật là: $200 : 2 = 100$ (cm).

Chiều dài của hình hộp chữ nhật là: $(100 + 12) : 2 = 56$ (cm).

Chiều rộng của hình hộp chữ nhật là: $100 - 56 = 44$ (cm).

Thể tích của hình hộp chữ nhật là: $V = 56 \cdot 44 \cdot 50 = 123\,200$ (cm^3).

BÀI 37. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TAM GIÁC VÀ HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TỨ GIÁC

10.10. *HD.* Diện tích đáy của hình lăng trụ là $S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = 25\ (cm^2)$.

Thể tích lăng trụ là $V = S \cdot h = 25 \cdot 15 = 375\ (cm^3)$.

10.11. *HD.* Diện tích xung quanh của hình lăng trụ là $S_{xq} = C \cdot h = 30 \cdot 8 = 240\ (cm^2)$.

10.12. *HD.*

a) Diện tích đáy của lăng kính là $S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2,6 = 3,9\ (cm^2)$.

Thể tích lăng kính thuỷ tinh là $V = S \cdot h = 3,9 \cdot 10 = 39\ (cm^3)$.

b) Diện tích bìa cứng cần dùng là $S_{xq} = (3 + 3 + 3) \cdot 10 = 90\ (cm^2)$.

10.13. *HD.* Diện tích xung quanh của hình lăng trụ là

$$S_{xq} = (5 + 4 + 3) \cdot 8 = 96\ (cm^2).$$

10.14. *HD.* Diện tích hình thang vuông *MNPQ* là

$$S = \frac{1}{2}(MQ + NP)MN = \frac{1}{2}(20 + 10) \cdot 8 = 120\ (cm^2).$$

Thể tích của hình lăng trụ đứng *MNPQ.M'N'P'Q'* là

$$V = S.h = 120 \cdot 15 = 1\ 800\ (cm^3).$$

10.15. *HD.* Thể tích hình lăng trụ đứng *ABC.A'B'C'* là

$$V_1 = S \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 8 = 48\ (cm^3).$$

Thể tích hình hộp chữ nhật là $V_2 = 5 \cdot 6 \cdot 8 = 240\ (cm^3)$.

Thể tích của hình lăng trụ đứng *ABCEF.A'B'C'E'F'* là

$$V = V_1 + V_2 = 48 + 240 = 288\ (cm^3).$$

ÔN TẬP CHƯƠNG X

A. Câu hỏi (Trắc nghiệm)

1. B **2.** D **3.** B **4.** C **5.** C **6.** D **7.** C **8.** B **9.** A **10.** C

B. Bài tập

10.16. Thể tích hình hộp chữ nhật là: $V = 8 \cdot 5 \cdot 6 = 240\ (cm^3)$.

Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật là $S = (8 + 5) \cdot 2 \cdot 6 = 156\ (cm^2)$.

10.17. Diện tích xung quanh của thùng đựng hàng đó là: $(3 + 2) \cdot 2 \cdot 1,8 = 18$ (m^2).

Diện tích hai đáy của thùng đựng hàng là: $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ (m^2).

Diện tích toàn phần của thùng đựng hàng đó là $18 + 12 = 30$ (m^2).

Số kilôgam sơn cần dùng là: $30 : 5 = 6$ (kg).

10.18. Diện tích xung quanh và diện tích đáy bể là:

$$(12 + 5) \cdot 2 \cdot 2,75 + 12 \cdot 5 = 93,5 + 60 = 153,5 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích một viên gạch men là: $20 \cdot 25 = 500$ (cm^2).

Đổi 500 cm^2 = 0,05 m^2.

Số viên gạch men cần dùng là: $153,5 : 0,05 = 3\,070$ (viên).

10.19. Đổi 3,2 m^2 = 320 dm^2.

Diện tích một mặt của hộp thiết bị là: $96 : 6 = 16$ (dm^2). Từ đó suy ra cạnh của hộp thiết bị là 4 dm, vì $4^2 = 16$.

Thể tích một hộp đựng thiết bị là: $4^3 = 64$ (dm^3).

Diện tích một mặt của thùng đựng hàng là: $320 : 5 = 64$ (dm^2). Từ đó suy ra cạnh của thùng đựng hàng là 8 dm vì $8^2 = 64$.

Thể tích thùng đựng hàng là: $8^3 = 512$ (dm^3).

Số hộp thiết bị đựng được trong một thùng là: $512 : 64 = 8$ (hộp).

Cách khác: Từ độ dài cạnh của thùng đựng hàng là 8 dm và độ dài cạnh của hộp thiết bị là 4 dm, ta suy ra thùng xếp được 2 hàng, mỗi hàng 4 hộp thiết bị. Vậy tổng số hộp thiết bị đựng trong thùng là 8 hộp.

10.20.

Thể tích hình lăng trụ đứng tam giác là: $V_1 = \left(\frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 8\right) \cdot 6 = 28,8$ (m^3).

Thể tích hình hộp chữ nhật là: $V_2 = 8 \cdot 6 \cdot 3,8 = 182,4$ (m^3).

Thể tích của nhà kính là: $V = V_1 + V_2 = 28,8 + 182,4 = 211,2$ (m^3).

BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM

1. $-1,5 < -\frac{3}{4} < 0,125 < 1,25$.

HD. Viết các số dưới dạng phân số với mẫu chung là 8:

$$-1,5 = \frac{-12}{8};\ -\frac{3}{4} = \frac{-6}{8};\ 0,125 = \frac{1}{8} \text{ và } 1,25 = \frac{10}{8}.$$

Chia đoạn thẳng đơn vị thành 8 phần bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới. Sau đó, biểu diễn các số hữu tỉ trên trục số.

2. $B = \dfrac{(2^3)^5 + 2^{12}}{2^{15} + (2^6)^3} = \dfrac{2^{15} + 2^{12}}{2^{15} + 2^{18}} = \dfrac{2^{12}(2^3 + 1)}{2^{15}(1 + 2^3)} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$.

3. Gọi x là số trang sách cần tìm.

Ngày thứ nhất, số trang sách Minh đọc được là $\dfrac{1}{4}x$ (trang).

Số trang sách còn lại là: $x - \dfrac{1}{4}x = \dfrac{3}{4}x$ (trang).

Ngày thứ hai, số trang sách Minh đọc được là: $\dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{3}{4}x = \dfrac{9}{20}x$ (trang).

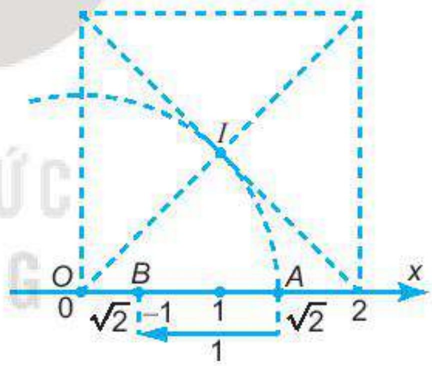
Số trang sách còn lại sau hai ngày đọc là: $\dfrac{3}{4}x - \dfrac{9}{20}x = \dfrac{3}{10}x$ (trang).

Ta có $\dfrac{3}{10}x = 36$, do đó $x = 36 : \dfrac{3}{10} = 120$ (trang).

Vậy cuốn sách Minh đọc có 120 trang.

4. a) $\sqrt{\dfrac{50}{8}} = \dfrac{5}{2}$; b) $1,7(3) > \sqrt{3}$. *HD.* $\sqrt{3} = 1,7320508... < 1,733 < 1,7(3)$.

5. a) *HD.* Gọi A là điểm biểu diễn số $\sqrt{2}$. Khi đó ta có $OA = \sqrt{2}$. Do đó, muốn có điểm B biểu diễn số $\sqrt{2} - 1$, từ điểm A, ta di chuyển 1 đơn vị theo chiều âm như hình vẽ bên.



Bằng dụng cụ học tập, ta có thể xác định điểm B như sau:

- Xác định điểm A biểu diễn số $\sqrt{2}$ (như sách Toán 7, tập một đã hướng dẫn).
- Vẽ cung tròn tâm A, bán kính 1 đơn vị sao cho nó cắt trục số tại một điểm nằm giữa O và A. Đó chính là điểm B cần tìm.

b) Vì $1 < 2$ nên $1 < \sqrt{2}$, nghĩa là $1 - \sqrt{2}$ là số âm. Do đó:

$$|1 - \sqrt{2}| = -(1 - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1.$$

6. Gọi x, y, z (kg) lần lượt là khối lượng giấy vụn thu gom được của ba lớp 7A, 7B và 7C.

Theo đề bài, ta có: $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{4} = \dfrac{z}{5}$ và $x + z - y = 27$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}=\frac{x+z-y}{2+5-4}=\frac{27}{3}=9.$$

Suy ra $x=18$, $y=36$ và $z=45$.

Vậy khối lượng giấy vụn của lớp 7A, 7B và 7C thu gom được lần lượt là 18 kg, 36 kg và 45 kg.

7. Gọi t_1 (giờ) là thời gian xe ô tô khi đi từ A đến B.

Gọi t_2 (giờ) là thời gian xe máy khi đi từ A đến B.

Do hai xe cùng đi quãng đường AB nên thời gian đi tỉ lệ nghịch với vận tốc đi. Do đó, ta có:

$$\frac{t_1}{t_2}=\frac{60}{80}=\frac{3}{4}.$$

Từ đó suy ra $\frac{t_1}{3}=\frac{t_2}{4}$ và theo đề bài, ta có $t_2-t_1=0,5$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{t_1}{3}=\frac{t_2}{4}=\frac{t_2-t_1}{4-3}=\frac{0,5}{1}=0,5.$$

Suy ra $t_1=0,5\cdot 3=1,5$ và $t_2=0,5\cdot 4=2$.

Vậy thời gian để đi từ tỉnh A đến tỉnh B của xe ô tô và xe máy lần lượt là 1,5 giờ và 2 giờ.

Quãng đường AB dài $80\cdot 1,5=120$ (km).

8. a) Ta có:

$[A(x)+B(x)]+[A(x)-B(x)]=(x^3-5x^2-2x+4)+(-x^3+3x^2-2)$

$A(x)+B(x)+A(x)-B(x)=x^3-5x^2-2x+4-x^3+3x^2-2$

$A(x)+A(x)+B(x)-B(x)=(-5x^2+3x^2)-2x+4-2$

$2A(x)=-2x^2-2x+2$

Vậy $A(x)=(-2x^2-2x+2):2=-x^2-x+1$. (1)

Mặt khác theo đề bài, $A(x)+B(x)=x^3-5x^2-2x+4$. Sử dụng (1), ta suy ra

$B(x)=(x^3-5x^2-2x+4)-A(x)=(x^3-5x^2-2x+4)-(-x^2-x+1)$

$B(x)=x^3-5x^2-2x+4+x^2+x-1=x^3-4x^2-x+3.$

Kết quả, ta được:

$A(x)=-x^2-x+1$ là một đa thức bậc hai với hệ số cao nhất là -1, hệ số tự do là 1.

$B(x)=x^3-4x^2-x+3$ là một đa thức bậc ba với hệ số cao nhất là 1, hệ số tự do là 3.

b) $A(-1)=1$; $B(-1)=-1$.

9. a) $F(1) = 0$ và $F(-3) = 0$.

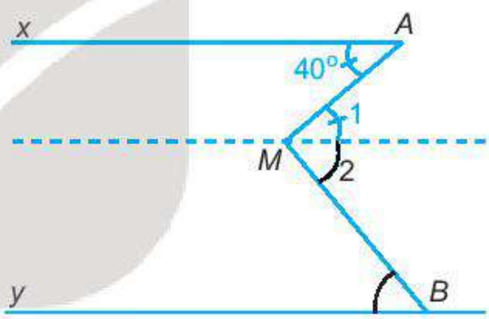
b) Ta có: $G(x) = F(x) : [(x-1)(x+3)]$ hay $G(x) = F(x) : (x^2 + 2x - 3)$.

Ta đặt tính chia:

$$
\begin{array}{r|l}
x^4 - x^3 - 6x^2 + 15x - 9 & x^2 + 2x - 3 \\
\cline{2-2}
-\ \ x^4 + 2x^3 - 3x^2 \qquad\qquad\quad & x^2 - 3x + 3 \\
\cline{1-1}
-3x^3 - 3x^2 + 15x - 9 & \\
-\ \ -3x^3 - 6x^2 + 9x \quad\ & \\
\cline{1-1}
3x^2 + 6x - 9 & \\
-\ \ 3x^2 + 6x - 9 & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Kết quả ta được $G(x) = x^2 - 3x + 3$.

10. 50°.



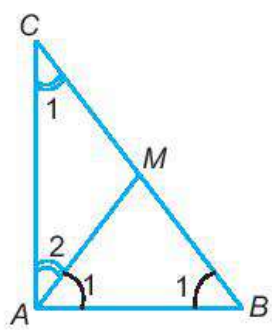
HD. Kẻ thêm đường thẳng đi qua *M* và song song với *Ax*.

Quan sát hình bên, ta có:

$\widehat{xAM} = \widehat{M_1} = 40^\circ$; $\widehat{M_1} + \widehat{M_2} = 90^\circ$ và $\widehat{MBy} = \widehat{M_2}$.

14. *a*, *b*, *c* là ba đường cao của tam giác *ABC* nên chúng đồng quy.

15. a) *HD*. (Xem hình bên) Theo giả thiết, ta có ΔMAB và ΔMAC là hai tam giác cân đỉnh *M*. Từ đó suy ra $\widehat{B_1} = \widehat{A_1}$ và $\widehat{C_1} = \widehat{A_2}$. Mặt khác, tổng các góc trong tam giác *ABC* bằng 180° nên $180^\circ = \widehat{B_1} + \widehat{A_1} + \widehat{C_1} + \widehat{A_2} = 2(\widehat{A_1} + \widehat{A_2})$.



Từ đó suy ra $\widehat{A_1} + \widehat{A_2} = 90^\circ$.

b) *HD*. Vẽ tam giác cân *MAB* rồi kéo dài *BM* về phía *M* đến điểm *C* sao cho *MC* = *BM*. Khi đó tam giác *ABC* vuông tại *A*.

16. a) Biểu đồ 1 biểu diễn số lượt học sinh tham gia các câu lạc bộ từ năm 2016 đến năm 2021.

b) Năm 2017, số lượt học sinh tham gia các câu lạc bộ giảm so với năm 2016. Các năm tiếp theo, số lượt học sinh tham gia các câu lạc bộ đều tăng so với năm trước đó.

c) Bảng thống kê:

Câu lạc bộ	Thể thao	Nghệ thuật	Học tập
Tỉ lệ lượt học sinh tham gia (%)	30	25	45

d) Tổng số lượt học sinh tham gia các câu lạc bộ năm 2020 là 800 (lượt).

Số lượt học sinh tham gia câu lạc bộ Thể thao là: $800 \cdot 30\% = 240$ (lượt).

Số lượt học sinh tham gia câu lạc bộ Nghệ thuật là: $800 \cdot 25\% = 200$ (lượt).

Số lượt học sinh tham gia câu lạc bộ Học tập là: $800 \cdot 45\% = 360$ (lượt).

17. a) Dữ liệu không phải là số và không thể sắp thứ tự.

b) Dữ liệu thu được theo cách thứ nhất không có tính đại diện, còn theo cách thứ hai có tính đại diện cho toàn bộ người dùng dịch vụ của nhà mạng.

18. a) Gọi A là biến cố "Lấy được viên bi màu đỏ".

- Biến cố A có xác suất bằng 1 khi A là biến cố chắc chắn. Khi đó, trong hộp phải đựng toàn viên bi màu đỏ. Điều này nghĩa là trong hộp không có viên bi màu xanh, tức là $n = 0$.
- Biến cố A có xác suất bằng 0 khi A là biến cố không thể. Khi đó, trong hộp phải không có viên bi màu đỏ, tức là $m = 0$.
- Biến cố A có xác suất bằng $\frac{1}{2}$ khi biến cố "Lấy được viên bi màu đỏ" và biến cố "Lấy được viên bi màu xanh" là đồng khả năng. Khi đó, $m = n$.

b) Đánh số 5 viên bi đỏ là D1, ..., D5 và 10 viên bi xanh là X1, X2, ..., X10.

Xét các biến cố sau:

A: "Lấy được một trong năm viên bi D1, ..., D5";

B: "Lấy được một trong năm viên bi X1, ..., X5";

C: "Lấy được một trong năm viên bi X6, ..., X10".

Mỗi viên bi có khả năng lấy được như nhau. Do đó, ba biến cố A, B, C là đồng khả năng. Vì luôn xảy ra duy nhất một trong ba biến cố này nên xác suất của biến cố A là $\frac{1}{3}$.

Vậy xác suất để lấy được viên bi màu đỏ là $\frac{1}{3}$.

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:
Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung: ĐẶNG THỊ MINH THU – NGUYỄN TRỌNG THIỆP
Thiết kế sách: NGUYỄN THÀNH TRUNG
Trình bày bìa: NGUYỄN BÍCH LA
Sửa bản in: NGUYỄN NGỌC TÚ
Chế bản: CTCP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

BÀI TẬP TOÁN 7 - TẬP HAI

Mã số: G1BH7T002H22

In .... cuốn (QĐ .... SLK), khổ 17 x 24cm.
In tại Công ty cổ phần in ....
Số ĐKXB: 520-2022/CXBIPH/18-280/GD
Số QĐXB: .... / QĐ-GD ngày ... tháng ... năm ......
In xong và nộp lưu chiểu tháng .... năm ......
Mã số ISBN: Tập một: 978-604-0-31706-3
Tập hai: 978-604-0-31707-0

HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH

BỘ SÁCH BÀI TẬP LỚP 7 – KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

1. Bài tập Ngữ văn 7, tập một
2. Bài tập Ngữ văn 7, tập hai
3. Bài tập Toán 7, tập một
4. Bài tập Toán 7, tập hai
5. Bài tập Khoa học tự nhiên 7
6. Bài tập Công nghệ 7
7. Bài tập Lịch sử và Địa lí 7, phần Lịch sử
8. Bài tập Lịch sử và Địa lí 7, phần Địa lí
9. Bài tập Mĩ thuật 7
10. Bài tập Âm nhạc 7
11. Bài tập Giáo dục công dân 7
12. Bài tập Tin học 7
13. Bài tập Hoạt động trải nghiệm, hướng nghiệp 7
14. Tiếng Anh 7 – Global Success – Sách bài tập

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
- **Cửu Long:** CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: http://hanhtrangso.nxbgd.vn

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Cào lớp nhũ trên tem để nhận mã số. Truy cập http://hanhtrangso.nxbgd.vn và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.

ISBN 978-604-0-31707-0

9 786040 317070

Giá: 15.000 đ