

NGUYỄN HOÀNG THANH & ĐỖ THỊ TIẾN

KHAI PHÓNG NĂNG LỰC
TOÁN 8

THĂNG LONG BÌNH TÂN

542/8 TỈNH LỘ 10, BÌNH TÂN, HCM

MỤC LỤC

1	Biểu thức đại số	1
1	Đơn thức và đa thức nhiều biến	1
2	Cộng, trừ, nhân hai đa thức nhiều biến	4
3	Chia đa thức cho đơn thức	8
4	Các hằng đẳng thức đáng nhớ	10
5	Phân tích đa thức thành nhân tử	13
6	Phân thức đại số	17
7	Cộng, trừ phân thức	21
8	Nhân, chia phân thức	24
2	Các hình khối trong thực tiễn	27
1	Hình chóp tam giác đều và tứ giác đều	27
3	Định lý Pythagore. Các loại tứ giác thường gặp	31
1	Định lý Pythagore	31
2	Tứ giác	35
3	Hình thang. Hình thang cân. Hình thang vuông	37
4	Hình bình hành	42
5	Hình thoi	45
6	Hình chữ nhật	49
7	Hình vuông	54
4	Một số yếu tố thống kê	58
1	Thu thập và phân loại dữ liệu	58
2	Lựa chọn dạng biểu đồ để biểu diễn dữ liệu	64
3	Phân tích dữ liệu	71
4	Ôn tập cuối chương 4	74
5	Hàm số và đồ thị	78
1	Nhắc lại và bổ sung các khái niệm về hàm số	78
2	Tọa độ một điểm. Đồ thị hàm số	80
3	Hàm số bậc nhất	83
4	Đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$)	85
5	Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$)	87
6	Ôn tập chương 2	91
6	Phương trình	93
1	Phương trình bậc nhất một ẩn và cách giải	93
2	Lập phương trình giải toán	96
7	Định lý Thales	100
1	Định lý Thales	100
2	Định lý đảo và hệ quả của định lý Thales	105
3	Đường trung bình của tam giác	108
4	Tính chất đường phân giác của tam giác	112
8	Tam giác đồng dạng	115
1	Khái niệm hai tam giác đồng dạng	115
2	Các trường hợp đồng dạng của tam giác	118
3	Các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông	124
4	Bài tập tổng hợp	129

9	Một số yếu tố trong xác suất	136
1	Mô tả xác suất bằng tỉ số	136
2	Xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm	139
3	Bài tập cuối chương 9	141

BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

BÀI 1. ĐƠN THỨC VÀ ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

A KHÁI NIỆM

Định nghĩa 1.1. Đơn thức là biểu thức chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc tích giữa các số và các biến.

- Đơn thức gồm hai phần là "phần hệ số và phần biến".
- Tổng lũy thừa phần biến được gọi là bậc của đơn thức.
- Đơn thức thu gọn gồm tích một số với các biến, mà mỗi biến chỉ xuất hiện một lần dưới dạng nâng lũy thừa với số mũ nguyên dương.

Định nghĩa 1.2. Đa thức là một tổng, hiệu của những đơn thức. Trong đó, mỗi đơn thức được gọi là một hạng tử của đa thức đó.

- Đa thức thu gọn là đa thức không chứa hai đơn thức nào đồng dạng.
- Để thu gọn một đa thức, ta nhóm các đơn thức đồng dạng lại với nhau và cộng trừ các hạng tử đồng dạng đó với nhau.
- Trong đa thức thu gọn, bậc của hạng tử cao nhất cũng chính là bậc của đa thức.

B BÀI TẬP

TRẮC NGHIỆM

Câu 1.1. Trong các biểu thức đại số sau, biểu thức nào không phải đơn thức?

- A. 2. B. $5x + 9$. C. x^3y^2 . D. $3x$.

Câu 1.2. Câu nào sau đây đúng?

- A. Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc thấp nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.
 B. Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.
 C. Bậc của đa thức là tổng tất cả các bậc của hạng tử trong đa thức đó.
 D. A, B, C đều sai.

Câu 1.3. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

- A. $2 + x^2y$. B. $-\frac{1}{5}x^4y^5$. C. $\frac{x+y^3}{3y}$. D. $-\frac{3}{4}x^3y + 7x$.

Câu 1.4. Sắp xếp đa thức $4x^2 + x + 7x^4 - 4x^3 - \frac{1}{2}x^5$ theo lũy thừa tăng dần của biến x .

- A. $x + 4x^2 + 7x^4 - 4x^3 - \frac{1}{2}x^5$. B. $x + 4x^2 + 7x^4 - \frac{1}{2}x^5 - 4x^3$.
 C. $x + 4x^2 - \frac{1}{2}x^5 - 4x^3 + 7x^4$. D. $x + 4x^2 - 4x^3 + 7x^4 - \frac{1}{2}x^5$.

Câu 1.5. Bậc của đơn thức $(-2x^3)3x^4y$ là

- A. 3. B. 5. C. 7. D. 8.

Câu 1.6. Bậc của đa thức $xy + xy^5 + x^5yz$.

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 1.7. Bậc của đa thức $2002x^2y^3z + 2x^3y^2z^2 + 7x^2y^3z$.

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 1.8. Thu gọn và tìm bậc của đa thức $12xyz - 3x^5 + y^4 + 3xyz + 2x^5$.

- A. Kết quả là đa thức $-2x^5 + 15xyz + y^4$ có bậc là 4. B. Kết quả là đa thức $-x^5 + 15xyz + y^4$ có bậc là 5.
C. Kết quả là đa thức $-x^5 + 15xyz + y^4$ có bậc là 4. D. Kết quả là đa thức $-2x^5 - 15xyz + y^4$ có bậc là 4.

Câu 1.9. Tính giá trị của biểu thức $M = 5x^2y + 2xy^2 - 3x^2y$ tại $x = 2$ và $y = 2$.

- A. $M = 30$. B. $M = 31$. C. $M = -31$. D. $M = 32$.

Câu 1.10. Thu gọn đa thức $4x^2y + 6x^3y^2 - 10x^2y + 4x^3y^2$.

- A. $14x^2y + 10x^3y^2$. B. $-14x^2y + 10x^3y^2$. C. $6x^2y - 10x^3y^2$. D. $-6x^2y + 10x^3y^2$.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Nhận dạng đơn thức, đa thức, tính giá trị biểu thức

Bài tập 1.1. Hãy cho biết trong các biểu thức sau biểu thức nào là đơn thức, đa thức

- a) $3y^2$, b) x^2y , c) $x^2 - y^2$, d) $2xy + 1$.

Bài tập 1.2. Cho các biểu thức $2x^2$, $x^2 - y + 1$, $\frac{1}{2}x^2yz^3$, $\sqrt{x}$, $\sqrt{2}$, $\frac{x}{y}$

- a) Hãy chỉ ra các đơn thức.
b) Hãy chỉ ra các đa thức và số hạng tử của chúng.

Bài tập 1.3. Tìm hệ số, phần biến và bậc của đơn thức.

- a) $2x^2y$; b) $-\frac{1}{2}xy^2z^3$; c) x^2z^5 ; d) $-xy^2$.

2 Thu gọn đơn thức

 **Lưu ý.**

- Đơn thức thu gọn gồm tích một số với các biến, mà mỗi biến chỉ xuất hiện một lần dưới dạng nâng lũy thừa với số mũ nguyên dương.
- Đơn thức gồm hai phần là "phần hệ số và phần biến".
- Tổng lũy thừa phần biến được gọi là bậc của đơn thức.

Bài tập 1.4. Cho các đơn thức $3xyz$, $-x^3y^2zx^2$, $-2x$, $3yz^2$, $\frac{1}{3}xy^2x^3$

- a) Hãy cho biết đơn thức nào là đơn thức thu gọn? Chỉ ra hệ số và bậc của đơn thức.
b) Hãy thu gọn các đơn thức chưa thu gọn.

Bài tập 1.5. Thu gọn đơn thức sau đây, chỉ ra hệ số và bậc của chúng

- a) $2xy^2x$; b) $12xy^2x^3$; c) $-3xy^2x^3$; d) $-y(2z)y^2$;
e) $-y^3(2z)^2y^2$; f) $5xyz$; g) $-xyz\frac{2}{3}y$; h) $-2x^2\left(-\frac{1}{6}\right)x$;
i) x^3yx ; j) $(2x)^3yx$; k) $5x^2y^4z^3x$; l) $(5x)^2(2y)^3z^3x$.

3 Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng

Bài tập 1.6. Tính giá trị biểu thức sau khi $x = 2$ và $y = 3$

- a) $2xy^2$; b) $x^3 - y^2 + 1$; c) $6xy^2$; d) $x^2 - 4xy + y^2$;
e) $2x^2 - y + 2$; f) $\frac{1}{2}x^2 - 3y^3 + 7$; g) $2x^2 - \frac{1}{3}y^2 + 1$; h) $(2x)^2 - (3y)^2 + 2$.

Lưu ý.

- Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có các hệ số khác 0 và cùng phần biến.
- Để cộng, trừ hai đơn thức đồng dạng ta cộng, trừ các hệ số và giữ nguyên phần biến.

Bài tập 1.7. Mỗi cặp đơn thức sau có phải đồng dạng không? Nếu có hãy tìm tổng và hiệu của chúng

- a) $4x$ và $7x$; b) $2xy$ và $-3xy$; c) $2xyz$ và xyz^2 ; d) $(2xy)^2$ và $-5x^2y^2$;
 e) $4xy^3$ và $7xy^3$; f) xyx và $-3x^2y$; g) $2xy$ và xyz^2 ; h) $(2x)^2y$ và $-5x^2y$.

Bài tập 1.8. Thực hiện phép tính

- a) $2x^2y - 3x^2y$; b) $\frac{1}{2}xy^2 + xy^2$; c) $\frac{1}{2}x^2y - 3x^2y$; d) $\frac{1}{2}x^3y^2 + \frac{1}{3}x^3y^2$.

4 Đa thức thu gọn

Lưu ý.

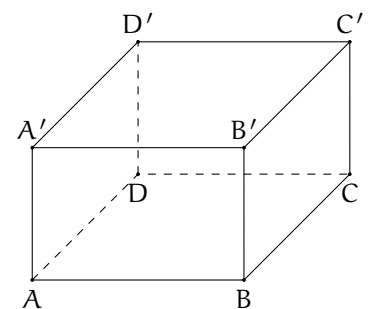
- Đa thức thu gọn là đa thức không chứa hai đơn thức nào đồng dạng.
- Để thu gọn một đa thức, ta nhóm các đơn thức đồng dạng lại với nhau và cộng trừ các hạng tử đồng dạng đó với nhau.
- Trong đa thức thu gọn, bậc của hạng tử cao nhất cũng chính là bậc của đa thức.

Bài tập 1.9. Thu gọn và tìm bậc các đa thức sau

- a) $A = x^3 - 2x + x^2 - 1 + 3x$; b) $B = 2a - 3b + 1 - a - 5 + 2b$;
 c) $F = x - 3 - 4y + 2x - y$; d) $C = x^2y + 3x - xy^2 + xy - 2x^2y - x$;
 e) $D = x - 2y + xy - 3x + y^2$; f) $E = xyz - x^2y + xz - \frac{1}{2}xyz + \frac{1}{2}xz$;
 g) $G = -x^2t + 13t^3 + x^2t + 5t^3 - 4$; h) $H = -x^2t + 13t^3 + xt^2 + 5t^3 - 4$.

Bài tập 1.10. Cho hình hộp chữ nhật có kích thước như hình. Biết $AB = 2x$, $BC = 3y$ và $BB' = z$

- a) Viết biểu thức tính thể tích V và diện tích xung quanh S của hình hộp.
 b) Tính V và S khi $x = 4$, $y = 2$, $z = 1$.



BÀI 2. CỘNG, TRỪ, NHÂN HAI ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

A CÁC QUY TẮC

Quy tắc 2.1. Để cộng, trừ hai đa thức ta thực hiện các bước sau

- Bỏ dấu ngoặc (phía trước dấu ngoặc có dấu trừ thì đổi dấu các hạng tử, phía trước dấu ngoặc có dấu cộng thì giữ nguyên dấu các hạng tử).
- Nhóm các đơn thức đồng dạng lại với nhau;
- Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng.

Quy tắc 2.2. Quy tắc nhân đơn thức với đa thức

- Muốn nhân đơn thức với đa thức, ta lấy đơn thức nhân với từng hạng tử của đa thức rồi cộng lại.
- Công thức: $A(B + C) = AB + AC$.

Quy tắc 2.3. Quy tắc nhân đa thức với đa thức

- Muốn nhân đa thức với đa thức, ta lấy từng đơn thức của đa thức này nhân với đa thức kia rồi cộng lại.
- Công thức: $(A + B)(C + D) = A(C + D) + B(C + D) = AC + AD + BC + BD$.

B BÀI TẬP

1 Cộng trừ hai đa thức

TRẮC NGHIỆM

Câu 2.1. Tìm đa thức M biết $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 10xy - y^2$.

- A. $M = x^2 + 12xy - y^2$. B. $M = x^2 - 12xy - y^2$. C. $M = x^2 - 12xy + y^2$. D. $M = -x^2 - 12xy + y^2$.

Câu 2.2. Đa thức N nào dưới đây đây thỏa mãn $N - (5xy - 9y^2) = 4xy + x^2 - 10y^2$.

- A. $N = 9xy + x^2 - 19y^2$. B. $N = 9xy + x^2 + 19y^2$.
C. $N = -9xy + x^2 + 19y^2$. D. $N = -9xy - x^2 + 19y^2$.

Câu 2.3. Tìm đa thức B sao cho tổng B với đa thức $2x^4 - 3x^2y + y^4 + 6xz - z^2$ là đa thức 0.

- A. $-2x^4 - 3x^2y + y^4 + 6xz - z^2$. B. $-2x^4 + 3x^2y - y^4 - 6xz + z^2$.
C. $-2x^4 - 3x^2y - y^4 - 6xz + z^2$. D. $-2x^4 - 3x^2y + y^4 - 6xz + z^2$.

Câu 2.4. Đa thức nào dưới đây là kết quả của phép tính $4x^3yz - 4xy^2z^2 - yz(xyz + x^3)$

- A. $3x^3yz - 5xy^2z^2$. B. $3x^3yz + 5xy^2z^2$. C. $-3x^3yz - 5xy^2z^2$. D. $5x^3yz - 5xy^2z^2$.

Câu 2.5. Cho $4(18 - 5x) - 12(3x - 7) = 15(2x - 16) - 6(x + 14)$. Kết quả x bằng

- A. 8. B. -8. C. 6. D. -6.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 2.1. Tính $A + B$ và $A - B$, trong các trường hợp sau

- a) $A = 2x^2 - xy$ và $B = x^2 + 3xy - y^2$; b) $A = a + 3b + ab^2$ và $B = a^2b - ab^2 - 2b$;
c) $A = 1 + 3xy - 2x^2y^2$ và $B = x - xy + x^2y^2$;

Bài tập 2.2. Thực hiện phép tính

- a) $x + 2y + (x - y)$; b) $2x - y - (3x - 5y)$;
c) $a^3 - 3ab^2 - b - (-2b + ab^2 - 3a^3)$; d) $u - 3uv^2 - (2u - 2u^2v - 1)$;
e) $3x^2 - 4y^2 + 6xy + 7 + (-x^2 + y^2 - 8xy + 9x + 1)$; f) $4x^2y - 2xy^2 + 8 - (3x^2y + 9xy^2 - 12xy + 6)$.

2 Nhân hai đa thức. Bài toán thu gọn biểu thức**TRẮC NGHIỆM**

Câu 2.6. Tích $(-2xy)^3y$ và $-\frac{1}{4}x^2$ bằng

- A. $-2x^4y^5$. B. $\frac{1}{2}x^5y^4$. C. $2x^5y^4$. D. $-2x^5y^4$.

Câu 2.7. Rút gọn biểu thức $(2x-1)(3x+2)(3-x)$ ta được

- A. $-6x^3+17x^2-x-6$. B. $-6x^3+19x^2+x-6$. C. $-6x^3+19x^2-x+6$. D. $-6x^3+19x^2+x+6$.

Câu 2.8. Cho $A = (3x+7)(2x+3) - (3x-5)(2x+11)$, $B = x(2x+1) - x(x+2) - (x^2-x) + 3$. Chọn khẳng định đúng?

- A. $A = B$. B. $A = 25B$. C. $A = 25B + 1$. D. $A = \frac{B}{2}$.

Câu 2.9. Tìm x biết $(x-2)(x-1) = x(2x+1) + 2$

- A. $x = 0$. B. $x = -4$. C. $x = 0$ hoặc $x = -4$. D. Đáp án khác.

Câu 2.10. Cho biểu thức $C = x(y+z) - y(z+x) - z(x-y)$. Chọn khẳng định đúng

- A. Biểu thức C không phụ thuộc vào $x; y; z$. B. Biểu thức C phụ thuộc vào cả $x; y; z$.
C. Biểu thức C chỉ phụ thuộc vào y . D. Biểu thức C chỉ phụ thuộc vào z .

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 2.3. Tính (rút gọn nếu có thể)

- a) $a(x+y)$. b) $z(2x+3y)$.
c) $x(2xy-z^2)$. d) $x^2(ay-bz^2+1)$.
e) $-4x^5(x^3-4x^2+7x-3)$. f) $3x^4\left(-2x^3+5x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}\right)$.
g) $-5x^2y^4(3x^2y^3-2x^3y^2-xy)$. h) $4x^3y^2(-2x^2y+4x^4-3y^2)$.
i) $\frac{1}{2}x^3y(2x^4y^3-4xy-6)$. j) $\frac{1}{2}x^3y(2x^4y^3-4xy-6)$.
k) $-3x^5y^7\left(\frac{2}{3}x^4y-y^3+\frac{1}{2}\right)$. l) $\frac{3}{5}x^2y\left(-\frac{5}{3}xy-10x+5y\right)$.

Bài tập 2.4. Tính (rút gọn nếu có thể)

- a) $5x^2-3x(x+2)$. b) $-4x^2+2x-4x(x-5)$.
c) $3x^2-x^2-x(2x^2-x+3)$. d) $x^3-5x^2+2x(-x^2+3x-5)$.
e) $-7x^4+5x^3-x^2(-2x^2+3x-1)$. f) $3x^4-4x^3+2x(x^3-2x^2+7x)$.
g) $3x(x-5)-5x(x+7)$. h) $-4x(3x-4)+7x(x-5)$.
i) $4x(x^2-x+1)-x(3x^2-2x-5)$. j) $-x^2(x^2-4x+3)+x(x^2-x^2+x-3)$.
k) $-\frac{5}{6}x\left(\frac{2}{3}x^2y+\frac{3}{4}xy^2-\frac{1}{2}xy\right)$. l) $x^4y^5\left(\frac{7}{3}x^2y^4-\frac{1}{7}x^3y-\frac{5}{14}\right)$.

Bài tập 2.5. Tính (rút gọn)

- a) $(3x+5)(2x-7)$. b) $(-5x+2)(-3x-4)$.
c) $(x-5)(4x-3)$. d) $(x^2-2x-1)(x-3)$.
e) $(x-5)(-x^2+x-1)$. f) $(2x-1)(x^2-5x+3)$.
g) $(-x+4)(-x^2+4x-1)$. h) $\left(\frac{1}{2}x+3\right)(2x^2-4x-6)$.
i) $\left(\frac{3}{2}x-1\right)(-4x^2+2x-6)$. j) $\left(-\frac{2}{3}x+3\right)(3x^2-6x+9)$.

Bài tập 2.6. Tính (rút gọn)

a) $4x^2 - (x + 3)(x - 5) + x.$

c) $x^2 - 2x + 5 - (x - 7)(x + 2).$

e) $x(x - 5) - 3x(x + 1).$

g) $-5x(x - 5) + (x - 3)(x^2 - 7).$

i) $4x(x^2 - x - 1) - (x^2 - 2)(x + 3).$

b) $5x - 3 + (x - 5)(x + 4) - 7.$

d) $-3x + 7x - 9 + (x - 1)(x + 2).$

f) $4x(x^2 - x + 1) - (x - 1)(x^2 - x).$

h) $x(x^2 - 5x + 2) - (x + 3)(x^2 - 2).$

j) $(x - 5)(x + 7) - 7x(x + 3).$

Bài tập 2.7. Tính (rút gọn)

a) $x(x^2 - x - 2) - (x + 5)(x - 1).$

c) $(x - 1)(x + 2) - (x + 5)(x - 2).$

e) $(-x + 5)(x + 3) + (2x - 1)(x + 3).$

g) $(-x - 2)(x + 1) - (x - 5)(-x + 1).$

i) $-4x(x + 3)(x - 4) - 3x(x^2 - x + 1).$

b) $(x - 5)(x + 7) - (x - 4)(x + 3).$

d) $(2x - 3)(x + 4) + (-x + 1)(x - 2).$

f) $(x + 3)(x - 1) - (x - 7)(x - 6).$

h) $5x(x - 3)(x - 1) - 4x(x^2 - 2x).$

j) $-3(x + 4)(x - 7) + 7(x - 5)(x - 1).$

Bài tập 2.8. Rút gọn và tính giá trị các biểu thức

a) $A = (5x - 7)(2x + 3) - (7x + 2)(x - 4)$ tại $x = \frac{1}{2}.$

b) $B = (x - 9)(2x + 3) - 2(x + 7)(x - 5)$ tại $x = \frac{1}{2}.$

c) $C = (-5x + 4)(3x - 2) + (-2x + 3)(x - 2)$ tại $x = -2.$

d) $D = (x - 5)(-3x + 1) - 3(x - 2)(2x - 1)$ tại $x = \frac{1}{3}.$

e) $E = (x - 7)(x + 8) - (x - 5)(x - 2)$ tại $x = -\frac{1}{5}.$

f) $F = -3(x - 8)(2x + 1) - (x + 5)(-3x + 2)$ tại $x = -3.$

3 Tìm x (giải phương trình)**Bài tập 2.9.** Tìm x, biết

a) $5x \left(\frac{1}{5}x - 2 \right) + 3 \left(6 - \frac{1}{3}x^2 \right) = 12.$

c) $5(x^2 - 3x + 1) + x(1 - 5x) = x - 2.$

e) $4x(x - 5) - 7x(x - 4) + 3x^2 = 12.$

g) $-3x(x - 5) + 5(x - 1) + 3x^2 = 4 - x.$

i) $3(5x - 1) - x(x - 2) + x^2 - 13x = 7.$

b) $3x \left(\frac{4}{3}x + 1 \right) - 4x(x - 2) = 10.$

d) $12x^2 - 4x(3x - 5) = 10x - 17.$

f) $4x^2 - 2x + 3 - 4x(x - 5) = 7x - 3.$

h) $7x(x - 2) - 5(x - 1) = 21x^2 - 14x^2 + 3.$

j) $\frac{1}{5}x(10x - 15) - 2x(x - 5) = 12.$

Bài tập 2.10. Tìm x, biết

a) $4x(x - 5) - (x - 1)(4x - 3) = 5.$

c) $(x - 5)(x - 4) - (x + 1)(x - 2) = 7.$

e) $(x - 5)(x - 1) = (x - 1)(x - 2).$

g) $-(x + 3)(x - 4) + (x - 1)(x + 1) = 10.$

i) $(x - 5)(-x + 4) - (x - 1)(x + 3) = -2x^2.$

b) $(3x - 4)(x - 2) = 3x(x - 9) - 3.$

d) $5x(x - 3) = (x - 2)(5x - 1) - 5.$

f) $6(x - 3)(x - 4) - 6x(x - 2) = 4.$

h) $(2x - 1)(x - 2) - (x + 3)(2x - 7) = 3.$

j) $(4x + 1)(x - 3) - (x - 7)(4x - 1) = 15.$

Bài tập 2.11. Tìm x, biết

a) $(x + 1)(x^2 - x + 1) - x(x^2 - 3) = 4.$

c) $(5x - 1)(5x + 1) = 25x^2 - 7x + 15.$

e) $-4x^2(x - 7) + 4x(x^2 - 5) = 28x^2 - 13.$

g) $(3x - 5)(x + 1) - (3x - 1)(x + 1) = x - 4.$

i) $5(x - 3)(x - 7) - (5x + 1)(x - 2) = 8.$

b) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) + x(5 - x^2) = 6x.$

d) $8x(x - 3) - 8(x - 1)(x + 1) = 20.$

f) $(4x - 5)(x + 1) - 4(x - 1)(x + 1) = 7.$

h) $(x - 2)(x + 3) - (x + 4)(x - 7) = 5 - x.$

j) $3(x - 7)(x + 7) - (x - 1)(3x + 2) = 13.$

4 Tính giá trị, chứng minh biểu thức không phụ thuộc vào x  **Lưu ý.***Chứng minh biểu thức không phụ thuộc vào x , nghĩa là khi thu gọn thì mất x .***Bài tập 2.12.** Tính giá trị của biểu thức tại các giá trị x đã chỉ ra

a) $A = 7x(x - 5) + 3(x - 2)$ tại $x = 0, x = -1$.

b) $B = 5 - 4x(x - 2) + 4x^2$ tại $x = 4, x = 3$.

c) $C = 4x^2 - 2x + 3x(x - 5)$ tại $x = -1, x = -2$.

d) $D = -3x^2 + 4x - 5(x - 2)$ tại $x = 1, x = -3$.

e) $E = 4x(2x - 3) - 5x(x - 2)$ tại $x = 2, x = -\frac{1}{2}$.

f) $E = 4x^2(2x - 3) - 5x(x^3 - 2)$ tại $x = 2, x = -2$.

Bài tập 2.13. Chứng minh giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến x

a) $A = x(x - 2) - (x - 1)^2$.

b) $A = -3x(x - 5) + 3(x^2 - 4x) - 3x + 10$.

c) $B = 4x(x^2 - 7x + 2) - 4(x^3 - 7x^2 + 2x - 5)$.

d) $C = 5x(x^2 - x) - x^2(5x - 5) - 15$.

e) $D = 7(x^2 - 5x + 3) - x(7x - 35) - 14$.

f) $E = x^2 - 4x - x(x - 4) - 15$.

Bài tập 2.14. Chứng minh rằng giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến x

a) $5x^2 - (2x + 1)(x - 2) - x(3x + 3) + 7$.

b) $(3x - 1)(2x + 3) - (x - 5)(6x - 1) - 38x$.

c) $(5x - 2)(x + 1) - (x - 3)(5x + 1) - 17(x - 2)$.

d) $-3(x - 4)(x - 2) + x(3x - 18) - 25$.

e) $(4x - 5)(x + 2) - (x + 5)(x - 3) - 3x^2 - x$.

f) $(x - 3)(x + 7) - (2x - 1)(x + 2) + x(x - 1)$.

g) $(7x - 3)(2x + 1) - (5x - 2)(x + 4) - 9x^2 + 17x$.

h) $-2(x - 7)(x + 3) + (5x - 1)(x + 4) - 3x^2 - 27x$.

i) $(6x - 5)(x + 8) - (3x - 1)(2x + 3) - 9(4x - 3)$.

j) $(8x - 1)(x + 7) - (x - 2)(8x + 5) - 11(6x + 1)$.

BÀI 3. CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

A CÁC QUY TẮC

Quy tắc 3.1. Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (trường hợp A chia hết cho B) ta làm như sau:

- Chia hệ số của A cho hệ số của B.
- Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa của từng biến đó trong B.
- Nhân các kết quả vừa tìm được với nhau.

Quy tắc 3.2. Muốn chia đa thức A cho đơn thức B (trường hợp các hạng tử của đa thức A đều chia hết cho đơn thức B) ta chia mỗi hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả với nhau.

B BÀI TẬP

1 Chia đa thức cho đơn thức

➡ TRẮC NGHIỆM ◀

Câu 3.1. Kết quả của phép chia $(2x^3 - x^2 + 10x) : x$ bằng

- A. $x^2 - x + 10$. B. $2x^2 - x + 10$. C. $2x^2 - x - 10$. D. $2x^2 + x + 10$.

Câu 3.2. Thực hiện phép tính $(15x^3y^3 - 10x^2y^3 + 25x^2y^2) : 5x^2y^2$.

- A. $3xy + 2y + 5$. B. $3xy - 2y + 5$. C. $3xy + 2x + 5$. D. $3xy - 2x + 5$.

Câu 3.3. Làm tính chia $(2x^2z^5 - y^3z^3 + 4z^6) : z^3$.

- A. $2x^2z^2 - y^3 + 4z^3$. B. $2x^2z^2 - y^3z + 4z^3$. C. $2x^2z^2 - y^3 + 4z^3 + 1$. D. Đáp án khác.

Câu 3.4. Tính giá trị biểu thức $D = (15xy^2 + 18xy^3 + 16y^2) : 6y^2 - 7x^4y^3 : x^4y$ tại $x = \frac{2}{3}; y = 1$.

- A. $-\frac{28}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 3.5. Tính $(27x^3 + 27x^2 + 9x + 1) : (3x + 1)^2$

- A. $(3x + 1)^2$. B. $3x + 1$. C. $3x - 1$. D. $(3x + 1)^3$.

↔ BÀI TẬP TỰ LUẬN ↔

Bài tập 3.1. Chia hai đơn thức

 **Lưu ý.**

Câu nhớ "Hệ số chia hệ số, biến số chia biến số".

- | | | | |
|-------------------------|----------------------------|--|---|
| a) $5^3 : 5^2$. | b) $x^5 : x^2$. | c) $(-x)^3 : x^2$. | d) $(-x)^{10} : x^5$. |
| e) $15x^3 : 3x$. | f) $15x^3y^2 : 3xy$. | g) $15x^3y^2 : 5x^2y$. | h) $12x^3y : 9x^2$. |
| i) $15x^3y^2z : 3xyz$. | j) $(xy)^{10} : 3x^2y^5$. | k) $\frac{1}{3}x^3y^2z^5 : 3x^2yz^3$. | l) $\frac{1}{6}x^5y^2z^5 : x^5y^2z^3$. |

Bài tập 3.2. Tính giá trị tại $x = 1$ và $y = 2$ trong các biểu thức sau

- a) $P = 12x^4y^3 : (-9xy)^2$. b) $P = 15x^4y^3z : (xy)^2z$.

Bài tập 3.3. Thực hiện phép tính

 **Lưu ý.**

Muốn chia đa thức $P(x)$ cho đơn thức $Q(x)$, ta lấy từng hạng tử của đa thức $P(x)$ chia cho $Q(x)$ rồi cộng lại.

- a) $(x^2 + x) : x$. b) $(x^2 + 3x) : x$. c) $(x^5 + x^7 + x) : x$. d) $(x^2 + x^4) : x^2$.
 e) $(x^2 - 2x^3) : x^2$. f) $(x^3 + 3x^5) : x^3$. g) $(x^5 + x^7 + x^4) : x^3$. h) $(x^2y + x^3y^2) : xy$.
 i) $(x^2y^3 + x^3y^2) : x^2y^2$. j) $(x^5y^6 - x^3y^4) : x^2y^3$. k) $(2x^2y^7 + 3x^3y^2) : x^3y^2$. l) $(x^5y^3 - 5x^3y^7) : x^3y^3$.

Bài tập 3.4. Thực hiện phép tính

- a) $(2x^4 + 4x^3 - x^6) : 2x^3$; b) $(x^8y^8 + 2x^5y^5 + 7x^3y^3) : (-x^2y^2)$;
 c) $\left(2x^5y^3 - 5x^3y^5 + \frac{3}{4}x^3y^3\right) : \frac{2}{3}xy$; d) $(9x^2y^4z - 12x^3y^2z^4 - 4xy^3z^2) : xyz$;
 e) $(3y^5 + 2y^7 - 4y^4) : 6y^3$; f) $(2x^2y^4 + 3x^5y^6 - 5x^7y^2) : (-xy)$;
 g) $\left(\frac{2}{5}x^4y^6 + 2x^2y^4 - \frac{1}{5}x^4y^2\right) : \frac{4}{5}x^2y^2$; h) $(3x^3y^2z^2 + 5x^4y^5z^3 + 6x^6y^4z^7) : x^3yz^2$.

Bài tập 3.5. Không làm phép tính chia, hãy xét xem đa thức A có chia hết cho đơn thức B hay không:

- a) $A = 4x^2y^3 - 6xy^2 + 2y^5$, $B = 5y^2$; b) $A = \frac{12}{5}x^6y^3 + 5,1x^4y^7 - \frac{2}{3}xy^2$, $B = 3xy^2$;
 c) $A = 2x^3y + 3x^2y^2 + 5xy^2$, $B = y^2$. d) $A = x^2y^4 + 2x^2y^2 + 5x^4$, $B = 7x^2$;
 e) $A = \frac{5}{6}x^6y^5 - 3,3x^3y^3 + \frac{7}{2}x^6y^2$, $B = \frac{1}{2}x^2y^2$; f) $A = 5xy^2 + 4x^3y^4 + 3x^5y^6$, $B = x^2$.

BÀI 4. CÁC HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

A CÁC ĐỊNH LÝ

1 Hằng đẳng thức bậc 2

Định lý 4.1.

- $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.
- $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$.
- $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$.

2 Hằng đẳng thức bậc 3

Định lý 4.2.

- $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$.
- $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$.
- $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$.
- $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$.

B BÀI TẬP

1 Hằng đẳng thức bậc hai

➡ TRẮC NGHIỆM ➡

Câu 4.1. Chọn câu đúng.

- A. $(A - B)(A + B) = A^2 + 2AB + B^2$.
C. $(A - B)(A + B) = A^2 - 2AB + B^2$.

- B. $(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$.
D. $(A - B)(A + B) = A^2 + B^2$.

Câu 4.2. Khai triển $(3x - 4y)^2$ ta được

- A. $9x^2 - 24xy + 16y^2$. B. $9x^2 - 12xy + 16y^2$. C. $9x^2 - 24xy - 16y^2$. D. $9x^2 - 6xy + 16y^2$.

Câu 4.3. Chọn câu sai.

- A. $(x + 2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$.
C. $(x - 2y)^2 = x^2 - 4y^2$.

- B. $(x - 2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$.
D. $(x + 2y)(x - 2y) = x^2 - 4y^2$.

Câu 4.4. Khai triển $4x^2 - 25y^2$ ta được

- A. $(4x - 5y)(4x + 5y)$. B. $(4x - 25y)(4x + 25y)$. C. $(2x - 5y)(2x + 5y)$. D. $(4x - 5y)^2$.

Câu 4.5. Biểu thức $\frac{1}{4}x^2y^2 + xy + 1$ bằng

- A. $\left(\frac{1}{4}xy + 1\right)^2$. B. $\left(\frac{1}{2}xy + 1\right)^2$. C. $\left(xy + \frac{1}{2}\right)^2$. D. $\left(\frac{1}{2}xy - 1\right)^2$.

↔ BÀI TẬP TỰ LUẬN ↔

Bài tập 4.1. Bổ sung vào dấu ... số thích hợp để được hằng đẳng thức đúng

- a) $(u + v)^2 = u^2 + \dots uv + v^2$; b) $(1 + 2x)^2 = 1 + \dots x + x^2$;
c) $(3y - 1)^2 = \dots y^2 - \dots y + 1$; d) $(x - 2y)^2 = x^2 - 4xy + \dots y^2$;
e) $(y - 3z)^2 = y^2 - \dots yz + 9z^2$; f) $x^2 - 4y^2 = (x - \dots y)(x + \dots y)$.

Bài tập 4.2. Khai triển hằng đẳng thức

- a) $(x + 3)^2$. b) $(3 - x)^2$. c) $(x - 1)^2$. d) $(1 - x)^2$.
e) $(2x + 3)^2$. f) $(3x + 2y)^2$. g) $(x + 3y)^2$. h) $(5x + 1)^2$.

- i) $(4x + 2y)^2$. j) $(5x + y)^2$. k) $(1 + 5y)^2$. l) $(a + b + c)^2$.
 m) $(x + y + z)^2$. n) $(3a - 1)^2$. o) $(a - 2)^2$. p) $(1 - 5a)^2$.

Bài tập 4.3. Khai triển các hằng đẳng thức sau

- a) $(3a - 2b)^2$. b) $(4 - 3a)^2$. c) $(5a - 4b)^2$. d) $\left(x + \frac{1}{2}y\right)^2$.
 e) $\left(\frac{9x}{8} + \frac{7y}{9}\right)^2$. f) $\left(2x + \frac{3y}{4}\right)^2$. g) $\left(\frac{8x}{11} + \frac{5y}{3}\right)^2$. h) $\left(-\frac{x}{2} + \frac{3y}{7}\right)^2$.
 i) $\left(\frac{4x}{5} + \frac{y}{2}\right)^2$. j) $\left(\frac{12x}{11} + \frac{3y}{4}\right)^2$. k) $\left(\frac{4x}{7} + \frac{3y}{2}\right)^2$. l) $\left(\frac{10x}{7} + \frac{y}{3}\right)^2$.

Bài tập 4.4. Khai triển hằng đẳng thức

- a) $(2x^2 - y)^2$. b) $(3x^2 - 2y^3)^2$. c) $(x^3 - y^2)^2$. d) $[(a + b) - 1]^2$.
 e) $[a + (b - 1)]^2$. f) $[(a + b) - c]^2$. g) $(a - b + c)^2$. h) $(a - b - c)^2$.

Bài tập 4.5. Hãy viết biểu thức sau về dạng tổng, hiệu các bình phương

- a) $x^2 + 4x + 4$; b) $x^2 - 4x + 4$; c) $4x^2 - 4x + 1$; d) $4x^2 + 4x + 1$;
 e) $x^2 + 14x + 49$; f) $x^2 - 14x + 49$; g) $x^2 - 6x + 9$; h) $x^2 - 6x + 9$;
 i) $x^2 + x + \frac{1}{4}$; j) $x^2 - x + \frac{1}{4}$; k) $\frac{1}{4}x^2 - x + 1$; l) $\frac{1}{4}x^2 + x + 1$;
 m) $x^2 + 2xy + y^2$; n) $x^2 - 4xy + 4y^2$; o) $x^2 - 6xy + 9y^2$; p) $x^2 - 6xz + 9z^2$.

Bài tập 4.6. Viết các biểu thức sau về dạng $(a - b)(a + b)$

- a) $x^2 - a^2$. b) $x^2 - 4$. c) $4x^2 - 1$. d) $9x^2 - 16$.
 e) $25a^2 - b^2$. f) $16x^2 - 4b^2$. g) $x^2 - 4y^2$. h) $4a^2 - 9$.
 i) $9x^2 - y^2$. j) $\frac{1}{4}x^2 - 1$. k) $\frac{1}{9}y^2 - 4$. l) $a^4 - 1$.

Bài tập 4.7. Khai triển hằng đẳng thức về dạng $a^2 - b^2$

- a) $(x - 1)(x + 1)$. b) $(2x - 1)(2x + 1)$. c) $(2x - 3)(2x + 3)$. d) $(3x - 2)(3x + 2)$.
 e) $(5a - 3b)(5a + 3b)$. f) $(3x + 1)(3x - 1)$. g) $(5x^2 - 2)(5x^2 + 2)$. h) $\left(2a + \frac{1}{2}\right)\left(2a - \frac{1}{2}\right)$.
 i) $(3x^2 - y)(3x^2 + y)$. j) $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{2}x + 1\right)$. k) $\left(5x - \frac{3}{2}\right)\left(5x + \frac{3}{2}\right)$. l) $(2a^2 - 7)(2a^2 + 7)$.

2 Tìm x (giải phương trình)

Bài tập 4.8. Tìm x trong các câu sau

- a) $(x - 1)^2 - (x - 1)(x + 1) = 0$; b) $(x + 3)^2 - (x - 1)^2 = 0$;
 c) $x^2 - (x - 1)^2 = 3$; d) $(x + 3)(x + 3) - 2 = (x - 1)^2$;
 e) $3(x + 2)^2 - (x - 1)(x + 1) = 2(x - 3)^2$; f) $3(x - 1)^2 - (x - 4)(x + 5) = 2(x + 3)^2$;

3 Khai triển hằng đẳng thức bậc ba

TRẮC NGHIỆM

Câu 4.6. Tính giá trị của biểu thức $A = 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$ tại $x = 2$ và $y = -1$.

- A. 1. B. 8. C. 27. D. -1.

Câu 4.7. Cho biểu thức $B = x^3 - 6x^2 + 12x + 10$. Tính giá trị của B khi $x = 1002$.

- A. 1000^3 . B. $1000^3 + 18$. C. 1000. D. $1000^3 - 2$.

Câu 4.8. Điền vào chỗ trống $\dots = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$.

- A. $1 - 8x^3$. B. $1 - 4x^3$. C. $x^3 - 8$. D. $8x^3 - 1$.

Câu 4.9. Kết quả của tích $(a^2 + 2a + 4)(a - 2)$ bằng

- A. $(a - 2)^2$. B. $(a + 2)^2$. C. $a^3 + 8$. D. $a^3 - 8$.

Câu 4.10. Viết biểu thức $(x - 3y)(x^2 + 3xy + 9y^2)$ dưới dạng hiệu của hai lập phương.

- A. $x^3 + (3y)^3$. B. $x^3 + (9y)^3$. C. $x^3 - (3y)^3$. D. $x^3 - (9y)^3$.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

Bài tập 4.9. Bổ sung vào dấu ... số thích hợp để được hằng đẳng thức đúng

- a) $(x - b)^3 = x^3 - \dots x^2b + \dots xb^2 - x^3$; b) $(x - 2b)^3 = x^3 - \dots x^2b + \dots xb^2 - x^3$;
c) $(x + 2)^3 = x^3 + \dots x^2 + \dots x + \dots$; d) $(x + 3)^3 = x^3 + \dots x^2 + \dots x + \dots$

Bài tập 4.10. Khai triển hằng đẳng thức

- a) $(a + 1)^3$. b) $(a + 2)^3$. c) $(x + 1)^3$. d) $(x + 2)^3$.
e) $(x + 3)^3$. f) $(x + 4)^3$. g) $(2x + 3y)^3$. h) $(3x + 1)^3$.
i) $(5x + 1)^3$. j) $(4x + 2y)^3$. k) $(a - 1)^3$. l) $(a - 2)^3$.
m) $(x - 3)^3$. n) $(x - 4)^3$. o) $(x - 5)^3$. p) $(2x - 3y)^3$.
q) $(x^2 - 2y)^3$. r) $(2x^2 - 3y)^3$. s) $(4 - 4y^2)^3$. t) $(3x^2 - 2y^2)^3$.

Bài tập 4.11. Viết biểu thức sau về dạng lập phương của tổng hoặc hiệu

- a) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$; b) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$; c) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$; d) $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$;
e) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$; f) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$; g) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$; h) $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$.

Bài tập 4.12. Khai triển hằng đẳng thức sau

- a) $x^3 - 8$; b) $8x^3 - 1$; c) $x^3 + 27$; d) $8x^3 + 1$;
e) $x^3 - 8y^3$; f) $8x^3 - 27y^3$; g) $x^3 - \frac{1}{8}$; h) $\frac{1}{8}x^3 + 1$.

Bài tập 4.13. Viết biểu thức sau về dạng tổng, hiệu hai lập phương

- a) $(x - 1)(x^2 + x + 1)$. b) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$. c) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$. d) $(x - 4)(x^2 + 4x + 16)$.
e) $(x - 5)(x^2 + 5x + 25)$. f) $(x - 6)(x^2 + 6x + 36)$. g) $(x^2 - 2)(x^4 + 2x^2 + 4)$. h) $(x^3 - 2)(x^6 + 2x^3 + 4)$.
i) $(x + 1)(x^2 - x + 1)$. j) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$. k) $(x + 4)(x^2 - 4x + 16)$. l) $(x + 5)(x^2 - 5x + 25)$.
m) $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right)$. n) $\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x^2 - \frac{x}{3} + \frac{1}{9}\right)$. o) $(x^2 + 2)(x^4 - 2x^2 + 4)$. p) $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$.

BÀI 5. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

A QUY TẮC

Quy tắc 5.1. Phân tích đa thức thành nhân tử nghĩa là ta biến đổi đa thức đó về dạng tích các đa thức hoặc đa thức và đơn thức. Các kĩ thuật thường được sử dụng là đặt thừa số chung, nhóm hạng tử, ...

B BÀI TẬP

TRẮC NGHIỆM

Câu 5.1. Phân tích đa thức $x^2 - 6x + 8$ thành nhân tử ta được

- A. $(x - 4)(x - 2)$. B. $(x - 4)(x + 2)$. C. $(x + 4)(x - 2)$. D. $(x - 4)(2 - x)$.

Câu 5.2. Phân tích đa thức $x^2 - 7x + 10$ thành nhân tử ta được

- A. $(x - 5)(x + 2)$. B. $(x - 5)(x - 2)$. C. $(x + 5)(x + 2)$. D. $(x - 5)(2 - x)$.

Câu 5.3. Phân tích $(a^2 + 9)^2 - 36a^2$ thành nhân tử ta được

- A. $(a - 3)^2(a + 3)^2$. B. $(a + 3)^4$.
C. $(a^2 + 36a + 9)(a^2 - 36a + 9)$. D. $(a^2 + 9)^2$.

Câu 5.4. Phân tích $x^3 + x^2 - 4x - 4$ thành nhân tử.

- A. $(x - 2)(x + 2)(x + 1)$. B. $(x - 1)(x + 1)(x + 4)$. C. $(x + 4)(x - 1)(x + 2)$. D. $(x - 4)(x - 1)(x + 1)$.

Câu 5.5. Đa thức $25 - a^2 + 2ab - b^2$ được phân tích thành

- A. $(5 + a - b)(5 - a - b)$. B. $(5 + a + b)(5 - a - b)$. C. $(5 + a + b)(5 - a + b)$. D. $(5 + a - b)(5 - a + b)$.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Phương pháp đặt thừa số chung

 **Lưu ý.**

Công thức đặt thừa số chung $AB + AC = A(B + C)$.

Bài tập 5.1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| a) $2a + 2b$. | b) $xy - x$. | c) $ax + a$. |
| d) $-2ax - 4ay$. | e) $3a - 6b - 9c$. | f) $-4a - 8b - 12c$. |
| g) $-5x - 10xy - 15y$. | h) $-7a - 14ab - 21b$. | i) $6xy - 12x - 18y$. |
| j) $8xy - 24y + 16x$. | k) $9ab - 18a + 9$. | l) $mx + my + m$. |
| m) $-ax - ay - a$. | n) $-ax^2 - ax - a$. | o) $2ax - 2ay + 2a$. |
| p) $4ax - 2ay - 2$. | q) $5a - 10ax - 15a$. | r) $-2a^2b - 6ab^2 - 6ab$. |

Bài tập 5.2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

- | | | |
|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| a) $5a^2(x - y) + 10(x - y)a$. | b) $-2ab(x - y) - 4a(x - y)$. | c) $3a(x - y) + 2(x - y)$. |
| d) $m(a - b) + m^2(a - b)$. | e) $mx(a + b) - m(a + b)$. | f) $x(a - b) - y(b - a)$. |
| g) $a(x - 1) + b(1 - x)$. | h) $2a(x + 2) + a^2(-x - 2)$. | i) $ab(x - 5) - a^2(5 - x)$. |
| j) $2a^2(x - y) - 4a(y - x)$. | k) $3ab(x - 4) + 9a(4 - x)$. | l) $-2a^2(x - 1) + 4a(1 - x)$. |

Bài tập 5.3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

- a) $a(x-3) - a^2(3-x)$. b) $2xy(a-1) - 4x^2y(1-a)$. c) $5x^2y(x-7) - 5xy(7-x)$.
d) $3ab(x-y) + 3a(y-x)$. e) $4a(x-5) - 2(5-x)$. f) $-3a(x-3) - a^2(3-x)$.
g) $2a^2b(x+y) - 4a^3b(-x-y)$ h) $7a(x-2y) - 14a^2(2y-x)$ i) $x^{m+1} - x^m$.
j) $x^{m+1} + x^m$. k) $x^{m+2} - x^m$. l) $x^{m+2} + x^m$.

2 Phương pháp nhóm hạng tử

 Lưu ý.

Dạng bài tập này, thừa số chung thường là một biểu thức ngắn.

Bài tập 5.4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

- a) $2a(x+y) - 4(x+y)$. b) $3a(x+y) - 6ab(x+y)$. c) $5ax - 15ay + 20a$.
d) $mxy - m^2x + my$. e) $2mx - 4m^2xy + 6mx$. f) $a^2b - 2ab^2 + ab$.
g) $5a^2b - 2ab^2 + ab$. h) $3a^2x - 6a^2y + 12a$. i) $12x^3y - 6xy + 3x$.
j) $2axy - 4a^2xy^2 + 6a^3x^2$. k) $5a^2xy - 10a^3x - 15ay$. l) $-3x^2y^3 - 6x^3y^2 - x^2y^2$.
m) $5x^2y^4 - 10x^2y^2 + 5x^2y^2$. n) $-2x^3y^4 - 4x^4y^3 + 2x^3y^3$. o) $4x^3y^2 - 8x^2y^3 + 12x^4$.

Bài tập 5.5. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

- a) $x(a-b) + a-b$. b) $x(a+b) + a+b$. c) $m(x+y) + x+y$.
d) $m(x-y) + x-y$. e) $x+y+a(x+y)$. f) $x-y-a(x-y)$.
g) $a-b-x(b-a)$. h) $x(a+b)-a-b$. i) $a(x-y)-x+y$.
j) $a(x+y)-x-y$. k) $a(x-y)-x+y$. l) $-a-b+x(a+b)$.
m) $x(a-b)-a+b$. n) $ax+ay+2y+2y$. o) $ax+ay+bx+by$.

3 Kỹ thuật dùng hằng đẳng thức

Bài tập 5.6. Phân tích các đa thức thành nhân tử

- a) $a^2 - 4b^2$. b) $4a^2 - b^2$. c) $a^2 - 25$. d) $25a^2 - 1$.
e) $a^2 - 9$. f) $9a^2 - 1$. g) $121 - a^2$. h) $64a^2 - 9$.
i) $81a^2 - 25$. j) $144a^2 - 81$. k) $36a^2 - 49b^2$. l) $196a^2 - 4b^2$.
m) $25a^2 - 49b^4$. n) $100a^2 - 9b^4$. o) $a^4 - 4b^2$. p) $\frac{1}{4}a^2 - b^2$.
q) $\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{9}b^2$. r) $\frac{4}{9}a^4 - \frac{25}{4}$. s) $25a^2 - \frac{1}{4}b^2$. t) $\frac{1}{25} - 36x^2$.

Bài tập 5.7. Phân tích các đa thức thành nhân tử

- a) $(a-b)^2 - c^2$. b) $(a+b)^2 - 4$. c) $(a-2b)^2 - 4b^2$. d) $(a+3b)^2 - 9b^2$.
e) $(a-5b)^2 - 16b^2$. f) $25a^2 - (a-b)^2$. g) $4a^2 - (a+b)^2$. h) $49a^2 - (2a-b)^2$.
i) $36a^2 - (3a-2b)^2$. j) $81a^2 - (5a-3b)^2$. k) $(a-2b)^2 - (3a+b)^2$. l) $(5a-b)^2 - (2a+3b)^2$.
m) $(4a+3b)^2 - (b-2a)^2$. n) $(2a-b)^2 - 4(a-b)^2$. o) $9(a+b)^2 - 4(a-2b)^2$. p) $4(2a-b)^2 - 16(a-b)^2$.

Bài tập 5.8. Phân tích các đa thức thành nhân tử

- a) $m^3 + 27$. b) $x^3 + 8$. c) $\frac{1}{27} + a^3$. d) $8x^3 + 27y^3$.
e) $\frac{1}{8}x^3 - 8y^3$. f) $8x^6 - 27y^3$. g) $\frac{1}{8}x^3 + 8$. h) $\frac{1}{64}x^6 - 125y^3$.
i) $(a+b)^3 - c^3$. j) $x^3 - (y-1)^3$. k) $125 - (x+2)^3$. l) $(x+3)^3 - 8$.
m) $(x-5)^3 - 27$. n) $(x+1)^3 - 125$. o) $(x+4)^3 - 64$. p) $x^6 + 1$.

4 Kỹ thuật tách hạng tử và bổ sung hằng đẳng thức

Bài tập 5.9. Phân tích đa thức thành nhân tử

- | | | |
|----------------------|----------------------|-----------------------|
| a) $x^2 - 5x + 6$. | b) $x^2 + 5x + 6$. | c) $x^2 - 7x + 12$. |
| d) $x^2 + 7x + 12$. | e) $x^2 + x - 12$. | f) $x^2 - x - 12$. |
| g) $x^2 - 9x + 20$. | h) $x^2 + 9x + 20$. | i) $x^2 + x - 20$. |
| j) $x^2 - x - 20$. | k) $2x^2 - 3x - 2$. | l) $3x^2 + x - 2$. |
| m) $4x^2 - 7x - 2$. | n) $4x^2 + 5x - 6$. | o) $4x^2 + 15x + 9$. |

Bài tập 5.10. Phân tích đa thức thành nhân tử

- | | | |
|---------------------------------------|---|------------------------------------|
| a) $2x^2 + 2xy - 4y^2$ | b) $3x^2 + 8xy - 3y^2$ | c) $x^2 - x - xy - 2y^2 + 2y$ |
| d) $x^2 + 2y^2 - 3xy + x - 2y$ | e) $x^2 + x - xy - 2y^2 + y$ | f) $x^2 - 4xy - x + 3y^2 + 3y$ |
| g) $x^2 + 4xy + 2x + 3y^2 + 6y$ | h) $6x^2 + xy - 7x - 2y^2 + 7y - 5$ | i) $6a^2 - ab - 2b^2 + a + 4b - 2$ |
| j) $3x^2 - 22xy - 4x + 8y + 7y^2 + 1$ | k) $2x^2 + 5x - 12y^2 + 12y - 3 - 10xy$ | l) $2a^2 + 5ab - 3b^2 - 7b - 2$ |
| m) $2x^2 - 7xy + x + 3y^2 - 3y$ | n) $6x^2 - xy - 2y^2 + 3x - 2y$ | o) $4x^2 - 4xy - 3y^2 - 2x + 3y$ |

Bài tập 5.11. Phân tích thành nhân tử

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) $3x^2 + 7x - 6$. | b) $3x^2 + 3x - 6$. | c) $3x^2 - 3x - 6$. |
| d) $6x^2 - 13x + 6$. | e) $6x^2 + 13x + 6$. | f) $6x^2 + 15x + 6$. |
| g) $6x^2 - 15x + 6$. | h) $6x^2 + 20x + 6$. | i) $6x^2 - 20x + 6$. |
| j) $6x^2 + 12x + 6$. | k) $8x^2 - 2x - 3$. | l) $8x^2 + 2x - 3$. |
| m) $-8x^2 + 5x + 3$. | n) $8x^2 - 10x - 3$. | o) $8x^2 + 10x - 3$. |

5 Bài tập tổng hợp

Bài tập 5.12. Phân tích thành nhân tử

- | | | |
|--------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $5x^2 + 10xy + 5y^2$. | b) $6x^2 + 12xy + 6y^2$. | c) $2x^3 + 4x^2y + 2xy^2$. |
| d) $-3x^4y - 6x^3y^2 - 3x^2y^3$. | e) $4x^5y^2 + 8x^4y^3 + 4x^3y^4$. | f) $-3x^2 - 12x - 12$. |
| g) $2x^3 + 8x^2 + 8x$. | h) $-3x^4y - 12x^2y - 12x^2y$. | i) $4x^5y^2 + 16x^4y^2 + 16x^3y^2$. |
| j) $5x^4y^2 + 20x^3y^2 + 20x^2y^2$. | k) $7x^2 - 14x + 7$. | l) $2x^3 - 4x^2 + 2x$. |
| m) $-3x^4y + 6x^3y - 3x^2y$. | n) $4x^5y^2 - 8x^4y^2 + 4x^3y^2$. | o) $5x^4y^2 - 10x^3y^2 + 5x^2y^2$. |

Bài tập 5.13. Phân tích thành nhân tử

- | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|
| a) $16x^5y^2 - 16x^4y^3 + 4x^3y^4$. | b) $-12x^4y + 12x^3y^2 - 3x^2y^3$. | c) $(a^2 + 4)^2 - 16a^2$. |
| d) $(a^2 + 9) - 36a^2$. | e) $(a^2 + 4c^2)^2 - 16a^2$. | f) $36a^2 - (a^2 + 9)^2$. |
| g) $100a^2 - (a^2 + 25)^2$. | h) $x^2 + 2xy + y^2 - 25$. | i) $x^2 - 4xy + 4y^2 - 36z^2$. |
| j) $4a^2 - x^2 - 2x - 1$. | k) $25a^2b^2 - 4x^2 + 4x - 1$. | l) $36x^2 - a^2 + 10a - 25$. |
| m) $x^2 - 2x + 1 - a^2 - 2ab - b^2$. | n) $5a^2 - 5$. | o) $10a^3 - 10a$. |

Bài tập 5.14. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

 Lưu ý.

Đây là loại bài tập khó, các bạn hãy biến đổi biểu thức về dạng $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$.

- | | | |
|----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| a) $x^2 + xy - 2x - 2y$. | b) $x^2 - xy - 2x + 2y$. | c) $x^2 - xy + 2x - 2y$. |
| d) $10ax - 5ay + 2x - y$. | e) $10ax - 5ay - 2x + y$. | f) $5x^2y + 5xy^2 - a^2x + a^2y$. |
| g) $2x^2 - 6xy + 5x - 15y$. | h) $ax^2 - 3axy + bx - 3by$. | i) $2a^2x - 5by - 5a^2y + 2bx$. |
| j) $3a^2x - 3a^2y + abx - aby$. | k) $4acx + 4bcx + 4ax + 4bx$. | l) $2ax^3 + 6ax^2 + 6ax + 18a$. |
| m) $ax + bx + cx + a + b + c$. | n) $ax + bx + cx - 2a - 2b - 2c$. | o) $ax - bx + cx - 3a + 3b - 3c$. |

6 Tìm x (giải phương trình)**Bài tập 5.15.** Tìm x biết

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| a) $x^2 - 7x = 0$. | b) $-3x^2 + 5x = 0$. | c) $x^2 + 3x - 2x - 6 = 0$. |
| d) $x^2 + 6x - x - 6 = 0$. | e) $x^2 + 2x - 3x - 6 = 0$. | f) $x^2 - 4x + 5x - 20 = 0$. |
| g) $x^2 + 4x - 5x - 20 = 0$. | h) $x^2 - 10x + 2x - 20 = 0$. | i) $x^2 + 10x - 2x - 20 = 0$. |
| j) $x^2 + 20x - x - 20 = 0$. | k) $x^2 - 20x + x - 20 = 0$. | l) $x^2 + 12x + 2x + 24 = 0$. |
| m) $x^2 - 12x - 2x + 24 = 0$. | n) $x^2 + 6x + 4x + 24 = 0$. | o) $x^2 - 6x - 4x + 24 = 0$. |

Bài tập 5.16. Tìm x, biết

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|---------------------------|
| a) $x^2 - 4 = 0$. | b) $x^2 - 81 = 0$. | c) $x^2 - 49 = 0$. |
| d) $2x^2 - 8 = 0$. | e) $3x^2 - 75 = 0$. | f) $2x^2 - 72 = 0$. |
| g) $2x^2 - 98 = 0$. | h) $2x^2 - 162 = 0$. | i) $(x + 3)^2 = 4$. |
| j) $(x + 2)^2 = 25$. | k) $(x - 7)^2 = 36$. | l) $(x - 1)^2 - 81 = 0$. |
| m) $x^2 + 6x + 9 = 0$. | n) $x^2 + 4x + 4 = 0$. | o) $x^2 - 14x + 49 = 0$. |

Bài tập 5.17. Tìm x, biết

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| a) $x^2 + 6x + 5 = 0$. | b) $x^2 + 4x - 21 = 0$. | c) $x^2 - 14x + 13 = 0$. |
| d) $x^2 - 2x - 80 = 0$. | e) $x^2 + 10x + 16 = 0$. | f) $x^2 - 12x + 11 = 0$. |
| g) $x^2 + 8x - 7 = 0$. | h) $4x^2 - 4x - 3 = 0$. | i) $4x^2 + 12x + 5 = 0$. |
| j) $4x^2 - 12x - 7 = 0$. | k) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$. | l) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$. |
| m) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 0$. | n) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0$. | o) $x^3 + 9x^2 + 27x + 27 = 0$. |

BÀI 6. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A KHÁI NIỆM

Định nghĩa 6.1. Một phân thức đại số (hay gọi là phân thức) là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$ với A và B là các đa thức, B khác đa thức 0.

- A được gọi là tử thức (hay tử);
- B được gọi là mẫu thức (hay mẫu).

Định nghĩa 6.2. Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ được gọi là bằng nhau nếu $A \cdot D = B \cdot C$. Ta viết $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ nếu $A \cdot D = B \cdot C$.

Tính chất 6.1.

- Nếu nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức mới bằng phân thức đã cho. Ta có $\frac{A}{B} = \frac{A \cdot M}{B \cdot M}$.
- Nếu chia cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức mới bằng phân thức đã cho. Ta có $\frac{A}{B} = \frac{A : N}{B : N}$ với N là một nhân tử chung của A và B.
- Quy tắc đổi dấu: $\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}$; $\frac{-A}{B} = \frac{A}{-B} = -\frac{A}{B}$.

 **Lưu ý.**

- Các tính chất về tỉ lệ thức và dãy tỉ số bằng nhau của phân số cũng đúng cho phân thức.
- Các giá trị của biến làm cho mẫu nhận giá trị bằng 0 gọi là giá trị hàm phân thức vô nghĩa hay không xác định.

B BÀI TẬP

TRẮC NGHIỆM

Câu 6.1. Chọn đáp án đúng.

- A. $\frac{X}{Y} = \frac{-X}{Y}$. B. $\frac{X}{Y} = \frac{-X}{-Y}$. C. $\frac{X}{Y} = \frac{X}{-Y}$. D. $\frac{X}{Y} = \frac{Y}{X}$.

Câu 6.2. Với $B \neq 0, D \neq 0$ hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ bằng nhau khi

- A. $A \cdot B = C \cdot D$. B. $A \cdot C = B \cdot D$. C. $A \cdot D = B \cdot C$. D. $A \cdot C < B \cdot D$.

Câu 6.3. Với điều kiện nào của x thì phân thức $\frac{x-1}{x-2}$ có nghĩa?

- A. $x \leq 2$. B. $x \neq 1$. C. $x = 2$. D. $x \neq 2$.

Câu 6.4. Để phân thức $\frac{x-1}{(x+1)(x-3)}$ có nghĩa thì x thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

- A. $x \neq -1$ và $x \neq -3$. B. $x = 3$. C. $x \neq -1$ và $x \neq 3$. D. $x \neq -1$.

Câu 6.5. Phân thức $\frac{5x-1}{x^2-4}$ xác định khi

- A. $x \neq 2$. B. $x \neq 2$ và $x \neq -2$. C. $x = 2$. D. $x \neq -2$.

Câu 6.6. Với điều kiện nào của x thì hai phân thức $\frac{x-2}{x^2-5x+6}$ và $\frac{1}{x-3}$ bằng nhau?

- A. $x = 3$. B. $x \neq 3$. C. $x \neq 2$. D. $\begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Câu 6.7. Tìm đa thức M thỏa mãn $\frac{M}{2x-3} = \frac{6x^2+9x}{4x^2-9}$.

A. $M = 6x^2 + 9x$.

B. $M = -3x$.

C. $M = 3x$.

D. $M = 2x + 3$.

Câu 6.8. Giá trị của x để phân thức $\frac{2x-5}{3} < 0$ là

A. $x > \frac{5}{2}$.

B. $x < \frac{5}{2}$.

C. $x < -\frac{5}{2}$.

D. $x > 5$.

Câu 6.9. Cho $\frac{4x^2+3x-7}{A} = \frac{4x+7}{x+3}$ khi đó đa thức A là

A. $A = x^2 + 2x - 3$.

B. $A = x^2 + 2x + 3$.

C. $A = x^2 - 2x - 3$.

D. $A = x^2 + 2x$.

Câu 6.10. Cho $A = \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^4 - 10x^2 + 9}$, có bao nhiêu giá trị của x để $A = 0$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Điều kiện xác định của phân thức

📌 Lưu ý.

Phân thức $\frac{A}{B}$, xác định (có nghĩa $B \neq 0$).

Bài tập 6.1. Tìm giá trị phân thức

a) $\frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}$ tại $x = 2$;

b) $\frac{xy - 3y^2}{x + y}$ tại $x = 1, y = 2$;

c) $\frac{x + 3y}{2x - 1}$ tại $x = 1, y = 2$;

d) $\frac{x^2 - 1}{2x + 1}$ tại $x = 0, x = 1$ và $x = -\frac{1}{2}$.

Bài tập 6.2. Viết điều kiện xác định của mỗi phân thức sau

a) $\frac{3x+4}{x-2}$;

b) $\frac{x+y}{x-y}$;

c) $\frac{3x+y}{y-2}$;

d) $\frac{x-3y}{3x-2y}$;

e) $\frac{1}{2a+4}$;

f) $\frac{xy^2}{x-y}$;

g) $\frac{x^2y^3+1}{x+2y}$;

h) $\frac{1}{x^2+2x+1}$;

i) $\frac{3}{x^2-4x+4}$;

j) $\frac{xy}{x^2+1}$;

k) $\frac{1}{x^2+2x+2}$;

l) $\frac{x}{x^2+2y^2+1}$.

2 Hai phân thức bằng nhau

📌 Lưu ý.

Ta nói hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ được gọi là bằng nhau nếu $A \cdot D = B \cdot C$.

Ta viết $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$.

Bài tập 6.3. Chứng minh các đẳng thức sau

a) $\frac{3x+6}{x+2} = 3$ với $x \neq -2$.

b) $\frac{x^2+2x}{3x+6} = \frac{x}{3}$ với $x \neq -2$.

c) $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}$ với $x \neq \pm 1$.

d) $\frac{x^2+3x-4}{x-1} = x+4$ với $x \neq 1$.

e) $\frac{2x+4}{x+2} = 2$ với $x \neq -2$.

f) $\frac{x^2+x}{2(x+1)} = \frac{x}{2}$ với $x \neq -1$.

g) $\frac{x-2}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$ với $x \neq \pm 2$.

h) $\frac{x^2+4x-5}{x-1} = x+5$ với $x \neq 1$.

3 Tìm đa thức thỏa mãn đẳng thức cho trước

Bài tập 6.4. Tìm đa thức A trong mỗi đẳng thức sau

a) $\frac{A}{x} = \frac{x}{2}$ với $x \neq 0$.

b) $\frac{x^2 + x}{2x + 2} = \frac{A}{2}$ với $x \neq -1$.

c) $\frac{2x - 1}{(x - 3)A} = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ với $x \neq \frac{1}{2}; x \neq 1; x \neq 3$.

Bài tập 6.5. Tìm đa thức B trong mỗi đẳng thức sau

a) $\frac{B}{x + 1} = \frac{x - 1}{2}$ với $x \neq -1$.

b) $\frac{x - 2}{x^2 - 4} = \frac{B}{x + 2}$ với $x \neq \pm 2$.

c) $\frac{x - 3}{(x - 1)B} = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ với $x \neq 1; x \neq 3$.

Bài tập 6.6. Tìm một cặp đa thức A và B thỏa mãn đa thức

a) $(x + 1)A = (x - 1)B$.

b) $\frac{x^2 - 1}{x + 1}A = (x + 1)B$ với $x \neq -1$.

Bài tập 6.7. Tìm một cặp đa thức A và B thỏa mãn đa thức

a) $(x + 2)A = (x - 2)B$.

b) $\frac{x^2 - 4}{x + 2}A = (x + 2)B$, với $x \neq -2$

4 Tính giá trị của phân thức

Bài tập 6.8. Tính giá trị của phân thức

a) $A(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$ với $x \neq 1$ tại $x = 2$.

b) $B(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$ với $x \neq 1$ tại $2x - 4 = 0$.

c) $C(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$ với $x \neq -1$ tại $x^2 = 4$.

d) $D(x) = \frac{x + 3}{x^2 - 4}$ với $x \neq \pm 2$ tại $|x| = 3$.

Bài tập 6.9. Tính giá trị của phân thức

a) $A(x) = \frac{x + 1}{3x + 3}$ với $x \neq -1$ tại $x = 2$.

b) $B(x) = \frac{2x - 1}{x + 2}$ với $x \neq -1$ tại $3x - 6 = 0$.

c) $C(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x + 1}$ với $x \neq -1$ tại $x^2 = 9$.

d) $D(x) = \frac{-2x}{x - 3}$ với $x \neq 3$ tại $|x| = 1$.

5 Chứng minh cặp phân thức bằng nhau

 Lưu ý.

Trong nhiều trường hợp, có thể sử dụng định nghĩa hai phân thức bằng nhau $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ nếu $A \cdot D = B \cdot C$.

Bài tập 6.10. Cho cặp phân thức $\frac{(x - 1)^2}{x - 1}$ và $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ với $x \neq \pm 1$. Cặp phân thức trên có bằng nhau không?

Bài tập 6.11. Cho cặp phân thức $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$ và $\frac{x^2 - 1}{x - 1}$ với $x \neq \pm 1$. Chứng tỏ cặp phân thức trên bằng nhau.

Bài tập 6.12. Cho cặp phân thức $\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$ và $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ với $x \neq \pm 1$. Chứng tỏ cặp phân thức trên bằng nhau.

Bài tập 6.13. Chứng minh đẳng thức $\frac{x^2 + 2x + 1}{2x^2 + x - 1} = \frac{x + 1}{2x - 1}$.

Bài tập 6.14. Chứng minh đẳng thức $\frac{2x^2 - 12x + 18}{x^2 - 7x + 12} = \frac{2x - 6}{x - 4}$.

6 Rút gọn phân thức

Lưu ý.

Để rút gọn phân thức cho trước ta làm như sau

Bước 1. Sử dụng các phương pháp phân tích thức thành nhân tử để biến đổi cả tử và mẫu của phân thức.

Bước 2. Sử dụng các tính chất cơ bản của phân thức đã học để rút gọn phân thức đã cho.

Bài tập 6.15. Rút gọn các phân thức sau

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \frac{2(x+1)^2}{4x(x+1)} & \text{b)} \frac{2x^2+4x+2}{4x(x+1)} & \text{c)} \frac{(8-x)(-x-2)}{(x+2)^2} & \text{d)} \frac{2(x-y)}{y-x} \\ \text{e)} \frac{(x+2)^2}{2x+4} & \text{f)} \frac{x^2+4x+4}{2x+4} & \text{g)} \frac{(1-x)(-x-2)}{x+2} & \text{h)} \frac{x^2-y^2}{x+y} \end{array}$$

Bài tập 6.16. Rút gọn các phân thức sau

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \frac{2x-6}{(x-3)^2} & \text{b)} \frac{x^3-3x^2}{x^2-6x+9} & \text{c)} \frac{2x^2-8}{x^2+4x+4} & \text{d)} \frac{x^2+2x}{x^2-x-6} \\ \text{e)} \frac{x^3-x^2+x-1}{x^2-1} & \text{f)} \frac{x^3+x^2+x+1}{2x^3+3x^2+2x+3} & \text{g)} \frac{x^3+3x^2+3x+1}{x^2+x} & \text{h)} \frac{x^3-3x^2+3x-1}{2x-2} \end{array}$$

Bài tập 6.17. Cho phân thức $A = \frac{2x^3+2x^2}{x^3+x^2+x+1}$.

- Rút gọn phân thức.
- Tính giá trị của phân thức tại $x = 2$.
- Chứng minh A luôn dương với mọi giá trị của $x \neq -1$.

7 Tìm đa thức thỏa mãn đẳng thức cho trước

Bài tập 6.18. Hãy điền một đa thức thích hợp vào các dấu $\dots$ trong mỗi đẳng thức sau

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{x^2-x}{x^2-1} = \frac{\dots}{x+1} \text{ với } x \neq \pm 1. & \text{b)} \frac{x^2+2x}{3x+6} = \frac{\dots}{3} \text{ với } x \neq -2. \\ \text{c)} \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{\dots}{x+1} \text{ với } x \neq \pm 1. & \text{d)} \frac{x^2+3x-4}{x-1} = \frac{x+4}{\dots} \text{ với } x \neq 1. \end{array}$$

Bài tập 6.19. Tìm đa thức A thỏa mãn đẳng thức sau

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{A}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} \text{ với } x \neq \pm 1. & \text{b)} \frac{x^2+2x}{A} = \frac{x}{3} \text{ với } x \neq 0. \\ \text{c)} \frac{x-3}{x^2-9} = \frac{A}{x+3} \text{ với } x \neq \pm 3. & \text{d)} \frac{x^2+3x-4}{A} = x+4. \\ \text{e)} \frac{2x^2-2y^2}{A} = \frac{2(x+y)}{3}. & \text{f)} \frac{-2x+4}{x-2} = \frac{2}{A} \text{ với } x \neq -2. \\ \text{g)} \frac{2x^2+4x}{x+2} = \frac{A}{2} \text{ với } x \neq -2. & \text{h)} \frac{x-4}{x^2-16} = \frac{1}{A} \text{ với } x \neq \pm 4. \\ \text{i)} \frac{x^3+8}{x+2} = \frac{A}{2} \text{ với } x \neq -2. & \text{j)} \frac{x^2-y^2}{A} = \frac{x+y}{3}. \end{array}$$

Bài tập 6.20. Hoàn thành chuỗi đẳng thức sau: $\frac{x+1}{x+2} = \frac{\dots}{x^2-4} = \frac{\dots}{x^2+x-2}$ với $x \neq \pm 2; x \neq 1$.

Bài tập 6.21. Hoàn thành chuỗi đẳng thức sau: $\frac{1}{x+1} = \frac{\dots}{x^2-1} = \frac{\dots}{x^2+3x+2}$ với $x \neq \pm 1; x \neq -2$.

BÀI 7. CỘNG, TRỪ PHÂN THỨC

A QUY TẮC

Quy tắc 7.1. Quy đồng nhiều phân thức, ta thực hiện gần giống như quy đồng nhiều phân số. Tìm mẫu thức chung ta làm như sau:

- Phân tích mẫu thức của các phân thức đã cho thành nhân tử;
- Mẫu thức chung cần tìm là một tích các thừa số chung có lũy thừa cao nhất và thừa số riêng của các mẫu.

B BÀI TẬP

❖ TRẮC NGHIỆM ❖

Câu 7.1. Với $B \neq 0$ thì kết quả của phép cộng $\frac{A}{B} + \frac{C}{B}$ bằng

- A. $\frac{A \cdot C}{B}$. B. $\frac{A + C}{B}$. C. $\frac{A + C}{B^2}$. D. $\frac{A + C}{2B}$.

Câu 7.2. Phân thức đối của phân thức $\frac{3}{x+1}$ là

- A. $\frac{-3}{x+1}$. B. $\frac{x+1}{3}$. C. $\frac{-3}{-x-1}$. D. $\frac{-3}{x-1}$.

Câu 7.3. Thực hiện phép tính sau: $\frac{x^3}{x^2+1} + \frac{x}{x^2+1}$.

- A. $-x$. B. $2x$. C. $\frac{x}{2}$. D. x .

Câu 7.4. Kết quả của phép trừ $\frac{3x+1}{x+2} - \frac{x+6}{x+2}$ bằng

- A. $\frac{2x-6}{x+2}$. B. $\frac{2x-7}{(x+2)^2}$. C. $\frac{2x-5}{x+2}$. D. $\frac{2x+5}{x+2}$.

Câu 7.5. Kết quả đúng của tổng $\frac{a-2}{a-b} + \frac{b-2}{b-a}$ là

- A. -1 . B. 1 . C. $\frac{a-b}{b-a}$. D. $\frac{a+b-4}{a-b}$.

Câu 7.6. Kết quả $\frac{2x-5}{5x-3} - \frac{x-1}{3-5x}$ bằng

- A. $\frac{x-6}{5x-3}$. B. $\frac{3x-6}{5x-3}$. C. $\frac{3x-6}{3-5x}$. D. $\frac{3x-4}{5x-3}$.

Câu 7.7. Phân thức $\frac{x-1}{x+1}$ là kết quả của phép tính nào dưới đây?

- A. $\frac{x}{x+1} - \frac{2}{x+1}$. B. $\frac{2x}{x+1} - \frac{2}{x+1}$. C. $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-1}$. D. $\frac{x}{x+1} + \frac{1}{-x-1}$.

Câu 7.8. Làm tính trừ $\frac{12x}{x-9} - \frac{x-10}{81-x^2}$.

- A. $\frac{12x^2+10x-9}{(x+3)(x-3)}$. B. $\frac{12x^2-84x-10}{(x+9)(9-x)}$. C. $\frac{12x^2+109x-10}{(x+9)(x-9)}$. D. $\frac{12x^2+109x-10}{(x+9)(9-x)}$.

Câu 7.9. Tìm P biết $\frac{x-1}{x^2+x+1} - P = \frac{2}{x-1} + \frac{3x}{1-x^3}$.

- A. $P = \frac{x}{x-1}$. B. $P = \frac{1}{x-1}$. C. $P = \frac{2}{1-x}$. D. $P = \frac{-1}{x-1}$.

Câu 7.10. Thu gọn biểu thức $A = \frac{3x+21}{x^2-9} + \frac{2}{x+3} - \frac{3}{x-3}$.

- A. $\frac{-2}{x-3}$. B. $\frac{2x}{(x-3)(x+3)}$. C. $\frac{2}{x+3}$. D. $\frac{2}{x-3}$.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖
1 Quy đồng nhiều phân thức

Bài tập 7.1. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

- | | | |
|--|--|---|
| a) $\frac{5}{xy}$ và $\frac{1}{xy^2}$. | b) $\frac{2}{5x^3y^2}$ và $\frac{3}{4xy}$. | c) $\frac{1}{x^2y}$ và $\frac{3}{xy}$. |
| d) $\frac{1}{x^2-x}$ và $\frac{2}{x-1}$. | e) $\frac{x^2-4}{x^2+2x}$ và $\frac{x}{x-2}$. | f) $\frac{2}{x^2-5x+6}$ và $\frac{3}{x-3}$. |
| g) $\frac{4}{x^2-3x+2}$ và $\frac{1}{x^2-x}$. | h) $\frac{1}{xy^3}$ và $\frac{2}{x^2y}$. | i) $\frac{1}{x^2-2x}$ và $\frac{2}{x}$. |
| j) $\frac{x}{x^2-9}$ và $\frac{x}{x-3}$. | k) $\frac{2}{x^2-x-6}$ và $\frac{3}{x+2}$. | l) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-2x}$ và $\frac{x+1}{x^2-1}$. |

Bài tập 7.2. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

- | | | |
|---|---|---|
| a) $\frac{x^3-2^3}{x^2-4}$ và $\frac{3}{x+2}$. | b) $\frac{4x}{x^2-x-6}$ và $\frac{1}{x^2+2x}$. | c) $\frac{x}{x^2+2xy+y^2}$ và $\frac{2x}{x^2+xy}$. |
| d) $\frac{x}{x^2-2xy+y^2}$ và $\frac{x}{x^2-xy}$. | e) $\frac{1}{x+2}$; $\frac{2}{2x+4}$ và $\frac{3}{3x+6}$. | f) $\frac{1}{x+3}$; $\frac{2}{2x-6}$ và $\frac{3}{3x-9}$. |
| g) $\frac{1}{x^2-4}$; $\frac{2}{x+2}$ và $\frac{3}{x-2}$. | h) $\frac{1}{x}$; $\frac{2}{x+2}$ và $\frac{3}{x(x+2)}$. | |

Bài tập 7.3. Cho hai phân thức $\frac{1}{x^2-ax}$ và $\frac{2}{x-b}$ với $a < b$.

- Hãy xác định a và b biết rằng khi quy đồng mẫu thức chúng trở thành những phân thức có mẫu thức chung là x^3-5x^2+6x .
- Với a và b tìm được hãy viết hai phân thức đã cho và hai phân thức thu được sau khi quy đồng với mẫu thức chung là x^3-5x^2+6x .

2 Cộng, trừ phân thức cùng mẫu

 **Lưu ý.**

Để cộng, trừ hai phân thức cùng mẫu ta giữ nguyên mẫu và cộng, trừ tử số (như công trừ phân số).

- $\frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A+C}{B}$.
- $\frac{A}{B} - \frac{C}{B} = \frac{A-C}{B}$.

Bài tập 7.4. Tính (cộng, trừ các phân thức cùng mẫu thức)

- | | | | |
|---|--|--|--|
| a) $\frac{1-a}{5} + \frac{a+4}{5}$ | b) $\frac{3a+5}{7} + \frac{3-2a}{7}$ | c) $\frac{5x-6}{3} + \frac{x-3}{3}$ | d) $\frac{x+5}{x-1} + \frac{x-7}{x-1}$ |
| e) $\frac{x-4}{x+1} + \frac{2x+7}{x+1}$ | f) $\frac{x-3}{5} - \frac{x+2}{5}$ | g) $\frac{x-4}{7} - \frac{8x+10}{7}$ | h) $\frac{x-5}{3} - \frac{3+2x}{3}$ |
| i) $\frac{2x-5}{x} - \frac{7x-5}{x}$ | j) $\frac{x-2}{x+1} - \frac{2x-1}{x+1}$ | k) $\frac{a-b}{a+b} - \frac{2a}{a+b}$ | l) $\frac{5x}{5x-5y} - \frac{y}{x-y}$ |
| m) $\frac{x-y}{x+y} - \frac{3x+y}{x+y}$ | n) $\frac{x-2y}{x+y} - \frac{2x+y}{x+y}$ | o) $\frac{3x+5}{x-1} - \frac{2x+6}{x-1}$ | p) $\frac{2-a}{2a} + \frac{1}{2a}$ |

3 Cộng trừ, phân thức khác mẫu

 Lưu ý.

Cộng, trừ các phân thức khác mẫu, ta thực hiện quy đồng các phân thức (thực hiện như quy đồng mẫu số) rồi cộng, trừ các phân thức cùng mẫu; và được thực hiện qua hai bước

- Tìm mẫu thức chung (giống như tìm mẫu số chung)
- Cộng trừ các phân thức cùng mẫu.

Bài tập 7.5. Quy đồng mẫu các phân thức sau

- a) $\frac{2-a}{2a}; \frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{3}; \frac{5a-6}{3a}$ c) $\frac{2x}{3}; \frac{2a+3x}{3a}$
- d) $\frac{b}{6a}; \frac{4a+3b^2}{18ab}; \frac{x}{9b}$ e) $\frac{5}{3}; \frac{5x-1}{3(x+1)}$ f) $\frac{1-x}{2(x+1)}; \frac{1}{2}$
- g) $\frac{7}{5}; \frac{7a-31}{5a-15}$ h) $\frac{3}{b-1}; \frac{7-a}{2b-2}$ i) $\frac{2}{3a}; \frac{1}{2a-2}; \frac{a-4}{6a^2-6a}$

Bài tập 7.6. Tính (cộng, trừ các phân thức khác mẫu thức)

- a) $\frac{2-a}{2a} + \frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{3} - \frac{5a-6}{3a}$ c) $\frac{2x}{3} - \frac{2ax+3x}{3a}$
- d) $\frac{2x-3a}{2a} + \frac{3}{2}$ e) $\frac{5}{3b} + \frac{9b-25}{15b}$ f) $\frac{b}{6a} - \frac{4a+3b^2}{18ab} + \frac{x}{9b}$
- g) $\frac{5}{3} - \frac{5x-1}{3(x+1)}$ h) $\frac{1-x}{2(x+1)} + \frac{1}{2}$ i) $\frac{1}{2a} - \frac{x^2-2ax}{2ax^2} - \frac{2}{x}$
- j) $\frac{3ab-2a^2}{a^2b} - \frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ k) $\frac{2}{3b-2} - \frac{1}{2} + \frac{6b-12}{4(3b-2)}$ l) $\frac{7}{5} - \frac{7a-31}{5a-15}$
- m) $\frac{3}{b-1} - \frac{7-b}{2b-2}$ n) $\frac{2}{5} - \frac{4a+13}{10a-5}$ o) $\frac{2}{7} - \frac{2a+15}{7a-21}$

Bài tập 7.7. Tính (cộng, trừ các phân thức khác mẫu thức)

- a) $\frac{x-1}{3} - \frac{ax-5x-a-1}{3a+3}$ b) $\frac{x}{5} - \frac{2ax+4x}{10a-5}$ c) $\frac{3x}{5} - \frac{9ax-13x}{15a-5}$
- d) $\frac{2}{3a} + \frac{1}{2a-2} - \frac{a-4}{6a^2-6a}$ e) $\frac{5x-1}{3} - \frac{10ax-6a-16x+15}{6a-15}$ f) $\frac{x}{2a-b} - \frac{4ax}{4a^2-b^2} + \frac{b}{2a+b}$
- g) $\frac{x}{2a-b} - \frac{1}{6a} - \frac{11a-2}{12a^2-12a}$ h) $\frac{x}{a-2} + \frac{5a-4}{3a^2-6a} - \frac{2}{3a}$ i) $\frac{1}{a-1} + \frac{3a+ax-x}{3a^2-3a} - \frac{x}{3a}$
- j) $\frac{a}{9a-18} - \frac{b-1}{6b} - \frac{ab-3a+6}{9ab-18b}$ k) $\frac{x}{a-2} + \frac{2x-ax-a}{2a-a^2} - \frac{x}{a}$ l) $\frac{-1}{3} + \frac{x}{a-2} + \frac{a+3x-2}{3a-6}$
- m) $\frac{3x}{2} + \frac{2y-9x^2+9x}{6x-6} + \frac{x}{3x-3}$ n) $\frac{2x}{y} + \frac{y^2-6x^2-6x}{3xy+3y} + \frac{x}{3x+3}$ o) $\frac{2x}{y^2} + \frac{3x-x^2-y}{3y^2-y^2x} + \frac{1}{3y-xy}$

BÀI 8. NHÂN, CHIA PHÂN THỨC

A QUY TẮC

Định lý 8.1. Thực hiện nhân, chia phân thức giống như nhân, chia phân số.

- $A : B = \frac{A}{B}$ (phép chia).
- $\frac{AB}{AC} = \frac{B}{C}$ (phép rút gọn).
- $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$ (nhân hai phân thức ta lấy tử nhân tử, mẫu nhân mẫu).
- $\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}$ (Giữ nguyên phân thức bị chia và nhân với nghịch đảo của phân thức chia).
- $\frac{A^m}{A^n} = A^{m-n}$.

B BÀI TẬP

❖ TRẮC NGHIỆM ❖

Câu 8.1. Kết quả của phép nhân $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D}$ là

- A. $\frac{A.C}{B.D}$. B. $\frac{A.D}{B.C}$. C. $\frac{A+C}{B+D}$. D. $\frac{B.D}{A.C}$.

Câu 8.2. Chọn đáp án đúng.

- A. Muốn nhân hai phân thức, ta nhân tử thức với nhau, giữ nguyên mẫu thức.
 B. Muốn nhân hai phân thức, ta giữ nguyên tử thức, nhân mẫu thức với nhau.
 C. Muốn nhân hai phân thức, ta nhân tử thức với nhau, nhân mẫu thức với nhau.
 D. Muốn nhân hai phân thức, ta nhân tử thức của phân thức này với mẫu thức của phân thức kia.

Câu 8.3. Thực hiện phép tính $\frac{3x+12}{4x-16} \cdot \frac{8-2x}{x+4}$ ta được

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{3}{2(x-4)}$. C. $\frac{-3}{2}$. D. $\frac{-3}{2(x+4)}$.

Câu 8.4. Kết quả của phép tính $\frac{x+1}{x-4} \cdot \frac{4-x}{x^2+x}$ là

- A. $\frac{1}{x}$. B. $\frac{-1}{x}$. C. $\frac{x-4}{x}$. D. $\frac{x}{x-4}$.

Câu 8.5. Thực hiện phép tính $\frac{x^2-36}{2x+10} \cdot \frac{3}{6-x}$ ta được phân thức có mẫu thức gọn nhất là

- A. $x+5$. B. $2(x+5)$. C. $x+6$. D. $2(x+5)(6-x)$.

Câu 8.6. Kết quả phép tính $\frac{3x}{x-2} : \frac{3x-5}{x-2}$ là

- A. $\frac{x}{x-5}$. B. $\frac{3x}{3x-5}$. C. $\frac{x}{3x-5}$. D. $\frac{3x}{x-5}$.

Câu 8.7. Thực hiện phép tính $\frac{3x+15}{x^2-4} : \frac{x+5}{x-2}$.

- A. $\frac{3}{x+2}$. B. $\frac{-3}{x+2}$. C. $\frac{1}{x+2}$. D. $\frac{3(x+5)^2}{(x+2)(x-2)^2}$.

Câu 8.8. Kết quả của phép tính $\frac{4x+12}{(x+4)^2} : \frac{3(x+3)}{x+4}$ là

- A. $\frac{4}{x+4}$. B. $\frac{-4}{x+4}$. C. $\frac{4}{3(x+4)}$. D. $-\frac{4}{3(x+4)}$.

Câu 8.9. Tìm phân thức P biết P : $\frac{4x^2 - 16}{2x + 1} = \frac{4x^2 + 4x + 1}{x - 2}$.

A. $x + 2$.

B. $(2x + 1)(x + 2)$.

C. $2(2x + 1)(x + 2)$.

D. $4(2x + 1)(x + 2)$.

Câu 8.10. Tìm biểu thức N, biết N : $\frac{x^2 + x + 1}{2x + 2} = \frac{x + 1}{x^3 - 1}$.

A. $\frac{1}{2(x - 1)}$.

B. $\frac{1}{x - 1}$.

C. $\frac{1}{2(x + 1)}$.

D. $\frac{1}{2(1 - x)}$.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Nhân, chia đa thức

Bài tập 8.1. Rút gọn các phân thức

a) $\frac{20x^2y^2}{15xy^7}$.

b) $\frac{25x^4y^7}{40x^5y^4}$.

c) $\frac{25x^4y^7}{40y^4}$.

d) $\frac{-45x^7y^4}{18x^5y^6}$.

e) $\frac{3x^2 - 6xy + 3y^3}{9x^2 - 9y^2}$.

f) $\frac{15ab + 5b^2}{9a^2 - b^2}$.

g) $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a + b}$.

h) $\frac{3x^2 - 3y^2}{x + y}$.

i) $\frac{3x^2 - 3y^2}{9x + 9y}$.

j) $\frac{x^2 - y^2}{ax - ay}$.

k) $\frac{m^2 - 4m + 4}{2m - 4}$.

l) $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{3x - 3y}$.

Bài tập 8.2. Rút gọn các biểu thức sau

a) $\frac{5by}{12ax} \cdot \frac{2x}{5y}$.

b) $\frac{3x^2}{4aby} \cdot \frac{by}{3x^2}$.

c) $\frac{5x}{42y^2} \cdot \frac{7y}{x}$.

d) $\frac{2x^2 + 2xy}{3y - 3x} \cdot \frac{y - x}{y + x}$.

e) $\frac{4x^2 - 9a^2}{6ax + 2a} \cdot \frac{3x + 1}{2x + 3a}$.

f) $\frac{2x - 2y}{8 - b^3} \cdot \frac{4 + 2b + b^2}{x - y}$.

g) $\frac{2x - ax}{2ay + 4a} \cdot \frac{y + 2}{x}$.

h) $\frac{5ab - 6b}{9a^2 - 6ab} \cdot \frac{2b - 3a}{b}$.

i) $\frac{x^2 - y^2}{x^2y} \cdot \frac{3xy}{x + y}$.

j) $\frac{18a^2b^2}{15cd} : \frac{8a^3b^2}{5c^2d^2}$.

k) $\frac{-25x^4y^3}{14a^2} : \left(\frac{10x^3y^2}{-21ab} \right)$.

l) $3a^3b^4 : \left(\frac{9ab^5}{-7cd^3} \right)$.

m) $\frac{-25a^3b^5}{3cd^2} : (15ab^2)$.

n) $\frac{4a^2 - 9b^2}{a^2b^2} : \frac{2ax + 3bx}{2ab}$.

o) $\frac{5s - 5}{(a + 1)^2} : \frac{20 - 20a^2}{3 + 3a}$.

Bài tập 8.3. Tính (rút gọn)

a) $\frac{2x^2}{3y^2} \cdot \frac{y^2}{x} - \frac{2ax + 3x}{3a}$.

b) $\frac{2 - a}{2a} + \frac{1}{2a - 2} \cdot \frac{a - 1}{x}$.

c) $\frac{5a}{3a + 9} \cdot \frac{a + 3}{a} - \frac{5a - 6}{3a}$.

d) $\frac{2x - 3a}{2a} + \frac{3a - 3x}{4ax} \cdot \frac{2ax}{a - x}$.

e) $\frac{5a + 5b}{3ab^2} \cdot \frac{ab}{a + b} + \frac{9b - 25}{15b}$.

f) $\frac{y}{5ax - 2abx} \cdot \frac{ax}{y} + \frac{2b - 2}{6b - 15}$.

g) $\frac{2b + 2}{2b - b^2} : \frac{b + 1}{b} + \frac{2b + 2}{3b - 6}$.

h) $\frac{14b + 19}{10b - 15} + \frac{4a + 4b}{3a - 2ab} : \frac{a + b}{2a}$.

i) $\frac{5b + 1}{2b - 6} + \frac{2b + 2}{9 - b^2} : \frac{b + 1}{12 + 4b}$.

Bài tập 8.4. Tính (rút gọn)

a) $\left(1 + \frac{1}{x} \right) \frac{6x}{x^2 - 1}$.

b) $\left(3 + \frac{1}{x} \right) \frac{9}{9x^2 - 1}$.

c) $\left(2 - \frac{3}{x} \right) \frac{x^2}{4x^2 - 9}$.

d) $\left(\frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right) \frac{4x}{x^2 - 4}$.

e) $\left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x} \right) \frac{6x}{x + 3}$.

f) $\left(6 + \frac{30}{x} \right) \frac{x}{x^2 - 25}$.

g) $\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} \right) \left(\frac{1}{x + 2} - \frac{1}{x - 2} \right)$.

h) $\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right) \left(\frac{1}{3x - 1} + \frac{1}{2x + 1} \right)$.

i) $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{x} \right) \left(\frac{4}{x + 4} + \frac{3}{x - 3} \right)$.

2 Tìm x để phân thức nguyên**Bài tập 8.5.** Tìm phần dư của phép chia

a) $(2x - 1) : (x + 1).$

b) $(x^2 + 5x + a) : (x + 1).$

c) $(-3x^2 - x - a) : (x - 4).$

d) $(x^2 + ax + b) : (x - 1).$

e) $(3x^2 + mx + 5) : (x + 2).$

f) $(x^2 - 4x + m) : (x - 5).$

g) $(2x^2 + mx - n) : (2x + 4).$

h) $(2x^2 - 5x + a) : (2x + 1)$

i) $(2x^3 + 4x^2 - c) : (2x - 4).$

Bài tập 8.6. Tìm các giá trị nguyên của x để các phân thức sau có giá trị nguyên

a) $\frac{28}{x}.$

b) $\frac{3}{x - 1}.$

c) $\frac{4}{x + 1}.$

d) $\frac{5}{2x + 1}.$

e) $\frac{x^3 - x^2 + 2}{x - 2}.$

f) $\frac{x^3 - 3x^2 + 5}{x + 2}.$

g) $\frac{x - 1}{x^2 - 5x + 7}.$

h) $\frac{x + 2}{x^2 + 2x + 2}.$

CÁC HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

BÀI 1. HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU VÀ TỨ GIÁC ĐỀU

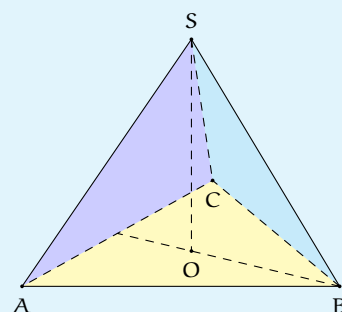
A HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU

Định nghĩa 1.1.

Hình chóp S.ABC (như hình) là hình chóp tam giác đều.

Trong đó:

- Điểm S được gọi là đỉnh;
- Tam giác đều ABC được gọi là *mặt đáy*.
- Các đoạn thẳng SA, SB, SC bằng nhau được gọi là *cạnh bên*.
- $\triangle SAB$, $\triangle SBC$, $\triangle SAC$ là các tam giác cân bằng nhau, được gọi là các *mặt bên*.
- Đoạn SO là đường cao hình chóp. Với O là trọng tâm tam giác ABC.



Định lý 1.1. Diện tích xung quanh và thể tích hình chóp

- Thể tích hình chóp được tính theo công thức $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h$. Trong đó $S_{\text{đáy}}$ là diện tích tam giác đều ABC và $h = SO$.
- Diện tích xung quanh bằng tổng diện tích 3 mặt bên.

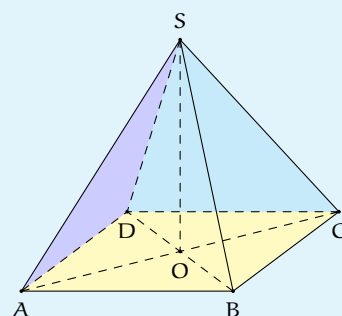
B HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

Định nghĩa 1.2.

Hình chóp S.ABCD (như hình) là hình chóp tứ giác đều.

Trong đó:

- Điểm S được gọi là đỉnh;
- Hình vuông ABCD được gọi là *mặt đáy*.
- Các đoạn thẳng SA, SB, SC, SD bằng nhau được gọi là *cạnh bên*.
- $\triangle SAB$, $\triangle SBC$, $\triangle SCD$, $\triangle SAD$ là các tam giác cân bằng nhau, được gọi là các *mặt bên*.
- Đoạn SO là đường cao hình chóp. Với O là giao điểm của hai đường chéo hình vuông ABCD.



Định lý 1.2. Diện tích xung quanh và thể tích hình chóp

- Thể tích hình chóp được tính theo công thức $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h$. Trong đó $S_{\text{đáy}}$ là diện tích hình vuông ABCD và $h = SO$.
- Diện tích xung quanh bằng tổng diện tích 4 mặt bên.

BÀI TẬP

❖ TRẮC NGHIỆM ❖

Câu 1.1. Hình chóp đều có chiều cao h và thể tích V . Diện tích đáy S của hình chóp đều đó bằng

- A. $S = \frac{h}{V}$. B. $S = \frac{V}{h}$. C. $S = \frac{3V}{h}$. D. $S = \frac{3h}{V}$.

Câu 1.2. Cho hình chóp tứ giác đều. Chọn khẳng định sai.

- A. Đáy là hình vuông. B. Có 4 mặt bên.
C. Có tất cả 8 cạnh. D. Số mặt của hình chóp là 4.

Câu 1.3. Diện tích xung quanh của hình chóp đều được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. Tích của nửa diện tích đáy và chiều cao. B. Tích của nửa chu vi đáy và trung đoạn.
C. Tích của chu vi đáy và chiều cao. D. Tổng của chu vi đáy và trung đoạn.

Câu 1.4. Hình chóp đều có chiều cao h và diện tích đáy S . Khi đó, thể tích V của hình chóp đều bằng

- A. $V = 3S \cdot h$. B. $V = S \cdot h$. C. $V = \frac{1}{3}S \cdot h$. D. $V = \frac{1}{2}S \cdot h$.

Câu 1.5. Thể tích của hình chóp tứ giác đều có chiều cao bằng 9 cm, cạnh đáy bằng 5 cm là

- A. 75 cm^3 . B. 225 cm^3 . C. 180 cm^3 . D. 60 cm^3 .

Câu 1.6. Cho hình chóp tứ giác đều có thể tích là 125 cm^3 , chiều cao của hình chóp là 15 cm. Tính chu vi đáy của hình chóp đã cho.

- A. 20 cm. B. 24 cm. C. 32 cm. D. 40 cm.

Câu 1.7. Cho hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy bằng 5 cm và độ dài trung đoạn là 6 cm. Tính diện tích xung quanh của hình chóp đã cho.

- A. 40 cm^2 . B. 36 cm^2 . C. 45 cm^2 . D. 60 cm^2 .

Câu 1.8. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các mặt là các tam giác đều. Gọi SH là đường cao của hình chóp và $HC = 3\sqrt{3} \text{ cm}$. Độ dài cạnh hình chóp là

- A. 9 cm. B. 3 cm. C. 6 cm. D. 12 cm.

Câu 1.9. Một hình chóp tứ giác đều có chiều cao 35 cm, cạnh đáy 24 cm. Tính diện tích toàn phần của hình chóp đều

- A. 3352 cm^2 . B. 2253 cm^2 . C. 2532 cm^2 . D. 2352 cm^2 .

Câu 1.10. Một hình chóp tứ giác đều có thể tích $V = 200 \text{ cm}^3$, chiều cao bằng 12 cm. Tính độ dài cạnh bên.

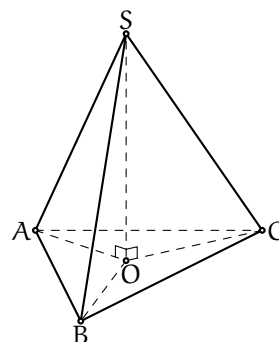
- A. 11 cm. B. 12 cm. C. 13 cm. D. 16 cm.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Bài tập nhận dạng

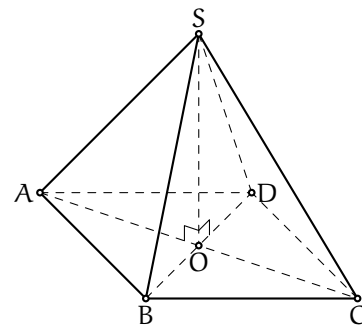
Bài tập 1.1. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ (hình bên)

- a) Hãy cho biết mặt bên, mặt đáy, đường cao của hình chóp.
b) Hãy kể tên cạnh bên, cạnh đáy hình chóp.

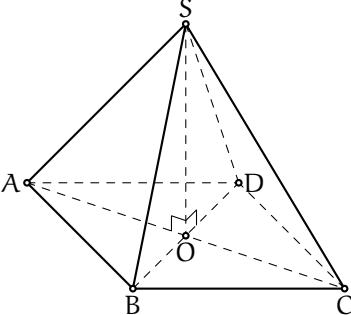
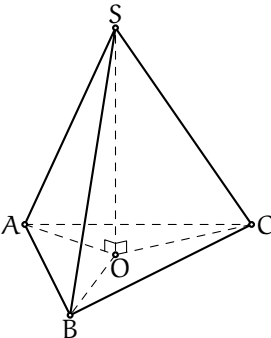


Bài tập 1.2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ (hình bên)

- Hãy cho biết mặt bên, mặt đáy, cạnh bên, cạnh đáy và đường cao của hình chóp.
- Biết $AB = 2$, $SA = 3$ tính độ dài cạnh bên và cạnh đáy hình chóp.



Bài tập 1.3. Quan sát bảng dưới đây và điền vào dấu chấm ? cho thích hợp

Hình	Đáy	Mặt bên	Số cạnh đáy	Số cạnh bên	Số mặt
	Hình vuông	?	?	?	?
	?	Tam giác cân	?	?	?

Bài tập 1.4. Cho hình chóp tam giác đều $S.DEF$ có cạnh bên $SE = 5$ cm và cạnh đáy $EF = 3$ Hãy cho biết:

- Mặt bên và mặt đáy của hình chóp.
- Độ dài các cạnh bên và cạnh đáy còn lại của hình chóp.
- Số đo mỗi góc của mặt đáy.

Bài tập 1.5. Các phát biểu sau đúng hay sai? Nếu sai thì sửa lại cho đúng.

- Hình chóp tam giác đều có các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình tam giác ba cạnh bằng nhau.
- Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau.

2 Bài tập tính thể tích và diện tích xung quanh

Bài tập 1.6. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 4 cm và đường cao bằng 3 cm. Tính thể tích hình chóp.

Bài tập 1.7. Tính thể tích của hình chóp tam giác đều, biết chiều cao hình chóp là 4 cm, tam giác đáy có cạnh 6 cm và chiều cao $3\sqrt{3}$ cm.

Bài tập 1.8. Kim tự tháp Giza nổi tiếng ở Ai Cập có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao khoảng 147 m và đáy là hình vuông cạnh khoảng 230 m.

- Tính thể tích của kim tự tháp Giza.
- Đường cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của kim tự tháp đo được dài 186,6 m. Tính diện tích xung quanh của kim tự tháp Giza.

Bài tập 1.9. Cho hình chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng 4 cm, đường cao của tam giác mặt bên là 3 cm,

a) Tính diện tích xung quanh hình chóp.

b) Cho độ dài đường cao hình chóp là 4 cm, tính thể tích hình chóp.

Bài tập 1.10. Nhân dịp Tết Trung thu, Nam dự định làm một chiếc lồng đèn hình chóp tam giác đều và một chiếc hình chóp tứ giác đều. Mỗi chiếc lồng đèn có độ dài cạnh đáy và đường cao của mặt bên tương ứng với cạnh đáy lần lượt là 30 cm và 40 cm. Em hãy giúp Nam tính xem phải cần bao nhiêu mét vuông giấy vừa đủ để dán tất cả các mặt của mỗi chiếc lồng đèn. Biết rằng nếp gấp không đáng kể.

Bài tập 1.11. Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy là 10 cm, chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tam giác đều là 12 cm.

Bài tập 1.12. Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy là 72 dm, chiều cao là 68,1 dm, chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tứ giác đều là 77 dm.

Bài tập 1.13. Bảo tàng Louvre (Pháp) có một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều bằng kính (gọi là kim tự tháp Louvre) có chiều cao 21,3 m và cạnh đáy 34 m. Tính thể tích của kim tự tháp này.

CHƯƠNG 3

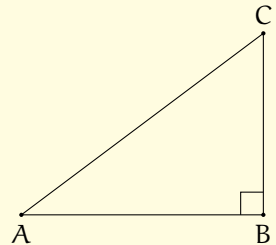
ĐỊNH LÝ PYTHAGORE. CÁC LOẠI TỨ GIÁC THƯỜNG GẶP

BÀI 1. ĐỊNH LÝ PYTHAGORE

A ĐỊNH LÝ

Định lý 1.1.

- Trong một tam giác vuông, bình phương cạnh huyền bằng tổng bình phương của hai cạnh góc vuông.
- Ngược lại nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.



B BÀI TẬP

TRẮC NGHIỆM

Câu 1.1. Cho $\triangle ABC$ vuông tại B, khi đó

- A. $AB^2 + BC^2 = AC^2$. B. $AB^2 - BC^2 = AC^2$. C. $AB^2 + AC^2 = BC^2$. D. $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

Câu 1.2. Cho $\triangle MNP$ vuông tại P, khi đó

- A. $MN^2 = MP^2 - NP^2$. B. $MP^2 = MN^2 + NP^2$. C. $NP^2 = MP^2 + MN^2$. D. $MN^2 = MP^2 + NP^2$.

Câu 1.3. Cho $\triangle ABC$ vuông cân ở A. Biết rằng $AB = AC = 2$ dm thì độ dài cạnh BC là

- A. 4 dm. B. $\sqrt{6}$ dm. C. 8 dm. D. $\sqrt{8}$ dm.

Câu 1.4. Một tam giác có độ dài cạnh huyền bằng 26 cm, độ dài các cạnh góc vuông tỉ lệ với 5 và 12. Tính độ dài các cạnh góc vuông

- A. 12 cm và 24 cm. B. 10 cm và 22 cm. C. 10 cm và 24 cm. D. 15 cm và 24 cm.

Câu 1.5. Tam giác nào là tam giác vuông trong các tam giác có độ dài như sau?

- A. 15 cm; 8 cm; 18 cm. B. 20 dm; 21 dm; 29 dm. C. 5 m; 6 m; 8 m. D. 2 cm; 3 cm; 4 cm.

Câu 1.6. Một tam giác có độ dài cạnh huyền bằng 20 cm, độ dài các cạnh góc vuông tỉ lệ với 3 và 4. Tính độ dài các cạnh góc vuông.

- A. 9 cm và 12 cm. B. 10 cm và 16 cm. C. 12 cm và 16 cm. D. 12 cm và 14 cm.

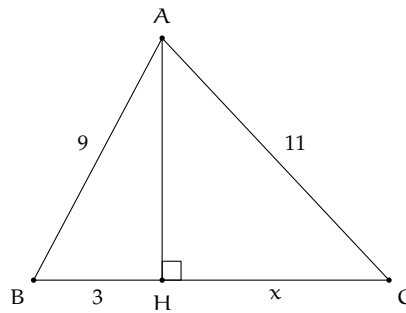
Câu 1.7. Cho $\triangle ABC$ kẻ $AH \perp BC$. Tính chu vi của $\triangle ABC$, biết $AB = 15$ cm, $AH = 12$ cm, $HC = 16$ cm.

- A. 58 cm. B. 60 cm. C. 62 cm. D. 64 cm.

Câu 1.8. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, kẻ $AD \perp BC$ tại D. Biết $AB = 7$ cm, $BD = 4$ cm. Khi đó, độ dài AD là

- A. $\sqrt{3}$ cm. B. 3 cm. C. $\sqrt{33}$ cm. D. 33 cm.

Câu 1.9. Cho hình vẽ sau, tìm độ dài x.



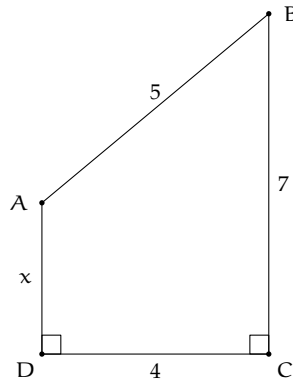
A. $x = 5$.

B. $x = 6$.

C. $x = 7$.

D. $x = 8$.

Câu 1.10. Cho hình vẽ sau, tìm độ dài x .



A. $x = 4$.

B. $x = 7$.

C. $x = 6$.

D. $x = 5$.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Bài tập tính toán

Bài tập 1.1. Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A. Tính cạnh BC trong các trường hợp sau

a) $AB = 3 \text{ cm}, AC = 4 \text{ cm}$.

b) $AB = 8 \text{ cm}, AC = 6 \text{ cm}$.

c) $AB = 12 \text{ cm}, AC = 16 \text{ cm}$.

d) $AB = 18 \text{ cm}, AC = 34 \text{ cm}$.

e) $AB = 12 \text{ cm}, AC = 5 \text{ cm}$.

f) $AB = 1 \text{ cm}, AC = 1 \text{ cm}$.

Bài tập 1.2. Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A. Tính cạnh AC trong các trường hợp sau

a) $AB = 6 \text{ cm}, BC = 10 \text{ cm}$.

b) $AB = 12 \text{ cm}, BC = 13 \text{ cm}$.

c) $AB = 15 \text{ cm}, BC = 25 \text{ cm}$.

d) $AB = 24 \text{ cm}, BC = 26 \text{ cm}$.

e) $AB = 21 \text{ cm}, BC = 29 \text{ cm}$.

f) $AB = 1 \text{ cm}, BC = \sqrt{2} \text{ cm}$.

Bài tập 1.3. Chứng minh tam giác $\triangle ABC$ vuông trong các trường hợp sau và chỉ ra vuông tại đâu.

a) $AB = 3 \text{ cm}, AC = 4 \text{ cm}, BC = 5 \text{ cm}$.

b) $AB = 5 \text{ cm}, AC = 12 \text{ cm}, BC = 13 \text{ cm}$.

c) $AB = 8 \text{ cm}, AC = 15 \text{ cm}, BC = 17 \text{ cm}$.

d) $AB = 24 \text{ cm}, AC = 7 \text{ cm}, BC = 25 \text{ cm}$.

e) $AB = 29 \text{ cm}, AC = 21 \text{ cm}, BC = 20 \text{ cm}$.

f) $AB = 9 \text{ cm}, AC = 40 \text{ cm}, BC = 41 \text{ cm}$.

g) $AB = 37 \text{ cm}, AC = 12 \text{ cm}, BC = 35 \text{ cm}$.

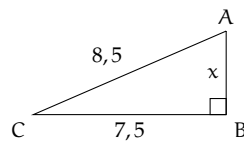
h) $AB = 60 \text{ cm}, AC = 61 \text{ cm}, BC = 11 \text{ cm}$.

i) $AB = 63 \text{ cm}, AC = 16 \text{ cm}, BC = 65 \text{ cm}$.

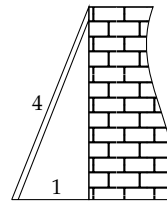
j) $AB = 20 \text{ cm}, AC = 99 \text{ cm}, BC = 101 \text{ cm}$.

Bài tập 1.4. Cho tam giác nhọn ABC. Kẻ AH vuông góc BC, ($H \in BC$). Biết $AB = 13 \text{ cm}$; $AH = 12 \text{ cm}$; $HC = 16 \text{ cm}$. Tính độ dài AC, BC.

Bài tập 1.5. Cho hình vẽ sau



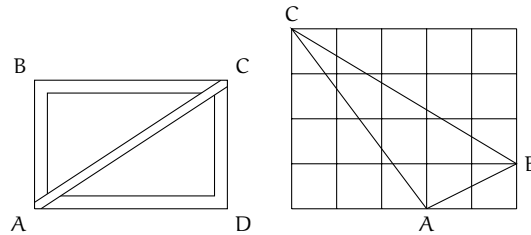
Hình 1



Hình 2

- a) Đoạn lên dốc từ C đến A dài 8,5m; độ dài đoạn BC = 7,5m (Hình 1). Tính chiều dài AB.
- b) Tính chiều cao của bức tường (Hình 2) biết rằng chiều dài của thang là 4m và chân thang cách tường 1m.

Bài tập 1.6. Bạn Tâm muốn đóng một nẹp chếp AC để chiếc khung hình chữ nhật ABCD được vững hơn (Hình 3). Tính độ dài AC biết $AD = 48\text{ cm}$, $CD = 36\text{ cm}$.



Bài tập 1.7. Trên giấy kẻ ô vuông (độ dài cạnh của ô vuông bằng 1), cho tam giác ABC như hình 4. Tính độ dài mỗi cạnh của tam giác ABC.

2 Bài tập chứng minh, kết hợp tính toán

Bài tập 1.8. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$, $BC = 10\text{ cm}$. Kẻ $AH \perp BC$ tại H

- a) Chứng minh: $\triangle ABC$ vuông tại A b) Tính là diện tích $\triangle ABC$.
c) Tính AH

Bài tập 1.9. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 15\text{ cm}$; $AC = 20\text{ cm}$; $BC = 25\text{ cm}$. Kẻ $AH \perp BC$ tại H .

- a) Chứng minh: $\triangle ABC$ vuông tại A
- b) Gọi S là diện tích $\triangle ABC$ Tính S .
- c) Tính AH , BH và CH .

Bài tập 1.10. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 40\text{ cm}$, $AC = 30\text{ cm}$, $BC = 50\text{ cm}$. Kẻ $AH \perp BC$ tại H .

- a) Chứng minh $\triangle ABC$ vuông tại A
- b) Gọi S là diện tích $\triangle ABC$ Tính S.
- c) Tính AH, BH và CH.

Bài tập 1.11. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 60\text{ cm}$, $AC = 80\text{ cm}$, $BC = 100\text{ cm}$. Kẻ AH vuông BC ở H .

- a) Chứng minh: $\triangle ABC$ vuông tại A
- b) Tính $S_{\triangle ABC}$
- c) Tính AH, BH và CH.

Bài tập 1.12. Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A. Tính cạnh BC trong các trường hợp sau

- a) $AB = AC, AC + AB = 10 \text{ cm.}$
- b) $AB = AC, AC + AB = 2\sqrt{2} \text{ cm.}$
- c) $AB + AC = 17 \text{ cm, } AC - AB = 7 \text{ cm.}$
- d) $AB + AC = 14 \text{ cm, } AC - AB = 2 \text{ cm.}$
- e) $\frac{AB}{3} = \frac{AC}{4}, AC + AB = 14 \text{ cm.}$
- f) $\frac{AB}{12} = \frac{AC}{5}$ và $5AB + 8AC = 100 \text{ cm.}$
- g) $4AB = 3AC$ và $AB + AC = 70 \text{ cm.}$
- h) $\frac{AB}{AC} = \frac{4}{3}$ và $4AB + 3AC = 25\sqrt{2}$

Bài tập 1.13. Cho tam giác ABC vuông tại A, tính độ dài BC biết

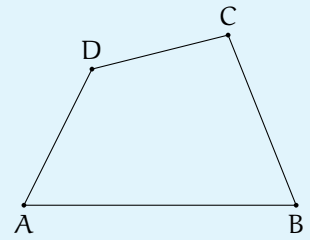
- a) $AB = 30$ cm; $AC = 40$ cm.
- b) $AB = 1$ cm; $AC = 1$ cm.
- c) $AB = 1$ cm; $AC = \sqrt{3}$ cm.
- d) $AB = \sqrt{2}$ cm; $AC = \sqrt{13}$ cm.
- e) $AB = \sqrt{7}$ cm; $AC = 3$ cm.
- f) $AB = 2\sqrt{5}$ cm; $AC = 4$ cm.

BÀI 2. TỨ GIÁC

A KHÁI NIỆM

Định nghĩa 2.1.

- Tứ giác ABCD là hình gồm 4 đoạn AB, BC, CD và DA, trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào trong bốn đoạn cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.
- Tứ giác lồi là tứ giác luôn nằm trong một phần mặt phẳng được chia bởi đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.



Định lý 2.1. Tổng bốn góc của tứ giác bằng 360° .

B BÀI TẬP

TRẮC NGHIỆM

Câu 2.1. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{A} = 50^\circ$, $\widehat{C} = 150^\circ$, $\widehat{D} = 45^\circ$. Số đo góc ngoài tại đỉnh B bằng:

- A. 65° . B. 66° . C. 130° . D. 115° .

Câu 2.2. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{A} = 120^\circ$, $\widehat{B} = 80^\circ$, $\widehat{C} = 110^\circ$ thì

- A. $\widehat{D} = 60^\circ$. B. $\widehat{D} = 50^\circ$. C. $\widehat{D} = 90^\circ$. D. $\widehat{D} = 150^\circ$.

Câu 2.3. Các góc của tứ giác có thể là:

- A. 4 góc nhọn. B. 4 góc tù.
C. 4 góc vuông. D. 1 góc vuông, 3 góc nhọn.

Câu 2.4. Trong một tứ giác lồi, câu nào sau đây sai?

- A. Hai đường chéo của tứ giác cắt nhau.
B. Tồn tại một cạnh lớn hơn tổng ba cạnh còn lại.
C. Tổng độ dài hai đường chéo bé hơn chu vi.
D. Tổng độ dài hai đường chéo lớn hơn tổng hai cạnh đối.

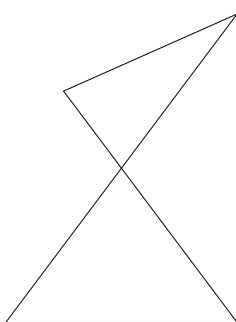
Câu 2.5. Cho tứ giác ABCD trong đó $\widehat{A} + \widehat{B} = 140^\circ$. Tổng $\widehat{C} + \widehat{D} = ?$

- A. 220° . B. 200° . C. 160° . D. 130° .

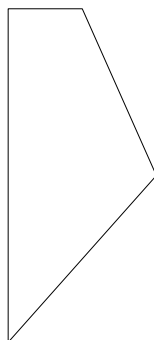
BÀI TẬP TỰ LUẬN

1 Tính số đo góc

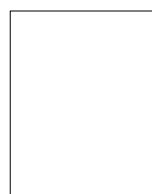
Bài tập 2.1. Trong các hình dưới đây, hình nào không phải là tứ giác lồi? Vì sao?



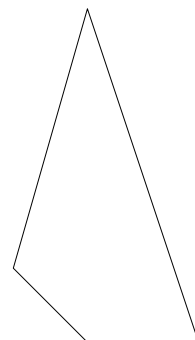
Hình a)



Hình b)

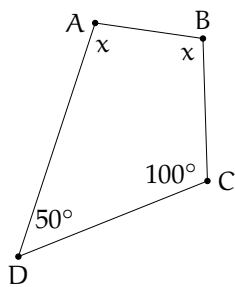


Hình c)

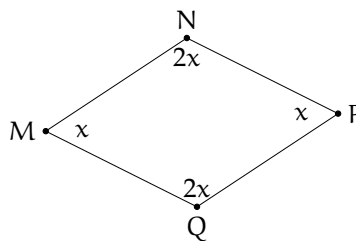


Hình d)

Bài tập 2.2. Tìm x trong hình vẽ.

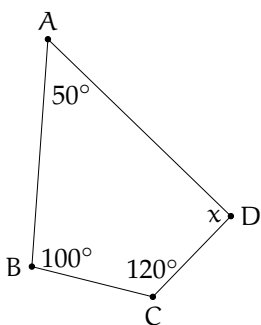


a)

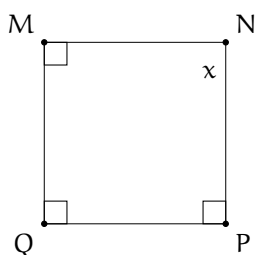


b)

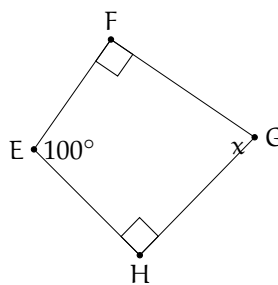
Bài tập 2.3. Tìm x trong hình vẽ.



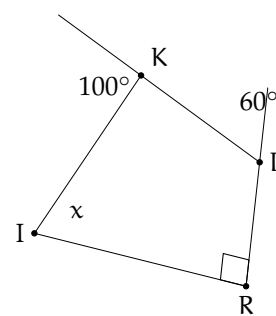
a)



b)



c)



d)

Bài tập 2.4. Tứ giác MNPQ có $\widehat{M} = 65^\circ$, $\widehat{N} = 117^\circ$, $\widehat{P} = 71^\circ$. Tính số đo góc ngoài tại đỉnh Q.

Bài tập 2.5. Cho tứ giác ABCD biết $\widehat{A} = 75^\circ$, $\widehat{B} = 90^\circ$, $\widehat{C} = 120^\circ$. Tính số đo các góc ngoài của tứ giác ABCD.

Bài tập 2.6. Cho tứ giác ABCD, biết rằng $\frac{\widehat{A}}{1} = \frac{\widehat{B}}{2} = \frac{\widehat{C}}{3} = \frac{\widehat{D}}{4}$. Tính các góc của tứ giác ABCD.

Bài tập 2.7. Cho tứ giác MNPQ có $\widehat{N} = \widehat{M} + 10^\circ$, $\widehat{P} = \widehat{N} + 10^\circ$, $\widehat{Q} = \widehat{P} + 10^\circ$. Hãy tính các góc của tứ giác MNPQ.

2 Dạng toán chứng minh hình học

Bài tập 2.8. Cho tứ giác ABCD có $AB = BC$; $CD = DA$.

- a) Chứng minh BD là đường trung trực của AC; b) Cho $\widehat{B} = 100^\circ$, $\widehat{D} = 80^\circ$. Tính $\widehat{A}$ và $\widehat{C}$.

Bài tập 2.9. Tứ giác ABCD có $\widehat{C} = 60^\circ$, $\widehat{D} = 80^\circ$, $\widehat{A} - \widehat{B} = 10^\circ$. Tính số đo của $\widehat{A}$ và $\widehat{B}$.

Bài tập 2.10. Cho tứ giác ABCD có hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau tại O.

- a) Chứng minh $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$;
b) Cho $AD = 5$ cm, $AB = 2$ cm, $BC = 10$ cm. Tính độ dài CD.

Bài tập 2.11. Cho tứ giác ABCD, O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Chứng minh:

- a) $AC + BD > AB + CD$; b) $AC + BD > AD + BC$.

Bài tập 2.12. Cho tứ giác ABCD. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Gọi chu vi của tứ giác ABCD là P_{ABCD} . Chứng minh:

- a) $AC + BD > \frac{P_{ABCD}}{2}$; b) Nếu $AC < \frac{P_{ABCD}}{2}$ thì $AC + BD < P_{ABCD}$.

BÀI 3. HÌNH THANG. HÌNH THANG CÂN. HÌNH THANG VUÔNG

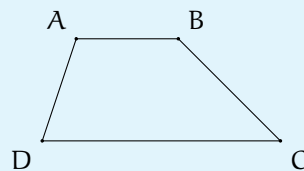
A KHÁI NIỆM

1 Hình thang

Định nghĩa 3.1. Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song.

Dấu hiệu nhận biết

Để chứng minh tứ giác là hình thang, ta cần chỉ ra tứ giác đó có hai cạnh đáy song song.



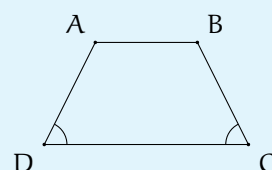
2 Hình thang cân

Định nghĩa 3.2. Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

Tính chất 3.2. Hình thang cân có hai cạnh bên bằng nhau và hai đường chéo bằng nhau.

Dấu hiệu nhận biết

- Hình thang + hai góc kề một đáy bằng nhau = Hình thang cân.
- Hình thang + hai cạnh bên bằng nhau = Hình thang cân.

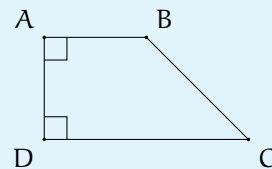


3 Hình thang vuông

Định nghĩa 3.3. Hình thang vuông là hình thang có một góc vuông.

Dấu hiệu nhận biết

Hình thang + góc vuông = Hình thang vuông.



B BÀI TẬP

➡ TRẮC NGHIỆM ➡

Câu 3.1. Hãy chọn câu sai.

- Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song.
- Nếu hình thang có hai cạnh bên song song thì tất cả các cạnh của hình thang bằng nhau.
- Nếu một hình thang có hai cạnh đáy bằng nhau thì hai cạnh bên bằng nhau và song song.
- Hình thang vuông là hình thang có một góc vuông.

Câu 3.2. Hình thang cân là hình thang có tính chất nào trong các tính chất dưới đây?

- Có bốn cạnh song song với nhau.
- Có hai đường chéo vuông góc với nhau.
- Có hai góc kề một đáy bằng nhau.
- Có bốn cạnh bằng nhau.

Câu 3.3. Góc kề cạnh bên của hình thang có số đo là 130° . Góc kề còn lại của cạnh bên đó là

- 70° .
- 100° .
- 40° .
- 50° .

Câu 3.4. Cho hình thang vuông ABCD có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, $AB = AD = 2\text{cm}$, $DC = 4\text{cm}$. Tính góc $\widehat{ABC}$ của hình thang.

- 137° .
- 136° .
- 36° .
- 135° .

Câu 3.5. Cho hình thang cân MNPQ ($MN \parallel PQ$) có góc $\widehat{MPQ} = 45^\circ$ và hai đáy có độ dài 12cm, 40cm. Diện tích của hình thang cân là

A. 676cm^2 .

B. 346cm^2 .

C. 364cm^2 .

D. 362cm^2 .

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖**1 Bài tập tính toán số đo góc, cạnh****Bài tập 3.1.** Cho hình thang ABCD, ($AB \parallel CD$) có $\widehat{D} = 60^\circ$ a) Tính $\widehat{A}$.b) Tính $\widehat{B}, \widehat{C}$. Biết $\frac{\widehat{B}}{\widehat{D}} = \frac{4}{5}$.**Bài tập 3.2.** Cho hình thang ABCD, ($AD \parallel BC$) có $\widehat{A} - \widehat{B} = 20^\circ, \widehat{D} = 2\widehat{C}$ a) Tính $\widehat{A} + \widehat{B}$.b) Chứng minh $\widehat{A} + \widehat{B} = \widehat{C} + \widehat{D}$.

c) Tính số đo các góc của hình thang.

Bài tập 3.3. Tính các góc của hình thang ABCD, ($AB \parallel CD$), biết rằng: $\widehat{A} = \frac{1}{3}\widehat{D}, \widehat{B} - \widehat{C} = 50^\circ$.**Bài tập 3.4.** Cho hình thang ABCD có $\widehat{A} = 30^\circ, \widehat{C} = 130^\circ$. Tính $\widehat{B}, \widehat{D}$. Bài toán có mấy đáp số?**Bài tập 3.5.** Cho hình thang ABCD, ($AB \parallel CD$)a) Tính tổng $\widehat{A} + \widehat{D}$, suy ra trong hai góc A, D có nhiều nhất là một góc tù.

b) Chứng minh trong hai góc B, C có nhiều nhất là một góc tù.

Bài tập 3.6. Chứng minh rằng trong các góc của hình thang MNPQ, ($MN \parallel PQ$) có nhiều nhất hai góc tù.**Bài tập 3.7.** Cho hình thang ABCD, ($AB \parallel CD$)a) Tính tổng $\widehat{C} + \widehat{D}$, suy ra trong hai góc C, D có nhiều nhất là một góc nhọn.

b) Chứng minh trong hai góc A, B có nhiều nhất là một góc nhọn.

Bài tập 3.8. Cho hình thang ABCD, ($AB \parallel CD$) có $\widehat{A} = 3\widehat{D}, \widehat{B} = \widehat{C}, AB = \sqrt{2}\text{ cm}, AD = 3\text{ cm}, CD = 4\text{ cm}$.a) Chứng minh rằng $\widehat{A} + \widehat{D} = \widehat{B} + \widehat{C}$.

b) Tính số đo các góc của hình thang.

c) Tính đường cao AH của hình thang và S_{ABCD} .**Bài tập 3.9.** Cho hình thang ABCD, ($AB \parallel CD$) có $CD = AD + BC$. Gọi K là giao điểm của tia phân giác góc A với đáy CD. Chứng minh rằnga) $AD = DK$.b) $\triangle BCK$ cân ở C.

c) BK là tia phân giác của góc B.

Bài tập 3.10. Cho tam giác ABC có tia phân giác của các góc B và C cắt nhau ở I. Qua I kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB, AC lần lượt ở D và E.

a) Tìm những hình thang có trong hình vẽ.

b) Chứng minh rằng $\triangle BDI$ cân ở D và $\triangle IEC$ cân ở E.c) So sánh DE và tổng $BD + CE$.**Bài tập 3.11.** Cho hình thang ABCD có đáy nhỏ $BC = 4\text{ cm}$. Qua B vẽ đường thẳng song song với CD cắt AD ở E. Biết chu vi tam giác ABE = 12 cm .a) Chứng minh $BC = ED, BE = CD$

b) Tính chu vi hình thang ABCD.

Bài tập 3.12. Cho hình thang ABCD, ($AD \parallel BC, AD < BC$). Qua B vẽ đường thẳng song song với CD cắt AD tại E. Biết chu vi tam giác ABE = 20 cm và chu vi hình thang ABCD = 26 cm . Tính BC.**Bài tập 3.13.** Cho hình thang ABCD, ($AB \parallel CD$) có $AB = 13,4\text{ cm}; AB = \frac{1}{3}CD$ và chiều cao AH bằng trung bình cộng của hai đáy. Tính AH và S_{ABCD} .**Bài tập 3.14.** Cho hình thang ABCD, ($AB \parallel CD$) có $AB = 4\text{ cm}, CD = 8\text{ cm}, S_{ABCD} = 30\text{ cm}^2$. Tính chiều cao AH của hình thang.**Bài tập 3.15.** Cho hình thang ABCD, ($AB \parallel CD$) có $CD = 50,8\text{ cm}; AB = \frac{1}{4}CD$ và $S_{ABCD} = 635\text{ cm}^2$. Tính chiều cao của hình thang ABCD.

2 Hình thang cân

Bài tập 3.16. Cho hình thang cân ABCD có $(AB//CD)$ có $\widehat{A} = 50^\circ$. Tính $\widehat{B}, \widehat{C}, \widehat{D}$.

Bài tập 3.17. Cho hình thang cân ABCD, $(AB//CD)$ có $\widehat{A} = 2\widehat{C}$. Tính các số đo các góc của hình thang.

Bài tập 3.18. Cho hình thang cân ABCD, $(AB//CD, AB < CD)$ có $AB = AD$.

- Chứng minh $\widehat{ADB} = \widehat{BDC}$
- CA có phải là tia phân giác của góc C không? Vì sao?

Bài tập 3.19. Cho hình thang ABCD cân $AB//CD$. Qua giao điểm E của AC và BD vẽ đường thẳng song song với AB, cắt AD và BC lần lượt tại F và G. Chứng minh EG là tia phân giác của góc CEB.

Bài tập 3.20. Hình thang cân ABCD, $(AB//CD, AB < CD)$. Gọi O là giao điểm của AD và BC, E là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng:

- $\triangle AOB$ cân tại O
- $\triangle ABD = \triangle BAC$
- $EC = ED$
- OE là đường trung trực chung của hai đáy.

Bài tập 3.21. Cho tam giác ABC cân tại A có BH và CK là hai đường cao. Chứng minh:

- $\triangle ABH = \triangle ACK$
- BCHK là hình thang cân.

Bài tập 3.22. Cho tam giác ABC cân tại A có BD và CE là hai đường trung tuyến. Chứng minh:

- $\triangle ADE$ cân tại A
- $\triangle ABD = \triangle ACE$
- BCDE là hình thang cân.

Bài tập 3.23. Cho hình thang cân ABCD, $(AB//CD)$ có $AD = AB$ và $\widehat{D} = 60^\circ$.

- Tính các góc của hình thang
- Chứng minh DB là tia phân giác của góc D
- $\triangle BCD$ là tam giác gì? Vì sao?

Bài tập 3.24. Cho tam giác đều ABC và điểm M tùy ý nằm trong tam giác. Kẻ tia $Mx//BC$ cắt AB ở D, tia $My//AC$ cắt BC ở E. Chứng minh rằng:

- Tứ giác MDBE là hình thang cân
- Tính số đo góc DME
- So sánh MB và DE.

Bài tập 3.25. Cho hình thang cân ABCD, $(AB//CD)$ có $\widehat{A} = 60^\circ, AD = 4 \text{ cm}$ và $BC = 2 \text{ cm}$. Qua B kẻ đường thẳng song song với CD cắt AD ở E.

- Tính ED
- Chứng minh $\triangle ABE$ đều
- Kẻ $BH \perp AD$ ở H. Tính AH.

Bài tập 3.26. Cho tam giác ABC cân tại A có BD và CE là hai đường phân giác. Chứng minh:

- $\triangle AEC = \triangle ADB$
- BCDE là hình thang cân.

Bài tập 3.27. Cho hình thang cân ABCD, $(AB//CD)$ có $\widehat{D} = 60^\circ, AB = 15 \text{ cm}$ và $CD = 49 \text{ cm}$. Qua B vẽ đường song song với AD cắt CD tại E.

- Chứng minh $\triangle BCE$ đều
- Tính EC và chu vi hình thang ABCD
- Tính $\frac{S_{ABD}}{S_{BCD}}$.

Bài tập 3.28. Cho hình thang cân ABCD, $(AB//CD, AB < CD)$ có AH, BK là các đường cao. Chứng minh

- $\triangle AHD = \triangle BKC$
- $DH = \frac{CD - AB}{2}$.

Bài tập 3.29. Cho hình thang cân ABCD, $(AB//CD)$ có AH, BK là các đường cao, $AB = 6 \text{ cm}, CD = 14 \text{ cm}$ và $AD = 5 \text{ cm}$.

- Chứng minh $DH = \frac{CD - AB}{2}$
- Tính DH, AH và S_{ABCD} .

3 Hình thang vuông

Bài tập 3.30. Cho hình thang vuông ABCD có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, $AB = AD = 2\text{cm}$, $DC = 4\text{ cm}$ và BH vuông góc với CD tại H.

- a) Chứng minh $\triangle ABD = \triangle HDB$
- b) Chứng minh $\triangle BHC$ vuông cân ở H
- c) Tính S_{ABCD} .

Bài tập 3.31. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Tia phân giác của góc B cắt AC tại D. Trên BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$.

- a) Chứng minh rằng $\triangle ABD = \triangle EBD$.
- b) Kẻ đường cao AH của tam giác ABC. Chứng minh rằng tứ giác ADEH là hình thang vuông.
- c) Gọi I là giao điểm của AH với BD, đường thẳng EI cắt AB tại F. Chứng minh rằng tứ giác ACEF là hình thang vuông.

Bài tập 3.32. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = \sqrt{2}\text{cm}$. Về phía ngoài vẽ $\triangle ACD$ vuông cân tại D.

- a) Tứ giác ABCD là hình gì? Vì sao? b) Tính S_{ABCD} .

Bài tập 3.33. Cho tam giác ABC cân tại A. Qua điểm M trên cạnh AB kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC tại N.

- a) Tứ giác BMNC là hình gì? Vì sao?
b) So sánh S_{MNB} và S_{MNC} .
c) Chứng minh $S_{ABN} = S_{ACM}$.

Bài tập 3.34. Cho hình thang ABCD, ($AB \parallel CD, AB < CD$). Hai tia phân giác của hai góc C và D cắt nhau tại K thuộc đáy AB. Chứng minh rằng:

- a) $\triangle ADK$ cân ở A, $\triangle BKC$ cân ở B

Bài tập 3.35. Cho hình thang ABCD, ($AB \parallel CD$) có $CD = AD + BC$. Gọi K là điểm thuộc đáy CD sao cho $KD = AD$. Chứng minh rằng:

- a) AK là tia phân giác của góc A b) KC = BC
- c) BK là tia phân giác của góc B.

© BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài tập 3.36. Cho tứ giác lồi ABCD có $\widehat{A} = \widehat{B}$ và $BC = AD$. Chứng minh:

- $\triangle DAB = \triangle CBA$ rồi suy ra $BD = AC$.
- $\triangle ACD = \triangle BDC$ rồi suy ra $\widehat{ADC} = \widehat{BCD}$.
- $ABCD$ là hình thang cân.

Bài tập 3.37. Cho tứ giác lồi ABCD có $\widehat{A} = \widehat{B}$ và $BC = AD$. Chứng minh:

- a) $\triangle ACD = \triangle BDC$
- b) ABCD là hình thang cân.

Bài tập 3.38. Cho tam giác ABC cân tại A có các đường phân giác BE và CF. Chứng minh:

- a) $\triangle AEF$ cân tại A
- b) Tứ giác BCEF là hình thang cân
- c) $CE = EF = FB$.

Bài tập 3.39. Cho tam giác ABC cân tại A. Điểm D trên cạnh AB, E trên cạnh AC sao cho $AE = AD$.

- a) Tứ giác BDEC là hình gì? Vì sao?
b) Xác định vị trí của các điểm D, E để có $BD = DE = EC$.

Bài tập 3.40. Tứ giác ABCD có $\widehat{A} = \widehat{B}$, $BC = CD$ và DB là tia phân giác của góc D. Chứng minh:

- a) Tứ giác ABCD là hình thang vuông.
- b) $AC^2 + AD^2 = BC^2 + BD^2$.

Bài tập 3.41. Cho hình thang ABCD, ($AB \parallel CD$) có $AB = 7\text{cm}$, $CD = 10\text{cm}$, $AD = 8\text{ cm}$ và $\widehat{D} = 30^\circ$. Kẻ AH vuông góc với CD ở H, kéo dài AH lấy E sao cho $HE = HA$.

- a) Chứng minh $\triangle ADE$ đều

Bài tập 3.42. Cho hình thang cân ABCD, ($AB \parallel CD$) có đáy nhỏ $AB = b$, đáy lớn $CD = a$ (với a, b cùng đơn vị đo độ dài), đường cao AH.

a) Chứng minh rằng $HD = \frac{a-b}{2}, HC = \frac{a+b}{2}$

b) Cho $a = 26\text{cm}$, $b = 10\text{cm}$ và $AD = 17\text{cm}$. Tính AH và S_{ABCD} .

Bài tập 3.43. Cho hình thang cân ABCD, ($AB \parallel CD$) có E, G lần lượt là trung điểm của AB, CD. Biết $GA = \sqrt{18}\text{cm}$, $GE = 3\text{cm}$ và $EC = 5\text{cm}$.

a) Chứng minh: EG vuông góc AB

b) Tính AE, GC và S_{ABCD} .

Bài tập 3.44. Hình thang cân ABCD có $\widehat{A} = \widehat{B} = 60^\circ$, đáy lớn $AB = 2,7\text{cm}$, $AD = BC = 1\text{cm}$. Tính CD và S_{ABCD} .

Bài tập 3.45. Cho hình thang cân ABCD, ($AB \parallel CD$) có $DB \perp BC$ và DB là tia phân giác của góc D.

a) Chứng minh $\widehat{BCD} = 2\widehat{BDC}$

b) Tính số đo các góc của hình thang

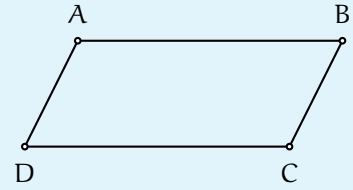
BÀI 4. HÌNH BÌNH HÀNH

A KHÁI NIỆM

Định nghĩa 4.1. Hình bình hành là tứ giác có các cặp cạnh đối song song.

Tính chất 4.2. Hình bình hành có

- Các cạnh đối bằng nhau.
- Các góc đối bằng nhau.
- Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.



🔍 Dấu hiệu nhận biết

- Tứ giác có hai cặp cạnh đối song song là hình bình hành.
- Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.
- Tứ giác có một cặp cạnh đối vừa song song và vừa bằng nhau là hình bình hành.
- Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành.
- Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành.

B BÀI TẬP

🔍 TRẮC NGHIỆM 🔍

Câu 4.1. Chọn đáp án đúng

- Hình bình hành có các cặp cạnh đối song song và bằng nhau.
- Hình bình hành có bốn cạnh bằng nhau.
- Hình bình hành và hình thoi đều có bốn góc bằng nhau.
- Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau.

Câu 4.2. Cho hình bình hành ABCD có $\widehat{A} = 120^\circ$, các góc còn lại của hình bình hành là

- $\widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 120^\circ, \widehat{D} = 60^\circ$.
- $\widehat{B} = 110^\circ, \widehat{C} = 80^\circ, \widehat{D} = 60^\circ$.
- $\widehat{B} = 80^\circ, \widehat{C} = 120^\circ, \widehat{D} = 80^\circ$.
- $\widehat{B} = 120^\circ, \widehat{C} = 60^\circ, \widehat{D} = 120^\circ$.

Câu 4.3. Tỷ số độ dài hai cạnh của hình bình hành là $3 \div 5$. Còn chu vi của nó bằng 48 cm. Độ dài cạnh kề của hình bình hành là

- 12cm và 20cm.
- 6cm và 10cm.
- 3cm và 5cm.
- 9cm và 15cm.

Câu 4.4. Cho hình bình hành ABCD, gọi E và F là trung điểm của AD và BC. Gọi I là giao điểm của AC và BD. Tìm khẳng định sai?

- Tứ giác ABFE là hình bình hành.
- EI là đường trung bình của tam giác ACD.
- $AI = ID$.
- Tứ giác EFCD là hình bình hành.

Câu 4.5. Cho hình bình hành ABCD có $\widehat{A} - \widehat{B} = 20^\circ$. Xác định số đo góc A và B.

- $\widehat{A} = 80^\circ, \widehat{B} = 100^\circ$.
- $\widehat{A} = 100^\circ, \widehat{B} = 80^\circ$.
- $\widehat{A} = 80^\circ, \widehat{B} = 60^\circ$.
- $\widehat{A} = 120^\circ, \widehat{B} = 100^\circ$.

🔍 BÀI TẬP TỰ LUẬN 🔍

1 Nhận dạng hình bình hành

Bài tập 4.1. Cho hình bình hành ABCD có $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính số đo $\widehat{ADC}, \widehat{BCD}, \widehat{BAD}$.

Bài tập 4.2. Cho tứ giác ABCD có $AD \parallel BC, \widehat{ABC} = 70^\circ, \widehat{BCD} = 110^\circ$. Chứng minh tứ giác ABCD là hình bình hành.

Bài tập 4.3. Cho tứ giác ABCD có $AB = 6 \text{ cm}, BC = 4 \text{ cm}, CD = 6 \text{ cm}, AD = 4 \text{ cm}$. Chứng minh tứ giác ABCD là hình bình hành.

Bài tập 4.4. Cho tứ giác ABCD có $AB = 5 \text{ cm}$, $AB + BC = 12 \text{ cm}$, $BC + CD = 12 \text{ cm}$, $AD + DC = 12 \text{ cm}$. Chứng minh tứ giác ABCD là hình bình hành.

Bài tập 4.5. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{BAD} = 120^\circ$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $\widehat{BCD} = 120^\circ$. Chứng minh tứ giác ABCD là hình bình hành.

Bài tập 4.6. Cho tam giác ABC. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AD = AB$, trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho $AE = AC$. Chứng minh tứ giác BCDE là hình bình hành.

Bài tập 4.7. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM. Trên tia đối của tia MB lấy điểm D sao cho $MB = MD$. Chứng minh tứ giác ABCD là hình bình hành.

Bài tập 4.8. Cho hình thang ABCD có $AB \parallel CD$ và $AB = \frac{1}{2}CD$. Gọi E là trung điểm của cạnh CD. Chứng minh các tứ giác ABED, ABCE là hình bình hành.

Bài tập 4.9. Cho hình thang vuông ABCD ($\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$) có $CD = 2AB$. Gọi H là hình chiếu của D lên AC. Gọi M, N là trung điểm của HC và HD. chứng minh:

a) $MN = AB$.

b) Tứ giác ABMN là hình bình hành.

Bài tập 4.10. Tam giác $\triangle ABC$ cân ở A có điểm D trên cạnh AB. Lấy điểm E trên tia đối của tia CA sao cho $CE = BD$. Kẻ $DF \parallel AC$, $F \in BC$.

a) Định dạng tam giác DBF.

b) Chứng minh tứ giác DCEF là hình bình hành.

Bài tập 4.11. Lấy M, N trên cạnh AB và BC của tam giác đều $\triangle ABC$ sao cho $MN \parallel AC$. Lấy P trên cạnh AC sao cho $\widehat{CNP} = 60^\circ$. Chứng minh tứ giác AMNP là hình bình hành.

Bài tập 4.12. Cho tam giác đều ABC. Lấy $D \in AB$; $E \in AC$; $F \in BC$ sao cho $\widehat{EDF} = 60^\circ$ và $\widehat{DFC} = 120^\circ$

a) Tính số đo $\widehat{DEC}$.

b) Chứng minh tứ giác DECF là hình bình hành.

Bài tập 4.13. Cho tam giác $\triangle ABC$, kéo dài hai đường trung tuyến BM và CN rồi lần lượt lấy $MD = MB$ và $NE = NC$

a) Các tứ giác ABCD và ACBE có dạng đặc biệt nào?

b) Chứng minh D, A, E thẳng hàng rồi suy ra điểm A là trung điểm của đoạn thẳng DE.

Bài tập 4.14. Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$). Vẽ tia $Bx \parallel AC$ và tia $Cy \parallel AB$ sao cho Bx và Cy cắt nhau D

a) Tứ giác ABDC là hình đặc biệt gì?

b) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh A, M, D thẳng hàng.

2 Sử dụng tính chất hình bình hành chứng minh các kết quả khác

Bài tập 4.15. Cho hình bình hành ABCD có O là trung điểm của đường chéo AC. Chứng minh ba điểm B, O, D thẳng hàng.

Bài tập 4.16. Cho hình bình hành ABCD. Trên cạnh AB lấy điểm E, trên cạnh CD lấy điểm F sao cho $EF \parallel AD$

a) Chứng minh $AE \parallel DF$, $BE \parallel CF$.

b) Chứng minh tứ giác AEFD là hình bình hành.

c) Chứng minh tứ giác BEFC là hình bình hành.

Bài tập 4.17. Cho hình bình hành ABCD. Trên cạnh AB lấy điểm E trên cạnh CD lấy điểm F sao cho $AE = DF$

a) Chứng minh $AE \parallel DF$, $BE \parallel CF$.

b) Chứng minh $BE = CF$.

c) Chứng minh tứ giác AEFD là hình bình hành.

d) Chứng minh tứ giác BEFC là hình bình hành.

Bài tập 4.18. Cho hình bình hành ABCD có M là trung điểm của AB và N là trung điểm của CD

a) Chứng minh tứ giác AMND là hình bình hành.

b) Chứng minh tứ giác AMCN là hình bình hành.

Bài tập 4.19. Cho hình bình hành ABCD. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Một đường thẳng qua O cắt AB tại E và cắt CD tại F

a) Chứng minh O là trung điểm của EF.

b) Chứng minh tứ giác AECF là hình bình hành.

c) Chứng minh tứ giác BEDF là hình bình hành.

Bài tập 4.20. Cho hình bình hành ABCD. Trên cạnh AB lấy điểm E, trên cạnh CD lấy điểm F sao cho $AE = CF$. Gọi O là giao điểm của AC và BD

- a) Chứng minh tứ giác AECF là hình bình hành. b) Chứng minh O là trung điểm của EF.

Bài tập 4.21. Cho hình bình hành ABCD có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các đoạn OA, OB, OC, OD

- a) Chứng minh tứ giác MNPQ là hình bình hành.
b) Chứng minh các tứ giác ANCQ và BPDM là các hình bình hành.

Bài tập 4.22. Cho hình bình hành ABCD có E là hình chiếu của A và F là hình chiếu của C lên đường chéo BD

- a) Chứng minh $\triangle ADE = \triangle CBF$. b) Chứng minh tứ giác AECF là hình bình hành.

Bài tập 4.23. Cho tam giác ABC có D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC, AB

- a) Chứng minh $DE \parallel AF$ và $DE = AF$.
b) Chứng minh các tứ giác AEDF, BFED, CDFE là các hình bình hành.

Bài tập 4.24. Cho tứ giác ABCD có M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA

- a) Chứng minh $MN \parallel AC$, $MN = \frac{1}{2}AC$. b) Chứng minh $MN \parallel PQ$, $MN = PQ$.
c) Chứng minh tứ giác MNPQ là hình bình hành.

Bài tập 4.25. Cho tứ giác ABCD có M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA

- a) Chứng minh $MN \parallel BC$, $MN = \frac{1}{2}BC$. b) Chứng minh $MN \parallel PQ$, $MN = PQ$.
c) Chứng minh tứ giác MNPQ là hình bình hành.

Bài tập 4.26. Cho hình bình hành ABCD có M và N là trung điểm của AB và CD. Chứng minh

- a) Chứng minh tứ giác AMND là hình bình hành. b) Chứng minh tứ giác BMCN là hình bình hành.

Bài tập 4.27. Cho hình bình hành ABCD có O là giao điểm của AC và BD. Đường thẳng qua O và cắt AB ở M, cắt CD ở N.

- a) Chứng minh $OM = ON$ b) Tứ giác AMCN là hình đặc biệt nào?

Bài tập 4.28. Cho hình bình hành ABCD có $AB < AD$. Tia phân giác của $\widehat{A}$ cắt BC ở I, tia phân giác của $\widehat{C}$ cắt AD tại K. Chứng minh

- a) $\triangle ABI$ là tam giác cân. b) So sánh $\widehat{BIA}$ và $\widehat{KCB}$.
c) Tứ giác AICK là hình bình hành.

Bài tập 4.29. Cho hình bình hành ABCD có $AB > AD$. Kẻ AE, CF cùng vuông góc với BD và $E, F \in BD$. Chứng minh

- a) $AE \parallel CF$ và $AE = CF$. b) Tứ giác AECF là hình gì? Vì sao?

Bài tập 4.30. Cho hình bình hành ABCD có $AB > CD$ vẽ $AE \perp BD$, $CF \perp BD$ ($E, F \in BD$). AE kéo dài cắt CD tại H và CF kéo dài cắt AB tại K. Chứng minh

- a) AECF là hình bình hành. b) AHCK là hình bình hành.

Bài tập 4.31. Cho hình bình hành ABCD có M, N là trung điểm của AB và CD. AN, CM cắt BD ở E và F. Chứng minh

- a) $AM = CN$ và tứ giác AMCN là hình bình hành.
b) F là trung điểm của BE và E là trung điểm của DF.

Bài tập 4.32. Cho hình bình hành ABCD tâm O, lấy $E \in CD$ sao cho $ED = \frac{1}{3}DC$, AE cắt BD tại K. Từ O kẻ đường thẳng song song với AE cắt CD ở F.

- a) OF là gì của tam giác CAE. b) Chứng minh $DE = FE = FC$.
c) Chứng minh K là trung điểm của OD.

Bài tập 4.33. Cho hình bình hành ABCD có M, N là trung điểm của AB và CD. AN và CM cắt BD tại E và F. Chứng minh

- a) Tứ giác AMCN là hình bình hành. b) $DE = EF = FB$.

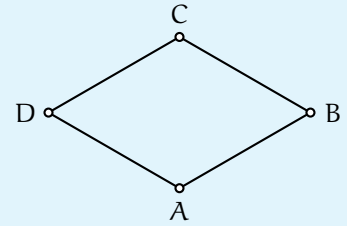
BÀI 5. HÌNH THOI

A KHÁI NIỆM

Định nghĩa 5.1. Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.

Tính chất 5.2. Hình thoi có các tính chất sau

- Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau;
- Mỗi đường chéo là tia phân giác của góc ở đỉnh.



🔍 Dấu hiệu nhận biết

- Hình thoi là hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.
- Hình thoi là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.
- Tứ giác là hình bình hành có một đường chéo là tia phân giác của góc ở đỉnh là hình thoi.

B BÀI TẬP

🔍 TRẮC NGHIỆM 🔍

Câu 5.1. Hình thoi không có tính chất nào dưới đây?

- Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.
- Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc của hình thoi.
- Hai đường chéo bằng nhau.
- Hai đường chéo vuông góc với nhau.

Câu 5.2. Hình thoi có chu vi bằng 20cm thì độ dài cạnh của nó bằng

- 4cm.
- 5cm.
- 8cm.
- Cả A, B, C đều sai.

Câu 5.3. Cho hình thoi có độ dài hai đường chéo là 24 cm và 10 cm. Tính độ dài cạnh hình thoi.

- 12 cm.
- 13 cm.
- 14 cm.
- 15 cm.

Câu 5.4. Cho hình thoi có độ dài hai đường chéo là 12 cm và 16 cm. Tính độ dài cạnh hình thoi.

- 12 cm.
- 8 cm.
- 20 cm.
- 10 cm.

Câu 5.5. Cho hình thoi ABCD có $\widehat{A} = 120^\circ$, các góc còn lại của hình thoi là

- $\widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 120^\circ, \widehat{D} = 60^\circ$.
- $\widehat{B} = 110^\circ, \widehat{C} = 80^\circ, \widehat{D} = 60^\circ$.
- $\widehat{B} = 80^\circ, \widehat{C} = 120^\circ, \widehat{D} = 80^\circ$.
- $\widehat{B} = 120^\circ, \widehat{C} = 60^\circ, \widehat{D} = 120^\circ$.

🔍 BÀI TẬP TỰ LUẬN 🔍

1 Nhận dạng hình thoi

Bài tập 5.1. Cho hình thoi ABCD có $\widehat{DAB} = 60^\circ$.

- Tính số đo $\widehat{ABC}, \widehat{BCD}, \widehat{CDA}$
- Tính số đo $\widehat{ABD}, \widehat{ACD}$.

Bài tập 5.2. Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC, AB. Chứng minh:

- $AE = ED = DF = FA$
- Tứ giác AEDF là hình thoi.

Bài tập 5.3. Cho tam giác đều ABC có D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC, AB. Chứng minh các tứ giác AEDF, BFED, CDFE là các hình thoi.

Bài tập 5.4. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên nửa mặt phẳng không chứa A có bờ là đường thẳng chứa cạnh BC, vẽ tia Bx//AC và tia Cy//AB. Gọi D là giao điểm của hai tia Bx và Cy. Chứng minh:

- Tứ giác ACDB là hình bình hành.
- Tứ giác ACDB là hình thoi.

Bài tập 5.5. Cho tam giác ABC cân tại A có đường trung tuyến AD. Trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho $DE = DA$. Chứng minh:

- a) Tứ giác ACDB là hình bình hành

Bài tập 5.6. Cho tam giác ABC cân tại B có đường cao BE. Trên tia đối của tia EB lấy điểm D sao cho $ED = EB$. Chứng minh:

- a) Tứ giác ABCD là hình bình hành

Bài tập 5.7. Cho tam giác ABC có đường phân giác trong AD. Trên tia AC lấy điểm E sao cho $DE \parallel AB$, trên AB lấy điểm F sao cho $DF \parallel AC$. Chứng minh:

- a) Tứ giác AEDF là hình bình hành.
- b) Tứ giác AEDF là hình thoi.

Bài tập 5.8. Cho tam giác ABC cân tại B. Đường thẳng qua C song song với AB cắt tia phân giác của ABC tại D. Chứng minh:

- a) $AB = CD$. b) Tứ giác ABCD là hình thoi.

Bài tập 5.9. Tứ giác ABCD có $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$. Biết rằng tia AC là tia phân giác của $\widehat{BAD}$ và tia CA là tia phân giác của $\widehat{BCD}$. Chứng minh:

- a) $\triangle ABC$ và $\triangle ADC$ là các tam giác cân.
- b) $AB = DA$.

- c) Tứ giác ABCD là hình thoi.

Bài tập 5.10. Cho tứ giác ABCD có $AC = BD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, CD, DA. Chứng minh:

- a) $MN = NP = PQ = QM$. b) Tứ giác MNPQ là hình thoi.

Bài tập 5.11. Cho tứ giác ABCD có $AD = BC$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Chứng minh:

- a) $MN = NP = PQ = QM$. b) Tứ giác MNPQ là hình thoi.

Bài tập 5.12. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$). Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Chứng minh tứ giác MNPQ là hình thoi.

Bài tập 5.13. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$). Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, CD, BD. Chứng minh tứ giác MNPQ là hình thoi.

Bài tập 5.14. Cho hình bình hành ABCD có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Đường thẳng d_1 qua O cắt cạnh AB và CD lần lượt tại M và P, đường thẳng d_2 qua O cắt cạnh BC và DA lần lượt tại N và Q. Biết rằng $d_1 \perp d_2$. Chứng minh:

- a) Tứ giác MNPQ là hình bình hành

Bài tập 5.15. Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Chứng minh tứ giác MNQP là hình thoi.

Bài tập 5.16. Cho hình bình hành ABCD có hai đường cao $AH = AK$. Chứng minh ABCD là hình thoi.

Bài tập 5.17. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD, AB < CD$). Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Chứng minh EFGH là hình thoi.

Bài tập 5.18. Cho tứ giác ABCD có $AB = CD$. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của BC, AC, AD, BD. Chứng minh:

- a) $\overline{EH} = \overline{GF}$
- b) Tứ giác EFGH là hình thoi.

Bài tập 5.19. Cho tứ giác ABCD có $AC = BD$. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Chứng minh tứ giác EFGH là hình thoi.

Bài tập 5.20. Cho hình thang cân $ABCD$, ($AD \parallel BC$). Gọi E, F, G, H, R, S lần lượt là trung điểm của BC, AC, AD, BD, AB, DC . Chứng minh

- a) Tứ giác RFSH là hình thoi.
- b) Tứ giác ERGS là hình thoi.

Bài tập 5.21. Cho góc xOy và tia phân giác Oz . Từ điểm $M \in Oz$ kẻ $MA \parallel Oy$ và $MB \parallel Ox$ (với $A \in Ox$ và $B \in Oy$). Chứng minh tứ giác $OAMB$ là hình thoi.

Bài tập 5.22. Cho hình bình hành ABCD có $AD \perp AC$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD.

- a) Chứng minh $MN \perp AC$.
b) Tứ giác AMCN là hình gì?

Bài tập 5.23. Cho hình bình hành ABCD có $AB = AC$. Gọi M là trung điểm BC. Trên tia đối của tia MA lấy $ME = MA$. Chứng minh

a) Tứ giác ABEC là hình thoi.

b) D, C, E thẳng hàng.

c) C là trung điểm DE.

Bài tập 5.24. Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi E là điểm đối xứng với A qua B, F là điểm đối xứng với C qua B. Chứng minh AFEC là hình thoi.

Bài tập 5.25. Cho hình thang ABCD, ($AB \parallel CD$). Từ C kẻ đường thẳng song song với AD, cắt cạnh AB tại E. Chứng minh AECD là hình thoi.

Bài tập 5.26. Cho tam giác ABC có D là điểm di động trên BC ($D \neq B, C$). Từ D vẽ các đường thẳng song song với AB, AC và lần lượt cắt AC, AB tại M và N.

a) Chứng minh AMDN là hình bình hành

b) Tìm vị trí của D để tứ giác AMDN là hình thoi.

Bài tập 5.27. Cho hình thang ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA.

a) Chứng minh MNPQ là hình bình hành

b) Hình thang ABCD có thêm tính chất gì thì MNPQ là hình thoi.

Bài tập 5.28. Cho tam giác ABC. Lấy các điểm D, E theo thứ tự trên các cạnh AB, AC sao cho $BD = CE$. Gọi M, N, I, K theo thứ tự là trung điểm của BE, CD, DE, BC. Chứng minh

a) $MK = IN = \frac{CE}{2}$

b) $IK \perp MN$.

Bài tập 5.29. Cho tam giác ABC cân tại A có đường trung tuyến AD. Từ D, kẻ đường thẳng DE song song với AB ($E \in AC$) và kẻ DF song song với AC ($F \in AB$). Chứng minh AEDF là hình thoi.

2 Sử dụng tính chất hình thoi để chứng minh kết quả khác

Bài tập 5.30. Cho hình thoi ABCD. Kẻ hai đường cao AH, AK. Chứng minh $AH = AK$.

Bài tập 5.31. Cho hình thoi ABCD có $AB = BD$

a) $\triangle ABD$ là tam giác gì? Vì sao?

b) Tính các góc của hình thoi ABCD.

Bài tập 5.32. Cho hình thoi ABCD có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Trên đoạn OA lấy điểm E, trên đoạn OC lấy điểm F sao cho $AE = CF$. Chứng minh tứ giác BEDF là hình thoi.

Bài tập 5.33. Cho hình thoi ABCD có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn OA, OB, OC, OD. Chứng minh tứ giác MNPQ là hình thoi.

Bài tập 5.34. Cho hình thoi ABCD có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Biết rằng $AC = 8\text{cm}$, $BD = 6\text{cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng OA, OB, AB.

Bài tập 5.35. Cho hình thoi ABCD có $AB = 15\text{cm}$, $BD = 24\text{cm}$

a) Tính độ dài AC

b) Tính diện tích hình thoi ABCD.

Bài tập 5.36. Cho hình thoi ABCD có $\widehat{A} = 60^\circ$, kẻ $BH \perp AD$, ($H \in AD$) rồi kéo dài một đoạn $HE = BH$. Nối E với A, E với D. Chứng minh

a) H là trung điểm AD.

b) ABDE là hình thoi.

Bài tập 5.37. Cho hình thoi ABCD. Lấy điểm E, F thuộc AC với $AE = CF$. Gọi O là giao điểm của AC và BD.

a) Chứng minh $OE = OF$

b) Tứ giác BEDF là hình gì? Vì sao?

Bài tập 5.38. Cho hình thoi ABCD có $AB = BD$

a) $\triangle ABD$ là tam giác gì? Vì sao?

b) Tính các góc của hình thoi ABCD.

Bài tập 5.39. Cho hình thoi ABCD. Kẻ đường cao AH và AK. Chứng minh $AK = AH$.

Bài tập 5.40. Cho hình thoi ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Chứng minh:

a) $MN \perp MQ$.

b) Tứ giác MNPQ là hình chữ nhật.

Bài tập 5.41. Hình thoi ABCD có $\widehat{A} = 60^\circ$. Kẻ hai đường cao BE và BF ($E \in AD, F \in DC$).

a) Chứng minh $BE = BF$

b) Tính số đo góc $\widehat{ABC}$

c) Tính số đo $\widehat{EBF}$. Tam giác BEF là tam giác đặc biệt gì? Vì sao?

Bài tập 5.42. Cho hình thoi ABCD có $\widehat{A} = 60^\circ$. Trên cạnh AD lấy điểm M, trên cạnh DC lấy điểm N sao cho $AM = DN$.

- a) Chứng minh $\widehat{BDC} = 60^\circ$
- b) Chứng minh $\triangle ADM = \triangle ADN$
- c) Chứng minh $\widehat{MBN} = 60^\circ$
- d) $\triangle BMN$ là tam giác gì? Vì sao?

Bài tập 5.43. Cho hình thoi ABCD có $\widehat{A} = 60^\circ$, kẻ $BH \perp AD$, ($H \in AD$), rồi kéo dài một đoạn $HE = BH$. Nối E với A, E với D. Chứng minh

- a) H là trung điểm AD b) Tứ giác ABDE là hình thoi
- c) D là trung điểm CE d) AC = BE.

Bài tập 5.44. Cho hình thoi ABCD có chu vi 8 cm và $AC = 2\sqrt{3}$ cm

- a) Tính độ dài BD

Bài tập 5.45. Cho hình thoi ABCD có chu vi là 8 cm và $AB = BD$. Tính độ dài đường cao của hình thoi.

© BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài tập 5.46. Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Kẻ $Bx \parallel AC$, $Cy \parallel AB$ sao cho hai tia Bx và Cy cắt nhau tại D

- Chứng minh tứ giác ABCD là hình thoi.
- Các đường trung tuyến BM và CN của $\triangle ABC$ cắt nhau ở G. AG cắt BC tại O. Chứng minh AO là đường cao của $\triangle ABC$.
- Chứng minh A, O, D thẳng hàng.

Bài tập 5.47. Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của BC, AC, AB. Biết $EF = 3\text{cm}$, $AB = 5\text{cm}$.

- a) Tính độ dài BC
- b) Tính độ dài AD
- c) Tứ giác AEDF là hình gì? Vì sao?

Bài tập 5.48. Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Chứng minh:

- a) $MQ = \frac{1}{2}BD, NP = \frac{1}{2}BD.$ b) $MQ = MN$ rồi suy ra $MNPQ$ là hình thoi.

Bài tập 5.49. Hình bình hành ABCD có góc $\widehat{DAC} = 90^\circ$. Gọi M, N là trung điểm của AB, CD. Chứng minh

- a) $AM = CN$ b) $AN = CN$
c) Tứ giác $AMCN$ là hình thoi.

Bài tập 5.50. Cho tam giác đều ABC . Kéo dài trung tuyến BM của tam giác ABC về phía M lấy điểm D sao cho M là trung điểm của BD . Kéo dài trung tuyến CN của tam giác ABC về phía N , lấy điểm E sao cho N là trung điểm của CE . Chứng minh:

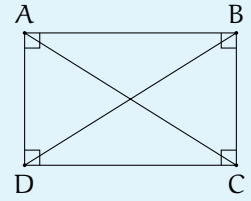
- a) Các tứ giác ABCD và ACBE là hình thoi.
- b) Ba điểm D, A, E thẳng hàng.
- c) Tứ giác BCDE là hình thang cân.

BÀI 6. HÌNH CHỮ NHẬT

A KHÁI NIỆM

Định nghĩa 6.1. Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.

Tính chất 6.2. Hình chữ nhật có hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.



🔍 Dấu hiệu nhận biết

- Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.
- Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
- Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

B BÀI TẬP

🔄 TRẮC NGHIỆM 🔄

Câu 6.1. Hãy chọn câu sai. Hình chữ nhật có

- A. Bốn góc.
- B. Hai đường chéo giao nhau tại trung điểm mỗi đường.
- C. Hai đường chéo vuông góc với nhau.
- D. Các cạnh đối bằng nhau.

Câu 6.2. Hãy chọn câu sai.

- A. Hình thang có một góc vuông là hình chữ nhật.
- B. Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
- C. Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.
- D. Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.

Câu 6.3. Hãy chọn câu sai.

- A. Hình thang có một góc vuông là hình chữ nhật.
- B. Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
- C. Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.
- D. Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.

Câu 6.4. Trong hình chữ nhật các kích thước lần lượt là 5 cm và 12 cm thì độ dài của đường chéo là

- A. 17 cm.
- B. 13 cm.
- C. $\sqrt{119}$ cm.
- D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 6.5. Trong hình chữ nhật đường chéo có độ dài là 7 cm một cạnh có độ dài là $\sqrt{13}$ cm thì cạnh còn lại có độ dài là

- A. 6 cm.
- B. $\sqrt{6}$ cm.
- C. $\sqrt{62}$ cm.
- D. Cả A, B, C đều sai.

🔗 BÀI TẬP TỰ LUẬN 🔗

1 Nhận dạng hình chữ nhật

Bài tập 6.1. Cho hình thang vuông ABCD có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$; AB = 10cm, AD = 12cm, CD = 15cm. Lấy điểm E trên cạnh CD sao cho BE song song với AD.

- a) Chứng minh tứ giác ABED là hình chữ nhật.
- b) Tính độ dài các đoạn thẳng BE, DE, EC, BC.

Bài tập 6.2. Cho hình thang vuông ABCD có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$; AB = 10cm, CD = 18cm, BC = 17cm. Kẻ BE vuông góc với CD ở E.

- a) Chứng minh tứ giác ABED là hình chữ nhật. b) Tính độ dài các đoạn thẳng DE, EC, BE, AD.

Bài tập 6.3. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$; $AB < CD$) có AH và BK là hai đường cao.

- a) Chứng minh tứ giác ABKH là hình chữ nhật. b) So sánh DH và CK.

Bài tập 6.4. Vẽ hình bình hành ABCD có AD vuông góc với AC. Kéo dài đường trung tuyến AI của tam giác ADC về phía I rồi lấy điểm E sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng AE.

- a) Tứ giác ADEC là hình đặc biệt gì? Vì sao? b) Chứng minh ba điểm B, C, E thẳng hàng.
c) Điểm C là gì của đoạn thẳng BE?

Bài tập 6.5. Cho hình thang vuông MNPQ có $\widehat{M} = \widehat{Q} = 90^\circ$; $MN = 16\text{cm}$, $NP = 17\text{cm}$, $PQ = 24\text{cm}$. Kẻ NE vuông góc với PQ ở E.

- a) Định dạng tứ giác MNEQ. b) Tính QE, EP, MQ.
c) Tính S_{MNEQ} , S_{MNPQ} .

2 Sử dụng tính chất của hình chữ nhật để tính toán, chứng minh kết quả khác

Bài tập 6.6. Cho tứ giác ABCD có hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA.

- a) Chứng minh $MN \parallel PQ$ và $NP \parallel MQ$. b) Tính số đo $\widehat{NMQ}$.

Bài tập 6.7. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$; $AB < CD$) có hai đường cao AH và BK.

- a) Tứ giác ABKH là hình đặc biệt gì? Vì sao? b) So sánh DH và CK.
c) Chứng minh $DH = \frac{CD - AB}{2}$.

Bài tập 6.8. Cho tứ giác ABCD có hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA.

- a) Tính số đo $\widehat{NMQ}$. b) Chứng minh tứ giác MNPQ là hình chữ nhật.

Bài tập 6.9. Cho hình chữ nhật ABCD ($AB < AD$). Vẽ $\widehat{xAy} = 90^\circ$ sao cho tia Ax cắt CD tại M và tia Ay cắt BC tại N. Kẻ tia Mz $\parallel$ AN và tia Nt $\parallel$ AM sao cho Mz cắt Nt tại P.

- a) Chứng minh tứ giác AMPN là hình chữ nhật.
b) Gọi O là giao điểm của AP và MN. Định dạng tam giác OAN.

Bài tập 6.10. Cho hình chữ nhật ABCD ($AB < AD$). Vẽ $\widehat{xAy} = 90^\circ$ sao cho tia Ax cắt CD tại M và tia Ay cắt BC tại N. Kẻ tia Mz $\parallel$ AN và tia Nt $\parallel$ AM sao cho Mz cắt Nt tại P. Gọi O là giao điểm của AP và MN.

- a) So sánh AP và MN.
b) Chứng minh các tam giác OAM; OAN; ONP; OMP là tam giác cân.

Bài tập 6.11. Cho hình chữ nhật ABCD ($AB < AD$). Lấy điểm M trên tia CD, lấy điểm N trên tia BC sao cho $\widehat{MAN} = 90^\circ$. Kẻ Mx $\parallel$ AN và Ny $\parallel$ AM sao cho Mx và Ny cắt nhau tại E. Gọi O là giao điểm của AE và NM.

- a) Chứng minh tứ giác AMEN là hình chữ nhật. b) So sánh OA với OC.

Bài tập 6.12. Cho hình thang vuông ABCD có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$; $AB = 12\text{cm}$, $AD = 15\text{cm}$, $CD = 20\text{cm}$. Kẻ BE vuông góc với CD ở E.

- a) Tứ giác ABED là hình đặc biệt nào? Vì sao? Tính S_{ABED} .
b) Tính BE, EC, BC.

Bài tập 6.13. Cho hình bình hành MNPQ, vẽ ME vuông góc với PQ tại E và PF vuông góc với MN tại F. Chứng minh:

- a) $MP = EF$. b) MP, NQ, EF đồng quy.

Bài tập 6.14. Cho hình chữ nhật ABCD có tâm O, kẻ BH vuông góc với AC tại H. Trên tia đối của tia BH lấy BE = AC.

- a) Tam giác BDE là tam giác gì? Vì sao? b) Chứng minh $\widehat{HBO} = 2\widehat{BDE}$.
c) Chứng minh $\widehat{HOB} = 2\widehat{ODC}$. d) Tính $\widehat{EDC}$, $\widehat{ADE}$.

Bài tập 6.15. Cho hình chữ nhật ABCD tâm I, kẻ BM vuông góc với AC tại M. Trên tia đối của tia BM lấy BF = AC.

- a) Định dạng tam giác BDF và tam giác IDA. b) Đặt $x = \widehat{BDF}$. Tính $\widehat{MIB}$, $\widehat{MBI}$ theo x .
c) Tính $\widehat{ADF}$.

Bài tập 6.16. Cho điểm E thuộc cạnh AB của hình chữ nhật ABCD. F thuộc BC sao cho $\widehat{EDF} = 90^\circ$. Vẽ hình chữ nhật EDFK, tâm O. Chứng minh:

- a) $BO = \frac{EF}{2}$. b) Tam giác BDK vuông.

Bài tập 6.17. Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ BK vuông góc với AC ở K. Gọi M và N là trung điểm của AK và CD. Kẻ CI vuông góc với BM tại I và cắt BK tại E.

- a) Chứng minh $ME \parallel NC \parallel AB$ và E là trung điểm của KB. b) Tứ giác MNCE là hình gì? Vì sao?
c) Chứng minh MB vuông góc với MN. d) Cho $BK = 4\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$. Tính S_{ABCD} .

Bài tập 6.18. Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ BP vuông góc với AC ở P. Gọi M và N là trung điểm của AP và CD. Kẻ CQ vuông góc với BM tại Q và cắt BP tại E.

- a) Tứ giác MNCE là hình gì? Vì sao? b) Chứng minh BM vuông góc với MN.

3 Các bài toán liên quan đến tam giác vuông, tam giác cân, tam giác đều

Bài tập 6.19. Cho tam giác ABC vuông tại A có AM là đường trung tuyến. Biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng BC, AM.

Bài tập 6.20. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH và đường trung tuyến AM.

- a) Chứng minh hai tam giác AMB và AMC là tam giác cân.
b) So sánh $\widehat{BAH}$ với $\widehat{MCA}$; $\widehat{CAH}$ với $\widehat{MAB}$

Bài tập 6.21. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Kẻ HD vuông góc với AB tại D và HE vuông góc với AC tại E.

- a) Tứ giác ADHE là hình đặc biệt gì? Vì sao?
b) Gọi O là giao điểm của AH và DE. Chứng minh $OA = OH = OD = OE$.

Bài tập 6.22. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường trung tuyến AD. Kẻ $DH \parallel AC$ và $DK \parallel AB$ ($H \in AB$ và $K \in AC$). Chứng minh:

- a) H là trung điểm của AB và K là trung điểm của AC. b) Tứ giác AHDK là hình chữ nhật.

Bài tập 6.23. Cho tam giác ABC cân tại A có M là trung điểm của BC, N là trung điểm của AC. Trên tia NM lấy điểm I sao cho N là trung điểm của MI.

- a) So sánh MI với AB và AC. b) Chứng minh tứ giác AICM là hình chữ nhật.

Bài tập 6.24. Cho tam giác ABC đều có M và N lần lượt là trung điểm của BC và AC. Vẽ $Ax \parallel BC$ sao cho Ax cắt MN tại E.

- a) So sánh ME với AC. b) Chứng minh tứ giác AMCE là hình chữ nhật.

Bài tập 6.25. Cho tam giác ABC cân tại A có đường cao AH. Vẽ tia $Ax \parallel BC$ và tia $Cy \parallel AH$ sao cho Ax cắt Cy tại D.

- a) Chứng minh tứ giác ADCH là hình chữ nhật.
b) Gọi N là giao điểm của AC và DH, biết $AB = 8\text{cm}$. Tính độ dài HN.

Bài tập 6.26. Cho tam giác ABC đều có M và N lần lượt là trung điểm của BC và AC. Trên tia MN lấy D sao cho M là trung điểm của ND.

- a) So sánh ND với AB và AC. b) Chứng minh tứ giác BDCN là hình chữ nhật.

Bài tập 6.27. Cho tam giác ABC cân tại A có đường cao AH. Vẽ tia $Ax \parallel BC$ và tia $Cy \parallel AH$ sao cho Ax cắt Cy tại D.

- a) Tứ giác ADCH là hình đặc biệt gì? Vì sao?
b) Gọi N là giao điểm của AC và DH. Đường trung tuyến CM của tam giác ABC cắt AH tại G. G là gì của tam giác ABC.
c) Chứng minh B, G, N thẳng hàng.

Bài tập 6.28. Cho tam giác ABC cân tại A có đường cao AH. Từ điểm M trên đường thẳng CH kẻ Mx vuông góc với CH, tia Mx cắt tia phân giác ngoài đỉnh A của tam giác ABC tại D.

a) Tính số đo $\widehat{HAD}$.

b) Chứng minh tứ giác ADMH là hình chữ nhật.

Bài tập 6.29. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$, M là trung điểm của BC. Tính BC, AM.

Bài tập 6.30. Cho tam giác ABC có đường cao AD. Gọi E là trung điểm của AB và F là điểm đối xứng của D qua E.

a) Chứng minh tứ giác ADBF là hình chữ nhật.

b) So sánh AB và FD.

Bài tập 6.31. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Điểm M di động trên BC, kẻ ME vuông góc với AB tại E và MF vuông góc với AC tại F.

a) Tứ giác AEMF là hình gì? Vì sao?

b) Kẻ AI vuông góc với BC tại I và so sánh AM và AI.

c) Định vị trí M trên BC để EF nhỏ nhất.

Bài tập 6.32. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Điểm M di động trên BC, kẻ MH vuông góc với AB tại H và MK vuông góc với AC tại K.

a) Tứ giác AHMK là hình gì? Vì sao?

b) Định vị trí M trên BC để HK nhỏ nhất.

Bài tập 6.33. Tam giác ABC vuông tại A có đường trung tuyến AM. Trên tia AM lấy điểm I sao cho M là trung điểm của AI.

a) So sánh AI và BC.

b) Tứ giác ABIC là hình gì? Vì sao?

Bài tập 6.34. Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao, AM là đường trung tuyến. Qua H kẻ đường thẳng song song với AB và AC, lần lượt cắt AC tại E và cắt AB tại D. DE cắt AH tại O và AM tại I.

a) Tứ giác ADHE là hình gì? Vì sao?

b) Chứng minh $\widehat{IEA} = \widehat{HAC}$.

c) Chứng minh $\widehat{IAE} = \widehat{HCA}$.

d) Tính $\widehat{AIE}$.

Bài tập 6.35. Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao, đường trung tuyến AM. Qua H kẻ đường thẳng song song với AB và AC, lần lượt cắt AC tại P và AB tại D. PD cắt AH tại O và AM tại Q.

a) Chứng minh $AH = DP$.

b) Định dạng $\triangle MAC$ và $\triangle OAP$.

c) Chứng minh $\triangle APQ$ vuông tại Q.

Bài tập 6.36. Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao. Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của H xuống AB và AC. Gọi I là trung điểm của BH, K là trung điểm của HC. AH cắt MN tại O.

a) So sánh AH với MN.

b) Tính $\widehat{NMI}$.

c) Chứng minh $PI // QK$.

Bài tập 6.37. Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao. Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của H xuống AB và AC.

a) Chứng minh $AH = DE$.

b) Gọi I là trung điểm của HB, K là trung điểm của HC. Chứng minh $DI // EK$.

Bài tập 6.38. Vẽ hình bình hành ABCD, kẻ AH vuông góc với CD tại H và CK vuông góc với AB tại K.

a) Tính số đo $\widehat{HAK}$.

b) So sánh AC và HK rồi suy ra AC, KH và BD có cùng một trung điểm.

BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài tập 6.39. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Điểm M di động trên BC, kẻ ME vuông góc với AB tại E và MF vuông góc với AC tại F. Định vị trí của M trên BC để EF nhỏ nhất.

Bài tập 6.40. Cho hình chữ nhật ABCD tâm O, kẻ BH vuông góc với AC. Trên tia đối của tia BH lấy $BE = AC$.

a) Tam giác BDE là tam giác gì? Vì sao?

b) Tính $\widehat{EDC}$, $\widehat{ADE}$.

Bài tập 6.41. Cho hình chữ nhật ABCD tâm I, kẻ BM vuông góc với AC. Trên tia đối của tia BM lấy $BF = AC$. Tính $\widehat{ADF}$.

Bài tập 6.42. Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao, AM là đường trung tuyến. Qua H kẻ đường thẳng song song với AB và AC, lần lượt cắt AC tại E và cắt AB tại D. DE cắt AH tại O và AM tại I.

- Tứ giác ADHE là hình gì? Vì sao?
- Tính $\widehat{AIE}$.

Bài tập 6.43. Cho điểm E thuộc cạnh AB của hình chữ nhật ABCD. F thuộc BC sao cho $\widehat{EDF} = 90^\circ$. Vẽ hình chữ nhật EDFK. Chứng minh tam giác BDK vuông.

Bài tập 6.44. Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ BK vuông góc với AC ở K. Gọi M và N là trung điểm của AK và CD. Kẻ CI vuông góc với BM tại I và cắt BK tại E.

- Chứng minh $ME \parallel NC \parallel AB$ và E là trung điểm của KB..
- Cho $BK = 4\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$. Tính S_{ABCD} .

Bài tập 6.45. Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao. Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của H xuống AB và AC. Gọi I là trung điểm của BH, K là trung điểm của HC. Chứng minh:

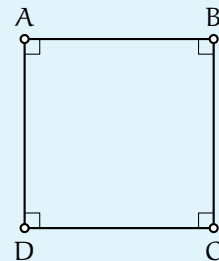
- $DI \parallel EK$.
- Gọi F là trung điểm của IK. Chứng minh tam giác DEF cân.

BÀI 7. HÌNH VUÔNG

A KHÁI NIỆM

Định nghĩa 7.1. Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.

Tính chất 7.2. Hình vuông có hai đường chéo bằng nhau, cắt nhau tại trung điểm mỗi đường và vuông góc với nhau.



🔍 Dấu hiệu nhận biết

- Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.
- Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc nhau là hình vuông.
- Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác một góc ở đỉnh là hình vuông.

B BÀI TẬP

➡ TRẮC NGHIỆM ◀

Câu 7.1. Hình vuông là tứ giác có

- A. Bốn cạnh bằng nhau. B. Bốn góc bằng nhau.
C. Bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau. D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 7.2. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hình vuông vừa là hình thoi vừa là hình chữ nhật.
B. Hình vuông là hình chữ nhật nhưng không là hình thoi.
C. Hình vuông có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau.
D. Hình vuông có đường chéo là phân giác các góc trong hình vuông.

Câu 7.3. Nếu ABCD là hình vuông thì

- A. $AC = BD$. B. AC, BD giao nhau tại trung điểm mỗi đường.
C. $AC \perp BD$. D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 7.4. Chọn câu sai. Tứ giác nào có hai đường chéo bằng nhau?

- A. Hình vuông. B. Hình thang cân. C. Hình chữ nhật. D. Hình thoi.

Câu 7.5. Cho hình vuông ABCD. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy các điểm E, F, G, H sao cho $AE = BF = CG = DH$. Tứ giác EFGH là hình gì?

- A. Hình chữ nhật. B. Hình vuông. C. Hình bình hành. D. Hình thoi.

🔗 BÀI TẬP TỰ LUẬN 🔗

1 Nhận dạng hình vuông

Bài tập 7.1. Cho $\widehat{xOy} = 90^\circ$ và tia phân giác Ot. Lấy điểm A bất kì trên Ot, kẻ $AB \perp Ox$ ở A, $AC \perp Oy$ ở C. Chứng minh tứ giác OABC là hình vuông

Bài tập 7.2. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 90^\circ$, $AB = AC = a$ và AD là đường phân giác của góc trong. Từ D kẻ $DE \parallel AC$ và $DF \parallel AB$ (với $E \in AB, F \in AC$). Chứng minh

- a) Tứ giác AEDF là hình vuông b) $CE = BF$

Bài tập 7.3. Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = \sqrt{2}$ và $BC = 2$. D là điểm đối xứng với A qua BC.

a) $\triangle ABC$ là tam giác gì? Vì sao?b) Chứng minh tứ giác $ABDC$ là hình vuông.

Bài tập 7.4. Cho tam giác ABC vuông cân ở A có đường trung tuyến AM . Kẻ $MH \parallel AC, MK \parallel AB (H \in AB, K \in AC)$. Tứ giác $AHMK$ là hình đặc biệt gì? Vì sao?

Bài tập 7.5. Cho hình thang $ABCD, (AB \parallel CD)$. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của AD, AB, BC, CD .

a) Chứng minh tứ giác $MNPQ$ là hình bình hànhb) Hình bình hành $MNPQ$ là hình gì nếu hai đường chéo AC và BD bằng nhau và vuông góc nhau?

Bài tập 7.6. Cho tam giác OBC vuông cân tại O . Lấy A thuộc tia đối của tia OC , D thuộc tia đối của tia OB sao cho $OA = OD$.

a) Chứng minh $ABCD$ là hình thang cânb) Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AD, AB, BC, CD . Chứng minh $MNPQ$ là hình vuông.

Bài tập 7.7. Cho tứ giác $EFGH$ có hai đường chéo EG và FH vuông góc nhau và bằng nhau. Gọi S, R, Q, P theo thứ tự là trung điểm của các cạnh EF, FG, GH, HE . Chứng minh $SRQP$ là hình vuông.

Bài tập 7.8. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA .

a) Chứng minh $MNPQ$ là hình bình hành.b) Các đường chéo của tứ giác $ABCD$ phải có điều kiện gì thì $MNPQ$ là Hình vuông.

Bài tập 7.9. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AB, AC, DC, DB

a) Chứng minh $EFGH$ là hình bình hànhb) Nếu $AD \perp BC$ thì hình bình hành $EFGH$ trở thành hình gì? Vì sao?c) Nếu $AD = BC$ thì hình bình hành $EFGH$ trở thành hình gì? Vì sao?d) Tìm điều kiện để hình bình hành $EFGH$ trở thành hình vuông.

Bài tập 7.10. Cho tam giác ABC , các đường trung tuyến BD và CE cắt nhau ở G . Gọi H là trung điểm của GB, K là trung điểm của GC

a) Chứng minh $DEHK$ là hình bình hànhb) Nếu tam giác ABC cân tại A . Chứng minh $BD = CE$ và $DEHK$ là hình chữ nhậtc) Nếu các đường trung tuyến BD và CE vuông góc nhau thì tứ giác $DEHK$ là hình gì? Vì sao?d) Nêu điều kiện của tam giác ABC để tứ giác $DEHK$ là một hình vuông.

Bài tập 7.11. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC$. Gọi I là trung điểm của AB và K là trung điểm của DC . Chứng minh

a) $AIKD$ và $BIKC$ là hình vuôngb) $IK = \frac{DC}{2}$ và $\widehat{DIK} = 90^\circ$.

Bài tập 7.12. Cho tam giác ABC vuông cân ở A . Trên cạnh BC lấy các điểm H, G sao cho $BH = HG = GC$. Qua H và G kẻ $HE \perp BC$ và $GF \perp BC (E \in AB, F \in AC)$. Chứng minh rằng

a) $EH = HG = GC$ b) Tứ giác $EFGH$ là hình vuông.

2 Sử dụng tính chất hình vuông để tính toán và chứng minh kết quả khác

Bài tập 7.13. Cho hình vuông $ABCD$. Kéo dài BC lấy E , kéo dài CD lấy F , sao cho $BE = DF$.

a) Chứng minh $\triangle ABE = \triangle ADF$ b) $\triangle EAF$ là tam giác gì? Vì sao?c) Kẻ tia $Ex \parallel AF$ và tia $Fy \parallel AE$. Ex cắt Fy tại G . Tứ giác $AEGF$ là hình gì? Vì sao?

Bài tập 7.14. Cho hình vuông $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy các điểm A', B', C', D' sao cho $AA' = BB' = CC' = DD'$. Chứng minh rằng

a) $A'B = B'C = C'D = D'A$ b) $\triangle D'AA' = \triangle A'BB' = \triangle B'CC' = \triangle C'DD'$ c) Tứ giác $A'B'C'D'$ là hình vuông.

Bài tập 7.15. Cho hình vuông ABCD. Trên các cạnh AD, BA, CB, DC lần lượt lấy các điểm A', B', C', D' sao cho $AA' = BB' = CC' = DD'$. Chứng minh rằng

a) $\triangle AA'B' = \triangle BB'C' = \triangle CC'D' = \triangle DD'A'$ b) $\widehat{A'B'C'} = 90^\circ$

c) Tứ giác $A'B'C'D'$ là hình vuông.

Bài tập 7.16. Cho hình vuông ABCD. Hai đường thẳng d_1 và d_2 vuông góc nhau ở tâm O của hình vuông. Đường thẳng d_1 cắt AB, CD ở P và Q. Đường thẳng d_2 cắt BC, AD ở R và S. Chứng minh

a) $\triangle AOP = \triangle BOR$ b) $OP = OR = OS = OQ$

c) Tứ giác PRQS là hình vuông.

Bài tập 7.17. Cho hình bình hành ABCD. Gọi DE, BK lần lượt là đường phân giác góc trong của các tam giác ADB và DBC.

a) Chứng minh $DE \parallel BK$

b) Tứ giác DEBK là hình gì? Vì sao?

c) Tìm điều kiện của $\triangle ABD$ để DEBK trở thành: Hình chữ nhật, hình vuông.

Bài tập 7.18. Cho hình thang ABCD, ($AB \parallel CD$). Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của AD, AB, BC, CD.

a) Chứng minh MNPQ là hình bình hành

b) Hình bình hành MNPQ là hình gì nếu hai đường chéo AC, BD bằng nhau và vuông góc.

BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài tập 7.19. Cho tam giác ABC có $AB = BC = 1$ và $AC = \sqrt{2}$

a) Tính các góc của tam giác ABC

b) Gọi D là điểm đối xứng với C qua B. Chứng minh $\triangle ADB$ vuông cân

c) Gọi BE và BF lần lượt là đường phân giác góc trong của các tam giác ADB và ABC. Chứng minh BA là đường phân giác của góc EBF

d) Chứng minh AEBF là hình vuông

e) So sánh $\triangle ACE$ với $\triangle ADF$.

Bài tập 7.20. Cho tứ giác ABCD. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CD, DA.

a) Chứng minh MNPQ là hình bình hành

b) Các đường chéo của tứ giác ABCD phải có điều kiện gì thì MNPQ là: Hình chữ nhật, Hình thoi, Hình vuông.

Bài tập 7.21. Cho tứ giác EFGH có hai đường chéo EG và FH vuông góc nhau và bằng nhau. Gọi S, R, Q, P theo thứ tự là trung điểm của các cạnh EF, FG, GH, HE. Chứng minh SRQP là hình vuông.

Bài tập 7.22. Cho tứ giác ABCD. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AB, AC, DC, DB

a) Chứng minh EFGH là hình bình hành

b) Nếu $AD \perp BC$ thì hình bình hành EFGH trở thành hình gì? Vì sao?

c) Nếu $AD = BC$ thì hình bình hành EFGH trở thành hình gì? Vì sao?

d) Tìm điều kiện để hình bình hành EFGH trở thành hình vuông.

Bài tập 7.23. Cho hình bình hành ABCD có $AB = 2AD$. Gọi M, N là trung điểm của AB và CD

a) Xác định tứ giác AMND

b) Chứng minh $AN \parallel MC$

c) E là giao điểm của AN và DM, F là giao điểm của MC và BN. Chứng minh $EF \parallel BC$

d) Xác định dạng của tứ giác MENF

e) Tìm điều kiện của hình bình hành ABCD để tứ giác MENF là hình vuông.

Bài tập 7.24. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 2BC$. Gọi I là trung điểm của AB và K là trung điểm của DC. Chứng minh

a) AIKD và BIKC là hình vuông

b) $IK = \frac{DC}{2}$ và $\widehat{DIC} = 90^\circ$.

Bài tập 7.25. Cho hình vuông ABCD. Vẽ $\widehat{xAy} = 90^\circ$. Ax cắt BC ở M, Ay cắt đường thẳng CD tại N

a) Chứng minh $\triangle MAN$ vuông cân

b) Vẽ hình bình hành AMFN có O là giao điểm của AF và MN. Chứng minh $OA = OC = \frac{AF}{2}$ và $\triangle ACF$ vuông tại C

c) Chứng minh D, O, B thẳng hàng.

Bài tập 7.26. Cho hình vuông ABCD. Từ điểm M thuộc cạnh BC, vẽ đường thẳng cắt CD ở K sao cho $\widehat{AMB} = \widehat{AMK}$. Kẻ $AH \perp MK$ ở H. Chứng minh:

a) $\triangle ABM = \triangle AHM$ và $AH = AD$

b) $\triangle DAK = \triangle HAK$

c) $\widehat{MAK} = \frac{1}{2}\widehat{A} = 45^\circ$.

Bài tập 7.27. Cho hình vuông ABCD. Từ M thuộc cạnh BC, vẽ đường thẳng cắt CD ở K sao cho $\widehat{AMB} = \widehat{AMK}$. Kẻ $AM \perp MK$ ở H. Chứng minh:

a) $\triangle AMH = \triangle AMB$

b) $\widehat{KAM} = 45^\circ$.

Bài tập 7.28. Cho hình vuông ABCD. M là điểm tùy ý trên cạnh DC. Tia phân giác của $\widehat{DAM}$ cắt CD tại I. Kẻ $IH \perp AM$ tại H và tia IH cắt BC tại K. Chứng minh:

a) $\triangle ADI = \triangle AHI$ và $\triangle ABK = \triangle AHK$

b) $\widehat{IAK} = 45^\circ$.

Bài tập 7.29. Cho hình vuông ABCD. Lấy $N \in AB, M \in BC$ sao cho $\widehat{ADN} = \widehat{NDM}$. Kẻ tia $Dx \perp DN$, Dx cắt tia BC tại K. Chứng minh:

a) $\widehat{ADN} = \widehat{CDK}$

b) $AN = CK$

c) $\triangle MDK$ cân ở M

d) $DM = AN + CM$.

Bài tập 7.30. Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh AD lấy điểm F, trên cạnh DC lấy điểm E sao cho $AF = DE$. Chứng minh:

a) $\triangle ABF = \triangle ADE$

b) $\widehat{FAE}$ và $\widehat{AFB}$ phụ nhau.

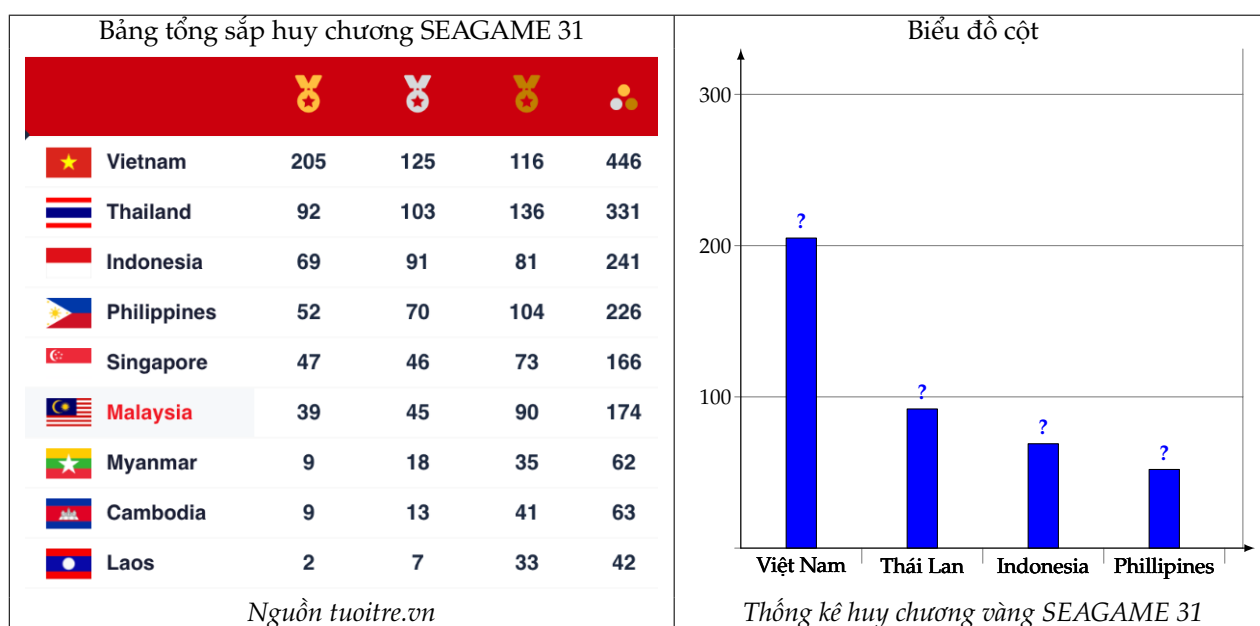
c) $AE \perp BF$.

MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ

BÀI 1. THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

A THU THẬP DỮ LIỆU

Một bạn học sinh lớp 8 quan sát bảng xếp hạng huy chương SEAGAME 31 trên báo điện tử <https://tuoitre.vn> và thống kê lại số huy chương vàng theo biểu đồ cột như sau:



Ví dụ 1.1. Quan sát hình trên

- Em hãy giúp bạn điền các số thích hợp vào dấu chấm hỏi còn thiếu trên biểu đồ.
- Theo em bạn thu thập số liệu trên từ nguồn nào (internet, thí nghiệm, quan sát, lập phiếu thăm dò,...)?
- Theo em người ta thường dùng những cách nào để thu thập số liệu?

B PHÂN LOẠI DỮ LIỆU THEO CÁC TIÊU CHÍ

Quy tắc 1.1. Người ta thường chia dữ liệu thành hai loại là dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng.

- Dữ liệu định lượng là một loại dữ liệu có thể đo lường bằng số. Dữ liệu định lượng nhận giá trị số (thực) và được chia thành hai loại:
 - Loại rời rạc là dữ liệu chỉ nhận hữu hạn giá trị hoặc biểu thị số đếm. Ví dụ: số học sinh, số ngày công, số vật nuôi,....
 - Loại liên tục là dữ liệu có thể nhận mọi giá trị trong một khoảng nào đó. Ví dụ: chiều dài, khối lượng, thu nhập, thời gian,...
- Dữ liệu định tính là một loại dữ liệu không thể đo lường bằng số. Nó thường chứa các từ ngữ hoặc bài mô tả về đối tượng. Dữ liệu định tính được chia thành hai loại:
 - Dữ liệu định danh là dữ liệu thể hiện cách gọi tên. Ví dụ: giới tính, màu sắc, nơi ở, nơi sinh,...
 - Dữ liệu biểu thị thứ bậc là dữ liệu thể hiện sự hơn kém. Ví dụ: mức độ hài lòng, trình độ tay nghề,...

C TÍNH HỢP LÝ CỦA DỮ LIỆU

Quy tắc 1.2. Một số yếu tố ảnh hưởng đến tính hợp lý của dữ liệu là

- Định dạng: Dữ liệu phải tuân thủ các quy tắc về kiểu dữ liệu, ví dụ như họ tên phải là chữ, tuổi phải là số,...
- Phạm vi: Dữ liệu phải nằm trong khoảng giá trị mong đợi hoặc có lý giải hợp lý cho những trường hợp ngoại lệ.
- Dữ liệu phải thể hiện được đặc trưng của tổng thể hoặc nhóm mà ta muốn nghiên cứu.

D BÀI TẬP

🔴 TRẮC NGHIỆM 🔴

Câu 1.1. Thân nhiệt ($^{\circ}\text{C}$) của bạn An trong cùng khung giờ 7h sáng các ngày trong tuần được ghi lại trong bảng sau:

Thời điểm	Thứ 2	Thứ 3	Thứ 4	Thứ 5	Thứ 6	Thứ 7	Chủ nhật
Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	36,5	36,7	36,8	36,7	37	37,2	36,8

Bạn An đã thu được dữ liệu trên bằng cách nào?

- Xem ti vi.
- Lập bảng hỏi.
- Ghi chép số liệu thống kê hằng ngày.
- Thu thập từ các nguồn có sẵn như : sách, báo, web.

Câu 1.2. Cho bảng số liệu đánh giá chất lượng sản phẩm bằng điểm số 1, 2, 3, 4, 5 của một lô hàng gồm 15 sản phẩm như sau

Điểm	1	2	3	4	5
Số sản phẩm	3	0	5	7	0

Đối tượng thống kê là

- Các điểm số 1; 2; 3; 4; 5.
- Số sản phẩm 3; 0; 5; 7; 0.
- Điểm số và sản phẩm.
- Lô hàng.

Câu 1.3. Trong các dữ liệu sau, dữ liệu nào là dữ liệu định tính?

- Số huy chương vàng mà các vận động viên đã đạt được.
- Danh sách các vận động viên tham dự Olympic Tokyo 2020: Nguyễn Huy Hoàng, Nguyễn Thị Ánh Viên,
- Số học sinh nữ của các tổ trong lớp 7A.
- Năm sinh của các thành viên trong gia đình em.

Câu 1.4. Kết quả tìm hiểu về sở thích đối với môn Toán của 23 bạn học sinh lớp 7A được cho bởi bảng thống kê sau

Sở thích	Không thích	Không quan tâm	Thích	Rất thích
Số bạn	3	0	15	5

Quan sát bảng thống kê và cho biết có bao nhiêu loại mức độ thể hiện sự yêu thích?

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

Câu 1.5. Trong các dữ liệu sau, dữ liệu không phải là dữ liệu định lượng?

- Cân nặng của trẻ sơ sinh (đơn vị tính là gam): 4000, 2500, 5000, ...;
- Quốc tịch của các học sinh trong một trường quốc tế: Việt Nam, Lào, Campuchia,
- Chiều cao trung bình của một số loại thân cây gỗ (đơn vị tính là mét): 7; 8; 9; 3;
- Số học sinh đeo kính trong một lớp học (đơn vị tính là học sinh): 20; 10; 15; ...

Câu 1.6. Cho bảng thống kê tỉ lệ phần trăm về các loại vật nuôi trong một trang trại

Con vật	Tỉ lệ phần trăm
Bò	5%
Thỏ	4%
Lợn	11%
Gà	40%
Vịt	50%
Tổng	110%

Giá trị chưa hợp lý trong bảng dữ liệu là:

- A. Dữ liệu về tên các con vật .
 B. Dữ liệu về tỉ lệ phần trăm.
 C. Cả A, B đều đúng.
 D. Cả A, B đều sai.

Câu 1.7. Nhà bạn Mai mở tiệm kem, bạn ấy muốn tìm hiểu về các loại kem yêu thích của 30 khách hàng trong sáng chủ nhật và thu được kết quả như sau

Loại kem	Kiểm đếm
Dâu	
Nho	
Sầu riêng	
Sô cô la	
Va ni	

Từ bảng kiểm đếm của bạn Mai, em hãy cho biết Mai đang điều tra về vấn đề gì?

- A. Người ăn kem nhiều nhất.
 B. Số loại kem của nhà Mai hiện có.
 C. Loại kem nhà Mai được khách hàng yêu thích.
 D. Loại kem bán được trong 30 ngày .

Câu 1.8. Một số con vật sống trên cạn: cá voi, chó, mèo, ngựa. Trong các dữ liệu trên, dữ liệu chưa hợp lý là

- A. Cá voi.
 B. Chó.
 C. Mèo.
 D. Ngựa.

Câu 1.9. Danh sách đội học sinh dự thi văn nghệ của lớp 6A được ghi lại trong bảng sau

STT	Họ và tên
1	Nguyễn Văn Nam
2	Vũ Trà My
3	Lê Ngọc Hà
4	Nguyễn Thị Mai
5	23567
6	Ngô Thị Giang

Giá trị chưa hợp lý trong dữ liệu về học sinh dự thi văn nghệ của lớp 6A là

- A. Nguyễn Văn Nam.
 B. Nguyễn Thị Mai.
 C. 23567.
 D. Ngô Thị Giang.

Câu 1.10. Các dụng cụ y tế được cung cấp hỗ trợ y tế dự phòng cho khu cách ly do dịch Covid – 19 tại quận 7 được ghi lại trong bảng sau

Tên dụng cụ y tế	Khẩu trang (thùng)	Kính bảo hộ (cái)	Bộ đồ phòng chống bảo hộ (bộ)	Thuốc xịt khuẩn (thùng)
------------------	--------------------	-------------------	-------------------------------	-------------------------

Số lượng	40	A	-76	35
----------	----	---	-----	----

Thông tin không hợp lý của bảng dữ liệu là

- A. 40. B. A. C. -76. D. Cả B và C.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Phân loại dữ liệu

Bài tập 1.1. Thông tin về 5 bạn học sinh trong câu lạc bộ cầu lông tại Trung Tâm Thăng Long Bình Tân tham gia thi đấu cấp thành phố được thống kê theo bảng sau

Họ tên	Khối	Chiều cao (cm)	Giới tính	Kĩ thuật phát cầu	Số nội dung thi đấu
Trần Văn Long	9	165	Nam	Tốt	3
Nguyễn Trí Tín	8	162	Nam	Khá	2
Lê Thị Thọ	8	158	Nữ	Tốt	2
Nguyễn Thị Thúy	7	150	Nữ	Khá	1
Lý Thành An	6	140	Nam	Trung bình	2

- Hãy cho biết đâu là tiêu chí định tính và đâu là tiêu chí định lượng.
- Trong các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém.
- Trong dữ liệu định lượng, dữ liệu nào là số đếm.

Bài tập 1.2. Cho các loại dữ liệu sau đây:

- Môn thể thao yêu thích của một số bạn học sinh lớp 8C: bóng đá, cầu lông, bóng chuyền, ...
- Chiều cao (tính theo cm) của một số bạn học sinh lớp 8C : 152,7; 148,5; 160,2; ...
- Xếp loại học tập của một số bạn học sinh lớp 8C: tốt, chưa đạt, đạt, khá, ...
- Điểm kiểm tra môn Toán của một số bạn học sinh lớp 8C : 5; 10; 8; 4; ...
- Trình độ tay nghề của các công nhân trong phân xưởng A gồm các bậc: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7.

Em hãy

- Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong các dữ liệu trên.
- Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?
- Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là rời rạc? Vì sao?

Bài tập 1.3. Cho các loại dữ liệu sau đây:

- Danh sách một số loại trái cây: cam, xoài, mít, ...
- Khối lượng (tính theo g) của một số trái cây: 240; 320; 1200; ...
- Độ chín của trái cây: rất chín, vừa chín, hơi chín, còn xanh, ...
- Hàm lượng vitamin C (tính theo mg) có trong một số trái cây: 95; 52; 28; ...
- Mức độ tươi ngon của trái cây: loại 1, loại 2, loại 3.

Em hãy

- Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong các dữ liệu trên.
- Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?
- Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là liên tục?

Bài tập 1.4. Thống kê về các loại lồng đèn mà các bạn học sinh lớp 8C làm được để trao tặng cho trẻ em khuyết tật nhân dịp Tết Trung thu được cho trong bảng dữ liệu sau:

STT	Tên lồng đèn	Loại	Số lượng	Màu sắc
1	Con cá	Lớn	2	Vàng
2	Thiên nga	Vừa	6	Xanh
3	Con thỏ	Nhỏ	10	Nâu
4	Ngôi sao	Lớn	2	Đỏ
5	Đèn xếp	Nhỏ	15	Cam

Em hãy

- a) Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong bảng dữ liệu trên.
- b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?
- c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là rời rạc?

2 Tính hợp lý của dữ liệu

Bài tập 1.5. Thống kê số học sinh lớp 8A2 của Trung Tâm Thăng Long Bình Tân tham gia câu lạc bộ thể thao (mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ)

CLB thể thao	Số học sinh
Bóng bàn	12
Cầu lông	15
Bóng rổ	Nhiều học sinh tham gia
Đá cầu	100

Theo em điểm nào chưa hợp lí trong bảng dữ liệu trên?

Bài tập 1.6. Nêu nhận xét về tính hợp lí của các dữ liệu trong bảng thống kê sau.

Thống kê số học sinh lớp (mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ)	
Câu lạc bộ văn nghệ	Số học sinh
Guitar	6
Organ	9
Múa	Cả tổ I
Hợp ca	80

Bài tập 1.7. Bảng thống kê sau cho biết tỉ số phần trăm lựa chọn đối với bốn nhãn hiệu tập vở trong số 200 học sinh được phỏng vấn.

Nhãn hiệu tập vở ghi bài	Tỉ số phần trăm
A	40%
B	45%
C	10%
D	5%

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu tập vở A:

- a) A là nhãn hiệu được đa số học sinh lựa chọn.
- b) A là nhãn hiệu có tỉ lệ học sinh lựa chọn cao nhất.
- c) A là một trong những nhãn hiệu có tỉ lệ được chọn cao nhất.

Bài tập 1.8. Bảng thống kê sau cho biết dữ liệu về hoạt động trong giờ ra chơi của học sinh lớp 8A1 (mỗi học sinh chỉ thực hiện một hoạt động).

Hoạt động	Số học sinh
Đọc sách	90
Ôn bài	10
Chơi cầu lông	18
Đá cầu	12
Chơi cờ vua	8
Nhảy dây	Tất cả các bạn nữ

Nêu nhận xét của em về tính hợp lí của các dữ liệu trong bảng thống kê trên.

Bài tập 1.9. Thị phần của một sản phẩm là phần thị trường tiêu thụ mà sản phẩm đó chiếm lĩnh so với tổng số sản phẩm tiêu thụ của thị trường. Bảng thống kê sau cho biết tỉ số phần trăm thị phần của 4 loại bút trên thị trường.

Loại bút	Tỉ số phần trăm
X	10%
Y	20%
Z	40%
T	30%

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu bút Z:

- Là loại bút được mọi người dùng lựa chọn.
- Là loại bút chiếm thị phần cao nhất.

Bài tập 1.10. Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu cho các vấn đề sau:

- Ý kiến của cha mẹ học sinh khối 8 về chất lượng đồng phục của trường em.
- Tỉ số giữa số lần ra mặt sấp và số lần ra mặt ngửa khi tung đồng xu 100 lần.
- So sánh số huy chương nhận được ở SEA Games 31 của Việt Nam và Thái Lan.
- Tổng số sản phẩm quốc nội của mỗi nước thuộc khối ASEAN.

Bài tập 1.11. Hãy sử dụng phương pháp thích hợp để thu thập dữ liệu và lập bảng thống kê dân số các tỉnh khu vực miền Đông Nam Bộ của Việt Nam.

Bài tập 1.12. Thống kê số học sinh lớp 8C tham gia các câu lạc bộ võ thuật (mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ)

Câu lạc bộ võ thuật	Số học sinh
Karate	14
Vovinam	32
Taekwondo	Cả tổ 3
Judo	25

Em hãy nêu nhận xét về tính hợp lí của các dữ liệu trong bảng thống kê trên.

Bài tập 1.13. Bảng thống kê sau cho biết sự lựa chọn của 100 học sinh về bốn nhãn hiệu tập vở.

Nhãn hiệu tập vở	Số học sinh
A	22
B	56
C	13
D	9

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu tập vở B:

- Là sự lựa chọn của mọi học sinh.
- Là sự lựa chọn hàng đầu của học sinh.

Bài tập 1.14. Thông tin về 5 bạn học sinh của trường Trung học sơ sở Kết Đoàn tham gia Hội khoẻ Phù Đổng được cho bởi bảng thống kê sau:

Họ và tên	Cân nặng (kg)	Môn bơi sở trường	Kĩ thuật bơi	Số nội dung thi đấu
Nguyễn Kinh Ngự	60	Bơi ếch	Tốt	3
Trần Văn Mạnh	58	Bơi sải	Khá	1
Lê Hoàng Phi	45	Bơi bướm	Tốt	2
Nguyễn Ánh Vân	50	Bơi ếch	Đạt	2
Đỗ Hải Hà	48	Bơi tự do	Tốt	3

- Phân loại các dữ liệu trong bảng thống kê trên dựa trên hai tiêu chí định tính và định lượng.
- Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?
- Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là liên tục?

BÀI 2. LỰA CHỌN DẠNG BIỂU ĐỒ ĐỂ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

A LỰA CHỌN DẠNG BIỂU ĐỒ ĐỂ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

Quy tắc 2.1. Có nhiều dạng biểu đồ để biểu diễn dữ liệu tùy thuộc vào mục đích và loại dữ liệu. Một số dạng biểu đồ phổ biến là:

- Biểu đồ tranh: Thường được dùng khi muốn biểu diễn dữ liệu một cách sinh động và dễ hiểu.
- Biểu đồ cột: So sánh dữ liệu có trong nhiều cột.
- Biểu đồ cột kép: Thường được dùng khi muốn so sánh hai nhóm dữ liệu có cùng một tiêu chí.
- Biểu đồ đoạn thẳng (đường gấp khúc): Dự đoán xu hướng tăng giảm của dữ liệu.
- Biểu đồ hình quạt tròn: Thể hiện tỷ lệ phần trăm của các phần trong một tổng thể.

B BÀI TẬP

➡ TRẮC NGHIỆM ◀

Câu 2.1. Bạn Minh ghi chép điểm toán của các bạn tổ 1 trong bảng dưới đây

Điểm	4	5	6	7	8	9
Số bạn	1	2	3	1	4	1

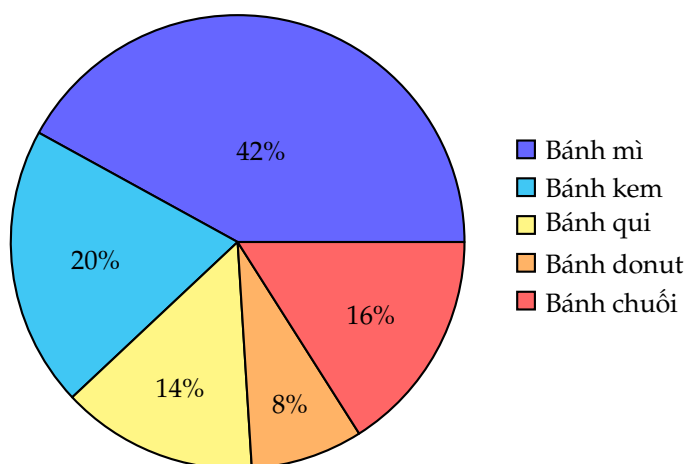
Hãy cho biết bao nhiêu bạn được trên 7 điểm?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 2.2.

Lượng bánh ngọt bán ra của một cửa hàng được biểu diễn qua biểu đồ hình quạt tròn bên. Tổng tỉ lệ phần trăm của các loại bánh bán ra bằng 50% là

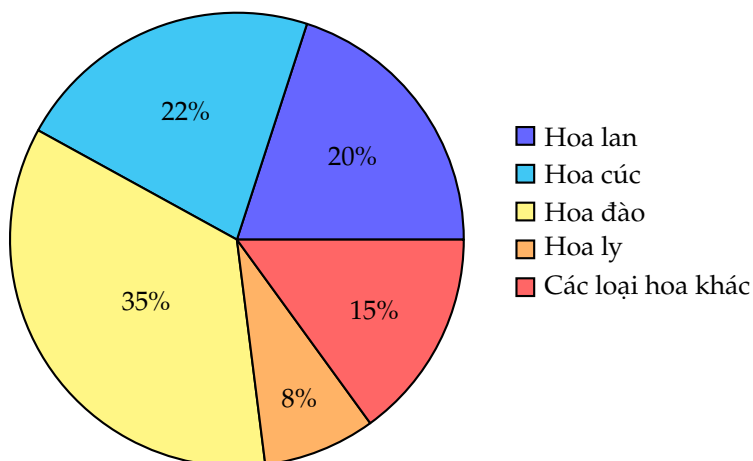
- A. Bánh chuối, bánh quy và bánh donut.
B. Bánh mì và bánh donut.
C. Bánh kem và bánh quy.
D. Bánh mì, bánh chuối và bánh kem.



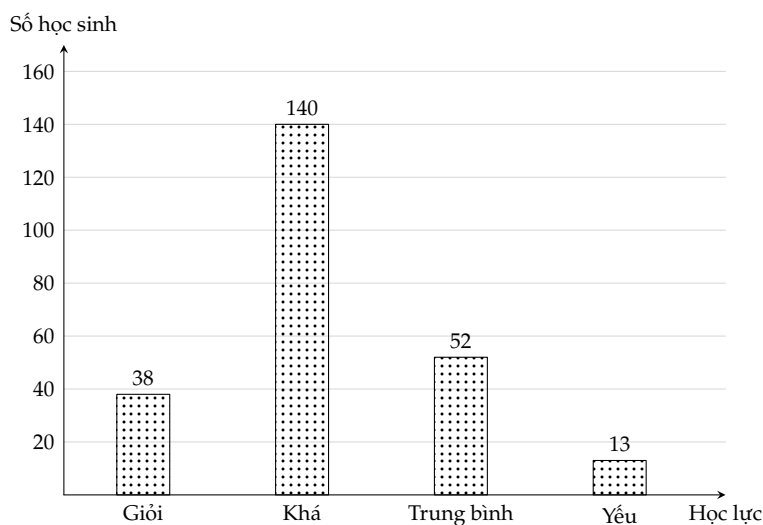
Câu 2.3.

Cho biểu đồ biểu diễn kết quả thống kê (tính theo tỉ số phần trăm) chọn loài hoa yêu thích nhất của 100 học sinh lớp 3. Mỗi học sinh chỉ được chọn một loài hoa khi hỏi ý kiến. Số học sinh chọn hoa cúc là

- A. 35. B. 20. C. 22. D. 15.



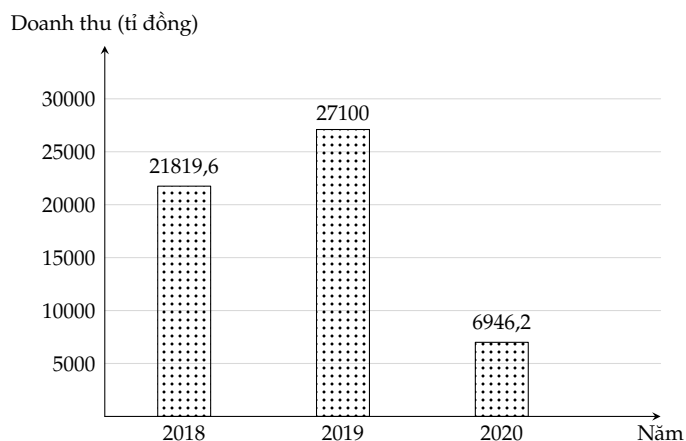
Câu 2.4. Cho biểu đồ biểu diễn kết quả học tập của học sinh khối 7



Số học sinh học lực Trung bình ít hơn số học sinh học lực Khá là bao nhiêu?

- A. 88 học sinh. B. 90 học sinh. C. 92 học sinh. D. 94 học sinh.

Câu 2.5. Cho biểu đồ biểu diễn tổng doanh thu (đơn vị tỉ đồng) du lịch (ước đạt) của tỉnh Khánh Hòa trong các năm 2018, 2019, 2020.



Tổng doanh thu du lịch trong năm 2020 giảm bao nhiêu so với năm 2019?

- A. 20153,6 tỉ đồng. B. 20153,8 tỉ đồng. C. 20154 tỉ đồng. D. 20153 tỉ đồng.

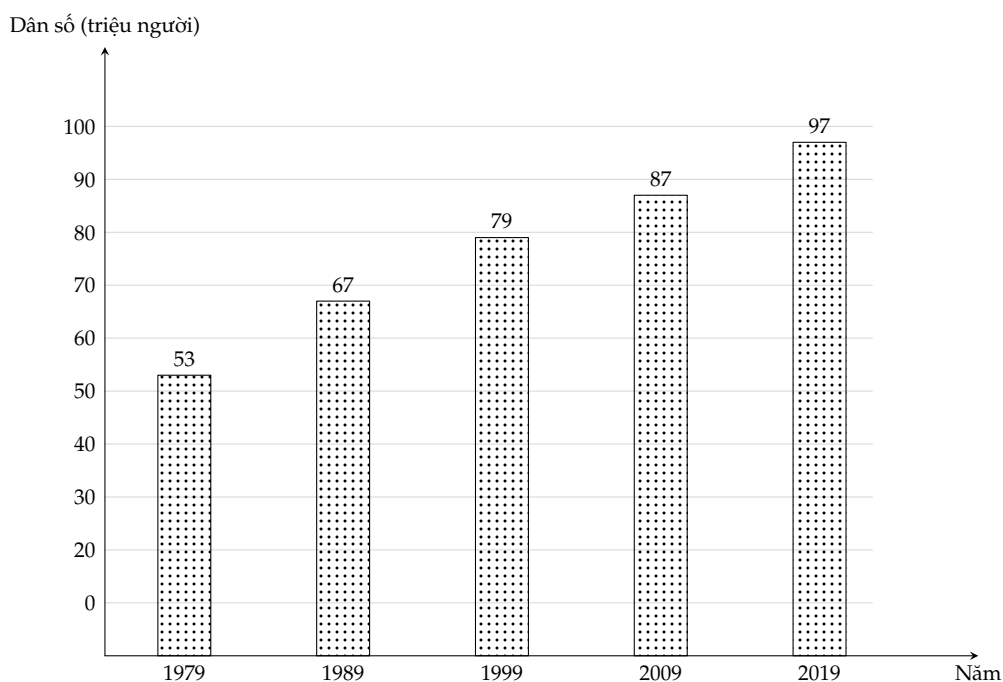
Câu 2.6. Cho bảng thống kê số máy điều hòa và quạt hơi nước bán được trong ba tháng 6, 7, 8

Tháng	Điều hòa	Quạt hơi nước
Tháng 6	250	200
Tháng 7	320	285
Tháng 8	260	240

Tỉ lệ phần trăm tổng số điều hòa so với tổng số lượng sản phẩm bán được trong tháng 6, 7, 8 (làm tròn đến kết quả hàng đơn vị) là

- A. 51%. B. 52%. C. 53%. D. 54%.

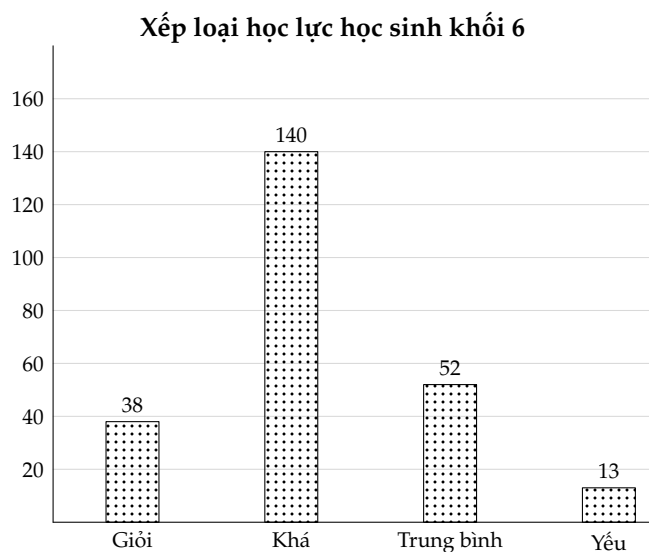
Câu 2.7. Cho biểu đồ ước tính dân số Việt Nam (triệu người) qua các thập niên



Dân số Việt Nam từ năm 1979 đến năm 2019 tăng

- A. 42 triệu người. B. 43 triệu người. C. 44 triệu người. D. 45 triệu người.

Câu 2.8. Biểu đồ cột dưới đây cho biết thông tin về kết quả học lực của học sinh khối 6 trường THCS Nguyễn Bình Khiêm



Số học sinh trên trung bình là

- A. 140 học sinh. B. 178 học sinh. C. 180 học sinh. D. 38 học sinh.

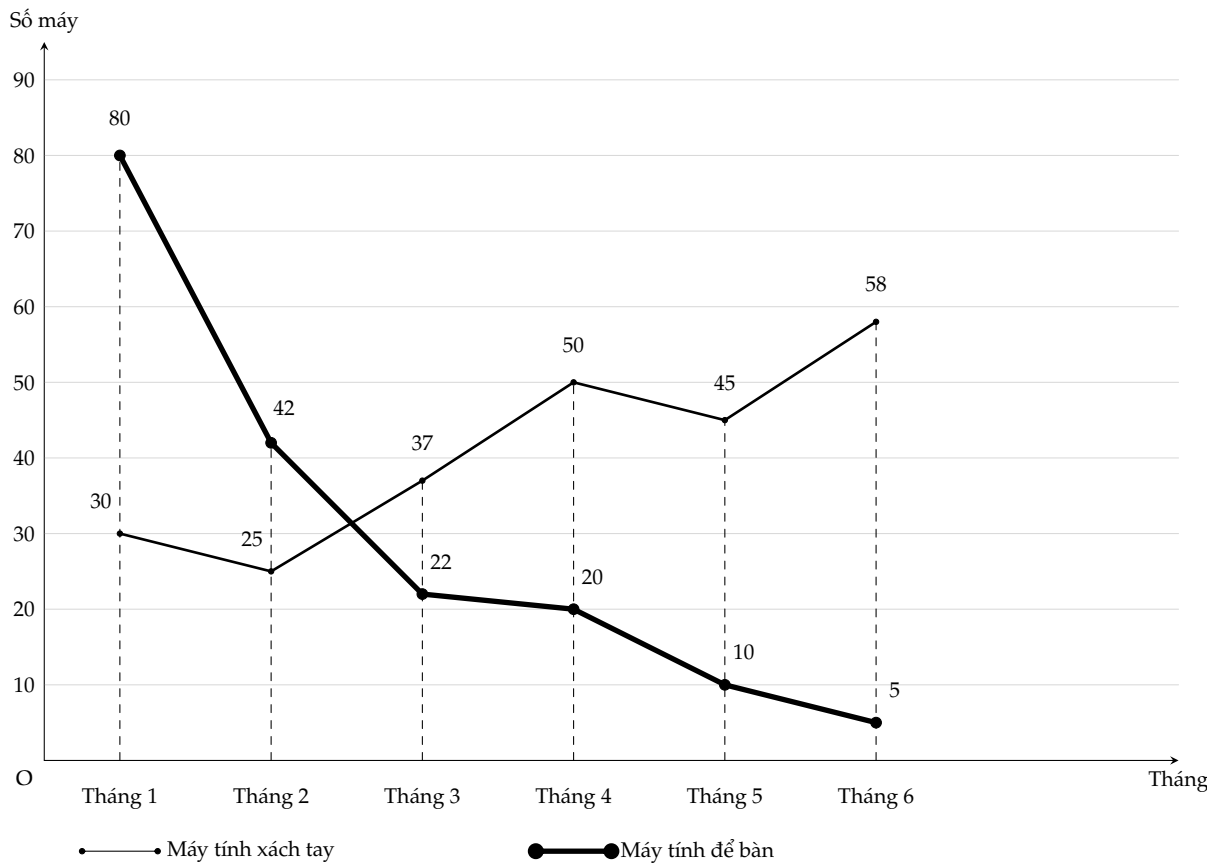
Câu 2.9. Cho bảng thống kê số lượt khách du lịch (ước đạt) đến Ninh Bình trong các năm 2016, 2017, 2018.

Năm	2016	2017	2018
Số lượt (triệu người)	6,44	7,06	7,3

Số lượt khách du lịch đến Ninh Bình trong năm 2018 tăng bao nhiêu phần trăm so với năm 2016 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

- A. 13,33%. B. 13,34%. C. 13,35%. D. 13,36%.

Câu 2.10. Cho biểu đồ lượng máy tính bán trong sáu tháng đầu năm 2021 tại một cửa hàng như sau



Tháng bán máy tính xách tay nhiều nhất và tháng bán máy tính để bàn nhiều nhất của cửa hàng là

- A. Tháng 6 và tháng 3. B. Tháng 1 và tháng 6. C. Tháng 3 và tháng 1. D. Tháng 6 và tháng 1.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Vẽ biểu đồ mô tả dữ liệu

Bài tập 2.1. Ghép các cặp mục đích sử dụng dữ liệu sau với loại biểu đồ phù hợp

Mục đích biểu diễn dữ liệu	Loại biểu đồ
Thể hiện tỷ lệ phần trăm của đối tượng so với tổng thể	Biểu đồ tranh
So sánh trực quan từng cặp số liệu của hai dữ liệu cùng loại	Biểu đồ cột
Sử dụng chiều cao hình chữ nhật để biểu diễn số liệu	Biểu đồ cột kép
Biểu diễn sự thay số liệu của đối tượng theo thời gian	Biểu đồ quạt tròn
Muốn tạo sự đơn giản, dễ hiểu và lôi cuốn	Biểu đồ tranh

Bài tập 2.2. Tự học tại nhà là hoạt động rất hữu ích giúp học sinh phát triển năng lực học tập. Thời gian tự học của bạn Bình lớp 8T Trung Tâm Thăng Long Bình Tân như sau

Thứ	Số phút tự học trên ngày
Thứ 2	90
Thứ 3	100
Thứ 4	120
Thứ 5	110
Thứ 6	100
Thứ 7	60

Em hãy giúp bạn vẽ biểu đồ biểu diễn số liệu trên.

Bài tập 2.3. Lựa chọn biểu đồ thích hợp để biểu diễn số liệu trong bảng thống kê sau

- a) Thống kê cân nặng (kg) trung bình của nam và nữ tại một số nước ASEAN (theo worlddata.info)

Quốc gia	Indonesia	Malaysia	Thái Lan	Việt Nam
Nam	61,4	71,5	69,8	61,2
Nữ	56,2	64,4	63,3	54

b) Bảng thống kê tỉ lệ phần trăm số tiết học các nội dung môn toán lớp 8

Phần	Đại số	Hình học và đo lường	Thống kê và xác suất	Thực hành trải nghiệm
% số tiết học	43%	36%	14%	7%

Bài tập 2.4. Bảng thống kê sau đây cho biết việc sử dụng thời gian của bạn Nam trong ngày

Công việc	Thời gian (giờ)
Học trên lớp	5
Ngủ	8
Ăn uống, vệ sinh cá nhân	2
Làm bài tập ở nhà	3
Làm việc nhà	2
Giải trí, thể thao	4

- a) Hãy biểu diễn số liệu trên bằng biểu đồ hình cột.
- b) Hãy biểu diễn số liệu trên bằng biểu đồ hình quạt tròn.

2 Các dạng biểu diễn khác nhau cho một tập dữ liệu

 Lưu ý.

Bài tập 2.4 là chúng ta biểu diễn số liệu dưới hai dạng: biểu đồ cột và hình quạt tròn của cùng một số liệu. Như vậy, một tập dữ liệu có thể biểu diễn được nhiều dạng khác nhau. Chuyển đổi dữ liệu giữa các dạng giúp công việc thuận lợi và hiệu quả hơn.

Bài tập 2.5. Hàng tuần mẹ bạn Huệ (là học sinh lớp 8 tại Trung Tâm Thăng Long Bình Tân) cho bạn 150.000 đồng để chi tiêu trong tuần và bạn phân bổ như sau

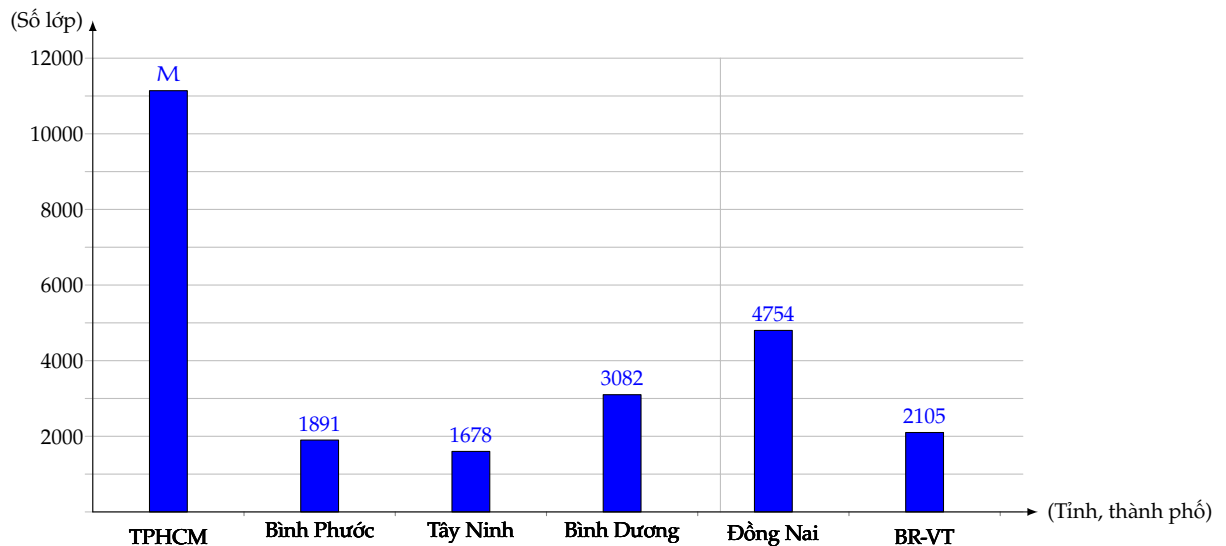
- Chi tiêu cho học tập 50.000 đồng,
 - Chi tiêu nước uống và ăn vặt giữa giờ 60.000 đồng,
 - Chi tiêu cho giải trí 20.000 đồng (chủ yếu là mua sticker trang trí).
 - Chi 10.000 đồng để làm từ thiện và 10.000 đồng còn lại là tiết kiệm.
- a) Em hãy giúp bạn lập bảng thống kê số liệu.
- b) Em hãy giúp bạn biểu diễn số liệu trên bằng biểu đồ cột.
- c) Em hãy giúp bạn biểu diễn số liệu trên bằng biểu hình quạt tròn.

Bài tập 2.6. Số liệu về số lớp học cấp THCS của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ tính đến ngày 30/9/2021 được cho trong bảng thống kê sau

Tỉnh, thành phố	Số lớp học
TP Hồ Chí Minh	11 046
Bình Phước	1 891
Tây Ninh	1 678
Bình Dương	3 082
Đồng Nai	4 754
Bà Rịa - Vũng Tàu	2 105

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- a) Số liệu từ bảng thống kê trên được biểu diễn vào biểu đồ cột sau. Hãy tìm các giá trị của M, N, P trong biểu đồ.



- b) Em hãy vẽ biểu đồ hình quạt tròn.
- c) So sánh ý nghĩa của hai loại biểu đồ trên.

Bài tập 2.7. Cho bảng thống kê số tiết học các nội dung trong môn Toán của hai khối lớp 6 và lớp 8 như sau

Phần	Số và Đại số	Hình học và Đo lường	Một số yếu tố Thống kê và Xác suất	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
Khối lớp 6	68	40	22	10
Khối lớp 8	60	50	20	10

Hãy biểu diễn tập dữ liệu trên dưới dạng

- a) Hai biểu đồ cột.
- b) Một biểu đồ cột kép.

Bài tập 2.8. Thống kê số huy chương bốn quốc gia dẫn đầu SEA Games 31 được cho trong bảng số liệu sau

Quốc gia	Số huy chương vàng	Tổng số huy chương
Việt Nam	205	446
Thái Lan	92	332
Indonesia	69	241
Philippines	52	227

Hãy chuyển dữ liệu đã cho vào bảng thống kê theo mẫu dưới đây và vẽ biểu đồ cột kép tương ứng.

Quốc gia	Việt Nam	Thái Lan	Indonesia	Philippines
Số huy chương vàng	205	?	?	52
Tổng số huy chương	?	332	?	?

Bài tập 2.9. Kết quả học tập học kì 1 của học sinh lớp 8A và 8B được ghi lại trong bảng sau

Xếp loại học tập	Tốt	Khá	Đạt	Chưa đạt
Lớp 8A	5%	45%	44%	6%
Lớp 8B	10%	50%	37%	3%

Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn bảng thống kê trên và trả lời các câu hỏi sau.

- a) So sánh tỉ lệ xếp loại học tập Tốt và Chưa đạt của hai lớp 8A và 8B.
- b) Tổng số học sinh xếp loại học tập Tốt và Khá của lớp 8B bằng bao nhiêu phần trăm tổng số học sinh xếp loại học tập Tốt và Khá của lớp 8A.

Bài tập 2.10. Một giáo viên dạy Giáo dục Thể chất đã thống kê thời gian chạy 100 m (tính theo giây) của 20 học sinh nam và ghi lại trong bảng số liệu ban đầu như sau

15	14	15	16	14	16	16	15	14	15
15	15	16	15	15	15	14	16	14	15

- a) Chuyển dữ liệu từ bảng số liệu ban đầu ở trên sang dạng bảng thống kê sau đây

Thời gian chạy (giây)	14	15	16
Số học sinh	?	?	?
Tỉ lệ phần trăm	?	?	?

b) Hãy chuyển dữ liệu từ bảng thống kê ở câu a sang dạng biểu đồ cột và biểu đồ hình quạt tròn.

Bài tập 2.11. Bảng điều tra sau đây cho biết sự yêu thích của 50 khán giả đối với 6 chương trình truyền hình

Chương trình truyền hình được yêu thích	Kiểm đếm	Số khán giả được chọn
A		
B		
C		
D		
E		
G		

a) Hoàn thành bảng thống kê trên vào vở và lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn.

b) Nêu tên chương trình truyền hình được yêu thích nhất.

c) Nêu tên hai chương trình truyền hình được yêu thích ngang nhau.

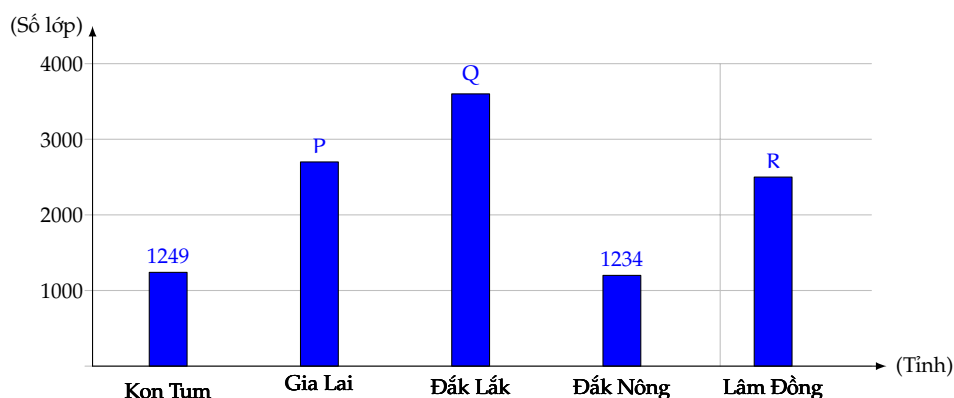
d) Vẽ biểu đồ cột biểu diễn bảng số liệu trên.

Bài tập 2.12. Số liệu về số lớp học cấp THCS của 5 tỉnh Tây Nguyên tính đến ngày 30/9/2021 được cho trong bảng thống kê sau

Tỉnh	Số lớp học
Kon Tum	1 249
Gia Lai	2 692
Đắk Lắk	3 633
Đắk Nông	1 234
Lâm Đồng	2 501

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

a) Số liệu từ bảng thống kê trên được biểu diễn vào biểu đồ cột như sau. Hãy tìm các giá trị của P, Q, R trong biểu đồ.



b) Em hãy vẽ biểu đồ cột và biểu đồ hình quạt với bảng số liệu trên.

c) So sánh ý nghĩa của hai biểu đồ.

BÀI 3. PHÂN TÍCH DỮ LIỆU

A PHÁT HIỆN VẤN ĐỀ QUA PHÂN TÍCH DỮ LIỆU THỐNG KÊ

Bài tập 3.1. Phân tích bảng thống kê sau để tìm số học sinh nữ và tổng số học sinh của lớp 8A.

Thống kê môn thể thao yêu thích của học sinh lớp 8A (mỗi học sinh chọn 1 môn)		
Môn thể thao	Nam	Nữ
Bóng đá	17	4
Bóng chuyền	3	2
Bóng bàn	1	7
Cầu lông	4	4

Phân tích dữ liệu thống kê giúp ta phát hiện các vấn đề cần quan tâm.

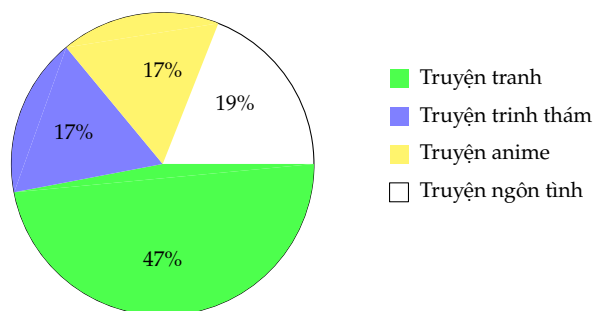
Bài tập 3.2. Phân tích bảng thống kê ở bài 3.1 và cho biết môn thể thao nào có chênh lệch nam nữ chọn cao nhất.

Bài tập 3.3. Hãy phân tích bảng thống kê ở bài 3.1 và cho biết môn thể thao này có tỉ lệ số học sinh nữ chọn so với số học sinh nam chọn cao nhất.

Bài tập 3.4. Phân tích biểu đồ thống kê bên dưới và cho biết

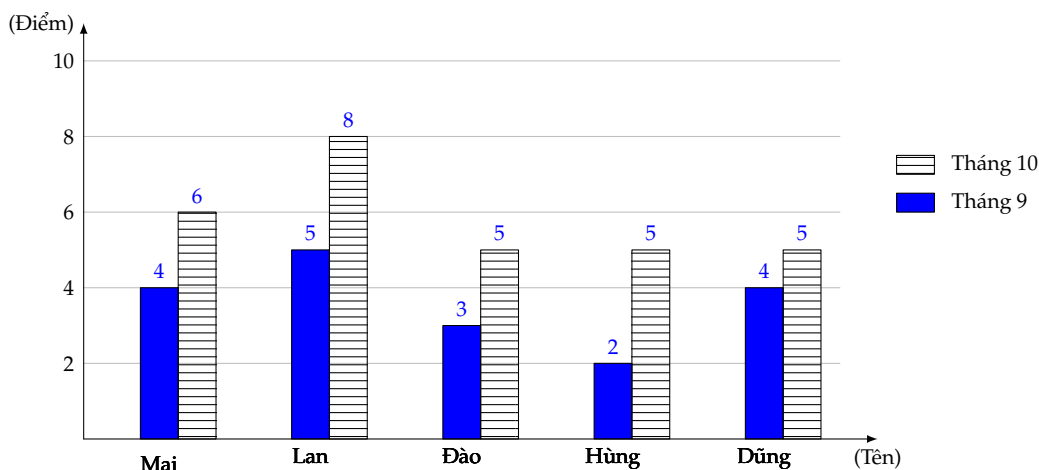
- Môn thể thao được yêu thích nhất của học sinh khối 8.
- Tỉ lệ học sinh yêu thích môn bóng đá so với các môn thể thao còn lại của học sinh khối 8.

Tỉ số phần trăm học sinh khối 8 chọn môn thể thao yêu thích nhất



B GIẢI QUYẾT CÁC VẤN ĐỀ QUA PHÂN TÍCH BIỂU ĐỒ THỐNG KÊ

Bài tập 3.5. Thầy giáo dạy môn Khoa học tự nhiên lớp 8C thực hiện giáo dục STEM từ tháng 10 và biểu diễn điểm kiểm tra của năm học sinh cần giúp đỡ của lớp trong tháng 9 và tháng 10 dưới dạng biểu đồ như bên. Em hãy đọc biểu đồ đó và so sánh kết quả học tập của các bạn trước và sau khi thầy giáo thực hiện giáo dục STEM. Theo em, thầy giáo có nên tiếp tục thực hiện giáo dục STEM không?



Bài tập 3.6. Số lượng giỏ trái cây bán được trong mùa hè vừa qua của sáu cửa hàng được biểu diễn trong biểu đồ sau

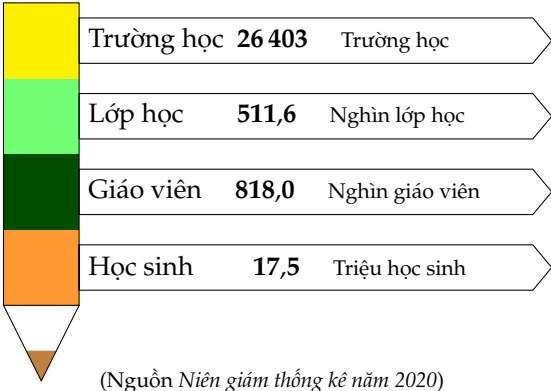
Cửa hàng	Số giỏ trái cây bán được
Bốn Mùa	
Tươi Xanh	
Miệt Vườn	
Phù Sa	
Xanh Sạch	
Quả Ngọt	

= 100 giỏ trái cây; = 50 giỏ trái cây

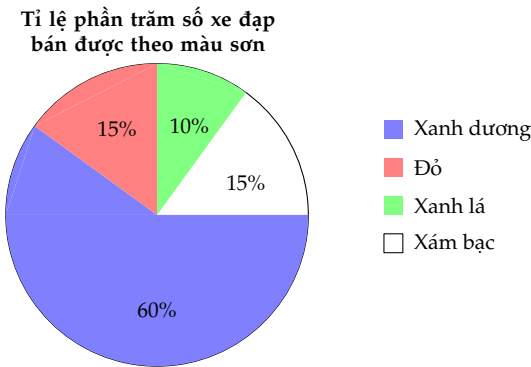
Bài tập 3.7. Trong tình huống của bài trên, có thêm thông tin cho biết những cửa hàng bán được từ 500 giỏ trái cây trở lên dự định sẽ đầu tư xây dựng một nhà kho bảo quản. Em hãy cho biết đó có thể là những cửa hàng nào?

Bài tập 3.8. Hãy phân tích bảng thống kê sau để tìm

- a) Số học sinh bình quân trên một giáo viên.
- b) Số học sinh bình quân trong một lớp.



Bài tập 3.9. Quan sát biểu đồ tỉ lệ phần trăm số xe đạp một cửa hàng đã bán được theo màu sơn trong tháng. Theo em, chủ cửa hàng nên đặt hàng thêm cho xe đạp màu gì?



Bài tập 3.10. Kết quả thống kê phương tiện di chuyển đến trường của học sinh trường An Lạc như sau

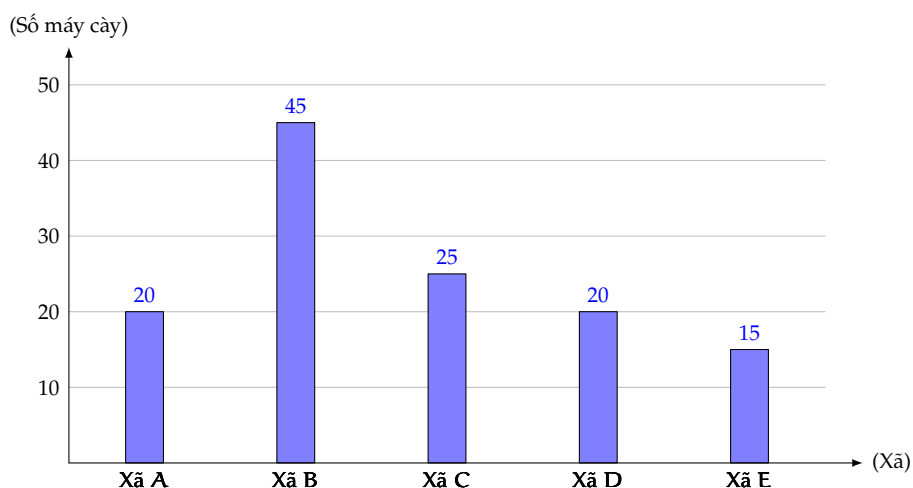
Phương tiện di chuyển	Số học sinh
Xe ô tô	
Xe đạp điện	
Xe buýt	
Xe đạp	
Đi bộ	

= 10 học sinh

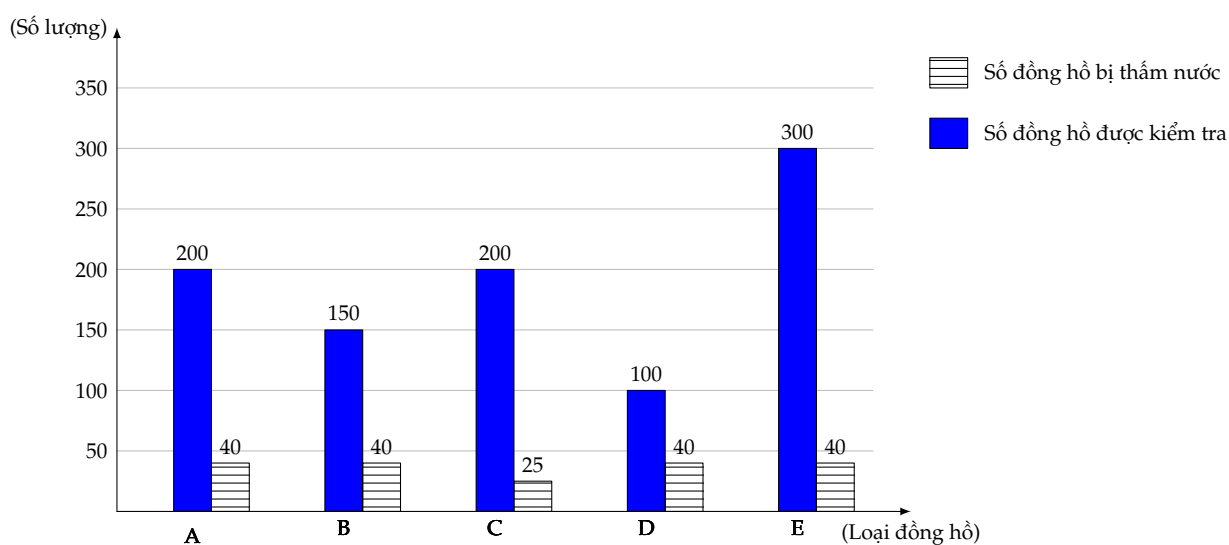
Bãi để xe cho học sinh có sức chứa khoảng 100 xe. Theo em, nhà trường có cần bố trí thêm chỗ để xe cho học sinh hay không?

Bài tập 3.11. Đọc biểu đồ biểu diễn số máy cày có trong năm xã sau đây và trả lời các câu hỏi bên dưới.

- a) Xã nào có nhiều máy cày nhất? Xã nào có ít máy cày nhất?
- b) Trong tình huống những xã có trên 20 máy cày cần đầu tư một trạm bảo trì sửa chữa riêng, theo em đó có thể là những xã nào?



Bài tập 3.12. Một số công ty sản xuất đồng hồ đeo tay quảng cáo rằng đồng hồ của họ chống thấm nước. Sau khi cơ quan kiểm định chất lượng kiểm tra, kết quả được công bố như biểu đồ sau



Từ biểu đồ cột kép trên, hãy tính tỉ số giữa số đồng hồ bị thấm nước và số đồng hồ đem kiểm tra của mỗi loại đồng hồ và dự đoán loại đồng hồ nào chống thấm nước tốt nhất.

BÀI 4. ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 4

A CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn đáp án đúng nhất.

Câu 4.1. Phương pháp nào là phù hợp để thống kê dữ liệu về số huy chương của một đoàn thể thao trong một kì Olympic?

- A. Làm thí nghiệm. B. Thu thập từ nguồn có sẵn như sách báo, Internet.
C. Phỏng vấn. D. Quan sát trực tiếp.

Dùng bảng thống kê sau đây để trả lời các câu 2, 3, 4.

Thống kê xếp loại học tập của học sinh lớp 8A1

1	Xếp loại học tập	Tốt	Khá	Đạt	Chưa đạt
2	Số học sinh	10	15	10	5
3	Tỉ lệ phần trăm	25%	38%	25%	12%

Câu 4.2. Dữ liệu ở dòng nào thuộc loại dữ liệu định tính và có thể so sánh?

- A. 2. B. 3. C. 2 và 3. D. 1.

Câu 4.3. Dữ liệu ở dòng nào thuộc loại dữ liệu định tính và có thể lập tỉ số?

- A. 2 và 3. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 4.4. Loại biểu đồ nào là thích hợp để biểu diễn dữ liệu ở dòng 3?

- A. Biểu đồ tranh. B. Biểu đồ đoạn thẳng.
C. Biểu đồ cột kép. D. Biểu đồ hình quạt tròn.

Dùng bảng thống kê sau để trả lời các câu 5 và 6

				
 Vietnam	205	125	116	446
 Thailand	92	103	136	331
 Indonesia	69	91	81	241
 Philippines	52	70	104	226
 Singapore	47	46	73	166
 Malaysia	39	45	90	174
 Myanmar	9	18	35	62
 Cambodia	9	13	41	63
 Laos	2	7	33	42

(Nguồn: <http://seagames2021.com>)

Câu 4.5. Loại biểu đồ nào thích hợp để so sánh số lượng ba loại huy chương Vàng, Bạc, Đồng của hai đoàn Việt Nam và Thái Lan?

- A. Biểu đồ hình quạt tròn. B. Biểu đồ cột.
C. Biểu đồ đoạn thẳng. D. Biểu đồ cột kép.

Câu 4.6. Biểu đồ nào thích hợp để biểu diễn tỉ lệ phần trăm số huy chương vàng của mỗi đoàn so với tổng số huy chương vàng đã trao trong đại hội?

- A. Biểu đồ hình quạt tròn. B. Biểu đồ cột.
C. Biểu đồ đoạn thẳng. D. Biểu đồ tranh.

B BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 4.1. Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu cho các vấn đề sau

- a) Ý kiến của học sinh về 3 mẫu logo của trường em.
- b) Tỉ số giữa số lần xuất hiện mặt có số chấm là số chẵn và số lần xuất hiện mặt có số chấm là số lẻ khi gieo một con xúc xắc 20 lần.
- c) So sánh dân số ba nước Đông Dương.
- d) Lượng mưa trung bình 12 tháng trong năm của một địa phương.

Bài tập 4.2. Bảng thống kê sau cho biết sự lựa chọn của 100 khách hàng mua điện thoại di động

Thương hiệu điện thoại di động	Số khách hàng chọn
N	38
S	35
H	15
I	12

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu điện thoại I

- a) Là sự lựa chọn của mọi người dùng điện thoại.
- b) Là sự lựa chọn hàng đầu của người dùng điện thoại.

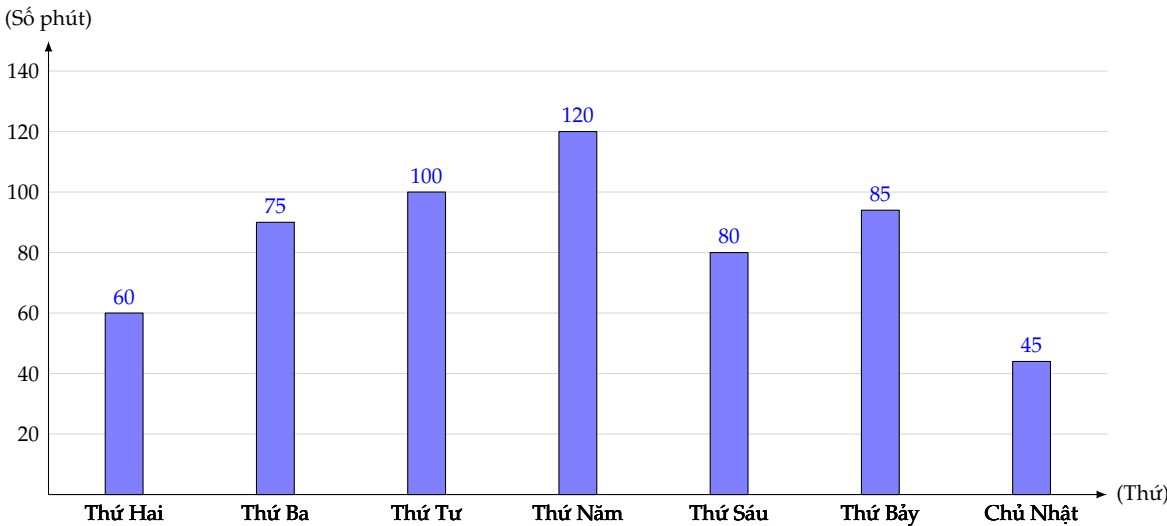
Bài tập 4.3. Sau phỏng vấn thăm dò ý kiến của 100 bạn học sinh khối 8 về chủ trương “Xin phép mặc đồng phục riêng của lớp khi đi cắm trại”, bạn Thoa đã thu được bảng thống kê sau

Ý kiến	Số học sinh
Đồng ý	33
Không đồng ý	54
Không có ý kiến	13

Kết luận nào sau đây có thể đại diện hợp lí cho dữ liệu thống kê trên

- a) Đa số học sinh khối 8 đồng ý.
- b) Đa số học sinh khối 8 không đồng ý.
- c) Đa số học sinh khối 8 không có ý kiến.

Bài tập 4.4. Thời gian tự học tại nhà của bạn Tú trong một tuần được biểu diễn trong biểu đồ cột sau đây. Em hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng tương ứng.



Bài tập 4.5. Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn các thông tin từ bảng thống kê sau

Thống kê môn thể thao ưa thích nhất của học sinh lớp 8B		
Môn thể thao	Số học sinh chọn	Tỉ số phần trăm
Bóng đá	20	47%
Bóng chuyền	7	17%
Bóng bàn	7	17%
Cầu lông	8	19%

Bài tập 4.6. Bảng số liệu sau cung cấp giá vé xe buýt giữa các địa điểm (đơn vị: đồng)

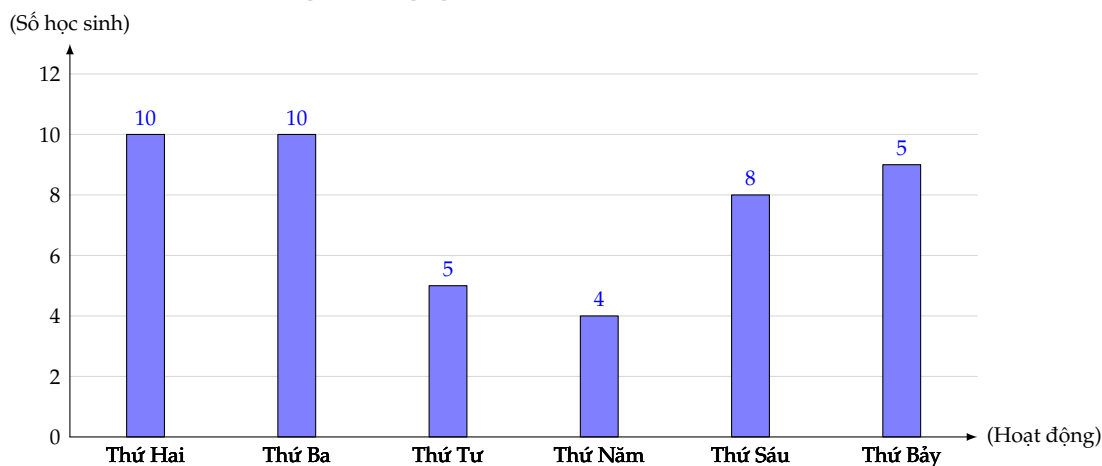
Địa điểm	I	II	III	IV	V
I	—	10 000	5 000	15 000	10 000
II	10 000	—	7 000	25 000	20 000
III	5 000	7 000	—	20 000	15 000
IV	15 000	25 000	20 000	—	10 000
V	10 000	20 000	15 000	10 000	—

Hãy phân tích dữ liệu từ bảng thống kê trên để trả lời các câu hỏi sau

- Trong các tuyến đi từ địa điểm IV, tuyến nào có giá vé thấp nhất?
- Hành khách từ địa điểm II đi đến địa điểm nào có giá vé cao nhất?

Bài tập 4.7. Biểu đồ sau đây biểu diễn dữ liệu về hoạt động trong giờ ra chơi của các học sinh lớp 8C.

Hoạt động trong giờ ra chơi của học sinh lớp 8C



- Hãy phân tích dữ liệu từ biểu đồ trên để so sánh số học sinh tham gia hoạt động tại chỗ (đọc sách, ôn bài, chơi cờ vua) và hoạt động vận động (đánh cầu lông, đá cầu, nhảy dây) trong giờ ra chơi.
- Theo em các bạn lớp 8C nên tăng cường loại hoạt động nào để có lợi cho sức khỏe?

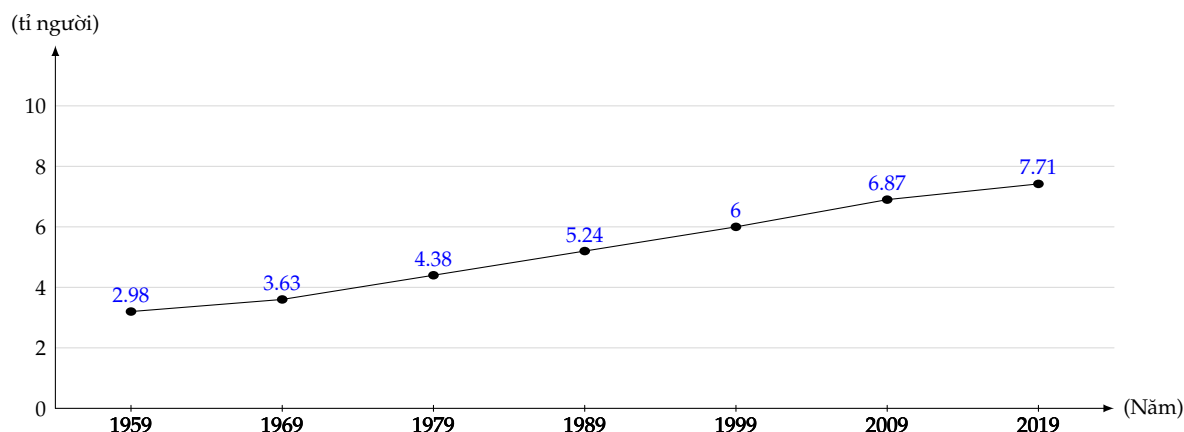
Bài tập 4.8. Giá trị (triệu USD) xuất khẩu cà phê và gạo của Việt Nam trong các năm 2015, 2018, 2019, 2020 được cho trong bảng thống kê sau

Năm	2015	2018	2019	2020
Cà phê	2 671	3 536,4	2 863,8	2 742
Gạo	2 796,3	3 060,2	2 806,4	3 120

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn bảng thống kê trên.
- Tìm các năm giá trị xuất khẩu cà phê vượt giá trị xuất khẩu gạo.

Bài tập 4.9. Quan sát biểu đồ đoạn thẳng dưới đây.



- Từ biểu đồ trên, lập bảng số liệu dân số thế giới theo mẫu sau

Năm	1959	1969	1979	1989	1999	2009	2019
Dân số (tỉ người)	?	?	?	?	?	?	?

- b) Tính dân số thế giới tăng lên trong mỗi thập kỉ: 1960 – 1969; 1970 – 1979; ...; 2010 – 2019.
- c) Trong các thập kỉ trên, thập kỉ nào có dân số thế giới tăng nhiều nhất, ít nhất?

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 1. NHẮC LẠI VÀ BỔ SUNG CÁC KHÁI NIỆM VỀ HÀM SỐ

A KHÁI NIỆM HÀM SỐ

Định nghĩa 1.1. Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x , ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x , và x được gọi là biến số.

- Hàm số có thể được cho bằng bảng hoặc công thức,...
- Khi hàm số được cho bằng công thức $y = f(x)$ cần hiểu rằng biến số x chỉ lấy những giá trị mà tại đó $f(x)$ xác định.
- Khi y là hàm số của x , ta có thể viết $y = f(x)$, $y = g(x)$,...
- Khi x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị không đổi thì hàm số y được gọi là hàm hằng.

Ví dụ 1.1. Ta có $y = 2x + 1$ là hàm số của y theo biến x .

B BÀI TẬP

TRẮC NGHIỆM

Câu 1.1. Cho hàm số $f(x) = 3 - x^2$. Tính $f(-1)$.

- A. -2. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 1.2. Cho hàm số $f(x) = x^3 + x$. Tính $f(2)$.

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 10.

Câu 1.3. Cho bảng giá trị sau. Chọn câu đúng.

x	-12	-3	10	12
y	2	4	1	3

- A. Đại lượng y là hàm số của đại lượng x . B. Đại lượng y không là hàm số của đại lượng x .
C. Đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x . D. Đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x .

Câu 1.4. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x - 2$. Tính $2 \cdot f(3)$.

- A. 16. B. 8. C. 32. D. 64.

Câu 1.5. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$ Tính $f(3) - 2 \cdot f(2)$

- A. 34. B. 17. C. 20. D. 0.

⇔ BÀI TẬP TỰ LUẬN ⇔

1 Tính giá trị của hàm số tại một điểm

Bài tập 1.1. Tính $f(-2)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$; $f(2)$; $f(3)$. Biết

- a) $y = f(x) = 2x + 1$; b) $y = f(x) = 2x$; c) $y = f(x) = -2x + 1$; d) $y = f(x) = \frac{1}{2}x - 1$.

Bài tập 1.2. Cho hàm số $y = f(x) = 2x$ và $y = g(x) = 2x + 1$,

- a) Tính $f(-2)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$; $f(2)$; $f(a)$; $f(a + 1)$.
b) Tính $g(-2)$; $g(-1)$; $g(0)$; $g(1)$; $g(2)$; $g(a)$; $g(a + 1)$.

c) Có nhận xét gì về giá trị của hai hàm số ở trên khi biến x lấy cùng một giá trị?

Bài tập 1.3. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x$ và $y = \frac{x}{3} + 1$,

a) Tính $f(-3)$; $f(-2)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$; $f(2)$; $f(3)$.

b) Tính $f(-3)$; $f(-2)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$; $f(2)$; $f(3)$.

c) Có nhận xét gì về giá trị của hai hàm số ở trên khi biến x lấy cùng một giá trị?

Bài tập 1.4. Tính $f(-5)$; $f(-4)$; $f(0)$; $f(1)$; $f(4)$. Biết

a) $y = f(x) = 2x - 3$.

b) $y = f(x) = \frac{1}{2}x + 1$.

c) $y = f(x) = \frac{x}{x+1}$.

d) $y = f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

Bài tập 1.5. Tính $f(0)$; $f\left(\frac{1}{2}\right)$; $f(1)$; $f\left(\frac{3}{2}\right)$; $f(2)$; $f\left(\frac{5}{2}\right)$. Biết

a) $y = f(x) = \sqrt{x+1} - 1$;

b) $y = f(x) = \sqrt{x+2} - 1$.

Bài tập 1.6. Cho hàm số $y = 2,5x$. Tính các giá trị tương ứng của y khi cho x các giá trị -4 ; $-3,5$; -3 ; $-2,5$; -2 ; $-1,5$; -1 , rồi lập bảng giá trị tương ứng giữa x và y :

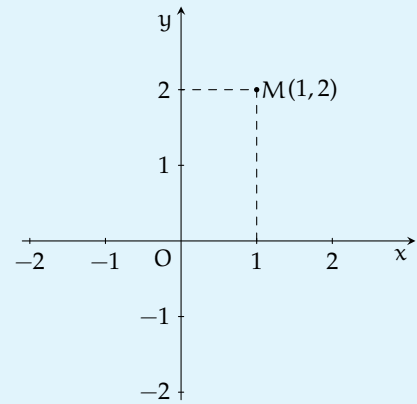
Bài tập 1.7. Cho hàm số $y = 1,5x + 1$. Tính các giá trị tương ứng của y khi cho x các giá trị 0 ; 1 ; $1,5$; 2 ; $2,5$; 3 ; $3,5$; 4 , rồi lập bảng giá trị tương ứng giữa x và y :

BÀI 2. TỌA ĐỘ MỘT ĐIỂM. ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = f(x)$

Định nghĩa 2.1.

- Mặt phẳng tọa độ là một mặt phẳng có hai trục số vuông góc với nhau: trục hoành Ox và trục tung Oy .
- Điểm giao nhau của hai trục số gọi là gốc tọa độ O .
- Mỗi điểm trên mặt phẳng tọa độ được xác định bởi một cặp số $(x; y)$ gọi là tọa độ của điểm đó.
- Trong cặp số $(x; y)$, x gọi là hoành độ và y gọi là tung độ của điểm.



Định nghĩa 2.2. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$.

Quy tắc 2.1. Để xác định tọa độ một điểm M trên mặt phẳng ta làm như sau

- Qua M vẽ đường thẳng song song với Oy cắt Ox tại điểm x_0 thì x_0 được gọi là hoành độ của M .
- Qua M vẽ đường thẳng song song với Ox cắt Oy tại điểm y_0 thì y_0 được gọi là tung độ của M .
- Khi đó ta viết tọa độ của điểm là $M(x_0; y_0)$ (hoành độ viết trước, tung độ viết sau).

Quy tắc 2.2. Để biểu diễn tọa độ điểm $M(x_0; y_0)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ta làm như sau:

- Vẽ đường thẳng song song với trục Oy tại điểm có hoành độ $x = x_0$;
- Vẽ đường thẳng song song với trục Ox tại điểm có tung độ $y = y_0$;
- Giao điểm của hai đường thẳng vẽ ở trên chính là tọa độ của điểm $M(x_0; y_0)$.

B BÀI TẬP

TRẮC NGHIỆM

Câu 2.1. Câu nào sau đây đúng:

- A. Gốc tọa độ có tọa độ là $(0; 0)$.
 B. Điểm nằm trên trục hoành có tung độ bằng 0.
 C. Điểm nằm trên trục tung có hoành độ bằng 0.
 D. A, B, C đều đúng.

Câu 2.2. Trong các điểm $M(3; -3)$, $N(4; 2)$, $P(-3; -3)$, $Q(-2; 1)$, $H(-1; 3)$; Có bao nhiêu điểm thuộc góc phần tư thứ hai?

- A. 0. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 2.3. Trên mặt phẳng tọa độ, các điểm có tung độ bằng 0 là

- A. Nằm trên trục hoành. B. Nằm trên trục tung. C. Điểm $A(1; 0)$. D. Gốc tọa độ.

Câu 2.4. Điểm $B(-2; 6)$ không thuộc đồ thị hàm số:

- A. $y = -3x$. B. $y = x + 8$. C. $y = 4 - x$. D. $y = x^2$.

Câu 2.5. Cho hàm số xác định bởi $y = f(x) = 40x + 20$. Với giá trị nào của x thì $f(x) = 300$?

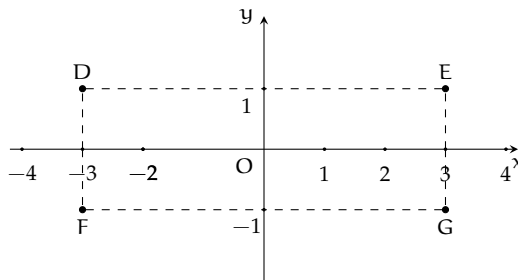
- A. $x = 7$. B. $x = 70$. C. $x = 17$. D. $x = 140$.

Câu 2.6. Cho hàm số $y = 2x + 100$ giá trị của y là bao nhiêu khi $x = 0$?

- A. 0. B. 2. C. 100. D. 102.

Câu 2.7.Điểm nào dưới đây có tọa độ $(3; -1)$?

- A. D. B. E. C. F. D. G.



Câu 2.8. Cho hàm số $f(x) = 3x$ có đồ thị là (C) và các điểm $M(1;1)$; $P(-1;-3)$; $Q(3;9)$; $A(-2;6)$; $O(0;0)$. Có bao nhiêu điểm trong số các điểm trên thuộc đồ thị hàm số (C)?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 2.9. Cho hàm số $y = f(x) = |3 + 4x|$. Tính $f(-2) + f(3)$?

- A. -10. B. 20. C. 10. D. 26.

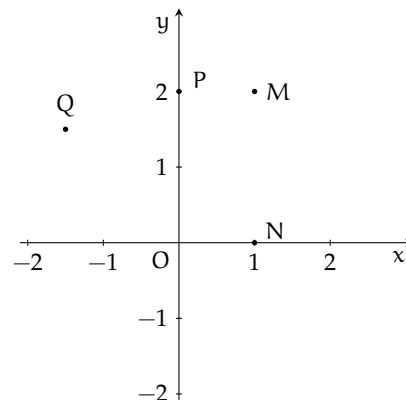
Câu 2.10. Cho hàm số $y = f(x) = |x + 1|$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(-2) = -1$. B. $f(-1) = 0$. C. $f(-3) = 4$. D. $f(1) = -2$.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Xác định tọa độ điểm trong mặt phẳng tọa độ

Bài tập 2.1. Cho mặt phẳng tọa độ và các điểm như hình vẽ. Em hãy ghi rõ tọa độ mỗi điểm.



Bài tập 2.2. Cho các điểm $A(0;1)$, $B(2;-1)$, $C(-2;4)$, $D(1;3)$. Biểu diễn các điểm A, B, C, D trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

Bài tập 2.3. Cho các điểm $M(1;-1)$, $N(2;0)$, $P(-2;3)$, $Q(1;4)$. Biểu diễn các điểm M, N, P, Q trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

Bài tập 2.4. Biểu diễn các điểm trong mặt phẳng tọa độ, biết rằng:

- a) $A(1;1)$ và $B(6;4)$. b) $M(0;1)$ và $N(-2;0)$. c) $A(2;1)$ và $B(-1;4)$.
 d) $M(0;3)$ và $N(5;0)$; e) $M\left(\frac{1}{2}; -1\right)$; f) $N\left(2; \frac{3}{2}\right)$.

Bài tập 2.5. Tìm khoảng cách giữa hai điểm trong mặt phẳng tọa độ, biết rằng:

- a) $A(2;2)$ và $B(6;4)$. b) $M(-1;1)$ và $N(3;2)$. c) $A(-2;1)$ và $B(6;2)$ d) $M(2;1)$ và $N(4;2)$

Bài tập 2.6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang ABCD với tọa độ các đỉnh $A(-2;2)$, $B(-2;0)$, $C(3;0)$, $D(1;2)$.

- a) Vẽ hình thang ABCD trong mặt phẳng tọa độ Oxy.
 b) Tính diện tích hình thang ABCD.

Bài tập 2.7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với tọa độ các đỉnh $A(-2;2)$, $B(-3;0)$, $C(3;0)$.

- a) Vẽ tam giác ABC trong mặt phẳng tọa độ Oxy.
 b) Tính diện tích tam giác ABC.

2 Nhận dạng điểm thuộc đồ thị hàm số

Bài tập 2.8. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = 2x + 1$. A(1; 3), B(0; 1), C(4; 9), D(1; 2), E $\left(\frac{1}{3}; 6\right)$.

Bài tập 2.9. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = 2x$. A(1; 2), B(0; 1), C(4; 2), D(-1; 2), E $\left(4; \frac{1}{2}\right)$.

BÀI 3. HÀM SỐ BẬC NHẤT

A KHÁI NIỆM

Định nghĩa 3.1. Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$ trong đó a, b là các hằng số cho trước và $a \neq 0$.

Ví dụ 3.1. Hàm số $y = 2x + 1$ là hàm số bậc nhất có $a = 2$ và $b = 1$.

Ví dụ 3.2. Em hãy bổ sung vào ô còn trống trong bảng sau

x	-1	0	1	2	4
$y = 2x - 1$	-3		1		

B BÀI TẬP

TRẮC NGHIỆM

Câu 3.1. Chọn khẳng định đúng về đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

- A. Là đường thẳng đi qua gốc tọa độ.
- B. Là đường thẳng song song với trục hoành.
- C. Là đường thẳng đi qua điểm hai điểm $A(0; b)$, $B\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$ với $b \neq 0$.
- D. Là đường cong đi qua gốc tọa độ.

Câu 3.2. Hàm số nào dưới đây **không** là hàm số bậc nhất?

- A. $y = x$.
- B. $y = 3 - \frac{x}{2}$.
- C. $y = \frac{2}{x}$.
- D. $y = 7 - 5x$.

Câu 3.3. Cho hàm số bậc nhất $y = f(x) = ax - a - 4$. Biết $f(2) = 5$, vậy $f(5)$ bằng

- A. 2.
- B. 0.
- C. 32.
- D. Một đáp án khác.

Câu 3.4. Chọn đáp án đúng nhất. Hàm số $y = ax + b$ là hàm số bậc nhất khi

- A. $a = 0$.
- B. $a < 0$.
- C. $a > 0$.
- D. $a \neq 0$.

Câu 3.5. Tìm m để hàm số $y = \sqrt{2-m} \cdot x + 1$ là hàm số bậc nhất

- A. $m < 2$.
- B. $m > 2$.
- C. $m = 2$.
- D. $m \neq 2$.

⇔ BÀI TẬP TỰ LUẬN ⇔

1 Nhận dạng hàm số bậc nhất

Bài tập 3.1. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số bậc nhất? Hãy chỉ rõ các hệ số a và b trong trường hợp đó là hàm số bậc nhất.

- a) $y = 5x - 1$;
- b) $y = -2,5x$;
- c) $y = 3(x - 2) + 1$;
- d) $y = 2x^2 - 5$;
- e) $y = 1 - 5x$;
- f) $y = 0,5x$;
- g) $y = -\frac{1}{2}(x - 6) + 1$;
- h) $y = x^2 + \sqrt{5}$.

2 Tìm giá trị của hàm số $y = ax + b$

Bài tập 3.2. Lập bảng giá trị tương ứng của y khi x nhận các giá trị sau: 0; 0,5; 1; 2; 3; $2 + \sqrt{2}$.

- a) $y = 2x$;
- b) $y = -2x$;
- c) $y = \frac{1}{2}x$;
- d) $y = -\frac{1}{2}x$;
- e) $y = 3x + 1$;
- f) $y = -3x - 2$;
- g) $y = \sqrt{2}x - 1$;
- h) $y = -\sqrt{2}x + 2$.

3 Tìm hàm số bậc nhất thỏa mãn yêu cầu cho trước**Bài tập 3.3.** Cho hàm số bậc nhất $y = ax + 1$.

- a) Tìm hệ số a , biết rằng khi $x = 1$ thì $y = 2$. b) Tìm hệ số a , biết rằng khi $x = 1$ thì $y = 3$.

Bài tập 3.4. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$.

- a) Tìm hệ số a, b biết rằng khi $x = 1$ thì $y = 2$; khi $x = 2$ thì $y = 5$.
b) Tìm hệ số a, b biết rằng khi $x = 1$ thì $y = 2$; khi $x = -2$ thì $y = -1$.

Bài tập 3.5. Cho hàm số bậc nhất $y = 2ax + 1$. Tìm hệ số a , biết rằng khi $x = 1$ thì $y = 2$ **Bài tập 3.6.** Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Tìm hệ số a, b biết rằng khi $x = 1$ thì $y = 2$; khi $x = 2$ thì $y = 6$.**Bài tập 3.7.** Cho hàm số $y = (m + 1)x + m^2 - 16$

- a) Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất. b) Tìm m để hàm số đi qua gốc tọa độ.

Bài tập 3.8. Cho hàm số $y = (m - 1)x + 1 - 4m^2$.

- a) Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất. b) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

Bài tập 3.9. Cho hàm số $y = (m + 1)x + 9m^2 - 1$.

- a) Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất. b) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

BÀI 4. ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

A VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC NHẤT

Định lý 4.1. Đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng. Cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = b$.

Quy tắc 4.1. Vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

- Cho hai điểm A, B thuộc đường thẳng;
- Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm A và B ta được đồ thị hàm số $y = ax + b$.

B BÀI TẬP

➡ TRẮC NGHIỆM ➡

Câu 4.1. Cho hàm số bậc nhất $y = kx - 3$. Tìm k , biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; 0,5)$

- A. $k = -3,5$. B. $k = 3,5$. C. $k = 2$. D. $k = -2$.

Câu 4.2. Với giá trị nào của a và b thì đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua các điểm $A(-2; 1)$, $B(1; -2)$?

- A. $a = -2$ và $b = -1$. B. $a = 2$ và $b = 1$. C. $a = 1$ và $b = 1$. D. $a = -1$ và $b = -1$.

Câu 4.3. Cho hai đường thẳng $d_1: y = x - 1$ và $d_2: y = 2 - 3x$. Tung độ giao điểm của d_1 , d_2 có tọa độ là

- A. $y = -4$. B. $y = \frac{7}{4}$. C. $y = -\frac{1}{4}$. D. $y = -\frac{7}{4}$.

Câu 4.4. Cho hàm số bậc nhất $y = f(x) = ax - a - 4$. Biết $f(2) = 5$, vậy $f(5)$ bằng

- A. 2. B. 0. C. 32. D. Một đáp án khác.

Câu 4.5. Nếu $f(x) = 2x - 3$ thì $f(x+1) - f(x)$ bằng

- A. -4 . B. -2 . C. 2. D. 4.

⚡ BÀI TẬP TỰ LUẬN ⚡

1 Vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

Bài tập 4.1. Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

- a) $y = 2x$; b) $y = 2x + 1$; c) $y = -2x + 1$; d) $y = -x - 2$;
 e) $y = \frac{1}{2}x$; f) $y = \frac{1}{2}x - 1$; g) $y = \frac{-3}{2}x + 2$; h) $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

Bài tập 4.2. Vẽ đồ thị các hàm số sau trong cùng một hệ trục tọa độ:

- a) $y = 2x - 4$ và $y = 3x + 3$; b) $y = x - 1$ và $y = 3x$;
 c) $y = 2x - 4$ và $y = 2x$; d) $y = x + 1$ và $y = -x + 2$.

2 Tìm tham số m biết hàm số bậc nhất đi qua điểm cho trước

Bài tập 4.3. Cho hàm số $y = (m - 1)x + 1$.

- a) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(1; 2)$.
 b) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $B(3; -2)$.
 c) Vẽ đồ thị hàm số tìm được ứng với giá trị của m tìm được ở câu a) và b).

Bài tập 4.4. Cho hàm số $y = (m + 1)x - 1$.

- a) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(1; 3)$.
 b) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $B(3; 1)$.

- c) Vẽ đồ thị hàm số tìm được ứng với giá trị của m tìm được ở câu a) và b).

Bài tập 4.5. Cho hàm số $y = (m - 2)x + m - 1$

- a) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2;
b) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

Bài tập 4.6. Cho hàm số $y = (m - 1)x + m$

- a) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2;
b) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

Bài tập 4.7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm $A(0; 3)$, $B(-2; 0)$ và $C(2; 0)$.

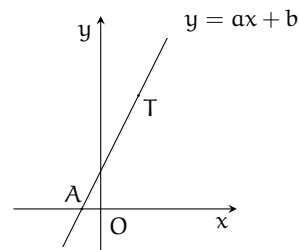
- a) Hãy viết phương trình đường thẳng AB, BC, CA;
b) Tính chu vi và diện tích tam giác ABC nếu coi độ dài mỗi đơn vị trên các trục Ox, Oy là 1 cm.

BÀI 5. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

A KHÁI NIỆM

1 Góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và trục Ox

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , khi nói góc α tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox , ta cần hiểu rằng đó là góc tạo bởi tia Ax và tia AT , trong đó A là giao điểm của đường thẳng $y = ax + b$ với trục Ox , T là điểm thuộc đường thẳng $y = ax + b$ và có tung độ dương.



2 Hệ số góc của đường thẳng

Định nghĩa 5.1. Cho đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$). Khi đó, hệ số góc của đường thẳng đã cho là a .

Tính chất 5.1.

- Nếu $a > 0$ thì góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox là góc nhọn. Hệ số a càng lớn thì góc càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 90° .
- Nếu $a < 0$ thì góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox là góc tù. Hệ số a càng lớn thì góc càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 180° .

3 Đường thẳng song song, đường thẳng cắt nhau

Định lý 5.1.

- Hai đường thẳng song song thì có cùng hệ số góc và ngược lại.
- Hai đường thẳng cắt nhau thì khác hệ số góc và ngược lại.

B BÀI TẬP

TRẮC NGHIỆM

Câu 5.1. Cho đường thẳng $d: y = -kx + b$ ($k \neq 0$). Hệ số góc của đường thẳng d là

- A. $-k$. B. k . C. $\frac{1}{k}$. D. b .

Câu 5.2. Cho đường thẳng $d: y = ax + b$ ($a \neq 0$). Hệ số góc của đường thẳng d là

- A. $-a$. B. a . C. $\frac{1}{a}$. D. b .

Câu 5.3. Tính hệ số góc của đường thẳng $d: y = (2m - 4)x + 5$ biết nó song song với đường thẳng $d': 2x - y - 3 = 0$.

- A. 1. B. -2 . C. 3. D. 2.

Câu 5.4. Cho đường thẳng $d: y = (m + 2)x - 5$ đi qua điểm $A(-1; 2)$. Hệ số góc của đường thẳng d là

- A. 1. B. 11. C. -7 . D. 7.

Câu 5.5. Tìm hệ số góc của đường thẳng $d: y = (3 - m)x + 2$ biết nó vuông góc với đường thẳng $d': x - 2y - 6 = 0$.

- A. -2 . B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 5.6. Tìm hệ số góc của đường thẳng d biết d đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;3)$.

- A. -2 . B. 3 . C. 1 . D. 2 .

Câu 5.7. Cho đường thẳng $d: y = (m+2)x - 5$ có hệ số góc là $k = -4$. Tìm m .

- A. $m = -4$. B. $m = -6$. C. $m = -5$. D. -3 .

Câu 5.8. Tìm hệ số góc của đường thẳng $d: y = 5mx + 4m - 1$ biết nó song song với đường thẳng $d': x - 3y + 1 = 0$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 1 . D. 3 .

Câu 5.9. Đường thẳng d có hệ số góc bằng -4 và đi qua điểm $A(3; -2)$, có phương trình là

- A. $y = -4x + 10$. B. $y = 4x + 10$. C. $y = -4x - 10$. D. $y = -4x$.

Câu 5.10. Cho đường thẳng $d: y = \frac{m+1}{3}x + 2m$ có hệ số góc là $k = -2$. Tìm m .

- A. $m = 5$. B. $m = -6$. C. $m = -7$. D. $m = -3$.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Tìm hệ số góc của đường thẳng

Bài tập 5.1. Xác định hệ số góc của các đường thẳng sau:

- a) $d_1: y = 2x + 1$; b) $d_2: y = -3x - 4$; c) $d_3: y = \frac{1}{2}x - 3$; d) $d_4: 3y = -x + 2$.

Bài tập 5.2. Xác định hệ số góc của các đường thẳng sau:

- a) $d_1: y = -5x - 4$; b) $d_2: y = x + 1$; c) $d_3: y = \frac{\sqrt{3}}{5}x + 2$; d) $d_4: 2y = x$.

Bài tập 5.3. Cho đường thẳng $d: y = ax + b$. Xác định hệ số góc của d biết:

- a) d song song với đường thẳng $d_1: y = 2x - 1$; b) d song song với đường thẳng $d_2: y = -3x + 2$;
c) d song song với đường thẳng $d_3: 3x - y = 2$; d) d song song với đường thẳng $d_4: 2x - 3y = 2$.

Bài tập 5.4. Cho đường thẳng $d: y = (2m - 5)x - 3m + 2$ với m là tham số. Tìm hệ số góc của d biết

- a) d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 ; b) d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5 ;
c) d đi qua điểm $A(-2; -2)$.

Bài tập 5.5. Cho đường thẳng $d: y = (2m^2 - 5m)x + m + 4$ với m là tham số. Tìm hệ số góc của d biết rằng

- a) d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3 ; b) d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 ;
c) d đi qua điểm $A(2; 2)$.

Bài tập 5.6. Cho đường thẳng $d: y = (m^2 - 2m - 2)x + 5m + 7$ với m là tham số. Tìm m để d có hệ số góc nhỏ nhất.

Bài tập 5.7. Tìm m để đường thẳng $d: y = (-m^2 - 4m - 2)x - 2m + 1$ với m là tham số có hệ số góc lớn nhất.

2 Viết phương trình đường thẳng biết hệ số góc

Bài tập 5.8. Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

- a) d đi qua $M(-3; 1)$ và có hệ số góc bằng $\frac{2}{5}$; b) d đi qua $N(1; 2)$ và có hệ số góc bằng 2 ;
c) d đi qua điểm $P(0; -2)$ và có hệ số góc bằng $\frac{1}{2}$; d) d đi qua điểm $A\left(\frac{1}{2}; -1\right)$ và có hệ số góc bằng -3 ;
e) d đi qua điểm $B(0; 1)$ và có hệ số góc bằng $0,5$; f) d đi qua điểm $C(-1; 0)$ và có hệ số góc bằng $\sqrt{2}$.

Bài tập 5.9. Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

- a) d có hệ số góc bằng $-\frac{3}{2}$ và chẵn trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 12 ;

- b) d có hệ số góc bằng $-\frac{4}{3}$ và khoảng cách từ O đến d bằng $\frac{3}{5}$.

3 Giao điểm hai đường thẳng

Lưu ý.

Cho hai đường thẳng $d: ax + b$ và $d': y = a'x + b'$; ($a \neq a'$). Để xác định giao điểm của hai đường thẳng d và d' , ta thường làm như sau:

- Bước 1. Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và d' : $ax + b = a'x + b'$, tìm nghiệm x_0 ;
- Bước 2. Tính $y_0 = ax_0 + b$ từ đó suy ra giao điểm có tọa độ $(x_0; y_0)$.

Bài tập 5.10. Cho các đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$; $d_2: y = 3x - 4$; $d_3: y = \frac{1}{2}x - 3$; $d_4: y = -x$. Tìm giao điểm của các đường thẳng:

- a) d_1 và d_2 ; b) d_2 và d_3 ; c) d_1 và d_3 ; d) d_3 và d_4 .

Bài tập 5.11. Cho hai đường thẳng $d_1: y = x - 3$ và $d_2: y = 3 - x$.

- a) Vẽ các đường thẳng d_1, d_2 trong cùng một hệ trục tọa độ;
b) Dựa vào đồ thị, hãy tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 .

Bài tập 5.12. Cho hai đường thẳng $d_1: y = x - 2$ và $d_2: y = 2 - x$.

- a) Vẽ các đường thẳng d_1, d_2 trong cùng một hệ trục tọa độ;
b) Dựa vào đồ thị, hãy tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 .

Bài tập 5.13. Cho đường thẳng $(d): y = 2x - 1$

- a) Tìm giao điểm của (d) với trục hoành;
b) Tìm giao điểm của (d) với trục tung;
c) Tìm giao điểm của (d) với đường thẳng $(d'): y = -3x + 2$.

4 Xét tính đồng quy của ba đường thẳng

Lưu ý.

- Ba đường thẳng đồng quy là ba đường thẳng phân biệt cùng đi qua một điểm.
- Để xét tính đồng quy của ba đường thẳng (phân biệt) cho trước ta làm như sau:
 - Bước 1. Tìm tọa độ giao điểm hai trong ba đường thẳng đã cho;
 - Bước 2. Kiểm tra tọa độ giao điểm vừa tìm được thuộc đường thẳng còn lại thì ba đường thẳng đó đồng quy và ngược lại.

Bài tập 5.14. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x - 2$, $d_2: y = 2x - 3$ và $d_3: y = -x$.

- a) Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 ;
b) Chứng minh rằng ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy.

Bài tập 5.15. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x - 2$, $d_2: y = 2 - x$ và $d_3: y = 2x - 4$.

- a) Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 ;
b) Chứng minh rằng ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy.

Bài tập 5.16. Cho ba đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$, $d_2: y = 1 - x$ và $d_3: y = 4x + 1$. Chứng minh rằng d_1, d_2 và d_3 đồng quy.

Bài tập 5.17. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x + 1$, $d_2: y = 1 - 3x$ và $d_3: y = \frac{1}{3}x + 1$. Chứng minh rằng d_1, d_2 và d_3 đồng quy.

Bài tập 5.18. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x + 2$, $d_2: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ và $d_3: y = (2 - m)x + 1$.

- a) Tìm giao điểm A của hai đường thẳng d_1 và d_2 ;
- b) Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng d_3 đi qua điểm A;
- c) Tìm giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho đồng quy.

Bài tập 5.19. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x - 2$, $d_2: y = 2 - x$ và $d_3: y = (2 - m)x + 1$.

- a) Tìm giao điểm A của hai đường thẳng d_1 và d_2 ;
- b) Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng d_3 đi qua điểm A;
- c) Tìm giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho đồng quy.

Bài tập 5.20. Cho ba đường thẳng $d_1: y = -x + 1$, $d_2: y = x - 1$ và $d_3: y = -4ax + 2a - 1$. Tìm giá trị của a để hai đường thẳng d_1 cắt d_2 tại một điểm thuộc đường thẳng d_3 .

Bài tập 5.21. Cho ba đường thẳng $d_1: y = -x + 1$, $d_2: y = x$ và $d_3: y = -ax + 2a + 1$. Tìm giá trị của a để hai đường thẳng d_1 cắt d_2 tại một điểm thuộc đường thẳng d_3 .

BÀI 6. ÔN TẬP CHƯƠNG 2

A BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 6.1. Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm $M(1; 1)$, $N(4; 1)$, $P(2; -1)$, $Q(-1; -1)$. Tứ giác MNPQ là hình gì?

- A. Hình bình hành. B. Hình thang cân. C. Hình vuông. D. Hình chữ nhật.

Câu 6.2. Độ dài cạnh MN của tứ giác trong câu 1 là

- A. $\sqrt{5}$. B. 3. C. 5. D. $\sqrt{3}$.

Câu 6.3. Một người bắt đầu mở một vòi nước vào một cái bể đã chứa sẵn 2 m^3 nước, mỗi giờ chảy được 3 m^3 nước. Thể tích $y \text{ (m}^3\text{)}$ của nước có trong bể sau x giờ bằng

- A. $y = 2x + 3$. B. $y = 3x + 2$. C. $y = 6x$. D. $y = x + 6$.

Câu 6.4. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị của hàm số $y = 2 - 4x$?

- A. $(1; 1)$. B. $(2; 0)$. C. $(1; -1)$. D. $(1; -2)$.

Câu 6.5. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị của hàm số $y = -5x + 5$?

- A. $(1; 1)$. B. $(2; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(2; -5)$.

Câu 6.6. Đường thẳng song song với đường thẳng $y = 2x$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 là

- A. $y = 2x - 1$. B. $y = -2x - 1$. C. $y = 2x + 1$. D. $y = 6 - 2(1 - x)$.

Câu 6.7. Cho hai đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 3$ và $y = -\frac{1}{2}x + 3$. Hai đường thẳng đã cho

- A. cắt nhau tại điểm có hoành độ là 3. B. cắt nhau tại điểm có tung độ là 3.
C. song song với nhau. D. trùng nhau.

Câu 6.8. Cho các hàm số bậc nhất $y = \frac{1}{3}x + 2$; $y = -\frac{1}{3}x + 2$; $y = -3x + 2$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị của các hàm số trên là các đường thẳng song song với nhau.
B. Đồ thị của các hàm số trên là các đường thẳng đi qua gốc tọa độ.
C. Đồ thị của các hàm số trên là các đường thẳng trùng nhau.
D. Đồ thị của các hàm số trên là các đường thẳng cắt nhau tại một điểm.

Câu 6.9. Đồ thị hàm số $y = \frac{-x + 10}{5}$

- A. là một đường thẳng có hệ số góc là -1 . B. không phải là một đường thẳng.
C. cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 10. D. đi qua điểm $(200; 50)$.

B BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 6.1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{5}{4x}$.

a) Tính $f\left(\frac{1}{5}\right)$; $f(-5)$; $f\left(\frac{4}{5}\right)$.

b) Hãy tìm các giá trị tương ứng của hàm số trong bảng sau:

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1	2
$y = f(x) = \frac{5}{4x}$	?	?	?	?	?	?	?

Bài tập 6.2. Cho hàm số $y = f(x) = -x^2 + 1$. Tính $f(-3)$; $f(-2)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$.

Bài tập 6.3. Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm $A(-2; 0)$, $B(0; 4)$, $C(5; 4)$, $D(3; 0)$. Tứ giác ABCD là hình gì?

Bài tập 6.4. Cho biết đồ thị của hàm số $y = ax$ đi qua điểm $P\left(1; -\frac{4}{5}\right)$.

a) Xác định hệ số a .

b) Vẽ điểm trên đồ thị có hoành độ bằng -5 .

c) Vẽ điểm trên đồ thị có tung độ bằng 2 .

Bài tập 6.5. Tìm hàm số có đồ thị là đường thẳng song song với đồ thị hàm số $y = -2x + 10$.

Bài tập 6.6. Một người đi bộ với tốc độ không đổi 3km/h . Gọi $s(\text{km})$ là quãng đường đi được trong t (giờ).

a) Lập công thức tính s theo t .

b) Vẽ đồ thị của hàm số s theo biến số t .

Bài tập 6.7. Tìm m để các hàm số bậc nhất $y = 2mx - 2$ và $y = 6x + 3$ có đồ thị là những đường thẳng song song với nhau.

Bài tập 6.8. Tìm n để các hàm số bậc nhất $y = 3nx + 4$ và $y = 6x + 4$ có đồ thị là những đường thẳng trùng nhau.

Bài tập 6.9. Tìm k để các hàm số bậc nhất $y = kx - 1$ và $y = 4x + 1$ có đồ thị là những đường thẳng cắt nhau.

Bài tập 6.10. Cho hai hàm số $y = x + 3$, $y = -x + 3$ có đồ thị lần lượt là các đường thẳng d_1 và d_2 .

a) Bằng cách vẽ hình, tìm tọa độ giao điểm A của hai đường thẳng nói trên và tìm các giao điểm B , C lần lượt của d_1 và d_2 với trục Ox .

b) Dùng thước đo góc để tìm góc tạo bởi d_1 và d_2 lần lượt với trục Ox .

c) Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC .

Bài tập 6.11. Tìm các giá trị của tham số m để các hàm số sau đây là hàm số bậc nhất

a) $y = (m - 3)x - 2$; b) $y = (m^2 + 1)x - 1$; c) $y = \frac{x}{m - 3}$; d) $y = (4m^2 - 1)x^2 + (1 + m)x$.

e) $y = (m + 5)x + m$; f) $y = (4m^2 - 3)x + \frac{3}{7}$; g) $y = \frac{2}{m - 2}x$; h) $y = (m^2 - 16)x^2 + (m + 4)x$.

Bài tập 6.12. Cho hàm số $y = f(x) = (k^2 - 2k + 2)x + 3k - 1$ với k là tham số

a) Chứng minh $y = f(x)$ luôn là hàm số bậc nhất với mọi k ;

b) Không cần tính, hãy so sánh $f(-2)$ và $f(3)$.

Bài tập 6.13. Cho hàm số $y = f(x) = (-k^2 - 4k - 5)x - 2k + 1$ với k là tham số

a) Chứng minh $y = f(x)$ luôn là hàm số bậc nhất với mọi k ;

b) Không cần tính, hãy so sánh $f(-2)$ và $f(5)$.

Bài tập 6.14. Cho hai hàm số $y = x - 2$ và $y = -2x + 4$ có đồ thị lần lượt là hai đường thẳng d_1 và d_2 .

a) Vẽ d_1 và d_2 trên cùng một hệ trục tọa độ;

b) Tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 .

Bài tập 6.15. Cho hai đường thẳng $d_1: y = 2x - 3$ và $d_2: y = 3 - x$.

a) Vẽ d_1 và d_2 trên cùng một hệ trục tọa độ;

b) Tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 .

Bài tập 6.16. Xác định phương trình đường thẳng d biết

a) d đi qua điểm $A(-4; 1)$ và $B(-2; -3)$;

b) d đi qua $C(-2; 2)$ và có hệ số góc bằng -2 ;

c) d đi qua $D(-1; 2)$ và cắt đường thẳng $d_1: y = 2x - 2$ tại một điểm trên trục tung;

d) d đi qua $E(4; -5)$ và đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_2: y = 4x + 3$ và $d_3: y = 3x + 4$.

Bài tập 6.17. Cho đường thẳng $d: y = (4m + 5)x - 2m + 7$ với m là tham số.

a) Tìm các giá trị của m để d cùng với hai đường thẳng $d_1: y = 3x - 1$ và $d_2: y = 2x + 1$ đồng quy;

b) Tìm m để d song song với đường thẳng $d_3: y = -3x + 2$.

Bài tập 6.18. Cho đường thẳng $d: y = (m + 2)x + m - 1$ với m là tham số.

a) Tìm các giá trị của m để d cùng với hai đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$ và $d_2: y = -x + 4$ đồng quy;

b) Tìm m để d vuông góc với đường thẳng $d_3: y = -\frac{2}{5}x - \frac{1}{2}$.

PHƯƠNG TRÌNH

BÀI 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN VÀ CÁCH GIẢI

A KHÁI NIỆM VÀ QUY TẮC GIẢI

Định nghĩa 1.1. Biểu thức có dạng $ax + b = 0$, ($a \neq 0$) được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn.

Quy tắc 1.1. Các bước giải phương trình bậc nhất $ax + b = 0$

Chuyển vế	$ax = -b$
Chia hai vế cho a	$x = \frac{-b}{a}$

B BÀI TẬP

TRẮC NGHIỆM

Câu 1.1. Phương trình bậc nhất một ẩn có dạng

- A. $ax + b = 0, a \neq 0$. B. $ax + b = 0$. C. $ax^2 + b = 0$. D. $ax + by = 0$.

Câu 1.2. Phương trình $ax + b = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn nếu:

- A. $a = 0$. B. $b = 0$. C. $b \neq 0$. D. $a \neq 0$.

Câu 1.3. $x = 6$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $-2x + 4 = 0$. B. $0,5x - 3 = 0$. C. $324x - 9,72 = 0$. D. $5x - 1 = 0$.

Câu 1.4. Giải phương trình $2x + x + 12 = 0$

- A. $x = 4$. B. $x = -4$. C. $x = -12$. D. $x = 12$.

Câu 1.5. Phương trình $x - 12 = 6 - x$ có nghiệm là

- A. $x = 9$. B. $x = -9$. C. $x = 8$. D. $x = -8$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

1 Phương trình cơ bản

Bài tập 1.1. Giải các phương trình sau

- | | | |
|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------------|
| a) $x + 5 = 7$. | b) $x - 2 = 8$. | c) $3 = x - 2$. |
| d) $7 = x + 4$. | e) $2x = 7 + x$. | f) $x - 6 = 2x$. |
| g) $3x + 1 = 5x + 2$. | h) $4x - 3 = 2x + 2$. | i) $2(x - 3) = 12$. |
| j) $3(x + 4) = 6$. | k) $x - (8 - x) = 4$. | l) $3x - (3 + x) = 0$. |
| m) $2[x - (2x + 1)] = 6$. | n) $4[2x + (3x - 1)] = 0$. | o) $-2[x + 3(x - 1)] = 4 + x$. |
| p) $-5[2x - 2(x + 1)] = 6 - x$. | q) $(x - 1)(x + 3) = x^2 + 4$. | r) $(2x - 3)(x + 2) = x + 4 + 2x^2$. |
| s) $(x + 3)^2 = x^2 + 4x$. | t) $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 8$. | u) $x - (x + 2)(x - 3) = 4 - x^2$. |

Bài tập 1.2. Giải các phương trình sau (quy đồng khử mẫu)

a) $\frac{2x}{3} = 8.$

b) $\frac{3}{5}x = -12.$

c) $\frac{7}{2}x = -8.$

d) $7 + \frac{5x}{3} = x - 2.$

e) $x + 4 = \frac{2}{5}x - 3.$

f) $1 + \frac{x}{9} = \frac{4}{3}.$

g) $4 + \frac{x}{5} = \frac{5}{3}.$

h) $\frac{x}{5} - \frac{x}{2} = 9.$

i) $\frac{x}{4} = 2 - \frac{x}{3}.$

j) $\frac{2x-1}{5} - \frac{x+1}{2} = 0.$

k) $\frac{2x}{3} - \frac{2x+5}{6} = \frac{1}{2}.$

l) $\frac{3}{2} = \frac{x+10}{x-3}.$

Bài tập 1.3. Giải các phương trình sau (thu gọn đưa về phương trình bậc nhất)

a) $(x-5)^2 + (x+3)^2 = 2(x-4)(x+4) - 5x + 7.$

b) $(x+3)(x-2) - 2(x+1)^2 = (x-3)^2 - 2x^2 + 4x.$

c) $(x-2)^3 + (x-5)(x+5) = x(x^2 - 5x) - 7x + 3.$

d) $4(x-1)(x+2) - 5(x+7) = (2x+3)^2 - 5x + 3.$

e) $(x-1)(x^2 + x + 1) + 3(x-2)^2 = x(x^2 + 3x - 1).$

f) $(x+2)^2 - 2(x+3)(x-4) = 5 - x(x-3).$

g) $(x+7)(x-7) - (x+2)^2 = 5(x-2) + (x-7).$

h) $(x+5)(x-5) - (x+3)(x^2 - 3x + 9) = 5 - x(x^2 - x - 2).$

2 Phương trình chứa giá trị tuyệt đối

Bài tập 1.4. Giải các phương trình sau

 Lưu ý.

$$\bullet |A| = |B| \Leftrightarrow \begin{cases} A = B \\ A = -B. \end{cases}$$

a) $|2x| = |x+1|.$

b) $|x+3| = |-4|.$

c) $|x| = |2x-1|.$

d) $|x+1| = |3x+1|.$

e) $|x| = |2x-5|.$

f) $|1-x| = |3x+4|.$

g) $|5-x| = |2x-5|.$

h) $|x-3| = |3x-1|.$

i) $|4-3x| = |2x-10|.$

j) $|15-2x| = |x+4|.$

k) $\left|x - \frac{3}{2}\right| = \left|\frac{3}{2}x - 1\right|.$

l) $\left|\frac{5}{3}x - 3\right| = \left|3x - \frac{3}{5}\right|.$

m) $\left|\frac{1}{4}x - \frac{5}{4}\right| = \left|\frac{3}{4}x - \frac{4}{5}\right|.$

n) $\left|\frac{1}{3} - \frac{x}{4}\right| = \left|\frac{x}{4} - \frac{4}{3}\right|.$

o) $\left|\frac{1}{4}x - \frac{3}{4}\right| = \left|\frac{4}{5}x - \frac{2}{5}\right|.$

p) $\left|\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}\right| = \left|1 - \frac{4}{3}x\right|.$

q) $|2006 - x| = |2x - 2005|.$

r) $\left|2007 - \frac{3}{2}x\right| = \left|2006 - \frac{1}{2}x\right|.$

3 Phương trình tích

 Lưu ý.

$$A \cdot B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0. \end{cases}$$

Bài tập 1.5. Giải các phương trình sau

a) $(x-2)(x+3) = 0.$

b) $(2x-3)(x^2+1) = 0.$

c) $(x+1)(2x-1)(x-2) = 0.$

d) $(x-1)(3x-6) = 0.$

e) $(x+1)(2x-3)(3x-5) = 0.$

f) $(2x+5)(1-3x) = 0.$

Bài tập 1.6. Giải các phương trình sau

a) $6(x-2)(x-4)(1-7x) = 0.$

b) $(x+1)^2(3x-1) = 0.$

c) $(3x-2)^2(x+1)(x-2) = 0.$

d) $(5-x)^2(3x-1) = 0.$

e) $(14-2x)^2(3-x)(2x-4) = 0.$

f) $(5x-6)^2(x+2)(x+10) = 0.$

g) $(3x-3)^3(x+4) = 0.$

h) $(2x-1)^3(4x+5) = 0.$

i) $(8-x)^3(3x+6) = 0.$

Bài tập 1.7. Giải các phương trình sau

- | | | | |
|------------------|-------------------|--------------------|------------------|
| a) $x^2 = 1.$ | b) $x^2 = 2.$ | c) $x^2 = 3.$ | d) $x^2 = 4.$ |
| e) $x^2 = 5.$ | f) $(-x)^2 = 6.$ | g) $(-x)^2 = 7.$ | h) $(-x)^2 = 8.$ |
| i) $(-x)^2 = 9.$ | j) $(-x)^2 = 10.$ | k) $x^2 = -11.$ | l) $x^2 = 12.$ |
| m) $x^2 = 13.$ | n) $x^2 = 14.$ | o) $(-x)^2 = -15.$ | p) $x^2 = 16.$ |
| q) $x^2 = 25.$ | r) $x^2 = 36.$ | s) $x^2 = 49.$ | t) $x^2 = 64.$ |

Bài tập 1.8. Giải các phương trình sau

- | | | | |
|---------------------------|----------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $-3x^2 = -48.$ | b) $4x^2 = -16.$ | c) $5x^2 = 125.$ | d) $-6x^2 = -216.$ |
| e) $7x^2 = -7.$ | f) $-2x^2 = -128.$ | g) $\frac{2}{3}x^2 = \frac{8}{3}.$ | h) $-\frac{4}{5}x^2 = -\frac{1}{5}.$ |
| i) $\frac{1}{2}x^2 = 32.$ | j) $-\frac{1}{3}x^2 = -3.$ | k) $2x^2 = 6.$ | l) $-3x^2 = 6.$ |
| m) $-5x^2 = -10.$ | n) $4x^2 = 20.$ | o) $\frac{1}{2}x^2 = 4.$ | p) $-\frac{1}{3}x^2 = -2.$ |

Bài tập 1.9. Giải các phương trình sau

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|-------------------------|
| a) $x^3 = 1.$ | b) $x^3 = 8.$ | c) $x^3 = 27.$ | d) $x^3 = 64.$ |
| e) $x^3 = 125.$ | f) $x^3 = -1.$ | g) $x^3 = -8.$ | h) $x^3 = -27.$ |
| i) $(-x)^3 = -64.$ | j) $(-x)^3 = -125.$ | k) $(-x)^3 = -216.$ | l) $(-x)^3 = -343.$ |
| m) $(2x - 1)^2 = 49.$ | n) $(3x + 4)^2 = 25.$ | o) $(2x + 7)^2 = 1.$ | p) $(6 - 4x)^2 = 16.$ |
| q) $(7x - 5)^2 = 36.$ | r) $(5x - 7)^2 = 4.$ | s) $(10x - 7)^2 = 64.$ | t) $(13 - 25x)^2 = 81.$ |

Bài tập 1.10. Giải các phương trình sau

- | | | |
|---|--|--|
| a) $(2x + 7)^2 = (x + 3)^2.$ | b) $(4x + 14)^2 = (7x + 21)^2.$ | c) $(13x - 7)^2 = (7x + 9)^2.$ |
| d) $(6 - 9x)^2 = (5x - 7)^2.$ | e) $(27x + 9)^2 = (24x - 7)^2.$ | f) $(-5x - 1)^2 = (x - 2)^2.$ |
| g) $(3 - x)^2 = (x + 3)^2.$ | h) $(4x - 6)^2 = (6 + 4x)^2.$ | i) $(1 + x)^2 = (x - 1)^2.$ |
| j) $\left(2x + \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} - 2x\right)^2.$ | k) $(5x - 4)^2 = (4 - 5x)^2.$ | l) $\left(\frac{9}{5} - 2x\right)^2 = \left(2x - \frac{9}{5}\right)^2.$ |
| m) $(-x - 3)^2 = (x + 3)^2.$ | n) $\left(7x + \frac{1}{8}\right)^2 = \left(-7x - \frac{1}{8}\right)^2.$ | o) $(3x + 1)^2 - 4(x - 3)^2 = 0.$ |
| p) $9(x - 1)^2 - 4(2x + 1)^2 = 0.$ | q) $25(3x + 7)^2 = 16(1 - x)^2.$ | r) $49\left(x + \frac{1}{7}\right)^2 = 81\left(\frac{1}{9}x - 2\right)^2.$ |

Bài tập 1.11. Giải các phương trình sau

- | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|-------------------------|
| a) $8x^2 - 4x = 0.$ | b) $2x^2 - 16 = 0.$ | c) $5x^2 + 7x = 0.$ | d) $-6x + 9x^2 = 0.$ |
| e) $64x^2 - 8x = 0.$ | f) $18x - 9x^2 = 0.$ | g) $2x^2 = x.$ | h) $-x = 3x^2.$ |
| i) $3x^2 = 2x.$ | j) $4x^2 = 3x.$ | k) $x^3 = x^2.$ | l) $2x^3 = 3x^2.$ |
| m) $-x^2 = 4x^3.$ | n) $-7x^2 = 14x^3.$ | o) $x^3 - 8x^2 = 0.$ | p) $27x^2 - 54x^3 = 0.$ |

Bài tập 1.12. Giải các phương trình sau

- | | | | |
|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|
| a) $x^2 + 4x - 5 = 0.$ | b) $2x^2 + 5x + 3 = 0.$ | c) $x^2 + 7x + 12 = 0.$ | d) $x^2 - 7x + 10 = 0.$ |
| e) $4x^2 + 9x - 13 = 0.$ | f) $6x^2 + 7x - 3 = 0.$ | g) $7x^2 + 13x - 2 = 0.$ | h) $x^2 - 5x - 14 = 0.$ |
| i) $x^2 + x - 6 = 0.$ | j) $3x^2 + 4x - 4 = 0.$ | k) $x^2 + 2x - 2 = 0.$ | l) $x^2 - 4x - 6 = 0.$ |
| m) $x^2 - 6x + 7 = 0.$ | n) $3x^2 - x - 1 = 0.$ | o) $4x^2 - 7x + 2 = 0.$ | p) $7x^2 + 2x + 1 = 0.$ |
| q) $x^2 - x + 1 = 0.$ | r) $x^2 + x + 1 = 0.$ | s) $x^2 - 4x + 5 = 0.$ | t) $9x^2 + x + 1 = 0.$ |

BÀI 2. LẬP PHƯƠNG TRÌNH GIẢI TOÁN

➡ TRẮC NGHIỆM ➡

Câu 2.1. Mẹ hơn con 24 tuổi. Sau hai năm nữa thì tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con. Tuổi của con hiện nay là:

- A. 5. B. 10. C. 15. D. 20.

Câu 2.2. Một hình chữ nhật có chiều dài là x (cm), chiều dài hơn chiều rộng 3 (cm). Diện tích hình chữ nhật là 4. Phương trình ẩn x là:

- A. $3x = 4$. B. $(x + 3).3 = 4$. C. $x(x + 3) = 4$. D. $x(x - 3) = 4$.

Câu 2.3. Chu vi một mảnh vườn hình chữ nhật là 45 m. Biết chiều dài hơn chiều rộng 5 m. Nếu gọi chiều rộng mảnh vườn là x ($x > 0$; m) thì phương trình của bài toán là

- A. $(2x + 5).2 = 45$. B. $x + 3$. C. $3 - x$. D. $3x$.

Câu 2.4. Xe máy và ô tô cùng đi trên một con đường, biết vận tốc của xe máy là x (km/h) và mỗi giờ ô tô lại đi nhanh hơn xe máy 20 km. Công thức tính vận tốc ô tô là:

- A. $x - 20$ (km/h). B. $20x$ (km/h). C. $20 - x$ (km/h). D. $20 + x$ (km/h).

Câu 2.5. Một xe đạp khởi hành từ điểm A, chạy với vận tốc 15 km/h. Sau đó 6 giờ, một xe hơi đuổi theo với vận tốc 60 km/h. Hỏi xe hơi chạy trong bao lâu thì đuổi kịp xe đạp.

- A. 1h. B. 2h. C. 3h. D. 4h.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

A TOÁN ĐỒ CƠ BẢN

Bài tập 2.1. Mua 36 bông vừa hồng vừa cẩm chương hết 100000 đồng. Biết mỗi bông hồng giá 400 đồng, mỗi bông cẩm chương hết 200 đồng. Tìm số bông mỗi loại?

Bài tập 2.2. Có 54 con gà vừa mè. Tất cả có 154 chân. Hỏi có bao nhiêu con gà bao nhiêu con mè?

Bài tập 2.3. Có hai thùng đựng dầu, lúc đầu số dầu thùng lớn gấp đôi số dầu thùng nhỏ. Sau khi thêm vào thùng nhỏ 15 lít, lấy bớt ở thùng lớn 30 lít thì số dầu thùng nhỏ bằng $\frac{3}{4}$ số dầu thùng lớn. Hỏi lúc đầu mỗi thùng có mấy lít dầu?

Bài tập 2.4. Hai rổ trứng có tất cả 80 quả. Nếu chuyển 5 quả từ rổ thứ nhất sang rổ thứ hai thì số trứng trong rổ thứ nhất bằng $\frac{3}{5}$ số trứng trong rổ thứ hai. Hỏi lúc đầu mỗi rổ có bao nhiêu trứng?

Bài tập 2.5. Số lượng dầu ở thùng thứ nhất bằng 2 lần số lượng dầu ở thùng thứ hai. Nếu bớt ở thùng thứ nhất ra 75 lít và thêm vào thùng thứ hai 35 lít thì lượng dầu trong hai thùng bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi thùng có bao nhiêu lít dầu?

Bài tập 2.6. Có 480 kg cà chua và khoai tây. Khối lượng khoai tây gấp 3 lần khối lượng cà chua. Tính khối lượng mỗi loại?

Bài tập 2.7. Có hai kho thóc. Kho thứ nhất hơn kho thứ hai 100 tấn. Nếu chuyển từ kho thứ nhất sang kho thứ hai 60 tấn thì số thóc ở kho thứ nhất bằng $\frac{12}{13}$ số thóc ở kho thứ hai. Tính số thóc mỗi kho lúc đầu?

Bài tập 2.8. Bể nước A hơn bể nước B 1200 lít. Người ta tháo từ bể A sang bể B bằng một vòi mỗi phút chảy được 20 lít. Sau 20 phút lượng nước trong bể A bằng $\frac{29}{27}$ lượng nước trong bể B. Tính lượng nước trong mỗi bể lúc đầu.

Bài tập 2.9. Bác thợ cả và anh công nhân cùng làm việc. Mỗi ngày bác thợ cả làm hơn anh công nhân 10 sản phẩm. Sau 3 ngày làm việc cả hai người làm được 930 sản phẩm. Hỏi mỗi người trong một ngày làm được bao nhiêu sản phẩm?

Bài tập 2.10. Trong tháng giêng hai tổ sản xuất được 720 chi tiết máy. Trong tháng hai, tổ một vượt mức 15%, tổ hai vượt mức 12% nên sản xuất được 819 chi tiết máy. Tính xem trong tháng giêng, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

Bài tập 2.11. Năm ngoái tổng số dân hai tỉnh A và B là 4.000.000 người. Năm nay tỉnh A tăng 1,2% và tỉnh B tăng 1,1%. Tổng số dân hai tỉnh năm nay là 4.045.000 người. Tính số dân mỗi tỉnh năm ngoái, năm nay.

Bài tập 2.12. Trong một trang sách nếu bớt đi 4 dòng và mỗi dòng bớt đi 3 chữ thì cả trang bớt đi 136 chữ, nếu tăng thêm 3 dòng và mỗi dòng tăng thêm 2 chữ thì cả trang sẽ tăng thêm 109 chữ. Tính số dòng trong trang và số chữ trong mỗi dòng.

Bài tập 2.13. Tìm hai số nguyên liên tiếp. Biết 2 lần số nhỏ cộng với 3 lần số lớn bằng -78.

Bài tập 2.14. Cho ba số tự nhiên liên tiếp. Tích hai số đầu nhỏ hơn tích hai số sau là 50. Tìm ba số tự nhiên đó.

Bài tập 2.15. Mẫu của một phân số gấp 4 lần tử của nó. Nếu tăng cả tử lẫn mẫu thêm 2 đơn vị thì được phân số $\frac{1}{2}$. Tìm phân số đã cho.

Bài tập 2.16. Một phân số có tử nhỏ hơn mẫu 8 đơn vị. Nếu thêm 2 đơn vị vào tử và bớt mẫu đi 3 đơn vị thì được phân số $\frac{3}{4}$. Tìm phân số đã cho.

Bài tập 2.17. Hiệu của hai số là 12. Nếu chia số bé cho 7, chia số lớn cho 5 thì thương thứ nhất bé hơn thương thứ hai là 4 đơn vị. Tìm hai số ấy.

Bài tập 2.18. Tỉ số của hai số là $\frac{3}{2}$. Nếu chia số bé cho 4, chia số lớn cho 9 thì thương thứ nhất lớn hơn thương thứ hai là 4 đơn vị. Tìm hai số đó.

Bài tập 2.19. Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng 2 lần chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 7 đơn vị. Nếu viết hai chữ số ấy theo thứ tự ngược lại thì thu được một số mới có hai chữ số. Số mới nhỏ hơn số cũ 27 đơn vị.

Bài tập 2.20. Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết tổng hai chữ số là 12. Nếu đổi chỗ hai chữ số thì thu được số mới hơn số cũ 36 đơn vị.

Bài tập 2.21. Tổng của hai chữ số hàng đơn vị và hai lần chữ số hàng chục của một số có hai chữ số là 10. Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì ta được số mới nhỏ hơn số cũ là 18 đơn vị. Tìm số đó.

Bài tập 2.22. Chữ số hàng chục của một số có hai chữ số hơn chữ số hàng đơn vị là 5 đơn vị. Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau sẽ được một số mới bằng $\frac{3}{8}$ số cũ. Tìm số đã cho.

Bài tập 2.23. Cho một số gồm hai chữ số. Tìm số đó biết tổng của hai chữ số của số đó nhỏ hơn số đó 6 lần và thêm 25 và tích của hai số đó sẽ được một số viết theo thứ tự ngược lại với số đó.

B BÀI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

Bài tập 2.24. Anh Hai và anh Ba đi xe đạp, khởi hành cùng lúc. Vận tốc anh Hai bằng $\frac{4}{5}$ vận tốc anh Ba. Nếu anh Hai tăng vận tốc 1 km/h, anh Ba giảm vận tốc 1 km/h thì sau 3 giờ đoạn đường của anh Ba dài hơn đoạn đường của anh Hai là 3 km. Tính vận tốc mỗi anh.

Bài tập 2.25. Xe máy đi từ A đến B dài 35 km. Lúc về bằng đường khác dài 42 km với vận tốc hơn lúc đi là 6 km/h. Thời gian về bằng $\frac{12}{13}$ thời gian đi. Tính vận tốc lượt đi và về.

Bài tập 2.26. Hùng đi từ nhà sang Hà Nội bằng đoạn đường dài 48 km. Lúc về đi đường tắt ngắn hơn 13 km. Vận tốc lúc về bằng $\frac{5}{6}$ vận tốc lúc đi. Thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc lúc đi.

Bài tập 2.27. Xe hơi đi từ A đến B với vận tốc 50 km/h rồi đi từ B về A với vận tốc giảm bớt 10 km/h. Cả đi và về mất 5 giờ 24 phút. Tính quãng đường AB.

Bài tập 2.28. Ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 50 km/h. Đi được 20 phút thì gặp đường xấu nên vận tốc giảm còn 40 km/h, vì vậy đến B trễ 18 phút. Tính quãng đường AB.

Bài tập 2.29. Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 30 km/h. Lúc về người đó đi với vận tốc 24 km/h. Do đó thời gian về lâu hơn thời gian đi là 30 phút. Tính quãng đường AB.

Bài tập 2.30. Xe lửa đi từ A đến B hết 10 giờ 40 phút. Nếu vận tốc giảm 10 km/h thì đến B trễ 2 giờ 8 phút. Tính quãng đường AB và vận tốc xe lửa.

Bài tập 2.31. Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì trễ 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định ban đầu.

Bài tập 2.32. Hai ô tô khởi hành cùng lúc từ hai tỉnh A và B cách nhau 150 km, đi ngược chiều và gặp nhau sau hai giờ. Tính vận tốc của mỗi ô tô biết rằng vận tốc của ô tô A tăng thêm 15 km/h thì bằng hai lần vận tốc ô tô B.

Bài tập 2.33. Một ô tô đi từ A đến B. Cùng lúc đó ô tô thứ hai đi từ B đến A với vận tốc bằng $\frac{2}{3}$ vận tốc ô tô thứ nhất. Sau 5 giờ hai xe gặp nhau. Hỏi mỗi ô tô đi cả quãng đường AB mất bao lâu?

Bài tập 2.34. Đò máy xuôi dòng từ A đến B hết 4 giờ và ngược dòng từ B về A mất 5 giờ. Vận tốc dòng nước là 2 km/h. Tính quãng đường AB. (Xuôi ngược chiều)

Bài tập 2.35. Một canô xuôi dòng 42 km rồi ngược dòng trở lại 20 km, mất tổng cộng 5 giờ. Biết vận tốc dòng chảy là 2 km/h. Tính vận tốc canô.

Bài tập 2.36. Một tàu thủy chạy trên một khúc sông dài 80 km, cả đi và về mất 8 giờ 20 phút. Tính vận tốc tàu thủy

khí nước yên lặng. Biết vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

Bài tập 2.37. Lúc 4 giờ 30 phút một máy bay cất cánh từ A với vận tốc là 500 km/h đến B máy bay nghỉ 30 phút rồi quay về A với vận tốc 400 km/h và tới B lúc 11 giờ 45 phút. Tính quãng đường AB.

Bài tập 2.38. Hai xe khởi hành cùng một lúc từ hai địa điểm A và B, cách nhau 130 km và gặp nhau sau 2 giờ. Tính vận tốc mỗi xe, biết xe đi từ B có vận tốc nhanh hơn xe đi từ A là 5 km/h.

Bài tập 2.39. Một ô tô đi từ A đến B. Sau khi đi được 43 km thì nghỉ 40 phút. Để về B kịp giờ đã định, ô tô đi với vận tốc bằng 1,2 vận tốc lúc đầu. Tính vận tốc lúc đầu biết quãng đường AB dài 163 km.

Bài tập 2.40. Đường sông từ A đến B ngắn hơn đường bộ 10km. Để đi từ A đến B, canô đi hết 3 giờ 20 phút, ô tô đi hết 2 giờ. Vận tốc canô kém vận tốc ô tô 17 km/h. Tính vận tốc canô.

Bài tập 2.41. Nhà A cách trường 1200 m, nhà B cách trường 1650 m. Vận tốc A bằng vận tốc B, thời gian B đến trường nhiều hơn A là 5 phút. Tính vận tốc của mỗi người.

Bài tập 2.42. Một xe hơi đi từ A đến C, cùng lúc đó từ một địa điểm B nằm trên đoạn AC có một ô tô tải cũng đi đến C. Sau 5 giờ hai xe gặp nhau tại C. Biết vận tốc ô tô tải bằng $\frac{3}{5}$ vận tốc xe hơi. Hỏi xe hơi đi từ A đến B mất bao lâu.

Bài tập 2.43. Quãng đường AB dài 270 km. Hai ô tô khởi hành cùng lúc đi từ A đến B. Ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai 12 km/h nên đến trước ô tô thứ hai 42 phút. Tính vận tốc mỗi xe.

Bài tập 2.44. Một xe đồ đi từ A đến B với vận tốc 20 km/h. Sau 3 giờ từ A một xe hơi đuổi theo với vận tốc 50 km/h. Hỏi từ lúc bắt đầu xuất phát xe hơi đuổi kịp xe đồ trong bao lâu?

Bài tập 2.45. Một chiếc thuyền khởi hành từ bến sông A. Sau 5 giờ 20 phút một canô từ bến sông A đuổi theo và gặp thuyền cách bến A 20 km. Hỏi vận tốc của thuyền, biết canô chạy nhanh hơn thuyền 12 km/h.

BÀI TOÁN NĂNG SUẤT

Bài tập 2.46. Hai đội công nhân cùng sửa một con đường hết 24 ngày. Mỗi ngày, phần việc làm được của đội I bằng $\frac{3}{2}$ phần việc của đội II làm được. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội sẽ sửa xong con đường trong bao lâu?

Bài tập 2.47. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau $\frac{24}{5}$ giờ đầy bể. Mỗi giờ lượng nước vòi A chảy bằng $\frac{3}{2}$ lượng nước vòi B chảy. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu đầy bể?

Bài tập 2.48. Hai người cùng làm một công việc trong 12 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 4 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ thì được $\frac{2}{5}$ công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người làm hết công việc trong bao lâu?

Bài tập 2.49. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 1 giờ 30 phút đầy bể. Nếu mở vòi I trong 10 phút, vòi II trong 12 phút thì được $\frac{2}{15}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu đầy bể?

Bài tập 2.50. Hai máy cùng cày trên một cánh đồng. Nếu cả hai máy cùng làm việc thì sau 4 ngày sẽ cày xong cả cánh đồng. Trên thực tế thì hai máy cùng làm việc trong hai ngày. Sau đó, máy I bị điều đi nơi khác làm việc. Máy hai làm việc một mình thì sau 6 ngày nữa cày xong cả cánh đồng. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi máy phải mất bao lâu để cày xong cánh đồng.

Bài tập 2.51. Hai người cùng làm một công việc trong 6 giờ 40 phút thì xong. Nếu để một mình người thứ nhất làm trong 5 giờ rồi người đó nghỉ thì người thứ hai phải làm nốt phần việc còn lại trong 8 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người phải mất bao lâu để hoàn thành công việc.

Bài tập 2.52. Hai đội công nhân làm việc thì trong 4 ngày xong. Nhưng khi thực hiện, đội II phải đi làm việc khác. Đội I làm một mình được 9 ngày thì đội II quay trở lại. Hai đội cùng làm trong 1 ngày nữa thì xong việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội mất bao lâu mới hoàn thành công việc?

Bài tập 2.53. Hai đội xây dựng cùng làm chung một công việc và dự định trong 12 ngày sẽ xong. Họ cùng làm việc với nhau trong 8 ngày thì đội I được điều đi nơi khác, đội II tiếp tục làm. Do cải tiến kỹ thuật, năng suất tăng gấp đôi nên đội II làm xong phần việc còn lại trong 3 ngày rưỡi. Hỏi nếu mỗi đội làm thì bao nhiêu ngày mới xong công việc trên?

Bài tập 2.54. Một đội máy cày dự định mỗi ngày cày 40 ha. Do siêng năng làm việc nên trên thực tế mỗi ngày đội cày được 52 ha. Vì vậy không những đã xong mà còn cày thêm được 4 ha nữa. Tính diện tích ruộng mà đội cày được trên thực tế.

Bài tập 2.55. Một đội thợ mỏ theo kế hoạch mỗi ngày phải khai thác 50 m³ than. Do siêng năng làm việc nên trên thực tế mỗi ngày đội khai thác được 57 m³ than. Vì vậy không những đã xong trước thời hạn mà còn vượt mức 13 m³ than. Tính lượng than mà đội thợ mỏ khai thác theo kế hoạch và theo thực tế.

Bài tập 2.56. Theo kế hoạch một đội máy cày phải cày mỗi ngày 15 ha. Do siêng năng làm việc nên trên thực tế đội đã cày xong trước thời hạn một ngày và vượt mức 3 ha. Tính diện tích ruộng mà đội đã cày theo kế hoạch.

Bài tập 2.57. Số người đội I gấp đôi số người đội II. Đội I đào được 2700 m^3 đường, đội II đào được 1257 m^3 đường. Mỗi người của đội I đào được nhiều hơn mỗi người ở đội II là 5 m^3 . Hỏi mỗi đội có bao nhiêu người.

Bài tập 2.58. Một vòi nước chảy trong một bể không có nước. Cùng lúc đó có một vòi chảy từ bể ra ngoài. Sau 5 giờ nước trong bể đạt $\frac{1}{8}$ dung tích bể. Hỏi nếu không có nước và chỉ mở vòi chảy vào thì sau bao lâu đầy bể?

Bài tập 2.59. Một bồn nước có đặt hai vòi chảy vào là A và B và một vòi chảy ra là C. Bồn trống, nếu mở riêng vòi A thì sau 4 giờ đầy bồn. Bồn trống, nếu mở riêng vòi B thì sau 6 giờ đầy bồn. Bồn trống, nếu mở ba vòi thì sau 7 giờ 12 phút bồn đầy. Nếu bồn đầy nước và mở riêng vòi C thì sau bao lâu bồn hết nước?

ĐỊNH LÝ THALES

BÀI 1. ĐỊNH LÝ THALES

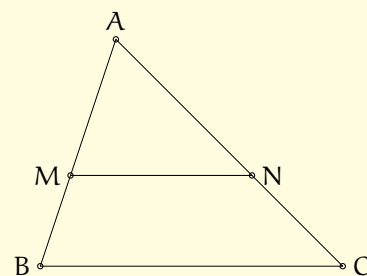
A ĐOẠN THẲNG TỈ LỆ VÀ ĐỊNH LÝ THALES

Định nghĩa 1.1. Tỉ số của hai đoạn thẳng là tỉ số độ dài của chúng theo cùng một đơn vị đo.

Định nghĩa 1.2. Hai đoạn thẳng AB và CD gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng A'B' và C'D' nếu có tỉ lệ thức $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$ hay $\frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}$.

Định lý 1.1. Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

GT	$\triangle ABC, MN \parallel BC (M \in AB, N \in AC)$
KL	$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}; \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}; \frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}.$



B BÀI TẬP

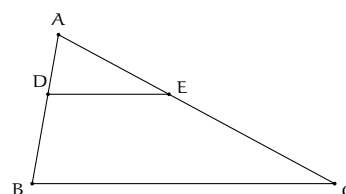
TRẮC NGHIỆM

Câu 1.1. Viết tỉ số cặp đoạn thẳng có độ dài như sau: AB = 12 cm, CD = 10 cm.

- A. $\frac{AB}{CD} = \frac{5}{6}$. B. $\frac{AB}{CD} = \frac{6}{5}$. C. $\frac{AB}{CD} = \frac{4}{3}$. D. $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{4}$.

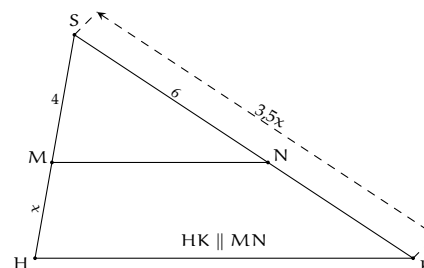
Câu 1.2. Cho hình vẽ, trong đó DE $\parallel$ BC, AD = 12, BD = 18, CE = 30. Độ dài AC bằng

- A. 20. B. $\frac{18}{25}$. C. 50. D. 45.



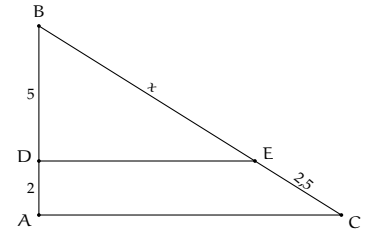
Câu 1.3. Tìm giá trị của x trên hình vẽ.

- A. x = 3. B. x = 2,5. C. x = 1. D. x = 3,5.



Câu 1.4. Cho hình bên, biết $DE \parallel AC$, giá trị của x bằng

- A. $x = 6,5$. B. $x = 6,25$. C. $x = 5$. D. $x = 8$.



Câu 1.5. Cho tam giác ABC có $AB = 9$ cm, điểm D thuộc cạnh AB sao cho $AD = 6$ cm. Kẻ DE song song với BC ($E \in AC$), kẻ EF song song với CD ($F \in AB$). Tính độ dài AF.

- A. 6 cm. B. 5 cm. C. 4 cm. D. 7 cm.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Viết tỉ số các cặp đoạn thẳng hoặc tính tỉ số của hai đoạn thẳng

Bài tập 1.1. Viết tỉ số của các cặp đoạn thẳng sau

- a) $AB = 125$ cm, $CD = 625$ cm; b) $MN = 45$ cm, $PQ = 13,5$ dm.
c) $AB = 5$ cm, $CD = 15$ cm; d) $EF = 48$ cm, $GH = 16$ dm.

Bài tập 1.2. Viết tỉ số của các cặp đoạn thẳng có độ dài như sau

- a) $MN = 25$ cm và $PQ = 10$ dm; b) $EF = 1,2$ m và $GH = 24$ cm.

Bài tập 1.3. Cho M là điểm chia trong của đoạn AB theo tỉ số k. Vẽ hình đúng tỉ lệ (không cần đúng độ dài) rồi tính MA và MB, biết:

- a) $AB = 28$ cm, $k = 4 : 3$. b) $AB = 33$ cm, $k = 3 : 8$.
c) $AB = 15$ cm, $k = 2 : 3$. d) $AB = 21$ cm, $k = 5 : 2$.
e) $AB = 40$ cm, $k = 3 : 5$. f) $AB = 35$ cm, $k = 6$.

Bài tập 1.4. Cho M là điểm chia ngoài của đoạn thẳng AB theo tỉ số k. Vẽ hình đúng tỉ lệ (không cần đúng độ dài) rồi tính MA và MB, biết:

- a) $AB = 18$ cm, $k = 1 : 3$ b) $AB = 15$ cm, $k = 5 : 2$
c) $AB = 33$ cm, $k = 4$ d) $AB = 40$ cm, $k = 3 : 5$
e) $AB = 35$ cm, $k = 6$ f) $AB = 30$ cm, $k = 4$

Bài tập 1.5. Đoạn thẳng AB gấp 5 lần đoạn thẳng CD, đoạn thẳng $A'B'$ gấp 7 lần đoạn thẳng CD.

- a) Tính tỉ số của hai đoạn thẳng AB và $A'B'$.
b) Cho biết đoạn thẳng $MN = 55$ cm và $M'N' = 77$ cm; hỏi hai đoạn thẳng AB và $A'B'$ có tỉ lệ với đoạn thẳng MN và $M'N'$ không?

Bài tập 1.6. Cho biết độ dài của MN gấp 5 lần độ dài của PQ và độ dài đoạn thẳng $M'N'$ gấp 12 lần độ dài của PQ.

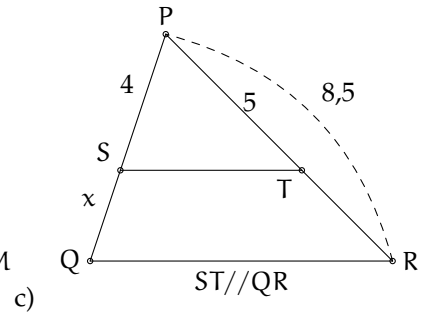
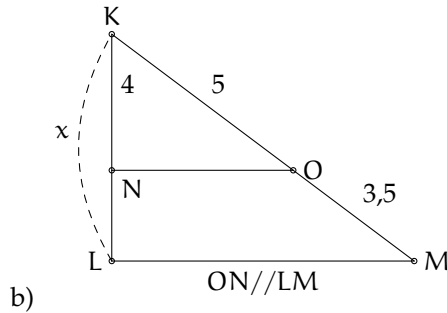
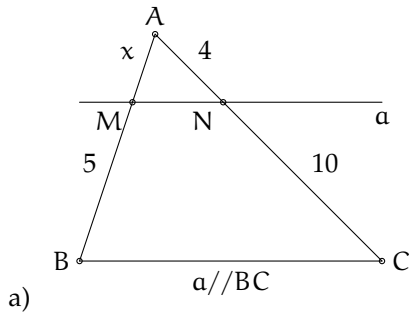
- a) Tính tỉ số của hai đoạn thẳng MN và $M'N'$.
b) Cho biết đoạn thẳng $DE = 9$ cm và $D'E' = 10,8$ dm, hỏi hai đoạn thẳng MN và $M'N'$ có tỉ lệ với đoạn thẳng DE và $D'E'$ không?

2 Sử dụng định lý Thales để tính độ dài đoạn thẳng

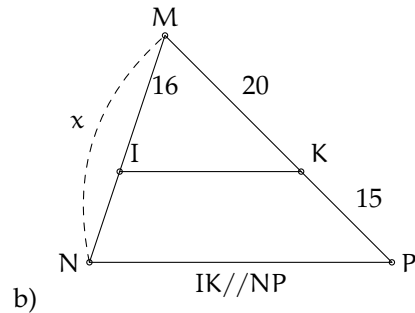
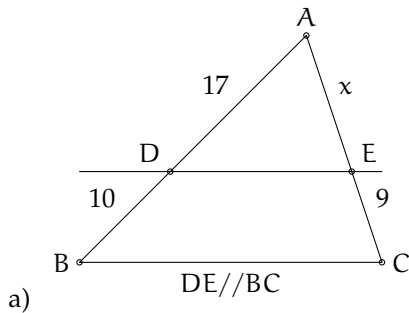
Quy tắc 1.1.

- Xác định các cặp đoạn thẳng tỉ lệ có được nhờ định lý Thales.
- Sử dụng độ dài các đoạn thẳng đã có và vận dụng các tính chất của tỉ lệ thức để tìm độ dài đoạn thẳng cần tính.

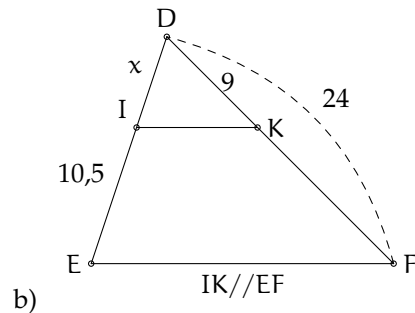
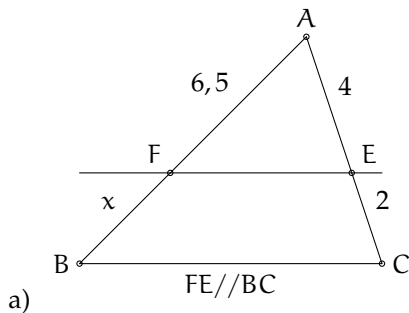
Bài tập 1.7. Tính x trong các trường hợp sau.



Bài tập 1.8. Tính x trong các trường hợp sau.



Bài tập 1.9. Tính x trong các trường hợp sau. Tính x trong các trường hợp sau.



Bài tập 1.10. Cho biết $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{4}$ và $CD = 12\text{cm}$. Tính độ dài AB .

Bài tập 1.11. Cho $\widehat{x\hat{A}y} < 90^\circ$. Trên Ax lấy $AB = 5\text{ cm}$, $BC = 6\text{ cm}$ (B nằm giữa A và C). Trên tia Ay lấy $AD = 7,5\text{ cm}$. Từ C vẽ đường thẳng song song với BD cắt Ay ở E . Tính DE .

Bài tập 1.12. Cho $\widehat{x\hat{A}y} < 90^\circ$. Trên Ax lấy hai điểm B và C ($AB < AC$). Trên tia Ay lấy hai điểm D và E sao cho $BD \parallel CE$. Giả sử $AB = 5\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$, $AD = 2,5\text{ cm}$. Tính AE .

Bài tập 1.13. Cho $\widehat{x\hat{A}y} < 90^\circ$. Trên Ax lấy hai điểm B và C ($AB < AC$). Trên tia Ay lấy hai điểm D và E sao cho $BD \parallel CE$. Giả sử $AB = 6\text{ cm}$, $BC = 9\text{ cm}$, $DE = 3\text{ cm}$. Tính AC và AE .

Bài tập 1.14. Cho $\widehat{x\hat{A}y} < 90^\circ$. Trên Ax lấy hai điểm B và C ($AB < AC$). Trên tia Ay lấy hai điểm D và E sao cho $BD \parallel CE$. Giả sử $AB = 4,5\text{ cm}$, $BC = 2,5\text{ cm}$, $AD = 13,5\text{ cm}$. Tính AE .

Bài tập 1.15. Cho $\widehat{x\hat{A}y} < 90^\circ$. Trên Ax lấy hai điểm B và C ($AB < AC$). Trên tia Ay lấy hai điểm D và E sao cho $BD \parallel CE$. Giả sử $AB = 5\text{ cm}$, $AC = 7,5\text{ cm}$, $DE = 2\text{ cm}$. Tính AD .

Bài tập 1.16. Cho $\widehat{x\hat{A}y} < 90^\circ$. Trên Ax lấy hai điểm B và C ($AB < AC$). Trên tia Ay lấy hai điểm D và E sao cho $BD \parallel CE$. Giả sử $AC = 18\text{ cm}$, $BC = 12\text{ cm}$, $AD = 3\text{ cm}$. Tính AE .

Bài tập 1.17. Cho tam giác OBC có $OB = 2\text{ cm}$, $OC = 3\text{ cm}$. Kéo dài từ B tới O thành đoạn thẳng $BA = 6\text{ cm}$. Đường thẳng qua A và song song với BC cắt OC kéo dài tại D . Tính CD và OD .

Bài tập 1.18. Cho tam giác OAC có $OA = 2,5\text{ cm}$, $OC = 3\text{ cm}$. Kéo dài từ A tới O thành đoạn thẳng $AB = 10\text{ cm}$. Đường thẳng qua B và song song với AC cắt CO kéo dài tại D . Tính OD .

Bài tập 1.19. Cho đoạn thẳng $AB = 6\text{ cm}$ và điểm O thuộc đoạn thẳng AB , $OA = 4\text{ cm}$. Đường thẳng xy qua O . Lấy C thuộc tia Ox , $OC = 3\text{ cm}$. Lấy D trên tia Oy sao cho $AD \parallel BC$. Tính OD và CD .

Bài tập 1.20. Cho tam giác ABC có $AB = 4\text{ cm}$. Điểm D trên cạnh AB sao cho $AD = 3\text{ cm}$. Lấy E trên cạnh AC sao

cho $DE \parallel BC$. Giả sử $AE + AC = 14\text{cm}$. Tính tỉ số giữa AE và AC rồi tính độ dài của AE , AC , EC .

Bài tập 1.21. Cho tam giác ABC có $AB = 5\text{cm}$. Điểm D trên cạnh AB sao cho $DB = 1,5\text{cm}$. Lấy E trên cạnh AC sao cho $DE \parallel BC$. Giả sử $AC + EC = 13\text{cm}$. Tính tỉ số giữa AC và EC rồi tính độ dài của AC , EC , AE .

Bài tập 1.22. Cho tam giác ADE có $AD = 5\text{cm}$. Kéo dài AD thêm một đoạn $DB = 3\text{cm}$. Từ B kẻ tia song song với DE và cắt tia AE tại C . Giả sử $AE - EC = 3\text{cm}$. Tính AE , EC và AC .

Bài tập 1.23. Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$. Điểm D trên cạnh AB sao cho $AD = 4\text{cm}$. Lấy điểm E trên cạnh AC sao cho $DE \parallel BC$. Giả sử $AE - EC = 1,5\text{cm}$. Tính tỉ số giữa AE và EC rồi tính AE , EC và AC .

Bài tập 1.24. Cho tam giác ABC . Điểm D trên cạnh AB sao cho $AD = 2DB$. Lấy điểm E trên cạnh AC sao cho $DE \parallel BC$. Giả sử $AE + AC = 15\text{cm}$. Tính tỉ số giữa AE và AC rồi tính AE , AC và EC .

Bài tập 1.25. Cho tam giác ABC . Điểm D trên cạnh AB sao cho $AD = 2DB$. Lấy điểm E trên cạnh AC sao cho $DE \parallel BC$. Giả sử $AC + EC = 16\text{cm}$. Tính AC , EC và AE .

Bài tập 1.26. Cho đoạn thẳng $AB = 5\text{cm}$ chứa điểm O sao cho $AO = 3\text{cm}$. Đường thẳng xy qua O . Lấy điểm C trên tia Ox và D trên tia Oy sao cho $AC \parallel BD$. Giả sử $OC - OD = 1,5\text{cm}$. Tính tỉ số giữa OC và OD rồi tính OC , OD và CD .

3 Sử dụng định lý Thales để chứng minh đoạn thẳng tỉ lệ

Bài tập 1.27. Cho hình thang $ABCD$ có $(AB \parallel CD)$ và $AB < CD$. Đường thẳng song song với đáy AB cắt các cạnh bên AD , BC theo thứ tự tại M , N . Chứng minh

$$\text{a) } \frac{MA}{AD} = \frac{NB}{BC}; \quad \text{b) } \frac{MA}{MD} = \frac{NB}{NC}; \quad \text{c) } \frac{MD}{DA} = \frac{NC}{CB}.$$

Bài tập 1.28. Cho tam giác ABC , đường thẳng d cắt AB , AC lần lượt tại B' , C' sao cho $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$. Chứng minh

$$\text{a) } \frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C}; \quad \text{b) } \frac{BB'}{AB} = \frac{CC'}{AC}.$$

Bài tập 1.29. Cho góc xAy khác góc bẹt. Trên tia Ax lấy các điểm B , C . Qua B và C vẽ hai đường thẳng song song, cắt Ay lần lượt tại D và E . Qua E vẽ đường thẳng song song với CD cắt tia Ax tại F .

$$\text{a) So sánh } \frac{AB}{AC} \text{ và } \frac{AD}{AE}; \frac{AC}{AF} \text{ và } \frac{AD}{AE}. \quad \text{b) Chứng minh } AC^2 = AB \cdot AF.$$

Bài tập 1.30. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Lấy I trên cạnh AD và K trên cạnh BC sao cho $IK \parallel AB$. Chứng minh $\frac{AI}{AD} = \frac{BK}{BC}$.

Bài tập 1.31. Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BD và CE cắt nhau ở trọng tâm G . Lấy điểm M thuộc đoạn thẳng BD và N thuộc đoạn thẳng CE sao cho $GM \parallel AB$, $GN \parallel AC$. Tính $\frac{BM}{BC}$, $\frac{NC}{BC}$ rồi chứng minh $BM = MN = NC$.

Bài tập 1.32. Cho góc xAy nhọn. Trên tia Ax lấy $AB < AC$. Từ B và C vẽ hai đường thẳng song song cắt Ay ở D và E . Từ E vẽ đường thẳng song song với CD cắt Ax ở F . Tỉ số $\frac{AD}{AE}$ bằng với những tỉ số nào trên tia Ax ? Chứng minh $AC^2 = AB \cdot AF$.

Bài tập 1.33. Cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ tia Ax cắt đường chéo BD ở I , cắt tia BC ở J và cắt tia DC ở K .

$$\text{a) Theo định lý Thalès thì tỉ số } \frac{ID}{IB} \text{ bằng với những tỉ số nào? Chứng minh } IA^2 = IJ \cdot IK.$$

$$\text{b) Hai tỉ số } \frac{AI}{AJ} \text{ và } \frac{AI}{AK} \text{ bằng với những tỉ số nào. Chứng minh } \frac{1}{AJ} + \frac{1}{AK} = \frac{1}{AI}.$$

Bài tập 1.34. Cho hình bình hành $ABCD$. Đường thẳng qua A cắt tia CD , tia CB và cắt đường thẳng BD lần lượt tại G , K và E (G , K và E nằm ngoài đoạn thẳng CD , CB và BD). Chứng minh $EA^2 = EK \cdot EG$.

Bài tập 1.35. Cho $\triangle ABC$. Đường thẳng song song với BC cắt AC ở E và đường thẳng song song với AB cắt đường thẳng BC tại F . BF cắt AC tại S . Chứng minh $SC^2 = SE \cdot SA$.

Bài tập 1.36. Cho $\triangle CAB$ và điểm P trên cạnh AC sao cho $PC = 3PA$. Từ P kẻ đường thẳng song song với AB cắt CB ở Q . Từ B kẻ tia song song với AC cắt PQ tại R . Tỉ số $\frac{PQ}{PR}$ bằng tỉ số nào trên cạnh BC ? Tính $\frac{PQ}{PR}$.

Bài tập 1.37. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên cạnh AD có điểm I sao cho $ID = 2IA$. Đường thẳng qua I và song song với AB cắt CA và CB ở K và H . Tính $\frac{IK}{IH}$.

Bài tập 1.38. Cho $\triangle ABC$. Lấy điểm I trên cạnh AB . Lấy điểm K trên cạnh AC và điểm D trên cạnh BC sao cho

IK//BC và ID//AC. Chứng minh $\frac{CD}{CB} + \frac{CK}{CA} = 1$.

Bài tập 1.39. Cho $\triangle ABC$ có điểm O bên trong. AO cắt BC tại A_1 . BO cắt CA tại B_1 và CO cắt AB tại C_1 . Kẻ OD//AB (D thuộc BC) và kẻ OE//AC (E thuộc BC). Chứng minh:

$$\text{a) } \frac{DA_1}{BA_1} = \frac{EA_1}{CA_1} = \frac{DE}{BC}. \quad \text{b) } \frac{OA_1}{AA_1} + \frac{OB_1}{BB_1} + \frac{OC_1}{CC_1} = 1. \quad \text{c) } \frac{AO}{AA_1} + \frac{BO}{BB_1} + \frac{CO}{CC_1} = 2.$$

Bài tập 1.40. Cho $\triangle ABC$ có D thuộc cạnh AB, E thuộc cạnh AC sao cho DE//BC. Từ định lý Thalès thuận, hãy chứng minh hệ quả 1: các cạnh của tam giác ADE tương ứng tỉ lệ với các cạnh của tam giác ABC, nghĩa là $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$. Chứng minh kết quả tương tự khi D và E lần lượt nằm trên tia đối của tia AB, tia đối của tia AC. (Gợi ý: lấy F thuộc đường thẳng BC sao cho EF//AB)

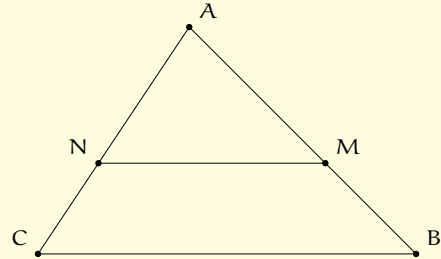
BÀI 2. ĐỊNH LÝ ĐẢO VÀ HỆ QUẢ CỦA ĐỊNH LÝ THALES

A ĐỊNH LÝ

Định lý 2.1.

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỷ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại.

GT	$\triangle ABC, M \in AB, N \in AC$ và $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$
KL	$MN \parallel BC$.



Hệ quả 2.1. Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỷ lệ với ba cạnh còn lại của tam giác đã cho.

GT	$\triangle ABC, MN \parallel BC (M \in AB, N \in AC)$
KL	$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

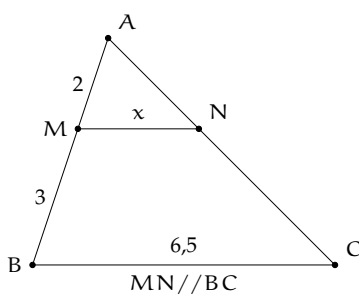
Lưu ý.

Hệ quả trên vẫn đúng cho trường hợp đường thẳng d song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại.

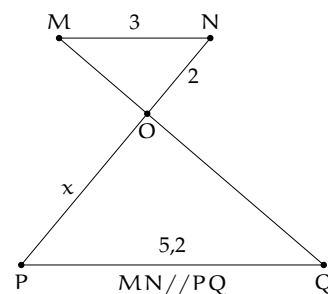
B BÀI TẬP

1 Sử dụng hệ quả của định lý Thales để tính độ dài đoạn thẳng

Bài tập 2.1. Tính x trong các trường hợp sau

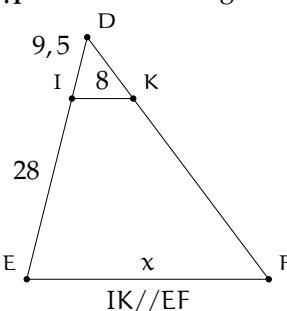


a)

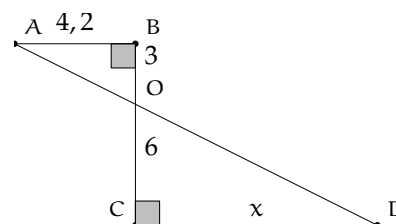


b)

Bài tập 2.2. Tính x trong các trường hợp sau



a)



b)

Bài tập 2.3. Cho tam giác ABC vuông tại A, $MN \parallel BC$ ($M \in AB, N \in AC$), $AB = 24$ cm, $AM = 16$ cm, $AN = 12$ cm. Tính độ dài của các đoạn thẳng NC và NB.

Bài tập 2.4. Cho tam giác ABC, $MN \parallel BC$ ($M \in AB, N \in AC$), $AB = 25$ cm, $AM = 16$ cm, $BC = 45$ cm, $AN = 12$ cm. Tính độ dài của các đoạn thẳng MN và AC.

2 Sử dụng định lý Thales đảo để chứng minh các đường thẳng song song

📌 Lưu ý.

Thực hiện theo các bước

- Xác định cặp đoạn thẳng tỷ lệ trong tam giác.
- Sử dụng định lý đảo của định lý Thales để chứng minh các đoạn thẳng song song.

Bài tập 2.5. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Gọi trung điểm của các đường chéo AC và BD lần lượt là M, N. Chứng minh rằng MN, AB và CD song song với nhau.

Bài tập 2.6. Cho tam giác ABC có điểm M trên cạnh BC sao cho $BC = 4CM$. Trên cạnh AC lấy điểm N sao cho $\frac{CN}{AN} = \frac{1}{3}$. Chứng minh MN song song với AB.

Bài tập 2.7. Cho tam giác ABC có cạnh $BC = a$. Trên cạnh AB lấy điểm D và E sao cho $AD = DE = EB$. Từ D, E kẻ các đường thẳng song song với BC cắt AC theo thứ tự tại M, N. Tính theo a độ dài các đoạn thẳng DM và EN.

3 Sử dụng hệ quả định lý Thales để chứng minh các hệ thức, các đoạn thẳng bằng nhau

📌 Lưu ý.

Thực hiện theo các bước sau

- Xét đường thẳng song song với một cạnh của tam giác, sử dụng hệ quả để lập các đoạn thẳng tỷ lệ.
- Sử dụng các tỉ số đã có, cùng với các tính chất của tỉ lệ thức, các tỉ số trung gian (nếu cần) để tính độ dài các đoạn thẳng hoặc chứng minh các hệ thức có được từ hệ quả, từ đó suy ra các đoạn thẳng bằng nhau.

Bài tập 2.8. Cho tam giác ABC có $BC = 15$ cm. Trên đường cao AH lấy các điểm I, K sao cho $AK = KI = IH$. Qua I, K vẽ các đường thẳng $EF \parallel BC, MN \parallel BC$.

- Tính độ dài các đoạn thẳng EF và MN.
- Tính diện tích tứ giác MNEF, biết rằng diện tích của tam giác ABC là 270 cm^2 .

Bài tập 2.9. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Đường thẳng d song song với BC, cắt các cạnh AB, AC và đường cao AH theo thứ tự tại các điểm B', C', H'.

- Chứng minh $\frac{AH'}{AH} = \frac{B'C'}{BC}$.
- Cho $AH' = \frac{1}{3}AH$ và diện tích tam giác ABC là $67,5 \text{ cm}^2$. Tính diện tích tam giác AB'C'.

Bài tập 2.10. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Đường thẳng song song với đáy AB cắt các cạnh bên AD, BC và các đường chéo BD, AC lần lượt tại M, N, P, Q. Chứng minh

- $\frac{MD}{AD} = \frac{CQ}{BC}$.
- $MN = PQ$.

Bài tập 2.11. Cho hình thang ABCD với $AB \parallel CD$ có hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại O và đường thẳng qua O song song với đáy cắt các cạnh bên tại AD và BC theo thứ tự tại M và N. Chứng minh $OM = ON$.

Bài tập 2.12. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$) có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD và AC. Biết rằng $MD = 2MO$, đáy lớn $CD = 5,6$ cm.

- Tính độ dài đoạn thẳng MN.
- Chứng minh $MN = \frac{CD - AB}{2}$.

Bài tập 2.13. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$). Đường thẳng song song với đáy AB cắt các cạnh bên AD, BC và các đường chéo BD, AC lần lượt tại M, Q, N, P. Chứng minh

- $\frac{DN}{BD} = \frac{CP}{AC}$.
- $MN = PQ$.

Bài tập 2.14. Tam giác ABC, đường cao AH. Đường thẳng d song song với BC, cắt các cạnh AB, AC và đường cao AH theo thứ tự tại các điểm B', C', H'. Chứng minh

a) $\frac{AH'}{AH} = \frac{B'C'}{BC};$

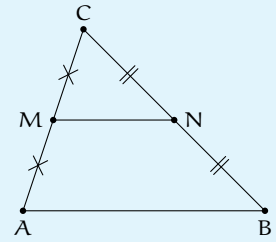
b) $\frac{S_{AB'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{B'C'}{BC}\right)^2.$

BÀI 3. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

A KHÁI NIỆM

Định nghĩa 3.1.

Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.



Định lý 3.1. Đường trung bình của tam giác song song và bằng nửa cạnh thứ ba (cạnh đối diện).

Định lý 3.2. Nếu một đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh tam giác và song song với một cạnh thì sẽ đi qua trung điểm cạnh thứ 3.

B BÀI TẬP

TRẮC NGHIỆM

Câu 3.1. Cho $\triangle ABC$ đều, cạnh 3 cm; M, N là trung điểm của AB và AC. Chu vi của tứ giác MNCB bằng

- A. 8 cm. B. 7,5 cm. C. 6 cm. D. 7 cm.

Câu 3.2. Hãy chọn câu đúng. Cho tam giác ABC có chu vi 32 cm. Gọi E, F, P là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA. Chu vi của tam giác EFP là

- A. 17 cm. B. 33 cm. C. 15 cm. D. 16 cm.

Câu 3.3. Cho tam giác ABC có chu vi 80 cm. Gọi E, F, P là trung điểm các cạnh AB, BC, CA. Chu vi của tam giác EFP là

- A. 40 cm. B. 20 cm. C. 45 cm. D. 50 cm.

Câu 3.4. Cho ABC có I, K lần lượt là trung điểm của AB và AC. Biết $BC = 10$ cm. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $IK = 4$ cm. B. $IK = 5$ cm. C. $IK = 3,5$ cm. D. $IK = 10$ cm.

Câu 3.5. Cho $\triangle ABC$ có D, E lần lượt là trung điểm của AB, AC. Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A. DE là đường trung bình của tam giác ABC. B. DE song song với BC.
C. DECB là hình thang cân. D. DE có độ dài bằng nửa BC.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 3.1. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 5$ cm, $AC = 7$ cm, $BC = 9$ cm. Kéo dài AB lấy điểm D sao cho $BD = BA$, Kéo dài AC lấy điểm E sao cho $CE = CA$. Kéo dài đường trung tuyến AM của $\triangle ABC$ lấy $MI = MA$.

- a) Tính độ dài các cạnh của $\triangle ADE$. b) Chứng minh $DI \parallel BC$.
c) Chứng minh ba điểm D, I, E thẳng hàng.

Bài tập 3.2. Cho $\triangle ABC$ có độ dài $BC = a$, M là trung điểm của AB. Tia Mx song song với BC cắt AC tại N.

- a) Chứng minh N là trung điểm của AC. b) Tính độ dài đoạn thẳng MN theo a.

Bài tập 3.3. Cho $\triangle MNP$ có $MN = 4$ cm, $MP = 6$ cm, $NP = 8$ cm. Kéo dài MN lấy điểm I sao cho $NI = MN$, kéo dài MP lấy điểm K sao cho $PK = PM$, kéo dài đường trung tuyến MO của $\triangle MNP$ lấy $OS = OM$.

- a) Tính độ dài các cạnh của $\triangle MIK$. b) Chứng minh ba điểm I, S, K thẳng hàng.
c) Chứng minh $S_{\triangle MKI} = 4S_{\triangle MNP}$.

Bài tập 3.4. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có M là trung điểm của cạnh BC. Kẻ $Mx \parallel AC$ cắt AB tại E, kẻ $My \parallel AB$ cắt AC tại F. Chứng minh rằng:

- a) E, F là trung điểm của cạnh AB, AC. b) $EF = \frac{1}{2}BC$.
- c) $ME = MF, AE = AF$.

Bài tập 3.5. Cho $\triangle OPQ$ cân tại O có I là trung điểm của PQ. Kẻ $IM \parallel OQ$ (M thuộc OP), $IN \parallel OP$ (N thuộc OQ). Chứng minh rằng:

- a) Tam giác IMN cân tại I. b) OI là đường trung trực của MI.

Bài tập 3.6. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có đường cao AM, N là trung điểm của AC. Kẻ $Ax \parallel BC$ cắt MN tại E. Chứng minh rằng:

- a) M là trung điểm của BC. b) $ME \parallel AB$. c) $AE = MC$.

Bài tập 3.7. Cho $\triangle ABC$, trên nửa mặt phẳng bờ là AC không chứa điểm B. Lấy điểm D bất kỳ. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Chứng minh:

- a) $MN \parallel PQ$ và $MQ \parallel NP$. b) $MN + NP + PQ + MQ = AC + BD$.

Bài tập 3.8. Cho $\triangle ABC$ có đường cao AH. Kẻ $HE \perp AB$ tại E kéo dài HE lấy $ME = HE$. Kẻ $HF \perp AC$ tại F, kéo dài HF lấy $FN = FH$. Gọi I là trung điểm của MN. Chứng minh rằng:

- a) AB, AC lần lượt là trung trực của MH và NH. b) Tam giác AMN cân.
- c) $EF \parallel MN$. d) $AI \perp EF$.

Bài tập 3.9. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có M là trung điểm của đường cao AH, CM cắt AB tại D, kẻ $Hx \parallel CD$ và cắt AB tại E. Chứng minh rằng:

- a) $DA = DE$. b) $AB = 3AD$. c) $CD = 4MD$.

Bài tập 3.10. Cho $\triangle ABC$ có $AB : AC : BC = 3 : 4 : 6$. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của AB, AC, BC. Tính độ dài các cạnh của $\triangle ABC$ biết chu vi $\triangle MNP$ là 5,2cm.

Bài tập 3.11. Cho $\triangle ABC$ có chu vi là 36cm. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của AB, AC, BC. Tính độ dài các cạnh của $\triangle MNP$ biết $NP : NM : MP = 4 : 3 : 2$.

Bài tập 3.12. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có AM là đường trung tuyến. Gọi N là trung điểm của AC.

- a) Chứng minh $MN \perp AC$. b) $\triangle AMC$ là tam giác gì? c) Chứng minh $2AM = BC$.

Bài tập 3.13. Cho $\triangle ABC$ nhọn có hai đường cao BD và CE. Gọi M, N là trung điểm của BC và DE. Chứng minh rằng:

- a) $DM = \frac{1}{2}BC$. b) $\triangle DME$ cân. c) $MN \perp DE$.

Bài tập 3.14. Cho $\triangle ABC$ trên cạnh AC lấy theo thứ tự điểm D và điểm E sao cho $AD = DE = EC$. Gọi M là trung điểm của BC, BD cắt AM tại I. Chứng minh rằng:

- a) $ME \parallel BD$. b) I là trung điểm của AM. c) $ID = \frac{1}{4}BD$.

Bài tập 3.15. Cho $\triangle ABC$ có AM là đường trung tuyến. Lấy D thuộc AC sao cho $AD = \frac{1}{2}DC$. Kẻ $ME \parallel BD$ ($E \in DC$), BD cắt AM tại I. Chứng minh rằng:

- a) $AD = DE = EC$. b) I là trung điểm AM. c) $S_{\triangle AIB} = S_{\triangle IMB}$. d) $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle BIC}$

Bài tập 3.16. Cho $\triangle ABC$ có AM là đường trung tuyến. Gọi D là trung điểm của AM, BD cắt AC tại E. Kẻ $MK \parallel BE$ ($K \in EC$). Chứng minh rằng:

- a) K là trung điểm của CE. b) $CE = 2AE$.

Bài tập 3.17. Cho $\triangle ABC$ có AM là đường trung tuyến. Gọi D là trung điểm của AM, BD cắt AC tại I. Chứng minh rằng $AI = \frac{1}{2}CI$.

Bài tập 3.18. Cho $\triangle ABC$ có hai đường trung tuyến BD và CE cắt nhau tại G. Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của GB và GC. Chứng minh rằng:

- a) $DE \parallel IK$ và $DE = IK$. b) $\triangle DEK = \triangle IKE$.

Bài tập 3.19. Cho $\triangle ABC$ có hai đường trung tuyến BD và CE cắt nhau tại G. Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của GB và GC. Chứng minh rằng:

a) $IE // DK$ và $IE = DK$.b) $S_{\triangle DEI} = S_{\triangle DIK}$.

Bài tập 3.20. Cho $\triangle ABC$ có H là trực tâm, M là trung điểm của BC . Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với HM cắt AB, AC lần lượt tại E và F , trên tia đối của tia HC lấy $HD = HC$. Chứng minh rằng:

a) $HM // BD$.b) E là trực tâm của $\triangle HBD$.c) $DE // AC$.d) $HE = HF$.

Bài tập 3.21. Cho hình thang $ABCD$ ($AB // CD; AB < CD$). Trên AD lấy $AE = EM = MP = PD$. Trên BC lấy $BF = FN = NQ = QC$.

a) Chứng minh M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC .b) Tứ giác $EFQP$ là hình gì?c) Tính MN, EF, PQ biết $AB = 8\text{cm}$ và $DC = 12\text{cm}$.d) Kẻ $AH \perp CD$ tại H và $AH = 10\text{cm}$. Tính S_{ABCD} .

Bài tập 3.22. Cho hình thang $ABCD$ ($AB // CD; AB < CD$). Trên AD lấy $AE = EF = FG = GD$. Từ E, F, G dựng các đường thẳng song song với hai đáy cắt BC lần lượt tại M, N, P .

a) Chứng minh $BM = MN = NP = PC$.b) Tính GP, EM, AB . Biết $CD = 10\text{cm}, FN = 6\text{cm}$.c) Chứng minh $S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABE}$ và $S_{CDNF} = 2S_{ABNF}$.

Bài tập 3.23. Cho $\triangle ABC$, trên cạnh AB lấy $AD = DE = EB$. Từ D, E kẻ các đường thẳng cùng song song với BC cắt AC lần lượt tại M, N . Chứng minh rằng:

a) M là trung điểm của AN .b) $AM = MN = NC$.c) $2EN = DM + BC$.d) $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AMB}$.

Bài tập 3.24. Cho $\triangle MNP$ có MI là đường trung tuyến của tam giác. Trên MP lấy theo thứ tự $MK = KH = HP$, NK cắt MI tại O .

a) Tứ giác $OKHI$ là hình gì?b) Chứng minh $NO = 3OK$.c) So sánh $S_{\triangle MNI}$ và $S_{\triangle MIP}$.

Bài tập 3.25. Cho hình thang $ABCD$ ($AB // CD$) có đường cao $AH = 3\text{cm}$ và $AB = 5\text{cm}, CD = 8\text{cm}$. Gọi E, F, I lần lượt là trung điểm của AD, BC, AC .

a) Chứng minh E, I, F thẳng hàng.b) Tính S_{ABCD} .c) So sánh $S_{\triangle ADC}$ và $2S_{\triangle ABC}$.

Bài tập 3.26. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi E, F, I lần lượt là trung điểm của AD, BC, AC . Chứng minh:

a) $EI // CD$ và $IF // AB$.b) $EF \leq \frac{AB + CD}{2}$.c) Tứ giác $ABCD$ phải có điều kiện gì thì $EF = \frac{AB + CD}{2}$.

Bài tập 3.27. Cho hình thang $ABCD$ ($AB // CD$). M là trung điểm của AD , N là trung điểm của BC . Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của MN với BD, AC . Cho $AB = 6\text{cm}, CD = 14\text{cm}$.

a) Tính các độ dài MI, IK, KN .b) Tính S_{ABNM} , biết đường cao của hình thang $ABCD$ là 8cm .

Bài tập 3.28. Cho $\triangle ABC$ có hai đường trung tuyến BD và CE . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BE và CD . Gọi I, K là giao điểm của MN với BD và CE . Chứng minh rằng:

a) $EDBC$ là hình thang.b) I là trung điểm của BD , K là trung điểm của CE .c) $MI = IK = KN$.

Bài tập 3.29. Cho hình thang $ABCD$ ($AB // CD$). Gọi M, I, K, N lần lượt là trung điểm của AD, BD, AC, BC . Chứng minh rằng:

a) M, I, K thẳng hàng.b) $MK = \frac{1}{2}CD$ và $MI = \frac{1}{2}AB$.c) $IK = \frac{CD - AB}{2}$.

Bài tập 3.30. Cho hình thang ABCD có $AB \parallel CD$ ($AB < CD$), $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $AD = d$. Các đường phân giác của các góc ngoài đỉnh A và D cắt nhau tại M, các đường phân giác của các góc ngoài đỉnh B và C cắt nhau tại N. AM và BN lần lượt cắt các đường thẳng CD tại P và Q.

- Chứng minh tam giác AMD và tam giác BNC vuông.
- Chứng minh tam giác ADP và tam giác BCQ cân.
- Chứng minh $CM \parallel CD$.
- Tính độ dài MN theo a, b, c, d (có cùng đơn vị đo.)

Bài tập 3.31. Cho hình thang MNPQ ($MN \parallel PQ$). Các đường phân giác góc ngoài đỉnh M và Q cắt nhau tại I. Các đường phân giác góc ngoài đỉnh N và P cắt nhau tại K. Chứng minh rằng:

- $MI \perp IQ$ và $NK \perp PK$.
- $IK \parallel PQ$.

Bài tập 3.32. Cho tứ giác ABCD có P, I, Q lần lượt là trung điểm của AD, BD, BC.

- Chứng minh rằng $PI + IQ = \frac{AB + CD}{2} \geq PQ$.
- Giả sử có $PQ = \frac{AB + CD}{2}$. Chứng minh P, I, Q thẳng hàng.

Bài tập 3.33. Cho tứ giác ABCD có P, I và Q lần lượt là trung điểm của AD, BD và BC.

- So sánh $PI + IQ$ với $AB + CD$.
- Giả sử có $PQ = \frac{AB + CD}{2}$. Chứng minh $AB \parallel CD$.

Bài tập 3.34. Vẽ ra phía ngoài tam giác nhọn ABC các tam giác vuông cân ABD và ACE ở B và C. Gọi M là trung điểm của DE, kẻ ND, AH, MI, EK cùng vuông góc với BC tại N, H, I, K. Chứng minh rằng:

- I là trung điểm của NK.
- $\triangle DNB = \triangle BHA$ và $\triangle EKC = \triangle CHA$.
- I là trung điểm của BC.
- Tam giác CMB vuông cân tại M.

Bài tập 3.35. Cho $\triangle ABC$ có G là trọng tâm. Qua G vẽ đường thẳng d cắt hai cạnh AB và AC. Gọi I, M là trung điểm của AG và BC. Gọi A', B', C', I', M' lần lượt là hình chiếu của A, B, C, I, M trên d.

- Chứng minh: $GI = GM$ và $II' = \frac{1}{2}AA'$.
- Tìm hệ thức liên hệ giữa các độ dài AA', BB', CC' .

Bài tập 3.36. Cho $\triangle ABC$ có G là trọng tâm. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa A vẽ đường thẳng d không song song với BC. Gọi I là trung điểm của AB, K là trung điểm của CG. Gọi A', B', C', I', K', G' lần lượt là hình chiếu của A, B, C, I, K, G trên d.

- Chứng minh: $CK = KG = GI$.
- Chứng minh: $C'K' = K'G' = G'I'$ và I' là trung điểm của AB.
- Tìm hệ thức liên hệ giữa các độ dài AA', BB', CC' với GG' .

Bài tập 3.37. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có AH là đường cao. Trên tia CH lấy điểm D sao cho $HD = HB$. Kẻ $DE \perp AC$ ở E, $HK \perp AC$ ở K.

- So sánh KA và KE.
- Chứng minh $\triangle AHE$ cân tại H.
- Gọi M là trung điểm của DC. Chứng minh $\widehat{HEM} = 90^\circ$.

Bài tập 3.38. Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến BE, CF và trọng tâm G. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BG và CG

- Chứng minh $EF \parallel MN$, $MN = EF$.
- Chứng minh tứ giác MNEF là hình bình hành.

Bài tập 3.39. Cho tứ giác ABCD có M, N, P, Q, E, F là trung điểm của AB, BC, CD, DA, AC, BD. Chứng minh

- MNPQ là hình bình hành.
- NEQF là hình bình hành.

Bài tập 3.40. Cho tứ giác ABCD có M, N, P, Q, E, F là trung điểm của AB, BC, CD, DA, AC, BD. Chứng minh

- $MN = PQ$ và $NP = MQ$.
- $MF = PE$ và $ME = PF$.
- Tứ giác MEPF và MNPQ là hình bình hành.

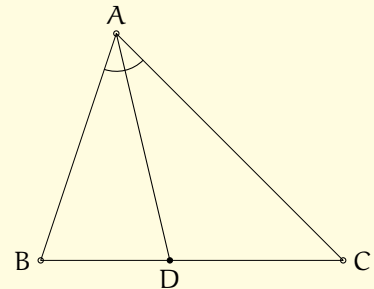
BÀI 4. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

A ĐỊNH LÝ

Định lý 4.1.

- Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn thẳng ấy.
- Ta có

GT	$\triangle ABC$, AD là tia phân giác của $\widehat{BAC}$, ($D \in BC$).
KL	$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.



📌 Lưu ý.

Định lý vẫn đúng đối với tia phân giác của góc ngoài của tam giác.

B BÀI TẬP

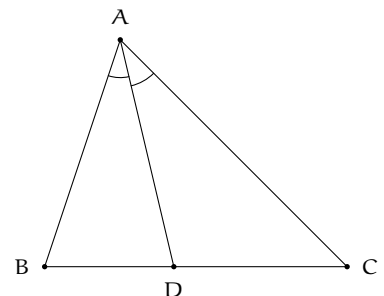
🔴 TRẮC NGHIỆM 🔴

Câu 4.1. Điền vào chỗ trống: "Ba đường phân giác đi qua một điểm. Điểm này cách đều...của tam giác"

- A. Ba đỉnh. B. Ba cạnh. C. Trọng tâm. D. Ba đường cao.

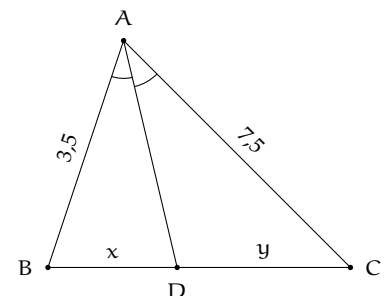
Câu 4.2. Cho $\triangle ABC$, AD là đường phân giác của góc A. Hãy chọn câu đúng.

- A. $\frac{AD}{DB} = \frac{AB}{AC}$. B. $\frac{AB}{DB} = \frac{AC}{DC}$. C. $\frac{AB}{DB} = \frac{DC}{AC}$. D. $\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{AD}$.



Câu 4.3. Tỉ số $\frac{x}{y}$ của các đoạn thẳng trong hình vẽ, biết rằng các số trên hình cùng đơn vị đo là cm.

- A. $\frac{7}{15}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{15}{7}$. D. $\frac{1}{15}$.



Câu 4.4. Cho tam giác ABC đường trung tuyến AM. Tia phân giác của góc AMB cắt AB ở D, tia phân giác của góc AMC cắt AC ở E. Gọi I là giao điểm của AM và DE. Tính độ dài DE, biết $BC = 3$ cm và $AM = 10$ cm.

- A. 9 cm. B. 6 cm. C. 15 cm. D. 12 cm.

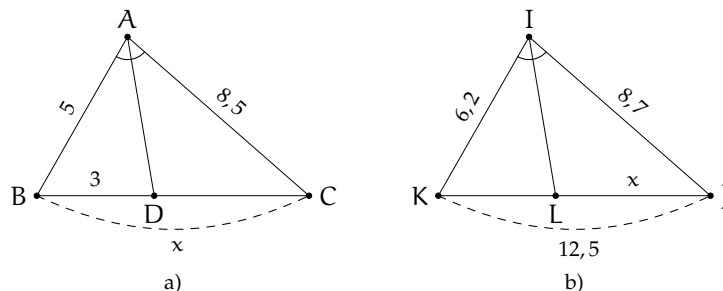
Câu 4.5. Cho $\triangle ABC$ cân tại A, đường phân giác trong của góc B cắt AC tại D. Biết $AB = 15$ cm và $BC = 10$ cm. Khi đó AD = ?

- A. 3 cm. B. 6 cm. C. 9 cm. D. 12 cm.

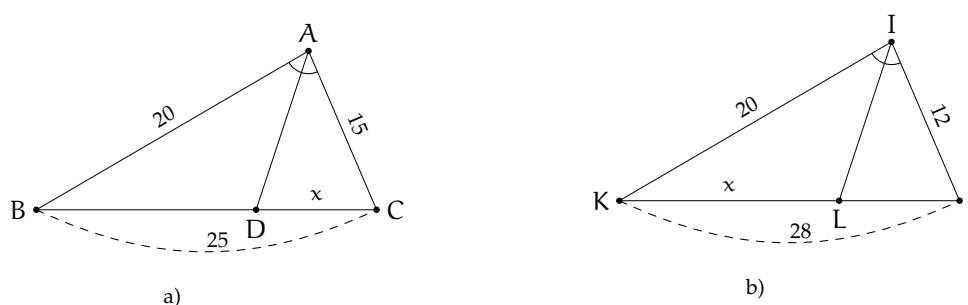
🔴 BÀI TẬP TỰ LUẬN 🔴

1 Sử dụng tính chất đường phân giác của tam giác để tính độ dài đoạn thẳng

Bài tập 4.1. Tính x trong hình và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất.



Bài tập 4.2. Tính x trong hình và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất.



Bài tập 4.3. Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ phân giác trong AD của $\widehat{BAC}$ (với $D \in BC$), biết $DB = 15$ cm, $DC = 20$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng AB, AC.

2 Sử dụng tính chất đường phân giác của tam giác để tính tỉ số, chứng minh các hệ thức, các đoạn thẳng bằng nhau, các đường thẳng song song

Lưu ý.

Thực hiện theo các bước sau:

- Xác định đường phân giác và lập các đoạn thẳng tỉ lệ.
- Sử dụng các tỉ số đã có, cùng với các tính chất của tỉ lệ thức, các tỉ số trung gian (nếu cần) và định lý đảo của định lý Thales để tính tỉ số đoạn thẳng hoặc chứng minh các hệ thức. Từ đó suy ra các đoạn thẳng bằng nhau hay các đường thẳng song song.

Bài tập 4.4. Cho $\widehat{xAy}$ nhọn. Trên Ax có $AB = 7,5$ cm, $AD = 5$ cm. Trên tia Ay có $AE = 2$ cm, $EC = 1$ cm (E nằm giữa A và C). Tính $\frac{AE}{AC}$ và chứng minh $DE \parallel BC$.

Bài tập 4.5. Cho hai đường thẳng xx' và yy' cắt nhau tại A. Lấy B thuộc Ax, $BA = 3$ cm, D thuộc Ax' , $BD = 7,5$ cm, E thuộc Ay' , $AE = 7,5$ cm, C thuộc Ay, $CE = 12,5$ cm. Tính $\frac{CA}{CE}$ và chứng minh $BC \parallel DE$.

Bài tập 4.6. Cho $\widehat{xBy} < 90^\circ$. Trên Bx có hai điểm A, D (A nằm giữa B và D) sao cho $\frac{DB}{DA} = \frac{11}{8}$. Trên By có hai điểm C, E (C nằm giữa B và E) sao cho $CB = \frac{3}{8}EC$. Tính $\frac{EC}{EB}$ và chứng minh $AC \parallel DE$.

Bài tập 4.7. Cho tứ giác ABCD. Qua điểm E trên cạnh AD, kẻ đường thẳng song song với DC và cắt AC ở G. Qua G kẻ đường thẳng song song với CB và cắt AB ở H.

- a) Tỉ số $\frac{GA}{GC}$ bằng những tỉ số nào? b) Chứng minh $HE \parallel BD$.

Bài tập 4.8. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{A} = \widehat{C} = 90^\circ$. Từ điểm M trên BD, kẻ $ME \perp AD$ ở E, $MF \perp CD$ ở F. Chứng minh $EF \parallel AC$.

Bài tập 4.9. Cho tứ giác ABCD. Lấy điểm I trên cạnh AD sao cho $AI = 2ID$. Lấy điểm K trên cạnh BC sao cho $BC = 3BK$. Lấy điểm M trên cạnh CD sao cho $IM \parallel AC$. Chứng minh $MK \parallel BD$.

Bài tập 4.10. Cho điểm O thuộc miền trong của $\triangle ABC$. Gọi D, E, F lần lượt thuộc đoạn thẳng OA, OB, OC sao cho $DE \parallel AB$, $DF \parallel AC$. Tỉ số $\frac{DO}{DA}$ bằng những tỉ số nào? Chứng minh $EF \parallel BC$.

Bài tập 4.11. Cho tam giác cân ABC, có $BA = BC = a$, $AC = b$. Đường phân giác của góc A cắt BC tại M, đường phân giác góc C cắt BA tại N.

a) Chứng minh $MN \parallel AC$.

b) Tính MN theo a, b.

Bài tập 4.12. Cho tam giác ABC, trung tuyến AM. Tia phân giác góc AMB cắt AB tại D, tia phân giác góc AMC cắt cạnh AC tại E. Chứng minh $DE \parallel BC$.

Bài tập 4.13. Cho tam giác ABC có $AB = 12$ cm, $AC = 20$ cm, $BC = 28$ cm. Đường phân giác góc A cắt BC tại D. Qua D kẻ $DE \parallel AB$ ($E \in AC$).

a) Tính độ dài các đoạn thẳng BD, DC và DE.

b) Cho biết diện tích tam giác ABC là S. Tính diện tích các tam giác ABD, ADE, DCE theo S.

Bài tập 4.14. Cho tam giác ABC có $AB = 15$ cm, $AC = 20$ cm, $BC = 25$ cm. Đường phân giác góc A cắt BC tại D.

a) Tính độ dài các đoạn thẳng BD, DC.

b) Tính tỉ số diện tích hai tam giác ABD và ACD.

Bài tập 4.15. Cho tam giác ABC, trung tuyến AM. Phân giác của $\widehat{AMB}$ cắt AB ở D, phân giác của $\widehat{AMC}$ cắt AC ở E.

a) Chứng minh DE song song với BC.

b) Gọi I là giao điểm của DE và AM. Chứng minh I là trung điểm của DE.

Bài tập 4.16. Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB = 12$ cm, $AC = 16$ cm. Đường phân giác góc A cắt BC tại D.

a) Tính BC, BD và CD.

b) Vẽ đường cao AH. Tính AH, HD và AD.

Bài tập 4.17. Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$), đường phân giác góc B cắt AC tại D và cho biết $AB = 15$ cm, $BC = 10$ cm.

a) Tính AD, DC.

b) Đường vuông góc với BD tại B cắt đường thẳng AC kéo dài tại E. Tính EC.

Bài tập 4.18. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$, $AB < CD$). Lấy điểm M trên cạnh AD và điểm N trên cạnh BC sao cho $\frac{DM}{DA} = \frac{BN}{BC}$. Lấy điểm I trên cạnh CD sao cho $MI \parallel AC$. Chứng minh $IN \parallel BD$.

Bài tập 4.19. Cho tứ giác ABCD. Lấy điểm E trên cạnh AB sao cho $AE = 2EB$. Lấy F trên cạnh BC sao cho $BF = \frac{1}{2}FC$.

Lấy G trên cạnh CD sao cho $CG = 2GD$. Lấy H trên cạnh DA sao cho $DH = \frac{1}{2}HA$. Hai đoạn thẳng AC và BD song song với những đường nào? Tứ giác EFGH là hình gì?

Bài tập 4.20. Cho $\triangle ABC$ vuông cân ở A có đường trung tuyến BM và trọng tâm G. Lấy điểm F trên cạnh BC sao cho $FB = 2FC$. Chứng minh

a) $GF \parallel AC$.

b) $AF \perp BM$

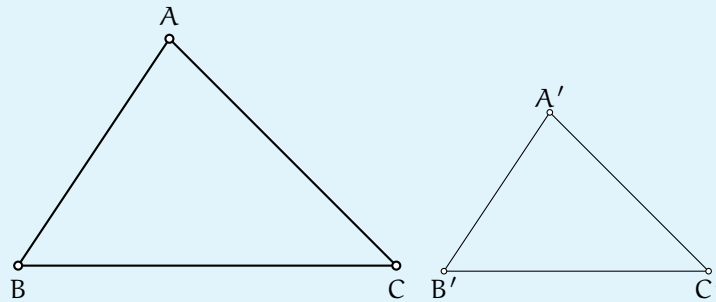
TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

BÀI 1. KHÁI NIỆM HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

A KHÁI NIỆM

Định nghĩa 1.1.

- Hai tam giác $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ gọi là đồng dạng với nhau nếu chúng có ba cặp góc bằng nhau đôi một và ba cặp cạnh tương ứng tỉ lệ. Kí hiệu $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.
- Tỉ số các cạnh tương ứng $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = k$ gọi là tỉ số đồng dạng.



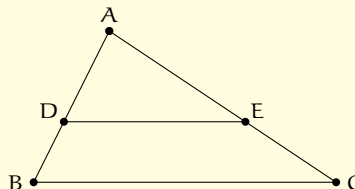
Tính chất 1.1.

- Mỗi tam giác đồng dạng với chính nó (hoặc nói hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau).
- Nếu $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ theo tỉ số k thì $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ theo tỉ số là $\frac{1}{k}$.
- Nếu $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ và $\triangle A'B'C' \sim \triangle A''B''C''$ thì $\triangle ABC \sim \triangle A''B''C''$.

Định lý 1.1.

- Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.
- Ta có

	$\triangle ABC$
GT	$DE \parallel BC (D \in AB, E \in AC)$
KL	$\triangle ADE \sim \triangle ABC$



B BÀI TẬP

TRẮC NGHIỆM

Câu 1.1. Hãy chọn câu đúng.

- A. Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng.
- B. Hai tam giác đồng dạng thì bằng nhau.
- C. Hai tam giác bằng nhau thì không đồng dạng.
- D. Hai tam giác vuông luôn đồng dạng với nhau.

Câu 1.2. Cho $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$. Hãy chọn phát biểu **sai**.

- A. $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$. B. $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$. C. $\frac{A'B'}{AB} = \frac{BC}{B'C'}$. D. $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$.

Câu 1.3. Nếu tam giác ABC có $MN \parallel BC$ (M thuộc AB; N thuộc AC) thì

- A. $\triangle AMN$ đồng dạng $\triangle ACB$. B. $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle MNA$.
C. $\triangle AMN$ đồng dạng với $\triangle ABC$. D. $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle ANM$.

Câu 1.4. Cho tam giác ABC, điểm M thuộc cạnh BC sao cho $\frac{MB}{MC} = \frac{1}{2}$. Đường thẳng đi qua M và song song với AC cắt AB ở D. Đường thẳng đi qua M và song song với AB cắt AC ở E. Tỉ số chu vi hai $\triangle DBM$ và $\triangle EMC$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 1.5. Hãy chọn câu đúng. Cho $\triangle ABC$ đồng dạng $\triangle A'B'C'$ theo tỉ số k thì tỉ số chu vi của $\triangle A'B'C'$ và $\triangle ABC$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{k}$. C. k. D. k^2 .

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Lập tỷ lệ chứng minh hai tam giác đồng dạng

Bài tập 1.1. Cho tam giác ABC, điểm M thuộc cạnh BC. Kẻ $MN \parallel AB$ và $MP \parallel AC$ với $N \in AC, P \in AB$. Tìm các cặp tam giác đồng dạng.

Bài tập 1.2. Cho hình thang ABCD có $AB \parallel CD$. Gọi O là giao điểm của AD và BC. Chứng minh $\triangle OAB \sim \triangle ODC$.

2 Tìm tỉ số đồng dạng, tính độ dài cạnh, chứng minh đẳng thức cạnh thông qua tam giác đồng dạng

Bài tập 1.3. Cho $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ theo tỉ số k_1 và $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2$ theo tỉ số k_2 . Tìm tỉ số đồng dạng k_3 của $\triangle ABC$ và $\triangle A_2B_2C_2$.

Bài tập 1.4. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel DC$) có $CD = 2AB$. Gọi E là trung điểm của DC. Chứng minh ba tam giác EDA, ABE và CEB đồng dạng với nhau đôi một. Tìm tỉ số đồng dạng.

Bài tập 1.5. Cho $\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ đồng dạng với nhau theo tỉ số k. Chứng minh tỉ số chu vi của hai tam giác ABC và MNP cũng bằng k.

Bài tập 1.6. Cho $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ theo tỉ số $\frac{3}{5}$. Tính chu vi của mỗi tam giác biết hiệu chu vi của hai tam giác là 20 cm.

Bài tập 1.7. Cho $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. Biết $AB = 4$ cm, $BC = 6$ cm, $CA = 8$ cm và chu vi $\triangle DEF$ là 9 cm. Tính độ dài các cạnh của $\triangle DEF$.

Bài tập 1.8. Cho hình bình hành ABCD. Lấy điểm F trên cạnh BC, tia DF cắt tia AB tại G.

- a) Chứng minh $\triangle GBF \sim \triangle DCF$.
b) Biết $AB = 6$ cm, $AD = 5$ cm và $CF = 3$ cm. Tính độ dài AG.
c) Chứng minh $AG \cdot CF = CD \cdot AD$.

Bài tập 1.9. Cho tam giác ABC vuông tại A, điểm D thuộc cạnh BC. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của D trên AB, AC.

- a) Chứng minh $\triangle BDM \sim \triangle BCA$ và $\triangle CDN \sim \triangle CBA$.
b) Cho $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm và $DB = 3$ cm. Tính độ dài BM.
c) Chứng minh $BM \cdot CN = DM \cdot DN$.

Bài tập 1.10. Cho tam giác ABC có $BC = 13$ cm, $CA = 12$ cm, $AB = 5$ cm. Tam giác ABC đồng dạng với tam giác MNP có cạnh nhỏ nhất là 2,5 cm. Tính các cạnh còn lại của tam giác MNP.

Bài tập 1.11. Cho tam giác ABC, lấy D trên cạnh BC sao cho $DB = 2DC$. Kẻ $DE \parallel AB$ ($E \in AC$) và $DF \parallel AC$ ($F \in AB$).

- a) Tìm các cặp tam giác đồng dạng và tìm tỉ số đồng dạng.
b) Tính chu vi các tam giác CDE, BDF biết chu vi tam giác ABC bằng 12 cm.

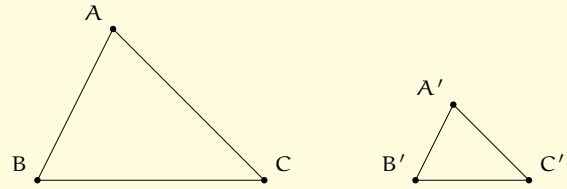
Bài tập 1.12. Cho hình thoi $ABCD$, điểm M thuộc cạnh BC . Tia DM cắt tia AB tại N . Chứng minh $\triangle ADN \sim \triangle CMD$, từ đó suy ra $AN \cdot CM = AB^2$.

BÀI 2. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA TAM GIÁC

A TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT

Định lý 2.1. Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

GT	$\triangle ABC, \triangle A'B'C', \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$
KL	$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$



TRẮC NGHIỆM

Câu 2.1. Hai tam giác nào không đồng dạng khi biết độ dài các cạnh của hai tam giác lần lượt là

- A. 2 cm; 3 cm; 4 cm và 10 cm; 15 cm; 20 cm.
 B. 3 cm; 4 cm; 6 cm và 9 cm; 12 cm; 16 cm.
 C. 2 cm; 2 cm; 2 cm và 1 cm; 1 cm; 1 cm.
 D. 14 cm; 15 cm; 16 cm và 7 cm; 7,5 cm; 8 cm.

Câu 2.2. Hai tam giác nào không đồng dạng khi biết độ dài các cạnh của hai tam giác lần lượt

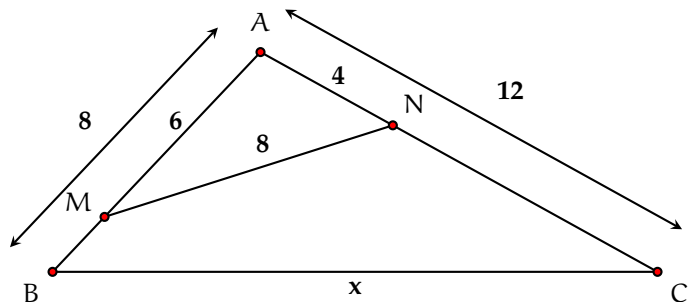
- A. 4 cm; 5 cm; 6 cm và 12 cm; 15 cm; 18 cm.
 B. 3 cm; 4 cm; 6 cm và 9 cm; 12 cm; 18 cm.
 C. 1,5 cm; 2 cm; 2 cm và 1 cm; 1 cm; 1 cm.
 D. 14 cm; 15 cm; 16 cm và 7 cm; 7,5 cm; 8 cm.

Câu 2.3. Cho tam giác ABC đồng dạng với tam giác MNP. Biết $AB = 2$ cm; $BC = 3$ cm; $MN = 6$ cm; $MP = 6$ cm. Hãy chọn khẳng định sai

- A. $AC = 2$ cm. B. $NP = 9$ cm. C. $\triangle MNP$ cân tại M. D. $\triangle ABC$ cân tại C.

Câu 2.4. Cho $\triangle ABC \sim \triangle ANM$, giá trị của x bằng

- A. $x = 4$. B. $x = 16$.
 C. $x = 10$. D. $x = 14$.



Câu 2.5. Một tam giác có cạnh nhỏ nhất bằng 8, hai cạnh còn lại x và y ($x < y$). Một tam giác khác có cạnh lớn nhất bằng 27, hai cạnh còn lại cũng bằng x và y . Tính x và y để hai tam giác đó đồng dạng

- A. $x = 5; y = 10$. B. $x = 6; y = 12$. C. $x = 12; y = 18$. D. $x = 6; y = 18$.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Chứng minh hai tam giác đồng dạng

Lưu ý.

Để chứng minh hai tam giác đồng dạng, ta lập tỉ số các cạnh tương ứng của hai tam giác và chứng minh chúng bằng nhau.

Bài tập 2.1. Chứng minh tam giác ABC đồng dạng với tam giác DEF và viết các cặp góc bằng nhau, nếu biết các trường hợp sau:

- a) $AB = 4$ cm, $BC = 6$ cm, $AC = 5$ cm và $EF = 8$ cm, $DF = 12$ cm, $DE = 10$ cm.
 b) $AB = 24$ cm, $BC = 21$ cm, $AC = 27$ cm, $DE = 28$ cm, $DF = 36$ cm, $EF = 32$ cm.
 c) $AB = DE = 12$ cm, $BC = 27$ cm, $AC = DF = 18$ cm, $EF = 8$ cm.

Bài tập 2.2. Cho tam giác ABC vuông tại A và tam giác $A'B'C'$ vuông tại A' có $BC = 10$ cm, $AC = 8$ cm, $B'C' = 5$ cm, $A'C' = 4$ cm.

- a) Tính $AB, A'B'$.

b) Chứng minh: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$. Suy ra tam giác ABC đồng dạng với tam giác A'B'C'.

Bài tập 2.3. Cho góc xOy. Trên tia Ox lấy điểm M và P, trên tia Oy lấy điểm N và Q. Chứng minh rằng: tam giác OMN đồng dạng với tam giác OPQ và tính độ dài đoạn PQ nếu biết một trong các trường hợp sau:

a) $\frac{OM}{OP} = \frac{ON}{OQ} = \frac{2}{3}$; MN = 3,6cm.

b) $\frac{OM}{OQ} = \frac{ON}{OP} = \frac{4}{5}$; MN = 3,2cm.

Bài tập 2.4. Cho tam giác ABC, trên tia đối của tia AB lấy điểm D, trên tia đối của tia AC lấy điểm E. Chứng minh rằng: tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC và tính độ dài đoạn DE nếu biết một trong các trường hợp sau:

a) $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}$; BC = 15cm.

b) $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{13}{12}$; BC = 6,5cm.

Bài tập 2.5. Cho góc nhọn xOy có tia phân giác Ot. Trên tia Ox lấy các điểm A, C' sao cho OA = 24cm, OC' = 18cm. Trên tia Oy lấy điểm A', C sao cho OA' = 16cm, OC = 27cm. Trên tia Ot lấy điểm B, B' sao cho OB = 21cm, OB' = 14cm.

a) Tính các tỉ số $\frac{AB}{A'B'}$, $\frac{AC}{A'C'}$, $\frac{BC}{B'C'}$.

b) Chứng minh: tam giác ABC đồng dạng với tam giác A'B'C'.

Bài tập 2.6. Cho góc xOy có tia phân giác Ot. Trên tia Ox lấy các điểm A và C' sao cho OA = 4cm, OC' = 9cm. Trên tia Oy lấy các điểm A' và C sao cho OA' = 12cm, OC = 3cm. Trên tia Ot lấy các điểm B và B' sao cho OB = 6cm, OB' = 18cm.

a) Chứng minh: tam giác OAB đồng dạng với tam giác OA'B'.

b) Tính các tỉ số $\frac{AB}{A'B'}$, $\frac{BC}{B'C'}$, $\frac{AC}{A'C'}$.

Bài tập 2.7. Hai tam giác mà các cạnh có độ dài như sau có đồng dạng với nhau không? Vì sao?

a) 6 cm, 9 cm, 12 cm và 24 cm, 18 cm, 12 cm;

b) $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có $\frac{AB}{3} = \frac{AC}{4} = \frac{BC}{5}$ và $\frac{DE}{6} = \frac{DF}{8} = \frac{EF}{9}$.

Bài tập 2.8. Hai tam giác mà các cạnh có độ dài như sau có đồng dạng với nhau không? Vì sao?

a) 4 cm, 5 cm, 6 cm và 12 cm, 15 cm, 18 cm;

b) $\triangle ABC$ vuông tại A có AB = 6 cm, AC = 8 cm và $\triangle MNP$ vuông tại M có MN = 4 cm, MP = 3 cm.

Bài tập 2.9. Cho tam giác ABC có BC = a, AC = b, AB = c và $a^2 = bc$. Gọi h_a, h_b, h_c lần lượt là độ dài đường cao kẻ từ A, B, C của tam giác ABC. Chứng minh:

a) $a.h_a = b.h_b = c.h_c$.

b) $\frac{h_a}{a} = \frac{h_b}{b} = \frac{h_c}{c}$.

c) Tam giác ABC đồng dạng với tam giác có độ dài các cạnh bằng độ dài các đường cao của tam giác ABC.

Bài tập 2.10. Cho tam giác ABC, điểm O nằm trong tam giác. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của OA, OB, OC.

a) Chứng minh $\triangle DEF \sim \triangle ABC$, tìm tỉ số đồng dạng.

b) Biết chu vi $\triangle ABC$ bằng 26 cm. Tìm chu vi $\triangle DEF$.

Bài tập 2.11. Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Chứng minh

a) $\triangle ABC \sim \triangle MNP$, tìm tỉ số đồng dạng.

b) Tỉ số chu vi của $\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ bằng 2.

Bài tập 2.12. Cho tam giác ABC cân ở A. Gọi M là trung điểm của BC. Lấy điểm D thuộc cạnh AB và E thuộc cạnh AC sao cho $\widehat{DME} = \widehat{ABC}$. Chứng minh:

a) Tam giác BMD đồng dạng với tam giác CEM.

b) $\frac{MD}{BD} = \frac{ME}{CE}$.

c) Tam giác BDM và tam giác MDE đồng dạng với nhau.

d) DM là tia phân giác của $\widehat{BDE}$.

Bài tập 2.13. Cho tam giác ABC cân ở A. Gọi M là trung điểm của BC. Lấy K thuộc cạnh AB và I thuộc cạnh AC sao cho $\widehat{KMI} = \widehat{ABC}$. Chứng minh:

- a) Tam giác BMK đồng dạng với tam giác CIM.
- b) Tam giác BMK đồng dạng với tam giác MIK.
- c) Tam giác CIM đồng dạng với tam giác MIK.
- d) KM là tia phân giác của $\widehat{BKI}$ và IM là tia phân giác của $\widehat{CIK}$.

Bài tập 2.14. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BF, CF cắt nhau tại H. Chứng minh:

- a) $BD \cdot BC = BF \cdot BA$
- b) Tam giác BDF đồng dạng với tam giác BAC và suy ra $\widehat{BDF} = \widehat{BAC}$.
- c) $\widehat{CDE} = \widehat{BAC}$.
- d) DH là tia phân giác của $\widehat{FDE}$.

Bài tập 2.15. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

- a) Chứng minh: $AH \cdot AD = AF \cdot AB$
- b) Chứng minh: tam giác ADF đồng dạng với tam giác ABH và suy ra $\widehat{HDF} = \widehat{ABH}$.
- c) Chứng minh: $\widehat{ADE} = \widehat{ACH}$ và $\widehat{ABH} = \widehat{ACH}$.
- d) Chứng minh: H là giao điểm của ba đường phân giác trong của tam giác DEF.

Bài tập 2.16. Cho tam giác ABC cân ở A có AH và BK là hai đường cao. Biết rằng $BC = a$; $AC = b$.

- a) Chứng minh: tam giác AHC đồng dạng với tam giác BKC.
- b) Chứng minh: tam giác CHK đồng dạng với tam giác CAB.
- c) Tính HK theo a và b.

2 Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ nhất để tính độ dài các cạnh hoặc chứng minh các góc bằng nhau

Lưu ý.

Vận dụng trường hợp đồng dạng thứ nhất (nếu cần) để chứng minh hai tam giác đồng dạng, từ đó suy ra các cặp góc tương ứng bằng nhau.

Bài tập 2.17. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Trên cạnh AC lấy D sao cho $AD = 4,5$ cm. Chứng minh

- a) $\triangle ABC \sim \triangle ADB$;
- b) $\widehat{ABC} = \widehat{ADB}$.

Bài tập 2.18. Cho tứ giác ABCD có $AB = 8$ cm, $BC = 3$ cm, $CD = 2$ cm, $AD = 6$ cm và $BD = 4$ cm. Chứng minh

- a) $\triangle ABD \sim \triangle BDC$;
- b) ABCD là hình thang.

Bài tập 2.19. Tam giác ABC có độ dài các cạnh là $AB = 3$ cm, $AC = 5$ cm và $BC = 7$ cm. Tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC có độ dài cạnh nhỏ nhất là 1 cm. Tính độ dài các cạnh còn lại của tam giác MNP.

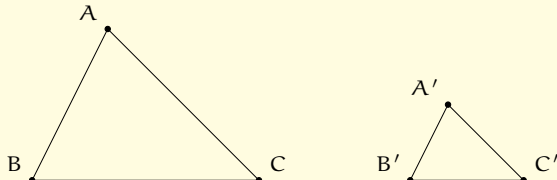
Bài tập 2.20. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 10$ cm, $AC = 20$ cm. Trên AC lấy M sao cho $AM = 5$ cm.

- a) Tính độ dài BC, BM.
- b) Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle AMB$.

Bài tập 2.21. Tam giác ABC có ba đường trung tuyến cắt nhau tại O. Gọi P, Q, R theo thứ tự là trung điểm của OA, OB, OC. Chứng minh $\triangle PQR \sim \triangle ABC$.

TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI

Định lý 2.2. Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đó đồng dạng.

GT	$\triangle ABC, \triangle A'B'C', \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}, \widehat{B} = \widehat{B'}$	
KL	$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$	

➡ TRẮC NGHIỆM ➡

Câu 2.6. Cho hình bình hành ABCD, điểm F trên cạnh BC. Tia AF cắt BD và DC lần lượt ở E và G. Chọn khẳng định sai

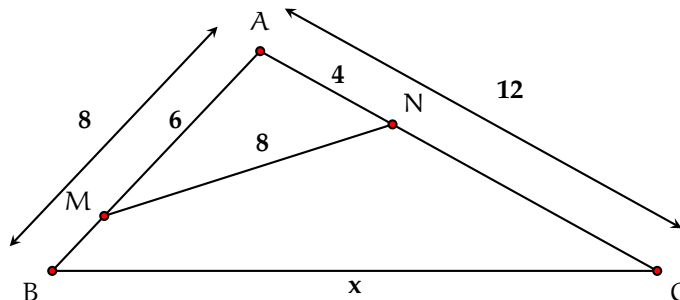
- A. $\triangle BFE \sim \triangle DAE$. B. $\triangle DEG \sim \triangle BEA$. C. $\triangle BFE \sim \triangle DEA$. D. $\triangle DGE \sim \triangle BAE$.

Câu 2.7. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là hình chiếu của A lên BC. Dựng hình bình hành ABCD. Chọn kết luận không đúng

- A. $\triangle ABC \sim \triangle HCA$. B. $\triangle ADC \sim \triangle CAH$. C. $\triangle ABH \sim \triangle ADC$. D. $\triangle ABC = \triangle CDA$.

Câu 2.8. Cho hình vẽ, tính giá trị x

- A. $x = 4$. B. $x = 16$.
C. $x = 10$. D. $x = 14$.



❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Chứng minh hai tam giác đồng dạng

 Lưu ý.

- Xét hai tam giác, chọn ra hai góc bằng nhau và chứng minh (nếu cần).
- Lập tỉ số hai cạnh tạo nên mỗi góc đó, rồi chứng minh chúng bằng nhau.
- Kết luận hai tam giác đồng dạng.

Bài tập 2.22. Cho tam giác ABC vuông tại A và tam giác $A'B'C'$ vuông tại A' có $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = 2$. Chứng minh:

- a) $\frac{AC}{A'C'} = 2$. b) Tam giác ABC đồng dạng với tam giác $A'B'C'$.

Bài tập 2.23. Cho $\widehat{xOy}$, trên tia Ox lấy các điểm A, C, trên tia Oy lấy các điểm B, D. Chứng minh $\triangle AOD \sim \triangle BOC$ biết rằng

- a) $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$; b) $OA \cdot OC = OB \cdot OD$.

Bài tập 2.24. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 6$ cm, $AC = 9$ cm. Trên cạnh AC, AB lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = 2$ cm, $AN = 3$ cm. Chứng minh $\triangle AMN \sim \triangle ABC$.

Bài tập 2.25. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Biết $AB = 9$ cm, $BD = 12$ cm và $DC = 16$ cm. Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle BDC$.

Bài tập 2.26. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 4$ cm, $AC = 6$ cm, $BC = 9$ cm. Trên cạnh BC lấy D sao cho $CD = 4$ cm. Chứng minh $\triangle CAD \sim \triangle CBA$.

Bài tập 2.27. Cho góc xOy có tia phân giác Ot. Trên tia Ox lấy các điểm A và C' sao cho $OA = 4$ cm, $OC' = 9$ cm. Trên tia Oy lấy các điểm A' và C sao cho $OA' = 12$ cm, $OC = 3$ cm. Trên tia Ot lấy các điểm B và B' sao cho $OB = 6$ cm, $OB' = 18$ cm.

- a) Chứng minh: tam giác OAB đồng dạng với tam giác $OA'B'$.

- b) Tính các tỉ số $\frac{AB}{A'B'}$, $\frac{BC}{B'C'}$, $\frac{AC}{A'C'}$.

2 Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ hai để tính độ dài cạnh hoặc chứng minh các góc bằng nhau

Lưu ý.

Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ hai (nếu cần) để chứng minh hai tam giác đồng dạng, từ đó suy ra các cặp góc tương ứng bằng nhau hoặc các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ.

Bài tập 2.28. Cho tam giác ABC có AB = 4 cm, AC = 8 cm. Trên cạnh AC lấy D sao cho AD = 2 cm. Chứng minh

- a) $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$; b) BC = 2BD.

Bài tập 2.29. Cho $\widehat{xOy}$ và Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$. Trên các tia Ox, Oz, Oy lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho OA = 1 cm, OB = 2 cm và OC = 4 cm.

- a) Chứng minh $\widehat{OAB} = \widehat{OBC}$. b) Biết AB = 1,5 cm, tính độ dài BC.

Bài tập 2.30. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 1 cm, AC = 3 cm. Trên cạnh AC lấy D, E sao cho AD = DE = EC. Chứng minh

- a) $\triangle DBE \sim \triangle DCB$; b) $\widehat{AEB} + \widehat{ACB} = 45^\circ$.

Bài tập 2.31. Hình thang ABCD có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, AB = 10 cm, CD = 30 cm và AD = 35 cm. Trên cạnh AD lấy M sao cho AM = 15 cm. Chứng minh

- a) $\triangle ABM \sim \triangle DMC$; b) $\widehat{BMC} = 90^\circ$.

Bài tập 2.32. Cho tam giác ABC có AB = 3 cm, AC = 6 cm. Trên tia đối của tia AC lấy D sao cho AD = 1 cm. Trên tia đối của tia AB lấy E sao cho AE = 2 cm. Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.

Bài tập 2.33. Cho tam giác MNP có MN = 12 cm, MP = 15 cm, NP = 18 cm. Trên các cạnh MN, MP lần lượt lấy R, S sao cho MR = 10 cm và MS = 8 cm. Tính độ dài đoạn thẳng RS.

Bài tập 2.34. Cho tam giác AHB vuông tại H có HA = 4 cm, HB = 6 cm. Trên tia đối của tia HA lấy điểm C sao cho HC = 9 cm. Chứng minh

- a) $\triangle AHB \sim \triangle BHC$; b) $\triangle ABC$ vuông.

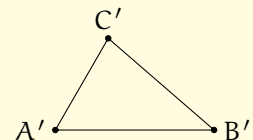
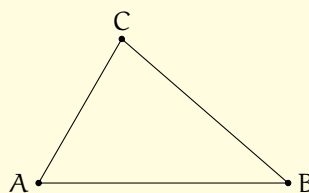
Bài tập 2.35. Cho tam giác ABC có AB = 9 cm, AC = 12 cm, BC = 7 cm. Trên tia đối của tia BA lấy D sao cho BD = BC.

- a) Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle ACD$. b) Tính độ dài đoạn thẳng CD.
c) Chứng minh $\widehat{ABC} = 2\widehat{ACB}$.

TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA

Định lý 2.3. Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

GT	$\triangle ABC, \triangle A'B'C'$ và $\widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'}$
KL	$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$



❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Chứng minh hai tam giác đồng dạng

Bài tập 2.36. Cho hình thang ABCD (AB // CD) có $\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$. Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle BDC$.

Bài tập 2.37. Cho tam giác ABC, D thuộc cạnh AC sao cho $\widehat{ABD} = \widehat{C}$. Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle ADB$.

Bài tập 2.38. Cho tam giác ABC cân tại A ($\widehat{A} < 90^\circ$), O thuộc cạnh BC. Trên cạnh AB, AC lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $\widehat{MON} = \widehat{ABC}$. Chứng minh $\triangle BMO \sim \triangle CON$.

Bài tập 2.39. Cho tam giác ABC, kẻ đường phân giác AD. Trên tia đối của DA lấy điểm F sao cho $\widehat{FBD} = \widehat{BAD}$. Chứng minh $\triangle ABF \sim \triangle ADC$.

Bài tập 2.40. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{CAD} = \widehat{CBD}$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Chứng minh:

- a) $\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$
- b) $OA \cdot OC = OB \cdot OD$.
- c) $\widehat{BAC} = \widehat{BDC}; \widehat{ABD} = \widehat{ACD}$.
- d) $\widehat{BAD} + \widehat{BCD} = 180^\circ$ và $\widehat{ABC} + \widehat{ADC} = 180^\circ$.

Bài tập 2.41. Cho tứ giác ABCD có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Cho biết: $OA \cdot OC = OB \cdot OD$. Chứng minh

- a) $\widehat{CAD} = \widehat{CBD}$; $\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$.
 b) $\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$; $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$.
 c) $\widehat{BAD} + \widehat{BCD} = 180^\circ$ và $\widehat{ABC} + \widehat{ADC} = 180^\circ$.

2 Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ ba để tính độ dài các cạnh, chứng minh hệ thức cạnh, hoặc chứng minh các góc bằng nhau.

 Lưu ý.

Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ ba (nếu cần) để chứng minh hai tam giác đồng dạng, từ đó suy ra các cặp góc tương ứng bằng nhau, các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ.

Bài tập 2.42. Cho tam giác ABC. Trên AB, AC lần lượt lấy các điểm D, E sao cho $\widehat{ACD} = \widehat{ABE}$ và CD cắt BE tại O. Chứng minh

- [illegible]

Bài tập 2.43. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Chứng minh:

- a) $AB^2 = BH \cdot BC$; b) $AH^2 = HB \cdot HC$.

Bài tập 2.44. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có $\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$. Tính độ dài cạnh BD biết $AB = 4$ cm, $DC = 9$ cm.

Bài tập 2.45. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} > \widehat{C}$. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $\widehat{BAD} = \widehat{C}$. Biết $AB = 5\text{ cm}$, $BC = 10\text{ cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng DB, DC.

Bài tập 2.46. Cho tam giác ABC. Trên cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\widehat{ANM} = \widehat{ACB}$. Chứng minh

- [illegible]

Bài tập 2.47. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Tia phân giác của $\widehat{B}$ cắt AH, AC lần lượt tại D, E.

- a) Chứng minh $\triangle BAD \sim \triangle BCE$ và $\triangle BHD \sim \triangle BAE$.

- b) Chứng minh $\frac{DH}{DA} = \frac{EA}{EC}$.

- c) Biết $AB = 3\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$. Tính độ dài HB , HC .

Bài tập 2.48. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 60^\circ$, $\widehat{B} = 80^\circ$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = BC$. Chứng minh

- [illegible]

Bài tập 2.49. Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ các đường phân giác BD và CE cắt nhau tại I. Chứng minh $AI^2 = AD \cdot AE$.

BÀI 3. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA TAM GIÁC VUÔNG

A DẤU HIỆU NHẬN BIẾT

Định lý 3.1. Hai tam giác vuông đồng dạng với nhau nếu:

- Tam giác vuông này có một góc nhọn bằng góc nhọn của tam giác vuông kia.
- Tam giác vuông này có hai cạnh góc vuông tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia.
- Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

B BÀI TẬP

TRẮC NGHIỆM

Câu 3.1. Cho hai tam giác vuông. Điều kiện để hai tam giác vuông đó đồng dạng là

- A. Có hai cạnh huyền bằng nhau. B. Có một cặp cạnh góc vuông bằng nhau.
C. Có hai góc nhọn bằng nhau. D. Không cần điều kiện gì.

Câu 3.2. Cho $\triangle ABC$ cân tại A, $AC = 20$ cm, $BC = 24$ cm. Các đường cao AD và CE cắt nhau ở H. Tính độ dài HD.

- A. 12 cm. B. 6 cm. C. 9 cm. D. 10 cm.

Câu 3.3. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, kẻ AH vuông góc BC. Tìm tam giác đồng dạng với $\triangle ABC$.

- A. $\triangle HAC$. B. $\triangle AHC$. C. $\triangle AHB$. D. $\triangle ABH$.

Câu 3.4. Cho tam giác ABC cân tại A. Đường thẳng qua C và vuông góc AB tại E. Tính AB biết $BC = 16$ cm và $BE = 6,75$ cm.

- A. 12 cm. B. 12,5 cm. C. $\frac{512}{27}$ cm. D. 12,8 cm.

Câu 3.5. Cho tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH, biết $AB = 3$ cm; $AC = 4$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng HA; HB.

- A. $HA = 2,4$ cm; $HB = 1,2$ cm. B. $HA = 2$ cm; $HB = 1,8$ cm.
C. $HA = 2$ cm; $HB = 1,2$ cm. D. $HA = 2,4$ cm; $HB = 1,8$ cm.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

1 Chứng minh hai tam giác vuông đồng dạng.

Bài tập 3.1. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Kẻ các đường cao BD, CE, cắt nhau tại H. Chứng minh

- a) $\triangle ABD \sim \triangle ACE$; b) $\triangle AEH \sim \triangle CEB$.

Bài tập 3.2. Cho tam giác ABC vuông tại A, điểm D thuộc cạnh BC. Đường thẳng qua D vuông góc với BC cắt đoạn AC tại E và cắt BA kéo dài tại F. Chứng minh

- a) $\triangle EAF \sim \triangle EDC$; b) $\triangle AEF \sim \triangle ABC$.

Bài tập 3.3. Cho tam giác ABC vuông tại A và tam giác $A'B'C'$ vuông tại A' có $BC = 10$ cm, $AC = 8$ cm, $B'C' = 5$ cm, $A'C' = 4$ cm.

- a) Tính $AB, A'B'$.
b) Chứng minh $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$.
c) Chứng minh tam giác ABC đồng dạng với tam giác $A'B'C'$.

Bài tập 3.4. Cho tam giác ABC vuông tại A và tam giác $A'B'C'$ vuông tại A' có $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = 2$. Chứng minh

- a) $\frac{AC}{A'C'} = 2$. b) Tam giác ABC đồng dạng với tam giác $A'B'C'$.

2 Sử dụng trường hợp đồng dạng của tam giác vuông tính độ dài cạnh, chứng minh hệ thức cạnh hoặc chứng minh các góc bằng nhau.

Lưu ý.

Sử dụng trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông (nếu cần) để chứng minh hai tam giác đồng dạng, từ đó suy ra các cặp góc tương ứng bằng nhau, các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ.

Bài tập 3.5. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AH, BH. Chứng minh

- a) $HA^2 = HB \cdot HC$; b) $\triangle AHN \sim \triangle CHM$; c) $AN \perp CM$.

Bài tập 3.6. Cho tam giác ABC nhọn, ($AB < AC$), các đường cao BD, CE cắt nhau tại H. Chứng minh

- a) $HE \cdot HC = HD \cdot HB$; b) $\triangle HDE \sim \triangle HCB$; c) $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

Bài tập 3.7. Hình thang ABCD có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, $AB = 6$ cm, $CD = 12$ cm và $AD = 17$ cm. Trên đoạn AD lấy E sao cho $AE = 8$ cm. Chứng minh $\widehat{BEC} = 90^\circ$.

Bài tập 3.8. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 2$ cm, $BC = 3$ cm. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa A, kẻ tia Cx vuông góc với CB. Trên tia Cx lấy D sao cho $BD = 4,5$ cm. Chứng minh BD song song với AC.

3 Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng

Định lý 3.2.

- Tỉ số đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.
- Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

Bài tập 3.9. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của H lên AB, AC.

- a) Chứng minh $\triangle AMN \sim \triangle ACB$.
b) Biết $AH = 2$ cm, $BC = 5$ cm. Tính diện tích $\triangle AMN$.

Bài tập 3.10. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Lấy D thuộc cạnh AC, kẻ $DM \perp BC$ ($M \in BC$). Tia MD cắt BA tại N.

- a) Chứng minh $\triangle BAM \sim \triangle BCN$.
b) Tính tỉ số diện tích của hai tam giác BAM và BCN.

Bài tập 3.11. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 12$ cm, $BC = 9$ cm. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BD.

- a) Chứng minh $\triangle AHB \sim \triangle BCD$. b) Tính độ dài đoạn thẳng AH.
c) Tính diện tích tam giác AHB.

Bài tập 3.12. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 9$ cm, $BC = 24$ cm. Đường trung trực của BC cắt đường thẳng AC tại D, cắt BC tại M.

- a) Chứng minh $\triangle CMD \sim \triangle CAB$. b) Tính độ dài đoạn thẳng CD.

Bài tập 3.13. Cho hình bình hành ABCD. Kẻ $AM \perp BC$, $AN \perp DC$ với M thuộc BC, N thuộc DC. Chứng minh

- a) $\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AD}$; b) $\triangle MAN \sim \triangle ABC$.

Bài tập 3.14. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), đường cao AH. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC.

- a) Chứng minh $AH^2 = AD \cdot AB$.
b) Chứng minh $AE \cdot AC = AD \cdot AB$, rồi suy ra $\triangle ADE \sim \triangle ACB$.
c) Biết $AH = 5$ cm, $DE = 4$ cm, $BC = 8$ cm. Tính diện tích tam giác ADE.

Bài tập 3.15. Cho tam giác ABC vuông tại A và tam giác $A'B'C'$ vuông tại A' có $\frac{AB}{A'B'} \cdot \frac{BC}{B'C'} = k$, ($k > 0$).

- a) Chứng minh $\frac{AC}{A'C'} = k$.

b) Chứng minh tam giác ABC đồng dạng với tam giác $A'B'C'$.

Bài tập 3.16. Cho tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ là hai tam giác nhọn có các đường cao lần lượt là AH, $A'H'$.

Biết rằng $\frac{AH}{AB} = \frac{A'H'}{A'B'}$ và $\widehat{ACB} = \widehat{A'C'B'}$.

a) Chứng minh tam giác ABH đồng dạng với tam giác $A'B'H'$.

b) Chứng minh tam giác ABC đồng dạng với tam giác $A'B'C'$.

Bài tập 3.17. Cho tam giác ABC vuông tại A và tam giác $A'B'C'$ vuông tại A' có các đường cao lần lượt là AH, $A'H'$.

Biết rằng: $\frac{AH}{AB} = \frac{A'H'}{A'B'}$. Chứng minh

a) Tam giác ABH đồng dạng với tam giác $A'B'H'$.

b) Tam giác ABC đồng dạng với tam giác $A'B'C'$.

Bài tập 3.18. Cho hai tam giác nhọn ABC và $A'B'C'$ có các đường cao lần lượt là AH, $A'H'$. Biết rằng: $\frac{AH}{A'H'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$.

a) Chứng minh tam giác ABH đồng dạng với tam giác $A'B'H'$ và tam giác ACH đồng dạng với tam giác $A'C'H'$.

b) Chứng minh tam giác ABC đồng dạng với tam giác $A'B'C'$ và $\frac{AH}{A'H'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$.

c) Chứng minh $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \frac{AB \cdot AC}{A'B' \cdot A'C'}$.

Bài tập 3.19. Tam giác ABH vuông tại H có: $AB = 20\text{cm}$, $BH = 12\text{cm}$. Trên tia đối của tia HB lấy điểm C sao cho $AC = \frac{5}{3}AH$. Chứng minh

a) Tam giác ABH đồng dạng với tam giác CAH.

b) $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

Bài tập 3.20. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{BAD} = 90^\circ$, $\widehat{CBD} = 90^\circ$, $AB = 4\text{cm}$, $BD = 6\text{cm}$ và $CD = 9\text{cm}$. Chứng minh

a) Tam giác ABD đồng dạng với tam giác BDC.

b) Tứ giác ABCD là hình vuông.

Bài tập 3.21. Cho tam giác ABC đồng dạng với tam giác DEF. Kẻ các đường cao AH và DK.

a) Chứng minh tam giác ABH đồng dạng với tam giác DEF.

b) Chứng minh $\frac{AH}{DK} = \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$. Từ đó rút ra nhận xét gì?

c) Chứng minh $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2$. Từ đó rút ra nhận xét gì?

Bài tập 3.22. Cho tam giác ABC và tam giác DEF có $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = \frac{BC}{EF} = k$, ($k > 0$). Kẻ các đường cao AH và DK.

a) Chứng minh tam giác ABC đồng dạng với tam giác DEF.

b) Chứng minh tam giác ABH đồng dạng với tam giác DEK.

c) Chứng minh $\frac{AH}{DK} = k$. Từ đó rút ra nhận xét gì?

d) Chứng minh $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = k^2$. Từ đó rút ra nhận xét gì?

Bài tập 3.23. Cho tam giác ABC đồng dạng với tam giác DEF. Kẻ các đường trung tuyến AM và DN. Chứng minh

a) $\frac{BM}{EN} = \frac{AB}{DE}$.

b) Tam giác ABM đồng dạng với tam giác DEN và $\frac{AM}{DN} = \frac{AB}{DE}$.

Bài tập 3.24. Cho tam giác ABC đồng dạng với tam giác DEF. Kẻ các đường phân giác AI và DK. Chứng minh

a) Tam giác ABI đồng dạng với tam giác DEK.

b) $\frac{AI}{DK} = \frac{AB}{DE}$.

Bài tập 3.25. Cho tam giác ABC và tam giác DEF có $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = k, (k > 0)$. Kẻ các đường trung tuyến AM, DN và các đường phân giác trong AI, DK.

a) Chứng minh Tam giác ABC đồng dạng với tam giác DEF.

b) Chứng minh $\frac{AM}{DN} = \frac{AI}{DK} = k$. Từ đó rút ra nhận xét gì?

Bài tập 3.26. Một đường thẳng song song với cạnh BC của tam giác ABC cắt hai cạnh AB, AC ở D và E. Cho biết $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$.

a) Chứng minh Tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC.

b) Tính tỉ số $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}$.

Bài tập 3.27. Cho tam giác ABC có D là trung điểm của AB, E là trung điểm của AC.

a) Chứng minh tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC.

b) Tính tỉ số $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}$.

Bài tập 3.28. Cho tam giác ABC có D thuộc cạnh AB, E thuộc cạnh AC sao cho $DE \parallel BC$. Cho biết $S_{\triangle ADE} = 9\text{cm}^2, S_{\triangle ABC} = 16\text{cm}^2$.

a) Chứng minh tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC.

b) Tính $\frac{AD}{AB}, \frac{AE}{AC}, \frac{DE}{BC}$.

Bài tập 3.29. Cho tam giác ABC và M là một điểm tùy ý trên cạnh BC. Kẻ $MD \parallel AC, (D \in AB), ME \parallel AB (E \in AC)$. Cho biết $S_{\triangle BMD} = a^2, S_{\triangle MCE} = b^2$.

a) Chứng minh tam giác BMD đồng dạng với tam giác MCE.

b) Tính $\frac{BM}{MC}, \frac{BM}{BC}$ theo a và b.

c) Tính $S_{\triangle ABC}, S_{\triangle ADME}$ theo a và b.

Bài tập 3.30. Một đường thẳng song song với cạnh BC của tam giác ABC cắt AB, AC ở D, E. Trên cạnh BC lấy điểm G. Cho biết $S_{\triangle ADE} = 9\text{cm}^2, S_{\triangle ABC} = 16\text{cm}^2$.

a) Chứng minh tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC và tính $\frac{DE}{BC}$.

b) Tính $\frac{S_{\triangle DEG}}{S_{\triangle CED}}$.

c) Tính $S_{\triangle DGE}$.

Bài tập 3.31. Cho tam giác ABC có ba trung tuyến AD, BE, CF cắt nhau tại G. Trên các đoạn AD, BE, CF lần lượt lấy A_1, B_1, C_1 với $\frac{AA_1}{AD} = \frac{BB_1}{BE} = \frac{CC_1}{CF} = \frac{1}{3}$.

a) Chứng minh A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của AG, BG, CG.

b) Chứng minh tam giác $A_1B_1C_1$ đồng dạng với tam giác ABC.

c) Tính $\frac{S_{\triangle A_1B_1C_1}}{S_{\triangle ABC}}$.

Bài tập 3.32. Cho tam giác ABC có ba đường trung tuyến AD, BE, CF cắt nhau tại G. Trên các đoạn AD, BE, CF lần lượt lấy A_1, B_1, C_1 với $\frac{AA_1}{AD} = \frac{BB_1}{BE} = \frac{CC_1}{CF} = \frac{1}{3}$. Tính $S_{\triangle A_1B_1C_1}$ nếu biết $S_{\triangle ABC} = 128\text{cm}^2$.

Bài tập 3.33. Cho tam giác ABC có ba đường trung tuyến AD, BE, CF và có trọng tâm G. Gọi M là trung điểm của BG. Đặt $S_{\triangle ABC} = S$.

a) Chứng minh $\frac{GD}{AD} = \frac{GM}{BE} = \frac{MD}{CF} = \frac{1}{3}$.

b) Tính các diện tích $S_{\triangle ABD}, S_{\triangle BDG}, S_{\triangle GDM}$ theo S .

Bài tập 3.34. Cho tam giác ABC có ba đường trung tuyến AD, BE, CF và có trọng tâm G. Gọi M là trung điểm của BG. Đặt S_1 là diện tích của một tam giác có độ dài ba cạnh theo thứ tự bằng AD, BE, CF và S là diện tích tam giác ABC.

a) Chứng minh $\frac{GD}{AD} = \frac{GM}{BE} = \frac{MD}{CF} = \frac{1}{3}$.

b) Chứng minh $S_1 = 9S_{\triangle GMD}$.

c) Tính $S_{\triangle GMD}$ theo S.

d) Chứng minh $S_1 = \frac{3}{4}S$.

Bài tập 3.35. Cho điểm D ở miền trong tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của tam giác ADB, tam giác ADC, tam giác BDC và E, F, G lần lượt là trung điểm của AD, BD, CD.

a) Tính tỉ số $\frac{MN}{FG}, \frac{FG}{BC}, \frac{MN}{BC}$.

b) Chứng minh tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC.

c) Tính tỉ số $\frac{S_{\triangle MNP}}{S_{\triangle ABC}}$.

Bài tập 3.36. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Biết rằng: $AB = 6\text{cm}, CD = 8\text{cm}$.

a) Chứng minh tam giác AOB đồng dạng với tam giác COD.

b) Tính tỉ số $\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle COD}}$.

Bài tập 3.37. Hình thang ABCD có đáy $AB = a, CD = b$. Hai đường chéo cắt nhau tại O. Qua O vẽ đường thẳng vuông góc với AB tại H và cắt CD tại K.

a) Tính $\frac{OH}{OK}, \frac{OH}{HK}$ theo a và b.

b) Tính $\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle ABD}}, \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{ABCD}}$.

c) Tính $\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{ABCD}}$.

Bài tập 3.38. Tứ giác ABCD có diện tích bằng 30cm^2 , tam giác ABC có diện tích bằng 10cm^2 . Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt DA, DC ở M, N. Kẻ $DH \perp MN$ tại H, $BI \perp AC$ tại I. Gọi K là giao điểm DH với AC.

a) Tính các tỉ số $\frac{BI}{DK}, \frac{DK}{DH}$.

b) Tính tỉ số $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{DMNB}}$ và suy ra diện tích tam giác DMN.

BÀI 4. BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài tập 4.1. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BF, CF cắt nhau tại H. Chứng minh:

- $BD \cdot BC = BF \cdot BA$
- Tam giác BDF đồng dạng với tam giác BAC và suy ra $\widehat{BDF} = \widehat{BAC}$.
- $\widehat{CDE} = \widehat{BAC}$.
- DH là tia phân giác của $\widehat{FDE}$.

Bài tập 4.2. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

- Chứng minh: $AH \cdot AD = AF \cdot AB$
- Chứng minh: tam giác ADF đồng dạng với tam giác ABH và suy ra $\widehat{HDF} = \widehat{ABH}$.
- Chứng minh: $\widehat{ADE} = \widehat{ACH}$ và $\widehat{ABH} = \widehat{ACH}$.
- Chứng minh: H là giao điểm của ba đường phân giác trong của tam giác DEF.

Bài tập 4.3. Cho tam giác ABC cân ở A có AH và BK là hai đường cao. Biết rằng $BC = a$; $AC = b$.

- Chứng minh: tam giác AHC đồng dạng với tam giác BKC.
- Chứng minh: tam giác CHK đồng dạng với tam giác CAB.
- Tính HK theo a và b.

Bài tập 4.4. Cho tam giác ABC cân ở A. Gọi M là trung điểm của BC. Lấy điểm D thuộc cạnh AB và E thuộc cạnh AC sao cho $\widehat{DME} = \widehat{ABC}$. Chứng minh:

- Tam giác BMD đồng dạng với tam giác CEM.
- $\frac{MD}{BD} = \frac{ME}{MB}$.
- Tam giác BDM và tam giác MDE đồng dạng với nhau.
- DM là tia phân giác của $\widehat{BDE}$.

Bài tập 4.5. Cho tam giác ABC cân ở A. Gọi M là trung điểm của BC. Lấy K thuộc cạnh AB và I thuộc cạnh AC sao cho $\widehat{KMI} = \widehat{ABC}$. Chứng minh:

- Tam giác BMK đồng dạng với tam giác CIM.
- Tam giác BMK đồng dạng với tam giác MIK.
- Tam giác CIM đồng dạng với tam giác MIK.
- KM là tia phân giác của $\widehat{BKI}$ và IM là tia phân giác của $\widehat{CIK}$.

Bài tập 4.6. Cho tam giác ABC đều độ dài cạnh là $2a$. Gọi M là trung điểm của BC. Lấy điểm D thuộc cạnh AB và E thuộc cạnh AC sao cho $\widehat{DME} = 60^\circ$. Kẻ $MH \perp BC$ tại H, $MK \perp AC$ tại K, $MI \perp DE$ tại I.

- Tính AH, AK.
- Chứng minh: DM là tia phân giác của $\widehat{BDE}$ và EM là tia phân giác của $\widehat{CDE}$.
- Chứng minh: $DI = DH$ và $EI = EK$.
- Tính chu vi tam giác ADE.

Bài tập 4.7. Cho tam giác ABC có hai đường cao BB' , CC' cắt nhau tại H. Các đường thẳng vuông góc với AB, AC tại A cắt BB' , CC' theo thứ tự tại M, N. MN cắt AH ở D. Kẻ trung tuyến AI của tam giác ABC. Chứng minh

- Tứ giác AMHN là hình bình hành.
- Tam giác AMH đồng dạng với tam giác BAC.
- Tam giác AMD đồng dạng với tam giác ABI.
- Gọi K là giao điểm của AI và MN. Chứng minh: $AI \perp MN$.

Bài tập 4.8. Cho tam giác ABC. Lấy điểm D thuộc cạnh BC, E thuộc cạnh AC, AD cắt BE ở O. Cho biết $AO = 36\text{cm}$, $DO = 9\text{cm}$, $BO = EO = 18\text{cm}$, $BD = 12\text{cm}$. Đặt $CD = x$, $CE = y$. Chứng minh

- a) Tam giác AOE đồng dạng với tam giác BOD và tính AE.
- b) Tam giác ACD đồng dạng với tam giác BCE và $\frac{y+24}{x+12} = \frac{x}{y} = \frac{5}{4}$.
- c) Tính x và y rồi suy ra độ dài AC, BC.

Bài tập 4.9. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, $AB = 4\text{cm}$, $CD = 9\text{cm}$, $BC = 13\text{cm}$. Gọi M là trung điểm của AD. Kẻ $BK \perp CD$ tại K.

- a) Tứ giác ABKD là hình gì? Tính KC, BK, AD, AM, DM.
- b) Chứng minh: tam giác ABM đồng dạng với tam giác DMC.
- c) Tính $\widehat{BMC}$.

Bài tập 4.10. Cho hình thoi ABCD có độ dài cạnh là a và $\widehat{A} = 60^\circ$. Đường thẳng qua C cắt tia đối của tia BA, DA ở M, N.

- a) Chứng minh: tam giác BCM đồng dạng với tam giác DNC và viết tỉ số đồng dạng.
- b) Chứng minh: $BD = a$ và $BM \cdot DN = BD^2$.
- c) Chứng minh: tam giác BDM đồng dạng với tam giác DBM.
- d) Gọi K là giao điểm của BN và DM. Chứng minh: $\widehat{BKD} = 120^\circ$.

Bài tập 4.11. Cho hình vuông ABCD. Lấy P trên cạnh AB, Q trên cạnh BC sao cho $BP = BQ$. Gọi H là hình chiếu của B lên CP.

- a) Chứng minh: tam giác HBC đồng dạng với tam giác BPC và viết tỉ số đồng dạng.
- b) Chứng minh: $\frac{CH}{CD} = \frac{BH}{BQ}$ và so sánh $\widehat{DCH}$ và $\widehat{QBH}$.
- c) Chứng minh: tam giác CHD đồng dạng với tam giác BHQ và tính số đo $\widehat{DHQ}$.

Bài tập 4.12. Cho hình vuông ABCD. M là một điểm bất kỳ thuộc cạnh BC. AM cắt DC tại P, DM cắt AB tại Q, BP cắt CQ tại I. Chứng minh:

- a) $\frac{CP}{AB} = \frac{CM}{BM}$ và $\frac{CD}{BQ} = \frac{CM}{BM}$.
- b) $\frac{CP}{BC} = \frac{BC}{BQ}$ và tam giác CBP đồng dạng với tam giác BCQ.
- c) $BP \perp CQ$.

Bài tập 4.13. Cho hình vuông ABCD. M là một điểm bất kỳ trên cạnh BC (M không trùng B, C). AM cắt CD tại E, DM cắt BE tại F, DM cắt AB tại G, CF cắt BG tại H.

- a) So sánh $\frac{BH}{CE}$ và $\frac{HG}{CD}$. Từ đó chứng minh $\frac{BH}{CE} = \frac{BG}{DE}$.
- b) So sánh $\frac{BG}{CD}$ và $\frac{AB}{CE}$.
- c) Chứng minh: $BH \cdot DE = AB \cdot CD = BC \cdot AD$.
- d) Chứng minh: tam giác BHC đồng dạng với tam giác DEA và $CF \perp ME$.

Bài tập 4.14. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{CAD} = \widehat{CBD}$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Chứng minh:

- a) Tam giác AOD đồng dạng với tam giác BOC.
- b) $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$.
- c) Tam giác AOB đồng dạng với tam giác DOC.

Bài tập 4.15. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Trên đường chéo BD lấy điểm M sao cho: $\widehat{MAD} = \widehat{BAC}$. Chứng minh

- a) Tam giác AOB đồng dạng với tam giác DOC.
- b) Tam giác ADM đồng dạng với tam giác ACB và $AD \cdot BC = AC \cdot DM$.
- c) Tam giác ABM đồng dạng với tam giác ACD và $AB \cdot CD = AC \cdot BM$.

d) $AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD$.

Bài tập 4.16. Cho tứ giác ABCD có $OA \cdot OC = OB \cdot OD$ với O là giao điểm của AC và BD. Trên đường chéo AC lấy điểm E sao cho: $\widehat{ABE} = \widehat{CBD}$.

- Chứng minh: tam giác AOB đồng dạng với tam giác DOC và tam giác AOD đồng dạng với tam giác BOC.
- Chứng minh: tam giác ABE đồng dạng với tam giác DCB và $AB \cdot CD = AE \cdot BD$.
- Chứng minh: tam giác EBC đồng dạng với tam giác ABD và $AD \cdot BC = EC \cdot BD$.
- Chứng minh: $AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD$.

Bài tập 4.17. Cho tứ giác ABCD. Lấy điểm M nằm trong $\widehat{ABC}$ sao cho $\widehat{MBC} = \widehat{ABD}$ và $\widehat{MCB} = \widehat{ADB}$.

- Chứng minh: tam giác BMC đồng dạng với tam giác BAD và viết các tỉ số đồng dạng.
- Chứng minh: $AD \cdot BC = MC \cdot BD$ và $\frac{AB}{BD} = \frac{BM}{BC}$.
- Chứng minh: tam giác ABM đồng dạng với tam giác CBD và $AB \cdot CD = AM \cdot BD$.
- Chứng minh: $AM + MC \geq AC$. Dấu " $=$ " xảy ra khi nào?
- Chứng minh: $AB \cdot CD + AD \cdot BC \geq AC \cdot BD$. Dấu " $=$ " xảy ra khi nào?

Bài tập 4.18. Cho tam giác ABC, trên cạnh AB lấy điểm D, trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $DE \parallel BC$. Chứng minh rằng: tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC và viết tỉ số đồng dạng.

Bài tập 4.19. Cho tam giác ABC trên tia đối của tia AB lấy điểm D, trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho $DE \parallel BC$. Chứng minh rằng: tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC và viết tỉ số đồng dạng.

Bài tập 4.20. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$.

- Chứng minh rằng: tam giác ABD đồng dạng với tam giác ACB và viết tỉ số đồng dạng.
- Chứng minh rằng: $AB^2 = AD \cdot AC$.

Bài tập 4.21. Cho tam giác ABC có $AB > AC$. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $\widehat{ACD} = \widehat{ABC}$. Chứng minh rằng: $AC^2 = AD \cdot AB$.

Bài tập 4.22. Cho tam giác ABC, trên cạnh AB lấy điểm D, trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $\widehat{ADE} = \widehat{ACB}$.

- Chứng minh rằng: tam giác ADE đồng dạng với tam giác ACB và viết tỉ số đồng dạng.
- Chứng minh $AD \cdot AB = AE \cdot AC$.

Bài tập 4.23. Cho tam giác ABC trên tia đối của tia AB lấy điểm D, trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho $\widehat{ADE} = \widehat{ACB}$.

- Chứng minh rằng: tam giác ADE đồng dạng với tam giác ACB và viết tỉ số đồng dạng.
- Chứng minh $AD \cdot AB = AE \cdot AC$.

Bài tập 4.24. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF.

- Chứng minh: tam giác ABE đồng dạng với tam giác ACF và suy ra $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.
- Chứng minh: $BF \cdot BA = BD \cdot BC$.
- Chứng minh: $CD \cdot CB = CE \cdot CA$.

Bài tập 4.25. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

- Chứng minh: tam giác AHE đồng dạng với tam giác BHD và suy ra $HA \cdot HD = HB \cdot HE$.
- Chứng minh: $HA \cdot HD = HC \cdot HF$.

Bài tập 4.26. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

- So sánh: $\widehat{HBD}$ và $\widehat{CAD}$ và chứng minh $DB \cdot DC = DA \cdot DH$.
- Chứng minh: $EA \cdot EC = EB \cdot EH$.
- Chứng minh: $FA \cdot FB = FC \cdot FH$.

Bài tập 4.27. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Chứng minh:

a) $AF.AB = AH.AD = AE.AC.$

b) $BF.BA = BH.BE = BD.BC$

c) $CE.CA = CH.CF = CD.CB.$

Bài tập 4.28. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Chứng minh: $BF.BA + CE.CA = BC^2$ và viết hai hệ thức tương ứng.

Bài tập 4.29. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Chứng minh: $BH.BE + CH.CF = BC^2$ và viết hai hệ thức tương ứng.

Bài tập 4.30. Cho tam giác ABC có $\widehat{ACB} = 90^\circ + \widehat{ABC}$. Kẻ đường cao AH của tam giác ABC. Chứng minh:

a) $\widehat{ABH} = \widehat{CAH}.$

b) $AH^2 = BH.CH.$

Bài tập 4.31. Cho tam giác ABC nhọn có AA', BB', CC' là ba đường cao và O là trực tâm. Lấy điểm B_1 thuộc đoạn OB, C_1 thuộc đoạn OC sao cho $\widehat{AB_1C} = \widehat{AC_1B} = 90^\circ$. Chứng minh:

a) $AB_1^2 = AC.AB'$ và $AC_1^2 = AB.AC'.$

b) $AC.AB' = AB.AC'.$

c) $AB_1 = AC_1.$

Bài tập 4.32. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Chứng minh:

a) $AB^2 = BH.BC$ và $AC^2 = CH.CB.$

b) $AB^2 + AC^2 = BC^2.$

Bài tập 4.33. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Chứng minh:

a) $AH^2 = BH.CH.$

b) $AH.BC = AB.AC.$

Bài tập 4.34. Cho tam giác ABC có $AB < AC$ và AD là đường phân giác trong. Vẽ tia Dx cùng phía A đối với BC sao cho $\widehat{CDx} = \widehat{BAC}$, Dx cắt AC tại E.

a) Chứng minh: tam giác DCE đồng dạng với tam giác ACB và viết tỉ số đồng dạng.

b) Chứng minh: $DE = DB.$

Bài tập 4.35. Cho tam giác ABC có AI là đường phân giác trong. Kẻ $BD \perp AI$ tại D, $CE \perp AI$ tại E. Chứng minh:

a) $\frac{AD}{AE} = \frac{DB}{CE}.$

b) $\frac{ID}{IE} = \frac{BD}{CE}.$

c) $\frac{AD}{AE} = \frac{ID}{IE}.$

Bài tập 4.36. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của B, C lên tia phân giác trong góc A. Gọi I là giao điểm của CD và EB. Chứng minh:

a) $\frac{AD}{AE} = \frac{DB}{CE}.$

b) $\frac{AD}{AE} = \frac{IB}{IE}.$

c) $AI \parallel BD.$

Bài tập 4.37. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B, C lên tia phân giác trong góc A. Gọi K là giao điểm của FB và CE. Chứng minh:

a) $\frac{AK}{AF} = \frac{KB}{KF}.$

b) $AK \parallel BE$ và $KA \perp AE$ tại A.

c) AK là tia phân giác của góc ngoài đỉnh A của tam giác ABC.

Bài tập 4.38. Cho tam giác ABC có $AB = 4\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$, $\widehat{B} = 2\widehat{C}$.

a) Vẽ đường phân giác trong BD của tam giác ABC. Chứng minh: $AD = \frac{4}{9}AC.$

b) Chứng minh: tam giác ABD đồng dạng với tam giác ACB, viết tỉ số đồng dạng và tính AC.

Bài tập 4.39. Cho tam giác ABC có $AB = 4\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$, $\widehat{B} = 2\widehat{C}$. trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = BC.$

a) Chứng minh: $\widehat{ACD} = \widehat{ABC}.$

b) Chứng minh: $AC^2 = AB.AD$ và tính AC.

Bài tập 4.40. Cho tam giác ABC có $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$ và $\widehat{B} = 2\widehat{C}$. trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = BC$. Chứng minh

a) $\widehat{ACD} = \widehat{ABC}.$

b) $b^2 = ac + c^2.$

Bài tập 4.41. Cho tam giác ABC có đường phân giác trong AD. Trên tia AC lấy điểm E sao cho $\widehat{ADE} = \widehat{ABD}$. Chứng minh:

- a) $\widehat{ADE} < \widehat{ADC}$ suy ra E nằm giữa A và C. b) Tam giác ABD đồng dạng với tam giác ADE.
- c) $AD^2 < AB.AC$.

Bài tập 4.42. Cho tam giác ABC có đường phân giác trong AD. Trên tia đối của tia của tia DA lấy điểm E sao cho $\widehat{ECD} = \widehat{BAD}$. Chứng minh:

- a) $AD.DE = BD.CD$. b) $AD.AE = AB.AC$.
- c) $AD^2 = AB.AC - BD.CD$.

Bài tập 4.43. Cho tam giác ABC có đường phân giác ngoài AE. Trên tia EA lấy điểm F sao cho $\widehat{ECF} = \widehat{EAB}$. Chứng minh:

- a) $\widehat{ECF} > \widehat{ECA}$ và suy ra E nằm giữa E và F. b) $AE.EF = BE.CE$.
- c) $AE.AF = AB.AC$. d) $AE^2 = BE.CE - AB.AC$.

Bài tập 4.44. Cho tam giác ABC kẻ tia phân giác góc ngoài ở đỉnh B và C cắt nhau tại K. Đường thẳng vuông góc với AK tại K cắt AB, AC theo thứ tự tại D, E.

- a) Tia AK là tia gì của góc DAE.
- b) Chứng minh: $\widehat{BKD} = \widehat{KCE} = \frac{1}{2}(\widehat{BAC} + \widehat{ABC})$.
- c) Chứng minh: tam giác BDK đồng dạng với tam giác EKC.

Bài tập 4.45. Cho tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ sao $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$, $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'} = 180^\circ$, $\widehat{ABC} > \widehat{A'B'C'}$. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D sao cho $\widehat{DAB} = \widehat{BAC}$. Chứng minh:

- a) $\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$.
- b) $\frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$.
- c) Tam giác ABD đồng dạng với tam giác $A'B'C'$ và $\frac{AD}{BD} = \frac{A'C'}{B'C'}$.

Bài tập 4.46. Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AM với $\widehat{BAM} = \widehat{ACB}$. Chứng minh:

- a) Tam giác MAB đồng dạng với tam giác ACB.
- b) $BC^2 = 2AB^2$

Bài tập 4.47. Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AM. Qua D thuộc BC vẽ đường thẳng song song với AM lần lượt cắt AB tại E và cắt AC tại F. Chứng minh:

- a) $\frac{DE}{AM} = \frac{BD}{BM}$ và $\frac{DF}{AM} = \frac{CD}{CM}$. b) $\frac{DE}{AM} + \frac{DF}{AM} = 2$.

Bài tập 4.48. Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AM. Qua D thuộc BC vẽ đường thẳng song song với AM lần lượt cắt AB tại E và cắt AC tại F.

- a) Chứng minh: $DE + DF = 2AM$.
- b) Qua A kẻ đường thẳng song song với BC và cắt EF ở K. Chứng minh: $DK = AM$, $KF = KE$

Bài tập 4.49. Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AM. Qua D thuộc BC vẽ đường thẳng song song với AM lần lượt cắt AB tại E và cắt AC tại F.

- a) Chứng minh: khi D di động trên cạnh BC thì $DE + DF$ không đổi.
- b) Qua A kẻ đường thẳng song song với BC và cắt EF ở K. Chứng minh K là trung điểm của EF.

Bài tập 4.50. Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến AM và BN. Biết rằng: $\widehat{CAM} = \widehat{CBN}$.

- a) Chứng minh: tam giác CAM đồng dạng với tam giác CBN.
- b) Chứng minh: $AC.CN = BC.CM$ và $AC = BC$

Bài tập 4.51. Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến AM và BN. Biết rằng: $\widehat{CAM} = \widehat{CBN} = 30^\circ$. Kẻ $CH \perp AM$ tại H. Chứng minh:

- a) $AC = BC$.

b) $CH = CM = \frac{1}{2}AC$ suy ra H trùng với M.

c) Tam giác ABC là tam giác đều.

Bài tập 4.52. Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy D thuộc cạnh AB, M thuộc cạnh BC, E thuộc cạnh AC sao cho $\widehat{DME} = \widehat{ABC}$.

a) Chứng minh: $\widehat{BDM} = \widehat{CME}$.

b) Chứng minh: tam giác BDM đồng dạng với tam giác CME và viết tỉ số đồng dạng.

Bài tập 4.53. Cho tam giác ABC cân tại A có $BC = 2a$. Lấy D thuộc cạnh AB, M thuộc cạnh BC, E thuộc cạnh AC sao cho $\widehat{DME} = \widehat{ABC}$. Chứng minh:

a) $\widehat{BMD} = \widehat{MEC}$.

b) Tam giác BMD đồng dạng với tam giác CEM.

c) $BD \cdot CE = a^2$.

Bài tập 4.54. Cho tam giác ABC đều có trọng tâm O. Gọi M thuộc BC vẽ $MP \perp AB$ tại P, $MQ \perp AC$ tại Q. MP cắt OC ở K, KQ cắt OM tại S.

a) Chứng minh: MIOK là hình bình hành, suy ra S là trung điểm của IK.

b) Chứng minh: tam giác BIM và tam giác CKM là các tam giác cân.

c) Chứng minh: tam giác BIP đồng dạng với tam giác CKQ suy ra $\frac{CK}{KQ} = \frac{BI}{IP}$.

d) Chứng minh: $IK \parallel PQ$.

e) PQ cắt OM tại R. Chứng minh R là trung điểm của PQ.

Bài tập 4.55. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, $AB = 4\text{cm}$, $DC = 9\text{cm}$, $BC = 13\text{cm}$. Gọi M là trung điểm của AD, I là giao điểm của AD và BC. Kẻ $MH \perp BC$ tại H, $BK \perp CD$ tại K.

a) Tứ giác ABKD là hình gì? Tính KC, BK, AD.

b) Tính IA, IM.

c) Chứng minh: tam giác IMH đồng dạng với tam giác BKC và tính MH.

Bài tập 4.56. Cho hình bình hành ABCD có $AC > BD$. Kẻ $CE \perp AB$ tại E, $CF \perp AD$ tại F, $BH \perp AC$ tại K. Chứng minh:

a) $AB \cdot AE = AH \cdot AC$.

b) $AD \cdot AF = AK \cdot AC$.

c) $AH + AK = AC$ và $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$.

Bài tập 4.57. Cho hình bình hành ABCD có $AC > BD$. Kẻ $CE \perp AB$ tại E, $CF \perp AD$ tại F, $BH \perp AC$ tại K. Chứng minh:

a) $AB \cdot AE = AH \cdot AC$.

b) $BC \cdot AF = HC \cdot AC$.

c) $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$.

Bài tập 4.58. Cho hình chữ nhật ABCD có $AD = mCD$ ($m > 0$). Lấy điểm M trên cạnh AB, tia phân giác của góc CDM cắt BC ở P. Qua D vẽ đường thẳng vuông góc với DP cắt đường thẳng AB tại E. Chứng minh:

a) Tam giác ADE đồng dạng với tam giác DCP và $AE = mCP$.

b) Tam giác DME cân tại M.

c) $DM = AM + mCP$.

Bài tập 4.59. Cho hình thoi ABCD có độ dài cạnh là a. Đường thẳng qua C cắt tia đối của tia BA, DA ở M và N.

a) Chứng minh: tam giác BCM đồng dạng với tam giác DNC và viết tỉ số đồng dạng.

b) Chứng minh: $MB \cdot DN = a^2$.

Bài tập 4.60. Cho tam giác ABC vuông tại A, hình vuông EFCH nội tiếp tam giác ABC sao cho $E \in AB$, $F \in AC$, $G \in BC$, $H \in BC$.

a) Chứng minh: $\widehat{ABC} = \widehat{GFC}$ và tam giác BHE đồng dạng với tam giác FGC.

b) Chứng minh: $BH \cdot GC = EH \cdot FG$.

c) Tính HG nếu biết $HB = 3\text{cm}$, $CG = 27\text{cm}$.

Bài tập 4.61. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = 90^\circ$. Gọi I, K lần lượt là hình chiếu của B, C lên AD, H, L lần lượt là hình chiếu của O lên BI, CK.

a) Chứng minh: tam giác BOH đồng dạng với tam giác DCK và $\frac{OH}{BI} = \frac{OB}{AB}$.

b) Chứng minh: tam giác COL đồng dạng với tam giác DCK và $\frac{OL}{CK} = \frac{OC}{OD}$.

c) Chứng minh: $\frac{OB}{AB} = \frac{OC}{OD}$ và $\frac{OH}{OL} = \frac{BI}{CK}$.

Bài tập 4.62. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = 90^\circ$. Gọi I, K lần lượt là hình chiếu của B, C lên AD, H, L lần lượt là hình chiếu của O lên BI, CK. Gọi M là giao điểm của CI và BK, S và R lần lượt là hình chiếu của M lên BI và CK. Chứng minh:

a) $\frac{OH}{OL} = \frac{BI}{BK}$.

b) Tam giác BIM đồng dạng với tam giác KMC và $\frac{MS}{MR} = \frac{BI}{CK}$.

c) $HL = SR$ và $OH = MS$.

d) $OM \perp HL$ và $OM \perp AD$.

Bài tập 4.63. Cho góc nhọn xOy có tia phân giác Ot. Trên tia Ox lấy các điểm A và C' sao cho $OA = 24\text{cm}$, $OC' = 18\text{cm}$. Trên tia Oy lấy các điểm A' và C sao cho $OA' = 16\text{cm}$, $OC = 27\text{cm}$. Trên tia Ot lấy các điểm B và B' sao cho $OB = 21\text{cm}$, $OB' = 14\text{cm}$.

a) Tính các tỉ số $\frac{AB}{A'B'}$, $\frac{BC}{B'C'}$, $\frac{AC}{A'C'}$.

b) Chứng minh tam giác ABC đồng dạng với tam giác A'B'C'.

Bài tập 4.64. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ và $a^2 = bc$. Gọi h_a, h_b, h_c lần lượt là độ dài đường cao kẻ từ A, B, C của tam giác ABC.

a) Chứng minh: $a.h_a = b.h_b = c.h_c$.

b) Chứng minh: $\frac{h_a}{a} = \frac{h_b}{b} = \frac{h_c}{c}$.

c) Chứng minh: tam giác ABC đồng dạng với tam giác có độ dài các cạnh bằng độ dài các đường cao của tam giác ABC.

MỘT SỐ YẾU TỐ TRONG XÁC SUẤT

BÀI 1. MÔ TẢ XÁC SUẤT BẰNG TỈ SỐ

Ví dụ 1.1. Một hộp chứa 10 tấm thẻ cùng loại, được đánh số từ 3 đến 12. Chọn ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp. Hãy liệt kê các kết quả cho mỗi biến cố sau

- a) $A =$ “số ghi trên thẻ lấy ra chia hết cho 3”.
 b) $B =$ “số ghi trên thẻ lấy ra chia hết cho 6”.
 c) $C =$ “số ghi trên thẻ lấy ra là số nguyên tố”.
 d) $D =$ “số ghi trên thẻ lấy ra là số lẻ 3”.

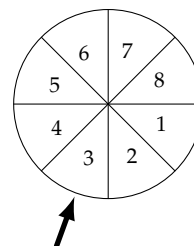
A KẾT QUẢ THUẬN LỢI

Định nghĩa 1.1. Trong một phép thử, mỗi kết quả làm cho một biến cố xảy ra được gọi là một kết quả thuận lợi cho biến cố đó.

Bài tập 1.1. Trên bàn có một tấm bìa hình tròn được chia thành 8 hình quạt bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 8 như hình 1. Xoay tấm bìa quanh tâm hình tròn và xem khi tấm bìa dừng lại, mũi tên chỉ vào ô ghi số nào. Xét các biến cố sau

- A: “Mũi tên chỉ vào ô ghi số chẵn”.
- B: “Mũi tên chỉ vào ô ghi số chia hết cho 4”.
- C: “Mũi tên chỉ vào ô ghi số nhỏ hơn 3”.

Hãy nêu các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố trên.



Hình 1

B MÔ TẢ XÁC SUẤT BẰNG TỈ SỐ

Thực hiện phép thử: gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất. Gọi A là biến cố gieo được mặt có số chấm chia hết cho 3.

- a) Hãy liệt kê các số kết quả thuận lợi của biến cố A .
 b) Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu trường hợp có thể xảy ra của phép thử.
 c) Lập tỉ số giữa kết quả thuận lợi của biến cố A và tổng số kết quả có thể xảy ra của phép thử.

Định nghĩa 1.2. Khi tất cả các kết quả của một trò chơi hay phép thử nghiệm đều có khả năng xảy ra bằng nhau thì xác suất xảy ra của biến cố A là tỉ số giữa kết quả thuận lợi cho A và tổng số kết quả có thể xảy ra của phép thử, tức là

$$P(A) = \frac{\text{Số kết quả thuận lợi cho } A}{\text{Tổng số kết quả có thể xảy ra}}.$$

Lưu ý.

Để phân biệt với xác suất thực nghiệm, xác suất $P(A)$ xác định ở công thức trên còn được gọi là xác suất lí thuyết của biến cố A .

Câu 1.1. Thực hiện gieo 1 con xúc xắc. Xác suất của biến cố : “Gieo được mặt 8 chấm” là

- A. 50%. B. 0%. C. 100%. D. 16,7%.

Câu 1.2. An và Bình mỗi người gieo một con xúc xắc. Tìm xác suất của biến cố : “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 1”.

- A. 1. B. 0. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 1.3. Một túi đựng 6 tấm thẻ được ghi các số 6; 8; 10; 14; 16. Xét biến cố “Rút được tấm thẻ chia hết cho 2”. Xác suất của biến cố trên bằng bao nhiêu?

- A. 0. B. 0,5.
C. 1. D. Các đáp án trên đều đúng.

Câu 1.4. Minh lấy ngẫu nhiên một viên bi trong một túi đựng 5 viên bi trắng và 5 viên bi đen có cùng kích thước. Tìm xác suất của biến cố: “Minh lấy được viên bi màu đỏ”.

- A. 1. B. 0,5. C. 0,8. D. 0.

Câu 1.5. Thực hiện gieo một con xúc xắc. Xác suất của biến cố: “Gieo được mặt 4 chấm” là

- A. 0. B. $\frac{1}{6}$. C. 50%. D. 1.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN ❖

Bài tập 1.2. Trong phép thử gieo một con xúc xắc ở ví dụ trên, tính xác suất của các biến cố sau

- A: “Gieo được mặt có số chấm là số lẻ”.
- B: “Gieo được mặt có nhiều hơn 3 chấm”.

Bài tập 1.3. Hãy trả lời câu hỏi ở phần mở đầu.

Bài tập 1.4. Tỷ lệ thành viên nữ của một câu lạc bộ nghệ thuật là 60%. Tổng số thành viên của câu lạc bộ là 25 người.

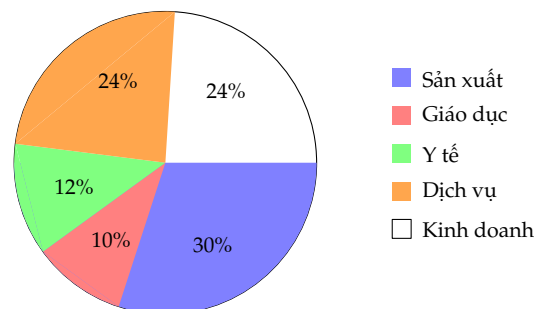
- a) Gặp ngẫu nhiên 1 thành viên của câu lạc bộ, tính xác suất thành viên đó là nữ.
- b) Em có nhận xét gì về tỷ lệ thành viên nữ và xác suất trên?

Bài tập 1.5. Một khu phố có 200 người lao động, mỗi người làm việc ở một trong năm lĩnh vực là Kinh doanh, Sản xuất, Giáo dục, Y tế và Dịch vụ. Biểu đồ trong hình 2 thống kê tỷ lệ người lao động thuộc mỗi lĩnh vực nghề nghiệp.

Gặp ngẫu nhiên một người lao động của khu phố.

- a) Tính xác suất người đó có công việc thuộc lĩnh vực Giáo dục.
- b) Tính xác suất người đó có công việc không thuộc lĩnh vực Y tế hay Dịch vụ.

Tỷ lệ ngành nghề thuộc một số lĩnh vực



Bài tập 1.6. Trong hộp có 5 quả bóng có kích thước và khối lượng giống nhau và được đánh số lần lượt là 5; 8; 10; 13; 16. Lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp. Tính xác suất của các biến cố

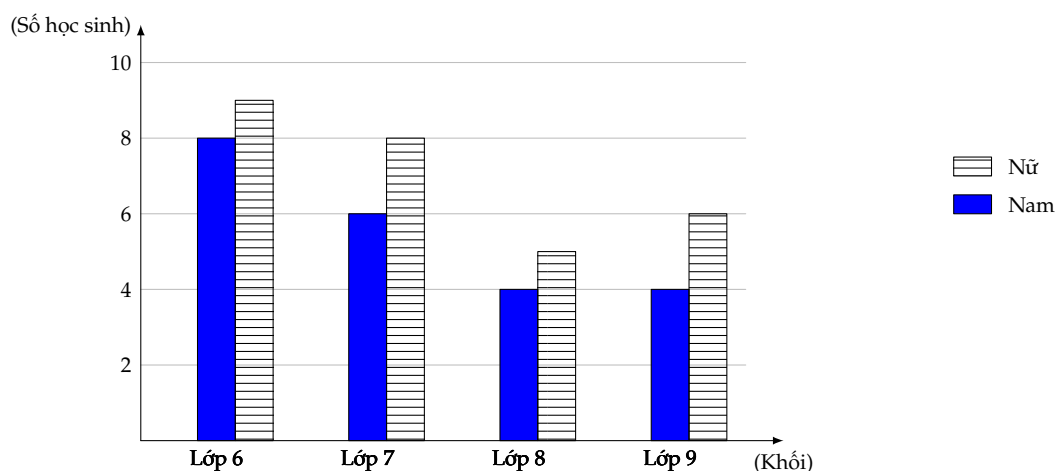
- a) A: “Số ghi trên quả bóng là số lẻ”.
- b) B: “Số ghi trên quả bóng chia hết cho 3”.
- c) C: “Số ghi trên quả bóng lớn hơn 4”.

Bài tập 1.7. Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng có kích thước và khối lượng giống nhau. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp. Tính xác suất của các biến cố

- a) A: “Viên bi lấy ra có màu xanh”.
- b) B: “Viên bi lấy ra không có màu đỏ”.

Bài tập 1.8. Trong hộp có 10 tấm thẻ cùng loại, trên mỗi thẻ có ghi một số tự nhiên. Lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Biết rằng xác suất lấy được thẻ ghi số chẵn gấp 4 lần xác suất lấy được thẻ ghi số lẻ. Hỏi trong hộp có bao nhiêu thẻ ghi số lẻ?

Bài tập 1.9. Số lượng học sinh tham gia Câu lạc bộ Cờ vua của một trường được biểu diễn ở biểu đồ sau

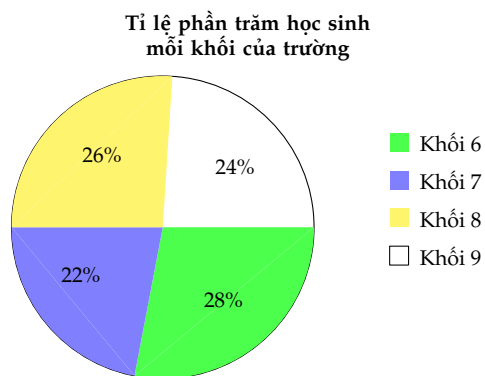


Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong Câu lạc bộ Cờ vua của trường đó. Tính xác suất của các biến cố

- A: “Học sinh được chọn là nữ”.
- B: “Học sinh được chọn học lớp 8”.
- C: “Học sinh được chọn là nam và không học lớp 7”.

Bài tập 1.10. Một trường THCS có 600 học sinh. Tỷ lệ phần trăm học sinh của mỗi khối lớp được cho ở biểu đồ trong hình bên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường để đi dự phỏng vấn. Biết rằng mỗi học sinh của trường đều có khả năng được lựa chọn như nhau.

- Tính xác suất của biến cố “Học sinh được chọn thuộc khối 9”.
- Tính xác suất của biến cố “Học sinh được chọn không thuộc khối 6”.



BÀI 2. XÁC SUẤT LÝ THUYẾT VÀ XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM

Định nghĩa 2.1.

- Gọi $P(A)$ là xác suất xuất hiện biến cố A khi thực hiện một phép thử.
- Gọi $n(A)$ là số lần xuất hiện biến cố A khi thực hiện phép thử đó n lần.
- Xác suất thực nghiệm của biến cố A là tỉ số $\frac{n(A)}{n}$.

Tính chất 2.1. Khi n càng lớn, xác suất thực nghiệm của biến cố A càng gần $P(A)$.

BÀI TẬP

Bài tập 2.1. Một hộp kín chứa 3 quả bóng xanh và 2 quả bóng đỏ có cùng kích thước và khối lượng. An lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp.

- Tính tỉ số mô tả xác suất lý thuyết của biến cố “An lấy được bóng xanh”.
- Sau khi lặp lại phép thử đó 100 lần, An ghi lại số lần mình lấy được bóng xanh sau 20; 40; 60; 80 và 100 lần lấy bóng như sau

Số lần lấy bóng	20	40	60	80	100
Số lần lấy được bóng xanh	9	20	32	46	59

Tính các xác suất thực nghiệm của sự kiện “An lấy được bóng xanh” sau 20; 40; 60; 80 và 100 lần thử.

Bài tập 2.2. Mỗi bạn Trọng, Thủy và Khuê tung một đồng xu cân đối và đồng chất 20 lần và ghi lại kết quả ở bảng sau

Người tung	Số lần xuất hiện mặt sấp	Số lần xuất hiện mặt ngửa
Trọng	13	7
Thủy	8	12
Khue	11	9

Gọi A là biến cố “Xuất hiện mặt sấp”.

- Tính các xác suất thực nghiệm của biến cố A sau 20 lần tung của từng bạn.
- Tính xác suất thực nghiệm của biến cố A sau 60 lần tung của cả 3 bạn.
- Tính xác suất thực nghiệm của biến cố A khi tung đồng xu. So sánh xác suất này với các xác suất thực nghiệm vừa tính, em có nhận xét gì?

Bài tập 2.3. Ở một trang trại nuôi gà, người ta nhận thấy xác suất một quả trứng gà có cân nặng trên 42 g là 0,4. Hãy ước lượng xem trong một lô 2 000 quả trứng gà của trang trại

Bài tập 2.4. Trước khi Hà tung một đồng xu cân đối và đồng chất 100 lần, Thọ dự đoán sẽ có trên 70 lần xuất hiện mặt sấp còn Thủy lại dự đoán sẽ có ít hơn 70 lần xuất hiện mặt sấp. Theo em, bạn nào có khả năng đúng cao hơn? Vì sao?

Bài tập 2.5. Một hộp chứa một số quả bóng xanh và bóng đỏ. Linh lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp, xem màu rồi trả bóng lại hộp. Lặp lại phép thử đó 200 lần, Linh thấy có 62 lần lấy được bóng xanh và 138 lần lấy được bóng đỏ.

- Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Lấy được bóng xanh” sau 200 lần thử.
- Biết số bóng xanh trong hộp là 20, hãy ước lượng số bóng đỏ trong hộp.

Bài tập 2.6. Xác suất nảy mầm của một loại hạt giống là 0,8. Người ta đem gieo 1 000 hạt giống đó. Hãy ước lượng xem có khoảng bao nhiêu hạt trong số đó sẽ nảy mầm.

Bài tập 2.7. Phương gieo một con xúc xắc 120 lần và thống kê lại kết quả các lần gieo ở bảng sau

Mặt	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần xuất hiện	21	24	8	5	18	44

Hãy tính xem xác suất thực nghiệm của biến cố “Gieo được mặt có số chấm là số lẻ” sau 120 lần thử trên.

Bài tập 2.8. Ở một sân bay người ta nhận thấy với mỗi chuyến bay, xác suất tất cả mọi người mua vé đều có mặt để lên máy bay là 0,9. Trong một ngày sân bay có 120 lượt máy bay cất cánh. Hãy ước lượng số chuyến bay trong ngày hôm đó có người mua vé nhưng không lên máy bay.

Bài tập 2.9. Một hộp chứa các viên bi màu trắng và đen có kích thước và khối lượng như nhau. Mai lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp. Lặp lại thử nghiệm đó 80 lần, Mai thấy có 24 lần lấy được viên bi màu trắng.

- a) Hãy tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Lấy được viên bi màu đen” sau 80 lần thử.
- b) Biết tổng số bi trong hộp là 10, hãy ước lượng xem trong hộp có khoảng bao nhiêu viên bi trắng.

Bài tập 2.10. Trong một cuộc điều tra, người ta phỏng vấn 300 người được chọn ngẫu nhiên ở một khu dân cư thì thấy có 255 người ủng hộ việc tắt đèn điện trong sự kiện Giờ Trái Đất. Hãy ước lượng xác suất của biến cố “Một người được lựa chọn ngẫu nhiên trong khu dân cư ủng hộ việc tắt đèn điện trong sự kiện Giờ Trái Đất”.

BÀI 3. BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 9

A CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 3.1. Một hộp chứa 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 4 đến 13. Hà lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Xác suất để thẻ chọn ra ghi số nguyên tố là

- A. 0,2. B. 0,3. C. 0,4. D. 0,5.

Câu 3.2. Một hộp chứa các thẻ màu xanh và thẻ màu đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Thọ lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp. Lặp lại thử nghiệm đó 50 lần, Thọ thấy có 14 lần lấy được thẻ màu xanh. Xác suất thực nghiệm của biến cố “Lấy được thẻ màu đỏ” là

- A. 0,14. B. 0,28. C. 0,72. D. 0,86.

Câu 3.3. Tỷ lệ học sinh bị cận thị ở một trường THCS là 16%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường, xác suất học sinh đó không bị cận thị là

- A. 0,16. B. 0,94. C. 0,84. D. 0,5.

Câu 3.4. Vĩnh gieo 3 con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xác suất của biến cố “Tích số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc bằng 28” là

- A. 0. B. $\frac{1}{36}$. C. $\frac{1}{18}$. D. $\frac{1}{12}$.

Câu 3.5. Thúy gieo một con xúc xắc cân đối 1 000 lần. Số lần xuất hiện mặt 6 chấm trong 1 000 lần gieo đó có khả năng lớn nhất thuộc vào tập hợp nào dưới đây?

- A. {0; 1; ...; 100}. B. {101; 102; ...; 200}. C. {201; 202; ...; 300}. D. {301; 302; ...; 400}.

B BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 3.1. Một hộp chứa 6 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt là 2; 3; 5; 8; 13; 21. Lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Tính xác suất của các biến cố

- a) A: “Số ghi trên thẻ là số chẵn”. b) B: “Số ghi trên thẻ là số nguyên tố”.
c) C: “Số ghi trên thẻ là số chính phương”.

Bài tập 3.2. Một túi đựng 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ, 1 viên bi trắng và 1 viên bi vàng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ túi. Tính xác suất của các biến cố

- a) A: “Trong hai viên bi lấy ra có 1 viên bi màu đỏ”.
b) B: “Hai viên bi lấy ra đều không có màu trắng”.

Bài tập 3.3. Tỷ lệ vận động viên đạt huy chương trong một đại hội thể thao là 21%. Gặp ngẫu nhiên một vận động viên dự đại hội. Tính xác suất của biến cố vận động viên ấy đạt huy chương.

Bài tập 3.4. Thảo tung hai đồng xu giống nhau 100 lần và ghi lại kết quả ở bảng sau

Kết quả	Hai đồng sấp	Một đồng sấp, một đồng ngửa	Hai đồng ngửa
Số lần	14	46	40

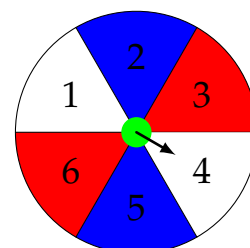
Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Hai đồng xu đều xuất hiện mặt sấp sau 100 lần tung”.

Bài tập 3.5. Xuân bỏ một số viên bi xanh và đỏ có kích thước và khối lượng giống nhau vào túi. Mỗi lần Xuân lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi, xem màu của nó rồi trả lại túi. Lặp lại phép thử đó 100 lần, Xuân thấy có 40 lần mình lấy được viên bi màu đỏ. Biết rằng trong túi có 9 bi xanh, hãy ước lượng xem trong túi có bao nhiêu viên bi màu đỏ.

Bài tập 3.6. Một tấm bìa hình tròn được chia thành 6 phần bằng nhau như hình bên. Bạn Thủy quay mũi tên và quan sát xem khi dừng lại mũi tên chỉ vào ô số mấy. Thủy ghi lại kết quả sau 120 lần thí nghiệm ở bảng sau

Ô số	1	2	3	4	5	6
Số lần	15	9	16	23	32	25

- a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Mũi tên chỉ vào ô có màu trắng”.
b) Theo em dự đoán, xác suất mũi tên chỉ vào mỗi ô có bằng nhau hay không?
c) Một người nhận định rằng xác suất mũi tên chỉ vào các ô màu xanh bằng xác suất mũi tên chỉ vào các ô màu trắng và bằng xác suất mũi tên chỉ vào các ô màu đỏ. Theo em, kết quả thực nghiệm của bạn Thủy có phù hợp với nhận định đó không?



TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Đặng Đức Trọng. *Bồi dưỡng năng lực tự học toán 6*, Nhà xuất bản Đại học Quốc Gia TP. Hồ Chí Minh, 2020.
- [2] Đặng Đức Trọng. *Bồi dưỡng năng lực tự học toán 7*, Nhà xuất bản Đại học Quốc Gia TP. Hồ Chí Minh, 2020.
- [3] Đặng Đức Trọng. *Bồi dưỡng năng lực tự học toán 8*, Nhà xuất bản Đại học Quốc Gia TP. Hồ Chí Minh, 2020.
- [4] Đặng Đức Trọng. *Bồi dưỡng năng lực tự học toán 9*, Nhà xuất bản Đại học Quốc Gia TP. Hồ Chí Minh, 2020.
- [5] Trần Nam Dũng, *Sách giáo khoa toán 8, Chân Trời Sáng Tạo*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2023.
- [6] Hà Huy Khoái, *Sách giáo khoa toán 8, Kết Nối Tri Thức với Cuộc Sống*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2023.
- [7] Đỗ Đức Thái, *Sách giáo khoa toán 8, Cánh Diều*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2023.