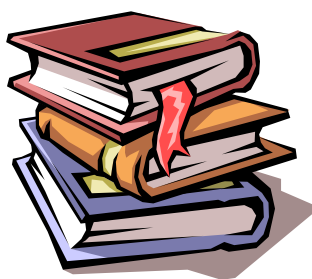


Tailieumontoan.com



Điện thoại (Zalo) 039.373.2038



CỦNG CỐ KIẾN THỨC TOÁN 7 TẬP 1

(Liệu hệ tài liệu word môn toán SĐT (zalo) : 039.373.2038)



Tài liệu sưu tầm, ngày 15 tháng 8 năm 2023



MỤC LỤC

Chương 1. Số hữu tỉ

Chương 2. Số thực

Chương 3. Góc và đường thẳng song song

Chương 4. Tam giác

Chương 5. Thu thập và biểu diễn dữ liệu



**BÀI 1. TẬP HỢP SỐ HỮU TỈ****I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

1. Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$. Tập hợp số hữu tỉ được kí hiệu là $\mathbb{Q}$.

2. Bất kỳ số hữu tỉ nào cũng có thể biểu diễn trên trục số. Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỉ a được gọi là điểm a .

Trên trục số, hai điểm biểu diễn của hai số hữu tỉ đối nhau a và $-a$ nằm về hai phía khác nhau so với gốc O và có cùng khoảng cách đến O .

3. Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bất kỳ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó.

Với hai số hữu tỉ a, b bất kỳ, ta luôn có hoặc $a = b$ hoặc $a < b$ hoặc $a > b$.

- Cho ba số hữu tỉ a, b, c . Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$ (tính chất bắc cầu).
- Trên trục số, nếu $a < b$ thì điểm a nằm trước điểm b .
- Trên trục số, các điểm nằm trước gốc O biểu diễn số hữu tỉ âm (nhỏ hơn 0); các điểm nằm sau gốc O biểu diễn số hữu tỉ dương (lớn hơn 0). Số 0 không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP**Dạng 1. Nhận biết quan hệ giữa các tập hợp số**

Phương pháp giải: Sử dụng các kí hiệu $\in, \notin$ để biểu diễn mối quan hệ giữa các số với tập hợp.

1A. Điền kí hiệu ($\in, \notin$) thích hợp vào ô trống:

$7 \square \mathbb{N}$

$-3 \square \mathbb{Z}$

$-\frac{4}{3} \square \mathbb{Q}$

$\frac{6}{-5} \square \mathbb{Q}$

$\frac{8}{9} \square \mathbb{Z}$

$\frac{3}{4} \square \mathbb{N}$

$-5 \square \mathbb{N}$

$9 \square \mathbb{Z}$

1B. Điền kí hiệu ($\in, \notin$) thích hợp vào ô trống:

$\frac{2}{3} \square \mathbb{N}$

$-\frac{3}{8} \square \mathbb{Q}$

$-19 \square \mathbb{Z}$

$\frac{2}{-5} \square \mathbb{Q}$

$23 \square \mathbb{Z}$

$-\frac{13}{5} \square \mathbb{Q}$

$-26 \square \mathbb{N}$

$-39 \square \mathbb{Z}$



2A. Các số hữu tỉ sau là số hữu tỉ âm hay số hữu tỉ dương

a) $-\frac{5}{6}$; b) $\frac{-2}{-5}$; c) $\frac{0}{-7}$.

2B. Các số hữu tỉ sau là số hữu tỉ âm hay số hữu tỉ dương

a) $\frac{-7}{-13}$; b) $\frac{2}{-17}$; c) $-\frac{-6}{5}$.

Dạng 2. Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

Phương pháp giải: Khi biểu diễn số hữu tỉ trên trục số, ta viết số đó về dạng phân số có mẫu dương, tối giản. Khi đó, mẫu của phân số đó cho ta biết đoạn thẳng đơn vị được chia thành bao nhiêu phần bằng nhau.

3A. Biểu diễn các số hữu tỉ sau trên trục số: $\frac{-3}{2}; \frac{1}{4}$.

3B. Biểu diễn các số hữu tỉ sau trên trục số: $\frac{5}{2}; \frac{1}{-3}$.

Dạng 3. Tìm những phân số biểu diễn cùng một số hữu tỉ

Phương pháp giải: Để tìm những phân số biểu diễn cùng một số hữu tỉ, ta làm như sau:

Bước 1. Đưa số hữu tỉ về dạng phân số $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$), rút gọn về phân số tối giản (nếu có thể).

Bước 2. Rút gọn các phân số còn lại về tối giản.

Bước 3. Tìm những phân số biểu diễn cùng một giá trị.

Bước 4. Kết luận.

4A. Cho các phân số: $\frac{7}{-35}; \frac{-4}{20}; -\frac{5}{35}; \frac{-23}{115}$.

Những phân số nào cùng biểu diễn số hữu tỉ $\frac{-1}{5}$.

4B. Cho các phân số: $-\frac{3}{2}; \frac{-15}{12}; \frac{18}{-12}; \frac{-57}{38}$.

Những phân số nào cùng biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{3}{2}$.

Dạng 4. So sánh hai số hữu tỉ

Phương pháp giải: Để so sánh hai số hữu tỉ, ta thường làm như sau:

Bước 1. Viết số hữu tỉ dưới dạng phân số có mẫu dương;

Bước 2. Quy đồng mẫu các phân số.



Bước 3. So sánh tử của các phân số đã quy đồng ở bước 2.

Bước 4. Kết luận.

Lưu ý: Ngoài phương pháp so sánh hai phân số theo cách trên, ta có thể sử dụng linh hoạt các phương pháp: so sánh trung gian, so sánh phần bù, so sánh hai phân số có cùng tử số (dương),...

5A. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{-3}{4}$ và $\frac{-2}{3}$; b) $\frac{24}{-60}$ và $\frac{-33}{44}$; c) $\frac{-75}{85}$ và $\frac{34}{-68}$.

5B. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $1\frac{2}{3}$ và 1,25; b) $2\frac{4}{5}$ và $\frac{19}{6}$; c) $-\frac{26}{52}$ và $\frac{17}{-51}$.

6A. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần:

$$\frac{-6}{7}; \frac{7}{5}; \frac{-7}{4}; 0; \frac{8}{13}; \frac{2}{3}$$

6B. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần:

$$\frac{-13}{12}; \frac{-4}{5}; \frac{-17}{15}; \frac{1}{5}; 0; \frac{9}{4}$$

7A. Tìm số nguyên x, y biết: $\frac{-8}{15} < \frac{x}{15} < \frac{y}{15} < \frac{1}{-3}$

7B. Tìm số nguyên x, y biết: $\frac{1}{2} > \frac{x}{4} > \frac{y}{8} > \frac{1}{24}$.

Dạng 5. Tìm điều kiện để số hữu tỉ âm hoặc dương

Phương pháp giải: vận dụng các kiến thức về số hữu tỉ để giải.

· Số hữu tỉ âm là số hữu tỉ nhỏ hơn 0 và số hữu tỉ dương là số hữu tỉ lớn hơn 0.

- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ dương khi a, b cùng dấu.
- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ âm khi a, b khác dấu.

8A. Số nguyên n có điều kiện gì thì số hữu tỉ $\frac{n}{-5}$ là số hữu tỉ dương.

8B. Số nguyên n có điều kiện gì thì số hữu tỉ $\frac{n-9}{13}$ là số hữu tỉ âm.

9A. Cho số hữu tỉ $x = \frac{n+5}{3}$. Với điều kiện nào của số n thì:



- a) x là số hữu tỉ dương.
- b) x là số hữu tỉ âm.
- c) x không là số hữu tỉ âm cùng không là số hữu tỉ dương.

9B. Cho số hữu tỉ $x = \frac{13-n}{-5}$. Với điều kiện nào của số n thì:

- a) x là số hữu tỉ dương.
- b) x là số hữu tỉ âm.
- c) x không là số hữu tỉ âm cùng không là số hữu tỉ dương.

10A. Tìm các số nguyên m để hai số hữu tỉ $\frac{m+2}{5}$ và $\frac{m-5}{-6}$ đều là số hữu tỉ dương.

10B. Tìm các số nguyên m để hai số hữu tỉ $\frac{1-m}{-13}$ và $\frac{5-m}{3}$ đều là số hữu tỉ âm.

11A. Tìm điều kiện của m để $x = \frac{m+3}{m-2}$ là số hữu tỉ?

11B. Tìm điều kiện của m để $x = \frac{m+5}{3m-1}$ là số hữu tỉ?

Dạng 6. Toán có nội dung thực tế

Phương pháp giải: Vận dụng các kiến thức về số hữu tỉ để giải.

12A. Mai có thói quen đạp xe vào cuối tuần. Hôm thứ Bảy, Mai đạp được $20\frac{1}{2}$ km trong 2 tiếng.

Hôm Chủ nhật, Mai đạp được 30,45 km trong 3 tiếng. Hỏi ngày nào Mai đạp xe nhanh hơn?

12B. Trong cuộc điều tra sở học sinh yêu thích các môn học của lớp 7A, Bạn Hưng lớp trưởng đã ghi được kết quả như sau: $\frac{2}{3}$ số học sinh trong lớp yêu thích môn Toán, $\frac{3}{7}$ số học sinh yêu thích môn Ngữ Văn và 56% số học sinh yêu thích môn Tiếng Anh. Biết rằng một học sinh có thể thích nhiều môn học. Hỏi môn nào được các bạn học sinh lớp 7A thích nhất?

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

13. Điền kí hiệu ($\in, \notin$) thích hợp vào ô vuông:

$$-16 \quad \square \quad \mathbb{N}$$

$$197 \quad \square \quad \mathbb{Z}$$

$$-\frac{2}{3} \quad \square \quad \mathbb{Q}$$

$$-13 \quad \square \quad \mathbb{Q}$$

14. Trong các câu sau đây, câu nào đúng, câu nào sai:

- a) Số 0 là số hữu tỉ dương.



b) Số nguyên và số tự nhiên đều là số hữu tỉ.

c) Số hữu tỉ dương lớn hơn số hữu tỉ âm.

d) Số 0 nhỏ hơn số hữu tỉ âm.

15. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $0,75$ và $\frac{3}{5}$

b) $\frac{-15}{23}$ và $\frac{151515}{-232323}$

c) $-\frac{17}{2}$ và $-8,7$

16. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A = \frac{x-5}{9-x}$:

a) Là số hữu tỉ.

b) Là số hữu tỉ dương.

c) Không là số hữu tỉ dương, không là số hữu tỉ âm.

d) Có giá trị là số nguyên.

17. Tìm điều kiện của a để $x = \frac{3a+5}{1-a}$ là số hữu tỉ?



**HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ****1A.**

$7 \in \mathbb{N}$

$-3 \in \mathbb{Z}$

$-\frac{4}{3} \in \mathbb{Q}$

$\frac{6}{-5} \in \mathbb{Q}$

$\frac{8}{9} \notin \mathbb{Z}$

$\frac{3}{4} \notin \mathbb{N}$

$-5 \notin \mathbb{N}$

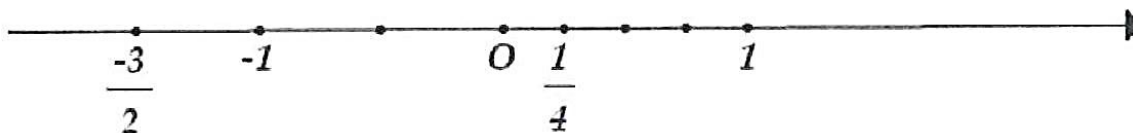
$9 \in \mathbb{Z}$

1B. Tương tự bài 1A. HS tự làm.

2A. Số hữu tỉ âm là $-\frac{5}{6}$, số hữu tỉ dương là, còn số $\frac{0}{-7} = 0$ không là số hữu tỉ âm cũng không là số hữu tỉ dương.

2B. Tương tự bài 2A. HS tự làm.

Đáp số:

Số hữu tỉ dương là: $\frac{-7}{-13}; -\frac{-6}{5}$.Số hữu tỉ âm là: $\frac{2}{-17}$.**3A.****3B.** Học sinh tự biểu diễn tương tự bài 3A.**4A.** Ta có: $\frac{7}{-35} = \frac{-1}{5}$; $\frac{-4}{20} = \frac{-1}{5}$; $-\frac{5}{35} = \frac{-1}{7}$; $\frac{-23}{115} = \frac{-1}{5}$.Do vậy, các phân số cùng biểu diễn số hữu tỉ $\frac{-1}{5}$ là:

$$\frac{7}{-35}; \frac{-4}{20}; \frac{-23}{115}.$$

4B. Tương tự bài 4A. HS tự làm.Đáp số: Các phân số cùng biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{3}{2}$ là: $\frac{18}{-12}; \frac{-57}{38}$.**5A.** Học sinh rút gọn, quy đồng mẫu và so sánh.

Đáp số:



a) Ta có: $\frac{-3}{4} = \frac{-9}{12}$; $\frac{-2}{3} = \frac{-8}{12}$, mà $\frac{-9}{12} < \frac{-8}{12} \Rightarrow \frac{-3}{4} < \frac{-2}{3}$.

b) Ta có: $\frac{24}{-60} = \frac{-2}{5} = \frac{-8}{20}$; $\frac{-33}{44} = \frac{-3}{4} = \frac{-15}{20}$, mà $\frac{-8}{20} > \frac{-15}{20} \Rightarrow \frac{24}{-60} > \frac{-33}{44}$.

c) Ta có: $\frac{-75}{85} = \frac{-15}{17} = \frac{-30}{34}$; $\frac{34}{-68} = \frac{-1}{2} = \frac{-17}{34} \Rightarrow \frac{-75}{85} < \frac{34}{-68}$.

5B. Tương tự bài 5A. HS tự làm.

Đáp số: a) $1\frac{2}{3} > 1,25$ b) $2\frac{4}{5} < \frac{19}{6}$ c) $-\frac{26}{52} < \frac{17}{-51}$.

6A. Học sinh tự quy đồng, so sánh và sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Đáp số: Ta có: $\frac{-7}{4} < -1$; $\frac{-6}{7} > -1$; 0 ; $\frac{8}{13} = \frac{120}{195}$; $\frac{2}{3} = \frac{130}{195}$; $\frac{7}{5} = \frac{273}{195}$

Nên sắp xếp theo thứ tự tăng dần là: $\frac{-7}{4}$; $\frac{-6}{7}$; 0 ; $\frac{8}{13}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{7}{5}$.

6B. Tương tự bài 6A. HS tự làm.

Đáp số: $\frac{-17}{15}$; $\frac{-13}{12}$; $\frac{-4}{5}$; 0 ; $\frac{1}{5}$; $\frac{9}{4}$.

7A. Ta có: $\frac{-8}{15} < \frac{x}{15} < \frac{y}{15} < \frac{1}{-3} = \frac{-5}{15} \Rightarrow \frac{-8}{15} < \frac{x}{15} < \frac{y}{15} < \frac{-5}{15}$.

Từ đó tìm được $x = -7$; $y = -6$

7B. Gợi ý, quy đồng các phân số ta được $\frac{12}{24} > \frac{6x}{24} > \frac{3y}{24} > \frac{1}{24}$

Nên $12 > 6x > 3y > 1$. Vậy $x = y = 1$.

8A. Số hữu tỉ $\frac{n}{-5}$ là số hữu tỉ dương khi n và -5 cùng dấu. Mà $-5 < 0$ nên n là số nguyên âm.

8B. Tương tự bài 8A, HS tự làm.

Đáp số: $n \in \mathbb{Z}, n < 9$.

9A. $x = \frac{n+5}{3}$.

Đáp số:

a) x là số hữu tỉ dương khi $n+5$ và 3 phải cùng dấu. Mà $3 > 0$ nên $n+5 > 0$. Do vậy $n > -5$.

b) x là số hữu tỉ âm khi $n+5$ và 3 phải khác dấu.

Mà $3 > 0$ nên $n+5 < 0$. Do vậy $n < -5$,



c) x không là số hữu tỉ âm cũng không là số hữu tỉ dương khi $n+5=0$. Do đó: $n=-5$.

9B. Đáp số: a) $n > 13$, b) $n < 13$ c) $n = 13$.

10A. Ta có: $\frac{m+2}{5}, \frac{m-5}{-6}$ là các số hữu tỉ dương khi $m+2 > 0$ và $m-5 < 0$. Do vậy $m > -2$ và $m < 5$ nên $m \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

10B. Tương tự bài 10A. HS tự làm.

Đáp số: $m \in \emptyset$.

11A. Ta có: $x = \frac{m+3}{m-2}$ là số hữu tỉ thì $m-2 \neq 0 \Rightarrow m \neq 2$.

11B. Tương tự 11A. Đáp số $m \neq \frac{1}{3}$.

12A. Vận tốc đạp xe ngày thứ Bảy của Mai là:

$$20 \frac{1}{2} : 2 = \frac{41}{4} = 10,25 \text{ (km/h)}$$

Vận tốc đạp xe vào Chủ nhật của Mai là:

$$30,45 : 3 = 10,15 \text{ (km/h)}$$

Vậy thứ Bảy Mai đi nhanh hơn Chủ nhật.

Đáp số: Thứ Bảy Mai đi nhanh hơn.

12B. HS so sánh các phân số biểu thị sự yêu thích các môn học của HS rồi kết luận.

Đáp số: Môn Toán.

13.

$$-16 \notin \mathbb{N}$$

$$197 \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$$

$$-13 \in \mathbb{Q}$$

14. Các câu đúng là: b, c.

Các câu sai là: a, d.

15. HS đưa về dạng phân số tối giản, quy đồng và so sánh (hoặc cũng có thể đưa về số thập phân và so sánh).

Đáp số:

$$\text{a) } 0,75 > \frac{3}{5} (=0,6).$$

$$\text{b) } \frac{-15}{23} = \frac{151515}{-232323}.$$

$$\text{c) } (-8,5) = -\frac{17}{2} > -8,7.$$

$$\text{16. } A = \frac{x-5}{9-x}$$



a) A là số hữu tỉ khi $9 - x \neq 0 \Rightarrow x \neq 9$.

b) A là số hữu tỉ dương.

Để $A = \frac{x-5}{9-x}$ là số hữu tỉ dương thì $x-5$ và $9-x$ cùng dấu.

TH1: $x-5 > 0$ và $9-x > 0$

$\Rightarrow x > 5$ và $x < 9$

$\Rightarrow 5 < x < 9$

TH2: $x-5 < 0$ và $9-x < 0$

$\Rightarrow x < 5$ và $x > 9$ (vô lí).

Vậy với $x \in \mathbb{Z}$ để $A = \frac{x-5}{9-x}$ là số hữu tỉ dương thì $x \in \{6; 7; 8\}$.

c) A không là số hữu tỉ dương, không là số hữu tỉ âm.

Để $A = \frac{x-5}{9-x}$ không là số hữu tỉ dương, không là số hữu tỉ âm thì

$$\frac{x-5}{9-x} = 0 \Rightarrow x-5 = 0 \text{ hay } x = 5.$$

Vậy với $x = 5$ thì $A = \frac{x-5}{9-x}$ không là số hữu tỉ dương, không là số hữu tỉ âm.

d) Có giá trị là số nguyên.

$$\text{Ta có: } A = \frac{x-5}{9-x} = \frac{-(9-x)+4}{9-x} = -1 + \frac{4}{9-x}.$$

$$\text{Để } A \in \mathbb{Z} \text{ thì } \frac{4}{9-x} \in \mathbb{Z} \text{ hay } 4 \mid (9-x)$$

$$\Rightarrow 9-x \in U(4) = \{-4; -2; -1; 1; 2; 4\}$$

Ta được:

$9-x$	-4	-2	-1	1	2	4
x	13	11	10	8	7	5

Vậy để A có giá trị nguyên thì $x \in \{5; 7; 8; 10; 11; 13\}$.

17. Tương tự 6A. Đáp số: $a \neq 1$.





BÀI 2. CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Ta có thể cộng, trừ, nhân, chia hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ, nhân, chia phân số.
2. Phép cộng số hữu tỉ có các tính chất giao hoán, kết hợp, cộng với số đối, cộng với số 0.
3. Phép nhân các số hữu tỉ có các tính chất giao hoán, kết hợp, nhân với số 1, tính chất phân phối.
4. Đối với một tổng trong $\mathbb{Q}$, ta có thể đổi chỗ các số hạng, đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý như các tổng trong $\mathbb{Z}$.
5. Nếu hai số hữu tỉ đều được cho dưới dạng số thập phân thì ta có thể áp dụng quy tắc nhân chia đối với số thập phân.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Cộng, trừ các số hữu tỉ

Phương pháp giải: Để cộng, trừ các số hữu tỉ, ta làm như sau:

Bước 1. Viết các số hữu tỉ dưới dạng phân số cùng mẫu dương.

Bước 2. Cộng, trừ các tử và giữ nguyên mẫu.

Bước 3. Rút gọn kết quả (nếu có thể).

Chú ý: Có thể sử dụng các tính chất của phép cộng số hữu tỉ để tính nhanh, tính hợp lý (nếu có thể).

1A. Tính:

a) $\frac{3}{-21} + \frac{-2}{7};$

b) $\frac{13}{-15} + \frac{-5}{18};$

c) $\frac{-2}{3} - \frac{-6}{5};$

d) $(-3) - \left(-\frac{5}{6}\right).$

1B. Tính:

a) $\frac{-1}{12} + \frac{-1}{18};$

b) $\frac{-3}{7} - \frac{9}{2};$

c) $-\frac{18}{15} + 0,3;$

d) $3,5 - \left(-\frac{2}{7}\right).$

2A. Tính nhanh:



$$a) \left(-\frac{27}{13}\right) + \left(-\frac{23}{15}\right) + \frac{1}{13} + \left(\frac{7}{-15}\right)$$

$$b) \frac{1}{3} - \left[\left(-\frac{5}{4}\right) - \left(-\frac{1}{4} + \frac{8}{3}\right) \right]$$

2B. Tính nhanh:

$$a) \left(\frac{2}{17}\right) + \left(-\frac{12}{25}\right) + \frac{15}{17} + \left(\frac{13}{-25}\right)$$

$$b) \frac{1}{7} - \left[\left(-\frac{3}{11}\right) - \left(\frac{8}{11} - \frac{8}{7}\right) \right]$$

Dạng 2. Nhân, chia các số hữu tỉ

Phương pháp giải: Để nhân, chia các số hữu tỉ, ta làm như sau:

Bước 1. Viết các số hữu tỉ dưới dạng phân số.

Bước 2. Áp dụng quy tắc nhân, chia phân số.

Bước 3. Rút gọn kết quả (nếu có thể).

Chú ý: Có thể sử dụng các tính chất của phép nhân số hữu tỉ để tính nhanh, tính hợp lý (nếu có thể).

3A. Tính:

$$a) -2,5 \cdot \left(-\frac{3}{25}\right);$$

$$b) 2\frac{3}{4} \cdot \frac{-4}{9};$$

$$c) \frac{-6}{13} : \frac{9}{-26};$$

$$d) \left(-1\frac{5}{7}\right) : \left(-2\frac{3}{14}\right).$$

3B. Tính:

$$a) -6,5 \cdot \left(-\frac{7}{26}\right);$$

$$b) 1\frac{1}{3} \cdot \frac{-6}{5};$$

$$c) \frac{-3}{17} : \frac{5}{-34};$$

$$d) 1\frac{2}{9} : 3\frac{5}{18}.$$

4A. Tính:

$$a) \frac{1}{6} \cdot \frac{-9}{5} \cdot \left(-\frac{15}{7}\right);$$

$$b) \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9} + \frac{6}{7} : \frac{4}{3} - \left(1\frac{2}{5} : 1\frac{1}{3}\right);$$

$$c) 4 - \frac{2 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{2}};$$

$$d) \left(1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) : \left(2 - \frac{4}{3} - \frac{4}{5}\right).$$

4B. Tính:

$$a) 21 - 3\frac{3}{4} : \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right);$$

$$b) -\frac{3}{4} + \frac{1}{2} : \frac{5}{6} \cdot \frac{10}{3};$$



$$\text{c) } 12 + \frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}}$$

$$\text{d) } \left(3 - \frac{13}{12} + \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{-1}{12} - 2 + 1\frac{1}{2}\right).$$

5A. Tính một cách hợp lý (nếu có thể):

$$\text{a) } \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{-16} + \frac{1}{7} \cdot \frac{-13}{16};$$

$$\text{b) } \left(\frac{-3}{5} + \frac{5}{6}\right) : \frac{4}{7} + \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{-5}\right) : \frac{4}{7}$$

$$\text{c) } \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{26} - \frac{1}{14} \cdot \frac{-4}{13};$$

$$\text{d) } (-0,25) \cdot 1\frac{1}{5} \cdot \frac{-5}{16} \cdot 2\frac{2}{7}.$$

5B. Tính một cách hợp lý (nếu có thể):

$$\text{a) } \frac{3}{16} \cdot \frac{2}{-7} + \frac{6}{32} \cdot \frac{-12}{7};$$

$$\text{b) } \frac{7}{8} : \left(\frac{-5}{6} + \frac{1}{9}\right) + \frac{7}{8} : \left(3 + \frac{-2}{5}\right);$$

$$\text{c) } \frac{8}{5} \cdot \frac{45}{17} \cdot \left(-\frac{25}{16}\right) \cdot \left(-\frac{34}{9}\right).$$

Dạng 3. Viết một số hữu tỉ dưới dạng tổng hoặc hiệu, tích hoặc thương của nhiều số hữu tỉ
Phương pháp giải:

3.1 Viết số hữu tỉ dưới dạng tổng hoặc hiệu:

Bước 1. Viết số hữu tỉ dưới dạng phân số có mẫu dương.

Bước 2. Viết tử của phân số thành tổng hoặc hiệu của các số nguyên.

Bước 3. "Tách" ra các phân số có tử là các số nguyên tìm được ở bước 2.

Bước 4. Rút gọn (nếu có thể).

3.2 Viết số hữu tỉ dưới dạng tích hoặc thương:

Bước 1. Viết số hữu tỉ dưới dạng phân số.

Bước 2. Viết tử và mẫu của phân số thành tích của hai số nguyên.

Bước 3. "Tách" ra các phân số có tử là các số nguyên tìm được ở bước 2.

Bước 4. Lập tích hoặc thương của các phân số đó.

6A. a) Tìm 2 cách viết số hữu tỉ $\frac{-9}{5}$ thành tổng của hai số hữu tỉ âm;

b) Tìm 2 cách viết số hữu tỉ $\frac{-9}{5}$ thành hiệu của hai số hữu tỉ dương.

6B. a) Tìm 2 cách viết số hữu tỉ $\frac{3}{-16}$ thành tổng của hai số hữu tỉ âm;



b) Tìm 2 cách viết số hữu tỉ $\frac{3}{-16}$ thành hiệu của hai số hữu tỉ dương.

7A. Viết số hữu tỉ $\frac{5}{-21}$ thành:

a) Tích của hai số hữu tỉ trong đó có một thừa số là $\frac{-3}{7}$;

b) Thương của hai số hữu tỉ, trong đó số bị chia là $-\frac{7}{10}$.

7B. Viết số hữu tỉ $\frac{-16}{27}$ thành:

a) Tích của hai số hữu tỉ trong đó có một thừa số là $\frac{-8}{9}$;

b) Thương của hai số hữu tỉ, trong đó số bị chia là $-\frac{2}{9}$.

Dạng 4. Tính tổng của dãy số có quy luật

Phương pháp giải: Để tính tổng của dãy số có quy luật, ta cần tìm ra tính chất đặc trưng của từng phân số trong tổng, từ đó biến đổi và thực hiện phép tính.

8A. Tính một cách hợp lý:

a) $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{9.10}$;

b) $\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9}$;

c) $\left(\frac{1}{2} - 1\right)\left(\frac{1}{3} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{2018} - 1\right)\left(\frac{1}{2019} - 1\right)$;

d) $\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{81}\right)\left(1 - \frac{1}{100}\right)$.

8B. Tính một cách hợp lý:

a) $\frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{26.27}$;

b) $\frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \frac{3}{10.13}$;

c) $\left(-1\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right) \dots \left(-1\frac{1}{2019}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{2020}\right)$;



$$d) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{19}\right) \left(1 - \frac{1}{20}\right).$$

9A. Tính một cách hợp lý:

$$a) \frac{1}{99} - \frac{1}{97.99} - \frac{1}{95.97} - \frac{1}{93.95} - \dots - \frac{1}{3.5} - \frac{1}{1.3};$$

$$b) \frac{3}{4} - \frac{5}{6} + \frac{6}{7} - \frac{7}{8} + \frac{8}{9} - \frac{9}{10} + \frac{10}{11} + \frac{9}{10} - \frac{8}{9} + \frac{7}{8} - \frac{6}{7} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4}.$$

9B. Tính một cách hợp lý:

$$a) \frac{1}{19.20} - \frac{1}{18.19} - \frac{1}{17.18} - \dots - \frac{1}{1.2};$$

$$b) -\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} + \frac{17}{8} - \frac{8}{29} + \frac{29}{40} + \frac{40}{51} - \frac{29}{40} + \frac{8}{29} - \frac{17}{8} + \frac{4}{5} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3}.$$

Dạng 5. Tìm x

Phương pháp giải: Vận dụng quy tắc cộng, trừ, nhân, chia số hữu tỉ để tìm x .

$$10A. \text{ Tìm số nguyên } x, \text{ biết: } -4\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) \leq x < -\frac{2}{3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right).$$

$$10B. \text{ Tìm số nguyên } x, \text{ biết: } 2\frac{2}{5} \cdot \frac{-1}{12} < x \leq \frac{-120}{43} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right).$$

Dạng 6. Toán có nội dung thực tế

Phương pháp giải: vận dụng các kiến thức về cộng, trừ, nhân, chia số hữu tỉ để giải.

11A. Mảnh vườn nhà bác Tài hình chữ nhật có chiều dài bằng $15,6m$ và chiều rộng bằng $3\frac{1}{2}m$.

a) Tính chu vi của mảnh vườn đó.

b) Tính diện tích khu vườn đó.

c) Bác Tài định trồng rau và trồng hoa trong vườn, biết rằng bác định trồng rau $\frac{1}{2}$ diện tích và trồng hoa 2% diện tích mảnh vườn. Tính diện tích trồng rau và diện tích trồng hoa trong vườn của bác Tài.

11B. Nhà Lan có một mảnh vườn hình vuông cạnh $12,5 m$.

a) Tính diện tích mảnh vườn nhà Lan;

b) Bố Lan làm hàng dây thép gai để rào xung quanh vườn. Biết cửa ra vào vườn là $0,75 m$. Tính độ dài dây thép gai mà bố Lan cần mua để rào xung quanh vườn.



III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

12. Tính:

a) $\left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{6}{4}\right);$ b) $\left(-2\frac{3}{5}\right) : \left(\frac{-26}{25}\right);$

c) $\frac{-5}{13} \cdot \frac{26}{7} \cdot \frac{-21}{25} \cdot \frac{15}{16};$ d) $\left(\frac{-7}{8} - \frac{13}{16}\right) \cdot \frac{24}{9}.$

13. Tính một cách hợp lý:

a) $A = \left(\frac{-40}{51} \cdot 0,32 \cdot \frac{17}{20}\right) : \frac{64}{75};$

b) $B = \frac{-10}{11} \cdot \frac{8}{9} + \frac{7}{18} \cdot \frac{10}{11};$

c) $C = \frac{13}{42} : \frac{1}{28} - \frac{13}{21} : \frac{1}{28} - \frac{29}{42} : \frac{1}{28} + 8.$

14. Tìm x , biết:

a) $\frac{1}{14} : x = \frac{-3}{35};$ b) $2\frac{1}{5}x - \frac{1}{3}x = \frac{-56}{45};$

c) $\left(x + \frac{4}{7}\right)\left(x - \frac{8}{9}\right) = 0;$ d) $(3x - 2)\left(2x - \frac{2}{3}\right) = 0.$

15. Tính giá trị biểu thức:

a) $A = 7x - 2x - \frac{2}{3}y + \frac{7}{9}y$ với $x = \frac{-1}{10}; y = 4,8;$

b) $B = x + \frac{0,2 - 0,375 + \frac{5}{11}}{-0,3 + \frac{9}{16} - \frac{15}{22}}$ với $x = \frac{-1}{3}.$

16. Cho biểu thức $A = \frac{2x+5}{x+1}$ (với $x \neq -1$) và $B = \frac{(x+4)x-2}{x+4}$ (với $x \neq -4$).

a) Tính giá trị của B khi $x = -3;$

b) Tính giá trị của A khi $x = -2\frac{1}{3};$

c) Tìm số nguyên x để A có giá trị là số nguyên;

d) Tìm số nguyên x để B có giá trị là số nguyên;

e) Tìm số nguyên x để A và B cùng có giá trị là số nguyên.



**HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ**

1A. a) $\frac{3}{-21} + \frac{-2}{7} = \frac{-1}{7} + \frac{-2}{7} = \frac{-3}{7};$

b) $\frac{13}{-15} + \frac{-5}{18} = \frac{-13}{15} + \frac{-5}{18} = \frac{-13 \cdot 6 + (-5) \cdot 5}{90} = \frac{-103}{90};$

c) $\frac{-2}{3} - \frac{-6}{5} = \frac{-2}{3} + \frac{6}{5} = \frac{-2 \cdot 5 + 6 \cdot 3}{15} = \frac{8}{15};$

d) $(-3) - \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{-3}{1} + \frac{5}{6} = \frac{-18}{6} + \frac{5}{6} = \frac{-13}{6}.$

1B. Tương tự bài 1A. HS tự làm. Đáp số:

a) $-\frac{5}{36};$

b) $-\frac{69}{14};$

c) $-\frac{9}{10};$

d) $\frac{53}{14}.$

2A. Hướng dẫn: HS vận dụng quy tắc dấu ngoặc và áp dụng tính chất của phép cộng số hữu tỉ để tính nhanh.

Đáp số:

a) $\left(-\frac{27}{13}\right) + \left(-\frac{23}{15}\right) + \frac{1}{13} + \left(\frac{7}{-15}\right) = \left(-\frac{27}{13} + \frac{1}{13}\right) + \left(\frac{-23}{15} + \frac{-7}{15}\right)$
 $= (-2) + (-2) = -4;$

b) $\frac{1}{3} - \left[\left(-\frac{5}{4}\right) - \left(-\frac{1}{4} + \frac{8}{3}\right)\right] = \frac{1}{3} + \frac{5}{4} + \frac{-1}{4} + \frac{8}{3} = \left(\frac{1}{3} + \frac{8}{3}\right) + \left(\frac{5}{4} + \frac{-1}{4}\right) = 4.$

2B. Tương tự bài 2A. Đáp số:

a) 0;

b) 0.

3A. Hướng dẫn: HS viết các số thập phân, hỗn số về dạng phân số và vận dụng quy tắc nhân, chia phân số để tính, chú ý rút gọn kết quả (nếu có thể). Đáp số:

a) $-2,5 \cdot \left(-\frac{3}{25}\right) = \frac{-25}{10} \cdot \frac{-3}{25} = \frac{3}{10};$

b) $2\frac{3}{4} \cdot \frac{-4}{9} = \frac{11}{4} \cdot \frac{-4}{9} = -\frac{11}{9};$

c) $\frac{-6}{13} : \frac{9}{-26} = \frac{-6}{13} \cdot \frac{-26}{9} = \frac{4}{3};$



$$d) \left(-1\frac{5}{7}\right) : \left(-2\frac{3}{14}\right) = \frac{-12}{7} : \frac{-31}{14} = \frac{12}{7} \cdot \frac{14}{31} = \frac{24}{31}.$$

3B. Tương tự bài 3A. HS tự làm. Đáp số:

$$a) \frac{7}{4}; \quad b) -\frac{8}{5}; \quad c) \frac{6}{5}; \quad d) \frac{22}{59}.$$

4A. Hướng dẫn: HS có thể áp dụng quy tắc nhân phân số với câu a, tính chất phân phối với câu b và thực hiện theo thứ tự với câu c, d. Đáp số:

$$a) \frac{1}{6} \cdot \frac{-9}{5} \cdot \left(-\frac{15}{7}\right) = \frac{1}{6} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{15}{7} = \frac{9}{14}.$$

$$b) \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9} + \frac{6}{7} : \frac{4}{3} - \left(1\frac{2}{5} : 1\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9} + \frac{6}{7} \cdot \frac{3}{4} - \left(\frac{7}{5} \cdot \frac{3}{4}\right) \\ = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{9} + \frac{6}{7} - \frac{7}{5}\right) = \dots = \frac{1}{105}.$$

$$c) 4 - \frac{2 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{2}} = 4 - \left[\left(2 + \frac{1}{2}\right) : \left(2 - \frac{1}{2}\right)\right] = 4 - \left(\frac{5}{2} : \frac{3}{2}\right) = \dots = \frac{7}{3}.$$

$$d) \left(1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) : \left(2 - \frac{4}{3} - \frac{4}{5}\right) = \frac{1}{12} : \frac{-2}{15} = \frac{1}{12} \cdot \frac{-15}{2} = -\frac{5}{8}.$$

4B. Tương tự bài 4A. HS tự làm. Đáp số:

$$a) 3. \quad b) \frac{5}{4}. \quad c) 19. \quad d) \frac{-31}{7}.$$

5A. Hướng dẫn: HS áp dụng tính chất phân phối (câu a, b, c) và tính chất giao hoán kết hợp (câu d) để giải. Đáp số:

$$a) \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{-16} + \frac{1}{7} \cdot \frac{-13}{16} = \frac{1}{7} \cdot \left(\frac{-3}{16} + \frac{-13}{16}\right) = \dots = \frac{-1}{7}.$$

$$b) \left(\frac{-3}{5} + \frac{5}{6}\right) : \frac{4}{7} + \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{-5}\right) : \frac{4}{7} = \left(\frac{-3}{5} + \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{7}{4} + \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{-5}\right) \cdot \frac{7}{4} = \dots = 0.$$

$$c) \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{26} - \frac{1}{14} \cdot \frac{-4}{13} = \frac{1}{7} \cdot \frac{9}{2 \cdot 13} + \frac{1}{14} \cdot \frac{4}{13} = \frac{1}{14} \cdot \frac{9}{13} + \frac{1}{14} \cdot \frac{4}{13} = \dots = \frac{1}{14}.$$

$$d) (-0,25) \cdot 1\frac{1}{5} \cdot \frac{-5}{16} \cdot 2\frac{2}{7} = \dots = \frac{3}{14}.$$

5B. Tương tự bài 5A. HS tự làm. Đáp số:



a) $-\frac{3}{8}$;

b) $-\frac{7}{8}$;

c) 25 .

6A. Hướng dẫn:

a) $\frac{-9}{5} = \frac{-3+(-6)}{5} = \frac{-3}{5} + \frac{-6}{5}$

(HS có thể tách - 9 thành tổng của hai số nguyên âm khác).

b) $\frac{-9}{5} = \frac{2-11}{5} = \frac{2}{5} - \frac{11}{5}$

(HS có thể đưa - 9 thành hiệu của hai số nguyên dương khác).

6B. Tương tự bài 6A. HS tự làm.

Đáp số: a) $\frac{3}{-16} = \frac{-1}{16} + \frac{-1}{8}$.

b) $\frac{3}{-16} = \frac{1}{16} - \frac{1}{4}$.

7A. HS tự làm. Đáp số:

a) $\frac{-5}{21} = \frac{-3}{7} \cdot \frac{5}{9}$;

b) $\frac{5}{-21} = \frac{-7}{10} : \frac{1}{6}$

7B. Tương tự bài 7A. HS tự làm.

Đáp số:

a) $\frac{2}{3}$.

b) $\frac{3}{8}$.

8A. Hướng dẫn: Ta có: $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$.

HS vận dụng kiến thức $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ để tính.

a) $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{9.10} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$.

b) $\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$.

c) $\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{3}-1\right)\dots\left(\frac{1}{2018}-1\right)\left(\frac{1}{2019}-1\right)$
 $= \frac{-1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \dots \frac{-2017}{2018} \cdot \frac{-2018}{2019} = \frac{1}{2019}$.

(Giải thích: Từ 2 đến 2019 có $(2019 - 2):1+1 = 2018$ số hạng, tương ứng với tích của 2018 số hữu tỉ âm nên tích là một số hữu tỉ dương).



$$\begin{aligned} \text{d)} \quad & \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{81}\right) \left(1 - \frac{1}{100}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdots \frac{99}{100} \\ & = \frac{(1.3) \cdot (2.4) \cdot (3.5) \cdots (9.11)}{(2.2) \cdot (3.3) \cdot (4.4) \cdots (10.10)} = \frac{1.2.3 \cdots 9}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots 10} \cdot \frac{3.4.5 \cdots 11}{2.3.4 \cdots 10} \\ & = \frac{1}{10} \cdot \frac{11}{2} = \frac{11}{20}. \end{aligned}$$

8B. Tương tự bài 8A. Đáp số:

$$\text{a)} \quad \frac{8}{27}. \quad \text{b)} \quad \frac{12}{13}. \quad \text{c)} \quad -\frac{2021}{2}. \quad \text{d)} \quad \frac{1}{20}.$$

9A. Hướng dẫn:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \dots = \frac{1}{99} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{97.99} + \frac{2}{75.97} + \dots + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{1.3} \right) = \dots = -\frac{16}{33}. \\ \text{b)} \quad & \frac{3}{4} - \frac{5}{6} + \frac{6}{7} - \frac{7}{8} + \frac{8}{9} - \frac{9}{10} + \frac{10}{11} + \frac{9}{10} - \frac{8}{9} + \frac{7}{8} - \frac{6}{7} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \dots = \frac{10}{11}. \end{aligned}$$

9B. Tương tự bài 9A. HS tự làm.

$$\text{Đáp số: a)} \quad -\frac{359}{380}. \quad \text{b)} \quad \frac{40}{51}.$$

10A. Hướng dẫn: Học sinh thu gọn vế trái và vế phải của x . Từ đó lập luận x là số nguyên để tìm được x .

Đáp số:

$$-4\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) \leq x < -\frac{2}{3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) \Rightarrow -\frac{13}{9} \leq x < \frac{11}{18} \Rightarrow x \in \{-1; 0\}.$$

10B. Tương tự bài 11A.

$$\text{Đáp số: } x \in \{0; 1; 2\}.$$

11A. Hướng dẫn: HS tính chu vi và diện tích hình chữ nhật theo công thức đã học, tính diện tích trồng sau và diện tích trồng hoa theo quy tắc tìm giá trị phân số của một số cho trước.

Đáp số:

a) Chu vi mảnh vườn hình chữ nhật là: 38,2 m.

b) Diện tích của mảnh vườn là: 54,6 (m^2).

c) Diện tích trồng rau là: 27,3 (m^2).

Diện tích trồng hoa là: 1,092 (m^2).



11B. a) Diện tích mảnh vườn hình vuông là: $156,25 \text{ (m}^2\text{)}.$

b) Chu vi mảnh vườn là: $50 \text{ (m)}.$

Độ dài dây thép gai cần dùng để rào xung quanh vườn là:

$$50 - 0,75 = 49,25 \text{ (m)}.$$

12. a) $-\frac{7}{2}.$

b) $\frac{5}{2}.$

c) $\frac{9}{8}.$

d) $-\frac{9}{2}.$

13. a) $A = -\frac{1}{4}.$

b) $B = -\frac{5}{11}.$

c) $C = -20.$

14. a) $x = -\frac{5}{6}.$

b) $x = -\frac{2}{3}.$

c) $x \in \left\{-\frac{4}{7}; \frac{8}{9}\right\}.$

d) $x \in \left\{\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right\}.$

15. HS thu gọn biểu thức rồi thay giá trị của x, y vào biểu thức thu gọn để tính.

Đáp số: a) $A = \frac{1}{30}$ b) $B = -1.$

16. a) $B = -5.$

b) $A = -\frac{1}{4}.$

c) $A = \frac{2x+5}{x+1} = \frac{2x+2+3}{x+1} = 2 + \frac{3}{x+1}.$

Lập luận để A nhận giá trị nguyên thì $x \in \{0; -2; 2; -4\}$

d) $B = \frac{(x+4)x-2}{x+4} = x - \frac{2}{x+4}.$

Lập luận để B nhận giá trị nguyên thì $x \in \{-3; -5; -2; -6\}.$

e) Từ câu c) và d), để A và B nhận giá trị nguyên thì $x = -2.$



**BÀI 3. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ****I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

1. Lũy thừa bậc n của một số hữu tỉ x , kí hiệu là x^n , là tích của n thừa số x (n là số tự nhiên lớn hơn 1):

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_n \quad (x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1).$$

2. Quy ước: $x^0 = 1 (x \neq 0)$; $x^1 = x$.

3. Tích và thương các lũy thừa:

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}; \quad x^m : x^n = x^{m-n} \quad (x \neq 0, m \geq n).$$

4. Lũy thừa của lũy thừa: $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$.

5. Lũy thừa của một tích và thương:

$$(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n, \quad \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n} \quad (y \neq 0).$$

6. Lũy thừa với số mũ nguyên âm: $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ với n là số nguyên dương và $x \neq 0$.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP**Dạng 1. Sử dụng định nghĩa của lũy thừa để tính**

Phương pháp giải: Vận dụng định nghĩa về lũy thừa và các quy ước để tính.

1A. a) Tính: $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$; $\left(2\frac{2}{5}\right)^3$; $(-0,4)^4$; $\left(\frac{2019}{2022}\right)^0$; 3^{-4} .

b) Viết các tích sau đây dưới dạng lũy thừa:

b₁) $2 \cdot 8 \cdot 32 \cdot 64$; b₂) $5 \cdot 125 \cdot 625$; b₃) $\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{27}{64}$.

1B. a) Tính: $\left(4\frac{3}{4}\right)^2$; $\left(-\frac{7}{4}\right)^3$; $(-0,3)^2$; $\left(-\frac{1000}{2001}\right)^0$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$.

b) Viết các tích sau đây dưới dạng lũy thừa:

b₁) $3 \cdot 27 \cdot 81$; b₂) $6 \cdot 36 \cdot 216$; b₃) $\frac{2}{3} \cdot \frac{16}{81} \cdot \frac{32}{243}$.

2A. Tính:



$$\text{a) } \left(\frac{2}{9} + \frac{2}{3}\right)^2; \quad \text{b) } \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{2}\right)^3; \quad \text{c) } \left(\frac{-20}{27}\right)^0 - 12 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \frac{1}{8}.$$

2B. Tính

$$\text{a) } \left(\frac{6}{7} + 1\frac{1}{2}\right)^2; \quad \text{b) } \left(2\frac{1}{5} - 1\frac{2}{3}\right)^3; \quad \text{c) } 3^2 + 4 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^0 + \left[(-5)^2 : \frac{1}{5}\right] : 25.$$

3A. Tính:

$$\text{a) } \left(2 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right); \quad \text{b) } 12 : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)^2.$$

3B. Tính:

$$\text{a) } \left(1 - \frac{5}{2} + \frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(2 - \frac{7}{6}\right); \quad \text{b) } 2^5 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)^3.$$

Dạng 2. Tính tích và thương của các lũy thừa cùng cơ số

Phương pháp giải: Vận dụng công thức về lũy thừa của lũy thừa, lũy thừa của một tích, của một thương và nhân, chia các lũy thừa cùng cơ số để giải.

4A. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \left(\frac{1}{9}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3; \quad \text{b) } \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^2; \quad \text{c) } \left(\frac{7}{3}\right)^3 : \left(-\frac{35}{9}\right)^3.$$

4B. Thực hiện phép tính và viết kết quả dưới dạng lũy thừa:

$$\text{a) } \left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^2; \quad \text{b) } \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{9}{25}\right)^2; \quad \text{c) } \left(-\frac{5}{2}\right)^3 : \left(-\frac{8}{125}\right)^3.$$

5A. Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số hữu tỉ:

$$\text{a) } 125 \cdot 5^2 \cdot \frac{1}{625} \cdot 5^3; \quad \text{b) } 8 \cdot 32 : \left(2^4 \cdot \frac{1}{32}\right); \quad \text{c) } 6^3 \cdot 5^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3.$$

5B. Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số hữu tỉ:

$$\text{a) } 2401 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^2 \cdot \frac{1}{7} \cdot 49^2; \quad \text{b) } 9 \cdot 81 : \left(3^5 \cdot \frac{1}{27}\right); \quad \text{c) } 3^4 \cdot 7^2 \cdot \left(-\frac{7}{3}\right)^4.$$

Dạng 3. Tìm x từ những bài toán có liên quan đến lũy thừa

Phương pháp giải: Vận dụng các tính chất sau đây để giải:

- Nếu $x^m = x^n$ thì $m = n$ với $x \neq 0; x \neq \pm 1$.
- Nếu $x^n = y^n$ thì $x = y$ nếu n lẻ, $x = \pm y$ nếu n chẵn.



6A. Tìm các số nguyên x biết:

a) $(x-2,5)^2 = 9$; b) $(1-x)^3 = -8$; c) $2^{4-x} = 16$.

6B. Tìm các số nguyên x biết:

a) $(5+x)^3 = -27$; b) $(1-x)^2 = \frac{1}{9}$; c) $5^{3+x} = 125$.

7A. Tìm số nguyên x , biết:

a) $81^x : 3^x = 27$; b) $\frac{125}{5^x} = 5$; c) $\frac{64}{(-4)^x} = -256$.

7B. Tìm số nguyên x , biết:

a) $64^x : 16^x = 256$; b) $\frac{-2401}{7^x} = -7$; c) $\frac{625}{(-5)^x} = 25$.

8A. Tìm số tự nhiên x , biết:

a) $36 < 6^x \leq 7776$; b) $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^x \geq \left(\frac{2}{3}\right)^x \geq 1$.

8B. Tìm số tự nhiên x , biết:

a) $125 \leq 5^x < 625 : \frac{1}{5^2}$; b) $\left(-\frac{32}{243}\right) \cdot \left(-\frac{8}{27}\right)^x \leq \left(\frac{2}{3}\right)^x < (2022)^0$.

Dạng 4. Tính nhanh tổng lũy thừa có quy luật

Phương pháp giải: Khi giải dạng toán này cần nhớ công thức nhân và chia hai lũy thừa cùng cơ số.

9A. Rút gọn:

a) $A = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} - 2^{97} + \dots + 2^2 - 2$;
b) $B = 3^{100} - 3^{99} + 3^{98} - 3^{97} + \dots + 3^2 - 3 + 1$.

9B. Cho $A = 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2009}$ và $B = 3^{2010}$.

- a) Tính $3A$;
b) Chứng tỏ $2A$ và B là hai số nguyên liên tiếp.

Dạng 5. Toán có nội dung thực tế

Phương pháp: vận dụng các kiến thức về lũy thừa để giải.

10A. Theo các nhà khoa học, khoảng cách từ Trái Đất đến Sao Kim là $38,2 \cdot 10^8$ km, khoảng cách từ Trái Đất đến Sao Mộc là $58,8 \cdot 10^7$ km. Hỏi khoảng cách từ Trái Đất đến Sao Kim gấp khoảng bao



nhiều lần khoảng cách từ Trái đất đến Sao Mộc? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

10B. Theo kết quả thống kê ngày 26 tháng 2 năm 2022, số ca nhiễm Covid-19 tại một số nước trên thế giới là:

Quốc gia	Số ca nhiễm (người)
Hoa Kỳ	$7,88.10^7$
Ấn Độ	$4,29.10^7$
Brazil	$2,87.10^7$
Pháp	$2,2.10^7$
Vương quốc Anh	$1,89.10^7$

Em hãy sắp xếp tên các quốc gia có số ca nhiễm Covid-19 theo thứ tự giảm dần.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

13. Tính: $\left(-\frac{1}{8}\right)^9 \cdot 8^9$; $\frac{60^4}{15^4}$; $(-0,125)^4 \cdot 4096$; $5^4 \cdot 125 \cdot (2,5)^{-5} \cdot 0,04$

14. Tính:

a) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{5}\right)^3 \cdot 125 - \left(-\frac{95}{12}\right)^0$;

b) $\frac{15^3 + 5 \cdot 15^2 - 5^3}{18^3 + 6 \cdot 18^2 - 6^3}$.

15. Tìm số tự nhiên x biết:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1} = \frac{1}{8}$;

b) $\frac{-32}{(-2)^n} = 4$;

c) $2^{x+2} - 2^x = 96$.

16. Biết rằng $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$.

Tính tổng: $S = 100^2 + 200^2 + 300^2 + \dots + 1000^2$.

17. Chứng minh rằng: $A = (5^5 - 5^4 + 5^3) : 7$.

18. Thu gọn tổng sau:

a) $C = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{100}$;

b) $D = -1 + 3 - 3^2 + \dots - 3^{2n} + 3^{2n+1}$.



HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}; \left(2\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{12}{5}\right)^3 = \frac{1728}{125};$

$$(-0,4)^4 = 0,0256; \left(\frac{2019}{2022}\right)^0 = 1; 3^{-4} = 3^{0-4} = \frac{3^0}{3^4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}.$$

b) b₁) $2.8.32.64 = 2.2^3.2^5.2^6 = 2^{15}$

b₂) $5.125.625 = 5.5^3.5^4 = 5^8.$

b₃) $\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{27}{64} = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^6.$

1B. Tương tự bài 1A. HS tự làm.

Đáp số:

a) $\frac{361}{16}; -\frac{343}{64}; 0,09; 1; 27.$

b) $3^8; 6^6; \left(\frac{2}{3}\right)^{10}.$

2A. HS tự làm.

Đáp số: a) $\left(\frac{2}{9} + \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{8}{9}\right)^2 = \frac{64}{81}.$

b) $\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{2}\right)^3 = \left(-\frac{13}{6}\right)^3 = -\frac{2197}{216}.$

c) $\left(\frac{-20}{27}\right)^0 - 12 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \frac{1}{8} = 1 - 12 + 2 = -9.$

2B. HS tự làm.

Đáp số: a) $\frac{1089}{196}.$

b) $\frac{512}{3375}.$

c) 18.

3A. HS tự làm.

Đáp số: a) $\left(2 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{13}{6}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{169}{48}$

b) $12 : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)^2 = 12 : \left(\frac{1}{6}\right)^2 = 432.$

3B. HS tự làm.



Đáp số: a) $\frac{169}{120}$. b) 2048.

4A. HS áp dụng các quy tắc về lũy thừa để tính.

Đáp số:

$$a) \left(\frac{1}{9}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{12} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{15}.$$

$$b) \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}.$$

$$c) \left(\frac{7}{3}\right)^3 : \left(-\frac{35}{9}\right)^3 = \left(\frac{7}{3} : -\frac{35}{9}\right)^3 = \left(-\frac{3}{5}\right)^3 = -\frac{27}{125}.$$

4B. Tương tự bài 4A. HS tự làm.

$$\text{Đáp số: a) } \left(\frac{2}{3}\right)^{12}. \quad b) \left(\frac{3}{5}\right)^6. \quad c) \left(\frac{25}{4}\right)^6 = \left(\frac{5}{2}\right)^{12}.$$

$$5A. a) 125 \cdot 5^2 \cdot \frac{1}{625} \cdot 5^3 = 5^3 \cdot 5^2 \cdot \frac{1}{5^4} \cdot 5^3 = 5^4.$$

$$b) 8 \cdot 32 : \left(2^4 \cdot \frac{1}{32}\right) = 2^3 \cdot 2^5 : \left(2^4 \cdot \frac{1}{2^5}\right) = 2^9.$$

$$c) 6^3 \cdot 5^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 6^3 \cdot 5^2 \cdot \frac{5^3}{6^3} = 5^5.$$

5B. Tương tự bài 5A. HS tự làm.

$$\text{Đáp số: a) } 7^5. \quad b) 3^4. \quad c) 7^6.$$

$$6A. a) (x - 2,5)^2 = 9$$

$$\text{Trường hợp 1: } x - 2,5 = 3 \Rightarrow x = 5,5.$$

$$\text{Trường hợp 2: } x - 2,5 = -3 \Rightarrow x = -0,5.$$

Vì x là số nguyên nên không có giá trị nào thỏa mãn. Vậy $x \in \emptyset$.

$$b) (1 - x)^3 = -8 = (-2)^3 \text{ suy ra } 1 - x = -2 \Rightarrow x = 3.$$

$$c) 2^{4-x} = 16 = 2^4 \text{ suy ra } 4 - x = 4 \Rightarrow x = 0.$$

6B. Tương tự bài 6A. HS tự làm.

$$\text{Đáp số: a) } x = -8. \quad b) x \in \emptyset. \quad c) x = 0.$$

$$7A. a) 81^x : 3^x = 27.$$



$$(81:3)^x = 27$$

$$27^x = 27 \Rightarrow x = 1.$$

$$b) \frac{125}{5^x} = 5$$

$$5^x = 125:5$$

$$5^x = 25$$

$$5^x = 5^2 \Rightarrow x = 2.$$

$$c) \frac{64}{(-4)^x} = -256$$

$$(-4)^x = -\frac{1}{4}$$

$$(-4)^x = (-4)^{-1} \Rightarrow x = -1.$$

7B. Tương tự bài 7A. HS tự làm.

Đáp số: a) $x = 4$

b) $x = 3$

c) $x = 2.$

8A.

$$a) 36 < 6^x \leq 7776$$

$$6^2 < 6^x \leq 6^5$$

$$x \in \{3; 4; 5\}$$

$$b) \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{8}{27}\right) \leq \left(\frac{2}{3}\right)^x \leq 1$$

$$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \leq \left(\frac{2}{3}\right)^x \leq 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 \leq \left(\frac{2}{3}\right)^x \leq \left(\frac{2}{3}\right)^0$$

$$4 \geq x \geq 0 \Rightarrow x \in \{4; 3; 2; 1; 0\}$$

8A. Tương tự bài 9A. HS tự làm

Đáp số: a) $x \in \{3; 4; 5\}$

b) $x \in \{1; 2; 3; \dots; 8\}$

$$9A. a) \text{Ta có } A = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} - 2^{97} + \dots + 2^2 - 2 \quad (1)$$

$$2A = 2^{101} - 2^{100} + 2^{99} - 2^{98} + 2^{97} - \dots + 2^3 - 2^2 \quad (2)$$

$$\text{Lấy (1) cộng (2) ta được: } 3A = 2^{101} - 2 \Rightarrow A = \frac{2^{101} - 2}{3}$$

$$b) \text{Ta có } B = 3^{100} - 3^{99} + 3^{98} - 3^{97} + \dots + 3^2 - 3 + 1 \quad (3)$$

$$3B = 3^{101} - 3^{100} + 3^{99} - 3^{98} + 3^{97} - \dots + 3^3 - 3^2 + 3 \quad (4)$$



Lấy (3) cộng (4) ta được $4B = 3^{101} + 1 \Rightarrow B = \frac{3^{101} + 1}{4}$

9B. a) Ta có: $A = 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2009}$ (1)

$$\Rightarrow 3A = 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2009} + 3^{2010} \quad (2)$$

b) Lấy (2) - (1) ta được: $2A = 3^{2010} - 1$

Vì $B = 3^{2010}$ nên $2A$ và B là 2 số nguyên liên tiếp

10A. Khoảng cách từ Trái Đất đến Sao Kim gấp số lần khoảng cách từ Trái đất đến Sao Mộc là:

$$382.10^7 : (58,8.10^7) = 3820 : 588 \approx 6,5 \text{ (lần)}.$$

10B. Đáp số: Hoa Kỳ, Ấn Độ, Brazil, Pháp, Vương quốc Anh.

$$13. \left(-\frac{1}{8}\right)^9 \cdot 8^9 = -1; \quad \frac{60^4}{15^4} = 4^4 = 256; \quad (-0,125)^4 \cdot 4096 = 1$$

$$5^4 \cdot 125 \cdot (2,5)^{-5} \cdot 0,04 = 5^4 \cdot 5^3 \cdot \frac{2^5}{5^5} \cdot \frac{1}{5^2} = 2^5 = 32.$$

$$14. a) \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{5}\right)^3 \cdot 125 - \left(-\frac{95}{12}\right)^0 = \frac{1}{9} + (-8) - 1 = \frac{-80}{9}.$$

$$b) \frac{15^3 + 5 \cdot 15^2 - 5^3}{18^3 + 6 \cdot 18^2 - 6^3} = \frac{15^2(15+5) - 5^3}{18^2(18+6) - 6^3} = \dots = \frac{5^3(36-1)}{6^3(36-1)} = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}.$$

$$15. a) \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1} = \frac{1}{8} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow n = 2.$$

$$b) \frac{-32}{(-2)^n} = 4 \Rightarrow (-2)^n = -8 = (-2)^3 \Rightarrow n = 3.$$

$$c) 2^{x+2} - 2^x = 96 \Rightarrow 2^x(2^2 - 1) = 96 \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow x = 5.$$

16. Ta có:

$$S = 100^2 + 200^2 + 300^2 + \dots + 1000^2 = 100^2 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2).$$

Mà $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$ nên suy ra $S = 100^2 \cdot 385 = 3850000$.

17. Ta có:

$$A = 5^5 - 5^4 + 5^3 = 5^3 \cdot (5^2 - 5 + 1) = 5^3 \cdot (25 - 5 + 1) = 5^3 \cdot 21 = 5^3 \cdot 3 \cdot 7 : 7$$

Vậy $A = 5^5 - 5^4 + 5^3 : 7$.

18. a) $C = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{100}$.



Ta có: $2C = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{101}$

Suy ra: $2C - C = 2 + 2^2 + \dots + 2^{101} - (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{100}) = 2^{101} - 1$

Vậy $C = 2^{101} - 1$.

b) $D = -1 + 3 - 3^2 + \dots - 3^{2n} + 3^{2n+1}$.

Ta có: $3D = -3 + 3^2 - 3^3 + \dots - 3^{2n+1} + 3^{2n+2}$

Suy ra:

$$3D + D = -3 + 3^2 - 3^3 + \dots - 3^{2n+1} + 3^{2n+2} + (-1 + 3 - 3^2 + \dots - 3^{2n} + 3^{2n+1})$$

$$= 3^{2n+2} - 1$$

$$\text{Hay } 4D = 3^{2n+2} - 1 \Rightarrow D = \frac{3^{2n+2} - 1}{4}.$$



BÀI 4. THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH. QUY TẮC CHUYỂN VẾ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Với các biểu thức chỉ có phép cộng và phép trừ hoặc chỉ có phép nhân và phép chia, ta thực hiện các phép tính từ trái sang phải.

- Với các biểu thức không có dấu ngoặc, ta thực hiện theo thứ tự:

Luỹ thừa $\rightarrow$ Nhân và chia $\rightarrow$ Cộng và trừ.

- Với biểu thức có dấu ngoặc, ta thực hiện trong ngoặc trước, ngoài ngoặc sau.

2. Khi chuyển một số hạng từ từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó:

Dấu "+" đổi thành dấu "-" và dấu "-" đổi thành dấu "+".

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Thực hiện các phép tính

Phương pháp giải: Vận dụng thứ tự thực hiện các phép tính để giải.

1A. Thực hiện các phép tính (tính hợp lý nếu có thể).

$$\text{a) } \frac{4}{9} - \left(\frac{-2}{7} + \frac{26}{18} \right) \quad \text{b) } \frac{1}{3} \cdot \frac{-4}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{-6}{5}; \quad \text{c) } \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4}.$$

1B. Thực hiện các phép tính:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{5}{6} + \left(\frac{-1}{2} \right) + \frac{3}{4} & \text{b) } \frac{7}{3} - \left(-\frac{1}{4} \right) - \frac{5}{12} \\ \text{c) } \left(\frac{11}{12} : \frac{33}{16} \right) \cdot \frac{3}{5}; & \text{d) } \left(0,75 - \frac{1}{3} \right) : \frac{5}{7}. \end{array}$$

2A. Thực hiện các phép tính:

$$\text{a) } \left(\frac{2}{3} \right)^3 - \left(\frac{3}{4} \right)^2 \cdot (-1)^5; \quad \text{b) } 4 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^3 + \frac{1}{2}; \quad \text{c) } \left(2 - \frac{3}{4} \right)^2 : \frac{11}{16}.$$

2B. Thực hiện các phép tính:

$$\text{a) } \frac{7}{12} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}; \quad \text{b) } \left(2\frac{1}{3} + 1\frac{3}{4} \right) \cdot \frac{12}{13}$$

Dạng 2. Tính hợp lý

Phương pháp giải: Vận dụng thứ tự thực hiện phép tính, các tính chất của phép cộng và phép nhân (giao hoán, kết hợp, phân phối,...) và quy tắc dấu ngoặc để giải.

3A. Tính hợp lý:

a) $\frac{21}{47} + \frac{9}{45} + \frac{26}{47} + \frac{4}{5};$

b) $1\frac{4}{23} + \frac{5}{21} - \frac{4}{23} + 0,5 + \frac{16}{21};$

c) $12,5 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) + 1,5 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right).$

3B. Tính hợp lý:

a) $\frac{15}{12} + \frac{5}{13} - \frac{3}{12} - \frac{18}{13};$

b) $\frac{13}{25} + \frac{6}{41} - \frac{38}{25} + \frac{35}{41} - \frac{1}{2};$

c) $\frac{3}{8} \cdot 19\frac{1}{3} - \frac{3}{8} \cdot 33\frac{1}{3}.$

Dạng 3. Tìm x.

Phương pháp giải: Vận dụng thứ tự thực hiện phép tính, quy tắc chuyển về đổi dấu và cách tìm các số hạng chưa biết, cách tìm thừa số chưa biết, cách tìm số bị trừ, số trừ hay cách tìm số bị chia, số chia để giải và tìm x .

4A. Tìm x biết:

a) $\frac{7}{4}x + \frac{3}{2} = -\frac{4}{5};$

b) $\frac{1}{3}x - 2 = \frac{3}{5};$

c) $\frac{3}{4} - \frac{2}{5}x = \frac{29}{60};$

d) $2 - x : \frac{3}{4} = \frac{1}{2}.$

4B. Tìm x biết:

a) $x - 1,25 = 3\frac{1}{2};$

b) $x - \left(1,5 - 2\frac{3}{5}\right) = \frac{9}{10};$

c) $3 - \frac{x}{2} = \frac{3}{2} - 1\frac{5}{6};$

d) $\frac{2}{5} - 3 : x = 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2.$

5A. Tìm x biết:

a) $\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{36};$

b) $\left(\frac{3}{4}x - 2,5\right)^3 = -8.$

5B. Tìm x biết:

a) $x^3 : \left(\frac{-1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2};$

b) $\frac{14}{9} - (2x + 5) = 3^2 \cdot \frac{5}{27}.$

6A. Tìm x biết:

a) $\left(2 : x - \frac{3}{5}\right)^2 = 16;$

b) $\left(1,5 - \frac{3}{5}x\right)^3 = 27^{-1}.$

6B. Tìm x biết:

a) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}x = 2\frac{1}{6} : 3\frac{1}{4}$;

b) $12^x + 12^{x+1} = 22464$.

Dạng 4. Toán có nội dung thực tế

Phương pháp: vận dụng các kiến thức về thứ tự thực hiện các phép tính để giải.

7A. Sự sinh trưởng của vi sinh vật là sự tăng lên về số lượng và chủng loại thay đổi theo thời gian. Thời gian thế hệ là thời gian cần thiết cho một tế bào phân chia (hay quần thể nhân đôi) về mặt số lượng cá thể. Biết rằng *E.coli* có thời gian thế hệ là 20 phút (cứ 20 phút nhân đôi một lần). Hãy tính số lượng *E.coli* sau thời gian là:

a) 40 phút.

b) 3 giờ.

7B. Mứt dừa là một món ăn truyền thống của người Việt trong dịp Tết đến xuân về. Hà cùng Thanh đi mua nguyên liệu để làm món mứt dừa. Biết rằng, lượng đường chiếm 50% lượng cùi dừa và lượng sữa tươi không đường vị vani chiếm $\frac{1}{20}$ lượng cùi dừa. Hỏi nếu bạn Hà và Thanh muốn làm mứt dừa từ 2 kg cùi dừa thì phải mua bao nhiêu đường và sữa tươi không đường vị vani?



III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

8. Thực hiện các phép tính:

a) $1,4 + \left[\frac{3}{5} - (2^3 \cdot 10 - 2^3 \cdot 5) \right]$;

b) $1,2 : \left\{ \frac{9}{4} : [3 - (12,5 + 2,5 \cdot 7)] \right\} + \frac{2}{5}$.

9. Tìm x , biết:

a) $\frac{6}{13} - 0,5 \cdot x = \frac{-3}{2}$;

b) $2,8 - 5 \cdot (x - 10) = -\frac{3}{4}$;

c) $210 : x - \frac{1}{2} = 20,5$;

d) $\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}x = \left(-\frac{5}{12} \right) \cdot \frac{8}{15}$.

10. Tìm x , biết:

a) $7 \cdot 3^x + 20 \cdot 3^x = 3^{25}$;

b) $(2x+1) : \frac{5}{13} = 2^2 + 3^2$;

c) $(5x-39) \cdot 7 + 3,5 = \frac{21}{2}$;

d) $(x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+100) = 5750$.

11. Tính hợp lý:

a) $\frac{27}{2} \cdot 7,5 + \frac{27}{2} \cdot 2,5 - 150;$

b) $3^3 \cdot \frac{18}{5} - 3^3 \cdot 2\frac{2}{5} - 3^3 \cdot \frac{6}{5};$

c) $14,6 + 1,21 + 5,4 + 3,79 + 14,5$

12. Tính hợp lý:

a) $2.31.12 + 4.6.41 + 8.28.3;$

b) $3,9 \cdot \frac{13}{10} + \frac{0,87}{0,01} \cdot 0,39.$

13. Bỏ dấu ngoặc rồi tính các tổng sau:

a) $\frac{16}{3} - \left(\frac{9}{5} - \frac{5}{3} \right) + \frac{-1}{5};$

b) $3\frac{5}{7} + \left(\frac{8}{5} - \frac{8}{3} \right) - \left(\frac{13}{5} + \frac{1}{3} \right).$

14. Cho $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \dots + \frac{1}{2^{100}}.$ **Chứng minh rằng** $A < \frac{1}{3}.$

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

$$1A. a) \frac{4}{9} - \left(\frac{-2}{7} + \frac{26}{18} \right) = \frac{4}{9} + \frac{2}{7} - \frac{13}{9} = \left(\frac{4}{9} - \frac{13}{9} \right) + \frac{2}{7} = -1 + \frac{2}{7} = \frac{-5}{7}.$$

$$b) \frac{1}{3} \cdot \frac{-4}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{-6}{5} = \frac{1}{3} \left(\frac{-4}{5} + \frac{-6}{5} \right) = \frac{1}{3} \cdot (-2) = \frac{-2}{3}.$$

$$c) \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4} = \frac{3^{10} (11 + 5)}{3^9 \cdot 2^4} = \frac{3^{10} \cdot 16}{3^9 \cdot 16} = 3.$$

$$1B. a) \frac{5}{6} + \left(\frac{-1}{2} \right) + \frac{3}{4} = \frac{10 + (-6) + 9}{12} = \frac{13}{12}.$$

$$b) \frac{7}{3} - \left(-\frac{1}{4} \right) - \frac{5}{12} = \frac{7}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{12} = \frac{28 + 3 - 5}{12} = \frac{13}{6}.$$

$$c) \left(\frac{11}{12} : \frac{33}{16} \right) \cdot \frac{3}{5} = \frac{11}{12} \cdot \frac{16}{33} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4}{15}.$$

$$d) \left(0,75 - \frac{1}{3} \right) : \frac{5}{7} = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) : \frac{5}{7} = \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{5} = \frac{7}{12}.$$

$$2A. a) \left(\frac{2}{3} \right)^3 - \left(\frac{3}{4} \right)^2 \cdot (-1)^5 = \frac{8}{27} - \frac{9}{16} \cdot (-1) = \frac{8}{27} + \frac{9}{16} = \frac{371}{432}.$$

$$b) 4 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^3 + \frac{1}{2} = 4 \cdot \frac{-1}{8} + \frac{1}{2} = 0.$$

$$c) \left(2 - \frac{3}{4} \right)^2 : \frac{11}{16} = \left(\frac{5}{4} \right)^2 \cdot \frac{16}{11} = \frac{25}{11}.$$

$$2B. a) \frac{7}{12} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \dots = -\frac{1}{24}.$$

$$b) \left(2\frac{1}{3} + 1\frac{3}{4} \right) \cdot \frac{12}{13} = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{4} \right) \cdot \frac{12}{13} = \frac{49}{13}.$$

$$3A. a) \frac{21}{47} + \frac{9}{45} + \frac{26}{47} + \frac{4}{5} = \left(\frac{21}{47} + \frac{26}{47} \right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5} \right) = \dots = 2.$$

$$b) 1\frac{4}{23} + \frac{5}{21} - \frac{4}{23} + 0,5 + \frac{16}{21} = \dots = 2,5.$$

$$c) 12,5 \cdot \left(-\frac{5}{7} \right) + 1,5 \cdot \left(-\frac{5}{7} \right) = \dots = -10.$$

$$3B. a) \frac{15}{12} + \frac{5}{13} - \frac{3}{12} - \frac{18}{13} = \dots = 0.$$

$$b) \frac{13}{25} + \frac{6}{41} - \frac{38}{25} + \frac{35}{41} - \frac{1}{2} = \left(\frac{13}{25} - \frac{38}{25} \right) + \left(\frac{6}{41} + \frac{35}{41} \right) - \frac{1}{2} = \dots = -\frac{1}{2}.$$

$$c) \frac{3}{8} \cdot 19 \frac{1}{3} - \frac{3}{8} \cdot 33 \frac{1}{3} = \frac{3}{8} \cdot \left(19 \frac{1}{3} - 33 \frac{1}{3} \right) = \dots = -\frac{21}{4}.$$

4A.

$$a) \frac{7}{4}x + \frac{3}{2} = -\frac{4}{5}$$

$$\frac{7}{4}x = -\frac{23}{10}$$

$$x = -\frac{46}{35}$$

$$\text{Vậy } x = -\frac{46}{35}.$$

$$c) \frac{3}{4} - \frac{2}{5}x = \frac{29}{60}$$

$$\frac{2}{5}x = \frac{4}{15}$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{2}{3}.$$

$$b) \frac{1}{3}x - 2 = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{3}x = \frac{13}{5}$$

$$x = \frac{39}{5}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{39}{5}.$$

$$d) 2 - x : \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x : \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{9}{8}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{9}{8}.$$

4B. Tương tự bài 4A. HS tự làm

$$a) x = \frac{19}{4}.$$

$$b) x = -\frac{1}{5}.$$

$$c) x = \frac{20}{3}.$$

$$d) x = \frac{75}{8}.$$

$$5A. a) \left(x - \frac{1}{4} \right)^2 = \frac{1}{36} = \left(\frac{1}{6} \right)^2 = \left(\frac{-1}{6} \right)^2$$

$$\text{Trường hợp 1: } x - \frac{1}{4} = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{5}{12}$$

$$\text{Trường hợp 2: } x - \frac{1}{4} = -\frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{5}{12}; \frac{1}{12} \right\}.$$

$$b) \left(\frac{3}{4}x - 2,5 \right)^3 = -8 = (-2)^3 \Rightarrow \frac{3}{4}x - 2,5 = -2 \Rightarrow \dots \Rightarrow x = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy } x = \frac{2}{3}.$$

5B. HS tự làm.

$$\text{Đáp số: a) } x = \frac{1}{2}. \quad b) x = -\frac{23}{9}.$$

$$6A. a) \left(2 : x - \frac{3}{5} \right)^2 = 16 = 4^2 = (-4)^2 \text{ Đưa về 2 trường hợp và giải.}$$

$$\text{Đáp số: } x \in \left\{ \frac{10}{23}; -\frac{10}{17} \right\}.$$

$$b) \left(1,5 - \frac{3}{5}x \right)^3 = 27^{-1} = 27^{0-1} = \frac{1}{27}. \text{ Đáp án } x = \frac{35}{18}.$$

6B.

$$a) \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}x = 2\frac{1}{6} : 3\frac{1}{4}$$

$$x \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) = \frac{13}{6} : \frac{13}{4}$$

.....

$$x = \frac{8}{7}$$

$$b) 12^x + 12^{x+1} = 22464$$

$$12^x (1 + 12) = 22464$$

$$12^x = 1728$$

.....

$$x = 3$$

$$7A. a) 40 \text{ phút gấp 2 lần } 20 \text{ phút nên số } E.coli \text{ là: } 2^2 = 4.$$

$$b) 3 \text{ giờ } = 180 \text{ phút gấp 9 lần } 20 \text{ phút nên số } E.coli \text{ là: } 2^9 = 512.$$

7B. Lượng đường cần mua để làm mứt dừa từ 2 kg củi dừa là:

$$50\%.2 = 1 \text{ kg}$$

$$\text{Lượng sữa tươi không đường vị Vani cần mua để làm mứt dừa từ 2 kg củi dừa là: } \frac{1}{20}.2 = 0,1 \text{ kg.}$$

$$8. a) 1,4 + \left[\frac{3}{5} - (2^3.10 - 2^3.5) \right] = \dots = -38.$$

$$b) 1,2 : \left\{ \frac{9}{4} : [3 - (12,5 + 2,5.7)] \right\} + \frac{2}{5} = \dots = -14.$$

$$9. a) x = \frac{51}{13}.$$

$$b) x = 10,71.$$

c) $x = 10$. d) $x = \frac{8}{3}$.

10. a) $x = 22$. b) $x = 2$.

c) $x = 8$. d) $100x + 100.101 : 2 = 5750 \Rightarrow x = 7$.

11. a) $\frac{27}{2} \cdot 7,5 + \frac{27}{2} \cdot 2,5 - 150 = \dots = -15$.

b) $3^3 \cdot \frac{18}{5} - 3^3 \cdot 2 \frac{2}{5} - 3^3 \cdot \frac{6}{5} = \dots = 0$.

c) $14,6 + 1,21 + 5,4 + 3,79 + 14,5 = \dots = 39,5$.

12. a) $2.31.12 + 4.6.41 + 8.28.3 = 24.31 + 24.41 + 24.28 = \dots = 2400$.

b) $3,9 \cdot \frac{13}{10} + \frac{0,87}{0,01} \cdot 0,39 = 3,9 \cdot 1,3 + 87 \cdot 0,39 = \dots = 39$.

13. a) $\frac{16}{3} - \left(\frac{9}{5} - \frac{5}{3} \right) + \frac{-1}{5} = \frac{16}{3} - \frac{9}{5} + \frac{5}{3} + \frac{-1}{5} = \dots = 5$.

b) $3 \frac{5}{7} + \left(\frac{8}{5} - \frac{8}{3} \right) - \left(\frac{13}{5} + \frac{1}{3} \right) = \frac{26}{7} + \frac{8}{5} - \frac{8}{3} - \frac{13}{5} - \frac{1}{3} = \dots = \frac{-2}{7}$.

14. Vì $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \dots + \frac{1}{2^{100}}$.

Nhân A với 4 ta được:

$$4A = 4 \cdot \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \dots + \frac{1}{2^{100}} \right)$$

$$\Rightarrow 4A = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \dots + \frac{1}{2^{98}}$$

$$\Rightarrow 3A = 4A - A = \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \dots + \frac{1}{2^{98}} \right) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \dots + \frac{1}{2^{100}} \right)$$

$$\Rightarrow 3A = 1 - \frac{1}{2^{100}} \Rightarrow 3A < 1 \Rightarrow A < \frac{1}{3}$$

Vậy $A < \frac{1}{3}$ (điều phải chứng minh).

ÔN TẬP CHƯƠNG I

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Xem lại *Tóm tắt lý thuyết* các bài từ Bài 1 đến Bài 4 của chương này.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

1A. Tính:

$$\text{a) } -\frac{3}{4} \cdot 31\frac{11}{23} - \frac{3}{4} \cdot 8\frac{12}{23}$$

$$\text{b) } 4\frac{5}{9} : \left(-\frac{5}{7}\right) + 5\frac{4}{9} : \left(-\frac{5}{7}\right).$$

1B. Tính:

$$\text{a) } 4 + 375 \cdot \left(\frac{9}{16} : \frac{125}{64} : \frac{-27}{8}\right);$$

$$\text{b) } \frac{2}{3} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right);$$

$$\text{c) } \left(\frac{12}{35} - \frac{6}{7} + \frac{18}{14}\right) : \frac{6}{-7} - \frac{-2}{5};$$

$$\text{d) } \left[\frac{-54}{64} - \left(\frac{1}{9} : \frac{8}{27}\right) : \frac{-1}{3}\right] : \frac{-81}{128}.$$

2A. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{99.100};$$

$$\text{b) } B = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n+1}\right);$$

$$\text{c) } C = -66 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{11}\right) + 124 \cdot (-37) + 63 \cdot (-124);$$

$$\text{d) } D = \frac{7}{4} \left(\frac{33}{12} + \frac{3333}{2020} + \frac{333333}{303030} + \frac{33333333}{42424242}\right).$$

2B. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{7} - \frac{1}{13}}{\frac{2}{3} - \frac{2}{7} - \frac{2}{13}} \cdot \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{16} - \frac{3}{64} - \frac{3}{256}}{1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{16} - \frac{1}{64}} + \frac{5}{8};$$

$$\text{b) } B = \frac{0,125 - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}}{0,375 - \frac{3}{5} + \frac{3}{7}} + \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0,2}{\frac{2}{3} + 0,5 - \frac{3}{10}};$$

$$\text{3A. Cho } A = \left(\frac{1}{2} - 1\right)\left(\frac{1}{3} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{10} - 1\right). \text{ So sánh } A \text{ với } -\frac{1}{9}.$$

$$\text{3B. Cho } B = \left(\frac{1}{4} - 1\right)\left(\frac{1}{9} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{100} - 1\right). \text{ So sánh } B \text{ với } -\frac{11}{21}.$$

4A. Tính $\left[\left(\frac{2}{193}-\frac{3}{386}\right) \cdot \frac{193}{17}+\frac{33}{34}\right]:\left[\left(\frac{7}{1931}+\frac{11}{3862}\right) \cdot \frac{1931}{25}+\frac{9}{2}\right]$.

4B. Cho $A=\frac{1,11+0,19-13,2}{2,06+0,54}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right):2$ và $B=\left(5\frac{7}{8}-2\frac{1}{4}-0,5\right):2\frac{23}{26}$

a) Rút gọn A, B ;

b) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A < x < B$.

5A. Tìm x , biết:

a) $(2x-3)\left(\frac{3}{4}x+1\right)=0$;

b) $\frac{3}{7}x+2\frac{3}{5}=1\frac{2}{5}$;

c) $(5x-1)\left(2x-\frac{1}{3}\right)=0$;

d) $\frac{3}{7}+\frac{1}{7}:x=\frac{3}{14}$.

5B. Tìm x biết: $x-128=\left(4\frac{20}{21}-5\right):\left(\frac{4141}{4242}-1\right):\left(\frac{636363}{646464}-1\right)$.

6A. Diện tích của 5 đại dương được ghi lại trong bảng sau:

Tên đại Dương	Diện tích (Kilomét vuông)
Thái Bình Dương	168 723 000
Đại Tây Dương	85 133 000
Ấn Độ Dương	70 560 000
Nam Đại Dương	21 960 000
Bắc Băng Dương	15 558 000

(theo nguồn <https://cacnuoc.vn/5-dai-duong/>)

Em hãy sắp xếp sắp các đại dương theo thứ tự diện tích tăng dần.

6B. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là 90 m, tỉ số giữa hai cạnh là $\frac{2}{3}$.

a) Tính diện tích của mảnh đất này.

b) Người ta chia mảnh đất đó để trồng rau, trồng hoa và trồng cây ăn quả. Biết diện tích trồng rau chiếm 20% diện tích của mảnh vườn, diện tích trồng hoa chiếm $\frac{2}{9}$ diện tích của vườn, còn lại là trồng cây ăn quả. Tính diện tích mỗi phần đất trồng rau, trồng hoa và trồng cây ăn quả.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

7. Tìm x biết:

a) $\frac{-3}{2} - 2x + \frac{3}{4} = -2$;

b) $\frac{-2}{3}x - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$;

c) $\frac{x}{2} - \left(\frac{3}{5} - \frac{13}{5}\right) = -\left(\frac{7}{5} - \frac{7}{10}\right)$;

d) $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{-5}\right) : x = \frac{-38}{5}$.

8. Tính:

a) $(-3)^3 + 125 \cdot \left[\left(\frac{3}{4}\right)^3 : \left(\frac{5}{4}\right)^3\right]$;

b) $2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 - 1 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{8}\right] - 9$;

c) $\frac{2^{30} \cdot 5^7 + 2^{13} \cdot 5^{27}}{2^{27} \cdot 5^7 + 2^{10} \cdot 5^{27}}$.

9. Thực hiện phép tính (có thể để dạng lũy thừa của một số hữu tỉ):

a) $\frac{45^{10} \cdot 5^{10}}{75^{10}}$;

b) $\frac{2^{17} \cdot 9^4}{6^3 \cdot 8^3}$

c) $\frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}}$.

10. Tính hợp lý (nếu có thể):

a) $\frac{7}{12} \cdot 3\frac{2}{5} - \frac{7}{12} \cdot 9\frac{2}{5}$;

b) $2\frac{6}{31} - \frac{5}{24} + \frac{25}{31} - 1\frac{1}{24} + 0,25$;

c) $1\frac{8}{15} : \left(-\frac{3}{5}\right) - 5\frac{11}{15} : \left(-\frac{3}{5}\right)$.

11. Viết các biểu thức sau đây dưới dạng lũy thừa:

a) $9 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{81} \cdot 27$;

b) $\frac{2^2 \cdot 4 \cdot 32}{(-2)^2 \cdot 2^5}$

c) $4 \cdot 16 : \left(2^3 \cdot \frac{1}{16}\right)$.

12. a) So sánh M và N biết: $M = \frac{100^{100} + 1}{100^{99} + 1}$; $N = \frac{100^{101} + 1}{100^{100} + 1}$.

b) So sánh A và B biết: $A = \frac{2008^{2008} + 1}{2008^{2009} + 1}$; $B = \frac{2008^{2007} + 1}{2008^{2008} + 1}$.

13. So sánh:

a) $C = \frac{13^{15} + 1}{13^{16} + 1}$ và $D = \frac{13^{16} + 1}{13^{17} + 1}$;

b) $E = \frac{1999^{1999} + 1}{1999^{1998} + 1}$ và $F = \frac{1999^{2000} + 1}{1999^{1999} + 1}$;

c) $G = \frac{100^{100} + 1}{100^{99} + 1}$ và $H = \frac{100^{69} + 1}{100^{68} + 1}$.

14. Cho biểu thức sau:

$$P = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{97}\right) \left(1 - \frac{1}{98}\right) \left(1 - \frac{1}{99}\right)$$

- a) Không tính giá trị biểu thức P , hãy chứng minh $0 < P < 1$;
- b) Kiểm định lại kết quả của câu a) bằng cách tính giá trị của P .

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

$$1A. a) -\frac{3}{4} \cdot 31 \frac{11}{23} - \frac{3}{4} \cdot 8 \frac{12}{23} = -\frac{3}{4} \cdot \left(31 \frac{11}{23} + 8 \frac{12}{23} \right) = \dots = -30.$$

$$b) 4 \frac{5}{9} : \left(-\frac{5}{7} \right) + 5 \frac{4}{9} : \left(-\frac{5}{7} \right) = \left(4 \frac{5}{9} + 5 \frac{4}{9} \right) \cdot \left(-\frac{7}{5} \right) = \dots = -14.$$

$$1B. a) 4 + 375 \cdot \left(\frac{9}{16} : \frac{125}{64} : \frac{-27}{8} \right) = 4 + 375 \cdot \frac{-32}{375} = \dots = -28.$$

$$b) \frac{2}{3} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) = \frac{2}{3} - 4 \cdot \frac{5}{4} = \dots = \frac{-13}{3}.$$

$$c) \left(\frac{12}{35} - \frac{6}{7} + \frac{18}{14} \right) : \frac{6}{-7} - \frac{-2}{5} = \dots = \frac{27}{35} \cdot \frac{-7}{6} + \frac{2}{5} = \dots = \frac{-1}{2}.$$

$$d) \left[\frac{-54}{64} - \left(\frac{1}{9} : \frac{8}{27} \right) : \frac{-1}{3} \right] : \frac{-81}{128} = \dots = -\frac{4}{9}.$$

$$2A. a) A = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \dots = \frac{99}{100}.$$

$$b) B = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{n}{n+1} = \frac{1}{n+1}.$$

$$c) C = -66 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{11} \right) + 124 \cdot (-37) + 63 \cdot (-124) = \dots = -12417.$$

$$d) D = \dots = \frac{7}{4} \cdot 33 \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} \right) = \dots = 11.$$

$$2B. a) A = \dots = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \dots = 1.$$

$$b) B = \dots = \frac{1}{3} + \frac{19}{30} : \frac{19}{20} = \dots = 1.$$

$$3A. \text{Ta có: } A = \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{10} - 1 \right).$$

$$A = -\frac{1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{-3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{-9}{10} = \frac{-1}{10} > \frac{-1}{9}.$$

$$3B. \text{Ta có: } B = \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \left(\frac{1}{9} - 1 \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{100} - 1 \right)$$

$$B = \frac{-3}{4} \cdot \frac{-8}{9} \cdot \frac{-15}{16} \cdot \frac{-24}{25} \cdot \frac{-35}{36} \cdot \frac{-48}{49} \cdot \frac{-63}{64} \cdot \frac{-80}{81} \cdot \frac{-99}{100}$$

$$B = -\frac{11}{20} < -\frac{11}{21}.$$

$$\begin{aligned} 4A. & \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right] \\ &= \left[\frac{1}{34} + \frac{33}{34} \right] : \left[\frac{1}{2} + \frac{9}{2} \right] = \dots = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$4B. \text{ Ta có: } A = \frac{1,11+0,19-13,2}{2,06+0,54} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) : 2 = \dots = -\frac{79}{8} \text{ và } B = \left(5\frac{7}{8} - 2\frac{1}{4} - 0,5 \right) : 2\frac{23}{26} = \dots = \frac{13}{12}.$$

$$\text{Để } A < x < B \text{ thì } -\frac{79}{8} < x < \frac{13}{12}. \text{ Mà } x \in \mathbb{Z} \text{ nên } x \in \{-9; -8; \dots; 0; 1\}.$$

$$5A. a) (2x-3)\left(\frac{3}{4}x+1\right)=0 \Rightarrow \begin{cases} 2x-3=0 \\ \frac{3}{4}x+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ x=-\frac{4}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{3}{2}; -\frac{4}{3} \right\}.$$

$$b) \frac{3}{7}x + 2\frac{3}{5} = 1\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{3}{7}x = \frac{-6}{5} \Rightarrow x = -\frac{14}{5}. \text{ Vậy } x = -\frac{14}{5}.$$

$$c) (5x-1)\left(2x-\frac{1}{3}\right)=0 \Rightarrow \begin{cases} 5x-1=0 \\ 2x-\frac{1}{3}=0 \end{cases} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{1}{5}; \frac{1}{6} \right\}.$$

$$d) \frac{3}{7} + \frac{1}{7} : x = \frac{3}{14} \Rightarrow \frac{1}{7} : x = \frac{-3}{14} \Rightarrow x = -\frac{2}{3}.$$

$$5B. x-128 = \left(4\frac{20}{21} - 5 \right) : \left(\frac{4141}{4242} - 1 \right) : \left(\frac{636363}{646464} - 1 \right)$$

$$x-128 = -\frac{1}{21} : \frac{-1}{42} : \frac{-1}{64}$$

$$x-128 = -128 \Rightarrow x = 0.$$

6A. Đáp số: Bắc Băng Dương, Nam Đại Dương, Ấn Độ Dương, Đại Tây Dương, Thái Bình Dương.

6B. Đưa về bài toán tìm chiều dài và chiều rộng khi biết tổng (là nửa chu vi) và tỉ số là $\frac{2}{3}$.

Đáp số: Chiều dài là 27 m và chiều rộng là 18 m.

Khi đó diện tích của mảnh đất là 486 m^2 .

Diện tích trồng rau là $20\%.486 = 97,2 \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích trồng hoa là $\frac{2}{9}.486 = 108 \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích trồng cây ăn quả là $280,8 \text{ m}^2$

7. a) $x = \frac{5}{8}$. b) $x = -\frac{3}{2}$.

c) $x = -\frac{27}{5}$. d) $x = \frac{-1}{4}$.

8. a) $(-3)^3 + 125 \cdot \left[\left(\frac{3}{4} \right)^3 : \left(\frac{5}{4} \right)^3 \right] = \dots = 0$.

b) $2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^0 - 1 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{8} \right] - 9 = \dots = 33$.

c) $\frac{2^{30} \cdot 5^7 + 2^{13} \cdot 5^{27}}{2^{27} \cdot 5^7 + 2^{10} \cdot 5^{27}} = \dots = 2^3 = 8$.

9. a) $\frac{45^{10} \cdot 5^{10}}{75^{10}} = \dots = 3^{10}$.

b) $\frac{2^{17} \cdot 9^4}{6^3 \cdot 8^3} = \dots = 3^5 \cdot 2^5 = 6^5$.

c) $\frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}} = \frac{2^{30} + 2^{20}}{2^{12} + 2^{22}} = \frac{2^{20}(2^{10} + 1)}{2^{12}(1 + 2^{10})} = 2^8 = 256$.

10. a) $\frac{7}{12} \cdot 3\frac{2}{5} - \frac{7}{12} \cdot 9\frac{2}{5} = \frac{7}{12} \cdot \left(3\frac{2}{5} - 9\frac{2}{5} \right) = \dots = -\frac{7}{2}$.

b) $= \left(2\frac{6}{31} + \frac{25}{31} \right) - \left(\frac{5}{24} + 1\frac{1}{24} \right) + 0,25 = \dots = 2$.

c) $1\frac{8}{15} : \left(-\frac{3}{5} \right) - 5\frac{11}{15} : \left(-\frac{3}{5} \right) = \left(1\frac{8}{15} - 5\frac{11}{15} \right) \cdot \left(-\frac{5}{3} \right) = \dots = 7$.

11. a) $9 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{81} \cdot 27 = 3^2 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{3^4} \cdot 3^3 = \dots = 3^3$.

b) $\frac{2^2 \cdot 4 \cdot 32}{(-2)^2 \cdot 2^5} = \dots = 2^2$.

c) $4 \cdot 16 : \left(2^3 \cdot \frac{1}{16} \right) = \dots = 2^7$.

12. Với mọi số tự nhiên a, b, c khác 0, ta chứng minh được:

- Nếu $\frac{a}{b} < 1$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$
- Nếu $\frac{a}{b} > 1$ thì $\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$

a) Áp dụng tính chất trên, ta có:

$$N = \frac{100^{101} + 1}{100^{100} + 1} > 1 \text{ nên}$$

$$\frac{100^{101} + 1}{100^{100} + 1} > \frac{100^{101} + 1 + 99}{100^{100} + 1 + 99} = \dots = \frac{100(100^{100} + 1)}{100(100^{99} + 1)} = \frac{100^{100} + 1}{100^{99} + 1} = M$$

Vậy $N > M$ hay $M < N$.

b) Áp dụng tính chất trên, ta có:

$$\text{Vì } A = \frac{2008^{2008} + 1}{2008^{2009} + 1} < 1 \text{ nên:}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{2008^{2008} + 1}{2008^{2009} + 1} < \frac{2008^{2008} + 1 + 2007}{2008^{2009} + 1 + 2007} \\ &= \frac{2008^{2008} + 2008}{2008^{2009} + 2008} = \frac{2008 \cdot (2008^{2007} + 1)}{2008 \cdot (2008^{2008} + 1)} = \frac{2008^{2007} + 1}{2008^{2008} + 1} = B \end{aligned}$$

Vậy $A < B$.

13. HS làm tương tự bài 12.

Đáp số: a) $C > D$. b) $E < F$. c) $G > H$.

14. a) Do $0 < 1 - \frac{1}{n} < 1$ ($n \in \mathbb{N}^*, n > 1$) và P là tích các thừa số có tính chất như trên nên $0 < P < 1$.

$$\begin{aligned} \text{b) } P &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{97}\right) \left(1 - \frac{1}{98}\right) \left(1 - \frac{1}{99}\right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{96}{97} \cdot \frac{97}{98} \cdot \frac{98}{99} = \frac{1}{99}. \end{aligned}$$

BÀI 1. LÀM QUEN VỚI SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Biểu diễn thập phân của số hữu tỉ, số thập phân hữu hạn và số thập phân vô hạn tuần hoàn

- Khi viết một số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ dưới dạng số thập phân, ta lấy tử số chia cho mẫu số. Có thể xảy ra một trong hai trường hợp sau:

+ Trường hợp 1: Sau một số bước thực hiện phép chia được số dư bằng 0, kết quả thu được của phép chia đó là một số thập phân có hữu hạn chữ số sau dấu phẩy. Ta cũng nói kết quả là một số thập phân hữu hạn.

+ Trường hợp 2: Phép chia không bao giờ dừng lại và trong thương có chữ số hoặc cụm chữ số sau dấu phẩy lặp đi lặp lại.

- Chữ số hoặc cụm chữ số (sau dấu phẩy) lặp đi lặp lại gọi là chu kỳ của số thập phân vô hạn tuần hoàn, và có thể viết gọn trong dấu ngoặc ().

+ Nếu một phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu không có ước nguyên tố khác 2 và 5, thì phân số đó được viết dưới dạng số thập phân hữu hạn.

+ Nếu một phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

+ Mỗi số thập phân vô hạn tuần hoàn biểu diễn một số hữu tỉ.

2. Làm tròn số thập phân căn cứ vào độ chính xác cho trước.

+ Làm tròn số thập phân vô hạn tuần hoàn tương tự như làm tròn số thập phân hữu hạn.

- Đối với chữ số hàng làm tròn:

- Giữ nguyên nếu chữ số ngay bên phải nhỏ hơn 5;
- Tăng 1 đơn vị nếu chữ số ngay bên phải lớn hơn hay bằng 5.

- Đối với các chữ số sau hàng làm tròn:

- Bỏ đi nếu ở phần thập phân;
- Thay bởi các chữ số 0 nếu ở phần số nguyên.
- Khi làm tròn số đến một hàng nào đó, kết quả làm tròn có độ chính xác bằng một nửa đơn vị hàng làm tròn.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận biết số thập phân hữu hạn và số thập phân vô hạn tuần hoàn

1A. Trong các số sau, số nào là số thập phân hữu hạn? Số nào là số thập phân vô hạn tuần hoàn?

0,01; 0,125; $-1,3(7)$; $-4,125$; $2,(54)$

1B. Trong các số sau, số nào là số thập phân hữu hạn? Số nào là số thập phân vô hạn tuần hoàn ?

1,24; 3,82; $-1,2(3)$; $-2,725$; $2,(19)$

2A. Xác định chu kỳ của số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới đây và viết gọn số thập phân đó bằng cách sử dụng chu kỳ.

a) 0,171717... b) 2,010101... c) $-3,14626262...$

2B. Xác định chu kỳ của số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới đây và viết gọn số thập phân đó bằng cách sử dụng chu kỳ.

a) 3,777... b) 0,232323... c) $-1,2545454...$

Dạng 2. Viết một phân số dưới dạng số thập phân

Phương pháp giải: Để viết phân số $\frac{a}{b}$ dưới dạng số thập phân ta thực hiện phép chia $a : b$.

3A. Viết các phân số sau dưới dạng số thập phân:

$\frac{3}{25}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{11}{20}$; $-\frac{18}{11}$; $\frac{6}{24}$

3B. Viết các phân số sau dưới dạng số thập phân:

$\frac{6}{12}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{15}{33}$; $-\frac{17}{20}$; $\frac{14}{9}$

4A. Dùng dấu ngoặc để chỉ rõ chu kỳ trong thương của các phép chia sau:

a) $8,5:3$; b) $3:7$.

4B. Dùng dấu ngoặc để chỉ rõ chu kỳ trong thương của các phép chia sau:

a) $4:9$; b) $9,2:11$.

Dạng 3. Nhận biết một phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn hay vô hạn tuần hoàn

Phương pháp giải:

Bước 1. Rút gọn phân số về dạng phân số tối giản (nếu có).

Bước 2. Viết phân số dưới dạng có mẫu số dương, nếu thấy mẫu số không có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì kết luận ngay phân số viết được thành số thập phân hữu hạn. Nếu thấy mẫu số có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì rút gọn phân số cho đến khi được phân số tối giản và chuyển sang bước 3.

Bước 3. Nếu mẫu không có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số được viết dưới dạng số thập phân hữu hạn. Nếu mẫu có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó được viết dưới dạng số thập

phân vô hạn tuần hoàn.

5A. Trong các phân số $\frac{3}{25}, \frac{4}{9}, \frac{1}{20}, -\frac{3}{24}$, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

5B. Trong các phân số $\frac{5}{33}, \frac{9}{150}, \frac{7}{32}, -\frac{8}{42}$, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

6A. Trong các phân số $\frac{2}{7}; \frac{2}{45}; \frac{-5}{250}; -\frac{7}{18}$ có bao nhiêu phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ?

6B. Trong các phân số $\frac{3}{22}; \frac{21}{12}; \frac{7}{3}; -\frac{5}{14}$ có bao nhiêu phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ?

Dạng 4. Viết số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số tối giản

Phương pháp giải: Để viết số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số tối giản, ta vận dụng kiến thức sau:

$$\frac{1}{9} = 0,(1); \quad \frac{1}{99} = 0,(01); \quad \frac{1}{999} = 0,(001); \dots$$

7A. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau dưới dạng phân số tối giản:

a) $5,(3);$ b) $-2,(34);$ c) $5,(016).$

7B. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau dưới dạng phân số tối giản:

a) $2,(1);$ b) $-3,(63);$ c) $4,(127).$

8A. Viết các số thập phân sau dưới dạng phân số tối giản:

a) $2,2(1);$ b) $-8,1(3).$

8B. Viết các số thập phân sau dưới dạng phân số tối giản:

a) $0,4(6);$ b) $-9,4(7).$

Dạng 5. Làm tròn số thập phân

Phương pháp giải:

+ Để làm tròn số thập phân đến một hàng đã cho, ta thực hiện làm tròn theo quy tắc sau: Giữ nguyên nếu chữ số ngay bên phải nhỏ hơn 5; tăng 1 đơn vị nếu chữ số ngay bên phải lớn hơn hay bằng 5. Đối với các chữ số sau hàng làm tròn, ta bỏ đi các chữ số ở phần thập phân và thay bởi các chữ số ở phần số nguyên bằng các chữ số 0.

+ Để làm tròn số thập phân với độ chính xác đã cho, ta thực hiện theo các bước sau

Bước 1: Xác định hàng làm tròn dựa vào độ chính xác.

Bước 2: Làm tròn theo cách làm tròn số thập phân đến một hàng đã cho.

9A. Làm tròn số 55,21736...

- a) đến chữ số thập phân thứ ba;
- b) đến chữ số thập phân thứ hai;
- c) đến chữ số hàng chục.

9B. Làm tròn số 3,151928...

- a) đến chữ số thập phân thứ hai;
- b) đến chữ số thập phân thứ ba;
- c) đến hàng đơn vị.

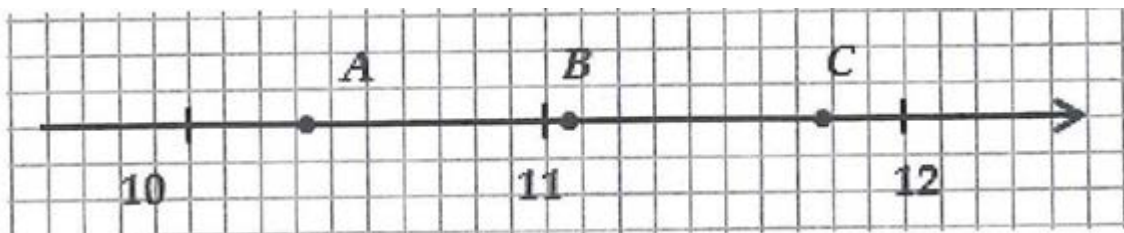
10A. Làm tròn số 4367,(56):

- a) với độ chính xác 0,05;
- b) với độ chính xác 5.
- c) với độ chính xác 0,005.

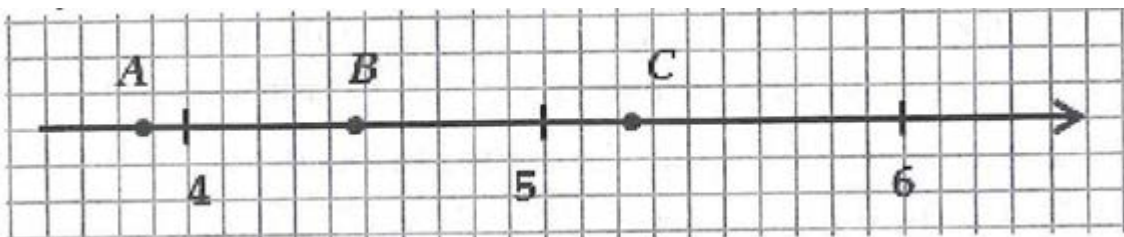
10B. Làm tròn số 523,15(3):

- a) với độ chính xác 0,05;
- b) với độ chính xác 50;
- c) với độ chính xác 0,0005 .

11A. Làm tròn số thập phân được biểu diễn bởi các điểm A, B, C dưới đây với độ chính xác 0,05.



11B. Làm tròn số thập phân được biểu diễn bởi các điểm A, B, C dưới đây với độ chính xác 0,05.



III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

12. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau dưới dạng rút gọn và nêu rõ chu kỳ của nó:

- a) $0,66666\dots$; b) $1,838383\dots$; c) $0,36818181\dots$

13. Viết các số $\frac{63}{40}; \frac{6}{11}; \frac{22}{9}; \frac{27}{90}; \frac{-4}{33}$ dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn:

14. Viết các phân số $\frac{1}{9}; \frac{1}{90}; \frac{1}{900}$ dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn:

15. Viết các số thập phân sau đây dưới dạng phân số tối giản:

- a) $0,22$; b) $0,(2)$; c) $0,14(2)$.

16. Tìm tổng của tử số và mẫu số khi viết các số thập phân sau đây dưới dạng phân số tối giản :

- a) $0,126$; b) $0,(126)$; c) $0,12(6)$.

17. Làm tròn các số thập phân sau với độ chính xác $0,005$:

- a) $5,724$; b) $5,7242424\dots$;
c) $6,838383\dots$; d) $43,67(52)$.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. Số thập phân hữu hạn là: $0,01; 0,125; -4,125$;

Số thập phân vô hạn tuần hoàn là $-1,3(7)$; $2,(54)$.

1B. Số thập phân hữu hạn là: $1,24; 3,82; -2,725$;

Số thập phân vô hạn tuần hoàn là $-1,2(3)$; $2,(19)$.

2A. a) $0,171717... = 0,(17)$

Chu kỳ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,171717...$ là 17 .

b) $2,010101... = 2,(01)$

Chu kỳ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $2,010101...$ là 01.

c) $-3,14626262... = -3,14(62)$

Chu kỳ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $-3,14626262...$ là 62.

2B. a) $3,777... = 3,(7)$

Chu kỳ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $3,777...$ là 7 .

b) $0,232323... = 0,(23)$

Chu kỳ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,232323...$ là 23.

c) $-1,2545454... = -1,2(54)$

Chu kỳ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $-1,2545454...$ là 54.

3A. $\frac{3}{25} = 0,12$; $\frac{4}{9} = 0,444...;$ $\frac{11}{20} = 0,55$;

$-\frac{18}{11} = 1,636363...;$ $\frac{6}{24} = 0,25$.

3B. $\frac{6}{12} = 0,5$; $\frac{5}{7} = 0,714285714285...;$

$\frac{15}{33} = 0,4545...$ $-\frac{17}{20} = -0,85$; $\frac{14}{9} = 1,555...$

4A. a) $8,5:3 = 2,8333... = 2,8(3)$;

b) $3:7 = 0,428571428571... = 0,(428571)$.

4B. a) $4:9 = 0,444... = 0,(4)$;

b) $9,2:11 = 0,8363636... = 0,8(36)$.

5A. Trong bốn phân số đã cho, các phân số $\frac{3}{25}$ và $\frac{1}{20}$, mẫu số chỉ có ước nguyên tố là 2 hoặc 5 nên đều được viết thành số thập phân hữu hạn.

Phân số $\frac{4}{9}$ là phân số tối giản, mẫu số $9 = 3^2$ chứa thừa số nguyên tố 3, nên phân số $\frac{4}{9}$ được viết thành số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Phân số $-\frac{3}{24} = -\frac{1}{8}$; và phân số $-\frac{1}{8}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn (vì tối giản và mẫu chỉ có ước nguyên tố là 2). Do đó phân số $-\frac{3}{24}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

5B. Trong bốn phân số đã cho, phân số $\frac{7}{32}$ viết được thành số thập phân hữu hạn vì mẫu chỉ có ước nguyên tố là 2.

Phân số $\frac{5}{33}$ tối giản, mẫu số $33 = 3.11$ chứa thừa số nguyên tố 3 và 11 nên phân số $\frac{5}{33}$ viết được thành số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Phân số $\frac{9}{150} = \frac{3}{50}$ và phân số $\frac{3}{50}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn (vì mẫu số chỉ có ước nguyên tố 2 và 5), nên phân số $\frac{9}{150}$ được viết thành số thập phân hữu hạn.

Phân số $-\frac{8}{42} = -\frac{4}{21}$ và phân số $-\frac{4}{21}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn (vì tối giản với mẫu số dương có ước nguyên tố 3 và 7) nên phân số $-\frac{8}{42}$ viết được thành số thập phân vô hạn tuần hoàn.

6A. Các phân số $\frac{2}{7}; \frac{2}{45} = \frac{2}{3.3.5}; -\frac{7}{18} = -\frac{7}{2.3.3}$ đều viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn vì đều tối giản với mẫu số dương và có ước nguyên tố khác 2 và 5.

Phân số còn lại $-\frac{5}{250} = -\frac{1}{50} = -\frac{1}{2.5.5}$ viết được thành số thập phân hữu hạn (vì $-\frac{1}{2.5.5}$ tối giản và mẫu không có ước nguyên tố khác 2 và 5)

Vì vậy trong 4 phân số đã cho có 3 phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

6B. Các phân số $\frac{3}{22} = \frac{3}{2.11}; \frac{7}{3}; -\frac{5}{14} = -\frac{5}{2.7}$ đều viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn vì đều tối giản với mẫu số dương và có ước nguyên tố khác 2 và 5.

Phân số còn lại $\frac{21}{12} = \frac{7}{4} = \frac{7}{2.2}$ viết được thành số thập phân hữu hạn (vì $\frac{7}{2.2}$ tối giản và mẫu không

có ước nguyên tố khác 2 và 5).

Vì vậy, trong 4 phân số đã cho có 3 phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

$$7A. a) 5,(3) = 5 + 0,(3) = 5 + 3 \cdot 0,(1) = 5 + 3 \cdot \frac{1}{9} = 5 + \frac{3}{9} = 5 + \frac{1}{3} = \frac{16}{3};$$

$$b) -2,(34) = -[2 + 0,(34)] = -[2 + 34 \cdot 0,(01)] = -\left(2 + 34 \cdot \frac{1}{99}\right) \\ = -\left(2 + \frac{34}{99}\right) = -\frac{232}{99};$$

$$c) 5,(016) = 5 + 0,(016) = 5 + 16 \cdot 0,(001) \\ = 5 + 16 \cdot \frac{1}{999} = 5 + \frac{16}{999} = \frac{5011}{999}.$$

$$7B. a) 2,(1) = 2 + 0,(1) = 2 + \frac{1}{9} = \frac{19}{9};$$

$$b) -3,(63) = -[3 + 0,(63)] = -[3 + 63 \cdot 0,(01)] = -\left(3 + 63 \cdot \frac{1}{99}\right) = -\left(3 + \frac{63}{99}\right) \\ = -\left(3 + \frac{7}{11}\right) = -\frac{40}{11}$$

$$c) 4,(127) = 4 + 0,(127) = 4 + 127 \cdot 0,(001) \\ = 4 + 127 \cdot \frac{1}{999} = 4 + \frac{127}{999} = \frac{4123}{999}.$$

$$8A. a) 2,2(1) = \frac{1}{10} \cdot 22,(1) = \frac{1}{10} \cdot [22 + 0,(1)] = \frac{1}{10} \cdot \left(22 + \frac{1}{9}\right) = \frac{1}{10} \cdot \frac{199}{9} = \frac{199}{90}.$$

$$b) -8,1(3) = -\frac{1}{10} \cdot 81,(3) = -\frac{1}{10} \cdot [81 + 0,(3)] = -\frac{1}{10} \cdot [81 + 3 \cdot 0,(1)] \\ = -\frac{1}{10} \cdot \left(81 + 3 \cdot \frac{1}{9}\right) = -\frac{1}{10} \cdot \left(81 + \frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{10} \cdot \frac{244}{3} = -\frac{244}{30} = -\frac{122}{15}.$$

$$8B. a) 0,4(6) = \frac{1}{10} \cdot 4,(6) = \frac{1}{10} \cdot [4 + 0,(6)] = \frac{1}{10} \cdot [4 + 6 \cdot 0,(1)] \\ = \frac{1}{10} \cdot \left(4 + 6 \cdot \frac{1}{9}\right) = \frac{1}{10} \cdot \left(4 + \frac{6}{9}\right) = \frac{1}{10} \cdot \left(4 + \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{10} \cdot \frac{14}{3} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}.$$

$$b) -9,4(7) = -\frac{1}{10} \cdot 94,(7) = -\frac{1}{10} \cdot [94 + 0,(7)] = -\frac{1}{10} \cdot [94 + 7 \cdot 0,(1)] \\ = -\frac{1}{10} \cdot \left(94 + 7 \cdot \frac{1}{9}\right) = -\frac{1}{10} \cdot \left(94 + \frac{7}{9}\right) = -\frac{1}{10} \cdot \frac{853}{9} = -\frac{853}{90}.$$

9A. a) Áp dụng quy tắc làm tròn $55,21736... \approx 55,217$;

b) Áp dụng quy tắc làm tròn $55,21736... \approx 55,22$;

c) Áp dụng quy tắc làm tròn $55,21736... \approx 60$.

9B. a) Áp dụng quy tắc làm tròn $3,151928... \approx 3,15$;

b) Áp dụng quy tắc làm tròn $3,151928... \approx 3,152$;

c) Áp dụng quy tắc làm tròn $3,151928... \approx 3$.

10A. a) Để làm tròn đến độ chính xác $0,05$, ta làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.

Áp dụng quy tắc làm tròn $4367,(56) = 4367,5656... \approx 4367,6$;

b) Để làm tròn đến độ chính xác 5 , ta làm tròn đến chữ số hàng chục.

Áp dụng quy tắc làm tròn $4367,(56) \approx 4370$;

c) Để làm tròn đến độ chính xác $0,005$, ta làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai.

Áp dụng quy tắc làm tròn $4367,(56) = 4367,565656... \approx 4367,57$.

10B. a) Để làm tròn đến độ chính xác $0,05$, ta làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.

Áp dụng quy tắc làm tròn $523,15(3) = 523,15333... \approx 523,2$;

b) Để làm tròn đến độ chính xác 50 , ta làm tròn đến chữ số hàng trăm.

Áp dụng quy tắc làm tròn $523,15(3) = 523,15333... \approx 500$;

c) Để làm tròn đến độ chính xác $0,0005$, ta làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba.

Áp dụng quy tắc làm tròn $523,15(3) = 523,15333... \approx 523,153$

11A. $A \approx 10,3$; $B \approx 11,1$; $C \approx 11,8$.

11B. $A \approx 3,9$; $B \approx 4,5$; $C \approx 5,2$.

12. a) $0,66666... = 0,(6)$. Số $0,(6)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn với chu kỳ 6 .

b) $1,838383... = 1,(83)$. Số $1,(83)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn với chu kỳ là 83 .

c) $0,36818181... = 0,36(81)$. Số $0,36(81)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn với chu kỳ là 81 .

13. $\frac{63}{40} = 1,575$; $\frac{6}{11} = 0,545454... ; \frac{22}{9} = 2,444...;$

$\frac{27}{90} = 0,3$; $\frac{-4}{33} = -0,121212...$

14. $\frac{1}{9} = 0,111...;$ $\frac{1}{90} = 0,0111...;$

$$\frac{1}{900} = 0,00111...$$

15. a) $0,22 = \frac{22}{100} = \frac{11}{50}$;

b) $0,(2) = 2.0,(1) = 2 \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$;

c) $0,14(2) = \frac{1}{100} \cdot 14,(2) = \frac{1}{100} \cdot [14 + 0,(2)] = \frac{1}{100} \cdot [14 + 2.0,(1)]$
 $= \frac{1}{100} \cdot \left(14 + 2 \cdot \frac{1}{9}\right) = \frac{1}{100} \cdot \left(14 + \frac{2}{9}\right) = \frac{1}{100} \cdot \frac{128}{9} = \frac{128}{900} = \frac{32}{225}$.

16. a) $0,126 = \frac{126}{1000} = \frac{63}{500}$;

b) $0,(126) = 126.0,(001) = 126 \cdot \frac{1}{999} = \frac{126}{999} = \frac{14}{111}$;

c) $0,12(6) = \frac{1}{100} \cdot 12,(6) = \frac{1}{100} \cdot [12 + 0,(6)] = \frac{1}{100} \cdot [12 + 6.0,(1)]$
 $= \frac{1}{100} \cdot \left(12 + 6 \cdot \frac{1}{9}\right) = \frac{1}{100} \cdot \left(12 + \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{100} \cdot \frac{38}{3} = \frac{38}{300} = \frac{19}{150}$.

17. Làm tròn với độ chính xác 0,005 tức là làm tròn đến số thập phân thứ 2

a) Áp dụng quy tắc làm tròn $5,724 \approx 5,72$;

b) Áp dụng quy tắc làm tròn $5,7242424... \approx 5,72$;

c) Áp dụng quy tắc làm tròn $6,838383... \approx 6,84$;

d) Áp dụng quy tắc làm tròn $43,67(52) = 43,67525252... \approx 43,68$.

BÀI 2. SỐ VÔ TỈ. CĂN BẬC HAI SỐ HỌC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số vô tỉ

Số vô tỉ là số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

2. Căn bậc hai số học

+ Căn bậc hai số học của một số a không âm, ký hiệu là $\sqrt{a}$, là số x không âm sao cho $x^2 = a$.

+ Căn bậc hai số học của 0 là 0, ta viết $\sqrt{0} = 0$

+ Số âm không có căn bậc hai số học.

+ Với $a > 0$ thì $\sqrt{a^2} = a$; với $a < 0$ thì $\sqrt{a^2} = -a$.

+ Với hai số không âm bất kỳ a và b ta có:

Nếu $a = b$ thì $\sqrt{a} = \sqrt{b}$;

Nếu $a > b \geq 0$ thì $\sqrt{a} > \sqrt{b}$.

3. Sử dụng máy tính để tính căn bậc hai số học. Làm tròn căn bậc hai số học

+ Ta có thể sử dụng máy tính cầm tay để tính căn bậc hai số học của một số. Nếu kết quả là số thập phân vô hạn tuần hoàn thì kết quả hiển thị trên máy tính đều được làm tròn.

+ Số thập phân vô hạn được làm tròn giống quy tắc làm tròn số thập phân hữu hạn.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tìm căn bậc hai số học của một số cho trước (trong những trường hợp thuận lợi)

Phương pháp giải: Trường hợp thuận lợi nhất là khi số đã cho được viết dưới dạng a^2 thì căn bậc hai cần tìm bằng a (nếu $a > 0$) và bằng $-a$ (nếu $a < 0$). Như vậy, trong một số trường hợp, để tìm căn bậc hai số học của một số, ta phân tích số đó ra thừa số nguyên tố và biến đổi số đó thành bình phương của một số.

1A. Tìm căn bậc hai số học của các số sau:

$$4^2; 25^2; (-13)^2; -121^2; 149^2.$$

1B. Tìm căn bậc hai số học của các số sau:

$$7^2; 15^2; (-21)^2; -53^2; 218^2.$$

2A. Tính căn bậc hai số học của các số sau:

- | | |
|---------|----------|
| a) 16 ; | b) 49 ; |
| c) 64 ; | d) 225 . |

2B. Tính căn bậc hai số học của các số sau:

- a) 4 ; b) 25 ;
c) 36 ; d) 144 .

3A. Dựa vào phân tích một số ra thừa số nguyên tố, hãy tính căn bậc hai số học của các số:

- a) 784 ; b) 1764 ; c) 202500 .

3B. Dựa vào phân tích một số ra thừa số nguyên tố, hãy tính căn bậc hai số học của các số :

- a) 1296 ; b) 4900 ; c) 99225 .

4A. Một nền nhà hình chữ nhật có chiều rộng 3 m, chiều dài 18 m được lát bởi 150 viên gạch hình vuông. Tính độ dài cạnh của viên gạch theo đơn vị cm (coi các mạch ghép là không đáng kể và các viên gạch được giữ nguyên) ?

4B. Một căn phòng hình chữ nhật có chiều rộng 3 m, chiều dài 5 m được lát bởi 240 viên gạch hình vuông. Tính độ dài cạnh của viên gạch theo đơn vị cm (coi các mạch ghép là không đáng kể và các viên gạch được giữ nguyên)?

Dạng 2. Tìm một số khi biết căn bậc hai số học của nó

Phương pháp giải: Nếu căn bậc hai số học của một số bằng a (a là một số không âm đã cho) thì số đó bằng a^2 . Không có số nào có căn bậc hai số học bằng một số âm đã cho.

5A. Tìm x , biết:

- a) $\sqrt{x} = 4$; b) $\sqrt{x} = -31$;
c) $\sqrt{x-3} = 11$; d) $91 - \sqrt{x} = 78$.

5B. Tìm x , biết :

- a) $\sqrt{x} = 9$; b) $\sqrt{x} = -12$;
c) $\sqrt{4+x} = 22$; d) $\sqrt{x} + 42 = 59$.

6A. Tìm các số a, b, c, d biết $\sqrt{a} = 3$; $\sqrt{b} = 0,5$; $\sqrt{c} = \frac{4}{7}$; $\sqrt{d} = 0,01$.

6B. Tìm các số a, b, c, d biết $\sqrt{a} = 1,2$; $\sqrt{b} = 9$; $\sqrt{c} = \frac{22}{7}$; $\sqrt{d} = 0,05$.

7A. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3}{4}m + \frac{1}{2}$, với $\sqrt{m} = \frac{2}{3}$.

7B. Tính giá trị của biểu thức $B = 0,5\sqrt{n} + 11,2n$, với $\sqrt{n} = 0,1$.

Dạng 3. So sánh các căn bậc hai

Phương pháp giải: Để so sánh hai căn bậc hai số học, ta dùng tính chất sau: Nếu a, b là hai số không âm và $a < b$ thì $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.

Lưu ý : Căn bậc hai số học là một số không âm. Nó luôn lớn hơn số âm.

Muốn so sánh một căn bậc hai số học với một số a không âm đã cho, ta viết $a = \sqrt{a^2}$ rồi so sánh căn bậc hai số học đã cho với $\sqrt{a^2}$.

8A. So sánh các số sau:

- a) $\sqrt{5}$ và $\sqrt{7}$; b) 3 và $\sqrt{7}$;
c) $\sqrt{18}$ và 4; d) $\sqrt{7}$ và -3.

8B. So sánh các số sau:

- a) $\sqrt{8}$ và $\sqrt{12}$; b) $\sqrt{27}$ và 6;
c) 9 và $\sqrt{72}$; d) -5 và $\sqrt{17}$.

9A. Sắp xếp các số $3; \sqrt{12}; -4; 5; \frac{22}{7}; \sqrt{44}$ theo giá trị từ bé đến lớn.

9B. Sắp xếp các số $\sqrt{42}; 7; \frac{3}{4}; -\frac{1}{3}; \sqrt{15}$ theo giá trị từ bé đến lớn.

Dạng 4. Sử dụng máy tính cầm tay để tính căn bậc hai số học

10A. Sử dụng máy tính cầm tay để tìm căn bậc hai số học của các số sau rồi làm tròn các kết quả với độ chính xác 0,005.

- a) 5; b) 46; c) 1980.

10B. Sử dụng máy tính cầm tay để tìm căn bậc hai số học của các số sau rồi làm tròn các kết quả với độ chính xác 0,05.

- a) 11; b) 125; c) 2752.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

11. Tìm căn bậc hai số học của các số sau:

$$49; 0,25; -4; 121; (-8)^2; -13^2; \frac{16}{81}.$$

12. Tính:

- a) $\sqrt{\frac{25}{16}} - 1$; b) $\sqrt{17^2 - 8^2}$; c) $\sqrt{49} + \sqrt{169}$.

13. Một tấm bìa hình vuông có diện tích 1296 cm^2 . Tính độ dài cạnh của tấm bìa.

14. Một sân trượt Pa-tin hình vuông có diện tích là 625 m^2 . Tính độ dài một cạnh của sân trượt đó.

15. Tìm x , biết :

- a) $\sqrt{x} = 10$; b) $\sqrt{x} = \frac{1}{3}$; c) $\sqrt{x+4} = 15$.

16. Sắp xếp các số $7; \sqrt{121}; \frac{67}{3}; \sqrt{88}; 4,32; -2$ theo thứ tự từ lớn đến bé.

17*. Có bao nhiêu số nguyên lớn hơn $\sqrt{6}$ nhưng nhỏ hơn $\sqrt{21}$?

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. $\sqrt{4^2} = 4$; $\sqrt{25^2} = 25$; $\sqrt{(-13)^2} = -(-13) = 13$;

$-121^2 < 0$ nên không tồn tại căn bậc hai số học của -121^2 ;

$\sqrt{149^2} = 149$.

1B. $\sqrt{7^2} = 7$ $\sqrt{15^2} = 15$; $\sqrt{(-21)^2} = -(-21) = 21$;

$-53^2 < 0$ nên không tồn tại căn bậc hai số học của -53^2 ; $\sqrt{218^2} = 218$.

2A. a) $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$; b) $\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$;

c) $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$; d) $\sqrt{225} = \sqrt{15^2} = 15$.

2B. a) $\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$; b) $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$;

c) $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$; d) $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$;

3A. a) Ta có $784 = 2^4 \cdot 7^2 = (2^2 \cdot 7)^2 = 28^2$ nên $\sqrt{784} = 28$;

b) Ta có $1764 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 = (2 \cdot 3 \cdot 7)^2 = 42^2$ nên $\sqrt{1764} = 42$;

c) Ta có $202500 = 2^2 \cdot 5^4 \cdot 3^4 = (2 \cdot 5^2 \cdot 3^2)^2 = 450^2$ nên $\sqrt{202500} = 450$.

3B. a) Ta có $1296 = 2^4 \cdot 3^4 = (2^2 \cdot 3^2)^2 = 36^2$ nên $\sqrt{1296} = 36$;

b) Ta có $4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 = (2 \cdot 5 \cdot 7)^2 = 70^2$ nên $\sqrt{4900} = 70$;

c) Ta có $99225 = 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^2 = (3^2 \cdot 5 \cdot 7)^2 = 315^2$ nên $\sqrt{99225} = 315$.

4A. Đổi $3 \text{ m} = 300 \text{ cm}$; $18 \text{ m} = 1800 \text{ cm}$;

Diện tích của căn phòng là: $300 \cdot 1800 = 540000 \text{ cm}^2$

Diện tích của một viên gạch là $540000 : 150 = 3600 \text{ cm}^2$

Độ dài cạnh của 1 viên gạch là $\sqrt{3600} = 60 \text{ cm}$.

Đáp số: 60 cm .

4B. Đổi $3 \text{ m} = 300 \text{ cm}$; $5 \text{ m} = 500 \text{ cm}$;

Diện tích của căn phòng là: $300 \cdot 500 = 150000 (\text{cm}^2)$;

Diện tích của một viên gạch là: $150000 : 240 = 625 (\text{cm}^2)$

Độ dài cạnh của 1 viên gạch là: $\sqrt{625} = 25$ (cm).

Đáp số: 25 cm.

5A. a) $\sqrt{x} = 4$ nên $x = 4^2 = 16$;

b) Vì $-31 < 0$ nên không tồn tại giá trị của x sao cho $\sqrt{x} = -31$;

c) $\sqrt{x-3} = 11$ nên $x-3 = 11^2 = 121$. Vậy $x = 121+3 = 124$;

d) $91 - \sqrt{x} = 78$ nên $\sqrt{x} = 13$. Khi đó $x = 13^2 = 169$.

5B. a) $\sqrt{x} = 9$ nên $x = 9^2 = 81$;

b) Vì $-12 < 0$ nên không tồn tại giá trị của x sao cho $\sqrt{x} = -12$;

c) $\sqrt{4+x} = 22$ nên $4+x = 22^2 = 484$. Vậy $x = 484 - 4 = 480$;

d) $\sqrt{x} + 42 = 59$ nên $\sqrt{x} = 59 - 42 = 17$. Khi đó $x = 17^2 = 289$.

6A. $\sqrt{a} = 3$ nên $a = 3^2 = 9$;

$\sqrt{b} = 0,5$ nên $b = 0,5^2 = 0,25$;

$\sqrt{c} = \frac{4}{7}$ nên $c = \left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{16}{49}$;

$\sqrt{d} = 0,01$ nên $d = 0,01^2 = 0,0001$.

6B. $\sqrt{a} = 1,2$ nên $a = 1,2^2 = 1,44$;

$\sqrt{b} = 9$ nên $b = 9^2 = 81$;

$\sqrt{c} = \frac{22}{7}$ nên $c = \left(\frac{22}{7}\right)^2 = \frac{484}{49}$;

$\sqrt{d} = 0,05$ nên $d = 0,05^2 = 0,0025$.

7A. $\sqrt{m} = \frac{2}{3}$ nên $m = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$;

Khi đó $A = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$.

7B. $\sqrt{n} = 0,1$ nên $n = 0,1^2 = 0,01$.

Khi đó $B = 0,5 \cdot 0,1 + 11 \cdot 2 \cdot 0,01 = 0,05 + 0,112 = 0,162$.

8A. a) Vì $5 < 7$ nên $\sqrt{5} < \sqrt{7}$;

b) $3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9}$. Vì $9 > 7$ nên $\sqrt{9} > \sqrt{7}$, tức là $3 > \sqrt{7}$;

c) $4 = \sqrt{4^2} = \sqrt{16}$. Vì $18 > 16$ nên $\sqrt{18} > \sqrt{16}$, tức là $\sqrt{18} > 4$;

d) Ta có $-3 < 0$ nên $\sqrt{7} > -3$.

8B. a) Vì $8 < 12$ nên $\sqrt{8} < \sqrt{12}$;

b) $6 = \sqrt{6^2} = \sqrt{36}$. Vì $27 < 36$ nên $\sqrt{27} < \sqrt{36}$, tức là $\sqrt{27} < 6$;

c) $9 = \sqrt{9^2} = \sqrt{81}$. Vì $81 > 72$ nên $\sqrt{81} > \sqrt{72}$, tức là $9 > \sqrt{72}$;

d) Ta có $-5 < 0$ nên $-5 < \sqrt{17}$.

9A. Các số theo giá trị từ bé đến lớn là $-4, 5; 3; \frac{22}{7}; \sqrt{12}; \sqrt{44}$.

9B. Các số theo giá trị từ bé đến lớn là $-\frac{1}{3}; \frac{3}{4}; \sqrt{15}; \sqrt{42}; 7$.

10A. a) $\sqrt{5} = 2,236067977... \approx 2,24$;

b) $\sqrt{46} = 6,782329983... \approx 6,78$;

c) $\sqrt{1980} = 44,497190922... \approx 44,50$.

10B. a) $\sqrt{11} = 3,3166247903... \approx 3,3$;

b) $\sqrt{125} = 11,180339887... \approx 11,2$;

c) $\sqrt{2752} = 52,459508194... \approx 52,5$.

11. $\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$; $\sqrt{0,25} = \sqrt{(0,5)^2} = 0,5$;

$-4 < 0$ nên không tồn tại căn bậc hai số học của -4 ;

$\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$; $\sqrt{(-8)^2} = \sqrt{8^2} = 8$;

$-13^2 < 0$ nên không tồn tại căn bậc hai số học của -13^2 ;

$$\sqrt{\frac{16}{81}} = \sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)^2} = \frac{4}{9}.$$

12. a) $\sqrt{\frac{25}{16}} - 1 = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$;

b) $\sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$;

c) $\sqrt{49} + \sqrt{169} = 7 + 13 = 20$.

13. Độ dài cạnh của tấm bìa là $\sqrt{1296} = 36$ cm.

14. Chiều dài một cạnh của sân trượt băng là $\sqrt{625} = 25$ m.

15. a) $\sqrt{x} = 10$ nên $x = 10^2 = 100$;

b) $\sqrt{x} = \frac{1}{3}$ nên $x = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$;

c) $\sqrt{x+4} = 15$ nên $x+4 = 15^2 = 225$. Vậy $x = 225 - 4 = 221$.

16. Các số xếp theo thứ tự từ lớn đến bé là $\frac{67}{3}; \sqrt{121}; \sqrt{88}; 7; 4,32; -2$.

17*. Cần tìm các số nguyên a thỏa mãn $\sqrt{6} < a < \sqrt{21}$.

Vì $\sqrt{6} > 0$ nên $a > 0$, do đó $a = \sqrt{a^2}$. Ta viết lại điều kiện trên thành $\sqrt{6} < \sqrt{a^2} < \sqrt{21}$ hay $6 < a^2 < 21$. Do đó a^2 là số chính phương nằm giữa 6 và 21.

Các số chính phương đầu tiên là:

$$0(=0^2); 1(=1^2); 4(=2^2); 9(=3^2); 16(=4^2); 25(=5^2).$$

Do đó chỉ có 2 số chính phương 9 và 16 thỏa mãn điều kiện đề bài.

Vậy có 2 số nguyên lớn hơn $\sqrt{6}$ nhưng nhỏ hơn $\sqrt{21}$.

BÀI 3. TẬP HỢP CÁC SỐ THỰC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số thực

- + Số hữu tỉ và số vô tỉ được gọi chung là số thực.
- + Tập hợp các số thực được ký hiệu là $\mathbb{R}$.
- + Mỗi số thực được biểu diễn bởi một điểm trên trục số và ngược lại, mỗi điểm trên trục số đều biểu diễn một số thực.
- + Mỗi số thực a đều có một số đối, ký hiệu là $-a$.
- + Trong tập hợp số thực có các phép toán với các tính chất như trong tập hợp số hữu tỉ.

2. Thứ tự trong tập hợp các số thực.

- + Các số thực đều viết được dưới dạng số thập phân (hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn).
- + Với hai số thực a và b bất kì ta luôn có $a = b$ hoặc $a > b$ hoặc $a < b$.
- + Cho ba số thực a, b, c . Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$.
- + Trên trục số thực, nếu $a < b$ thì điểm a nằm bên trái điểm b . Các điểm nằm bên trái gốc O biểu diễn các số âm, các điểm nằm bên phải gốc O biểu diễn các số dương.
- + Với hai số không âm bất kỳ a và b ta có:
Nếu $a = b$ thì $\sqrt{a} = \sqrt{b}$;
Nếu $a > b \geq 0$ thì $\sqrt{a} > \sqrt{b}$.

3. Giá trị tuyệt đối của một số thực.

- + Khoảng cách từ điểm a trên trục số đến gốc O là giá trị tuyệt đối của a , kí hiệu là $|a|$.
- + Với $a \geq 0$ thì $|a| = a$, với $a < 0$ thì $|a| = -a$.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Phần tử của tập hợp các số thực

1A. Điền các kí hiệu $\in, \notin$ thích hợp vào ô trống :

- a) $6 \square \mathbb{R}$; b) $-3 \square \mathbb{Q}$;
c) $\sqrt{2} \square \mathbb{Q}$; d) $\sqrt{3} \square \mathbb{R}$.

1B. Điền các kí hiệu $\in, \notin$ thích hợp vào ô trống:

- a) $-11 \in \mathbb{R}$; b) $9 \in \mathbb{Q}$;

c) $\sqrt{2} \square \mathbb{R}$;

d) $\sqrt{3} \square \mathbb{N}$.

2A. Cho tập hợp $A = \left\{ 2, 3; -34; 4, (57); \frac{3}{8}; \sqrt{15}; \sqrt{81}; -\sqrt{64} \right\}$. Bằng cách liệt kê các phần tử, hãy viết tập hợp sau :

a) Tập hợp B các số hữu tỉ thuộc tập hợp A .

b) Tập hợp C các số vô tỉ thuộc tập hợp A .

c) Tập hợp D các số đối của các số thuộc tập hợp A .

2B. Cho tập hợp $M = \left\{ 47; \sqrt{12}; \sqrt{36}; -\frac{9}{11}; -\sqrt{48}; 2, (94); -0,5 \right\}$. Bằng cách liệt kê các phần tử, hãy viết tập hợp sau :

a) Tập hợp N các số hữu tỉ thuộc tập hợp M .

b) Tập hợp P các số vô tỉ thuộc tập hợp M .

c) Tập hợp S các số đối của các số thuộc tập hợp M .

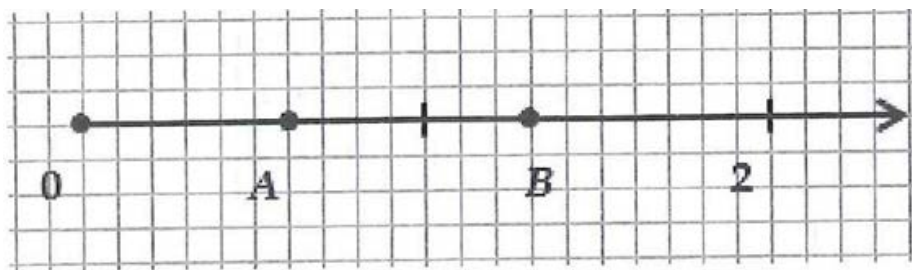
Dạng 2. Xác định số thực trên trục số

Phương pháp giải: Trong các bài toán cho trục số đã được chia thành các đoạn nhỏ có độ dài bằng nhau và cho trước số thực được biểu diễn bởi 2 trong các điểm đầu mút của các đoạn chia, ta có thể xác định số thực được biểu diễn bởi các điểm trên trục số (trong một số trường hợp thuận lợi) bằng cách tính giá trị khoảng cách từ điểm đã biết đến điểm cần tính, sau đó xác định được giá trị của số thực được biểu diễn.

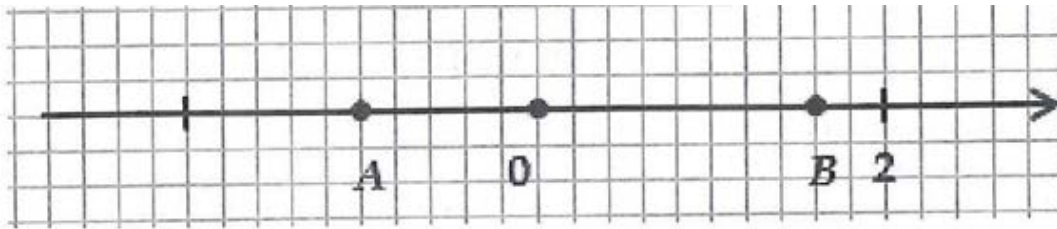
Lưu ý: Trên trục số, điểm biểu diễn số thực nhỏ hơn nằm bên trái điểm biểu diễn số tự nhiên lớn hơn.

3A. Bạn Nam vẽ trục số trên giấy kẻ ô và đánh dấu các điểm như sau. Xác định các số thực được biểu diễn bởi các điểm A, B trong mỗi hình sau:

a)

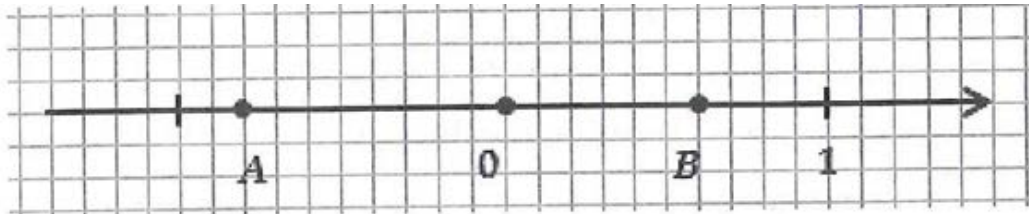


b)

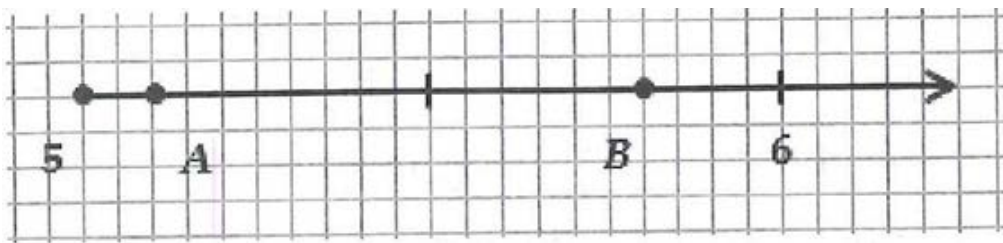


3B. Bạn Việt vẽ trục số trên giấy kẻ ô và đánh dấu các điểm như sau. Xác định các số thực được biểu diễn bởi các điểm A, B trong mỗi hình sau:

a)



b)



Dạng 3. So sánh hai số thực

Phương pháp giải:

+ Muốn so sánh hai căn bậc hai số học, ta dùng tính chất sau : Nếu a, b là hai số không âm và $a < b$ thì $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.

Lưu ý: Căn bậc hai số học là một số không âm. Nó luôn lớn hơn số âm.

+ Muốn so sánh một căn bậc hai số học với một số a không âm đã cho, ta viết $a = \sqrt{a^2}$ rồi so sánh căn bậc hai số học đã cho với $\sqrt{a^2}$.

+ Muốn so sánh hai số thực âm, ta so sánh hai số đối của chúng : số nào có số đối lớn hơn thì nhỏ hơn (nếu a, b là hai số không âm và $a < b$ thì $-a > -b$).

4A. Điền vào chỗ ... một chữ số thích hợp:

a) $-3,02 < -3, \dots 1$;

b) $-7,5 \dots 8 > -7,513$;

c) $-0,4 \dots 854 < -0,49826$;

d) $-1, \dots 0765 < -1, (892)$;

e) $3,17 > 3, (..7)$.

4B. Điền vào chỗ ... một chữ số thích hợp:

7A. Tính $|x|$ biết :

a) $x = \frac{3}{11}$;

b) $x = -\frac{7}{22}$;

c) $x = -5,02$;

d) $x = \sqrt{13}$;

e) $x = -\sqrt{42}$;

f) $x = 1,(34)$.

7B. Tính $|x|$ biết:

a) $x = \frac{4}{7}$;

b) $x = -\frac{11}{6}$;

c) $x = 4,(32)$;

d) $x = \sqrt{24}$;

e) $x = -\sqrt{32}$;

f) $x = -1,2345$.

8A. Tìm x biết:

a) $|x| = \frac{1}{5}$;

b) $|x| = 0,375$;

c) $|x| = 0$;

d) $|x| = -3$.

8B. Tìm x biết:

a) $|x| = \sqrt{2}$;

b) $|x| = \frac{17}{3}$;

c) $|x| = 1,87$;

d) $|x| = -7$.

9A. Tìm x biết:

a) $2 + |x| = 3,42$;

b) $1 - |x| = 0,63$;

c) $|x| - 4 = \sqrt{5}$;

d) $|x| + \frac{81}{17} = \frac{1}{2}$.

9B. Tìm x biết:

a) $25 - |x| = 15$;

b) $|x| - 3 = \sqrt{21}$;

c) $|x| + \frac{4}{3} = \frac{25}{3}$;

d) $|x| + 6 = 3$.

10A. Tính giá trị của biểu thức $A = 6x^4 - 3x^2 + 2|x| + 3$ với $x = -\sqrt{2}$.

10B. Tính giá trị của biểu thức $B = 2|x| - 3x^2 + 12$ với $x = -\sqrt{5}$.

Dạng 5. Các phép toán trong tập số thực

11A. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $0,(3) + 3\frac{1}{3} + 0,4(2)$;

b) $\frac{4}{9} + 1,2(31) - 0,(13)$;

c) $10,(3)+0,(4)-8,(6)$.

11B. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $2\frac{1}{2}-3,4(12)-\frac{4}{3}+\frac{1}{3}.0,5$;

b) $0,4(3)+\frac{4}{3}-1\frac{3}{4}$;

c) $8,(54)+1,(12)-3,(41)$.

12A. Tính (khi cần, có thể sử dụng máy tính cầm tay và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất) và so sánh:

a) $\sqrt{9.16}$ và $\sqrt{9}.\sqrt{16}$;

b) $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{49}}$ và $\sqrt{\frac{25}{49}}$;

c) $\sqrt{4+81}$ và $\sqrt{4}+\sqrt{81}$;

d) $\sqrt{225-144}$ và $\sqrt{225}-\sqrt{144}$.

12B. Tính (khi cần, có thể sử dụng máy tính cầm tay và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất) và so sánh:

a) $\sqrt{25.4}$ và $\sqrt{25}.\sqrt{4}$;

b) $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{169}}$ và $\sqrt{\frac{64}{169}}$;

c) $\sqrt{196+36}$ và $\sqrt{196}+\sqrt{36}$;

d) $\sqrt{441-121}$ và $\sqrt{441}-\sqrt{121}$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

13. Cho tập hợp $M = \left\{ 2,34;\frac{4}{9};-\sqrt{16};0;3,(1);\sqrt{45};8 \right\}$. Hãy:

a) Viết tập hợp A các số hữu tỉ thuộc tập hợp M .

b) Viết tập hợp B các số vô tỉ thuộc tập hợp M .

c) Viết tập hợp C các số đối của các số thuộc tập hợp M .

d) Viết tập hợp D các giá trị tuyệt đối của các số thuộc tập hợp M .

14. Hoàn thành bảng sau bằng cách điền các số thích hợp vào ô trống:

x	3		16	19	$(-5)^2$			12,25	$-0,5^2$
$\sqrt{x}$		2				7	$\frac{1}{2}$		

15. Hoàn thành bảng sau bằng cách điền các số thích hợp vào ô trống:

x	3	$\sqrt{2}$	16	-19	$(-5)^2$		$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{12}$	0,25
$ x $						-7			

16. So sánh hai số thực trong các trường hợp sau :

a) $2,(17)$ và $2,(16)$;

b) $5,(1234)$ và $5,1234$;

c) $-4,5286$ và $-4,528(6)$;

d) $\frac{6}{7}$ và $0,(857142)$;

e) $\sqrt{\frac{16}{9}}$ và $\frac{4}{3}$;

f) $-0,(5)$ và $-\frac{5}{9}$;

g) $\sqrt{25.49}$ và $\sqrt{25}.\sqrt{49}$.

17. Sắp xếp các số $-5; 10; 1000; -0,3; 4,15; -\frac{1}{3}$ theo thứ tự từ lớn đến bé.

18. Sắp xếp các số thực sau : $-3; 1; -\frac{4}{5}; 0; \sqrt{7}; -\frac{1}{3}; 5$ theo thứ tự:

a) từ bé đến lớn.

b) số có giá trị tuyệt đối bé đứng trước số có giá trị tuyệt đối lớn.

19. Biết rằng: $x + (-11,5) < y + (-11,5)$ và $y + 244,8 < z + 244,8$. Hãy sắp xếp các số x, y, z theo thứ tự giảm dần.

20. Tìm x biết :

a) $|x| - 5 = 4$;

b) $|x| + 1 = 3$;

c) $\frac{1}{3} - |x| = \frac{1}{4}$;

d) $\frac{3}{4} - |x| = \frac{7}{8}$.

21. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $-5,13 : \left(5\frac{5}{28} - \frac{19}{7} + \frac{1}{4} \right)$;

b) $\left(3\frac{1}{3} . 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{3} \right) . \frac{2}{3}$.

22*. Tìm giá trị lớn nhất của A, B (giả thiết các căn bậc hai đều có nghĩa):

a) $A = 4 - \sqrt{x}$;

b) $B = -5 - \sqrt{x+2}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. Điền các kí hiệu $\in$, $\notin$ thích hợp vào ô trống :

a) $6 \in \mathbb{R}$; b) $-3 \in \mathbb{Q}$;

c) $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$; d) $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$.

1B. Điền các kí hiệu $\in$, $\notin$ thích hợp vào ô trống:

a) $-11 \in \mathbb{R}$; b) $9 \in \mathbb{Q}$;

c) $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$; d) $\sqrt{3} \notin \mathbb{N}$.

2A. a) $B = \left\{ 2, 3; -34; 4, (57); \frac{3}{8}; \sqrt{81}; -\sqrt{64} \right\}$.

b) $C = \left\{ \sqrt{15} \right\}$;

c) $D = \left\{ -2, 3; 34; -4, (57); -\frac{3}{8}; -\sqrt{15}; -\sqrt{81}; \sqrt{64} \right\}$.

2B. a) $N = \left\{ 47; \sqrt{36}; -\frac{9}{11}; 2, (94); -0,5 \right\}$;

b) $P = \left\{ \sqrt{12}; -\sqrt{48} \right\}$;

c) $S = \left\{ -47; -\sqrt{12}; \sqrt{36}; \frac{9}{11}; \sqrt{48}; -2, (94); 0,5 \right\}$.

3A. a) Điểm A biểu diễn số $0,6$; điểm B biểu diễn số $1,3$;

b) Điểm A biểu diễn số -1 ; điểm B biểu diễn số $1,6$.

3B. a) Điểm A biểu diễn số $-0,8$; điểm B biểu diễn số $0,6$;

b) Điểm A biểu diễn số $5,1$; điểm B biểu diễn số $5,8$.

4A. a) $-3,02 < -3,01$;

b) $-7,508 > -7,513$;

c) $-0,49854 < -0,49826$;

d) $-1,90765 < -1,(892)$;

e) $3,17 > 3,(07)$.

4B. a) $4,617 > 4,(607)$;

b) $13,42185 < 13,42192$;

c) $-9,2958 < -9,2943$;

d) $-2,(962) < -2,9625$;

e) $-4,876 > -4,932$.

5A. a) $0,135 < 0,(135)$;

b) $\frac{2}{7} = 0,2857\dots$. Vì $0,2857\dots < 0,3$ nên $\frac{2}{7} < 0,3$;

c) $0,(21) > 0,21 > 0$ nên $[0,(21)]^2 > (0,21)^2$;

d) Có $-2\frac{2}{9} = -2,22\dots$

Vì $-2,222\dots < -2,212212221\dots$ nên $-2\frac{2}{9} < -2,212212221\dots$

e) $12 = \sqrt{144}$. Vì $123 < 144$ nên $\sqrt{123} < \sqrt{144}$, tức là $\sqrt{123} < 12$;

f) $6 = \sqrt{36}$. Vì $42 > 36$ nên $\sqrt{42} > \sqrt{36}$, tức là $\sqrt{42} > 6$.

Do đó: $-\sqrt{42} < -6$;

g) $13 = \sqrt{169}$. Vì $169 < 170$ nên $\sqrt{169} < \sqrt{170}$, tức là $13 < \sqrt{170}$;

h) Có $(6\sqrt{5})^2 = 6^2 \cdot (\sqrt{5})^2 = 36 \cdot 5 = 180$;

$$(5\sqrt{6})^2 = 5^2 \cdot (\sqrt{6})^2 = 25 \cdot 6 = 150$$

Vì $180 > 150$ nên $6\sqrt{5} > 5\sqrt{6}$.

5B. a) Có $\frac{6}{11} = 0,545454\dots$

Vì $0,545545554\dots > 0,545454\dots$ nên $0,545545554\dots > \frac{6}{11}$;

b) Vì $0,(3) > 0,3 > 0$ nên $[0,(3)]^2 > (0,3)^2$;

c) Có $\frac{43}{20} = 2,15$. Vì $2,1(467) < 2,15$ nên $2,1(467) < \frac{43}{20}$;

d) $13 = \sqrt{169}$. Vì $215 > 169$ nên $\sqrt{215} > \sqrt{169}$, tức là $\sqrt{215} > 13$;

e) $0,1845 > 0,184184184\dots$ nên $-0,1845 < -0,184184184\dots$;

f) Có $8 = \sqrt{64}$. Vì $72 > 64$ nên $\sqrt{72} > \sqrt{64}$, tức là $\sqrt{72} > 8$.

Do đó: $-\sqrt{72} < -8$;

g) Vì $12 < 17$ nên $\sqrt{12} < \sqrt{17}$;

h) Có $(2\sqrt{3})^2 = 2^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12$; $(3\sqrt{2})^2 = 3^2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18$;

Vì $12 < 18$ nên $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$.

6A. a) Các số theo thứ tự từ bé đến lớn là: $-7, 4; -3, 2; -1, 5; -\frac{1}{2}; 0; 1$.

b) Ta tính giá trị tuyệt đối của các số:

$$|-3,2| = 3,2; |1| = 1; \left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}; |-7,4| = 7,4; |0| = 0; |-1,5| = 1,5;$$

Các số theo thứ tự từ bé đến lớn của giá trị tuyệt đối là:

$$0; -\frac{1}{2}; 1; -1,5; -3,2; -7,4$$

6B. a) Các số theo thứ tự từ bé đến lớn là: $-\frac{9}{2}; -\frac{1}{2}; 1,2; 1,(23); 2; 4,75;$

b) Ta tính giá trị tuyệt đối của các số:

$$\left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}; |4,75| = 4,75; \left| -\frac{9}{2} \right| = \frac{9}{2}; |1,(23)| = 1,(23); |1,2| = 1,2; |2| = 2$$

Các số theo thứ tự từ bé đến lớn của giá trị tuyệt đối là:

$$-\frac{1}{2}; 1,2; 1,(23); 2; -\frac{9}{2}; 4,75.$$

7A. a) $\frac{3}{11};$ b) $\frac{7}{22};$ c) 5,02;

d) $\sqrt{13};$ e) $\sqrt{42};$ f) $1,(34).$

7B. a) $\frac{4}{7};$ b) $\frac{11}{6};$ c) $4,(32);$

d) $\sqrt{24};$ e) $\sqrt{32};$ f) 1,2345 .

8A. a) $|x| = \frac{1}{5}$ nên $x = \frac{1}{5}$ hoặc $x = -\frac{1}{5};$

b) $|x| = 0,375$ nên $x = 0,375$ hoặc $x = -0,375;$

c) $|x| = 0$ nên $x = 0;$

d) Vì $-3 < 0$ nên không tồn tại giá trị của x sao cho $|x| = -3.$

8B. a) $|x| = \sqrt{2}$ nên $x = \sqrt{2}$ hoặc $x = -\sqrt{2};$

b) $|x| = \frac{17}{3}$ nên $x = \frac{17}{3}$ hoặc $x = -\frac{17}{3};$

c) $|x| = 1,87$ nên $x = 1,87$ hoặc $x = -1,87;$

d) Vì $-7 < 0$ nên không tồn tại giá trị của x sao cho $|x| = -7.$

9A.

$$a) 2 + |x| = 3,42$$

$$|x| = 3,42 - 2 = 1,42$$

$$x = 1,42 \text{ hoặc } x = -1,42$$

$$c) |x| - 4 = \sqrt{5};$$

$$|x| = \sqrt{5} + 4$$

$$x = \sqrt{5} + 4 \text{ hoặc } x = -(\sqrt{5} + 4)$$

$$b) 1 - |x| = 0,63$$

$$|x| = 1 - 0,63 = 0,37$$

$$x = 0,37 \text{ hoặc } x = -0,37$$

$$d) |x| + \frac{81}{17} = \frac{1}{2}.$$

$$|x| = \frac{1}{2} - \frac{81}{17} = -\frac{155}{14} < 0$$

Vậy không tồn tại x thỏa mãn.

9B.

$$a) 25 - |x| = 15$$

$$|x| = 25 - 15 = 10$$

$$x = 10 \text{ hoặc } x = -10$$

$$b) |x| - 3 = \sqrt{21}$$

$$|x| = \sqrt{21} + 3$$

$$x = \sqrt{21} + 3 \text{ hoặc } x = -(\sqrt{21} + 3)$$

$$c) |x| + \frac{4}{3} = \frac{25}{3};$$

$$|x| = \frac{25}{3} - \frac{4}{3} = 7$$

$$x = 7 \text{ hoặc } x = -7$$

$$d) |x| + 6 = 3.$$

$$|x| = 3 - 6 = -3 < 0$$

Vậy không tồn tại x thỏa mãn.

10A. Với $x = -\sqrt{2}$ thì giá trị của biểu thức A là:

$$6.(-\sqrt{2})^4 - 3.(-\sqrt{2})^2 + 2|-\sqrt{2}| + 3 = 6.2^2 - 3.2 + 2\sqrt{2} + 3$$

$$= 24 - 6 + 2\sqrt{2} + 3 = 21 + 2\sqrt{2}.$$

10B. Với $x = -\sqrt{5}$ thì giá trị của biểu thức B là:

$$2.|\sqrt{5}| - 3.(-\sqrt{5})^2 + 12 = 2.\sqrt{5} - 3.5 + 12 = 2\sqrt{5} - 15 + 12 = 2\sqrt{5} - 3$$

$$\mathbf{11A.} \text{ a) } 0,(3) + 3\frac{1}{3} + 0,4(2) = \frac{1}{3} + \frac{10}{3} + \frac{19}{45} = \frac{11}{3} + \frac{19}{45} = \frac{184}{45};$$

$$b) \frac{4}{9} + 1,2(31) - 0,(13) = \frac{4}{9} + \frac{1219}{990} - \frac{13}{99} = \frac{1529}{990} = 1,5(4);$$

$$c) 10,(3) + 0,(4) - 8,(6) = \frac{31}{3} + \frac{4}{9} - \frac{26}{3} = \frac{93}{9} + \frac{4}{9} - \frac{78}{9} = \frac{19}{9}.$$

$$\mathbf{11B.} \text{ a) } 2\frac{1}{2} - 3,4(12) - \frac{4}{3} + \frac{1}{3}.0,5 = \frac{5}{2} - \frac{563}{165} - \frac{4}{3} + \frac{1}{3}.\frac{1}{2}$$

$$= \frac{825}{330} - \frac{1126}{330} - \frac{440}{330} + \frac{1}{6} = -\frac{741}{330} + \frac{55}{330} = -\frac{686}{330} = -\frac{343}{165};$$

$$\text{b) } 0,4(3) + \frac{4}{3} - 1\frac{3}{4} = \frac{13}{30} + \frac{4}{3} - \frac{7}{4} = \frac{53}{30} - \frac{7}{4} = \frac{106}{60} - \frac{105}{60} = \frac{1}{60};$$

$$\text{c) } 8,(54) + 1,(12) - 3,(41) = \frac{846}{99} + \frac{111}{99} - \frac{338}{99} = \frac{619}{99}.$$

$$\mathbf{12A. a) } \sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{144} = 12 \text{ và } \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = 3 \cdot 4 = 12. \text{ Vậy } \sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16};$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{49}} = \frac{5}{7} \text{ và } \sqrt{\frac{25}{49}} = \frac{5}{7}. \text{ Vậy } \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{49}} = \sqrt{\frac{25}{49}};$$

$$\text{c) } \sqrt{4+81} = \sqrt{85} \approx 9,2 \text{ và } \sqrt{4} + \sqrt{81} = 2+9=11.$$

$$\text{Vậy } \sqrt{4+81} < \sqrt{4} + \sqrt{81};$$

$$\text{d) } \sqrt{225-144} = \sqrt{81} = 9 \text{ và } \sqrt{225} - \sqrt{144} = 15-12=3.$$

$$\text{Vậy } \sqrt{225-144} < \sqrt{225} - \sqrt{144}.$$

$$\mathbf{12B. a) } \sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{100} = 10 \text{ và } \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} = 5 \cdot 2 = 10. \text{ Vậy } \sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{4}.$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{169}} = \frac{8}{13} \text{ và } \sqrt{\frac{64}{169}} = \frac{8}{13}. \text{ Vậy } \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{169}} = \sqrt{\frac{64}{169}}.$$

$$\text{c) } \sqrt{196+36} = \sqrt{232} \approx 15,2 \text{ và } \sqrt{196} + \sqrt{36} = 14+6=20.$$

$$\text{Vậy } \sqrt{196+36} < \sqrt{196} + \sqrt{36};$$

$$\text{d) } \sqrt{441-121} = \sqrt{320} \approx 17,9 \text{ và } \sqrt{441} - \sqrt{121} = 21-11=10.$$

$$\text{Vậy } \sqrt{441-121} > \sqrt{441} - \sqrt{121}.$$

$$\mathbf{13. a) } A = \left\{ 2,34; \frac{4}{9}; -\sqrt{16}; 0; 3,(1); 8 \right\};$$

$$\text{b) } B = \{ \sqrt{45} \};$$

$$\text{c) } C = \left\{ -2,34; -\frac{4}{9}; \sqrt{16}; 0; -3,(1); -\sqrt{45}; -8 \right\};$$

$$\text{d) } D = \left\{ 2,34; \frac{4}{9}; \sqrt{16}; 0; 3,(1); \sqrt{45}; 8 \right\}.$$

14.

x	3	4	16	19	$(-5)^2$	49	$\frac{1}{4}$	12,25	$-0,5^2$
---	---	---	----	----	----------	----	---------------	-------	----------

$\sqrt{x}$	$\sqrt{3}$	2	4	$\sqrt{19}$	5	7	$\frac{1}{2}$	3,5	Không tồn tại
------------	------------	---	---	-------------	---	---	---------------	-----	------------------

15.

x	3	$\sqrt{2}$	16	-19	$(-5)^2$	Không tồn tại	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{12}$	0,25
$ x $	3	$\sqrt{2}$	16	19	25	-7	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{12}$	0,25

16. a) $2,(17) > 2,(16)$;

b) $5,(1234) > 5,1234$;

c) Vì $4,5286 < 4,528(6)$ nên $-4,5286 > -4,528(6)$;

d) Có $\frac{6}{7} = 0,857142857142\dots$ nên $\frac{6}{7} = 0,(857142)$;

e) $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$ vì $\frac{4}{3} > 0$ và $\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$;

f) Có $-\frac{5}{9} = -0,5555\dots$ nên $-0,(5) = -\frac{5}{9}$;

g) $\sqrt{25.49} = \sqrt{1225} = 35$ và $\sqrt{25} \cdot \sqrt{49} = 5 \cdot 7 = 35$ nên $\sqrt{25.49} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{49}$

17. Các số theo thứ tự từ lớn đến bé là: $1000; 10; 4,15; -0,3; -\frac{1}{3}; -5$.

18. a) Các số theo thứ tự từ bé đến lớn là $-3; -\frac{4}{5}; -\frac{1}{3}; 0; 1; \sqrt{7}; 5$;

b) Các số theo thứ tự từ bé đến lớn của giá trị tuyệt đối là :

$$0; 1; -\frac{1}{3}; -\frac{4}{5}; \sqrt{7}; -3; 5$$

19. Có $x + (-11,5) < y + (-11,5)$ nên $x < y$;

Có $y + 244,8 < z + 244,8$ nên $y < z$.

Vậy sắp xếp theo thứ tự giảm dần là $z > x > y$.

20.

a) $|x| - 5 = 4$

b) $|x| + 1 = 3$

$$|x| = 4 + 5 = 9$$

Vậy $x = 9$ hoặc $x = -9$

$$c) \frac{1}{3} - |x| = \frac{1}{4}$$

$$|x| = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

Vậy $x = \frac{1}{12}$ hoặc $x = -\frac{1}{12}$

$$|x| = 3 - 1 = 2$$

Vậy $x = 2$ hoặc $x = -2$

$$d) \frac{3}{4} - |x| = \frac{7}{8}$$

$$|x| = \frac{3}{4} - \frac{7}{8} = -\frac{1}{8} < 0$$

Vậy không tồn tại x thỏa mãn.

$$\begin{aligned} 21. a) -5,13 : \left(5\frac{5}{28} - \frac{19}{7} + \frac{1}{4} \right) &= -5,13 : \left(\frac{145}{28} - \frac{19}{7} + \frac{1}{4} \right) \\ &= -5,13 : \left(\frac{145}{28} - \frac{76}{28} + \frac{7}{28} \right) = -5,13 : \frac{5}{2} = -5,13 \cdot \frac{2}{5} = -2,052; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \left(3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{3} \right) \cdot \frac{2}{3} &= \left(\frac{10}{3} \cdot \frac{19}{10} + \frac{195}{10} : \frac{13}{3} \right) \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{19}{3} + \frac{195}{10} \cdot \frac{3}{13} \right) \cdot \frac{2}{3} \\ &= \left(\frac{19}{3} + \frac{9}{2} \right) \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{38}{6} + \frac{27}{6} \right) \cdot \frac{2}{3} = \frac{65}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{65}{9}. \end{aligned}$$

$$22*. a) A = 4 - \sqrt{x};$$

Vì $\sqrt{x} \geq 0$ nên $-\sqrt{x} \leq 0$, do đó $4 - \sqrt{x} \leq 4$.

Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{x} = 0$, tức là $x = 0$.

Vậy giá trị lớn nhất của A là 4 khi $x = 0$.

$$b) B = -5 - \sqrt{x+2}.$$

Vì $\sqrt{x+2} \geq 0$ nên $-\sqrt{x+2} \leq 0$, do đó $-5 - \sqrt{x+2} \leq -5$.

Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{x+2} = 0$, tức là $x+2 = 0$, suy ra $x = -2$.

Vậy giá trị lớn nhất của B là -5 khi $x = -2$.

ÔN TẬP CHƯƠNG II

1A. Viết các phân số $\frac{23}{40}; \frac{6}{9}; \frac{13}{45}; \frac{33}{90}; \frac{4}{13}$ dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc số thập phân vô hạn tuần hoàn:

1B. Viết các phân số $\frac{125}{100}; \frac{12}{18}; \frac{27}{45}; \frac{77}{14}; \frac{19}{11}$ dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc số thập phân vô hạn tuần hoàn.

2A. Trong các phân số sau: $-\frac{16}{25}; \frac{18}{390}; \frac{105}{75}; \frac{12}{45}$, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn?

2B. Trong các phân số sau: $\frac{19}{20}; \frac{24}{90}; \frac{14}{63}; -\frac{21}{105}$, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn?

3A. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau dưới dạng phân số tối giản:

- a) $-1,(27)$; b) $3,1(16)$; c) $12,(24)$.

3B. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau dưới dạng phân số tối giản:

- a) $-2,(14)$; b) $31,3(5)$; c) $1,(98)$.

4A. Thực hiện các phép chia sau và làm tròn kết quả với độ chính xác 0,005 :

- a) $8,5:4$; b) $132:7$; c) $-41,5:12$; d) $18:32$.

4B. Thực hiện các phép chia sau và làm tròn kết quả với độ chính xác 0,005 :

- a) $6:11$; b) $9:21$; c) $-13,7:22$; d) $48:13$.

5A. Thay dấu ? bằng một chữ số thích hợp :

- a) $-9,935 > -9, \boxed{?}(35)$; b) $15,4 \boxed{?} 217 < 15,4022$;
c) $-2,4834 > -2,4 \boxed{?} 057$.

5B. Thay dấu ? bằng một chữ số thích hợp:

- a) $14,035 > 14, \boxed{?}(34)$;
b) $-7,0 \boxed{?} 4 < -7,08(5)$;
c) $5,814 > 5,8 \boxed{?} 73$.

6A. Tính:

$$\text{a) } 15 - 2\frac{1}{3} : \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{6}\right);$$

$$\text{b) } 0,1(6) + 1,(3);$$

$$\text{c) } 1,(3) + 0,1(2) \cdot 2\frac{8}{11}.$$

6B. Tính:

$$\text{a) } \left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \frac{5}{11} + \frac{3}{14} \cdot \frac{2}{5};$$

$$\text{b) } 0,(6) + 1,(6);$$

$$\text{c) } 3,(6) + 1,(36) \cdot 2\frac{1}{5}.$$

7A. Tìm x biết:

$$\text{a) } |x| = \sqrt{5};$$

$$\text{b) } |x| = \frac{1}{9};$$

$$\text{c) } 7 - |x| = 5,78;$$

$$\text{d) } \frac{11}{3} + |x| = \frac{9}{4};$$

$$\text{e) } \sqrt{x+5} = 7;$$

$$\text{f) } 27 - \sqrt{x} = 16;$$

$$\text{g) } \sqrt{x} + 12,5 = 8.$$

7B. Tìm x biết:

$$\text{a) } |x| = \sqrt{12};$$

$$\text{b) } |x| = 1,38;$$

$$\text{c) } 3 - |x| = 1,87;$$

$$\text{d) } 15 - |x| = 42;$$

$$\text{e) } \sqrt{8-x} = 6;$$

$$\text{f) } 2\sqrt{x} = 14;$$

$$\text{g) } 13 - \sqrt{x} = 25.$$

8A. Một cửa sổ hình vuông được lắp kính để ngăn gió vào phòng. Diện tích kính cần sử dụng là $6,25 \text{ m}^2$. Tính độ dài một cạnh cửa sổ theo đơn vị cm.

8B. Bạn An đi mua kính để lắp vào một khung ảnh hình vuông. Biết diện tích kính bạn An cần mua là 400 cm^2 . Tính độ dài một cạnh của khung ảnh theo đơn vị cm.

9A. So sánh hai số trong mỗi trường hợp sau:

$$\text{a) } \sqrt{15} \text{ và } 4;$$

$$\text{b) } \sqrt{26} \text{ và } 2\sqrt{6};$$

$$\text{c) } 5\sqrt{3} \text{ và } 3\sqrt{5}.$$

9B. So sánh hai số trong mỗi trường hợp sau:

$$\text{a) } \sqrt{48} \text{ và } 7;$$

$$\text{b) } \sqrt{69} \text{ và } 2\sqrt{17};$$

c) $7.\sqrt{6}$ và $6.\sqrt{7}$

10A. Hoàn thành bảng sau bằng cách điền các số thích hợp vào các ô trống trong bảng:

x	5		25	29	$(-7)^2$			$-1,4^2$	18,49
$\sqrt{x}$		3				11	$\frac{1}{2}$		
$ x $									

10B. Hoàn thành bảng sau bằng cách điền các số thích hợp vào các ô trống trong bảng:

x		144		35	-3^2	-16		$(-6)^2$	4,41
$\sqrt{x}$	$\sqrt{12}$		8				$\frac{3}{13}$		
$ x $									

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

11. Tính giá trị của biểu thức:

a) $\sqrt{\frac{1}{9}}.\sqrt{0,81} + \sqrt{0,09}$;

b) $\left(\frac{2}{5}.\sqrt{16} + 2.\sqrt{\frac{16}{25}}\right) : \left(2.\sqrt{\frac{1}{16}}\right)$;

c) $\left(0,3 + \frac{4}{5}\right) . \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} . \left(\frac{2}{9} - 3\right)$;

d) $(-1,25)\sqrt{\frac{1}{25}}(-4)^3 . \frac{2}{\sqrt{16}}$.

12. Tìm x biết:

a) $\sqrt{x} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$;

b) $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{4}{9}$;

c) $2|x| + 1,25 = 5,75$;

d) $x^2 + 16 = 25$;

e) $\sqrt{x} + |x| = 0$.

13. Sắp xếp các số thực sau: $-\frac{1}{2}$; 0,(5); $-\frac{3}{4}$; $-\sqrt{2}$; 6; 2,78 theo thứ tự:

a) từ bé đến lớn.

b) số có giá trị tuyệt đối bé hơn đứng trước số có giá trị tuyệt đối lớn hơn.

14. Biết rằng $x + y = 9,6$ và $x = -2,5$. Không tính toán, hãy so sánh x, y và 0.

15. Tính:

a) $\sqrt{289-15^2}$; b) $\sqrt{0,01}-\sqrt{0,25}$; c) $\sqrt{2.2^2+4^2+5^2}$.

16*. Tìm giá trị nhỏ nhất của A, B, C (giả thiết các căn bậc hai đều có nghĩa):

a) $A = \sqrt{x} + 42$; b) $B = -12 + \sqrt{x+3}$; c) $C = |x| - 8$.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. $\frac{23}{40} = 0,575$; $\frac{6}{9} = 0,6666\dots$; $\frac{13}{45} = 0,28888\dots$;

$\frac{33}{90} = 0,36666\dots$; $\frac{4}{13} = 0,307692307692\dots$

1B. $\frac{125}{100} = 1,25$; $\frac{12}{18} = 0,6666\dots$; $\frac{27}{45} = 0,6$;

$\frac{77}{14} = 5,5$; $\frac{19}{11} = 1,727272\dots$

2A. Trong bốn phân số đã cho, phân số $-\frac{16}{25}$ có mẫu số dương và mẫu số chỉ có ước nguyên tố là 5

nên phân số $-\frac{16}{25}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

Phân số $\frac{18}{390} = \frac{3}{65} = \frac{3}{5.13}$ và phân số $\frac{3}{65}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn (vì tối giản với mẫu số dương và mẫu chứa ước nguyên tố khác ngoài 2 và 5), nên phân số $\frac{18}{390}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Phân số $\frac{105}{75} = \frac{7}{5}$ và phân số $\frac{7}{5}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn (vì tối giản và mẫu chỉ có ước nguyên tố là 5). Do đó phân số $\frac{105}{75}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

Phân số $\frac{12}{45} = \frac{4}{15} = \frac{4}{5.3}$ và phân số $\frac{4}{15}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn (vì tối giản với mẫu số dương và mẫu chứa ước nguyên tố khác ngoài 2 và 5), nên phân số $\frac{12}{45}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

2B. Trong bốn phân số đã cho, phân số $\frac{19}{20}$ có mẫu số dương và mẫu số chỉ có ước nguyên tố là 2 và 5 nên phân số $\frac{19}{20}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

Phân số $\frac{24}{90} = \frac{8}{30} = \frac{8}{2.3.5}$ và phân số $\frac{8}{30}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn (vì tối giản với mẫu số dương và mẫu chứa ước nguyên tố khác ngoài 2 và 5), nên phân số $\frac{24}{90}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Phân số $\frac{14}{63} = \frac{2}{9}$ tối giản với mẫu số dương và mẫu số có ước nguyên tố khác ngoài 2 và 5). Do đó phân số $\frac{14}{63}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Phân số $-\frac{21}{105} = -\frac{1}{5}$; và phân số $\frac{1}{5}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn tuần hoàn (vì tối giản với mẫu số dương và mẫu chỉ chứa ước nguyên tố là 5), nên phân số $-\frac{21}{105}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

$$3A. a) -1,(27) = -[1+0,(27)] = -\left(1+\frac{27}{99}\right) = -\left(1+\frac{3}{11}\right) = -\frac{14}{11};$$

$$b) 3,1(16) = 3,1+0,0(16) = 3,1+\frac{1}{10}.0,(16) = \frac{31}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{16}{99} \\ = \frac{31}{10} + \frac{16}{990} = \frac{3085}{990} = \frac{617}{198};$$

$$c) 12,(24) = 12+0,(24) = 12+\frac{24}{99} = 12+\frac{8}{33} = \frac{404}{33}.$$

$$3B. a) -2,(14) = -[2+0,(14)] = -\left(2+\frac{14}{99}\right) = -\frac{212}{99};$$

$$b) 31,3(5) = 31,3+0,0(5) = 31,3+\frac{1}{10}.0,(5) = \frac{313}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{9} \\ = \frac{313}{10} + \frac{5}{90} = \frac{2822}{90} = \frac{1411}{45};$$

$$c) 1,(98) = 1+0,(89) = 1+\frac{98}{99} = \frac{197}{99}.$$

$$4A. a) 8,5:4 = 2,125 \approx 2,13;$$

$$b) 132:7 = 18,857142857142... \approx 18,86;$$

$$c) -41,5:12 = -3,458333..... \approx -3,46;$$

$$d) 18:32 = 0,5625 \approx 0,56.$$

$$4B. a) 6:11 = 0,545454... \approx 0,55;$$

$$b) 9:21 = 0,428571428571... \approx 0,43;$$

$$c) -13,7:22 = 0,62272727... \approx 0,62;$$

$$d) 48:13 = 3,692307692307... \approx 3,69.$$

$$5A. a) -9,935 > -9,9(35);$$

$$b) 15,40217 < 15,4022;$$

c) $-2,4834 > -2,49057$.

5B. a) $14,035 > 14,0(34)$;

b) $-7,094 < -7,08(5)$;

c) $5,814 > 5,8073$.

6A. a) $15 - 2\frac{1}{3} : \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{6}\right) = 15 - \frac{7}{3} : \left(\frac{8}{18} - \frac{3}{18}\right) = 15 - \frac{7}{3} : \frac{5}{18} = 15 - \frac{42}{5} = 6,6$;

b) $0,1(6) + 1,(3) = \frac{5}{30} + \frac{4}{3} = \frac{45}{30} = \frac{3}{2}$;

c) $1,(3) + 0,1(2) \cdot 2\frac{8}{11} = \frac{4}{3} + \frac{11}{90} \cdot \frac{30}{11} = \frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$.

6B. a) $\left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \frac{5}{11} + \frac{3}{14} \cdot \frac{2}{5} = \left(-\frac{15}{77}\right) + \frac{3}{35} = \left(-\frac{45}{385}\right) + \frac{33}{385} = -\frac{12}{385}$;

b) $0,(6) + 1,(6) = \frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{7}{3}$;

c) $3,(6) + 1,(36) \cdot 2\frac{1}{5} = \frac{11}{3} + \frac{15}{11} \cdot \frac{11}{5} = \frac{11}{3} + 3 = \frac{20}{3}$.

7A. a) $|x| = \sqrt{5}$ nên $x = \sqrt{5}$ hoặc $x = -\sqrt{5}$;

b) $|x| = \frac{1}{9}$ nên $x = \frac{1}{9}$ hoặc $x = -\frac{1}{9}$;

c) $7 - |x| = 5,78$ nên $|x| = 7 - 5,78 = 1,22$. Vậy $x = 1,22$ hoặc $x = -1,22$;

d) $\frac{11}{3} + |x| = \frac{9}{4}$ nên $|x| = \frac{9}{4} - \frac{11}{3} = -\frac{17}{12} < 0$. Không tồn tại x thỏa mãn;

e) $\sqrt{x+5} = 7$ nên $x+5 = 7^2 = 49$, do đó $x = 49 - 5 = 44$;

f) $27 - \sqrt{x} = 16$ nên $\sqrt{x} = 27 - 16 = 11$. Vậy $x = 11^2 = 121$.

g) $\sqrt{x} + 12,5 = 8$ nên $\sqrt{x} = 8 - 12,5 = -4,5 < 0$. Không tồn tại x thỏa mãn.

7B. a) $|x| = \sqrt{12}$ nên $x = \sqrt{12}$ hoặc $x = -\sqrt{12}$;

b) $|x| = 1,38$ nên $x = 1,38$ hoặc $x = -1,38$;

c) $3 - |x| = 1,87$ nên $|x| = 3 - 1,87 = 1,13$.

Vậy $x = 1,13$ hoặc $x = -1,13$;

d) $15 - |x| = 42$ nên $|x| = 15 - 42 = -27 < 0$. Không tồn tại x thỏa mãn;

e) $\sqrt{8-x} = 6$ nên $8-x = 6^2 = 36$, do đó $x = 8 - 36 = -28$;

f) $2\sqrt{x} = 14$ nên $\sqrt{x} = \frac{14}{2} = 7$. Vậy $x = 7^2 = 49$;

g) $13 - \sqrt{x} = 25$ nên $\sqrt{x} = 13 - 25 = -12 < 0$.

Không tồn tại x thỏa mãn.

8A. Đổi $6,25 \text{ m}^2 = 62500 \text{ cm}^2$.

Độ dài một cạnh của cửa sổ là $\sqrt{62500} = \sqrt{250^2} = 250 \text{ cm}$.

8B. Độ dài một cạnh của khung ảnh là $\sqrt{400} = \sqrt{20^2} = 20 \text{ cm}$.

9A. a) Có $4 = \sqrt{4^2} = \sqrt{16}$. Vì $15 < 16$ nên $\sqrt{15} < \sqrt{16}$, tức là $\sqrt{15} < 4$.

b) Có $2\sqrt{6} = \sqrt{(2\sqrt{6})^2} = \sqrt{2^2 \cdot (\sqrt{6})^2} = \sqrt{4 \cdot 6} = \sqrt{24}$.

Vì $26 > 24$ nên $\sqrt{26} > \sqrt{24}$, tức là $\sqrt{26} > 2\sqrt{6}$.

c) Có $5\sqrt{3} = \sqrt{(5\sqrt{3})^2} = \sqrt{5^2 \cdot (\sqrt{3})^2} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{75}$.

$3\sqrt{5} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2} = \sqrt{3^2 \cdot (\sqrt{5})^2} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$.

Vì $75 > 45$ nên $\sqrt{75} > \sqrt{45}$, do đó $5\sqrt{3} > 3\sqrt{5}$.

9B. a) Có $7 = \sqrt{7^2} = \sqrt{49}$. Vì $48 < 49$ nên $\sqrt{48} < \sqrt{49}$, tức là $\sqrt{48} < 7$.

b) Có $2\sqrt{17} = \sqrt{(2\sqrt{17})^2} = \sqrt{2^2 \cdot (\sqrt{17})^2} = \sqrt{4 \cdot 17} = \sqrt{68}$.

Vì $69 > 68$ nên $\sqrt{69} > \sqrt{68}$, tức là $\sqrt{69} > 2\sqrt{17}$.

c) Có $7\sqrt{6} = \sqrt{(7\sqrt{6})^2} = \sqrt{7^2 \cdot (\sqrt{6})^2} = \sqrt{49 \cdot 6} = \sqrt{294}$.

$6\sqrt{7} = \sqrt{(6\sqrt{7})^2} = \sqrt{6^2 \cdot (\sqrt{7})^2} = \sqrt{36 \cdot 7} = \sqrt{252}$.

Vì $294 > 252$ nên $\sqrt{294} > \sqrt{252}$, do đó $7\sqrt{6} > 6\sqrt{7}$.

10A.

x	5	9	25	29	$(-7)^2$	121	$\frac{1}{4}$	$-1,4^2$	18,49
$\sqrt{x}$	$\sqrt{5}$	3	5	$\sqrt{29}$	7	11	$\frac{1}{2}$	Không tồn tại	4,3
$ x $	5	9	25	29	49	121	$\frac{1}{4}$	1,96	18,49

10B.

x	12	144	64	35	-3^2	-16	$\frac{9}{169}$	$(-6)^2$	4,41
$\sqrt{x}$	$\sqrt{12}$	12	8	$\sqrt{35}$	Không tồn tại	Không tồn tại	$\frac{3}{13}$	6	2,1
$ x $	12	144	64	35	9	16	$\frac{9}{169}$	36	4,41

11. a) $\sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt{0,81} + \sqrt{0,09} = \frac{1}{3} \cdot 0,9 + 0,3 = 0,3 + 0,3 = 0,6.$

b) $\left(\frac{2}{5} \cdot \sqrt{16} + 2 \cdot \sqrt{\frac{16}{25}}\right) : \left(2 \cdot \sqrt{\frac{1}{16}}\right) = \left(\frac{2}{5} \cdot 4 + 2 \cdot \frac{4}{5}\right) : \left(2 \cdot \frac{1}{4}\right)$
 $= \left(\frac{8}{5} + \frac{8}{5}\right) : \frac{1}{2} = \frac{16}{5} \cdot 2 = \frac{32}{5}.$

c) $\left(0,3 + \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{9} - 3\right) = \left(\frac{3}{10} + \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{25}{9}\right)$
 $= \left(\frac{3}{10} + \frac{8}{10}\right) \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4} - \frac{25}{18} = \frac{11}{10} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4} - \frac{25}{18} = \frac{11}{20} - \frac{3}{4} - \frac{25}{18} = -\frac{286}{180} = -\frac{143}{90}.$

d) $(-1,25) \sqrt{\frac{1}{25}} (-4)^3 \cdot \frac{2}{\sqrt{16}} = (-1,25) \cdot \frac{1}{5} \cdot (-4)^3 \cdot \frac{2}{4} = (-0,25) \cdot (-4^2) \cdot 2 = 8$

12. a) $\sqrt{x} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$ nên $\sqrt{x} = \frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$. Do đó: $x = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}.$

b) $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^2$

TH1: $\frac{1}{2}x - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$ nên $\frac{1}{2}x = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$. Vậy $x = \frac{5}{6} : \frac{1}{2} = \frac{5}{3};$

TH2: $\frac{1}{2}x - \frac{1}{6} = -\frac{2}{3}$ nên $\frac{1}{2}x = -\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = -\frac{1}{2}$. Vậy $x = -\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = -1.$

c) $2|x| + 1,25 = 5,75$ nên $2|x| = 5,75 - 1,25 = 4,5$, do đó $|x| = 2,25.$

Vậy $x = 2,25$ hoặc $x = -2,25$

d) $x^2 + 16 = 25$ nên $x^2 = 25 - 16 = 9$. Vậy $x = 3$ hoặc $x = -3.$

e) $\sqrt{x} + |x| = 0$

TH1: Nếu $x < 0$ thì không tồn tại $\sqrt{x}.$

TH2: Nếu $x \geq 0$

Vì $\sqrt{x} \geq 0$ và $|x| \geq 0$ với mọi $x \geq 0$ nên $\sqrt{x} + |x| \geq 0$ với mọi $x \geq 0$.

Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{x} = |x| = 0$, tức là $x = 0$.

13. a) Các số theo thứ tự từ bé đến lớn là $-\sqrt{2}; -\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}; 0, (5); 2, 78; 6$.

b) Các số xếp theo thứ tự số có giá trị tuyệt đối bé hơn đứng trước số có giá trị tuyệt đối lớn hơn là $-\frac{1}{2}; 0, (5); -\frac{3}{4}; -\sqrt{2}; 2, 78; 6$.

14. Có $x = -2,5$ nên $x < 0$. Vì $x + y = 9,6 > 0$, mà $x < 0$ nên $y > 0$.

Vậy $x < 0 < y$.

15. a) $\sqrt{289 - 15^2} = \sqrt{289 - 225} = \sqrt{64} = 8$;

b) $\sqrt{0,01} - \sqrt{0,25} = 0,1 - 0,5 = -0,4$;

c) $\sqrt{2 \cdot 2^2 + 4^2 + 5^2} = \sqrt{8 + 16 + 25} = \sqrt{49} = 7$.

16*. a) Vì $\sqrt{x} \geq 0$ nên $A = \sqrt{x} + 42 \geq 42$ với $x \geq 0$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = 0$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 42 khi $x = 0$;

b) Vì $\sqrt{x+3} \geq 0$ nên $B = -12 + \sqrt{x+3} \geq -12$.

Dấu bằng xảy ra khi $x+3=0$, tức là $x=-3$

Vậy giá trị nhỏ nhất của B là -12 khi $x=-3$;

c) Vì $|x| \geq 0$ nên $C = |x| - 8 \geq -8$.

Dấu bằng xảy ra khi $|x|=0$, tức là $x=0$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của C là -8 khi $x=0$.

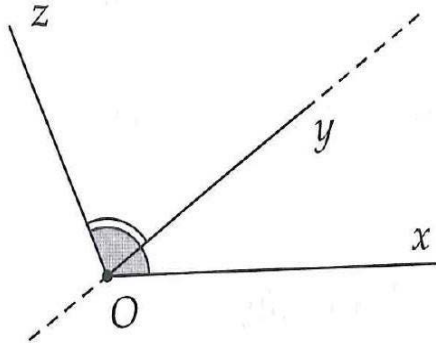
BÀI 1. GÓC Ở VỊ TRÍ ĐẶC BIỆT. TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

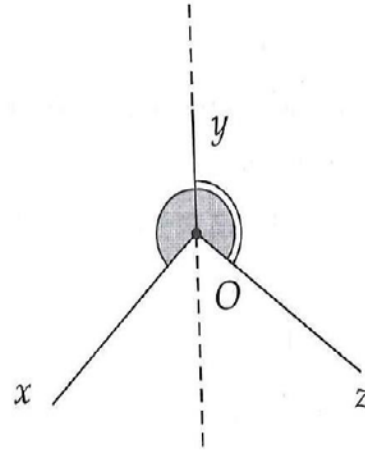
1. Hai góc kề bù

+ **Hai góc kề nhau** là hai góc có chung một cạnh, hai cạnh còn lại nằm ở hai phía khác nhau so với đường thẳng chứa cạnh chung.

Ví dụ: Trên hình 3.1 và 3.2 thì góc xOy và góc yOz là hai góc kề nhau có cạnh chung là Oy .



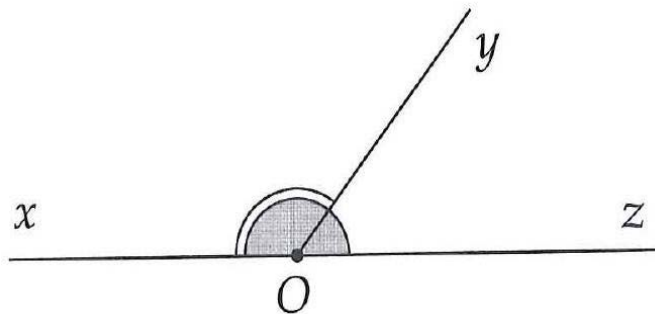
Hình 3.1



Hình 3.2

+ **Hai góc bù nhau** là hai góc có tổng số đo bằng 180° . Ví dụ góc 100° và góc 80° là hai góc bù nhau (không cần quan tâm đến vị trí của hai góc này).

+ Hai góc vừa kề nhau, vừa bù nhau gọi là **hai góc kề bù**.

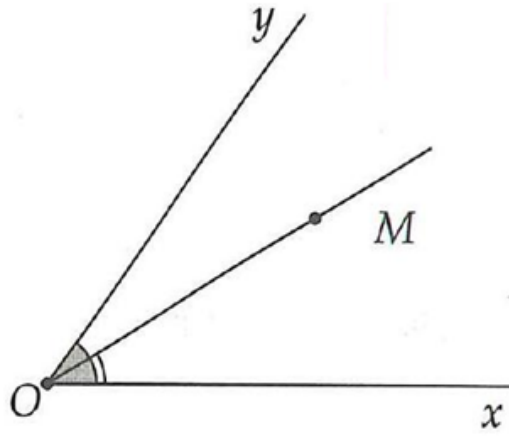


Hình 3.3

+ **Hai góc kề bù** là hai góc có chung một cạnh, hai cạnh còn lại là hai tia đối nhau.

Ví dụ: Trên hình 3.3, góc xOy và góc yOz là hai góc kề bù.

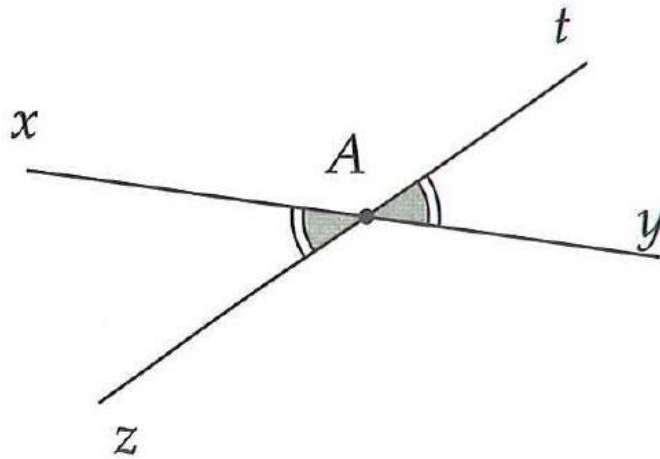
+ Chú ý: nếu điểm M nằm trong góc xOy thì tia OM được gọi là nằm giữa hai tia Ox, Oy và ta có $\widehat{xOM} + \widehat{MOy} = \widehat{xOy}$ (Hình 3.4).



Hình 3.4

2. Hai góc đối đỉnh

+ **Hai góc đối đỉnh** là hai góc có mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia.



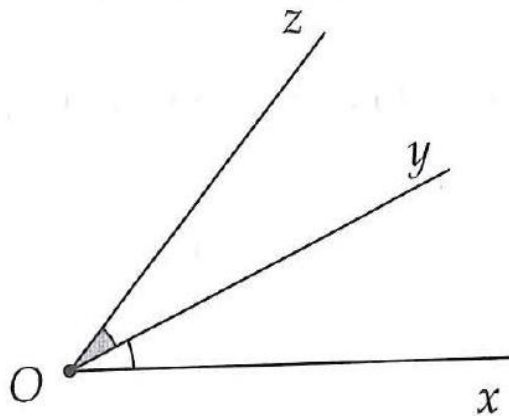
Hình 3.5

Trên hình 3.5, góc xAz và góc tAy là hai góc đối đỉnh.

+ Hai góc đối đỉnh có số đo bằng nhau.

3. Tia phân giác của một góc

+ **Tia phân giác của một góc** là tia nằm giữa hai cạnh của góc và tạo với hai cạnh đó hai góc bằng nhau.



Hình 3.6

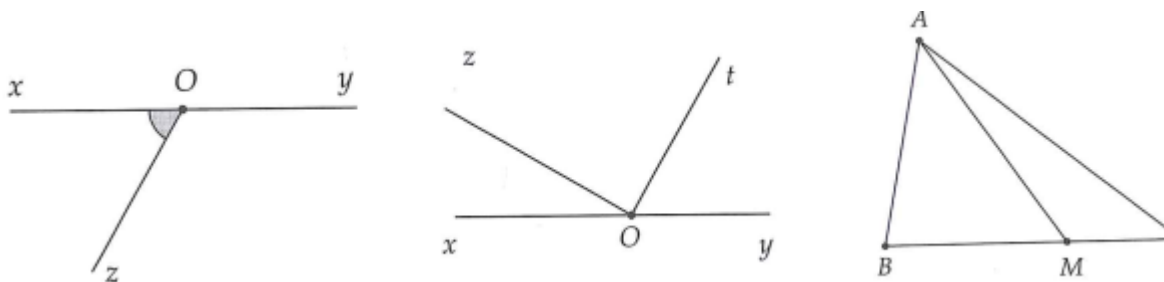
+ Trên hình 3.6, tia Oy là tia phân giác của góc xOz nên ta có: $\widehat{xOy} = \widehat{yOz} = \frac{1}{2} \widehat{xOz}$.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận biết các góc ở vị trí đặc biệt và tia phân giác

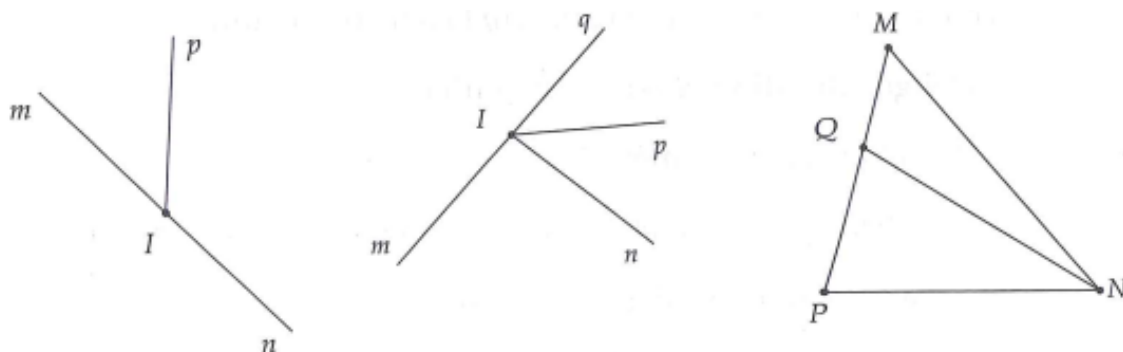
Phương pháp giải: Nhớ vững định nghĩa hai góc kề nhau, hai góc kề bù, hai góc đối đỉnh.

1A. Tìm các cặp góc kề bù trên hình 3.7:



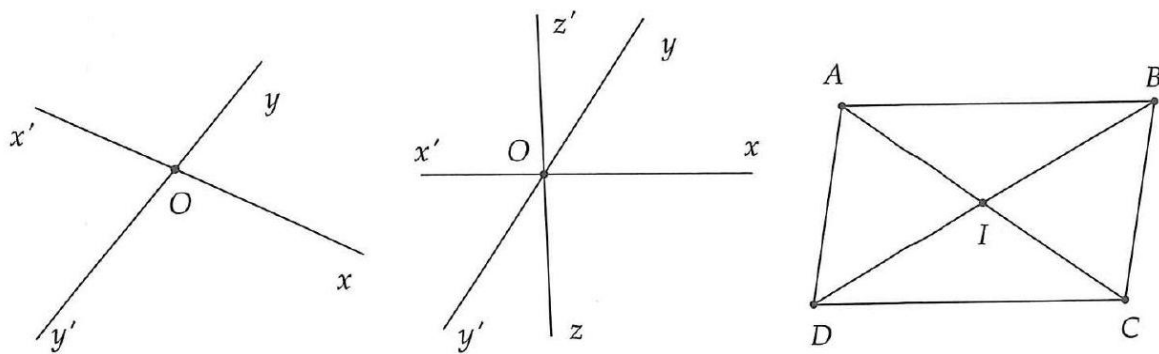
Hình 3.7

1B. Tìm các cặp góc kề bù trên hình 3.8:



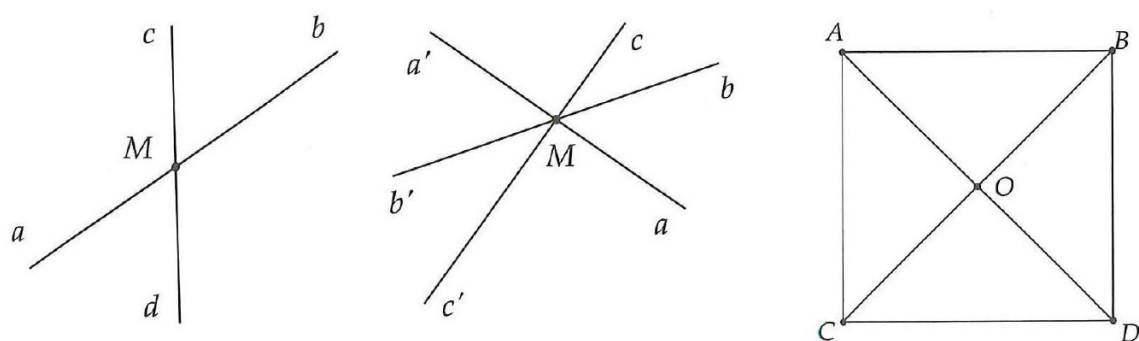
Hình 3.8

2A. Tìm các cặp góc đối đỉnh trên hình 3.9:



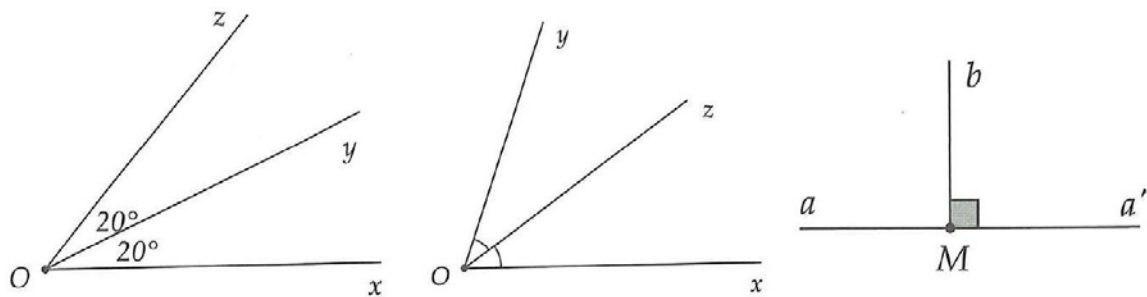
Hình 3.9

2B. Tìm các cặp góc đối đỉnh trên hình 3.10:



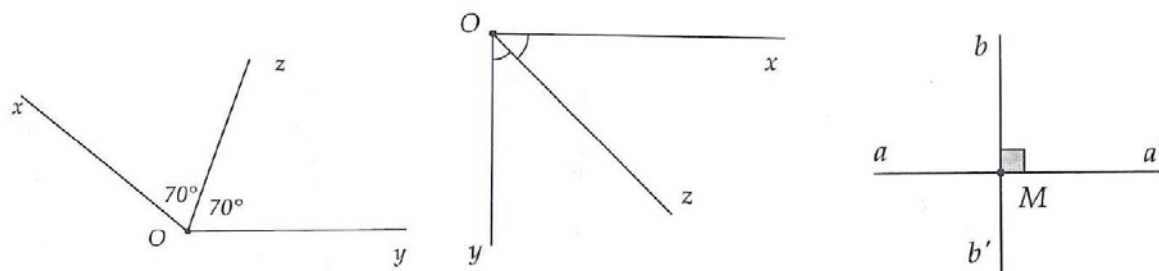
Hình 3.10

3A. Chỉ ra tia phân giác trên hình 3.11:



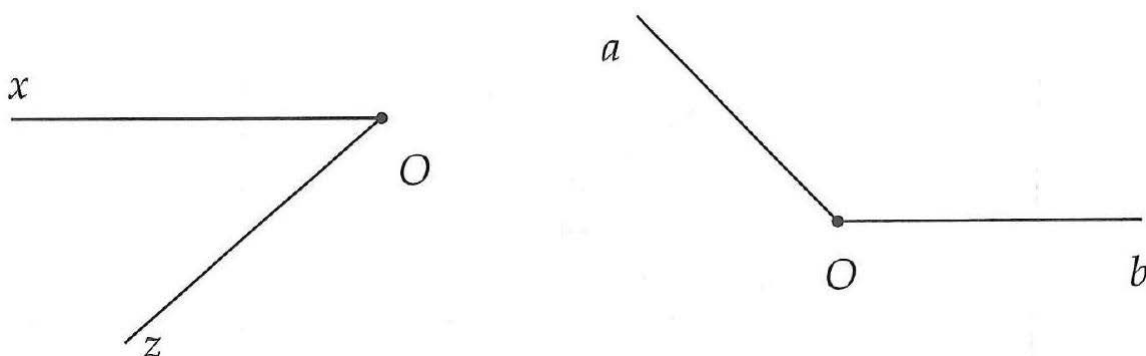
Hình 3.11

3B. Chỉ ra tia phân giác trên hình 3.12:



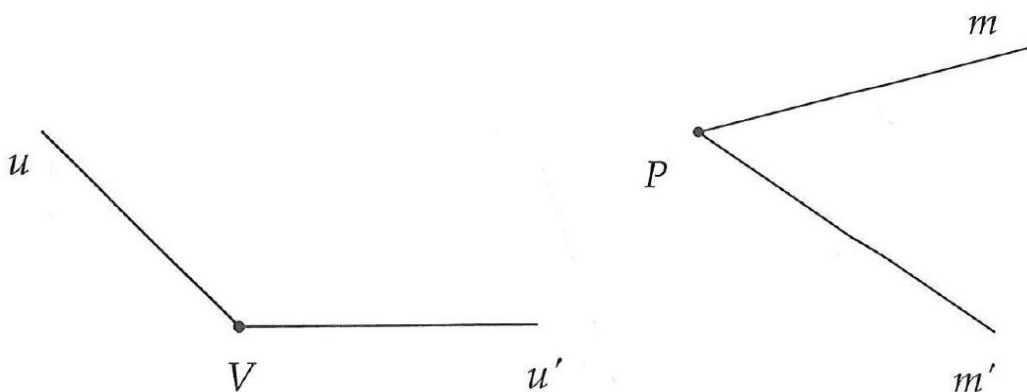
Hình 3.12

4A. Vẽ lại hình 3.13 vào vở và vẽ thêm góc kề bù với các góc đã cho, với mỗi góc ta vẽ được mấy góc kề bù?



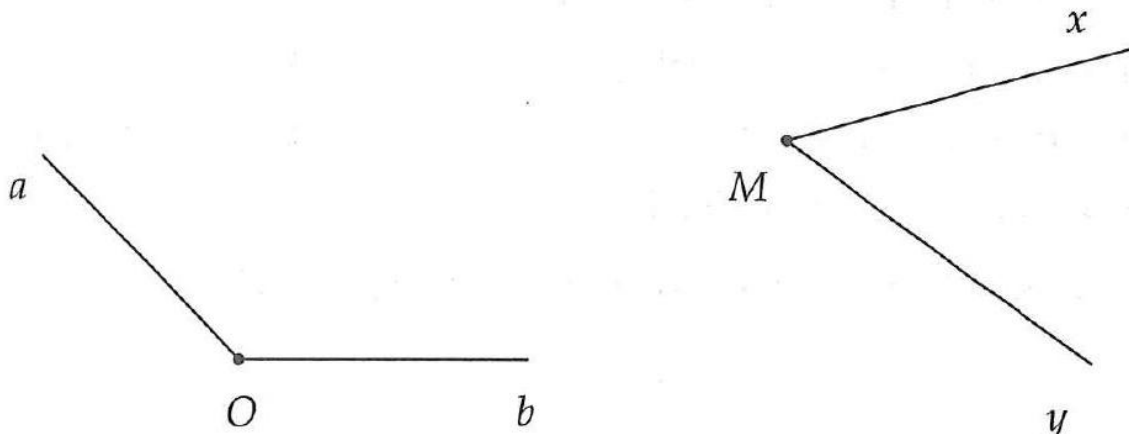
Hình 3.13

4B. Vẽ lại hình 3.14 vào vở và vẽ thêm góc đối đỉnh với các góc đã cho, với mỗi góc ta vẽ được mấy góc đối đỉnh?



Hình 3.14

4C. Vẽ lại hình 3.15 vào vở và vẽ thêm tia phân giác của các góc đã cho.

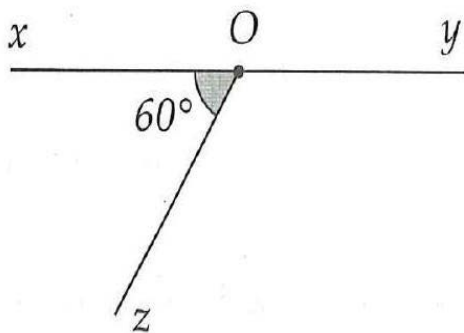


Hình 3.15

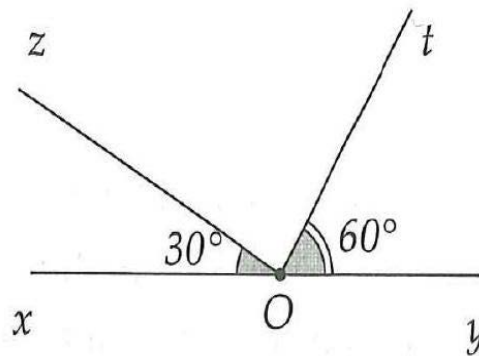
Dạng 2: Tính số đo các góc dựa vào góc ở vị trí đặc biệt.

Phương pháp giải: Nhớ vững tính chất hai góc kề nhau, hai góc kề bù, hai góc đối đỉnh.

5A. Cho hình 3.16, biết Ox và Oy là hai tia đối nhau.



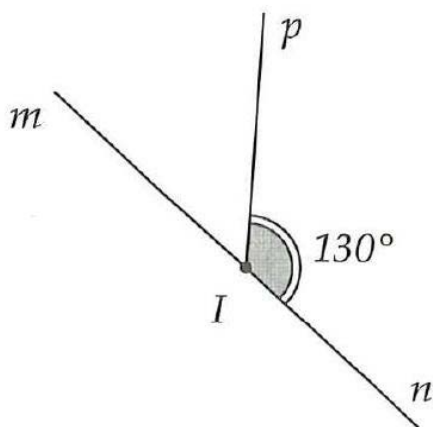
Hình 3.16A



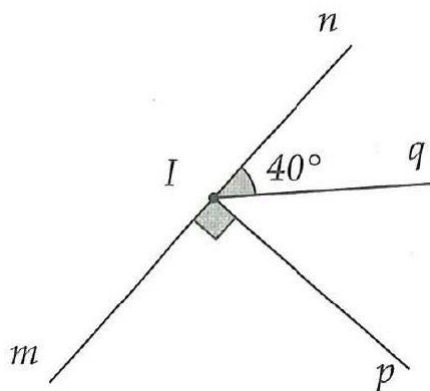
Hình 3.16B

- Kể tên các cặp góc kề bù.
- Quan sát hình 3.16A, tính góc yOz .
- Quan sát hình 3.16B, tính góc tOz , góc xOt , góc yOz .

5B. Cho hình 3.17, biết Im và In là hai tia đối nhau.



Hình 3.17A

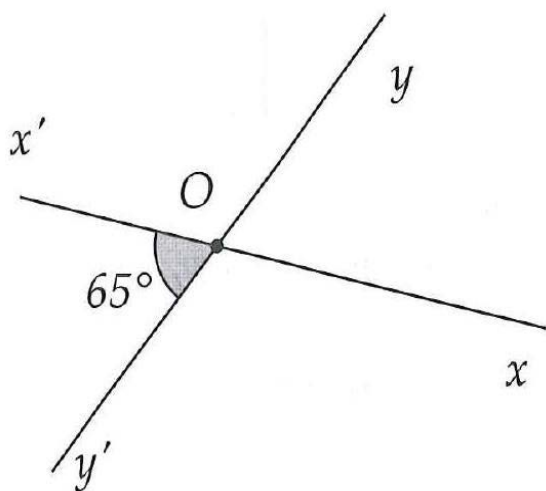


Hình 3.17B

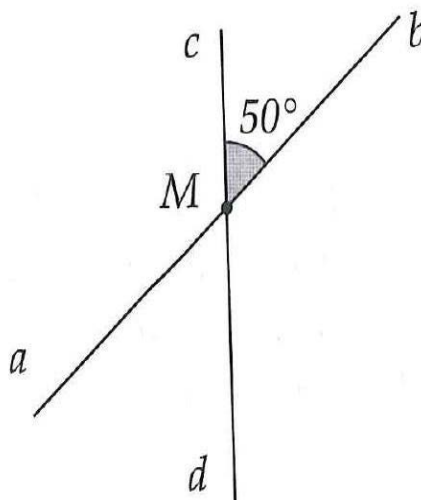
- Kể tên các cặp góc kề bù.
- Quan sát hình 3.17A, tính góc mIp .
- Quan sát hình 3.17B, tính góc pIn , góc mIq .

6A. Cho hình 3.18A, biết Ox và Ox' , Oy và Oy' là các tia đối nhau:

- Kể tên các cặp góc đối đỉnh.
- Quan sát hình 3.18A, tính góc xOy , góc $x'Oy$.



Hình 3.18A



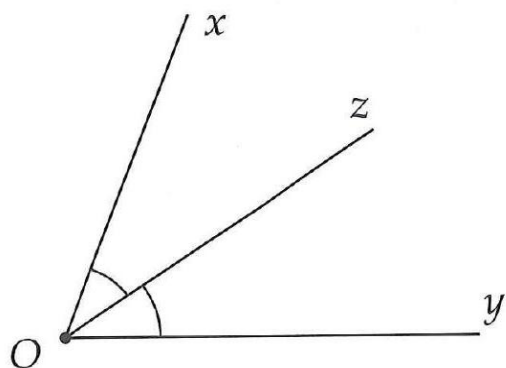
Hình 3.18B

6B. Cho hình 3.18B, biết Ma và Mb , Mc và Md là các tia đối nhau:

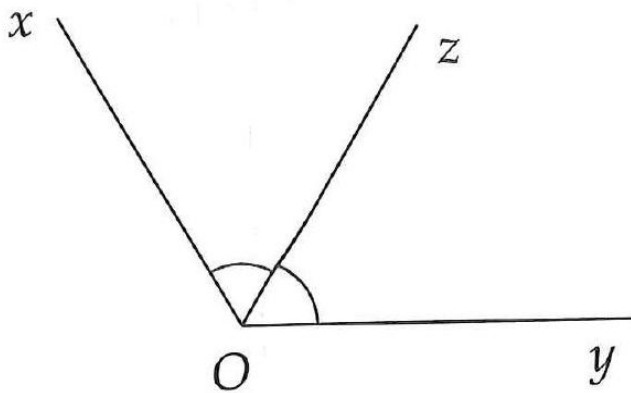
- Kể tên các cặp góc đối đỉnh.
- Quan sát hình 3.18 B, tính các góc aMd và aMc bằng hai cách.

7A. Cho hình 3.19, biết $\widehat{xOy} = 70^\circ$ và Oz là phân giác của góc xOy .

- Tính các góc xOz và zOy .
- Vẽ tia Ot là tia đối của tia Oy . Tính góc xOt và góc zOt .



Hình 3.19



Hình 3.20

7B. Cho hình 3.20, biết $\widehat{xOz} = 60^\circ$ và Oz là phân giác của góc xOy .

- Tính các góc xOy và zOy .
- Vẽ tia Ot là tia đối của tia Oz . Tính góc xOt và góc zOt .

8A. Cho xOy là góc bẹt, vẽ tia Ot sao cho $\widehat{xOt} = 60^\circ$. Tính $\widehat{yOt}$.

8B. Cho Oa và Ob là hai tia đối nhau, vẽ tia Oc sao cho $\widehat{aOc} = 100^\circ$. Tính $\widehat{bOc}$.

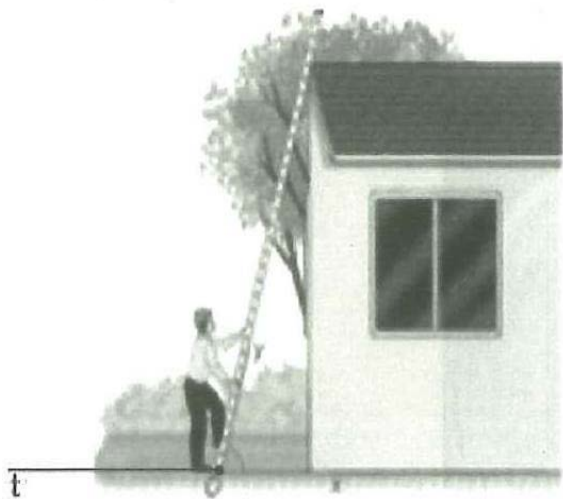
9A. Cho $\widehat{xOy} = 80^\circ$. Vẽ tia Oz là tia đối của tia Ox .

- Kể tên các cặp góc kề bù.
- Tính góc yOz .
- Gọi Ot là tia phân giác của góc xOy . Tính các góc xOt, tOz .

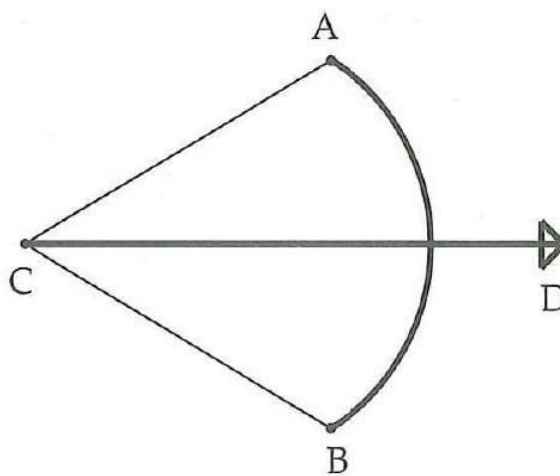
9B. Cho $\widehat{mOn} = 120^\circ$. Vẽ tia Oa là tia đối của tia Om .

- Kể tên các cặp góc kề bù.
- Tính góc nOa .
- Gọi Ob là tia phân giác của góc mOn . Tính các góc mOb, bOa .

10A. Để đảm bảo an toàn khi sử dụng thang, người ta thấy rằng nên đặt thang tạo với mặt đất một góc khoảng 75° (góc xOy). Biết rằng trong hình vẽ dưới, người thợ đã đặt cái thang đảm bảo an toàn. Tính góc yOt .



Hình 3.21

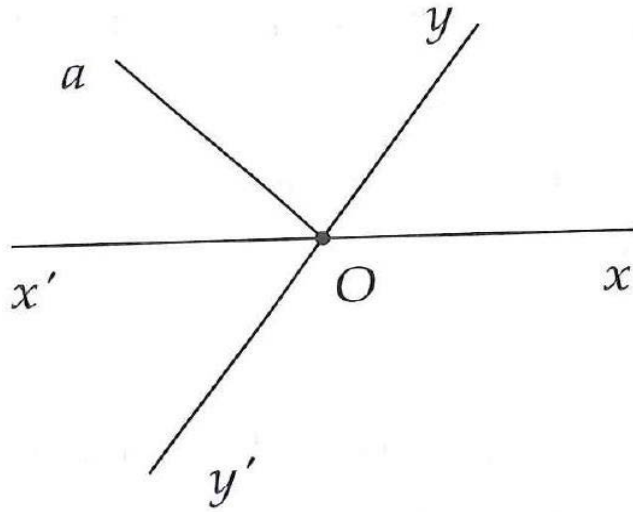


Hình 3.22

10B. Trong môn thể thao bắn cung, khi vận động viên kéo căng dây cung (tia CD) để chuẩn bị bắn thì mũi tên thường ở vị trí phân giác của góc tạo bởi dây cung (góc ACB). Khi tam giác ABC là tam giác đều, tính góc ACD .

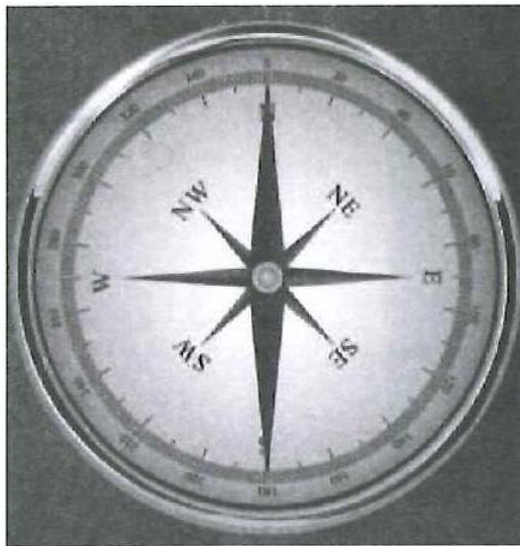
III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

11. Tìm các cặp góc kề bù, các cặp góc đối đỉnh trên hình vẽ:



Hình 3.23

12. Hai đường thẳng xx' và yy' cắt nhau tại O . Biết $\widehat{xOy} = 90^\circ$. Tính các góc xOy' , $x'Oy'$.
13. Cho hai góc kề bù xOy và yOy' , biết góc $xOy = 130^\circ$. Tính góc yOy' ?
14. Dưới đây là hình của một cái la bàn. Em hãy vẽ các tia có gốc là tâm của la bàn và trùng với các mũi nhọn chỉ các hướng. Kể tên một số cặp góc kề bù, cặp góc đối đỉnh và chỉ ra một vài tia phân giác của các góc.



Hình 3.24

15. Cho $\widehat{xOy} = 100^\circ$, vẽ tia Oz nằm trong góc xOy sao cho $\widehat{xOz} = 50^\circ$.
- Tính góc yOz và chỉ ra tia phân giác có trong hình.
 - Vẽ Ot là tia đối của tia Ox . Tính góc yOt , góc zOt .
 - Vẽ tia Ov là tia phân giác của góc yOt . Chứng tỏ rằng zOt là góc vuông.
16. Cho $\widehat{xOy} = 120^\circ$ và điểm M nằm trong góc đó.

a) Khi $\widehat{xOM} = 50^\circ$, tính góc MOy .

b) Vẽ Oz là tia phân giác của góc xOM , Ot là tia phân giác của góc MOy . Tính góc zOt .

17. Cho góc bẹt xOy . Vẽ tia Oz sao cho $\widehat{xOz} = 40^\circ$.

a) Tính số đo góc zOy .

b) Trên cùng một phía của đường thẳng xy có chứa tia Oz vẽ tia Om sao cho góc zOm là góc vuông. Tính số đo góc yOm .

c) Vẽ tia Ot sao cho tia Oz là phân giác của góc xOt . Chứng tỏ rằng Om là tia phân giác của góc tOy .

18. Cho 3 đường thẳng xx' , yy' và zz' cùng đi qua điểm O . Có bao nhiêu cặp góc đối đỉnh trên hình vẽ. Kể tên các cặp góc đó.

19. Cho n đường thẳng phân biệt cùng đi qua 1 điểm. Có bao nhiêu cặp góc đối đỉnh được tạo thành?

20. Cho n đường thẳng cùng đi qua 1 điểm. Người ta đếm trên hình vẽ thấy có 180 cặp góc đối đỉnh. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng?

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. Các cặp góc kề bù trên hình 3.7:

- + $\widehat{xOz}$ và $\widehat{yOz}$;
- + $\widehat{xOz}$ và $\widehat{zOy}$; $\widehat{xOt}$ và $\widehat{tOy}$;
- + $\widehat{AMB}$ và $\widehat{AMC}$.

1B. Các cặp góc kề bù trên hình 3.8:

- + $\widehat{mIp}$ và $\widehat{pIn}$;
- + $\widehat{mIn}$ và $\widehat{nIq}$; $\widehat{mIp}$ và $\widehat{pIq}$;
- + $\widehat{MQN}$ và $\widehat{PQN}$.

2A. Các cặp góc đối đỉnh trên hình 3.9:

- + $\widehat{xOy}$ và $\widehat{x'Oy'}$; $\widehat{x'Oy}$ và $\widehat{xOy'}$
- + $\widehat{xOy}$ và $\widehat{x'Oy'}$; $\widehat{xOz}$ và $\widehat{x'Oz'}$; $\widehat{xOy'}$ và $\widehat{x'Oy}$; $\widehat{xOz}$ và $\widehat{x'Oz'}$; $\widehat{yOz}$ và $\widehat{y'Oz'}$; $\widehat{yOz}$ và $\widehat{y'Oz'}$.
- + $\widehat{AIB}$ và $\widehat{CID}$; $\widehat{AID}$ và $\widehat{BIC}$.

2B. Các cặp góc đối đỉnh trên hình 3.10:

- + $\widehat{aMc}$ và $\widehat{bMd}$; $\widehat{aMd}$ và $\widehat{bMc}$;
- + $\widehat{aMb}$ và $\widehat{a'Mb'}$; $\widehat{aMc}$ và $\widehat{a'Mc'}$; $\widehat{aMb'}$ và $\widehat{a'Mb}$; $\widehat{aMc'}$ và $\widehat{a'Mc}$; $\widehat{bMc}$ và $\widehat{b'Mc'}$; $\widehat{bMc'}$ và $\widehat{b'Mc}$.
- + $\widehat{AOB}$ và $\widehat{COD}$; $\widehat{AOC}$ và $\widehat{BOD}$.

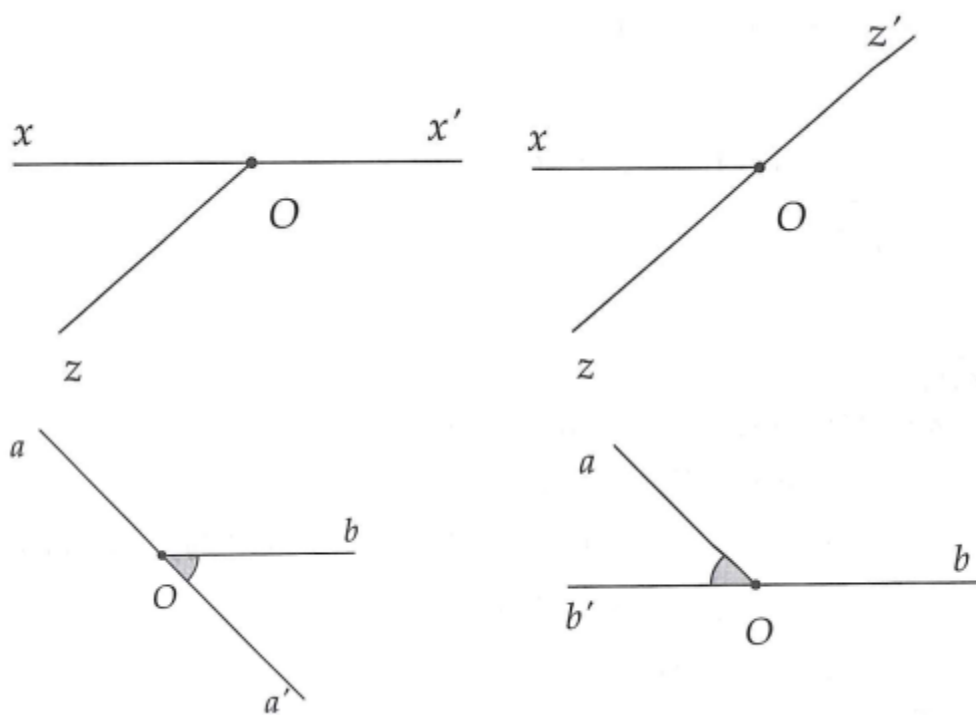
3A. Tia phân giác trên hình 3.11:

- + Tia Oy là phân giác của góc xOz .
- + Tia Oz là phân giác của góc xOy .
- + Tia Mb là phân giác của góc aMa' .

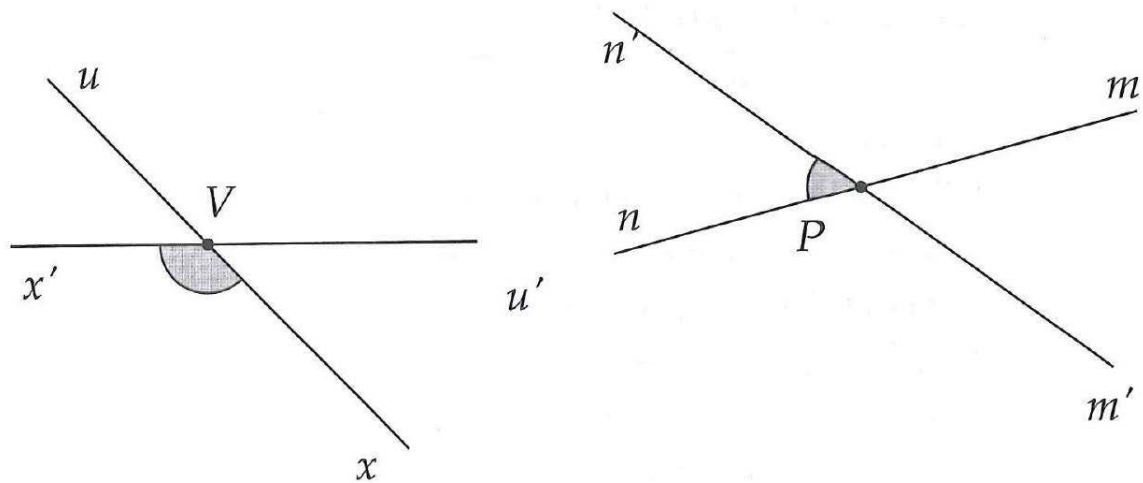
3B. Tia phân giác trên hình 3.12:

- + Tia Oz là phân giác của góc xOy .
- + Tia Oz là phân giác của góc xOy .
- + Tia Mb là phân giác của góc aMa' ; tia Mb' là phân giác của góc aMa' ; tia Ma là phân giác của góc bMb' ; tia Ma' là phân giác của góc bMb' .

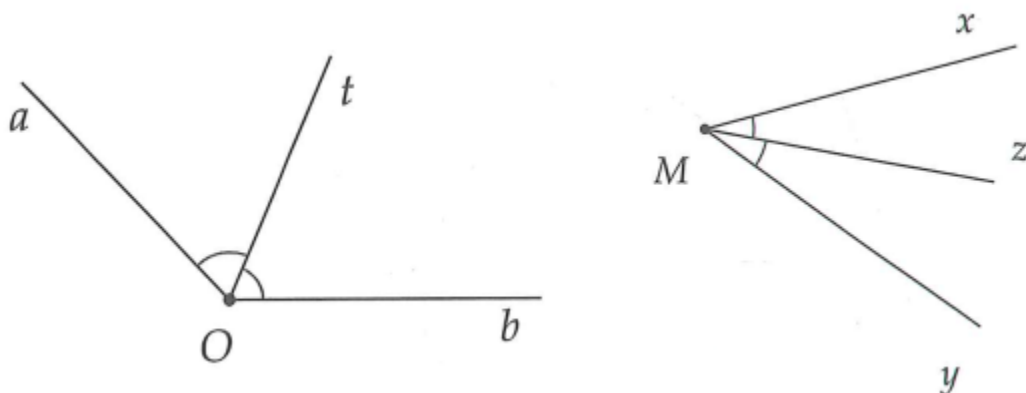
4A. Mỗi hình vẽ được 2 góc bằng cách vẽ thêm tia đối của mỗi cạnh của góc.



4B. Mỗi hình vẽ được 1 góc bằng cách vẽ thêm tia đối của mỗi cạnh của góc.



4C.



5A. a) Các cặp góc kề bù:

H3.16A: $\widehat{xOz}$ và $\widehat{yOz}$.

H3.16B: $\widehat{xOz}$ và $\widehat{zOy}$; $\widehat{xOt}$ và $\widehat{tOy}$.

b) $\widehat{yOz} = 120^\circ$.

c) $\widehat{tOz} = 90^\circ$, $\widehat{xOt} = 120^\circ$, $\widehat{yOz} = 150^\circ$.

5B. a) Các cặp góc kề bù:

H3.17A: $\widehat{mIp}$ và $\widehat{nIp}$.

H3.17B: $\widehat{mIp}$ và $\widehat{pIn}$; $\widehat{mIq}$ và $\widehat{qIn}$.

b) $\widehat{mIp} = 50^\circ$.

c) $\widehat{pIn} = 90^\circ$, $\widehat{mIq} = 140^\circ$.

6A. a) Các cặp góc đối đỉnh: $\widehat{xOy}$ và $\widehat{x'Oy'}$; $\widehat{xOy'}$ và $\widehat{x'Oy}$.

b) $\widehat{xOy} = 65^\circ$; $\widehat{x'Oy} = 115^\circ$.

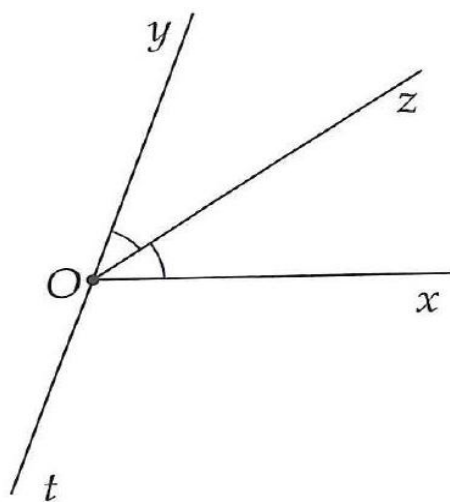
6B. a) Các cặp góc đối đỉnh: $\widehat{aMc}$ và $\widehat{bMd}$; $\widehat{aMd}$ và $\widehat{bMc}$.

b) $\widehat{aMd} = 50^\circ$; $\widehat{aMc} = 130^\circ$.

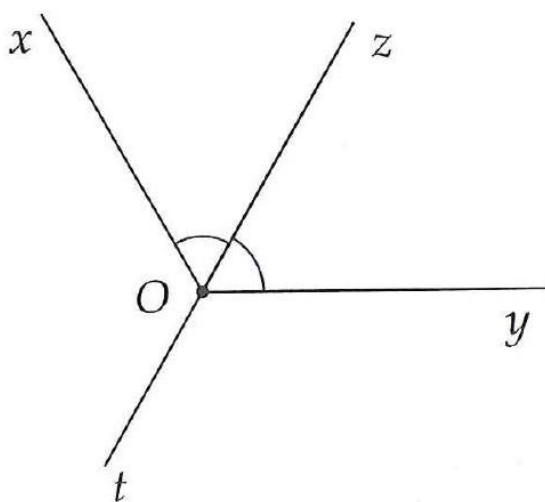
7A. Hình 8.7A:

a) $\widehat{xOz} = \widehat{zOy} = 35^\circ$.

b) $\widehat{xOt} = 110^\circ$; $\widehat{zOt} = 145^\circ$.



Hình 8.7A



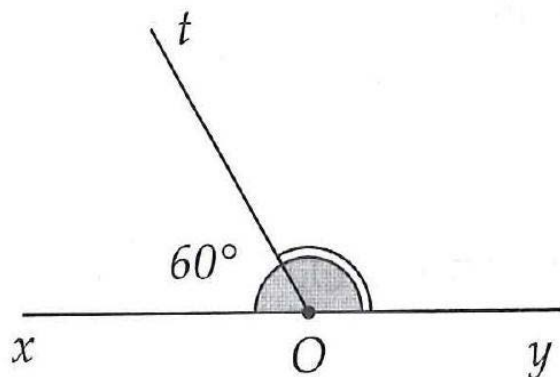
Hình 8.7 B

7B. Hình 8.7B

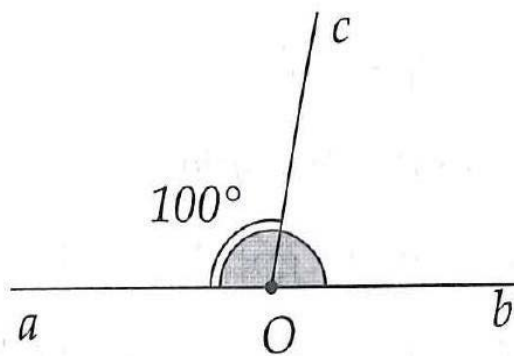
a) $\widehat{xOy} = 120^\circ$; $\widehat{zOy} = 60^\circ$.

b) $\widehat{xOt} = 120^\circ$; $\widehat{zOt} = 180^\circ$.

8A. Hình 8.8A: $\widehat{yOt} = 120^\circ$.



Hình 8.8A



Hình 8.8 B

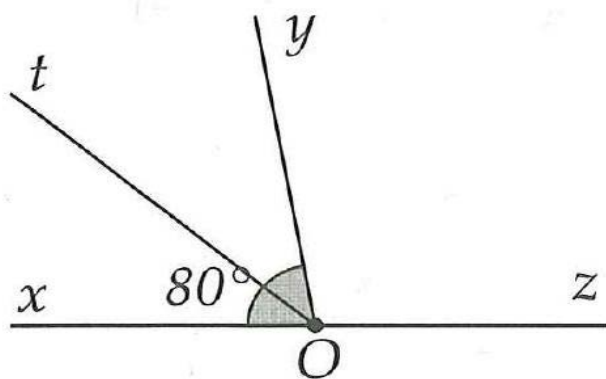
8B. Hình 8.8B: $\widehat{bOc} = 80^\circ$.

9A. Hình 8.9A.

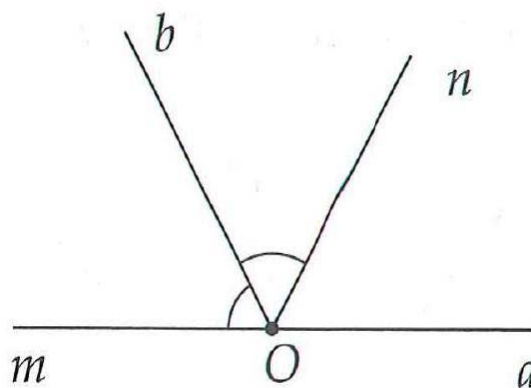
a) Cặp góc kề bù là $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$.

b) $\widehat{yOz} = 100^\circ$.

c) $\widehat{xOt} = \frac{1}{2} \widehat{xOy} = 40^\circ$, $\widehat{tOz} = 140^\circ$.



Hình 8.9A



Hình 8.9B

9B. a) Cặp góc kề bù là $\widehat{mOn}$ và $\widehat{nOa}$.

b) $\widehat{nOa} = 60^\circ$.

c) $\widehat{mOb} = \frac{1}{2} \widehat{mOn} = 60^\circ$, $\widehat{bOa} = 120^\circ$.

10A. Vì $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOt}$ là hai góc kề bù nên: $\widehat{xOy} + \widehat{yOt} = 180^\circ$

Tính được $\widehat{yOt} = 115^\circ$.

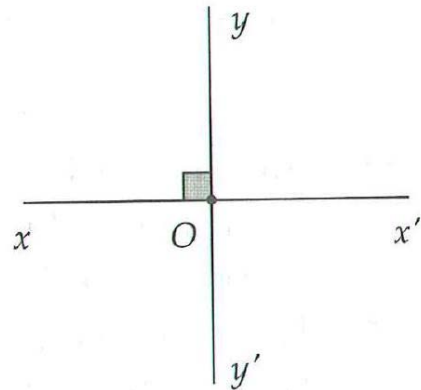
10B. $\widehat{ACD} = 30^\circ$

11. Có 4 cặp góc kề bù: $\widehat{x'a}$ và $\widehat{aOx}$; $\widehat{x'Oy}$ và $\widehat{yOx}$; $\widehat{yOa}$ và $\widehat{aOy'}$; $\widehat{yOx'}$ và $\widehat{x'Oy'}$;

Có 2 cặp góc đối đỉnh: $\widehat{xOy}$ và $\widehat{x'y'}$; $\widehat{xOy'}$ và $\widehat{x'Oy}$.

12. Có $\widehat{x'Oy'} = \widehat{xOy} = 90^\circ$ (2 góc đối đỉnh).

Có $\widehat{xOy'} + \widehat{xOy} = 180^\circ$ (2 góc kề bù) nên $\widehat{xOy'} = 90^\circ$.



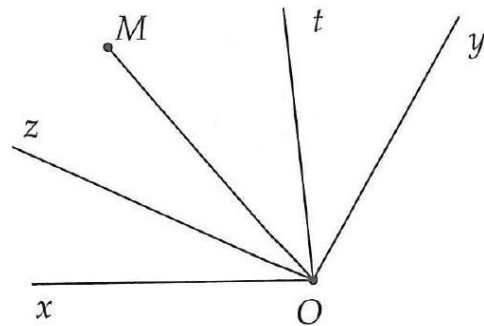
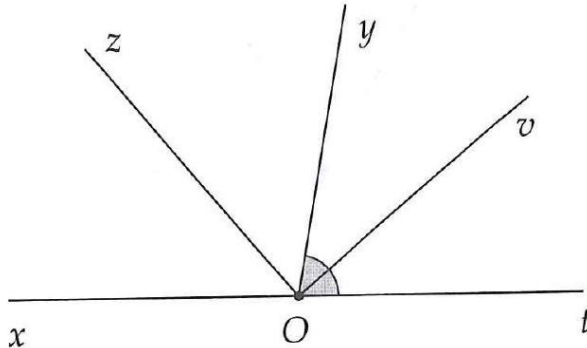
13. Đáp số: $\widehat{yOy'} = 50^\circ$.

14. Học sinh tự vẽ hình và làm.

15. a) $\widehat{yOz} = 50^\circ$ và Oz là tia phân giác của góc xOy .

b) $\widehat{yOt} = 80^\circ$, $\widehat{zOt} = 130^\circ$.

c) $\widehat{yOv} = \frac{1}{2}\widehat{yOt} = 40^\circ$; $\widehat{zOv} = \widehat{yOz} + \widehat{yOv} = 50^\circ + 40^\circ = 90^\circ$.



16. a) Tính được $\widehat{MOy} = 70^\circ$.

b) Có $\widehat{MOz} = \frac{1}{2}\widehat{xOm} = 25^\circ$, $\widehat{MOt} = \frac{1}{2}\widehat{MOy} = 35^\circ$. Suy ra $\widehat{zOt} = \widehat{MOz} + \widehat{MOt} = 25^\circ + 35^\circ = 60^\circ$.

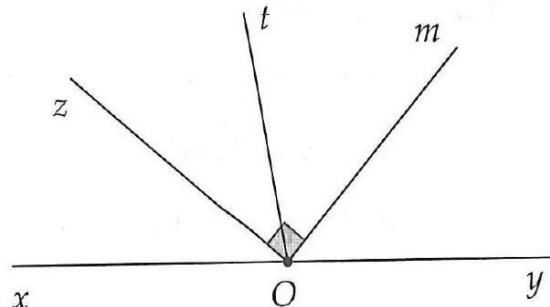
17. a) Tính được $\widehat{zOy} = 140^\circ$.

b) Có $\widehat{xOz} + \widehat{zOm} + \widehat{yOm} = 180^\circ$;

$$40^\circ + 90^\circ + \widehat{yOm} = 180^\circ.$$

Suy ra $\widehat{yOm} = 50^\circ$

c) Vì Oz là phân giác của góc xOt nên



$$\widehat{zOt} = \widehat{xOz} = 40^\circ.$$

Tính được $\widehat{mOt} = 50^\circ, \widehat{yOt} = 100^\circ$;

Vì $\widehat{mOt} = \widehat{mOy} = \frac{1}{2}\widehat{yOt}$ nên Om là phân giác của góc tOy .

18. Hai đường thẳng cắt nhau tạo thành 2 cặp góc đối đỉnh.

Số cách chọn 2 trong 3 đường thẳng: 3 cách.

Số cặp góc đối đỉnh tạo thành: $2.3 = 6$ cặp.

19. Hai đường thẳng cắt nhau tạo thành 2 cặp góc đối đỉnh.

Số cách chọn 2 trong n đường thẳng: $n(n-1)$ cách.

Số cặp góc đối đỉnh tạo thành: $2.n(n-1)$ cặp.

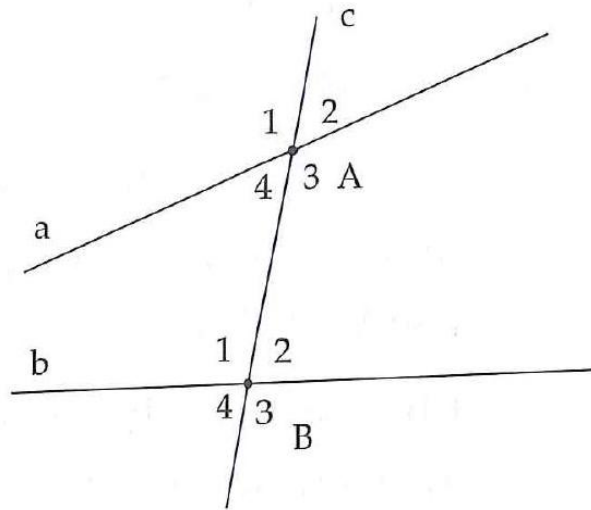
20. Lập luận giống bài 19 tìm được 10 đường thẳng.

BÀI 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ DẤU HIỆU NHẬN BIẾT

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Các góc tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng

Trên hình 3.25, đường thẳng c cắt hai đường thẳng a và b lần lượt tại các điểm A, B và tạo thành tám góc $A_1, A_2, \dots$, trong đó:



Hình 3.25

- Hai góc so le trong: góc A_3 và góc B_1 ; góc A_4 và góc B_2 .
- Hai góc đồng vị: góc A_1 và góc B_1 ; góc A_2 và góc B_2 ; góc A_3 và góc B_3 ; góc A_4 và góc B_4 .

2. Nhắc lại về hai đường thẳng song song

- Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng không có điểm chung.
- Đường thẳng a song song với đường thẳng b được kí hiệu là: $a // b$.

3. Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song

- Nếu đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau hoặc một cặp góc đồng vị bằng nhau thì a và b song song với nhau.
- Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

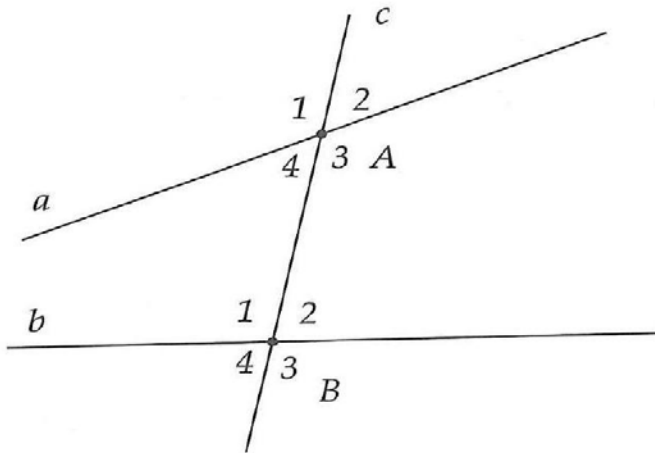
Dạng 1. Nhận biết các góc ở vị trí đặc biệt trên hình vẽ

Phương pháp giải: Nhớ vững vị trí các góc so le trong, các góc đồng vị.

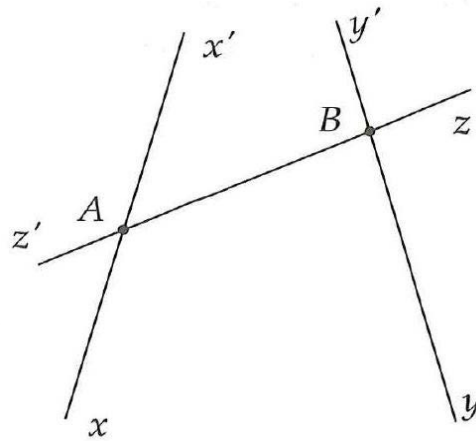
1A. Cho hình 3.26:

a) Tìm góc so le trong với góc A_3 , góc so le trong với góc B_2 .

b) Tìm góc đồng vị với góc A_2 , góc đồng vị với góc B_3 .



Hình 3.26



Hình 3.27

1B. Cho hình 3.27

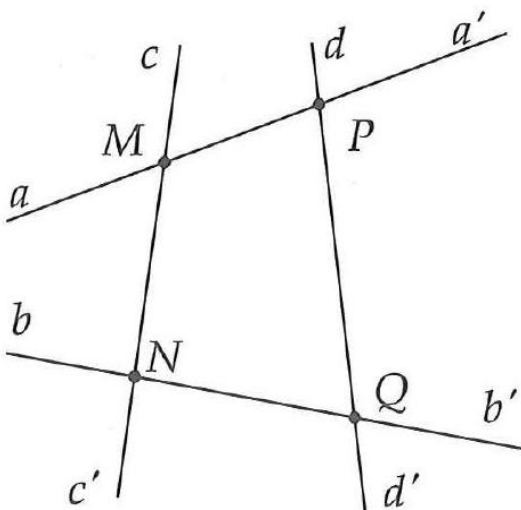
a) Tìm góc so le trong với góc xAz , góc so le trong với góc ABz .

b) Tìm góc đồng vị với góc xAz' , góc đồng vị với góc $y'Bz'$.

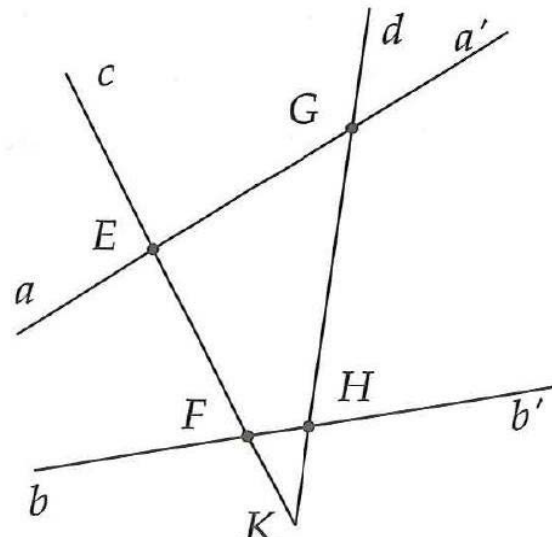
2A. Cho hình 3.28.

a) Tìm góc so le trong với góc aMN , góc so le trong với góc PQN .

b) Tìm góc đồng vị với góc cMP , góc đồng vị với góc MNQ .



Hình 3.28



Hình 3.29

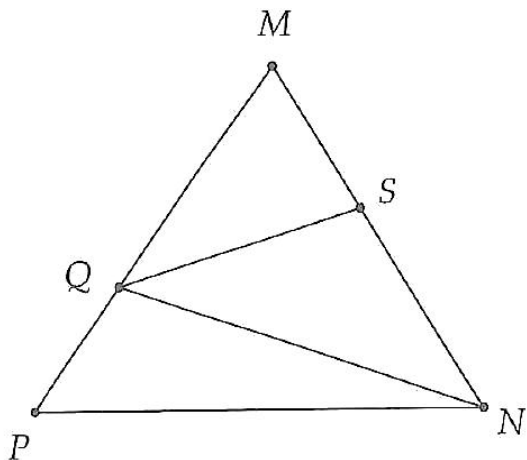
2B. Cho hình 3.29.

a) Tìm góc so le trong với góc aEF , góc so le trong với góc GHb' .

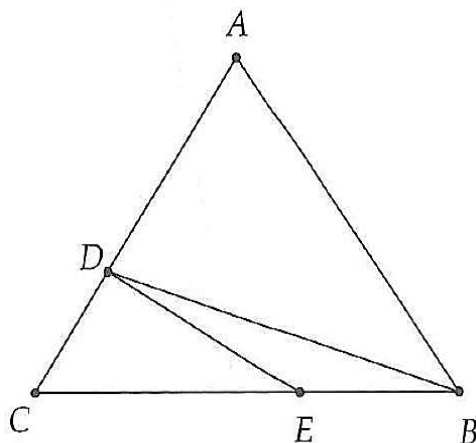
b) Tìm góc đồng vị với góc cEG , góc đồng vị với góc GHb' .

3A. Cho hình 3.30.

- Tìm góc so le trong với góc PNQ .
- Tìm góc đồng vị với góc MNP , góc đồng vị với góc MQS .



Hình 3.30



Hình 3.31

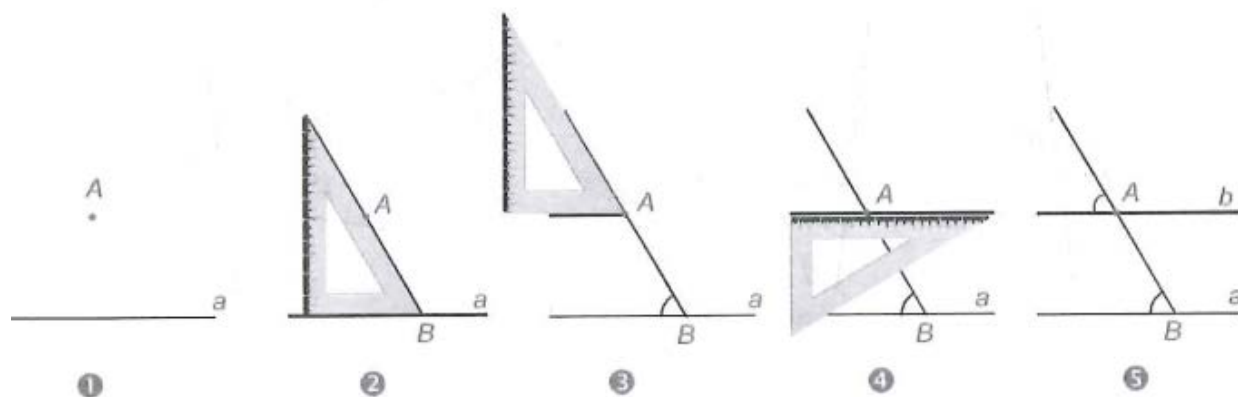
3B. Cho hình 3.31.

- Tìm góc so le trong với góc ABD .
- Tìm góc đồng vị với góc CDE , góc đồng vị với góc ABC .

Dạng 2. Cách vẽ hai đường thẳng song song

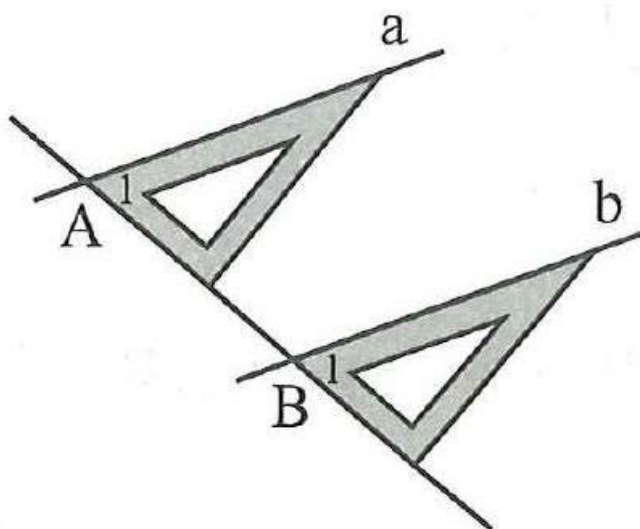
Phương pháp giải: Sử dụng ê-ke hoặc thước đo góc để vẽ được các góc so le trong bằng nhau, hoặc các góc đồng vị bằng nhau.

4A. Cho điểm A nằm ngoài đường thẳng a . Hình 3.32 hướng dẫn cách vẽ đường thẳng b đi qua điểm A và song song a . Em hãy vẽ lại hình vào vở và giải thích tại sao $b // a$.



Hình 3.32

4B. Cho hai điểm A, B phân biệt. Hình 3.33 hướng dẫn cách vẽ đường thẳng a đi qua A , đường thẳng b đi qua B và $a // b$. Em hãy vẽ lại hình vào vở và giải thích tại sao $a // b$.



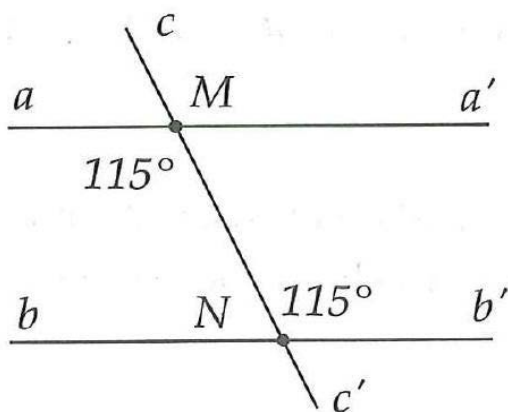
Hình 3.33

Chú ý: Trong các quyển vở có dòng kẻ ngang, để vẽ các đường thẳng song song ta chỉ cần vẽ trùng với các dòng kẻ.

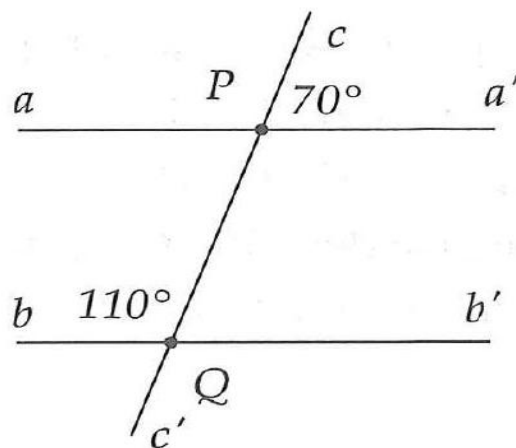
Dạng 3. Chứng tỏ hai đường thẳng song song

Phương pháp giải: Sử dụng dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song.

5A. Trên hình 3.34, giải thích tại sao $aa' // bb'$.



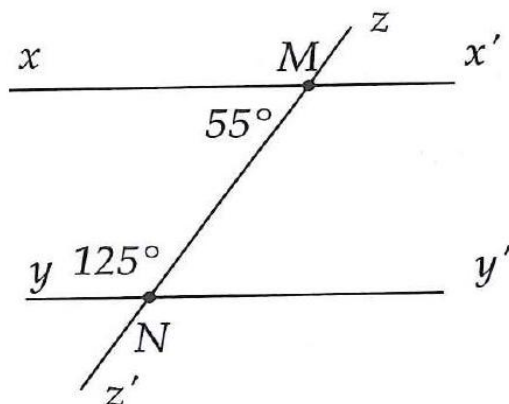
Hình 3.34



Hình 3.35

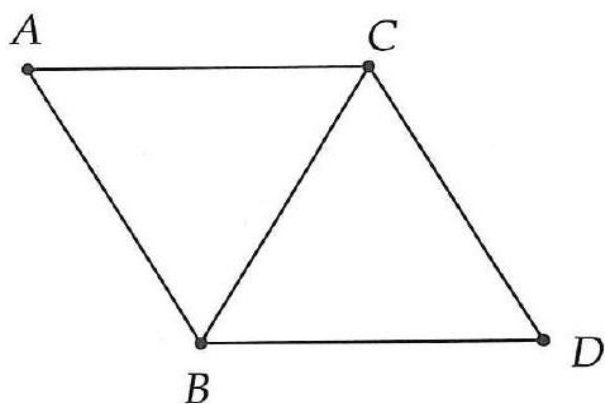
5B. Trên hình 3.35, giải thích tại sao $aa' // bb'$.

5C. Cho hình 3.36, giải thích tại sao $xx' // yy'$.

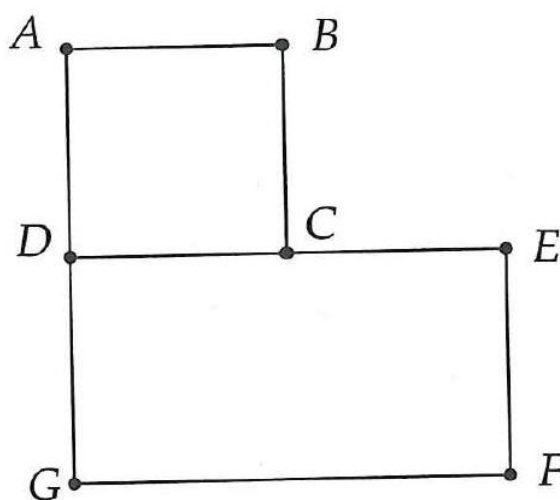


Hình 3.36

6A. Tìm các đường thẳng song song trên hình 3.37, biết ABC và BCD là các tam giác đều.



Hình 3.37

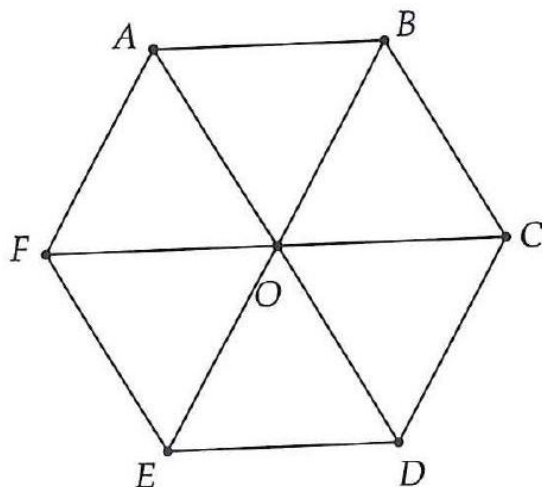


Hình 3.38

6B. Trên hình 3.38, biết $ABCD$ là hình vuông và $DEFG$ là hình chữ nhật. Giải thích tại sao $AB \parallel GF$.

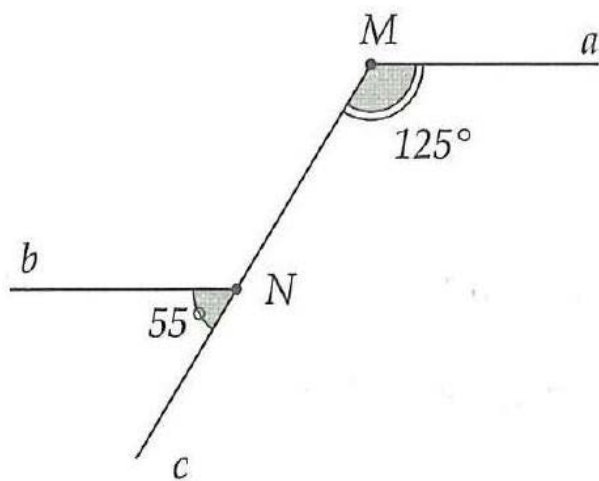
III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

7. Cho lục giác đều $ABCDEF$, biết các đường chéo chính chia lục giác đều thành 6 tam giác đều. Hãy giải thích tại sao $AB \parallel FC, AB \parallel ED, AF \parallel CD$.

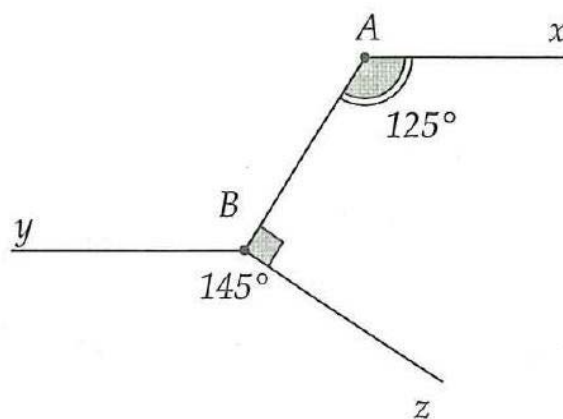


Hình 3.39

8. Cho đoạn thẳng AB . Vẽ các tia Ax và By nằm khác phía của AB sao cho $\widehat{BAx} = \widehat{AB y} = 60^\circ$. Hãy giải thích vì sao hai đường thẳng Ax và By song song với nhau.
9. Cho tam giác đều ABC . Vẽ tia Ax sao cho $\widehat{CAx} = 60^\circ$ (Ax khác AB). Hãy giải thích vì sao hai đường thẳng Ax và BC song song với nhau.
10. Cho đoạn thẳng AB và điểm M nằm trên đoạn AB (M khác A và B). Vẽ các hình vuông $ABCD$ và $AMNP$. Hãy chỉ ra các cặp đường thẳng song song trên hình vẽ.
11. Cho hai điểm phân biệt D và E . Hãy vẽ đường thẳng a đi qua D , đường thẳng b đi qua E sao cho $a // b$.
12. Cho điểm M không nằm trên đường thẳng a . Hãy vẽ đường thẳng b đi qua M sao cho $b // a$.
13. Khi chôn cột điện xuống đất, để đảm bảo tính an toàn và thẩm mỹ, những người thợ luôn làm sao cho các cột điện thẳng đứng. Hãy giải thích vì sao các cột điện song song với nhau.
14. Cho hai điểm M, N không nằm trên đường thẳng a .
 - a) Hãy vẽ đường thẳng b đi qua M , đường thẳng c đi qua N sao cho $b // a, c // a$.
 - b) Em hãy nhận xét mối quan hệ giữa hai đường thẳng b và c .
15. Cho hình 3.40.
 - a) Tính số đo góc MNb .
 - b) Hai đường thẳng Ma và Nb có song song với nhau hay không? Vì sao?



Hình 3.40



Hình 3.41

16. Cho hình 3.41.

a) Tính số đo góc ABx .

b) Hai đường thẳng Ax và By có song song với nhau hay không? Vì sao?

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. Hình 3.26

- a) $\widehat{A_3}$ so le trong với $\widehat{B_1}$, $\widehat{A_4}$ so le trong với $\widehat{B_2}$.
- b) $\widehat{A_2}$ đồng vị với $\widehat{B_2}$, $\widehat{A_3}$ đồng vị với $\widehat{B_3}$.

1B. Cho hình 3.27

- a) $\widehat{xAz}$ so le trong với $\widehat{ABy'}$, $\widehat{x'Az}$ so le trong với $\widehat{ABy}$.
- b) $\widehat{xAz'}$ đồng vị với $\widehat{ABy}$, $\widehat{y'Bz'}$ đồng vị với $\widehat{x'Az'}$.

2A. Hình 3.28.

- a) Góc so le trong với $\widehat{aMN}$ là $\widehat{MNQ}$, góc so le trong với $\widehat{PQN}$ là $\widehat{c'NQ}$.
- b) Góc đồng vị với $\widehat{cMP}$ là $\widehat{CNQ}$ và $\widehat{dPa'}$; góc đồng vị với góc $\widehat{MNQ}$ là $\widehat{cMP}$ và $\widehat{PQb'}$.

2B. Hình 3.29.

- a) Góc so le trong với $\widehat{aEF}$ là $\widehat{EFH}$, góc so le trong với góc $\widehat{GHb'}$ là $\widehat{EGH}$.
- b) Góc đồng vị với $\widehat{cEG}$ là $\widehat{cFH}$ và $\widehat{dGa'}$, góc đồng vị với góc $\widehat{GHb'}$ là $\widehat{dGa'}$ và $\widehat{HFE}$.

3A. Hình 3.30.

- a) Góc so le trong với góc $\widehat{PNQ}$ là $\widehat{SQN}$.
- b) Góc đồng vị với góc $\widehat{MNP}$ là $\widehat{MSQ}$, góc đồng vị với góc $\widehat{MQS}$ là $\widehat{MPN}$.

3B. Hình 3.31.

- a) Góc so le trong với góc $\widehat{ABD}$ là $\widehat{BDE}$.
- b) Góc đồng vị với góc $\widehat{CDE}$ là $\widehat{CAB}$, góc đồng vị với góc $\widehat{ABC}$ là $\widehat{DEC}$.

4A. b//a vì có một cặp góc đồng vị bằng nhau.

4B. b//a vì có một cặp góc đồng vị bằng nhau.

5A. Trên hình 3.34, $aa' // bb'$ vì có một cặp góc so le trong bằng nhau: $\widehat{AMN}$ và $\widehat{MNb'}$.

5B. Trên hình 3.35, ta có $\widehat{a'PQ} + \widehat{a'PC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{a'PQ} = 110^\circ$;

$aa' // bb'$ vì có một cặp góc so le trong bằng nhau: $\widehat{a'PQ}$ và $\widehat{PQb}$.

Chú ý: HS có thể tính $\widehat{aPc} = 110^\circ$ rồi suy ra $aa' // bb'$ do có cặp góc đồng vị bằng nhau: $\widehat{APC}$ và $\widehat{PQb}$.

5C. Trên hình 3.36, tương tự bài 5B, tìm được $\widehat{NMx'} = 125^\circ$. Do đó $xx'' // yy'$ vì có một cặp góc so le trong bằng nhau: $\widehat{xMN}$ và $\widehat{MNy'}$.

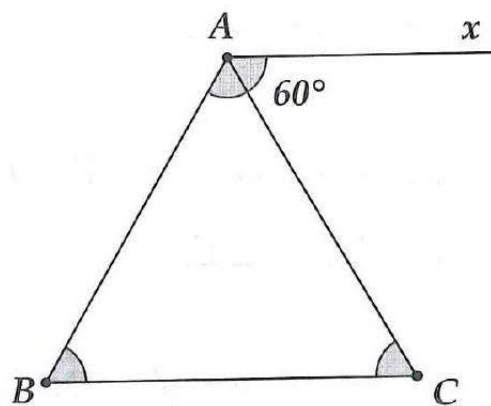
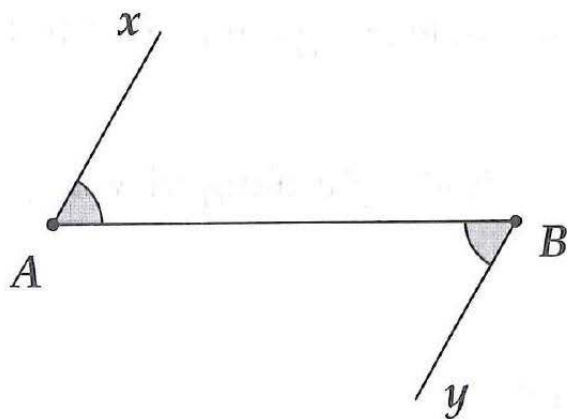
6A. Hình 3.37: $AB // CD$; $AC // BD$.

6B. Hình 3.38: $AB // GF$ vì cùng song song với CD .

7. $AB // FC$ vì 2 góc so le trong bằng nhau: $\widehat{BAO} = \widehat{FOA} = 60^\circ$.

Tương tự với $AB // ED$ và $AF // CD$.

8. $Ax // By$ vì 2 góc so le trong bằng nhau.

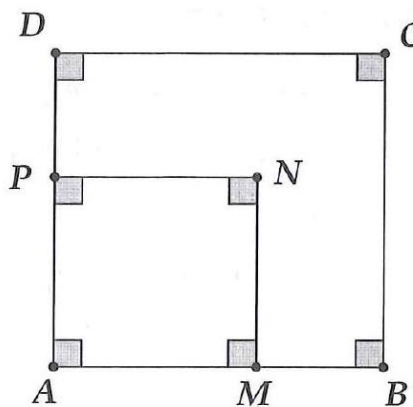


9. $Ax // BC$ vì 2 góc so le trong bằng nhau.

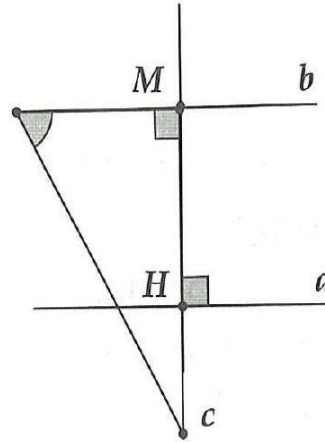
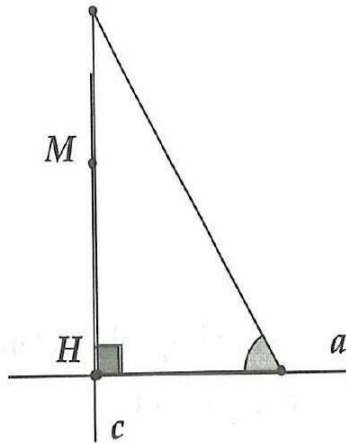
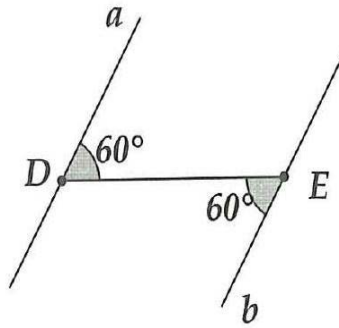
10. Vì $AD \perp AB, BC \perp AB$ nên $AD // BC$.

Vì $AD \perp AB, MN \perp AB$ nên $AD // MN$.

Tương tự có $AB // DC, AB // PN$.



11. Dùng eke vẽ được đường thẳng a sao cho $\widehat{EDa} = 60^\circ$ và $\widehat{DEb} = 60^\circ$ thì $a // b$.



12. Dùng eke vẽ đường thẳng c đi qua M và vuông góc với a tại H . Tiếp tục dùng eke để vẽ c đường thẳng b đi qua M và vuông góc với c . Ta được $b // a$.

13. Hai cột điện thẳng đứng như hai đường thẳng cùng vuông góc với mặt đất. Do đó sẽ tạo thành các cặp góc so le trong hoặc đồng vị bằng nhau vì cùng bằng 90° nên chúng song song với nhau.

14. a) Cách vẽ 2 đường thẳng b và c giống bài 12.

b) b và c song song hoặc trùng nhau tùy thuộc vị trí của M và N .

15. a) $\widehat{MNB} = 125^\circ$

b) Hai đường thẳng Ma và Nb song song với nhau vì có 2 góc so le trong bằng nhau.

16. Hình 3.41.

a) $\widehat{AB\gamma} = 125^\circ$.

b) Hai đường thẳng Ax và By song song với nhau vì có 2 góc so le trong bằng nhau.

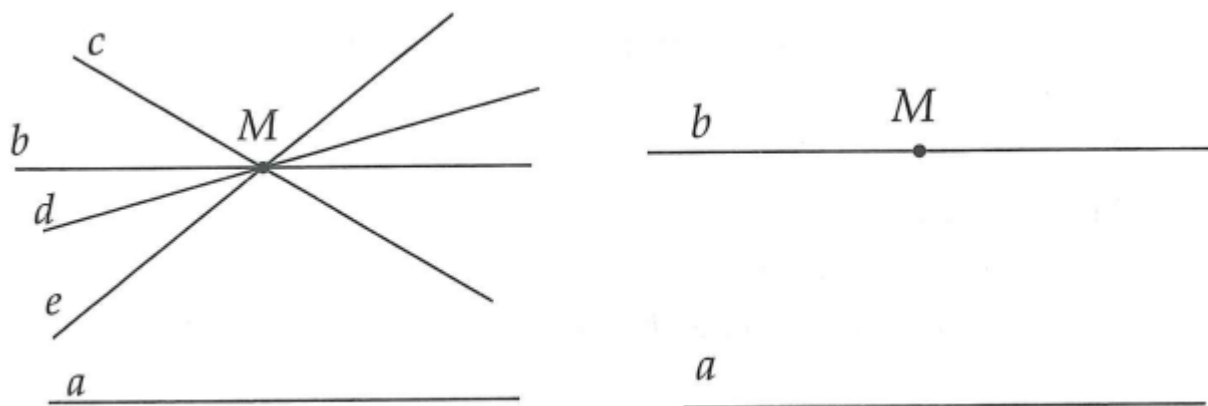
BÀI 3. TIÊN ĐỀ EUCLID. TÍNH CHẤT CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tiên đề Euclid

- Tiên đề Euclid: Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng, chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

➤ Cho điểm M nằm ngoài đường thẳng a , có vô số đường thẳng đi qua M nhưng chỉ có duy nhất một đường thẳng b song song với a .



Hình 3.42

- Từ đó ta có:

- + Nếu có nhiều đường thẳng cùng đi qua một điểm và cùng song song với một đường thẳng cho trước thì chúng phải trùng nhau.
- + Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng cắt đường thẳng còn lại.

2. Tính chất của hai đường thẳng song song

Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì:

- + Hai góc so le trong bằng nhau.
- + Hai góc đồng vị bằng nhau.

Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.

Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận biết Tiên đề Euclid

Phương pháp giải: Học thuộc, quan sát hình vẽ minh họa, hiểu rõ nội dung của tiên đề Euclid: "Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng, chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó"

1A. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào diễn đạt đúng nội dung của tiên đề Euclid:

a) Cho điểm M nằm ngoài đường thẳng a . Chỉ có duy nhất một đường thẳng đi qua M và song song với đường thẳng a .

b) Cho điểm M nằm ngoài đường thẳng a . Nếu có hai đường thẳng đi qua M và song song với đường thẳng a thì chúng trùng nhau.

c) Có duy nhất một đường thẳng song song với đường thẳng cho trước.

d) Qua điểm M nằm ngoài đường thẳng a có ít nhất một đường thẳng song song với a .

1B. Điền vào chỗ ... để các phát biểu sau có nội dung của tiên đề Euclid:

a) Cho điểm M nằm ngoài đường thẳng a . Chỉ có ... một đường thẳng đi qua M và song song với đường thẳng a .

b) Cho điểm M nằm ngoài đường thẳng a . Nếu có hai đường thẳng đi qua M và song song với đường thẳng a thì chúng

c) Qua điểm M nằm ngoài đường thẳng a có ... đường thẳng song song với a .

2A. Vẽ hình theo mô tả sau: Cho điểm M nằm ngoài đường thẳng a , qua M vẽ các đường thẳng b và c cùng song song với a . Ta có thể kết luận gì về hai đường thẳng b và c ?

2B. Vẽ hình theo mô tả sau: Cho hai điểm P, Q nằm ngoài đường thẳng a . Qua P vẽ các đường thẳng b và c vuông góc với a , qua Q vẽ đường thẳng d vuông góc với a . Ta có thể kết luận gì về các đường thẳng b, c và d ?

3A. Cho a, b, c là ba đường thẳng khác nhau và $a // b, a // c$. Giải thích vì sao $b // c$.

3B. Cho a, b, c là ba đường thẳng khác nhau và $a // b, c$ cắt a . Giải thích vì sao c cắt b .

Dạng 2: Sử dụng tính chất của các đường thẳng song song để tính các góc

Phương pháp giải: Áp dụng tính chất của hai đường thẳng song song.

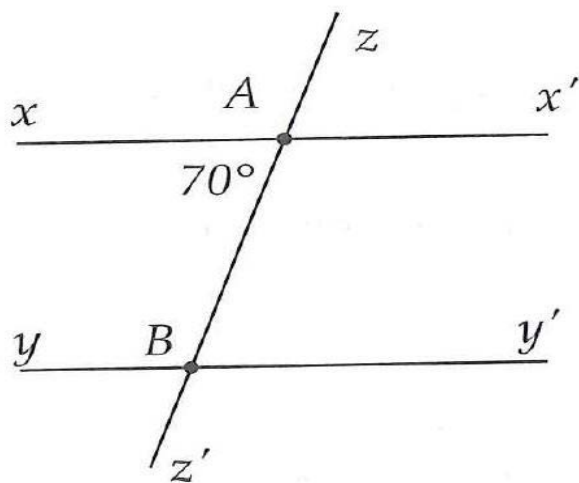
Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì:

+ Hai góc so le trong bằng nhau.

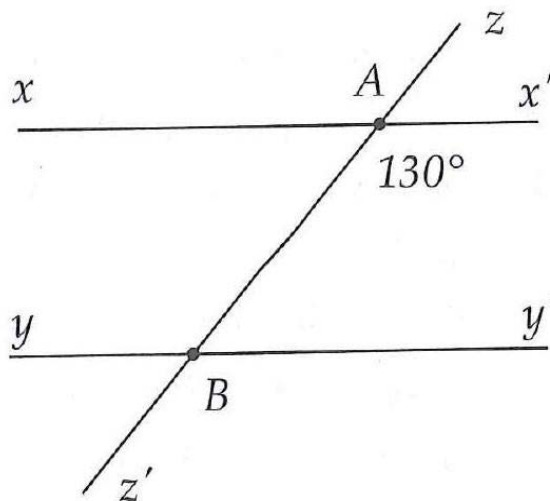
+ Hai góc đồng vị bằng nhau.

Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.

4A. Cho hình 3.43, biết $xx' // yy'$ và $\widehat{xAB} = 70^\circ$. Tính các góc yBz' và $AB\hat{y}$.



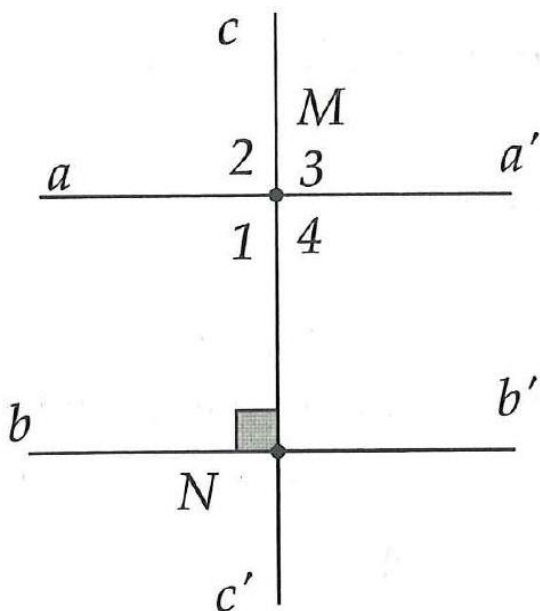
Hình 3.43



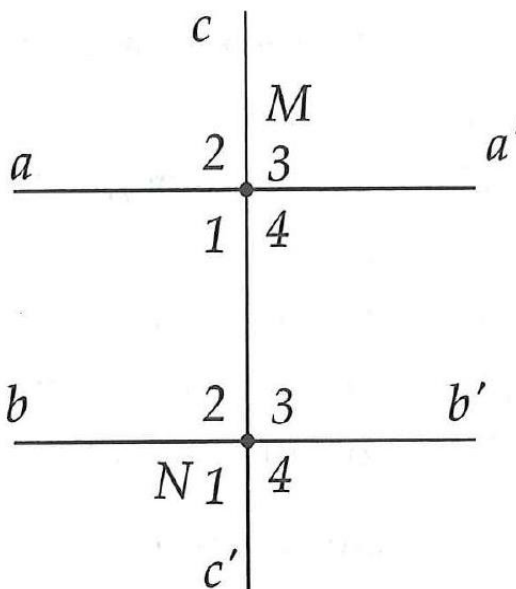
Hình 3.44

4B. Cho hình 3.44, biết $xx' // yy'$ và $\widehat{x'AB} = 130^\circ$. Tính các góc ABx và $y'Bz'$.

5A. Cho hình 3.45, biết $aa' // bb'$ và $\widehat{MNb} = 90^\circ$. Tính các góc M_1, M_2, M_3, M_4 .



Hình 3.45



Hình 3.46

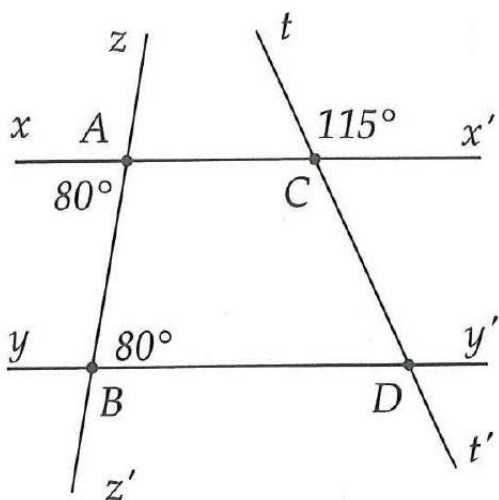
5B. Cho hình 3.46, biết $aa' // bb'$ và $\widehat{M_2} = \widehat{M_3}$. Tính các góc N_1, N_2, N_3, N_4 .

6A. Cho hình 3.47:

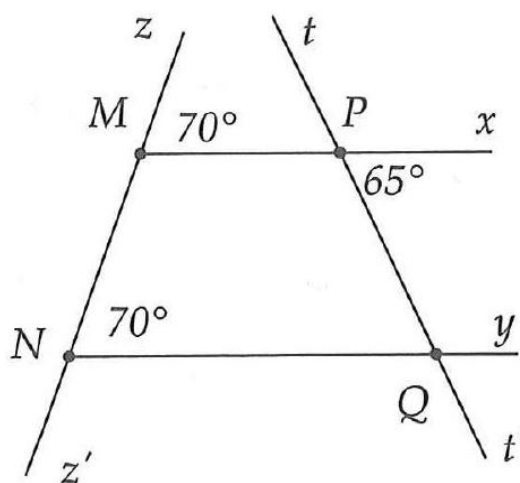
a) Giải thích tại sao $xx' // yy'$.

b) Tính các góc CDy', CDy .

c) Các đường thẳng zz' và tt' có song song với nhau không? Vì sao?



Hình 3.47



Hình 3.48

6B. Cho hình 3.48

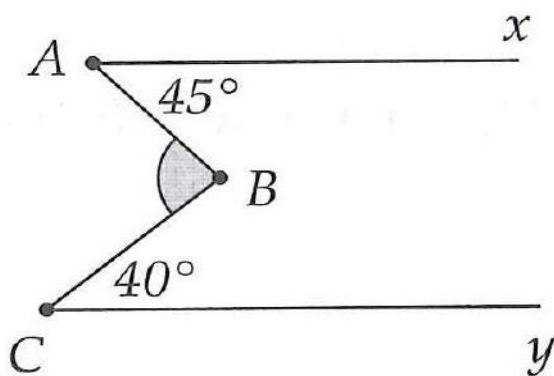
- Giải thích tại sao $Mx // Ny$.
- Tính các góc PQN, PQy .
- Các đường thẳng zz' và tt' có song song với nhau không? Vì sao?

Dạng 3. Vẽ thêm đường thẳng song song để tính góc

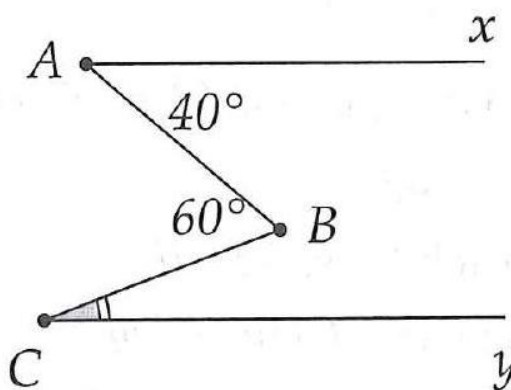
Phương pháp giải:

- Vẽ thêm một đường thẳng song song với một trong hai đường thẳng ban đầu.
- Sử dụng tính chất hai đường thẳng song song để chứng tỏ đường thẳng vừa vẽ cũng song song với đường thẳng còn lại.
- Tính góc dựa vào tính chất hai đường thẳng song song.

7A. Cho hình 3.49, biết $Ax // Cy$. Tính góc ABC .



Hình 3.49



Hình 3.50

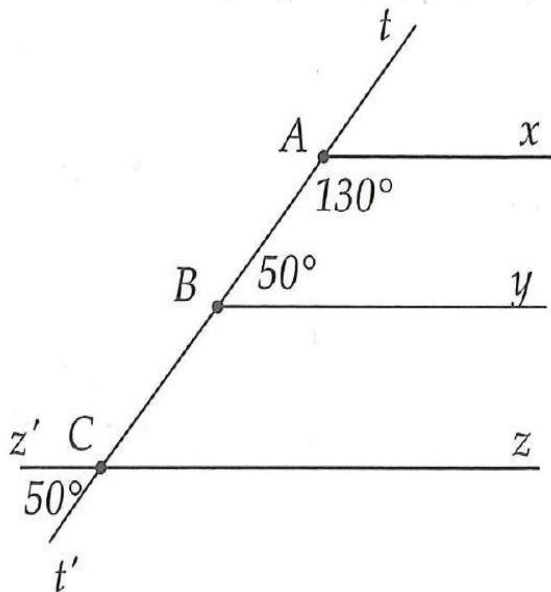
7B. Cho hình 3.50, biết $Ax // Cy$. Tính góc BCy .

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

8. Cho tam giác đều ABC . Vẽ đường thẳng xy qua A và song song với BC (x và B nằm cùng phía với AC). Tính các góc xAB , yAC .

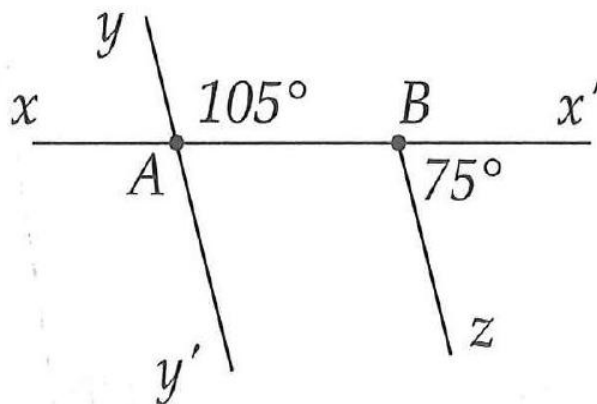
9. Cho hình bình hành $ABCD$ có $\hat{A} = 100^\circ$. Tính các góc B, C, D .

10. Vẽ lại hình 3.51 vào vở và chứng tỏ $Ax // By, Ax // Cz$.



Hình 3.51

11. Vẽ lại hình 3.52 vào vở và chứng tỏ $yy' // Bz$ bằng hai cách.



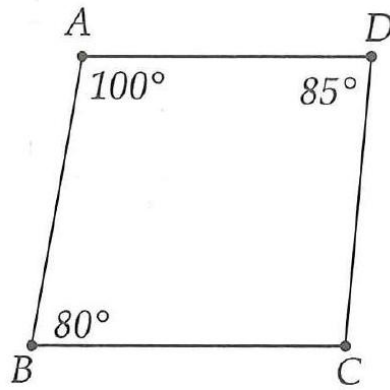
Hình 3.52

12. Vẽ lại hình 3.53 vào vở.

a) Chứng tỏ $AD // BC$.

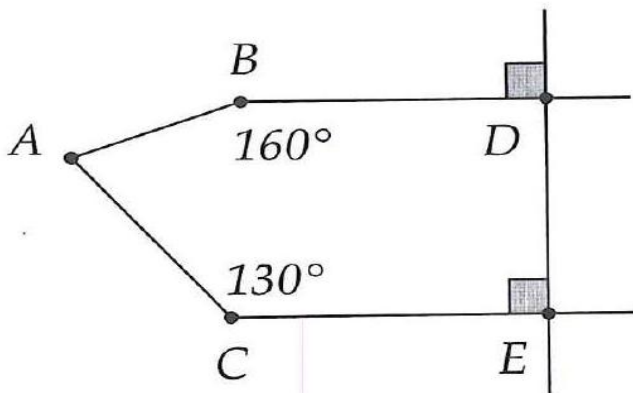
b) Tính góc C .

c) Giải thích vì sao AB không song song với CD .

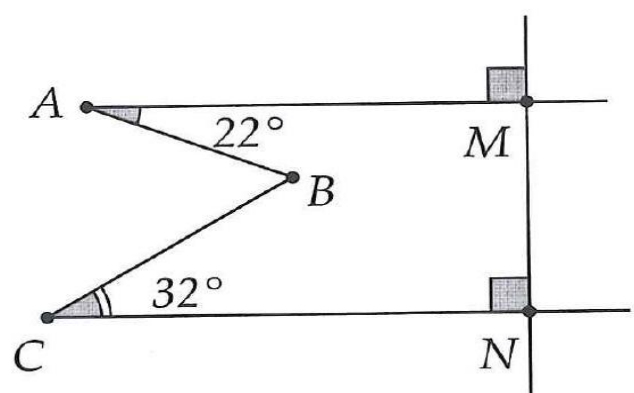


Hình 3.53

13. Cho hình 3.54, tính góc ABC .



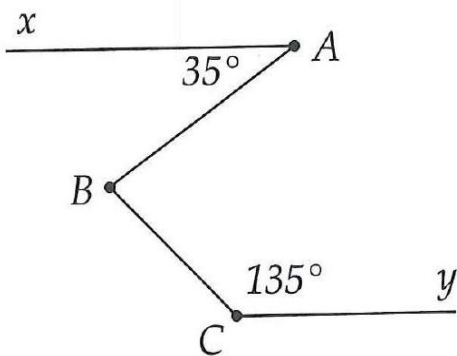
Hình 3.55



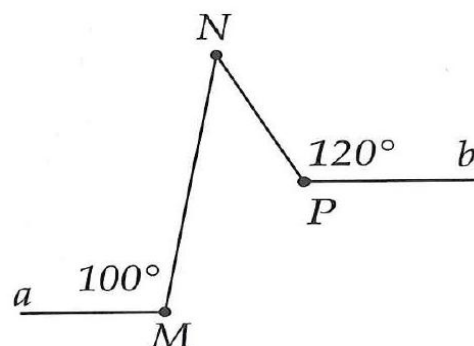
Hình 3.54

14. Cho hình 3.55, tính góc BAC .

15. Cho hình 3.56. Biết $Ax \parallel Cy$, tính góc ABC .



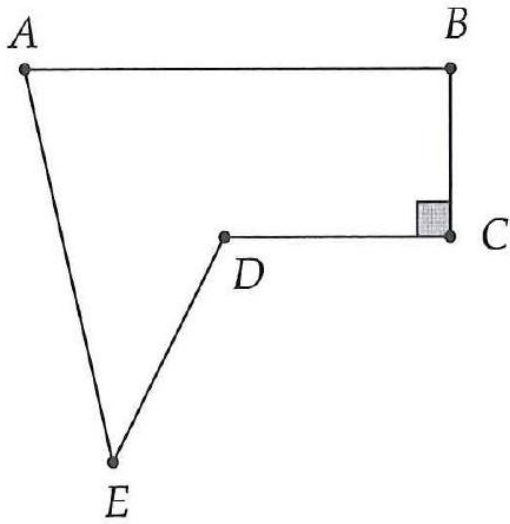
Hình 3.56



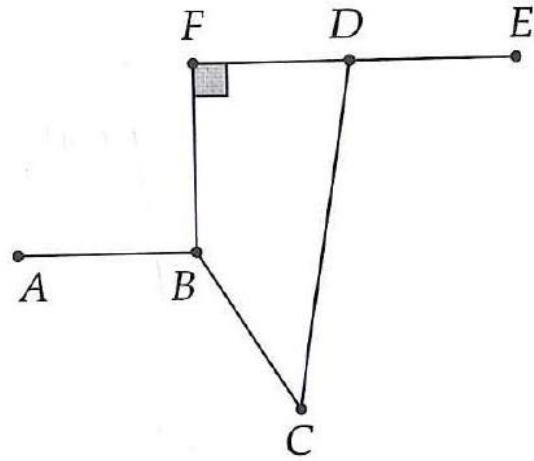
Hình 3.57

16. Cho hình 3.57. Biết $Ma \parallel Pb$, tính góc MNP .

17. Cho hình 3.58. Biết $\widehat{BAE} + \widehat{AED} = \widehat{CDE}$, tính góc ABC .



Hình 3.58



Hình 3.59

18. Cho hình 3.59. Biết $\widehat{ABC} + \widehat{CDE} = \widehat{BCD} + 180^\circ$. Hãy chứng tỏ ABF là góc vuông.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

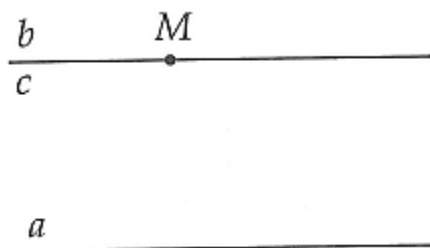
1A. Phát biểu diễn đạt đúng nội dung của tiên đề Euclid: a), b).

1B. a) duy nhất.

b) trùng nhau.

c) một .

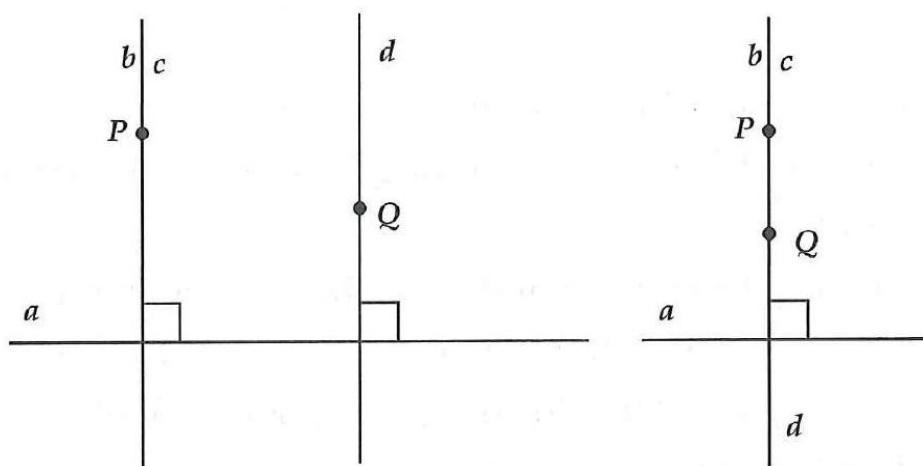
2B. b và c trùng nhau.



2B. Có 2 trường hợp:

Nếu PQ không vuông góc với a thì b và c trùng nhau, $b // d$.

Nếu PQ vuông góc với a thì b, c và d trùng nhau.



3A. Nếu b cắt c tại M thì trái với tiên đề Euclid vì qua M có hai đường thẳng b và c cùng song song với a .

3B. Nếu $b // c$ và giả sử a cắt c tại N thì trái với tiên đề Euclid vì qua N có hai đường thẳng a và c cùng song song với b .

4A. Hình 3.43: $\widehat{yBz'} = 70^\circ$; $\widehat{AB\gamma} = 110^\circ$.

4B. Hình 3.44: $\widehat{AB\gamma} = 130^\circ$, $\widehat{y'Bz'} = 130^\circ$.

5A. Hình 3.45: $\widehat{M_1} = \widehat{M_2} = \widehat{M_3} = \widehat{M_4} = 90^\circ$.

5B. Ta có : $\widehat{M_2} + \widehat{M_3} = 180^\circ$ (2 góc kề bù)

Mà $\widehat{M_2} = \widehat{M_3}$ nên $\widehat{M_2} = \widehat{M_3} = 90^\circ$

Tính được $\widehat{N_1} = \widehat{N_2} = \widehat{N_3} = \widehat{N_4} = 90^\circ$.

6A. Hình 3.47

a) $xx' // yy'$ vì có một cặp góc so le trong bằng nhau: $\widehat{xAB} = \widehat{ABD} = 80^\circ$.

b) $\widehat{CDy'} = 115^\circ, \widehat{CDy} = 65^\circ$.

c) zz' và tt' không song song với nhau vì không có cặp góc so le trong hoặc cặp góc đồng vị không bằng nhau.

6B. Hình 3.48

a) $Mx // Ny$ vì có một cặp góc đồng vị bằng nhau: $\widehat{zMx} = \widehat{MNy} = 70^\circ$.

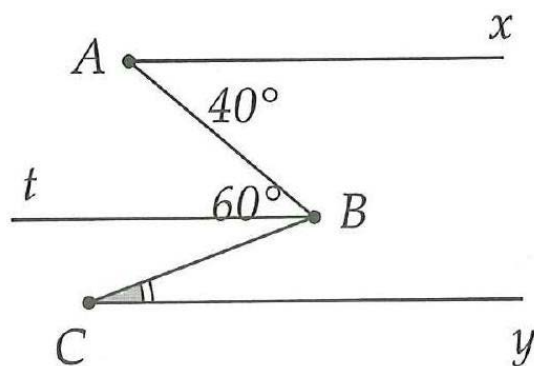
b) $\widehat{PQN} = 65^\circ; \widehat{PQy} = 115^\circ$.

c) zz' và tt' không song song với nhau vì không có cặp góc so le trong hoặc cặp góc đồng vị bằng nhau.

7A. Dựng tia Bt song song với Ax và Cy , tia Bt nằm bên trong $\widehat{ABC}$.

Ta có $\widehat{ABt} = \widehat{BAX} = 45^\circ$ (hai góc slt); $\widehat{CBt} = \widehat{BCy} = 40^\circ$ (hai góc slt).

Vậy $\widehat{ABC} = 85^\circ$.



Hình 3.50

7B. Hình 3.50:

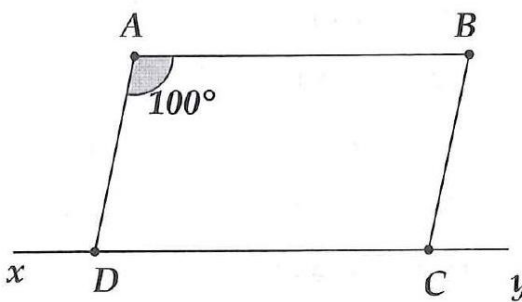
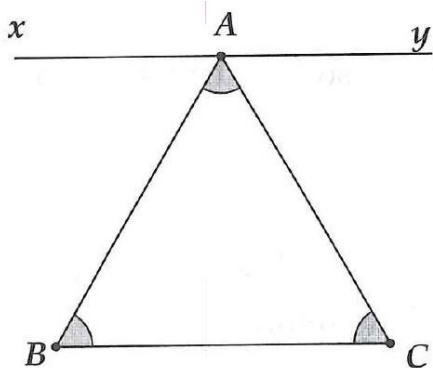
Kẻ tia $Bt // Ax$ thì $Bt // Cy$.

Vì $Bt // Ax$ nên : $\widehat{xAB} = \widehat{ABt} = 40^\circ$ (hai góc so le trong).

Vì $\widehat{ABt} + \widehat{CBt} = \widehat{ACB}$ nên $\widehat{CBt} = \widehat{ACB} - \widehat{ABt} = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ$.

Vì $Bt // Cy$ nên : $\widehat{BCy} = \widehat{CBt} = 20^\circ$ (hai góc so le trong).

8. Vì $xy \parallel BC$ nên $\widehat{xAB} = \widehat{ABC} = 60^\circ$ và $\widehat{yAC} = \widehat{ACB} = 60^\circ$ (hai góc so le trong bằng nhau).



9. Kéo dài đường thẳng DC như hình vẽ.

Vì $AB \parallel CD$ nên $\widehat{BAD} = \widehat{ADX} = 100^\circ$ (hai góc so le trong bằng nhau).

Mà $\widehat{ADC} + \widehat{ADX} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên $\widehat{ADC} = 80^\circ$

Tương tự tính được $\widehat{ABC} = 80^\circ, \widehat{BCD} = 100^\circ$.

10. Hình 3.51.

Tính được $\widehat{xAt} = 50^\circ$ nên $Ax \parallel By$ vì có 2 góc đồng vị bằng nhau.

Tính được $\widehat{BCz} = 50^\circ$ nên $Ax \parallel Cz$ vì có 2 góc đồng vị bằng nhau.

11. Hình 3.52 .

Cách 1: Tính được $\widehat{BAy'} = 75^\circ$ nên $yy' \parallel Bz$ vì có 2 góc đồng vị bằng nhau.

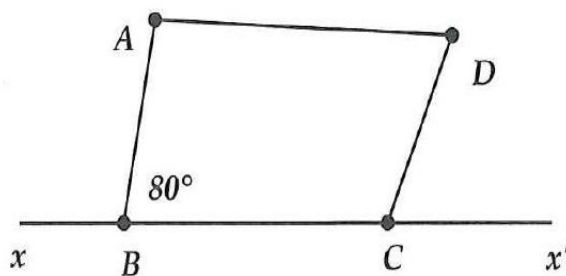
Cách 2: Tính được $\widehat{ABz} = 105^\circ$ nên $yy' \parallel Bz$ vì có 2 góc so le trong bằng nhau.

12. Hình 3.53.

a) Vẽ đường thẳng xx' như hình vẽ. Tính được $\widehat{ABX} = 100^\circ$ nên $AD \parallel BC$ (hai góc so le trong bằng nhau).

b) Vì $AD \parallel BC$ nên $\widehat{DCx'} = \widehat{ADC} = 85^\circ$ (hai góc so le trong bằng nhau). Tính được $\widehat{BCD} = 95^\circ$.

c) AB không song song với CD vì hai góc đồng vị không bằng nhau.

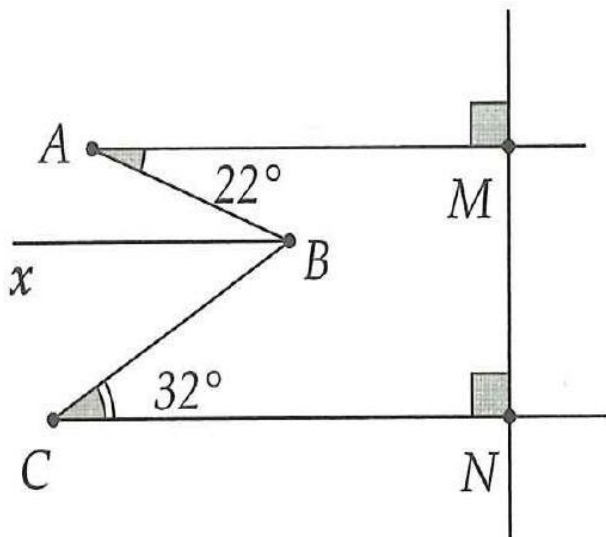


13. Hình 3.54.

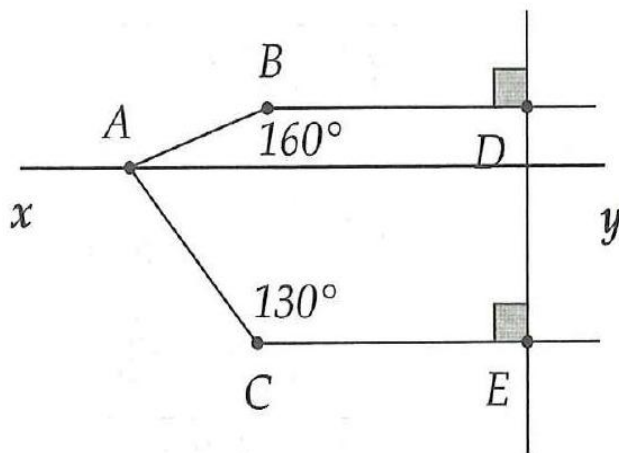
Vì AM và CN cùng vuông góc với MN nên $AM \parallel CN$.

Kẻ tia Bx song song với AM (như hình vẽ) thì $Bx \parallel CN$.

Tính được $\widehat{ABx} = 22^\circ, \widehat{CBx} = 32^\circ$ nên suy ra $\widehat{ABC} = 54^\circ$.



Hình 3.54.1



Hình 3.55.1

14. Hình 3.55.1

Vì BD và CE cùng vuông góc với DE nên $BD // CE$.

Kẻ đường thẳng xy qua A và song song với BD (như hình vẽ) thì $xy // CE$.

Tính được $\widehat{BAx} = 160^\circ$, $\widehat{BAy} = 20^\circ$; $\widehat{CAx} = 130^\circ$, $\widehat{CAy} = 50^\circ$ nên suy ra $\widehat{BAC} = 70^\circ$.

15. Hình 3.56

Vẽ đường thẳng qua B và song song với Ax .

Tính được $\widehat{ABC} = 80^\circ$.

16. Hình 3.57

Vẽ đường thẳng qua N và song song với Ma .

Tính được $\widehat{MNP} = 40^\circ$.

17. Vẽ đường thẳng xy qua E và song song với AB . Chứng minh được $xy // DC$.

Suy ra $DC // AB$ nên tính được $\widehat{ABC} = 90^\circ$.

18. Hình 3.59. Vẽ đường thẳng xy qua C và song song với AB . Chứng minh được $xy // DE$.

Suy ra $EF // AB$ nên tính được $\widehat{ABF} = 90^\circ$.

BÀI 4. ĐỊNH LÝ VÀ CHỨNG MINH ĐỊNH LÝ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định lý

Định lý là một khẳng định toán học được suy ra từ những khẳng định đúng đã biết. Mỗi định lý thường được phát biểu dưới dạng: "Nếu ... thì ..."

- Phần giữa từ "nếu" và từ "thì" là **giả thiết** của định lý.
- Phần sau từ "thì" là **kết luận** của định lý.

2. Chứng minh định lý

Chứng minh định lý là quá trình dùng lập luận để từ giả thiết và những khẳng định đúng đã biết suy ra kết luận của định lý.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Hiểu nội dung định lý, nhận biết giả thiết và kết luận của định lý

Phương pháp giải:

- Căn cứ vào đặc điểm: phần giữa từ "nếu" và từ "thì" là **giả thiết** của định lý, phần sau từ "thì" là **kết luận** của định lý.
- Điều cho biết là **giả thiết** của định lý, điều được suy ra là **kết luận** của định lý.
- Sử dụng các kí hiệu toán học khi viết giả thiết, kết luận.

1A. Viết giả thiết và kết luận của định lý sau: Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng sao cho có một cặp góc so le trong bằng nhau thì hai đường thẳng đó song song.

1B. Viết giả thiết và kết luận của định lý sau: Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng sao cho có một cặp góc đồng vị bằng nhau thì hai đường thẳng đó song song.

2A. Viết giả thiết và kết luận của định lý sau: Nếu hai tam giác đều có cạnh bằng nhau thì diện tích của chúng bằng nhau.

2B. Viết giả thiết và kết luận của định lý sau: Nếu hai tam giác đều có diện tích bằng nhau thì có cạnh bằng nhau.

3A. Viết giả thiết và kết luận của định lý sau: Nếu hình chữ nhật và hình vuông có cùng diện tích thì hình vuông có chu vi nhỏ hơn.

3B. Viết giả thiết và kết luận của định lý sau: Nếu hình chữ nhật và hình vuông có cùng chu vi thì hình vuông có diện tích lớn hơn.

Dạng 2. Phát biểu định lý khi biết giả thiết, kết luận của định lý

4A. Diễn đạt định lý sau thành lời và vẽ hình minh họa:

GT	$a // c$ $b // c$
KL	$a // b$

4B. Diễn đạt định lí sau thành lời và vẽ hình minh họa:

GT	$b \perp a$ $c \perp a$
KL	$b // c$

5A. Diễn đạt định lí sau thành lời:

GT	$M \in a, M \in b$ $a // c, b // c$
KL	$a \equiv b$

5B. Diễn đạt định lí sau thành lời:

GT	$\widehat{xOy} + \widehat{ABC} = 180^\circ$ $\widehat{mIn} + \widehat{ABC} = 180^\circ$
KL	$\widehat{xOy} = \widehat{mIn}$

Dạng 3. Chứng minh định lí đơn giản

6A. Viết giả thiết và kết luận và chứng minh định lí sau: Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

6B. Viết giả thiết và kết luận và chứng minh định lí sau: Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

7. Viết giả thiết và kết luận của định lí sau và vẽ hình minh họa: Nếu hai hình vuông có cạnh bằng nhau thì diện tích của chúng bằng nhau.

8. Viết giả thiết và kết luận của định lí sau và vẽ hình minh họa: Đường chéo của hình thoi là phân giác của các góc của nó.

9. Viết giả thiết và kết luận của định lí sau: Nếu hai góc cùng bù với một góc thứ ba thì bằng nhau .

10. Viết giả thiết, kết luận và chứng minh định lí sau: Hai tia phân giác của hai góc kề bù vuông góc với nhau.

- 11.** Viết giả thiết, kết luận và chứng minh định lí sau: Hai tia phân giác của hai góc đối đỉnh thì đối nhau.
- 12.** Viết giả thiết, kết luận và chứng minh định lí sau: Qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng, nếu có hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng đó thì chúng trùng nhau.
- 13.** Viết giả thiết, kết luận và chứng minh định lí sau: Qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng, nếu có hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng đó thì chúng trùng nhau.
- 14.** Viết giả thiết, kết luận và chứng minh định lí sau: Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng sao cho có một cặp góc so le trong không bằng nhau thì hai đường thẳng đó cắt nhau.
- 15.** Viết giả thiết, kết luận và chứng minh định lí sau: Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng sao cho có một cặp góc đồng vị không bằng nhau thì hai đường thẳng đó cắt nhau.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A.

GT	a cắt b tại M, a cắt c tại $N, \widehat{M}_1$ và $\widehat{N}_3$ so le trong $\widehat{M}_1 = \widehat{N}_3$
KL	$b // c$

1B.

GT	a cắt b tại P, a cắt c tại $Q, \widehat{P}_1$ và $\widehat{Q}_1$ đồng vị $\widehat{P}_1 = \widehat{Q}_1$
KL	$b // c$

2A.

GT	ABC và DEF là các tam giác đều, $AB = DE$
KL	$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DEF}$

2B.

GT	ABC và DEF là các tam giác đều, $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DEF}$
KL	$AB = DE$

3A.

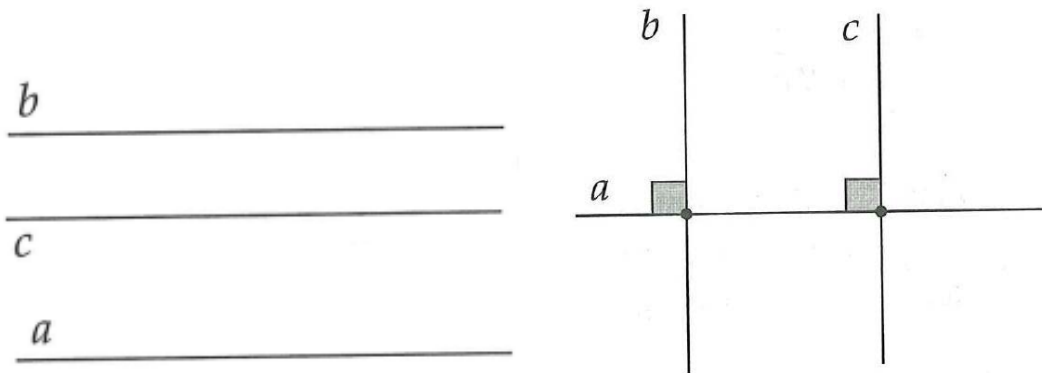
GT	$ABCD$ là hình chữ nhật, $MNPQ$ là hình vuông, $S_{ABCD} = S_{MNPQ}$
KL	$2.(AB + BC) > 4.MN$

3B.

GT	$ABCD$ là hình chữ nhật, $MNPQ$ là hình vuông, $2.(AB + BC) = 4.MN$
----	--

$$\text{KL} \mid S_{ABCD} < S_{MNPQ}$$

4A. Diễn đạt định lí: Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.



4B. Diễn đạt định lí: Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

5A. Diễn đạt định lí: Qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng, nếu có hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng đó thì chúng trùng nhau.

5B. Diễn đạt định lí: Hai góc cùng bù với một góc thứ ba thì chúng bằng nhau.

6A.

GT	$b // a, c // a$	b
KL	$b // c$	c
		a

Giả sử b cắt c tại M . Khi đó qua điểm M nằm ngoài đường thẳng a có hai đường thẳng b và c cùng song song với a . Điều đó trái với tiên đề Euclid. Do đó điều giả sử là sai. Tức là suy ra $b // c$.

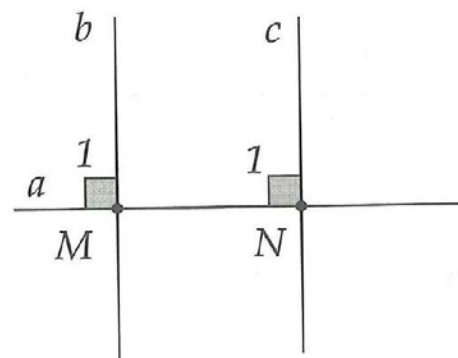
6B. Giả sử $b \perp a$ tại điểm M thì

$$\widehat{M_1} = 90^\circ, c \perp a \text{ tại điểm } N \text{ thì } \widehat{N_1} = 90^\circ$$

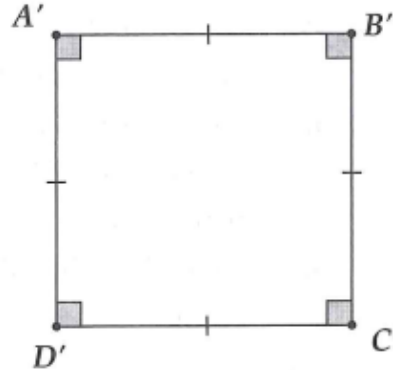
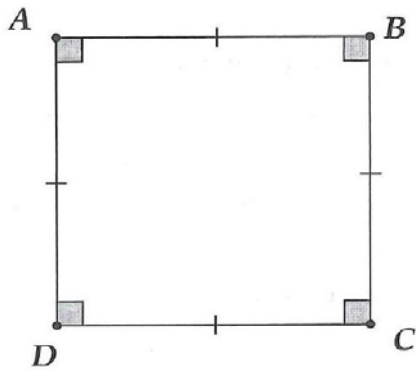
Vì $\widehat{M_1} = \widehat{N_1} = 90^\circ$, mà chúng ở vị trí đồng vị nên $b // c$

(dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song.

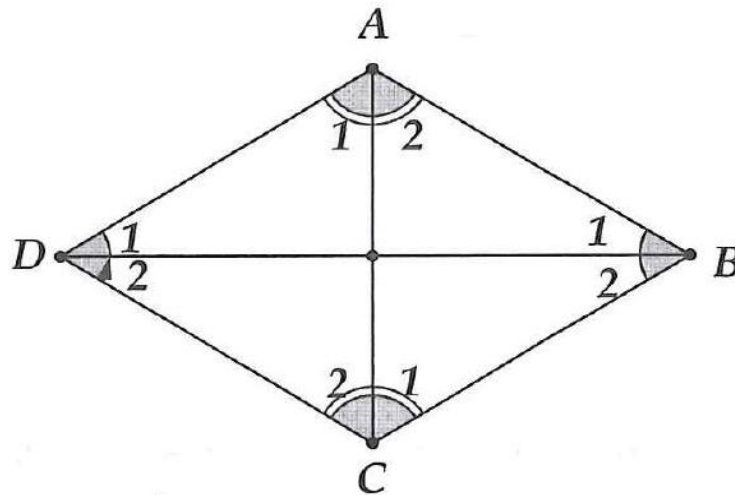
GT	$b \perp a, c \perp a$
KL	$b // c$



GT	Hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$, $AB = A'B'$
KL	$S_{ABCD} = S_{A'B'C'D'}$



8.

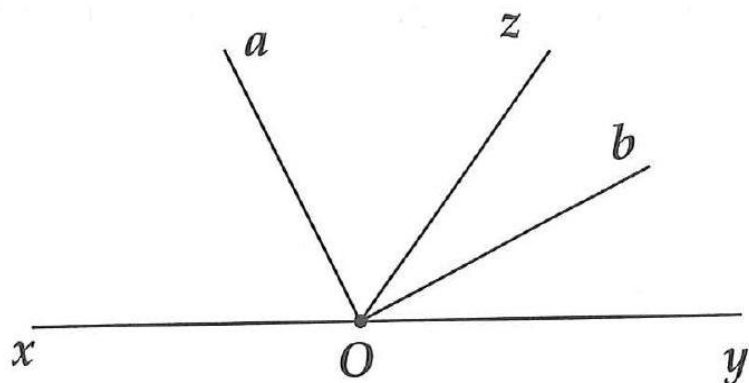


GT	$ABCD$ là hình thoi
KL	$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2, \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2, \widehat{C}_1 = \widehat{C}_2, \widehat{D}_1 = \widehat{D}_2$.

9.

GT	$\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ, \widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$
KL	$\widehat{A} = \widehat{B}$

10.



GT	$\widehat{xOz}$ và $\widehat{zOy}$ là 2 góc kề bù Oa là phân giác của $\widehat{xOz}$ Ob là phân giác của $\widehat{zOy}$
KL	$Oa \perp Ob$

Vì $\widehat{xOz}$ và $\widehat{zOy}$ là 2 góc kề bù nên $\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = 180^\circ$.

Vì Oa là tia phân giác của $\widehat{xOz}$ nên $\widehat{aOz} = \frac{1}{2}\widehat{xOz}$.

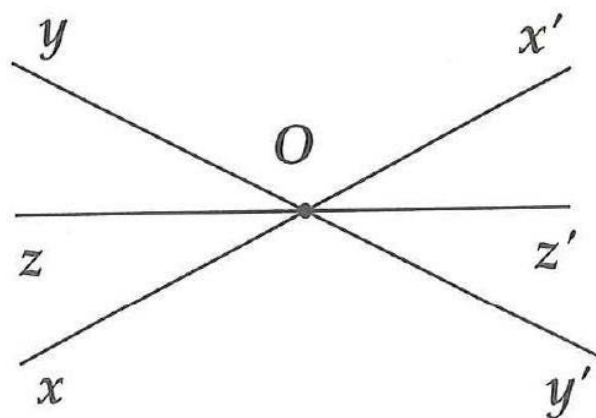
Vì Ob là tia phân giác của $\widehat{zOy}$ nên $\widehat{zOb} = \frac{1}{2}\widehat{zOy}$.

Do đó $\widehat{aOb} = \widehat{aOz} + \widehat{zOb} = \frac{1}{2}(\widehat{xOz} + \widehat{zOy}) = \frac{1}{2}.180^\circ = 90^\circ$.

Suy ra $Oa \perp Ob$.

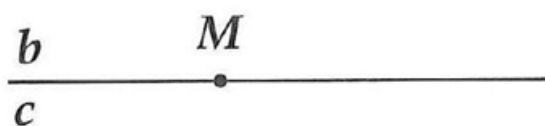
11.

GT	$\widehat{xOy}$ và $\widehat{x'Oy'}$ là 2 góc đối đỉnh Oz là phân giác của $\widehat{xOy}$ Oz' là phân giác của $\widehat{x'Oy'}$
KL	Oz và Oz' là 2 tia đối nhau.



Lập luận để chứng minh được $\widehat{zOz'} = 180^\circ$, suy ra Oz và Oz' là 2 tia đối nhau.

12.

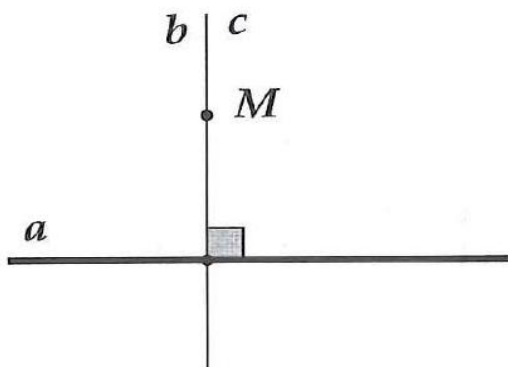


a

GT	$a // b, a // c.$ $M \in b, M \in c$
KL	$b \equiv c$

Dùng tiên đề Euclid suy ra $b \equiv c$.

13.



GT	$b \perp a, c \perp a; M \in b, M \in c$
KL	$b \equiv c$

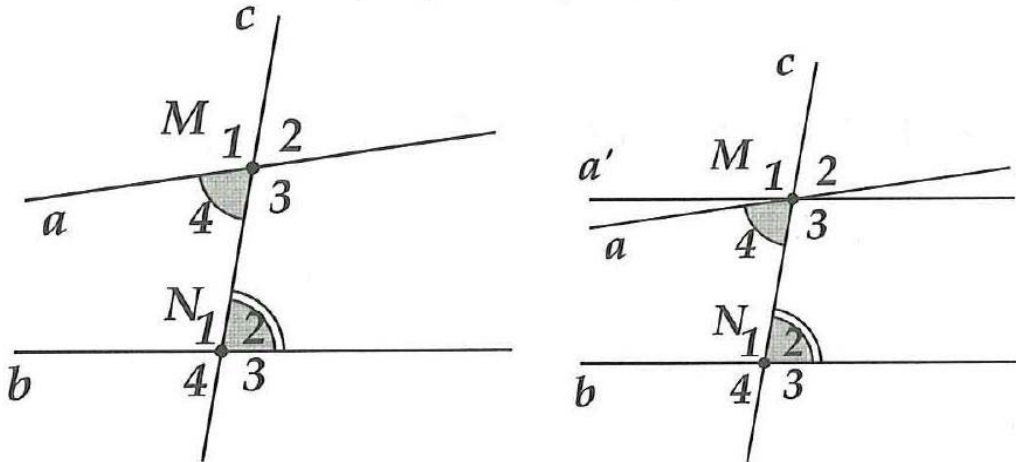
Kẻ đường thẳng d không đi qua M và vuông góc với a .

Vì $b \perp a, c \perp a, d \perp a$ mà d không trùng b và c nên $d \parallel b, d \parallel c$.

Dùng tiên đề Euclid suy ra $b \equiv c$.

14.

GT	c cắt a tại M ; c cắt b tại N ; $\widehat{M_4} \neq \widehat{N_2}$
KL	a cắt b



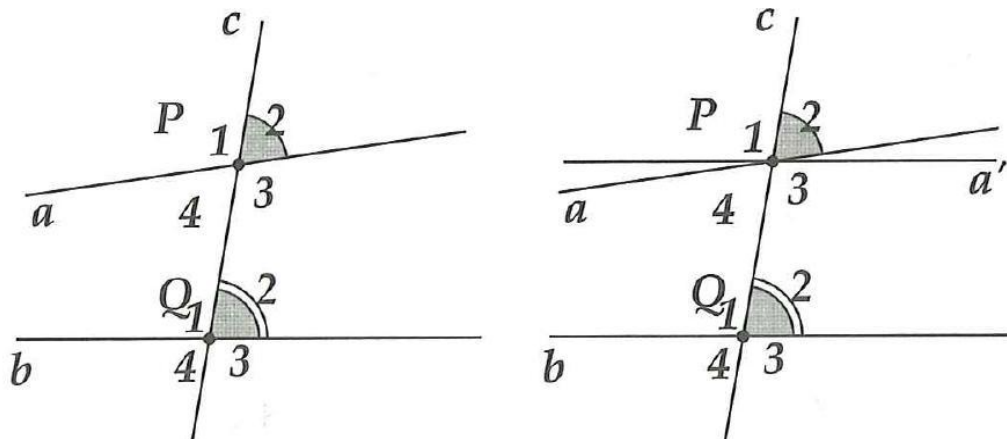
Qua M vẽ đường thẳng a' sao cho c cắt a' và b tạo thành cặp góc so le trong $\widehat{a'MN}$ và $\widehat{N_2}$ bằng nhau.

Khi đó $a' \parallel b$ và a' khác a .

Theo tiên đề Euclid thì a phải cắt b (đpcm)

15.

GT	c cắt a tại P ; c cắt b tại Q ; $\widehat{P_2} \neq \widehat{Q_2}$
KL	a cắt b



Qua P vẽ đường thẳng a' sao cho c cắt a' và b tạo thành cặp góc đồng vị $\widehat{cPa'}$ và $\widehat{Q_2}$ bằng

nhau.

Khi đó $a' // b$ và a' khác a .

Theo tiên đề Euclid thì a phải cắt b (đpcm).

ÔN TẬP CHƯƠNG III

1A. Cho hai điểm A, B nằm trên đường thẳng xy và điểm C nằm ngoài đường thẳng xy . Nối C với A và B . Có bao nhiêu cặp góc kề bù trên hình vẽ? Kể tên các cặp góc đó.

1B. Cho đường thẳng aa' đi qua hai điểm M, N , điểm P nằm ngoài đường thẳng aa' , nối P với M và N . Có bao nhiêu cặp góc kề bù trên hình vẽ? Kể tên các cặp góc đó.

2A. Hai đường thẳng xx' và yy' cắt nhau tại O .

a) Vẽ hình và kể tên các cặp góc đối đỉnh, các cặp góc kề bù.

b) Cho $\widehat{xOy} = 60^\circ$. Tính các góc $xOy', x'Oy$.

2B. Hai đường thẳng xy và zt cắt nhau tại A .

a) Vẽ hình và kể tên các cặp góc đối đỉnh, các cặp góc kề bù.

b) Cho $\widehat{xAz} = 100^\circ$. Tính các góc zAy, yAt .

3A. Hai đường thẳng xx' và yy' cắt nhau tại O .

a) Vẽ hình và kể tên các cặp góc đối đỉnh, các cặp góc kề bù.

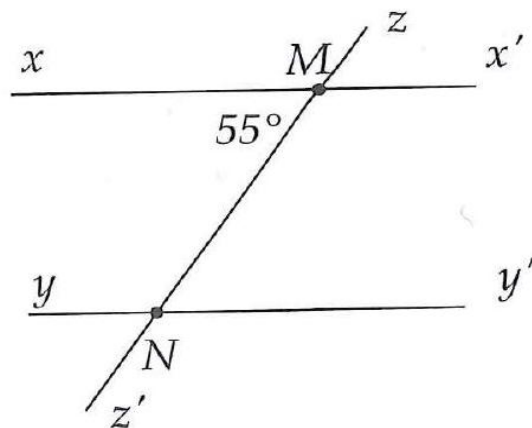
b) Cho $\widehat{xOy} = 3.\widehat{yOx'}$. Tính các góc $xOy, x'Oy$ và $x'Oy'$.

3B. Hai đường thẳng xy và zt cắt nhau tại A .

a) Vẽ hình và kể tên các cặp góc đối đỉnh, các cặp góc kề bù.

b) Cho $\widehat{xAz} = 5.\widehat{zAy}$. Tính các góc xAz, zAy và yAt .

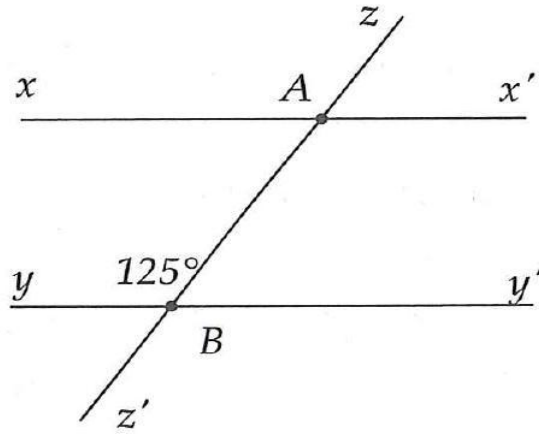
4A. Quan sát hình 3.60, biết $xx' // yy'$. Tính các góc MNy, MNy' .



Hình 3.60

4B. Quan sát hình 3.61, biết $xx' // yy'$.

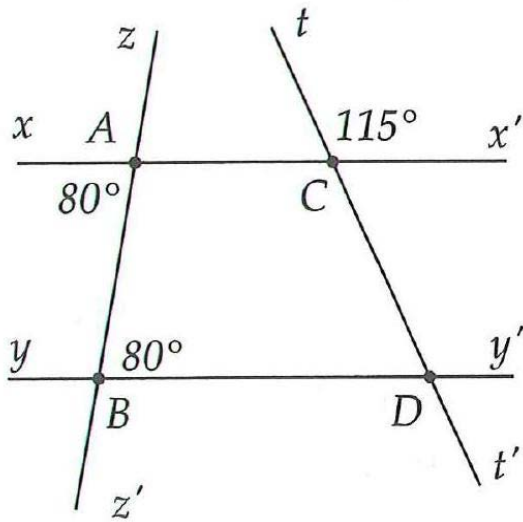
Tính các góc xAz, xAB .



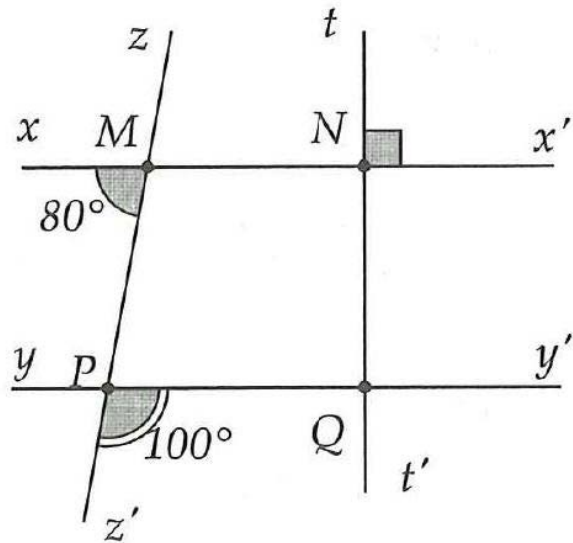
Hình 3.61

5A. Quan sát hình 3.62:

Tính các góc CAB, DBz', yBz' .



Hình 3.62

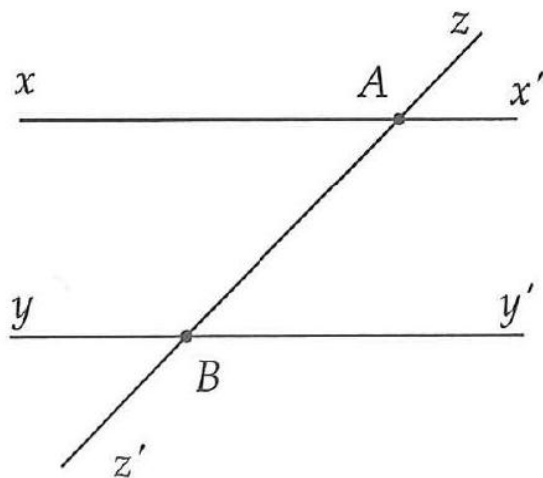


Hình 3.63

5B. Quan sát hình 3.63: Tính các góc MPQ, NQP, NQy' .

6. Quan sát hình 3.64, biết $xx' // yy'$ và $\widehat{xAz} = 3\widehat{x'Az}$.

Tính các góc xAB, ABy' và ABy .



Hình 3.64

7. Vẽ hai góc kề bù $\angle xOy, \angle yOx'$, biết $\widehat{xOy} = 100^\circ$. Gọi Ot là tia phân giác của góc $\angle xOy$, Ot' là tia phân giác của góc $\angle x'Oy$. Tính góc $\angle x'Ot, \angle xOt', \angle tOt'$.

8. Cho góc bẹt $\angle xOy$, vẽ tia Oz sao cho $\widehat{xOz} = 75^\circ$.

a) Tính góc $\angle yOz$.

b) Gọi Oa là tia phân giác của góc $\angle xOz$, Ob là tia phân giác của góc $\angle zOy$. Tính góc $\angle aOb$.

c) Nếu số đo của góc $\angle xOz$ thay đổi nhưng Oa, Ob vẫn là các tia phân giác như câu b thì số đo góc $\angle aOb$ có thay đổi không? Vì sao?

9. Cho góc bẹt $\angle xOy$, vẽ tia Oz sao cho $\widehat{xOz} = 2\widehat{yOz}$.

a) Tính các góc $\angle xOz$ và $\angle zOy$.

b) Vẽ tia Ot là phân giác của góc $\angle xOz$. Chứng tỏ Oz là tia phân giác của góc $\angle yOt$.

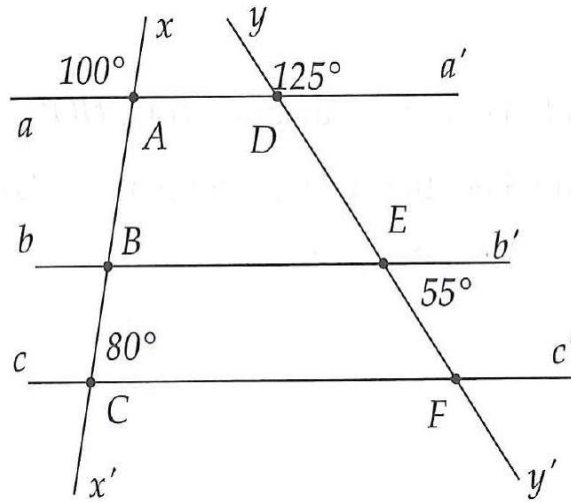
10. Vẽ ba tia Ox, Oy và Oz sao cho Oy và Oz nằm cùng phía so với Ox và $\widehat{xOz} = \frac{2}{3}\widehat{xOy}$.

a) Khi cho $\widehat{xOy} = 120^\circ$. Tính $\widehat{yOz}$.

b) Với điều kiện của câu a. Gọi Ot là tia phân giác của $\widehat{yOz}$, tính $\widehat{xOt}$. Khi đó $\widehat{xOt}$ là loại góc gì?

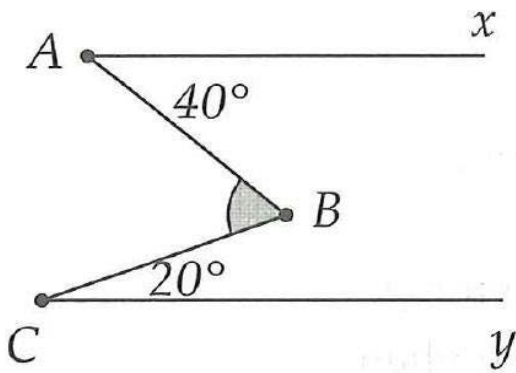
c) Phải cho số đo $\widehat{xOy}$ bằng bao nhiêu để $\widehat{xOt}$ là góc vuông?

11. Quan sát hình 3.65. Chứng tỏ rằng $AD \parallel CF, BE \parallel CF$.

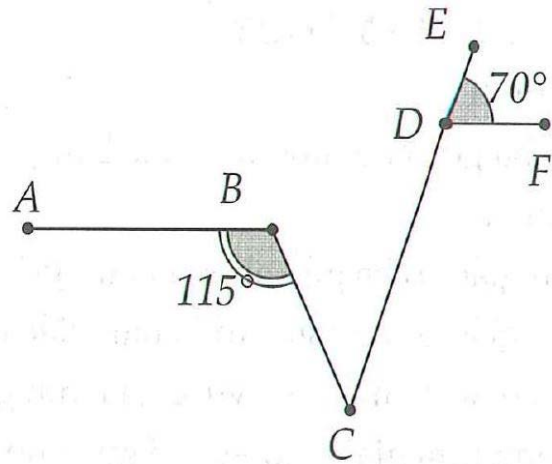


Hình 3.65

12. Quan sát hình 3.66. Cho biết $Ax \parallel Cy$, tính góc ABC .



Hình 3.66



Hình 3.67

13. Quan sát hình 3.67. Cho biết $AB \parallel DF$, tính các góc CDF, BCD .

14. Cho $a \parallel b, b \parallel c$. Ta có thể kết luận gì về hai đường thẳng a và c ?

15. Cho $a \parallel b$ và $b \perp c$. Ta có thể kết luận gì về hai đường thẳng a và c ?

16. Cho $a \perp b$ và $b \perp c$. Ta có thể kết luận gì về hai đường thẳng a và c ?

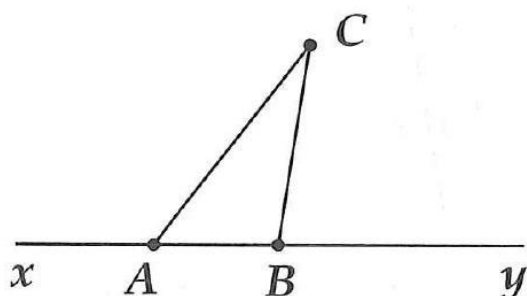
17. Em hãy vẽ hình, ghi giả thiết, kết luận và chứng minh định lí: Trong hình bình hành, các góc đối bằng nhau.

18. Chúng ta đã biết: tam giác đều có ba góc bằng 60° nên tổng ba góc của một tam giác đều bằng 180° . Điều đó vẫn đúng với một tam giác không phải tam giác đều. Em hãy vẽ hình, ghi giả thiết, kết luận và chứng minh định lí: Tổng ba góc của một tam giác bằng 180° .

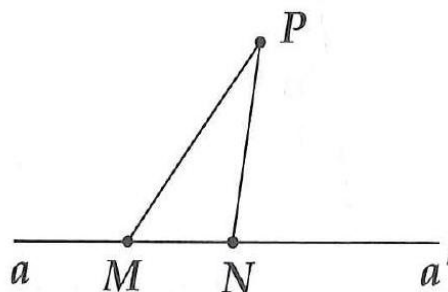
HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. Hình BT1A.

Có hai cặp góc kề bù: $\widehat{CAx}$ và $\widehat{CAy}$, $\widehat{CBx}$ và $\widehat{CBy}$.



Hình BT1A



Hình BT1B

1B. Hình BT1B.

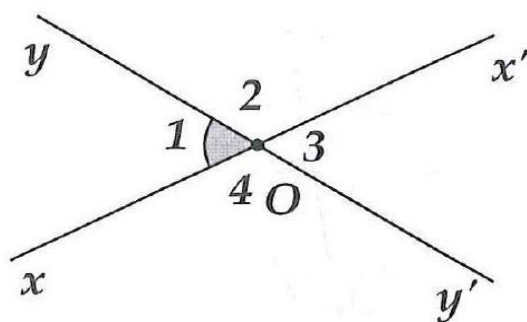
Có hai cặp góc kề bù: $\widehat{PMa}$ và $\widehat{PMa'}$, $\widehat{PNa}$ và $\widehat{PNa'}$.

2A. Hình BT2A.

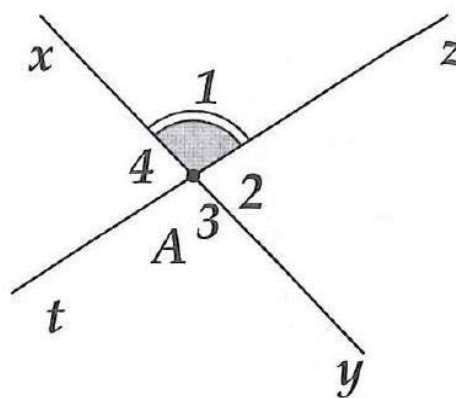
a) Có 2 cặp góc đối đỉnh: $\widehat{O_1}$ và $\widehat{O_3}$, $\widehat{O_2}$ và $\widehat{O_4}$.

Có 4 cặp góc kề bù: $\widehat{O_1}$ và $\widehat{O_2}$, $\widehat{O_2}$ và $\widehat{O_3}$...

b) $\widehat{xOy'} = 120^\circ$, $\widehat{x'Oy} = 60^\circ$.



Hình BT2A



Hình BT2B

2B. Hình BT2B.

a) Có 2 cặp góc đối đỉnh: $\widehat{A_1}$ và $\widehat{A_3}$, $\widehat{A_2}$ và $\widehat{A_4}$.

Có 4 cặp góc kề bù: $\widehat{A_1}$ và $\widehat{A_2}$, $\widehat{A_2}$ và $\widehat{A_3}$ và $\widehat{A_3}$ và $\widehat{A_4}$, $\widehat{A_4}$ và $\widehat{A_1}$.

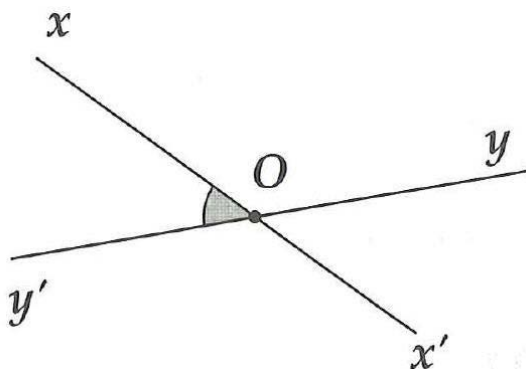
b) $\widehat{zAy} = 80^\circ$, $\widehat{yAt} = 100^\circ$.

3A. Hình BT3A.

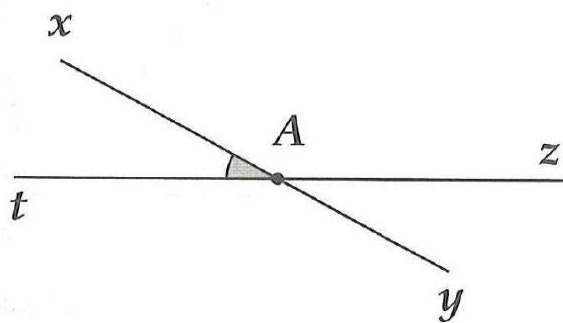
a) Có 2 cặp góc đối đỉnh: $\widehat{xOy}$ và $\widehat{x'Oy'}$, $\widehat{xOy'}$ và $\widehat{x'Oy}$.

Có 4 cặp góc kề bù: $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOx'}$...

b) $\widehat{xOy} = 135^\circ$, $\widehat{x'Oy} = 45^\circ$, $\widehat{x'Oy'} = 135^\circ$.



Hình BT3A



Hình BT3B

3B. Hình BT3B.

a) Có 2 cặp góc đối đỉnh: $\widehat{xAz}$ và $\widehat{yAt}$, $\widehat{xAt}$ và $\widehat{yAz}$.

Có 4 cặp góc kề bù: $\widehat{xAt}$ và $\widehat{xAz}$...

b) $\widehat{xAz} = 150^\circ$, $\widehat{zAy} = 30^\circ$, $\widehat{yAt} = 150^\circ$.

4A. Hình 3.60.

$$\widehat{MNy} = 125^\circ; \widehat{MNy'} = 55^\circ.$$

4B. Hình 3.61.

$$\widehat{xAy} = 125^\circ, \widehat{xAB} = 55^\circ.$$

5A. Hình 3.62.

Vì $\widehat{xAB} = \widehat{ABy'} = 80^\circ$ (so le trong) nên $xx' // yy'$.

Tính được $\widehat{CAB} = 100^\circ$, $\widehat{DBz'} = 100^\circ$ và $\widehat{yBz'} = 80^\circ$.

5B. Hình 3.63.

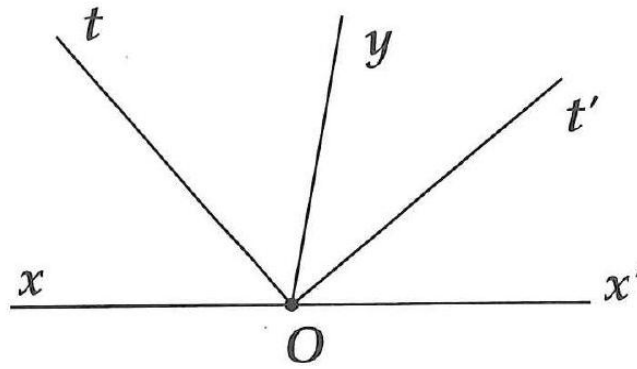
Tính được $\widehat{MPQ} = 80^\circ$ nên suy ra $xx' // yy'$.

Tính được $\widehat{NQP} = 90^\circ$, $\widehat{NQy'} = 90^\circ$.

6. Hình 3.64.

Tính được $\widehat{xAB} = 45^\circ$, $\widehat{ABy'} = 45^\circ$ và $\widehat{ABy} = 135^\circ$.

7.



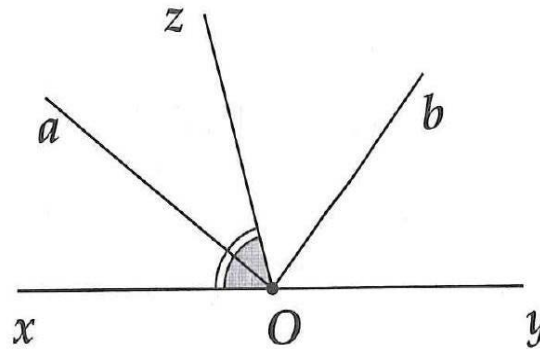
Hình BT7

Tính được $\widehat{yOx'} = 80^\circ$, $\widehat{x'Ot} = 130^\circ$, $\widehat{xOt'} = 140^\circ$, $\widehat{tOt'} = 90^\circ$.

8. a) $\widehat{yOz} = 105^\circ$.

b) $\widehat{aOb} = 90^\circ$.

c) Không thay đổi.



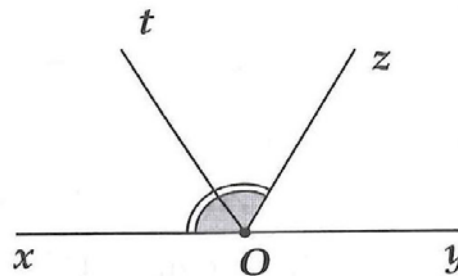
Hình BT8

9. a) $\widehat{xOz} = 120^\circ$, $\widehat{yOz} = 60^\circ$.

b) Tính được

$$\widehat{tOz} = \widehat{zOy} = \frac{1}{2}\widehat{tOy} = 60^\circ \text{ nên } Oz$$

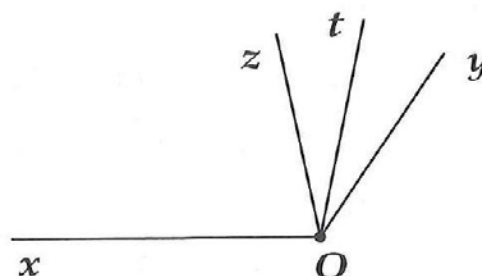
là tia phân giác của góc yOt .



10. a) $\widehat{yOz} = \frac{2}{3} \cdot 120^\circ = 80^\circ$

b) Vì Ot là phân giác của $\widehat{zOy}$ nên

$$\widehat{tOz} = \frac{1}{2}\widehat{zOy} = 20^\circ.$$



$$\widehat{xOt} = \widehat{xOz} + \widehat{zOt} = 80^\circ + 20^\circ = 100^\circ.$$

Do đó nó là góc tù.

b) Giả sử $\widehat{xOy} = a^\circ$. Tính được $\widehat{xOz} = \frac{2}{3}a^\circ, \widehat{zOy} = \frac{1}{3}a^\circ, \widehat{zOt} = \frac{1}{6}a^\circ$.

Suy ra $\widehat{xOt} = \widehat{xOz} + \widehat{zOt} = \frac{2}{3}a^\circ + \frac{1}{6}a^\circ = \frac{5}{6}a^\circ$.

Để $\widehat{xOt}$ là góc vuông thì $\frac{5}{6}a^\circ = 90^\circ$ nên tính được $a = 108$.

11. Hình 3.65. Chứng tỏ rằng $AD // CF, BE // CF$.

Tính được $\widehat{xAD} = 80^\circ$ nên $\widehat{xAD} = \widehat{BCF}$. Mà 2 góc này ở vị trí đồng vị nên $AD // CF$ (1).

Tính được $\widehat{DEb'} = 125^\circ$ nên $\widehat{DEb'} = \widehat{ADE}$. Mà 2 góc này ở vị trí so le trong nên $AD // BE$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BE // CF$.

12. Hình 3.66.

Kẻ tia Bz nằm trong góc ABC và $Bz // Ax$.

Tính được $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

13. Hình 3.67.

Kẻ đường thẳng xy đi qua C và song song với AB (tia Cx và tia BA nằm cùng phía so với BC)

Tính được $\widehat{CDF} = 110^\circ, \widehat{BCD} = 45^\circ$.

14. $a // c$ hoặc a và c trùng nhau.

15. $a \perp c$.

16. $a // c$ hoặc a và c trùng nhau.

17.

GT	Hình bình hành ABCD
KL	$\hat{A} = \hat{C}, \hat{B} = \hat{D}$

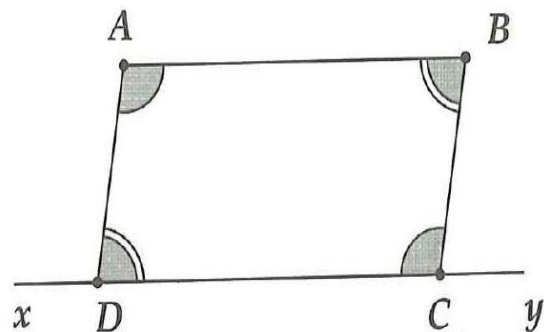
Kẻ đường thẳng xy như hình vẽ.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên

$AB // CD, AD // BC$.

Vì $AB // CD$ nên $\hat{A} = \widehat{ADx}$ (1) (hai góc so le trong bằng nhau).

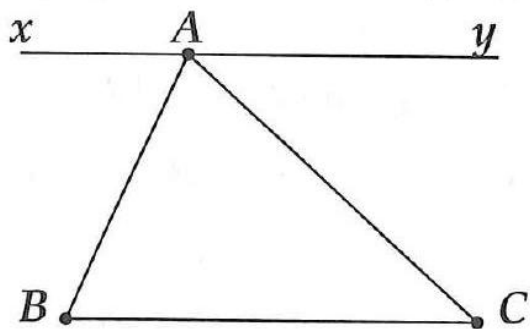
Vì $AD // BC$ nên $\hat{C} = \widehat{ADx}$ (2) (hai góc đồng vị bằng nhau).



Từ (1) và (2) suy ra $\hat{A} = \hat{C}$.

Tương tự chứng minh được $\hat{B} = \hat{D}$.

18.



GT	Tam giác ABC
KL	$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

Kẻ đường thẳng xy đi qua A và song song với BC .

Vì $xy \parallel BC$ nên $\widehat{xAB} = \hat{B}$, $\widehat{yAC} = \hat{C}$ (hai góc so le trong bằng nhau).

Mà $\widehat{xAB} + \hat{A} + \widehat{yAC} = \widehat{xAy} = 180^\circ$ nên suy ra $\hat{B} + \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$.

BÀI 1. TỔNG BA GÓC CỦA TAM GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định lí

Tổng ba góc của một tam giác bằng 180° .

• Chú ý:

- Tam giác có ba góc nhọn là tam giác nhọn;
- Tam giác có một góc tù là tam giác tù;
- Tam giác có một góc vuông là tam giác vuông.
- Trong tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau.

2. Góc ngoài tam giác

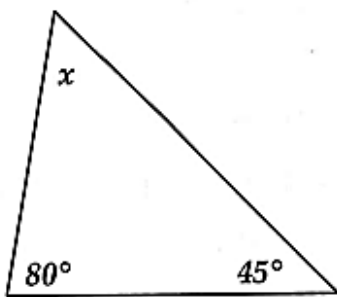
- Định nghĩa: Tam giác ABC có Bx là tia đối của tia BC thì góc ABx là góc ngoài tại đỉnh B của tam giác ABC .
- Góc ngoài của một tam giác có số đo bằng tổng hai góc trong không kề với nó.

II. CÁC BÀI TẬP VÀ DẠNG TOÁN

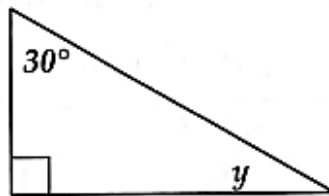
Dạng 1. Tính số đo các góc

Phương pháp giải: Áp dụng Định lí tổng ba góc của tam giác.

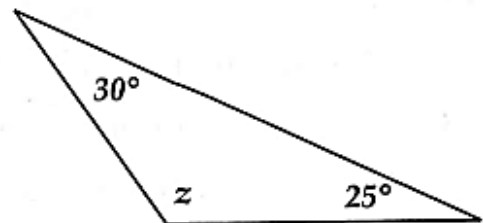
1A. Tính số đo x, y, z trong các hình vẽ sau:



a)

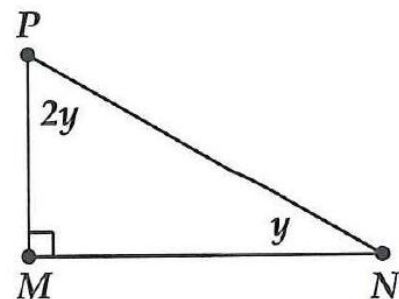
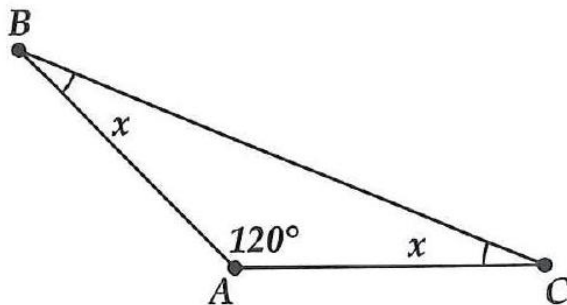


b)



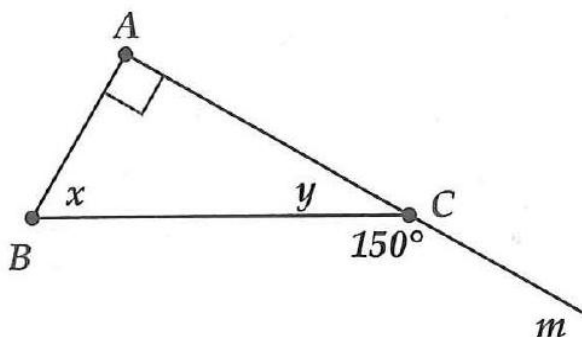
c)

1B. Tính số đo các góc còn lại trong các tam giác sau

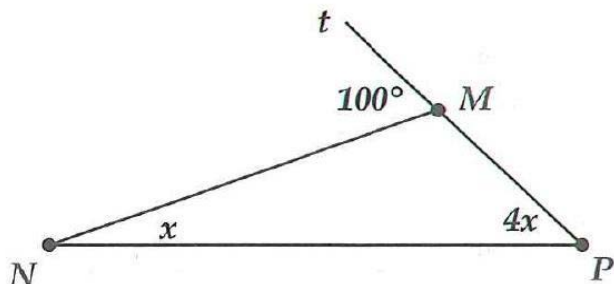


Dạng 2. Dựa vào tính chất góc ngoài tính số đo các góc trong tam giác

2A. Tính số đo các góc x, y, z trong các tam giác:

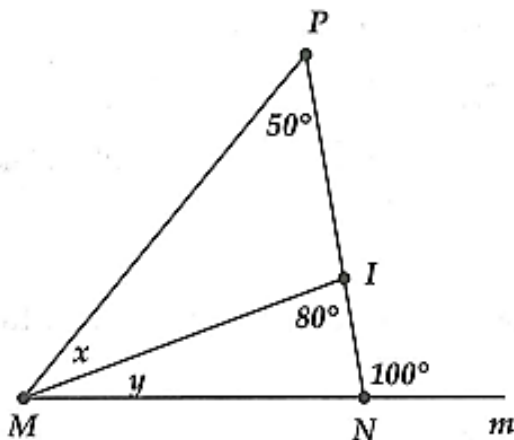


a)

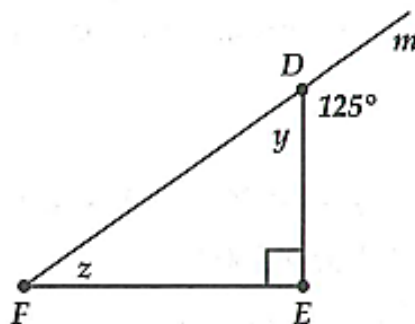


b)

2B. Tính số đo các góc x, y, z trong các hình vẽ sau:

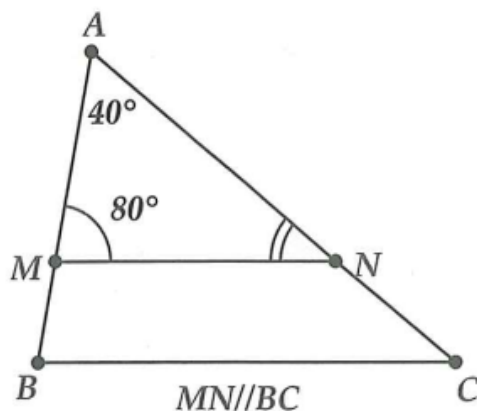


a)

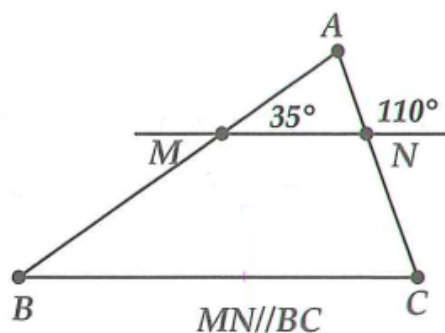


b)

3A. Tính số đo mỗi góc tam giác ABC trong mỗi trường hợp sau:

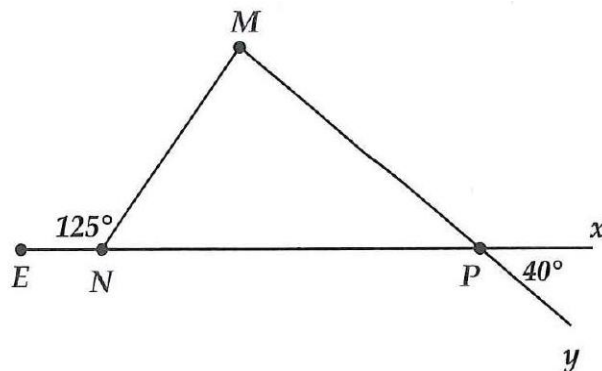
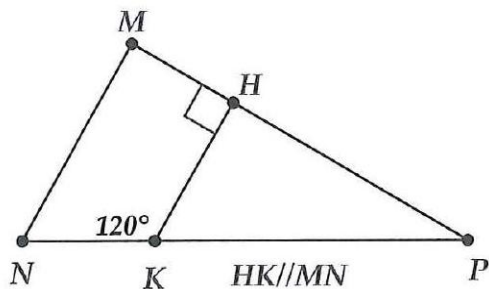


a)

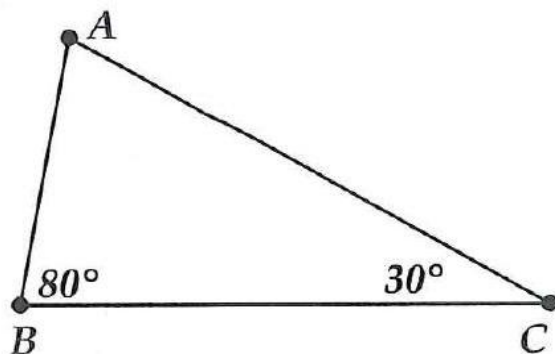


b)

3B. Tính số đo các góc tam giác MNP trong mỗi trường hợp sau:



4A. Cho hình vẽ sau:

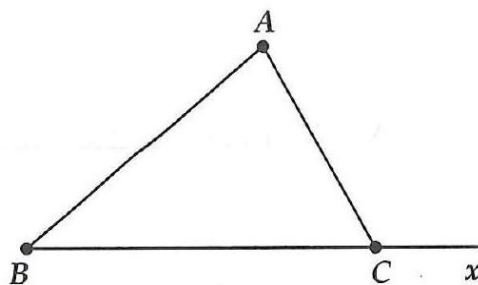


- a) Vẽ các góc ngoài tại đỉnh A, B, C .
- b) Tính số đo các góc ngoài tại đỉnh A, B, C của tam giác ABC . Tính tổng số đo các góc ngoài tam giác ABC .

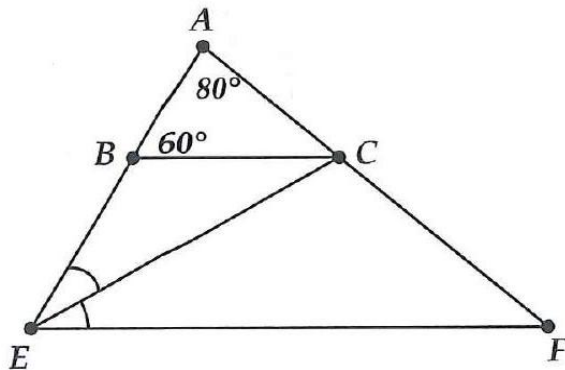
4B. Cho tam giác ABC . Chứng minh tổng số đo các góc ngoài của tam giác ABC bằng 360° .

5A. Cho hình vẽ bên, biết rằng $\widehat{ACx} = 120^\circ$.

- a) Tính tổng $\hat{A} + \hat{B}$.
- b) Biết $\hat{A} = 2\hat{B}$. Tính số đo $\hat{A}, \hat{B}$. Bài làm

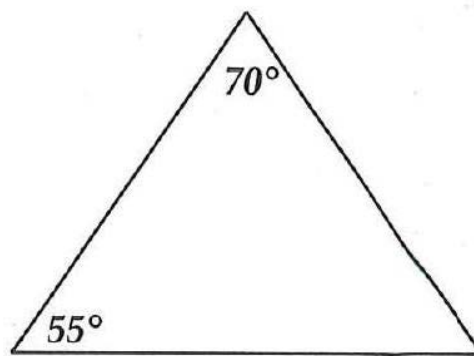
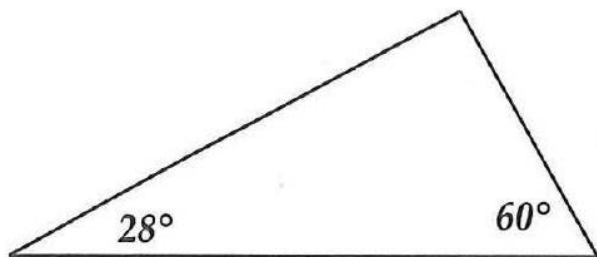


5B. Cho hình vẽ bên. Biết EC là tia phân giác $\widehat{FEA}$ và $BC \parallel FE$. Tính số đo các góc $\triangle FEC$.



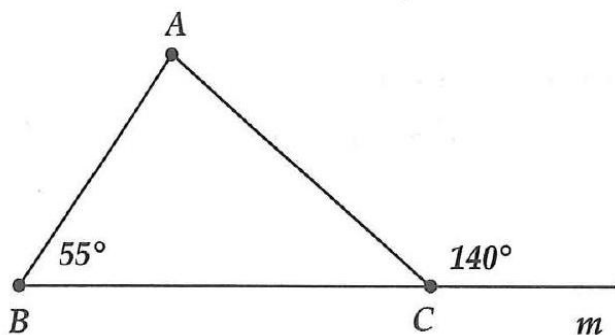
III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

6. Tính số đo các góc còn lại trong các tam giác sau:

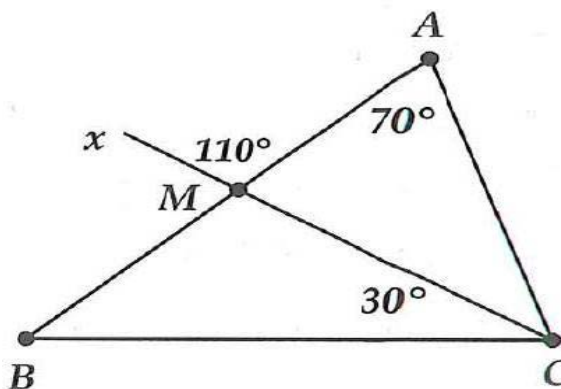


7. Tính số đo các góc trong tam giác ABC.

a)



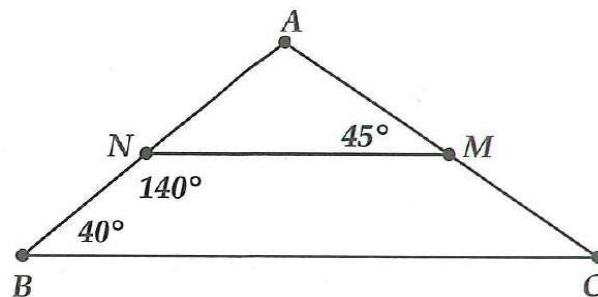
b)



8. Cho hình vẽ bên

a) Chứng minh $MN \parallel BC$.

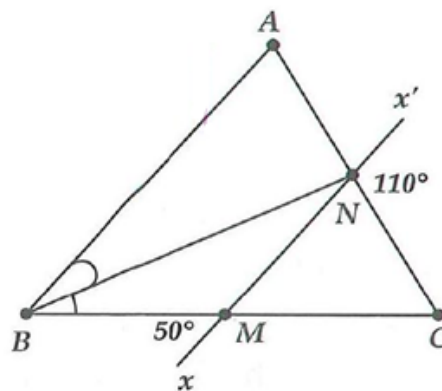
b) Tính số đo mỗi góc trong tam giác ABC .



9. Cho hình vẽ bên, biết rằng $MN \parallel BC$.

a) Tính số đo các góc tam giác NMC .

b) Tính số đo các góc tam giác ABN và MNB .



HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

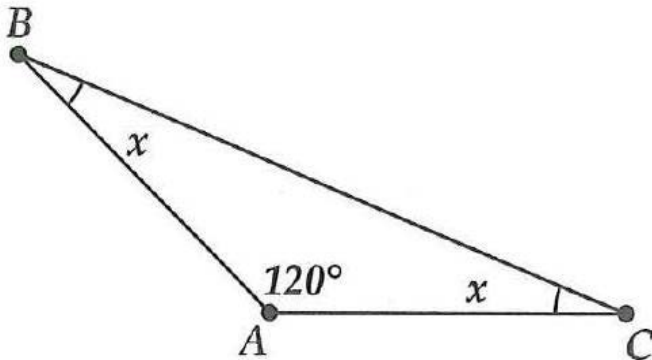
1A. a) Ta có $x + 80^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ (tổng ba góc của tam giác bằng 180°)

Do đó $x = 180^\circ - 45^\circ - 80^\circ = 55^\circ$.

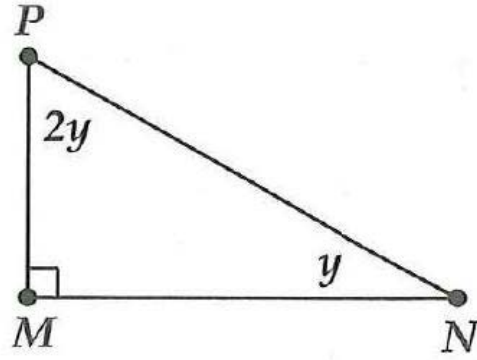
b) Tương tự câu a) $y = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

c) Tương tự câu a) $z = 180^\circ - 30^\circ - 25^\circ = 125^\circ$.

1B.



a)



b)

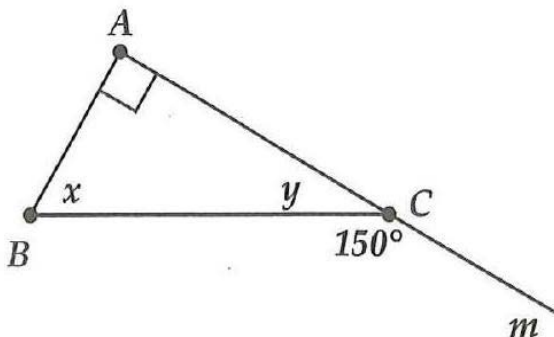
a) Trong tam giác ABC ta có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ (tổng ba góc của một tam giác bằng 180°), do đó $120^\circ + x + x = 180^\circ$

$120^\circ + 2x = 180^\circ$ nên $2x = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

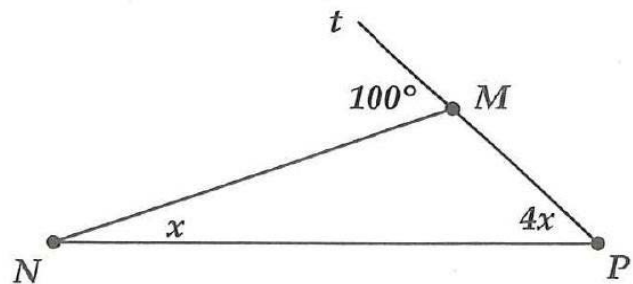
Suy ra $x = 60^\circ : 2 = 30^\circ$.

b) Tương tự câu a) $3y = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ suy ra $y = 30^\circ$.

2A.



a)



b)

a) $\widehat{BCm}$ là góc ngoài tại C của tam giác ABC nên $\widehat{BCm} = \hat{A} + \hat{B}$

Do đó $150^\circ = 90^\circ + x$ suy ra $x = 150^\circ - 90^\circ = 60^\circ$.

$y = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$.

b) Tương tự câu a) $100^\circ = 4x + x = 5x$ suy ra $x = 100 : 5 = 20^\circ$.

2B. a) $100^\circ = 80^\circ + y$ suy ra $y = 20^\circ$;

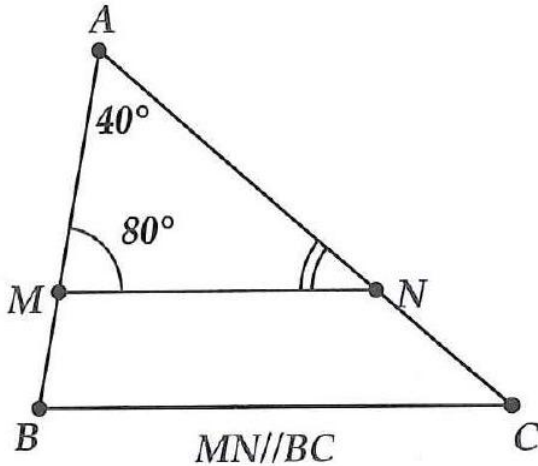
$80^\circ = 50^\circ + x$ suy ra $x = 30^\circ$.

b) $y + 125^\circ = 180^\circ$ suy ra $y = 55^\circ$;

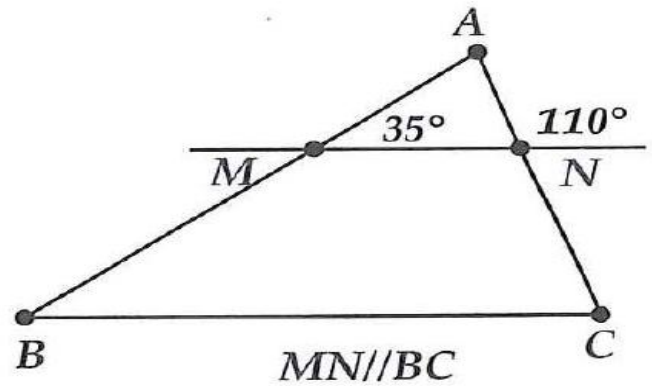
$125^\circ = 90^\circ + z$ suy ra $z = 35^\circ$.

Có thể tính z dựa vào tổng số đo 3 góc tam giác.

3A.



a)



b)

a) $MN \parallel BC$ nên $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ (hai góc đồng vị), mà $\widehat{AMN} = 80^\circ$

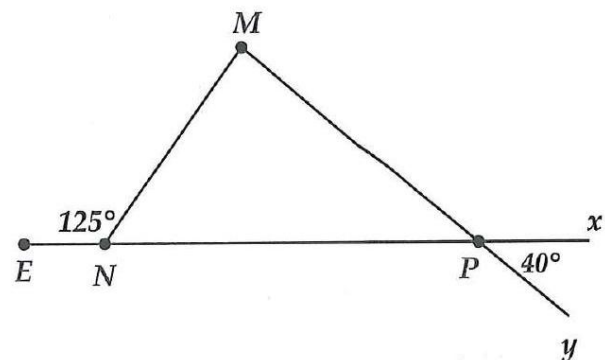
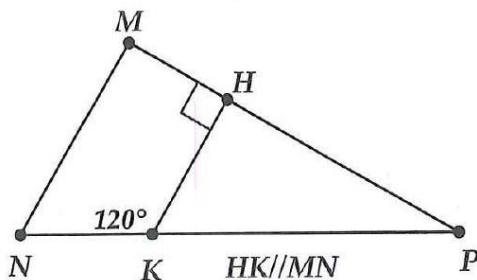
Do đó $\widehat{ABC} = 80^\circ$.

Trong tam giác ABC ta có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ (tổng số đo ba góc của tam giác bằng 180°), do đó $\hat{C} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{A} = 180^\circ - 80^\circ - 40^\circ = 60^\circ$.

b) $\widehat{ANM} + 110^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{ANM} = 70^\circ$.

Tương tự câu a) $\widehat{ABC} = \widehat{AMN} = 35^\circ$; $\widehat{ACB} = \widehat{ANM} = 70^\circ$; $\hat{A} = 180^\circ - 35^\circ - 70^\circ = 75^\circ$.

3B.



a) $MN \parallel HK$ và $HK \perp MP$ nên $MN \perp MP$, do đó $\widehat{NMP} = 90^\circ$.

$MN \parallel HK$ nên $\hat{N} + \widehat{HKN} = 180^\circ$ (2 góc trong cùng phía) $\Rightarrow \hat{N} = 60^\circ$.

Lập luận ta được $\hat{P} = 180^\circ - (\hat{M} + \hat{N}) = 30^\circ$.

b) $\widehat{MPN} = \widehat{xPy} = 40^\circ$; $\widehat{MNP} = 180^\circ - \widehat{MNE} = 55^\circ$; $\hat{M} = 85^\circ$.

4A. a) Gọi ý hình vẽ bên. Lưu ý mỗi đỉnh có 2 góc ngoài.

b) $\widehat{xBA} + \widehat{ABC} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{xBA} = 180^\circ - \widehat{ABC}$

$= 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$;

Tương tự

$\widehat{ACz} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.

$\widehat{yAC} = \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 80^\circ + 30^\circ = 110^\circ$.

Vậy $\widehat{xBA} + \widehat{yAC} + \widehat{zCA} = 100^\circ + 110^\circ + 150^\circ = 360^\circ$.

4B. Tổng các góc ngoài $= (180^\circ - \hat{A}) + (180^\circ - \hat{B}) + (180^\circ - \hat{C})$
 $= (180^\circ + 180^\circ + 180^\circ) - (\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}) = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$.

5A. a) $\widehat{ACx}$ là góc ngoài tại C của tam giác ABC nên $\widehat{ACx} = \hat{A} + \hat{B}$.

do đó $\hat{A} + \hat{B} = 120^\circ$.

b) $\hat{A} = 120^\circ : (1 + 2) \cdot 2 = 80^\circ$;

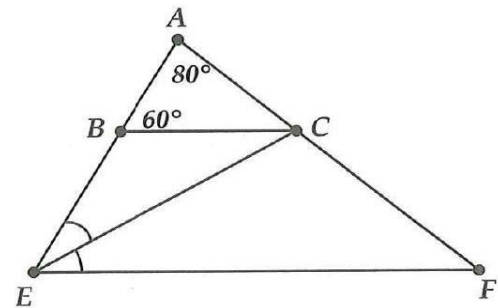
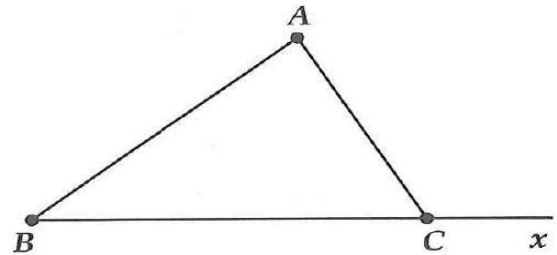
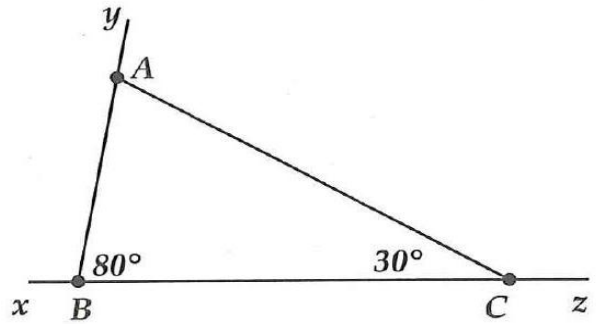
$\hat{B} = 120^\circ - 80^\circ = 40^\circ$.

5B. a) Vì $BC \parallel FE$ nên $\widehat{ABC} = \widehat{FAE} = 60^\circ$;

nên $\widehat{BEC} = \widehat{FEC} = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$.

b) $\widehat{AFE} = \widehat{ACB} = 180^\circ - 60^\circ - 80^\circ = 40^\circ$.

$\widehat{FCE} = 180^\circ - \widehat{FEC} - \widehat{CFE} = 120^\circ$.

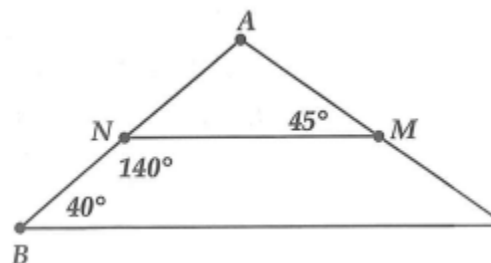


6. Đáp số: 92° ; 55° .

7. Đáp số: a) $\hat{A} = 85^\circ$; $\hat{C} = 40^\circ$.

b) $\widehat{ACB} = 30^\circ + \widehat{ACM}$

$= 30^\circ + (110^\circ - 70^\circ) = 70^\circ$; $\hat{B} = 40^\circ$



8. a) $\widehat{ABC} + \widehat{BNM} = 40^\circ + 140^\circ = 180^\circ \Rightarrow MN \parallel BC$.

b) $\hat{C} = \widehat{AMN} = 45^\circ; \hat{A} = 95^\circ$.

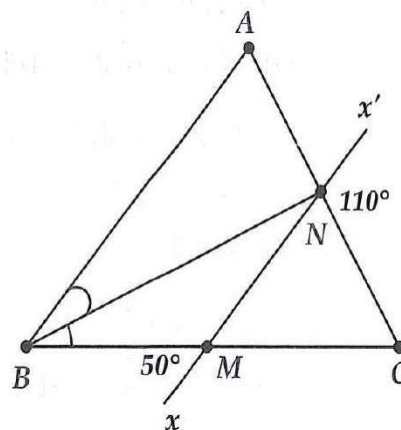
9. a) $\widehat{NMC} = 50^\circ; \widehat{MNC} = 70^\circ; \hat{C} = 60^\circ$.

b) $\widehat{NBA} = \frac{1}{2} \cdot 50^\circ = 25^\circ$;

$\hat{A} = \widehat{MNC} = 50^\circ; \widehat{BNA} = 105^\circ$;

$\widehat{NBM} = \frac{1}{2} \cdot 50^\circ = 25^\circ$;

$\widehat{BMN} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ; \hat{N} = 25^\circ$.



BÀI 2. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU.

TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hai tam giác bằng nhau

- Hai tam giác bằng nhau nếu chúng có các cạnh tương ứng bằng nhau và các góc tương ứng bằng nhau.

Tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ có $\begin{cases} AB = A'B'; BC = B'C'; AC = A'C' \\ \hat{A} = \hat{A}'; \hat{B} = \hat{B}'; \hat{C} = \hat{C}' \end{cases}$ thì hai tam giác ABC và

$A'B'C'$ bằng nhau.

Kí hiệu $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$.

2. Trường hợp bằng nhau thứ nhất của tam giác

Nếu ba cạnh của tam giác này lần lượt bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có

$$AB = A'B'$$

$$BC = B'C'$$

$$AC = A'C'$$

Vậy $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$ (c.c.c)

II. CÁC BÀI TẬP VÀ DẠNG TOÁN

Dạng 1. Định nghĩa hai tam giác bằng nhau

Phương pháp giải: Sử dụng định nghĩa hai tam giác có các góc tương ứng bằng nhau và các cạnh tương ứng bằng nhau thì bằng nhau.

1A. Biết rằng hai tam giác ABC và MNP bằng nhau nhưng chưa xác định các đỉnh tương ứng. Hãy viết kí hiệu bằng nhau của hai tam giác ABC và MNP trong các trường hợp sau:

a) $\hat{B} = \hat{M}; \hat{C} = \hat{P}$;

b) $\hat{B} = \hat{M}; BC = MN$;

c) $AB = MN; AC = NP$.

1B. Biết rằng hai tam giác PQR và DEF bằng nhau nhưng chưa xác định các đỉnh tương ứng. Hãy viết kí hiệu bằng nhau của hai tam giác PQR và DEF trong các trường hợp sau:

a) $DE = PQ; \hat{D} = \hat{Q}$;

b) $DE = PQ; FE = QR;$

c) $\hat{P} = \hat{D}; \hat{Q} = \hat{F}.$

2A. Cho tam giác ABC và tam giác MNP . Biết rằng $\hat{A} = \hat{M}; \hat{B} = \hat{N}; AB = MN; AC = MP; BC = NP$.

Chứng minh:

a) $\hat{C} = \hat{P};$

b) $\triangle ABC = \triangle MNP.$

2B. Cho hai tam giác ABC và DEF có $\hat{A} = 30^\circ; \hat{B} = 40^\circ; \hat{F} = 110^\circ; \hat{D} = 30^\circ$.

Biết rằng $AB = DE; AC = DF; BC = FE$.

a) Tính số đo các góc còn lại của hai tam giác.

b) Chứng minh hai tam giác bằng nhau bằng cách sử dụng định nghĩa.

Dạng 2. Trường hợp bằng nhau thứ nhất của hai tam giác. Chứng minh các góc, các cạnh tương ứng bằng nhau

Phương pháp giải:

- Sử dụng định nghĩa về trường hợp bằng nhau thứ nhất của hai tam giác.
- Sử dụng định nghĩa tam giác bằng nhau để suy ra các góc tương ứng bằng nhau và các cạnh tương ứng bằng nhau để chứng minh các bài toán.

3A. Cho hình vẽ bên.

a) Chứng minh $\triangle ABC = \triangle ABD;$

b) Chứng minh AC là phân giác của $\widehat{BAD};$

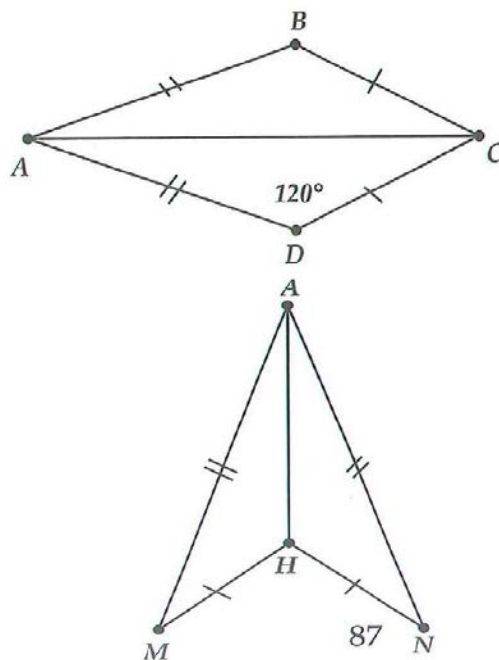
c) Tính số đo $\widehat{ABC}?$

3B. Cho hình vẽ bên.

a) Chứng minh $\triangle AMH = \triangle ANH;$

b) Chứng minh AH là phân giác của $\widehat{MAN};$

c) Biết $\widehat{AMH} = 20^\circ$. Tính số đo $\widehat{ANH}?$



4A. Cho đoạn thẳng AB , gọi M là trung điểm của AB . Vẽ cung tròn tâm A và B có cùng bán kính (bán kính lớn hơn MA), hai cung tròn cắt nhau tại N .

a) Chứng minh $\triangle NMA = \triangle NMB;$

b) Chứng minh $NM \perp AB$;

c) Biết rằng $AB = 12$ cm; $NM = 8$ cm; $NA = 10$ cm. Tính chu vi tam giác NMB .

4B. Cho hình vẽ bên:

a) Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACH$;

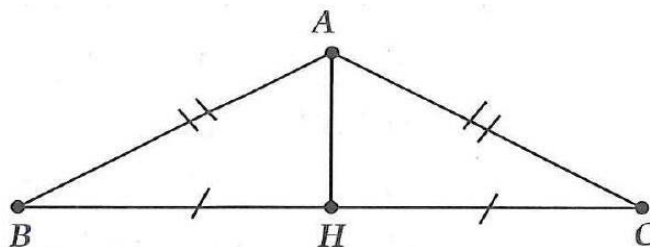
b) Chứng minh $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$;

c) Chứng minh $AH \perp BC$;

d) Biết rằng

$AB = 5$ cm; $AH = 3$ cm; $HC = 4$ cm.

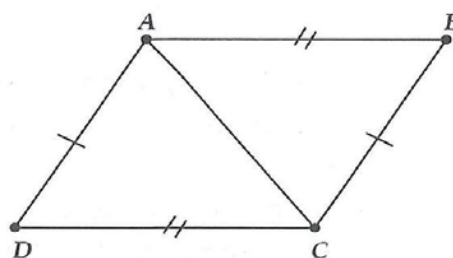
Tính chu vi tam giác ABH .



5A. Cho hình vẽ bên. Chứng minh:

a) $\triangle ADC = \triangle CBA$;

b) $AB \parallel CD$; $AD \parallel BC$.



5B. Cho hình vẽ bên. Chứng minh:

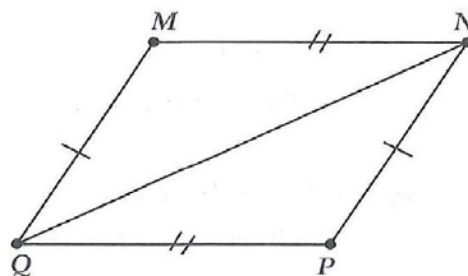
a) $\triangle MNQ = \triangle PQN$;

b) $\widehat{MNQ} = \widehat{PQN}$;

$MN \parallel PQ$; $MQ \parallel NP$

c) Biết $\hat{M} = 120^\circ$; $\widehat{QNP} = 30^\circ$.

Tính số đo các góc còn lại của hai tam giác MNP và QPN .

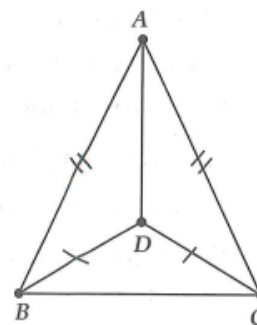


6A. Cho hình vẽ bên.

a) Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACD$;

b) Chứng minh AD là phân giác $\widehat{BAC}$.

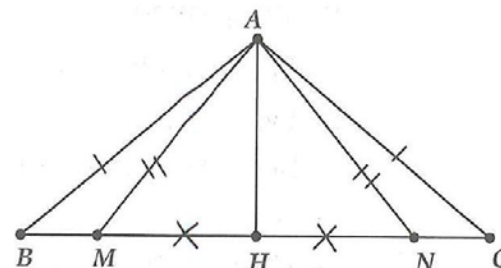
c) Gọi I là trung điểm BC . Chứng minh $\triangle BID = \triangle CID$; $DI \perp BC$.



6B. Cho hình vẽ bên. Biết H là trung điểm BC .

a) Chứng minh $MB = NC$;

b) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACN$.



III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

7. Biết $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$, hãy viết thêm kí hiệu về sự bằng nhau của các tam giác bằng cách thay đổi thứ tự các đỉnh. Liệt kê các đỉnh tương ứng và các cạnh tương ứng của hai tam giác.

8. Biết rằng hai tam giác HIK và MNP bằng nhau nhưng xác định các đỉnh tương ứng. Hãy viết kí hiệu bằng nhau của hai tam giác HIK và MNP trong các trường hợp sau

a) $\hat{H} = \hat{P}; \hat{I} = \hat{N}$; b) $\hat{H} = \hat{M}; HI = NM$;

c) $HI = NP; IK = MP$; d) $\hat{H} = \hat{N}; HI = NP$.

9. Biết rằng $\triangle ABC = \triangle PQR$.

a) Viết các đỉnh tương ứng của hai tam giác, các cạnh tương ứng của hai tam giác.

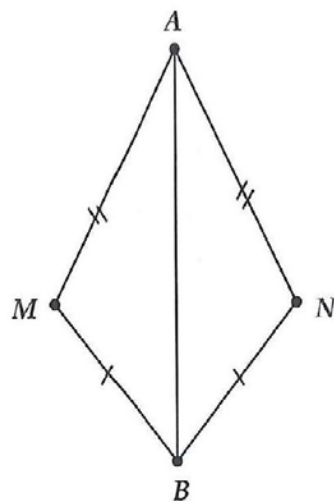
b) Biết $\hat{A} = 40^\circ; \hat{B} = 35^\circ$. Tính số đo $\widehat{PRQ}$?

10. Cho hình vẽ bên.

a) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ABN$;

b) Chứng minh AB là phân giác của $\widehat{MAN}$; BA là phân giác của $\widehat{MBN}$;

c) Biết $\widehat{MAB} = 20^\circ$; $\widehat{MBA} = 25^\circ$. Tính số đo các góc còn lại của hai tam giác MAB và NAB .



11. Cho tam giác ABC có $AB = AC$. Gọi M là trung điểm của BC .

a) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACM$;

b) Chứng minh $\widehat{ACM} = \widehat{ABM}$;

c) $AM \perp BC$;

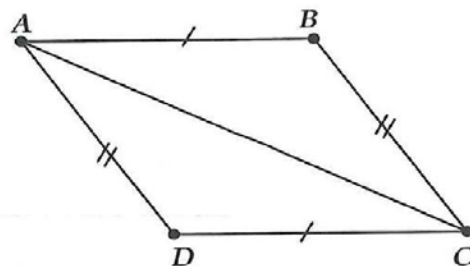
d) Biết $AB = 13$ cm; $CM = 5$ cm; $AM = 12$ cm. Tính chu vi tam giác ABM .

12. Cho hình vẽ bên. Chứng minh

a) $\triangle ABC = \triangle CDA$;

b) $\widehat{BAC} = \widehat{ACD}$; $AB \parallel CD$;

c) $AD \parallel BC$.



HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) Theo đề suy ra đỉnh B tương ứng với đỉnh M ; đỉnh C tương ứng với đỉnh $P \Rightarrow \triangle ABC = \triangle NMP$;

b) $\hat{B} = \hat{M} \Rightarrow$ đỉnh B tương ứng đỉnh M ; $BC = MN \Rightarrow$ hai đỉnh còn lại C và N là hai đỉnh tương ứng nên $\triangle ABC = \triangle PMN$;

c) $AB = MN$; $AC = NP \Rightarrow$ đỉnh lặp lại ở mỗi tam giác là A và N tương ứng với nhau; đỉnh còn lại B và M ; C và P là các đỉnh tương ứng nên $\triangle ABC = \triangle NMP$.

1B. Tương tự **1A.** Đáp số:

a) $\triangle PQR = \triangle EDF$; b) $\triangle QPR = \triangle EDF$; c) $\triangle PQR = \triangle DFE$.

2A. a) Trong tam giác ABC có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ (tổng ba góc tam giác)

$$\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B})$$

Tương tự $\hat{P} = 180^\circ - (\hat{M} + \hat{N})$. Mà $\hat{A} = \hat{M}$; $\hat{B} = \hat{N}$ nên $\hat{C} = \hat{P}$

b) Xét hai tam giác ABC và MNP có

$AB = MN$; $AC = MP$; $BC = NP$; và $\hat{A} = \hat{M}$; $\hat{B} = \hat{N}$; $\hat{C} = \hat{P}$ nên $\triangle ABC = \triangle MNP$.

2B. a) Tính được $\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 110^\circ$; $\hat{E} = 180^\circ - (\hat{D} + \hat{F}) = 40^\circ$.

b) Xét tam giác ABC và DEF có

$$\hat{A} = \hat{D} = 30^\circ; \hat{B} = \hat{E} = 40^\circ; \hat{C} = \hat{F} = 110^\circ; AB = DE; AC = DF; BC = FE;$$

Suy ra $\triangle ABC = \triangle DEF$

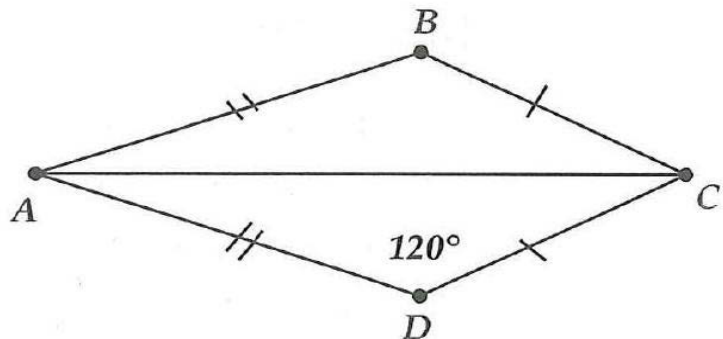
3A. a) Xét tam giác ABC và ABD có:

$AB = AD$; $BC = DC$; AC chung Suy ra $\triangle ABC = \triangle ABD$ (c.c.c)

b) Vì $\triangle ABC = \triangle ABD$ (cmt) nên $\widehat{CAB} = \widehat{CAD}$ (2 góc tương ứng) nên AC là tia phân giác của $\widehat{BAD}$;

c) Vì $\triangle ABC = \triangle ABD$ (cmt) nên

$\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ (2 góc tương ứng) mà $\widehat{ADC} = 120^\circ$ nên $\widehat{ABC} = 120^\circ$.



3B. a) $AM = AN$; $MH = NH$; AH chung nên $\triangle AMH = \triangle ANH$ (c.c.c);

b) Vì $\triangle AMH = \triangle ANH$ (cmt)

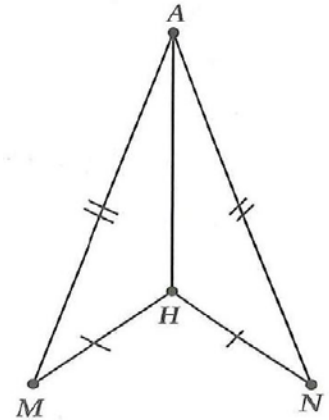
$$\Rightarrow \widehat{MAH} = \widehat{NAH} \text{ (2 góc tương ứng)}$$

nên AH là tia phân giác $\widehat{MAN}$;

c) Vì $\triangle AMH = \triangle ANH$ (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{AMH} = \widehat{ANH} \text{ (2 góc tương ứng)}$$

mà $\widehat{AMH} = 20^\circ$ nên $\widehat{ANH} = 20^\circ$.



4A. a) N là giao điểm của hai cung tròn tâm A và B có cùng bán kính nên $NA = NB$;

Suy ra $\triangle MNA = \triangle MNB$ (c.c.c)

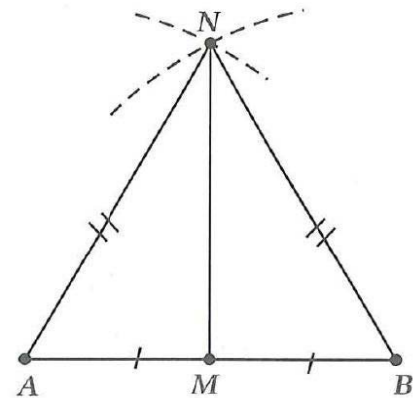
b) Vì $\triangle MNA = \triangle MNB$ (cmt) nên

$$\widehat{NMA} = \widehat{NMB} \text{ (2 góc tương ứng);}$$

mà $\widehat{NMA} + \widehat{NMB} = 180^\circ$ (2 góc kề bù)

$$\Rightarrow \widehat{NMA} = \widehat{NMB} = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$$

Suy ra $NM \perp AB$.



c) M là trung điểm AB nên $AM = MB = \frac{1}{2} AB = 6$ (cm)

Vì $NA = NB$; mà $NA = 10$ cm nên $NB = 10$ cm.

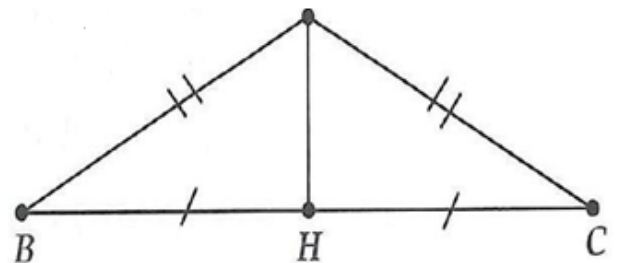
Chu vi tam giác NMB là $6 + 8 + 10 = 24$ (cm).

4B. a) HS tự chứng minh.

b) Vì $\triangle ABH = \triangle ACH$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{ABH} = \widehat{ACH}$ (hai góc tương ứng) hay $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

c) Chứng minh tương tự ý c) bài **4A**.

d) Chứng minh $BH = HC = 4$ cm. Suy ra chu vi ABH bằng 12 cm.

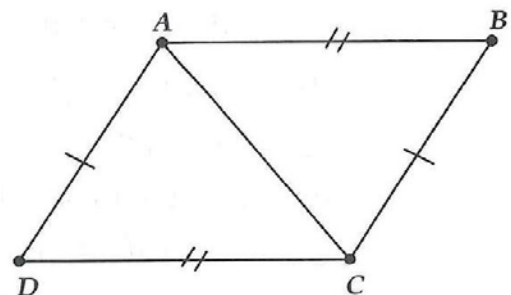


5A. a) Xét tam giác ADC và CBA có

$AD = BC$; $DC = AB$; AC chung

Do đó $\triangle ADC = \triangle CBA$ (c.c.c)

b) Vì $\triangle ADC = \triangle CBA$ (cmt)



$$\Rightarrow \widehat{DCA} = \widehat{BAC} \text{ (2 góc tương ứng)}$$

Mà hai góc ở vị trí so le trong nên $DC // AB$ (DHNB)

$$\text{Vì } \triangle ADC = \triangle CBA (\text{cmt}) \Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{BCA} \text{ (2 góc tương ứng)}$$

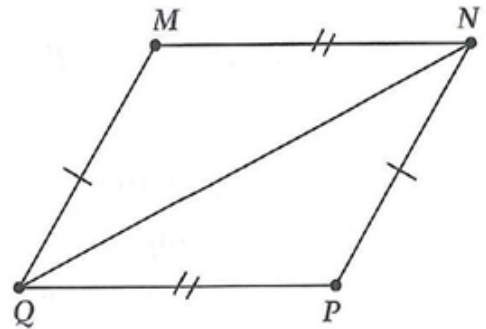
Mà hai góc ở vị trí so le trong nên $DA // BC$ (DHNB).

5B. a) Tương tự **5A**. HS tự làm.

$$\text{b) Chứng minh } \widehat{MNQ} = \widehat{NQP} \Rightarrow MN // PQ.$$

$$\text{Chứng minh } \widehat{MQN} = \widehat{PNQ} \Rightarrow MQ // NP.$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \hat{M} = \hat{P} = 120^\circ; \widehat{NQM} = \widehat{QNP} = 30^\circ; \widehat{MNQ} = \widehat{NQP} \\ = 180^\circ - (120^\circ + 30^\circ) = 30^\circ. \end{aligned}$$



6A. a) Xét tam giác ADB và ADC có

$$AB = AC; BD = CD; AD \text{ chung nên}$$

$$\triangle ADB = \triangle ADC (\text{c.c.c})$$

$$\text{b) Vì } \triangle ADB = \triangle ADC (\text{c.c.c})$$

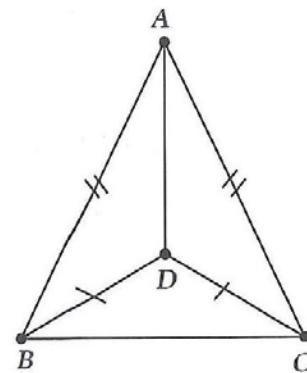
$$\text{nên } \widehat{BAD} = \widehat{CAD} \text{ (hai góc tương ứng).}$$

Suy ra AD là tia phân giác $\widehat{BAC}$.

$$\begin{aligned} \text{c) Xét tam giác } BID \text{ và tam giác } CID \text{ có } IB = IC \text{ (I là trung điểm } BC); ID \text{ chung; } DB = DC \\ \text{Nên } \triangle BID = \triangle CID (\text{c.c.c}). \end{aligned}$$

$$\text{Tương tự bài 4A ý c) } \widehat{BID} = \widehat{CID}; \text{ mà } \widehat{BID} + \widehat{CID} = 180^\circ$$

$$\text{Nên } \widehat{BID} = \widehat{CID} = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ \Rightarrow DI \perp BC.$$



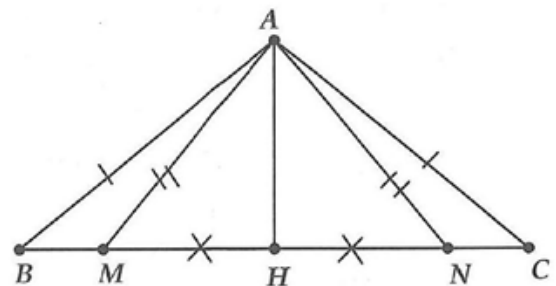
6B. a) Ta có $BH = MH + MB \Rightarrow MB = BH - MH$

$$HC = NH + HC \Rightarrow NC = HC - NH;$$

$$\text{Mà } HB = HC \text{ (H là trung điểm BC);}$$

$$HM = HN \text{ suy ra } MB = NC.$$

$$\text{b) HS tự chứng minh } \triangle ABM = \triangle ACN (\text{c.c.c}).$$



$$7. \triangle ACB = \triangle A'C'B'; \quad \triangle BAC = \triangle B'A'C'$$

$$\triangle BCA = \triangle B'C'A'; \quad \triangle CAB = \triangle C'A'B';$$

$$\triangle CBA = \triangle C'B'A';$$

HS tự liệt kê các đỉnh và các cạnh tương ứng.

8. a) $\triangle HIK = \triangle PNM$; b) $\triangle HIK = \triangle MNP$;
 c) $\triangle HIK = \triangle NPM$; d) $\triangle HIK = \triangle NPM$.

9. a) Hs tự làm.

b) Gợi ý: $\widehat{PRQ} = 180^\circ - (\hat{P} + \hat{Q})$

$$= 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 105^\circ$$

10. a) HS tự chứng minh $\triangle ABM = \triangle ABN$ (c.c.c)

b) Từ câu a) suy ra $\widehat{MAB} = \widehat{NAB} \Rightarrow AB$ là phân giác $\widehat{MAN}$.

$\widehat{MBA} = \widehat{NBA} \Rightarrow BA$ là phân giác $\widehat{MBN}$.

c) Do $\triangle ABM = \triangle ABN$ (c.c.c) nên

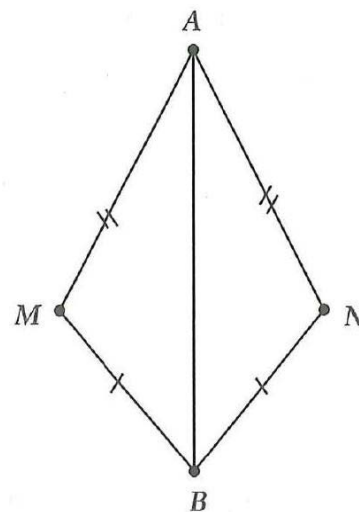
$$\widehat{MAB} = \widehat{NAB} = 20^\circ ; \widehat{MBA} = \widehat{NBA} = 25^\circ ;$$

$$\text{Ta có } \widehat{AMB} = 180^\circ - 20^\circ - 25^\circ = 135^\circ ;$$

$$\text{Nên } \widehat{AMB} = \widehat{ANB} = 135^\circ .$$

11. Tương tự **4A, 4B**. HS tự làm.

12. Tương tự **5A, 5B**. HS tự làm.



BÀI 3. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI VÀ THỨ BA CỦA TAM GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Trường hợp bằng nhau thứ hai của tam giác

Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác bằng nhau.

2. Trường hợp bằng nhau thứ ba của tam giác

Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

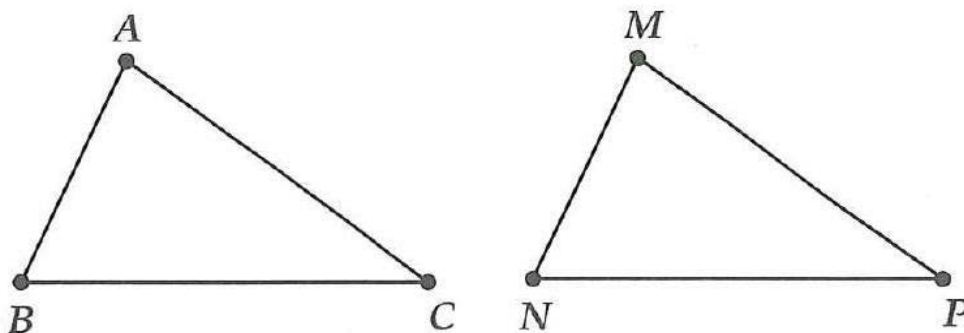
II. CÁC BÀI TẬP VÀ DẠNG TOÁN

Dạng 1. Trường hợp bằng nhau thứ hai của tam giác

Phương pháp giải:

- Áp dụng lý thuyết trường hợp bằng nhau thứ hai của tam giác.
- Từ việc chứng minh hai tam giác bằng nhau suy ra các cạnh tương ứng bằng nhau; các góc tương ứng bằng nhau.

1A. Cần bổ sung thêm điều kiện gì để hai tam giác sau bằng nhau theo trường hợp cạnh - góc - cạnh trong các trường hợp sau?



a) $AB = MN; AC = MP;$

b) $AB = MN; BC = NP;$

c) $AC = MP; \hat{C} = \hat{P}.$

1B. Cần thêm điều kiện gì để $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$ theo trường hợp cạnh góc - cạnh trong các trường hợp dưới đây?

a) $AB = A'B'; BC = B'C';$

b) $\hat{B} = \hat{B}';$

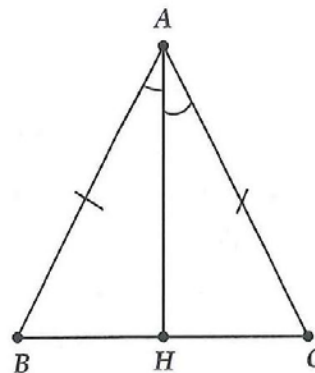
c) $\widehat{C} = \widehat{C'}; AC = A'C'$.

2A. Cho hình vẽ bên, chứng minh:

a) $\triangle ABH = \triangle ACH$;

b) $\widehat{ABH} = \widehat{ACH}$;

c) $AH \perp BC$.



2B. Cho tam giác MNP có $MN = MP$. Kẻ tia phân giác góc M cắt cạnh NP tại I . Chứng minh:

a) $\triangle MNI = \triangle MPI$; b) $MI \perp NP$;

c) Lấy điểm E thuộc cạnh MN ; điểm F thuộc cạnh MP sao cho $ME = MF$. Chứng minh $\widehat{NIE} = \widehat{PIF}$.

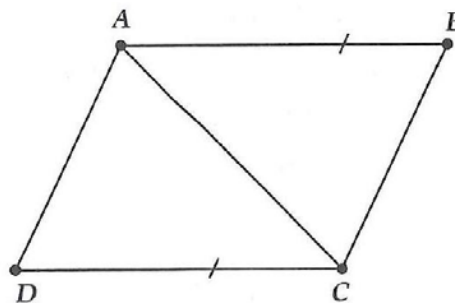
3A. Cho hình vẽ bên, biết $AB \parallel CD$.

Chứng minh:

a) $\triangle ABC = \triangle CDA$;

b) $\widehat{B} = \widehat{D}$;

c) $AD \parallel BC$.

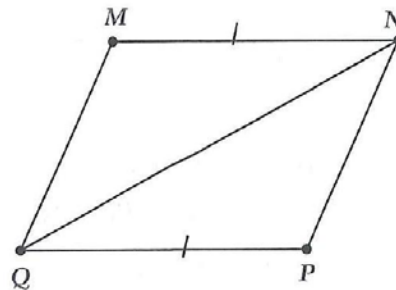


3B. Cho hình vẽ bên. Biết $MN \parallel PQ$. Chứng minh:

a) $\triangle MNQ = \triangle PQN$;

b) $\widehat{M} = \widehat{P}$;

c) $MQ \parallel NP$.



4A. Cho góc xOy khác góc bẹt, Ot là tia phân giác của $\widehat{xOy}$; Lấy điểm A thuộc tia Ox và điểm B thuộc tia Oy sao cho $OA = OB$. Lấy điểm M bất kì trên tia Ot . Chứng minh:

a) $\triangle AOM = \triangle BOM$;

b) $AM = BM$;

c) $AB \perp Ot$.

4B. Cho góc xOy khác góc bẹt, Om là tia phân giác của $\widehat{xOy}$; Lấy điểm H bất kì trên tia Om . Vẽ cung tròn tâm O cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại M, N . Chứng minh:

a) $\triangle ONH = \triangle OMH$;

b) $HM = HN$; HO là tia phân giác của $\widehat{NHM}$;

c) $MN \perp Om$.

5A. Cho tam giác ABC , trên tia đối của tia AB lấy điểm M , trên tia đối của tia AC lấy điểm N sao cho $AM = AB$; $AN = AC$.

a) Chứng minh $\triangle AMN = \triangle ABC$;

b) Chứng minh $MN \parallel BC$;

c) Lấy điểm H trên cạnh BC và điểm K trên cạnh MN sao cho $BH = MK$. Chứng minh $\triangle AKM = \triangle AHB$. Từ đó chứng minh A, K, H thẳng hàng.

5B. Cho tam giác ABC , trên tia đối của tia BA lấy điểm E , trên tia đối của tia BC lấy điểm F sao cho $BA = BE$; $BC = BF$.

a) Chứng minh $\triangle ABC = \triangle EBF$;

b) Chứng minh $AC \parallel FE$; $FA \parallel CE$;

c) Lấy M thuộc đoạn AC và N thuộc đoạn FE sao cho $AM = NE$. Chứng minh B, M, N thẳng hàng.

6A. Cho tam giác ABC có $AB = AC$. Gọi M là trung điểm BC .

a) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACM$;

b) Lấy H thuộc tia đối BM ; K thuộc tia đối CM sao cho $BH = CK$.

Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACK$.

6B. Cho tam giác ABC có $AB = AC$. Gọi H là trung điểm BC .

a) Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACH$;

b) Lấy E thuộc đoạn BH và F thuộc đoạn CH sao cho $HE = HF$.

Chứng minh $BE = FC$. Từ đó chứng minh $\triangle ABE = \triangle ACF$.

Dạng 2. Trường hợp bằng nhau thứ ba của tam giác

Phương pháp giải:

- Áp dụng lý thuyết trường hợp bằng nhau thứ ba của tam giác.

- Từ việc chứng minh hai tam giác bằng nhau suy ra các cạnh tương ứng bằng nhau; các góc tương ứng bằng nhau.

7A. Cần thêm điều kiện gì để $\triangle ABC = \triangle MNP$ theo trường hợp góc cạnh - góc trong các trường hợp sau:

a) $AB = MN$; $\hat{A} = \hat{M}$;

b) $\hat{A} = \hat{M}$; $\hat{C} = \hat{P}$;

c) $BC = NP$.

7B. Cần thêm điều kiện gì để $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$ theo trường hợp góc cạnh - góc trong các trường hợp sau:

a) $AB = A'B'$; $\hat{A} = \hat{A}'$;

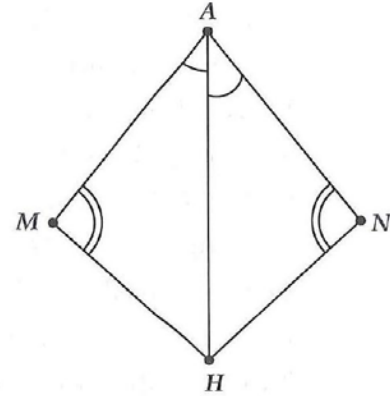
b) $\hat{A} = \hat{A}'$; $\hat{C} = \hat{C}'$;

c) $AC = MP$.

8A. Cho hình vẽ bên. Chứng minh

a) $\widehat{AHM} = \widehat{AHN}$;

b) $\triangle AHM = \triangle AHN$;



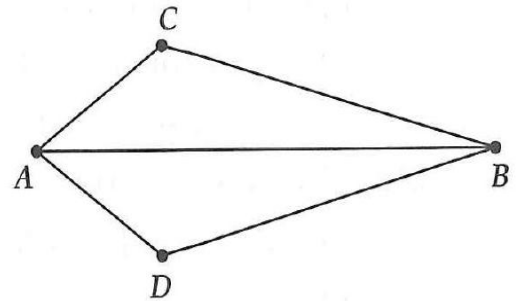
8B. Cho hình vẽ bên biết:

AB là phân giác của $\widehat{CAD}$.

$\widehat{CAD} = 40^\circ$; $\hat{C} = 150^\circ$; $\widehat{ABD} = 10^\circ$.

a) Tính số đo các góc còn lại của các tam giác ABC và ADB .

b) Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ABC$.

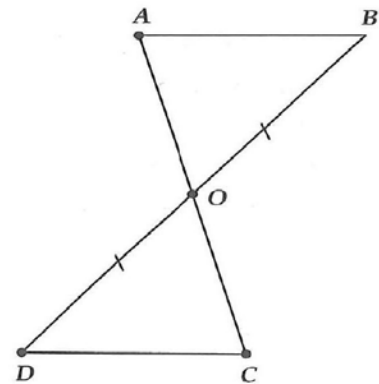


9A. Cho hình vẽ bên biết $AB \parallel CD$.

Chứng minh:

a) $\widehat{BAO} = \widehat{DCO}$;

b) $\triangle ABO = \triangle CDO$.

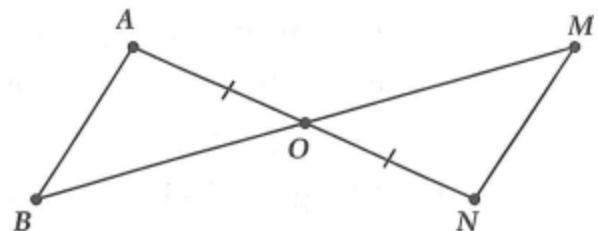


9B. Cho hình vẽ bên, biết $AB \parallel MN$.

Chứng minh:

a) $\widehat{BAO} = \widehat{MNO}$;

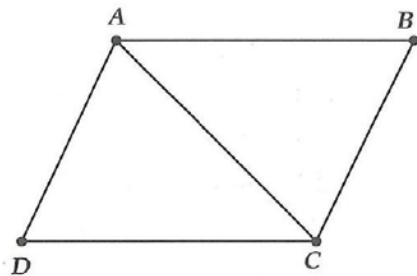
b) $\triangle BAO = \triangle MNO$.



10A. Cho hình vẽ bên, biết

$AB \parallel CD$; $AD \parallel BC$. Chứng minh:

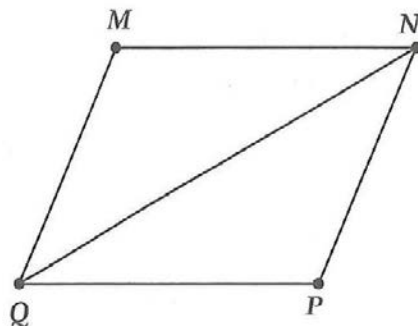
- a) $\widehat{BAC} = \widehat{ACD}$;
 b) $\triangle ABC = \triangle CDA$.



10B. Cho hình vẽ bên, biết $MN \parallel PQ$; $MQ \parallel NP$.

Chứng minh:

- a) $\widehat{MNQ} = \widehat{NQP}$;
 b) $\triangle MNQ = \triangle PQN$.

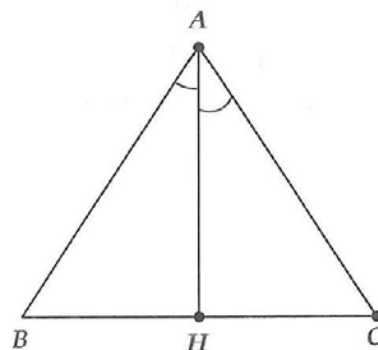


III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

11. Cần bổ sung thêm điều kiện gì để

$\triangle ABH = \triangle ACH$ theo trường hợp:

- a) Cạnh - góc - cạnh;
 b) Góc - cạnh - góc.



12. Cho tam giác ABC , qua A kẻ đường thẳng d song song với cạnh BC , trên đường thẳng d lấy điểm M sao cho $AM = BC$; M và C nằm cùng phía so với AB . Chứng minh:

- a) $\widehat{MAC} = \widehat{BCA}$; b) $\triangle MAC = \triangle BCA$; c) $AB \parallel MC$.

13. Cho góc xOy khác góc bẹt. Lấy A, C thuộc tia Ox và B, D thuộc tia Oy sao cho $OA = OB$; $OC = OD$. (A nằm giữa O và C ; điểm B nằm giữa O và D). Chứng minh:

- a) $\triangle OAD = \triangle OBC$; b) $\widehat{OCB} = \widehat{ODA}$; $\widehat{CAD} = \widehat{DBC}$.

c) Gọi I làm giao điểm của AD và BC . Chứng minh $IA = IB$.

14. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi M là trung điểm AC , trên tia đối của tia MB lấy điểm D sao cho $MD = MB$.

- a) Chứng minh $AD = BC$;
 b) Chứng minh $CD \perp AC$;
 c) Đường thẳng qua B song song với AC cắt tia DC tại N . Chứng minh $\triangle ABM = \triangle CNM$.

15. Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn ($AB < AC$). E là trung điểm của BC . Trên tia AE lấy điểm D sao cho E là trung điểm AD .

a) Chứng minh $\triangle ABE = \triangle DCE$;

b) Chứng minh $AC \parallel BD$;

c) Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$); Trên tia AH lấy điểm K sao cho H là trung điểm AK . Chứng minh $BD = AC = CK$.

16. Cho tam giác ABC . Điểm E là trung điểm của BC . Lấy D thuộc tia đối của EA sao cho $ED = EA$.

a) Chứng minh $\triangle AEB = \triangle DEC$;

b) Chứng minh $AC \parallel BD$;

c) Kẻ $EI \perp AC$ ($I \in AC$); $EK \perp BD$ ($K \in BD$) .

Chứng minh $\triangle AIE = \triangle DKE$;

d) Chứng minh I, E, K thẳng hàng.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) $\hat{A} = \hat{M}$; b) $\hat{B} = \hat{N}$; c) $BC = NP$.

1B. Tương tự 1A. HS tự làm.

2A. a) Xét tam giác ABH và tam giác ACH có
 $AB = AC$; $\widehat{BAH} = \widehat{CAH}$; AH chung

Do đó $\triangle ABH = \triangle ACH$ (c.g.c)

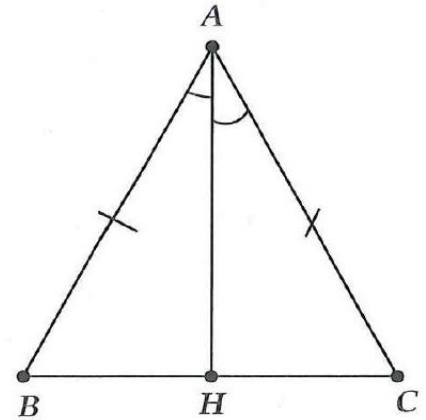
b) Vì $\triangle ABH = \triangle ACH$ (cmt) nên

$\widehat{ABH} = \widehat{ACH}$ (2 góc tương ứng);

c) Vì $\triangle ABH = \triangle ACH$ (cmt) nên

$\widehat{AHB} = \widehat{AHC}$ (2 góc tương ứng) mà $\widehat{AHB} + \widehat{AHC} = 180^\circ$ (hai góc

kề bù) nên $\widehat{AHB} = \widehat{AHC} = \frac{1}{2}.180^\circ = 90^\circ \Rightarrow AH \perp BC$.



2B. a) b) Tương tự 2A. HS tự chứng minh.

c) Gọi ý: Chứng minh $NE = PF$ (sử dụng trừ đoạn thẳng)

Chứng minh $\widehat{MNP} = \widehat{MPN}$, chứng minh $\triangle NIE = \triangle PIF$ (c.g.c).

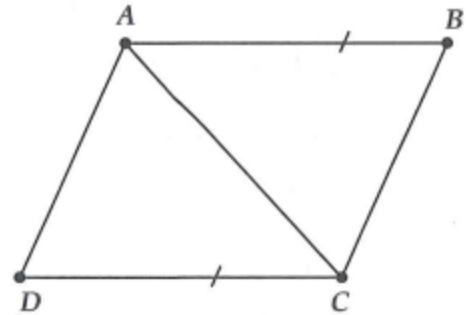
3A. a) Vì $AB \parallel CD$ nên $\widehat{BAC} = \widehat{ACD}$ (hai góc so le trong).

Xét tam giác ABC và tam giác CDA có:

AC chung; $\widehat{BAC} = \widehat{ACD}$; $AB = CD$

Do đó $\triangle ABC = \triangle CDA$ (c.g.c).

b) Vì $\triangle ABC = \triangle CDA$ (cmt) nên $\hat{B} = \hat{D}$ (hai góc tương ứng).



c) Vì $\triangle ABC = \triangle CDA$ (cmt) nên $\widehat{DAC} = \widehat{BCA}$ (hai góc tương ứng) mà hai góc ở vị trí so le trong nên $AD \parallel BC$.

3B. Tương tự 3A. HS tự làm.

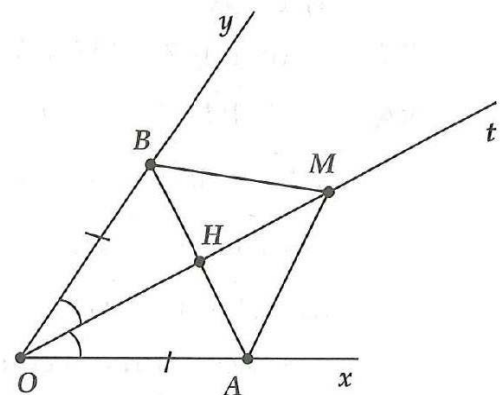
4A. a) Vì Ot là tia phân giác $\widehat{xOy}$ nên $\widehat{xOt} = \widehat{tOy}$,

hay $\widehat{AOM} = \widehat{BOM}$.

Xét tam giác AOM và tam giác BOM có OM chung;

$\widehat{AOM} = \widehat{BOM}$;

$OA = OB$



Do đó $\triangle AOM = \triangle BOM$ (c.g.c)

b) Vì $\triangle AOM = \triangle BOM$ (cmt) nên $AM = BM$ (hai cạnh tương ứng).

c) Gọi H là giao điểm AB và OM .

Chứng minh $\triangle OHA = \triangle OHB$

$$\Rightarrow \widehat{OHA} = \widehat{OHB} = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ.$$

4B. Tương tự **4A.** HS tự làm.

5A. a) HS tự chứng minh.

b) Do $\triangle AMN = \triangle ABC$ (cmt)

$$\text{suy ra } \widehat{ABC} = \widehat{AMN}$$

mà hai góc ở vị trí so le trong nên $MN \parallel BC$.

c) Vì $\widehat{ABC} = \widehat{AMN}$; $AB = AM$;

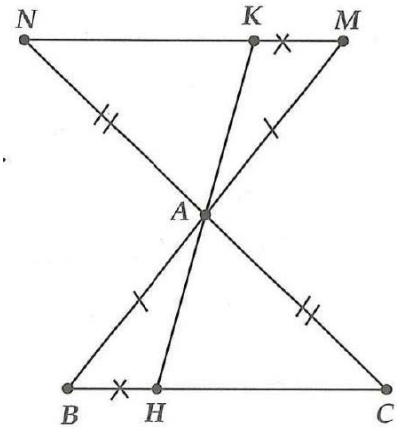
$$BH = KM \text{ nên } \triangle AHB = \triangle AKM \text{ (c.g.c);}$$

$$\text{Suy ra } \widehat{BAH} = \widehat{MAK}$$

$$\text{Mà } \widehat{BAH} + \widehat{HAM} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{KAM} + \widehat{HAM} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{KAH} = 180^\circ.$$

Do đó A, K, H thẳng hàng.



5B. Tương tự **5A.** HS tự làm.

6A. a) HS tự chứng minh.

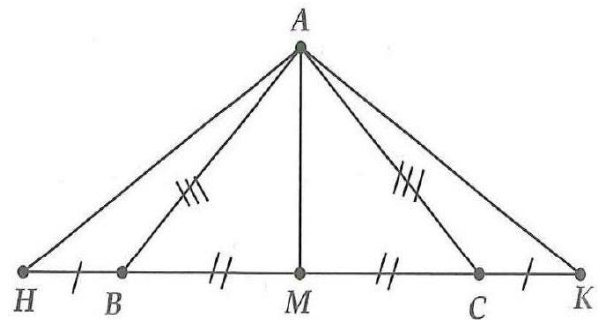
b) Từ câu a) suy ra $\widehat{ABM} = \widehat{ACM}$.

$$\text{Ta có } \widehat{ABH} = 180^\circ - \widehat{ABM};$$

$$\widehat{ACK} = 180^\circ - \widehat{ACM};$$

$$\text{suy ra } \widehat{ABH} = \widehat{ACK}.$$

Từ đó chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACK$ (c.g.c).



6B. Tương tự **6A.** HS tự làm.

7A. a) $\hat{B} = \hat{N}$;

b) $AC = MP$;

c) $\hat{B} = \hat{N}; \hat{C} = \hat{P}$.

7B. Tương tự **7A.** HS tự làm.

8A. a) $\widehat{AMH} = 180^\circ - \hat{M} - \widehat{MAH}$;

$$\widehat{ANH} = 180^\circ - \hat{N} - \widehat{NAH};$$

Mà $\widehat{M} = \widehat{N}$; $\widehat{MAH} = \widehat{NAH}$

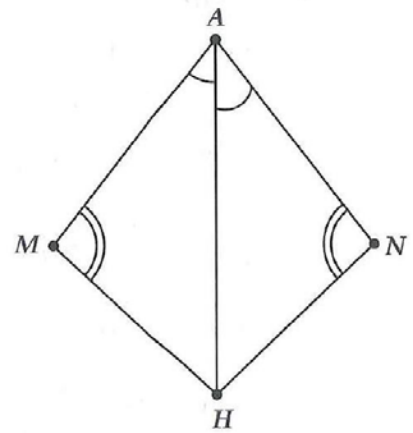
nên $\widehat{AHM} = \widehat{AHN}$;

b) Do có cạnh AH chung;

$\widehat{AHM} = \widehat{AHN}$;

$\widehat{MAH} = \widehat{NAH}$

nên $\triangle AHM = \triangle AHN$ (g.c.g).



8B. a) Sử dụng tính chất tổng ba góc trong tam giác tính được

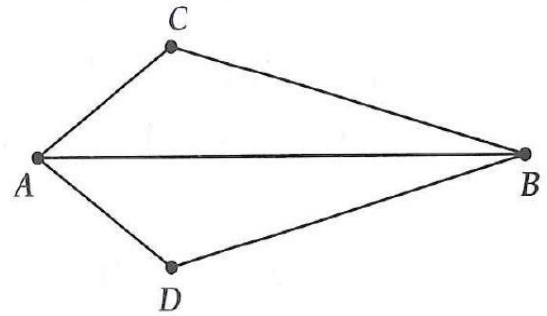
$\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 20^\circ$; $\widehat{D} = 150^\circ$; $\widehat{ABC} = 10^\circ$.

b) Do AB chung;

$\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 20^\circ$;

$\widehat{CBA} = \widehat{DBA} = 10^\circ$

nên $\triangle ABD = \triangle ABC$ (g.c.g).

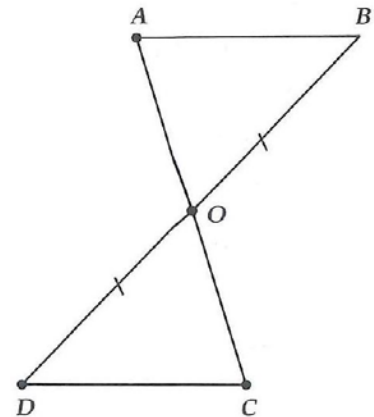


9A. a) Vì $AB \parallel CD$ nên $\widehat{BAO} = \widehat{DCO}$ (hai góc so le trong);

b) Vì $\widehat{AOB} = \widehat{COD}$ (đối đỉnh); $OB = OD$;

Vì $AB \parallel CD$ nên $\widehat{BAO} = \widehat{DCO}$ (hai góc so le trong)

nên $\triangle ABO = \triangle CDO$ (g.c.g).



9B. Tương tự **9A.** HS tự làm.

10A. a) $AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{ACD}$ (slt)

b) $AD \parallel BC \Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{ACB}$.

Vì $\widehat{BAC} = \widehat{ACD}$; $\widehat{DAC} = \widehat{ACB}$ và AC chung

nên $\triangle ABC = \triangle CDA$ (g.c.g).

10B. Tương tự **10A.** HS tự làm.

11. a) $AB = AC$;

b) $\widehat{AHB} = \widehat{AHC}$.

12. Tương tự **3A.** HS tự làm

13. a) HS tự làm.

b) Gọi ý: chứng minh $\widehat{CAD} = \widehat{DBC}$.

$$\widehat{CAD} = 180^\circ - \widehat{OAD}; \widehat{DBC} = 180^\circ - \widehat{OBC}, \text{ mà } \widehat{OAD} = \widehat{OBC}$$

Nên $\widehat{CAD} = \widehat{DBC}$.

c) Gọi ý: $AC = OC - OA; BD = OD - OB \Rightarrow AC = BD$.

Chứng minh $\triangle IAC = \triangle IBD (g.c.g) \Rightarrow IA = IB$.

14. a) Chứng minh $\triangle MAD = \triangle MCB (c.g.c)$.

b) Chứng minh $\triangle MAB = \triangle MCD (c.g.c) \Rightarrow \widehat{MAB} = \widehat{MCD} = 90^\circ$
 $\Rightarrow CD \perp AC$

c) Chứng minh $DN // AB$.

Tương tự **10A**. Chứng minh $\triangle CAB = \triangle BNC (g.c.g) \Rightarrow AB = CN$

Suy ra ĐPCM.

15. a) $\triangle ABE = \triangle DCE (c.g.c)$.

b) Chứng minh $\triangle AEC = \triangle DEB (c.g.c) \Rightarrow \widehat{EAC} = \widehat{EDB} \Rightarrow AC // DB$.

c) Do $\triangle AEC = \triangle DEB \Rightarrow AC = BD$.

Chứng minh $\triangle CBA = \triangle CBK (c.g.c) \Rightarrow AC = CK$.

16. Tương tự **5A**. HS tự chứng minh.

BÀI 4. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

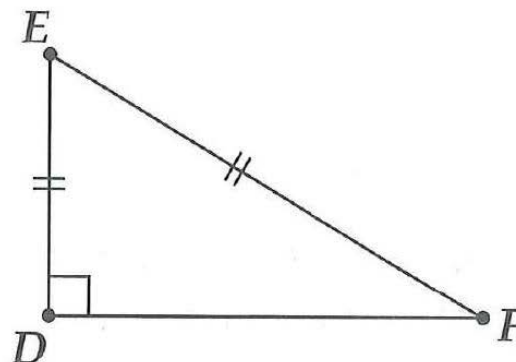
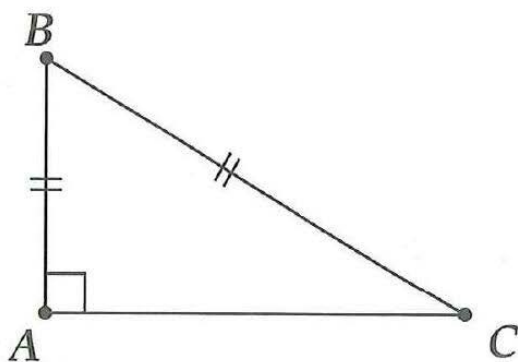
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Ba trường hợp bằng nhau của tam giác vuông

- Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.
- Nếu một cạnh góc vuông và góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.
- Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

2. Trường hợp bằng nhau đặc biệt của tam giác vuông

Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ \\ \text{Xét } \triangle ABC \text{ và } \triangle DEF \text{ có : } \begin{array}{l} AB = EF \\ \text{BC} \end{array} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle DEF \text{ (ch - cv)}$$

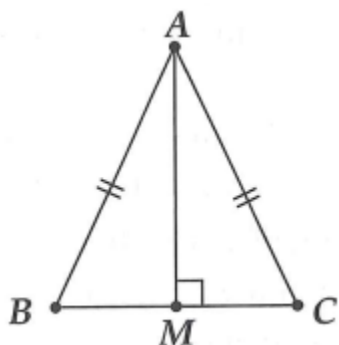
BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau

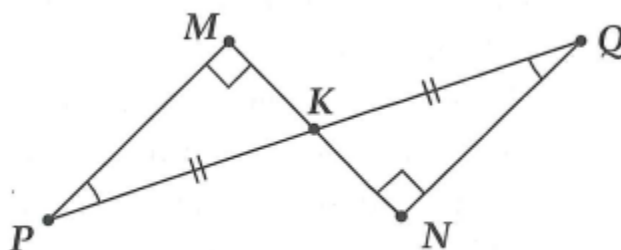
Phương pháp giải:

- Xét hai tam giác vuông
- Xét các yếu tố bằng nhau của hai tam giác vuông rồi đối chiếu lên các trường hợp bằng nhau của chúng (xem phần Tóm tắt lý thuyết).
- Kết luận hai tam giác bằng nhau.

1A. Mỗi hình sau có các cặp tam giác vuông nào bằng nhau? Vì sao?

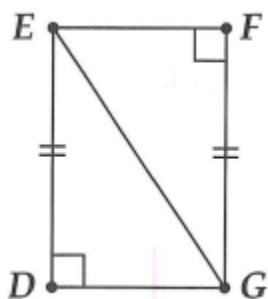


a)

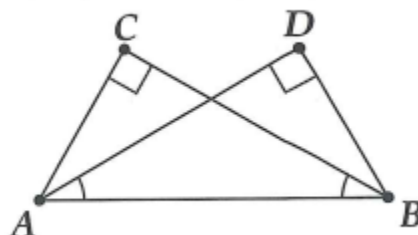


b)

1B. Tìm và chứng minh các tam giác vuông bằng nhau trong mỗi hình sau:



a)



b)

2A. Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Kẻ $AH \perp BC$ tại H .

a) Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACH$.

b) Kẻ $HM \perp AB$ tại M , $HN \perp AC$ tại N . Chứng minh $\triangle AMH = \triangle ANH$.

c) Chứng minh $\triangle MBH = \triangle NCH$.

d) Chứng minh HA là tia phân giác của $\widehat{MHN}$

2B. Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Kẻ $BM \perp AC$ tại M , $CN \perp AB$ tại N . Chứng minh:

a) $\triangle AMB = \triangle ANC$.

b) $\triangle BCN = \triangle CBM$.

3A. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = AC$. Gọi d là đường thẳng bất kì đi qua A và cắt BC tại M . Kẻ $BH \perp d$ tại H , $CK \perp d$ tại K .

Chứng minh $\triangle BHA = \triangle AKC$.

3B. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$). Kẻ $AH \perp BC$ tại H . Trên AB lấy điểm I sao cho $AI = AC$. Kẻ $IK \perp AH$ tại K .

Chứng minh $\triangle AHC = \triangle IKA$.

Dạng 2. Sử dụng trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau.

Phương pháp giải:

- Chọn ra hai tam giác vuông có cạnh (góc) là hai đoạn thẳng (góc) mà đề bài yêu cầu chứng minh bằng nhau.
- Chứng minh hai tam giác vuông đó bằng nhau theo trường hợp đã học rồi suy ra hai cạnh (góc) tương ứng bằng nhau.

4A. Cho $\widehat{xOy}$ nhọn. Lấy hai điểm A, B lần lượt thuộc Ox, Oy sao cho $OA = OB$. Từ A kẻ đường thẳng vuông góc với Oy tại E . Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với Ox tại F . Chứng minh:

- a) $OE = OF$.
- b) $\widehat{BAE} = \widehat{ABF}$.
- c) Gọi I là giao điểm của AE và BF . Chứng minh $OI \perp AB$.

4B. Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Đường thẳng qua B vuông góc với AB cắt đường thẳng qua C vuông góc với AC tại O . Chứng minh:

- a) $BO = CO$.
- b) $AO \perp BC$.
- c) $\widehat{BCO} = \widehat{CBO}$.

5A. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có BM là tia phân giác của $\hat{B}$ ($M \in AC$). Kẻ $MD \perp BC$ tại D . Kéo dài MD cắt AB tại E .

- a) Chứng minh $BA = BD$.
- b) Chứng minh $\triangle ABC = \triangle DBE$.
- c) Kẻ $DH \perp AC$ tại H , $AK \perp DE$ tại K , AK cắt DH tại N . Chứng minh MN là tia phân giác của $\widehat{KMH}$.
- d) Chứng minh B, M, N thẳng hàng.

5B. Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Gọi I là giao điểm tia phân giác của góc B và góc C . Từ I lần lượt kẻ các đường thẳng vuông góc với BC, AC, AB tại M, N, P . Chứng minh:

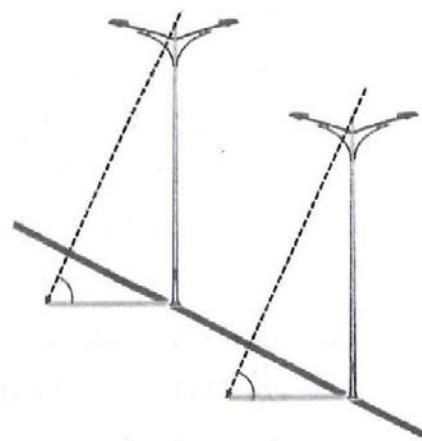
- a) $BM = BP$.
- b) $IM = IN$.
- c) $BP + CN = BC$.
- d) AI là tia phân giác của $\widehat{BAC}$.

Dạng 3. Ứng dụng trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông vào thực tế

6A. “Đề biết độ dài các cột đèn cao áp (trồng thẳng đứng)

có bằng nhau không, ta có thể đo bóng của chúng dưới ánh sáng Mặt Trời mà không cần đo chính xác độ dài của mỗi cột".

Do Mặt Trời ở xa Trái Đất nên có thể coi ánh sáng tạo với mặt đất những góc bằng nhau. Sử dụng hình vẽ bên cạnh, em hãy chứng tỏ nhận xét trên nhé.



6B. Diều giấy là một loại diều đơn giản, dễ làm và rất hay gặp ở các vùng nông thôn Việt Nam. Muốn diều bay được, ngoài phần đuôi diều thì thân diều cũng phải được thiết kế là một tứ giác cân xứng, không "lệch". Để làm được diều này, người ta đặt hai que tre (gọi là "xương" diều) vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi que và 4 đỉnh của thân diều trùng với 4 đầu của hai que tre. Khi đó, thân diều là một tứ giác có 2 cặp cạnh bằng nhau và đảm bảo tính cân xứng. Em hãy chỉ ra và chứng minh hai cặp cạnh bằng nhau đó trên hình vẽ nhé.



III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

7. Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC . Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với BC , cắt tia phân giác của $\widehat{BAC}$ tại I . Kẻ $IH \perp AB$ tại H , $IK \perp AC$ tại K . Chứng minh:

- a) $IB = IC$.
- b) $IH = IK$.
- c) $BH = CK$.

8. Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Lấy điểm E thuộc tia phân giác của $\widehat{BAC}$ sao cho E nằm ngoài $\triangle ABC$. Kẻ $EN \perp AB$ tại N , $EP \perp AC$ tại P . Chứng minh:

- a) $\triangle AEN = \triangle AEP$.
- b) $\triangle ABE = \triangle ACE$.
- c) $\triangle BNE = \triangle CPE$.
- d) Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh A, M, E thẳng hàng.

9. Cho $\triangle ABC$ nhọn. Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Trên nửa mặt phẳng bờ AH chứa điểm B , vẽ $AD \perp AB$ sao cho $AD = AB$. Trên nửa mặt còn lại, vẽ $AE \perp AC$ sao cho $AE = AC$. Kẻ $DK \perp AH$ tại K , $EM \perp AH$ tại M . Chứng minh:

a) $DK = EM$.

b) Gọi I là giao điểm của AH và DE . Chứng minh I là trung điểm của DE .

10. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB > AC$. Tia phân giác của góc B cắt AC tại I . Kẻ $IH \perp BC$ tại H . Trên tia AC lấy điểm M sao cho $AM = AB$. Đường thẳng vuông góc với AM tại M cắt IH tại N . Chứng minh:

a) $AB = BH$

b) $\widehat{IBN} = 45^\circ$

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) $\widehat{AMB} = \widehat{AMC} = 90^\circ$, $AB = AC$ (gt), AM : chung

$$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle ACM \text{ (ch - cv)}$$

b) $\widehat{KMP} = \widehat{KNQ} = 90^\circ$, $KP = KQ$ (gt), $\widehat{KPM} = \widehat{KQN}$ (gt)

$$\Rightarrow \triangle KMP = \triangle KNQ \text{ (ch - gn)}$$

1B. a) $\widehat{GDE} = \widehat{GFE} = 90^\circ$, EG : chung, $DE = FG$ (gt)

$$\Rightarrow \triangle DGE = \triangle FEG \text{ (ch - cv)}$$

b) $\widehat{ACB} = \widehat{ADB} = 90^\circ$, AB : chung, $\widehat{ABC} = \widehat{BAD}$ (gt)

$$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle BAD \text{ (ch - gn)}$$

2A. a) $\widehat{AHB} = \widehat{AHC} = 90^\circ$, $AB = AC$ (gt), AH : chung

$$\Rightarrow \triangle ABH = \triangle ACH \text{ (ch - cv)}$$

b) $\widehat{AMH} = \widehat{ANH} = 90^\circ$, AH : chung,

$$\widehat{MAH} = \widehat{NAH} \text{ (} \triangle ABH = \triangle ACH \text{)}$$

$$\Rightarrow \triangle AMH = \triangle ANH \text{ (ch - gn)}$$

c) $\widehat{HMB} = \widehat{HNC} = 90^\circ$,

$$BH = CH \text{ (} \triangle ABH = \triangle ACH \text{)}, MH = NH \text{ (} \triangle AMH = \triangle ANH \text{)}$$

$$\Rightarrow \triangle MBH = \triangle NCH \text{ (ch - cv)}$$

d) Từ câu b) có $\widehat{MHA} = \widehat{NHA}$.

Suy ra HA là tia phân giác của $\widehat{MHN}$.

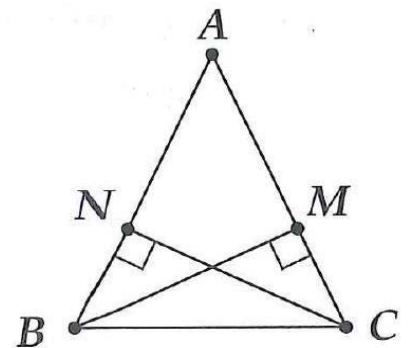
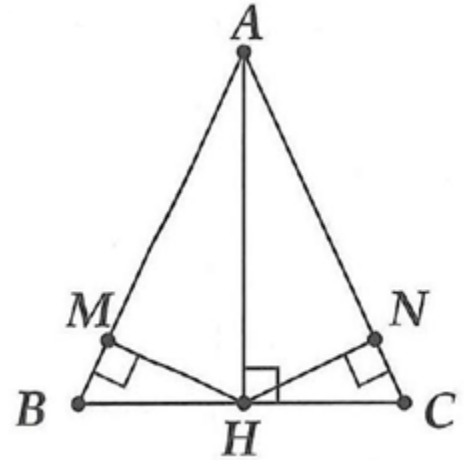
2B. a) $\widehat{AMB} = \widehat{ANC} = 90^\circ$, $AB = AC$ (gt), $\widehat{A}$: chung

$$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle ACN \text{ (ch - gn)}.$$

b) Từ a) suy ra $BM = CN$, kết hợp

$$\widehat{CMB} = \widehat{BNC} = 90^\circ, BC : \text{chung}$$

$$\Rightarrow \triangle BCN = \triangle CBM \text{ (ch - cv)}.$$



3A. $\triangle ABH$ vuông tại H có $\widehat{ABH} + \widehat{BAH} = 90^\circ$

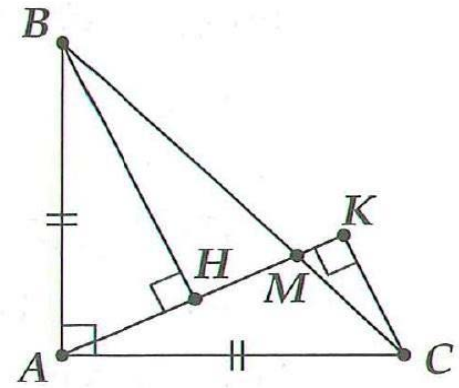
$$\text{Mà } \widehat{CAK} + \widehat{BAH} = \widehat{CAB} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ABH} = \widehat{CAK}$$

$$\widehat{AHB} = \widehat{AKC} = 90^\circ, AB = AC (gt);$$

$$\widehat{ABH} = \widehat{CAK}$$

$$\Rightarrow \triangle BHA = \triangle AKC (ch - gn).$$

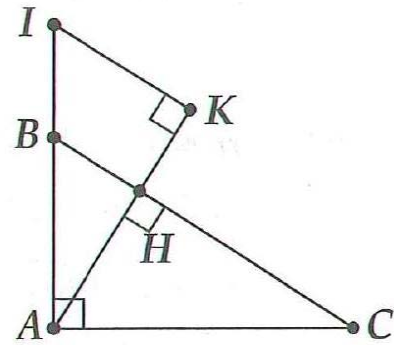


3B. Tương tự 3A

$$\widehat{AIK} = \widehat{CAH} \text{ (cùng phụ với } \widehat{IAK} \text{)}$$

Từ đó chứng minh được

$$\triangle AHC = \triangle IKA (ch - gn).$$



4A. a) $\widehat{AEO} = \widehat{BFO} = 90^\circ, OA = OB (gt), \widehat{AOB}$ chung

$$\Rightarrow \triangle AEO = \triangle BFO (ch - gn) \Rightarrow OE = OF.$$

b) $OA = OB; OE = OF$

$$\Rightarrow OA - OF = OB - OE \text{ hay } AF = BE.$$

$$\widehat{AEB} = \widehat{BFA} = 90^\circ, AB : \text{chung}, AF = BE$$

$$\Rightarrow \triangle AEB = \triangle BFA (ch - cv) \Rightarrow \widehat{BAE} = \widehat{ABF}.$$

c) Gọi K là giao điểm của OI và AB

$$\widehat{OEI} = \widehat{OFI} = 90^\circ, OI : \text{chung}, OE = OF$$

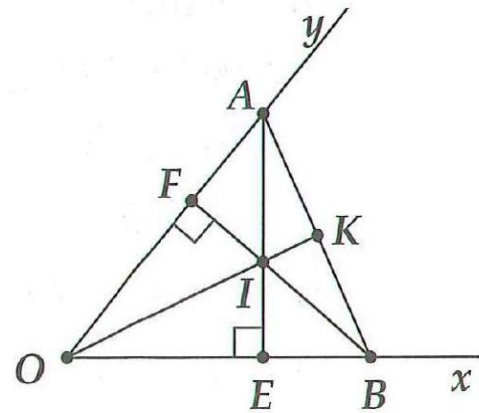
$$\Rightarrow \triangle OEI = \triangle OFI (ch - cv) \Rightarrow \widehat{EOI} = \widehat{FOI}$$

$$OK : \text{chung}, \widehat{EOI} = \widehat{FOI}, OA = OB$$

$$\Rightarrow \triangle OAK = \triangle OBK (c.g.c) \Rightarrow \widehat{OKA} = \widehat{OKB}$$

$$\text{Mà } \widehat{OKA} + \widehat{OKB} = 180^\circ \text{ (2 góc kề bù)}$$

$$\Rightarrow \widehat{OKA} = \widehat{OKB} = 180^\circ : 2 = 90^\circ \Rightarrow OI \perp AB \text{ tại } K.$$



4B. a) Chứng minh: $\triangle OAB = \triangle OAC (ch - cv) \Rightarrow BO = CO.$

b) Gọi M là giao điểm của AO với $BC.$

Tương tự **3A**, chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACM$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMC}$$

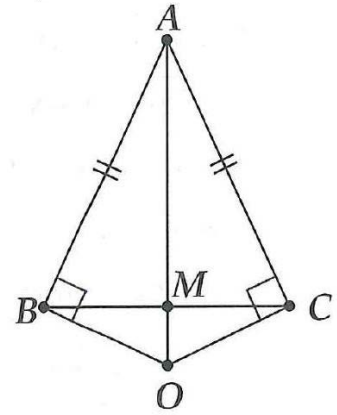
Mà $\widehat{AMB} + \widehat{AMC} = 180^\circ$ (2 góc kề bù)

$$\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMC} = 180^\circ : 2 = 90^\circ$$

$\Rightarrow AO \perp BC$ tại M .

c) Chứng minh:

$$\triangle OMB = \triangle OMC \text{ (ch - cv)} \Rightarrow \widehat{BCO} = \widehat{CBO}.$$



5A. a) $\widehat{MAB} = \widehat{MDB} = 90^\circ$, BM : chung; $\widehat{ABM} = \widehat{DBM}$

$$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle DBM \text{ (ch - gn)} \Rightarrow AB = BD.$$

b) $\widehat{BAC} = \widehat{BDE} = 90^\circ$, $BA = BD$, $\widehat{ABC}$ chung

$$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle DBE \text{ (g.c.g)}$$

c) $\widehat{AKM} = \widehat{DHM} = 90^\circ$, $AM = DM$,

$$\widehat{AMK} = \widehat{DMH}$$

$$\Rightarrow \triangle AKM = \triangle DHM \text{ (ch - gn)} \Rightarrow KM = HM$$

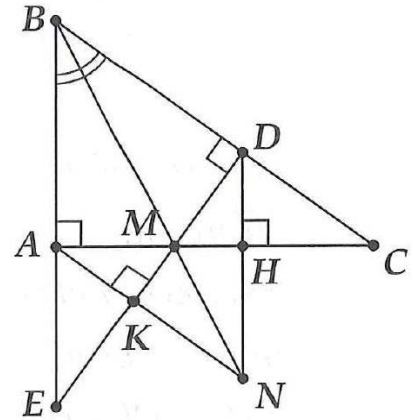
Do đó, $\Rightarrow \triangle NKM = \triangle NHM \text{ (ch - cv)} \Rightarrow \widehat{KMN} = \widehat{HMN}$

Suy ra MN là tia phân giác của $\widehat{KMH}$.

d) Từ c) suy ra $\widehat{KNM} = \widehat{HNM}$ nên NM là tia phân giác của $\widehat{KNH}$.

Chứng minh $\triangle ABN = \triangle DBN$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{ABN} = \widehat{DBN}$ nên NB cũng là tia phân giác của $\widehat{KNH}$.

Do đó B, M, N thẳng hàng.



5B. a) Chứng minh:

$$\triangle BIP = \triangle BIM \text{ (ch - gn)} \Rightarrow BM = BP.$$

b) Chứng minh

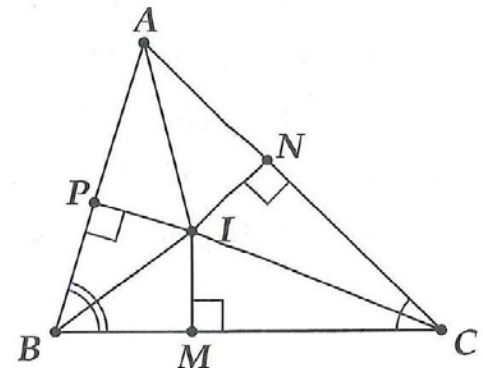
$$\triangle CIN = \triangle CIM \text{ (ch - gn)} \Rightarrow IM = IN.$$

c) Từ b) suy ra: $CM = CN$

Do đó: $BP + CN = BM + CM = BC$

d) Chứng minh $\triangle AIP = \triangle AIN$ (ch - cv) $\Rightarrow \widehat{PAI} = \widehat{NAI}$

Suy ra AI là tia phân giác của $\widehat{BAC}$.



6A. Đặt tên các điểm như hình vẽ.

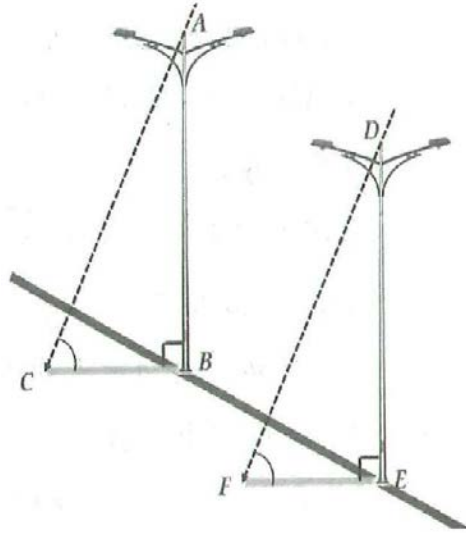
Giả sử bóng của hai cột đèn bằng nhau

Tức là $BC = EF$.

Suy ra $\triangle ABC = \triangle DEF$ (g.c.g)

$\Rightarrow AB = DE$

Do đó chiều cao hai cột đèn cao áp là bằng nhau.



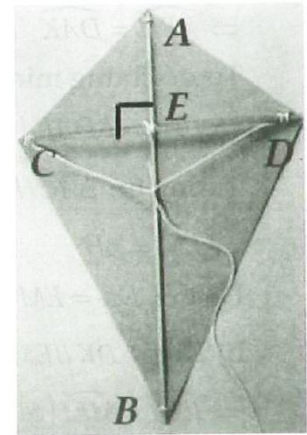
6B. Đặt tên các điểm như hình vẽ.

Ta có $AB \perp CD$ tại E và E là trung điểm của AB và CD .

$\triangle AEC = \triangle AED$ (c.g.c) $\Rightarrow AC = AD$

$\triangle BEC = \triangle BED$ (c.g.c) $\Rightarrow BC = BD$

Vậy thân điều là tứ giác $ACBD$ có hai cặp cạnh bằng nhau là AC và AD ; BC và BD .



7. a) Chứng minh

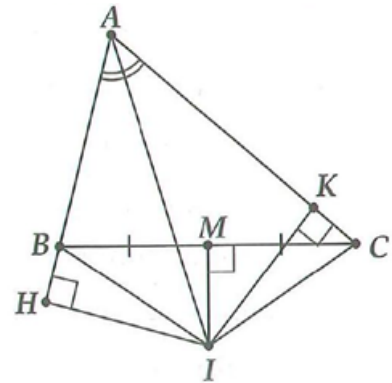
$\triangle BIM = \triangle CIM$ (c.g.c) $\Rightarrow IB = IC$.

b) Chứng minh

$\triangle AIH = \triangle AIK$ (ch - gn) $\Rightarrow IH = IK$.

C) Chứng minh

$\triangle BIH = \triangle CIK$ (ch - cv) $\Rightarrow BH = CK$.

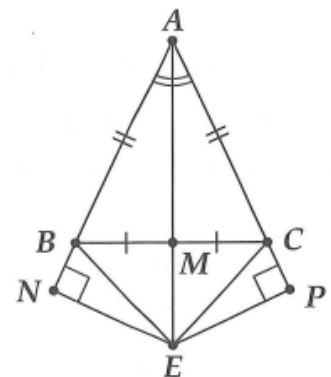


8. a) HS tự làm. Gọi ý: $\triangle AEN = \triangle AEP$ (ch - gn).

b) HS tự làm. Gọi ý: $\triangle ABE = \triangle ACE$ (c.g.c).

c) Từ a) suy ra: $EN = EP$

Từ b) suy ra: $BE = CE$



$$\Rightarrow \triangle BNE = \triangle CPE \text{ (ch - cv)} \Rightarrow \widehat{BNE} = \widehat{CPE}$$

d) Chứng minh

$$\triangle ABM = \triangle ACM \text{ (c.c.c)} \Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{CAM}$$

Suy ra AM là tia phân giác của $\widehat{BAC}$

$\Rightarrow E \in AM$ hay A, M, E thẳng hàng.

9. a) $\triangle ABH$ vuông tại H có $\widehat{ABH} + \widehat{BAH} = 90^\circ$

$$\text{Mà } \widehat{BAH} + \widehat{BAD} + \widehat{DAK} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BAH} + \widehat{DAK} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ABH} = \widehat{DAK}$$

Từ đó chứng minh được:

$$\triangle ABH = \triangle DAK \text{ (ch - gn)} \Rightarrow DK = AH$$

Tương tự, $\triangle ACH = \triangle EAM \text{ (ch - gn)}$

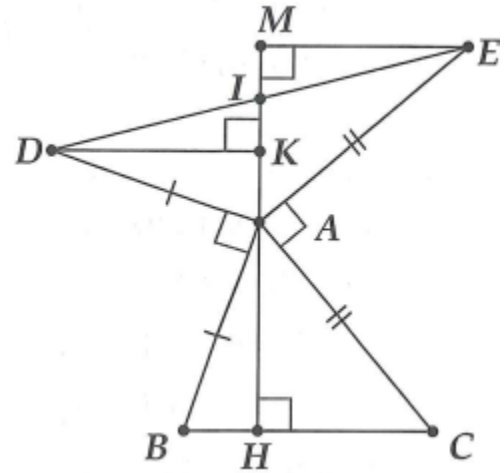
$$\Rightarrow EM = AH$$

Do đó: $DK = EM (= AH)$

b) Ta có: $DK \parallel EM$ (vì cùng vuông góc với AH)

$$\Rightarrow \widehat{KDI} = \widehat{MEI} \text{ (SLT)}$$

$$\Rightarrow \triangle DIK = \triangle EIM \text{ (g.c.g)} \Rightarrow DI = EI \Rightarrow I \text{ là trung điểm của } DE.$$



10. a) Chứng minh $\triangle ABI = \triangle HBI \text{ (ch - gn)} \Rightarrow AB = BH$.

b) Kẻ $BK \perp MN$ tại K .

Chứng minh

$$\triangle ABM = \triangle KMB \text{ (ch - gn)} \Rightarrow AM = BK$$

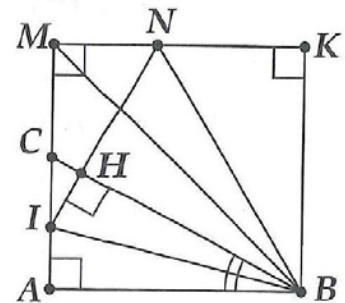
Mà $AM = AB$; $AB = BH$

$$\Rightarrow BH = BK$$

$$\Rightarrow \triangle HBN = \triangle KBN \text{ (ch - cv)} \Rightarrow \widehat{HBN} = \widehat{KBN} = \frac{1}{2} \widehat{HBK}.$$

Mà $\widehat{HBI} = \frac{1}{2} \widehat{ABH}$ (BI là tia phân giác $\widehat{ABH}$)

$$\Rightarrow \widehat{IBN} = \widehat{IBH} + \widehat{HBN} = \frac{1}{2} (\widehat{ABH} + \widehat{HBK}) = \frac{1}{2} \widehat{ABK} = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ.$$



BÀI 5. TAM GIÁC CÂN.

ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tam giác cân

a) Định nghĩa:

Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.

b) Tính chất:

Trong tam giác cân, hai góc đáy bằng nhau.

c) Dấu hiệu nhận biết

- Tam giác có hai cạnh bằng nhau là tam giác cân.
- Tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

$$\triangle ABC \text{ cân tại } A \Rightarrow \begin{cases} AB = AC \\ \hat{B} = \hat{C} \end{cases}$$

$\triangle ABC$ có $AB = AC$ hoặc $\hat{B} = \hat{C} \Rightarrow \triangle ABC$ cân tại A .

2. Tam giác vuông cân

a) Định nghĩa:

Tam giác vuông cân là tam giác vuông có hai cạnh bằng nhau.

b) Tính chất:

Trong tam giác vuông cân, hai góc nhọn bằng 45° .

c) Dấu hiệu nhận biết

- Tam giác vuông có hai cạnh bằng nhau là tam giác vuông cân.
- Tam giác vuông có một góc bằng 45° là tam giác vuông cân.
- Tam giác cân có một góc đáy bằng 45° là tam giác vuông cân.

3. Tam giác đều

a) Định nghĩa:

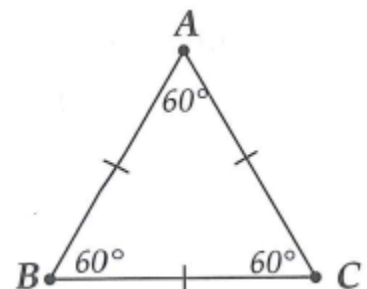
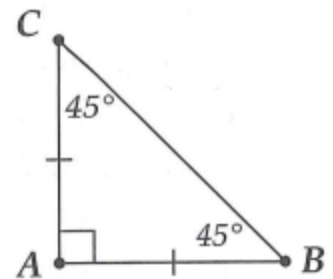
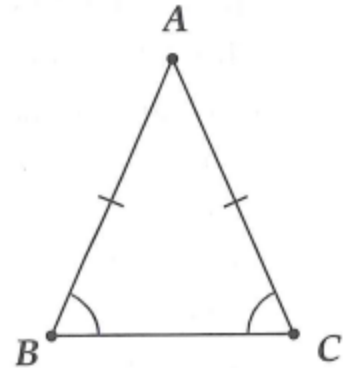
Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau

b) Tính chất:

Trong tam giác đều, ba góc bằng nhau và bằng 60° .

c) Dấu hiệu nhận biết

- Tam giác có ba cạnh bằng nhau là tam giác đều.



- Tam giác có ba góc bằng nhau là tam giác đều.
- Tam giác cân có một góc bằng 60° là tam giác đều.

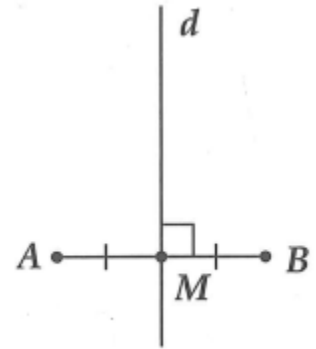
4. Đường trung trực của đoạn thẳng

a) Định nghĩa:

Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng đó.

b) Tính chất:

Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai mút của đoạn thẳng đó.



II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính số đo các góc của một tam giác cân khi biết số đo góc ở đỉnh hoặc số đo một góc đáy

Phương pháp giải: Vận dụng tính chất hai góc đáy của tam giác cân, kết hợp với định lý tổng các góc trong một tam giác, định lý góc ngoài của tam giác.

1A. Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Tính các góc còn lại của $\triangle ABC$ trong mỗi trường hợp sau :

- a) $\hat{B} = 70^\circ$. b) $\hat{A} = 50^\circ$.

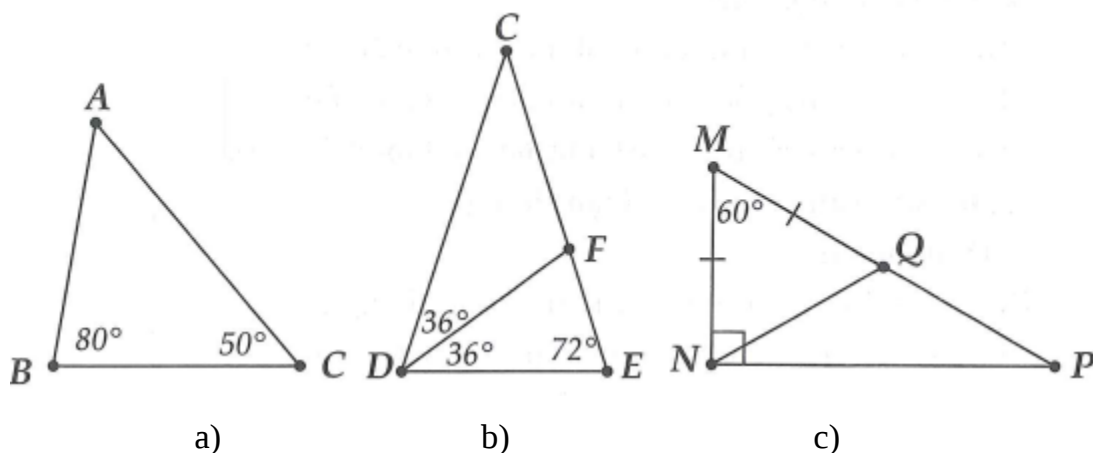
1B. Cho $\triangle MNP$ cân tại P . Tính các góc còn lại của $\triangle MNP$ trong mỗi trường hợp sau:

- a) $\hat{M} = 40^\circ$
b) Góc ngoài tại đỉnh P bằng 110° .

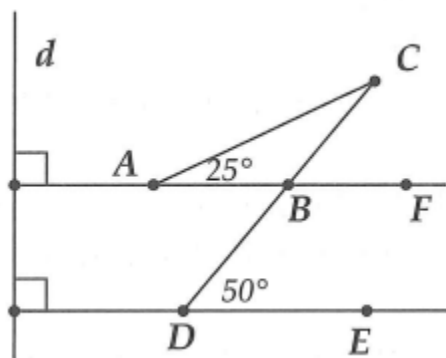
Dạng 2. Chứng minh tam giác cân, tam giác đều

Phương pháp giải: Sử dụng các dấu hiệu nhận biết tam giác cân, tam giác vuông cân, tam giác đều

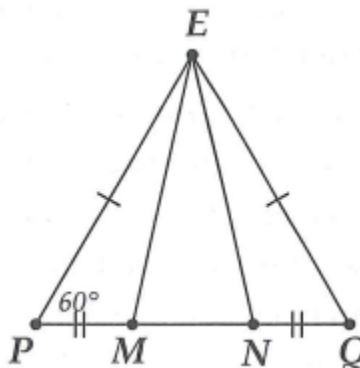
2A. Tìm và chứng minh tam giác cân, tam giác đều trong các hình bên dưới:



2B. Tìm và chứng minh tam giác cân, tam giác đều trong các hình bên dưới:

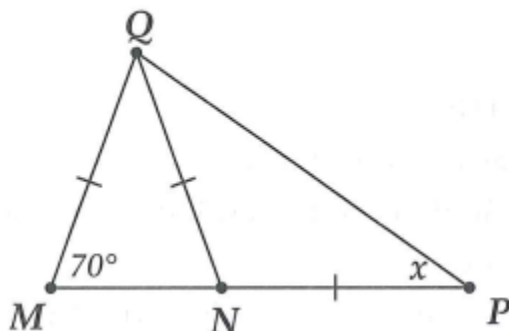


a)

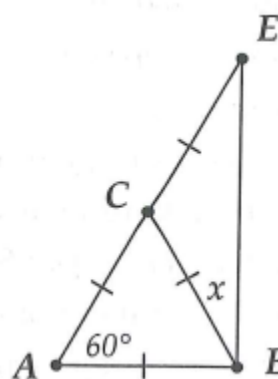


b)

3A. Tìm số đo x trên hình H1.



H1.



H2.

3B. Tìm số đo x trên hình H2.

4A. Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Trên cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm D, E sao cho $BD = CE$.

a) Chứng minh rằng: $\triangle ADE$ cân

b) Gọi M là giao điểm của BE và CD . Chứng minh $\triangle BMC$ cân.

4B. Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Qua A kẻ đường thẳng song song với BC , cắt tia phân giác của $\hat{B}$ tại I . Chứng minh: $\triangle ABI; \triangle ACI$ cân.

5A. Cho $\triangle ABC$ đều. Trên tia đối của các tia AB, BC, CA lần lượt lấy các điểm H, I, K sao cho $AH = BI = CK$. Chứng minh: $\triangle HIK$ đều.

5B. Cho $\widehat{xOy} = 120^\circ$. Từ điểm E bất kì trên tia phân giác của $\widehat{xOy}$, vẽ các đường thẳng vuông góc với Ox, Oy lần lượt tại P và Q . Chứng minh:

a) $\triangle OPQ$ cân.

b) $\triangle EPQ$ đều.

Dạng 3. Vận dụng tính chất của tam giác cân để chứng minh sự bằng nhau của hai tam giác,

hai đoạn thẳng, hai góc và chứng minh đường trung trực của một đoạn thẳng

6A. Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Trên tia đối của tia BC lấy điểm D , trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Kẻ $BH \perp AD$ tại H , $CK \perp AE$ tại K . Chứng minh:

a) $\triangle ADE$ cân.

b) $\triangle BHD = \triangle CKE$.

c) Gọi I là giao điểm của BH và CK . Chứng minh AI là đường trung trực của DE .

6B. Cho đoạn thẳng BC . Trên cạnh BC lấy hai điểm D, E sao cho $BD = CE$ và D nằm giữa E và C . Lấy điểm A bất kì trên đường trung trực của DE . Kẻ $EM \perp AB$ tại M , $DN \perp AC$ tại N . Chứng minh:

a) $\triangle ABC$ cân.

b) $AD = AE$.

7A. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$). Tia phân giác của góc A cắt BC tại D . Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với BC , cắt AC tại E . Trên cạnh AB lấy điểm F sao cho $AE = AF$. Chứng minh:

a) $\widehat{ABC} = \widehat{CED}$.

b) $\triangle BDF$ cân.

c) $DB = DE$.

7B. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 2AB$. Trên cạnh BC lấy điểm I sao cho $IA = IC$. Chứng minh:

a) $\widehat{ABI} = \widehat{BAI}$.

b) $\triangle ABI$ đều.

c) Qua I kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC ở K . Chứng minh IK là đường trung trực của AC .

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

8. Cho $\triangle ABC$ có hai tia phân giác của góc B và góc C cắt nhau tại I . Qua I kẻ đường thẳng song song với BC , cắt AB, AC lần lượt tại H, K . Chứng minh $BH + CK = HK$.

9. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A . Trên cạnh BC lấy các điểm M, N sao cho $BM = CN = AB$. Tính $\widehat{MAN}$.

10. Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Trên cạnh BC lấy hai điểm D, E sao cho $BD = CE < \frac{BC}{2}$. Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với BC , cắt AB tại M . Qua E kẻ đường thẳng vuông góc với BC , cắt AC tại N . Chứng minh:

a) $DM = EN$.

b) $EM = DN$.

- c) $\triangle ADE$ cân. d) $MN // BC$.

11. Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Tia phân giác của góc B và góc C cắt AC, AB lần lượt tại D và E .
Chứng minh:

- a) $\triangle AED$ cân.
b) $BE = ED = DC$.
c) Gọi O là giao điểm của BD và CE . Chứng minh $\triangle OED$ cân.

12. Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 60^\circ$. Tia phân giác của góc B và góc C cắt AC, AB lần lượt tại D, E và cắt nhau tại O . Tia phân giác của $\widehat{BOC}$ cắt BC tại F .

13. a) Tính $\widehat{BOC}$.

- b) Chứng minh $OD = OE = OF$.
c) Chứng minh $\triangle DEF$ đều.

13. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A . Điểm M là trung điểm của BC . Điểm E là điểm bất kì nằm giữa M và C . Kẻ $BH \perp AE$ tại H , $CK \perp AE$ tại K . Chứng minh:

- a) $BH = AK$.
b) $\triangle HBM = \triangle KAM$.
c) $\triangle MHK$ vuông cân.

14. Cho $\triangle ABC$ đều. Vẽ ra phía ngoài tam giác các tam giác vuông cân tại A là $\triangle ABM$ và $\triangle ACN$.
Chứng minh:

- a) $BN = CM$.
b) $BN \perp CM$.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 70^\circ$

$$\Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 40^\circ.$$

b) $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$

$$\text{Mà } \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - \hat{A} = 130^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 130^\circ : 2 = 65^\circ.$$

1B. a) Tương tự **1A**, $\hat{M} = \hat{N} = 40^\circ; \hat{P} = 100^\circ$.

b) Vì góc ngoài tại đỉnh P bằng 110° nên $\hat{M} + \hat{N} = 110^\circ$

$$\text{Suy ra } \hat{M} = \hat{N} = 110^\circ : 2 = 55^\circ.$$

2A. a) Áp dụng định lý tổng ba góc trong tam giác tính được $\hat{A} = 50^\circ$.

$\triangle ABC$ có $\hat{A} = \hat{C} (= 50^\circ)$ nên cân tại B .

b) Tính được $\widehat{CDE} = 72^\circ, \widehat{DCE} = 36^\circ; \widehat{DFE} = 72^\circ$.

$\triangle CDE$ có $\widehat{CDE} = \widehat{CED} (= 72^\circ)$ nên cân tại C .

$\triangle CDF$ có $\widehat{CDF} = \widehat{CFD} (= 36^\circ)$ nên cân tại F .

$\triangle DEF$ có $\widehat{DFE} = \widehat{DEF} (= 72^\circ)$ nên cân tại D .

c) $\triangle MNQ$ có $MN = MQ$ nên cân tại M , mà $\widehat{NMQ} = 60^\circ$

$$\Rightarrow \triangle MNQ \text{ đều} \Rightarrow \widehat{MNQ} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{PNQ} = 30^\circ$$

$\triangle MNP$ vuông tại N nên tính được $\widehat{NPQ} = 30^\circ$.

$\triangle NPQ$ có $\widehat{PNQ} = \widehat{NPQ} (= 30^\circ)$ nên cân tại Q .

2B. a) Ta có: $AB \parallel DE$ (cùng vuông góc với d) $\Rightarrow \widehat{CBF} = \widehat{CDE} = 50^\circ$

Mà $\widehat{CBF}$ là góc ngoài của $\triangle ABC$ tại đỉnh B

$$\Rightarrow \widehat{ACB} + \widehat{CAB} = \widehat{CBF} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 25^\circ$$

$\triangle ABC$ có $\widehat{ACB} = \widehat{CAB} (= 25^\circ)$ nên cân tại B .

b) $\triangle EPQ$ có $EP = EQ$ nên cân tại E , mà $\widehat{EPQ} = 60^\circ \Rightarrow \triangle EPQ$ đều

$$\Rightarrow \widehat{EQP} = 60^\circ.$$

$$\triangle EPM = \triangle EQN (\text{c.g.c}) \Rightarrow EM = EN \Rightarrow \triangle EMN \text{ cân tại } E.$$

$$3A. \triangle QMN \text{ có } QM = QN \text{ nên cân tại } Q \Rightarrow \widehat{QNM} = \widehat{QMN} = 70^\circ.$$

$$\triangle QNP \text{ có } NQ = NP \text{ nên cân tại } N \Rightarrow \widehat{NQP} = \widehat{NPQ}.$$

Mà $\widehat{QNM}$ là góc ngoài của $\triangle QMN$ tại đỉnh N .

$$\Rightarrow \widehat{NQP} + \widehat{NPQ} = \widehat{QNM} = 70^\circ.$$

$$\Rightarrow \widehat{NQP} = \widehat{NPQ} = 70^\circ : 2 = 35^\circ \text{ hay } x = 35^\circ.$$

$$3B. \text{ Chứng minh } \triangle ABC \text{ đều} \Rightarrow \widehat{ACB} = 60^\circ.$$

$$\text{Chứng minh } \triangle BCE \text{ cân tại } C \Rightarrow \widehat{CBE} = \widehat{CEB}$$

Áp dụng tính chất góc ngoài của $\triangle BCE$ tại đỉnh C

$$\text{Từ đó tính được } \widehat{CBE} = \widehat{CEB} = 30^\circ \text{ hay } x = 30^\circ.$$

$$4A. a) \triangle ABC \text{ cân tại } A \Rightarrow AB = AC$$

$$\Rightarrow AB - BD = AC - CE \Rightarrow AD = AE$$

$$\Rightarrow \triangle ADE \text{ cân tại } A.$$

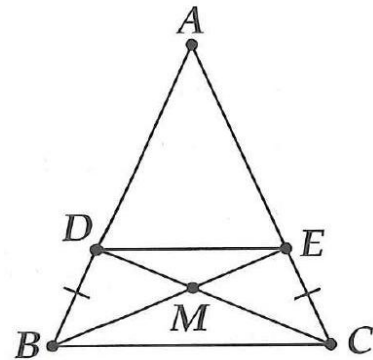
$$b) AB = AC, \hat{A}: \text{chung}, AD = AE$$

$$\Rightarrow \triangle ABE = \triangle ACD (\text{c.g.c}) \Rightarrow \widehat{ABE} = \widehat{ACD}$$

$$\text{Mà } \triangle ABC \text{ cân tại } A \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB}$$

$$\Rightarrow \widehat{ABC} - \widehat{ABE} = \widehat{ACB} - \widehat{ACD} \text{ hay } \widehat{MBC} = \widehat{MCB}$$

$$\Rightarrow \triangle MBC \text{ cân tại } M.$$



$$4B. AI \parallel BC \Rightarrow \widehat{AIB} = \widehat{IBC} (\text{SLT})$$

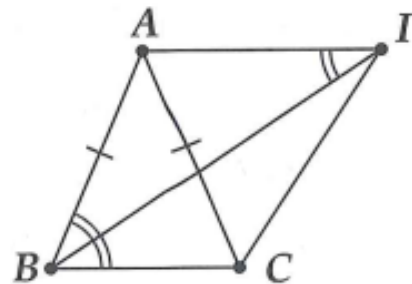
$$BI \text{ là cắt tia phân giác của } \hat{B} \Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{IBC}$$

$$\Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{AIB} \Rightarrow \triangle ABI \text{ cân tại } A.$$

$$\Rightarrow AB = AI.$$

$$\text{Mà } AB = AC (\triangle ABC \text{ cân tại } A).$$

$$\Rightarrow AC = AI \Rightarrow \triangle ACI \text{ cân tại } A.$$



$$5A. \triangle ABC \text{ đều} \Rightarrow \begin{cases} AB = AC = BC \\ \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} \end{cases}$$

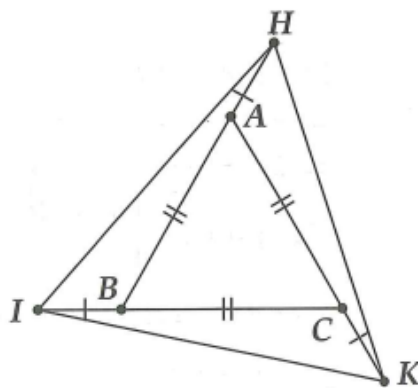
Từ đó chứng minh được: $AK = BH = CI$

$$\text{và } \widehat{HAK} = \widehat{IBH} = \widehat{KCI}$$

$$\triangle AHK = \triangle BIH (\text{c.g.c}) \Rightarrow HK = HI$$

$$\triangle AHK = \triangle CKI (\text{c.g.c}) \Rightarrow HK = KI$$

Suy ra: $HK = KI = IH$ nên $\triangle HIK$ đều

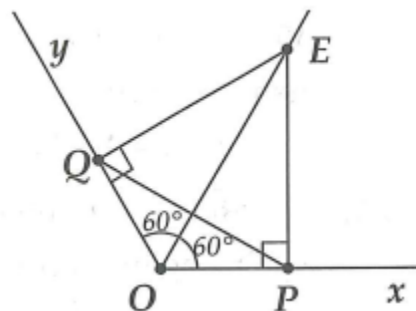


$$5B. a) \triangle OEQ = \triangle OEP (\text{ch - gn}) \Rightarrow OQ = OP \Rightarrow \triangle OPQ \text{ cân}$$

$$b) \text{ Từ a) suy ra } EP = EQ \Rightarrow \triangle EPQ \text{ cân tại E}$$

$$\text{Mà } \triangle EOQ \text{ vuông tại Q có } \widehat{EOQ} = 60^\circ \text{ nên } \widehat{QEO} = 30^\circ.$$

$$\text{Tương tự } \widehat{PEO} = 30^\circ. \text{ Suy ra } \widehat{PEQ} = 60^\circ. \text{ Vậy } \triangle EPQ \text{ đều.}$$



$$6A. a) \triangle ABC \text{ cân tại A} \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB} \text{ và } AB = AC$$

$$\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ACE}$$

$$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACE (\text{c.g.c}) \Rightarrow AD = AE$$

$$\Rightarrow \triangle ADE \text{ cân tại A.}$$

$$b) \text{ Từ a) suy ra } \hat{D} = \hat{E}.$$

$$\text{Do đó } \triangle BHD = \triangle CKE (\text{ch - gn})$$

$$c) \text{ Gọi M là giao điểm của AI và DE.}$$

$$\text{Từ b) suy ra } HD = KE \Rightarrow AD - HD = AE - KE \text{ hay } AH = AK$$

$$\Rightarrow \triangle AHI = \triangle AKI (\text{ch - cv}) \Rightarrow \widehat{HAI} = \widehat{KAI}$$

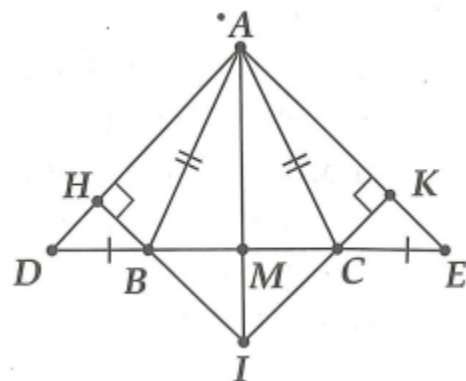
$$\text{Từ đó chứng minh } \Rightarrow \triangle ADM = \triangle AEM (\text{c.g.c}) \Rightarrow \begin{cases} \widehat{AMD} = \widehat{AME} \\ DM = ME \end{cases}$$

Do đó, M là trung điểm DE và $\widehat{AMD} = 180^\circ : 2 = 90^\circ$ (vì $\widehat{AMD}$ và $\widehat{AME}$ kề bù). Suy ra $AI \perp DE$ tại trung điểm M của DE.

Vậy AI là đường trung trực của DE.

$$6B. a) \text{ Ta có: A thuộc đường trung trực của BC} \Rightarrow AB = AC$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \text{ cân tại A.}$$



b) Từ $BD = CE$

$$\Rightarrow BD - ED = CE - ED.$$

$$\Rightarrow BE = CD$$

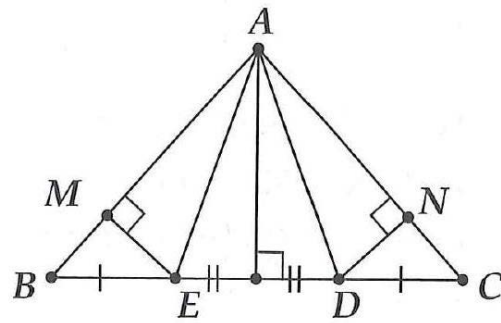
Từ a) suy ra: $\begin{cases} AB = AC \\ \hat{B} = \hat{C} \end{cases}$

$$\Rightarrow \triangle BME = \triangle CND \text{ (ch - gn)}$$

$$\Rightarrow BM = CN; ME = ND$$

Vì $AB = AC; BM = CN$ nên $AM = AN$

$$\Rightarrow \triangle AME = \triangle AND \text{ (c.g.c)} \Rightarrow AE = AD.$$



7A. a) $\widehat{ABC} = \widehat{CED}$ (cùng phụ với $\hat{C}$).

b) Chứng minh $\triangle ADE = \triangle ADF$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{AFD}$$

Mà $\widehat{BFD}$ kề bù với $\widehat{AFD}$; $\widehat{CED}$ kề bù với $\widehat{AED}$

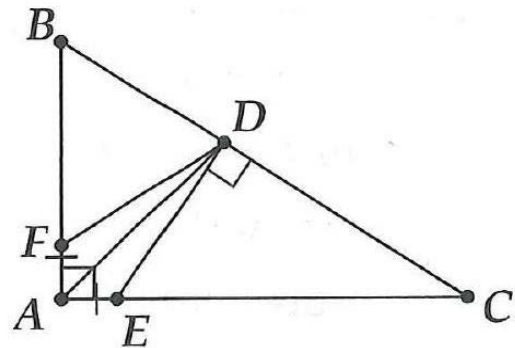
$$\Rightarrow \widehat{BFD} = \widehat{CED} \Rightarrow \widehat{BFD} = \widehat{FBD}$$

$$\Rightarrow \triangle BDF \text{ cân tại } D.$$

c) $\triangle ADE = \triangle ADF \Rightarrow DE = DF$

$$\Rightarrow \triangle BDF \text{ cân tại } D \Rightarrow DF = DB$$

$$\Rightarrow DB = DE.$$



7B. a) $\triangle AIC$ có $IA = IC$ nên cân tại I

$$\Rightarrow \widehat{IAC} = \widehat{ICA}$$

Mà $\triangle ABC$ vuông tại A nên

$$\widehat{ABC} + \widehat{ICA} = 90^\circ; \widehat{IAN} + \widehat{IAC} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{BAI}$$

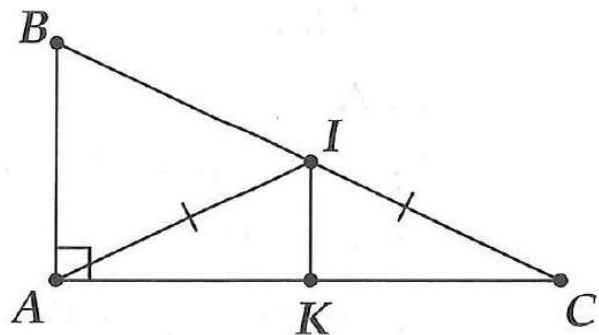
b) Từ a) suy ra $\triangle ABI$ cân tại $I \Rightarrow IA = IB$

$$\text{Mà } IA = IC \text{ (gt)} \text{ nên } IB = IC = IA = \frac{1}{2} BC$$

$$\text{Do } BC = 2AB \text{ nên } AB = \frac{1}{2} BC$$

Vậy $AB = IB = IA \Rightarrow \triangle ABI$ đều.

c) Có: $IK \parallel AB; AB \perp AC \Rightarrow IK \perp AC$



Chứng minh: $\triangle AIK = \triangle CIK$ (ch - cv) $\Rightarrow AK = KC$

Vậy $IK \perp AC$ tại trung điểm K của AC nên IK là đường trung trực của AC .

8. Ta có: BI là phân giác của góc B

$$\Rightarrow \widehat{HBI} = \widehat{CBI}$$

$$CI \text{ là phân giác của góc } C \Rightarrow \widehat{KCI} = \widehat{BCI}$$

Mặt khác: $HK \parallel BC$

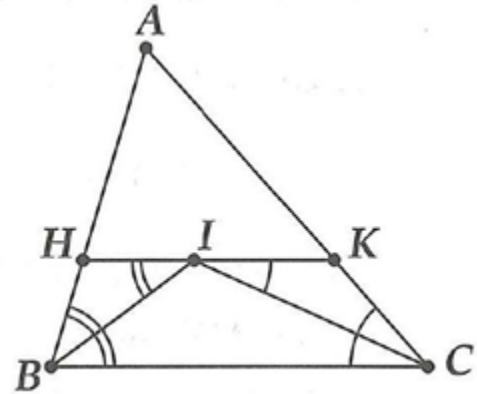
$$\Rightarrow \widehat{HIB} = \widehat{CBI} \text{ (SLT)}; \widehat{KIC} = \widehat{BCI} \text{ (SLT)}$$

$$\text{Xét } \triangle HIB \text{ có } \widehat{HIB} = \widehat{HBI} (= \widehat{CBI})$$

$$\text{nên } \triangle HIB \text{ cân tại } H \Rightarrow HB = HI$$

$$\text{Xét } \triangle KIC \text{ có } \widehat{KIC} = \widehat{KCI} (= \widehat{BCI}) \text{ nên } \triangle KIC \text{ cân tại } K \Rightarrow KC = KI$$

$$\Rightarrow BH + CK = HI + KI = HK$$



9. Ta có: $\triangle ABC$ vuông cân tại $A \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 45^\circ$.

Chứng minh: $\triangle ABM = \triangle ACN$ (c.g.c)

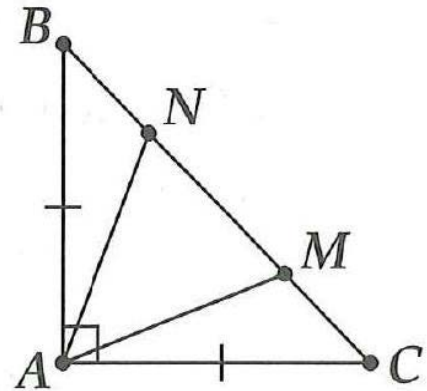
$$\Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{CAN}$$

Chứng minh: $\triangle ABM$ cân tại B

$$\Rightarrow 2\widehat{BAM} = 180^\circ - \hat{B} = 135^\circ$$

$$\text{Mà } 2. \widehat{BAM} = \widehat{BAM} + \widehat{CAN} = \widehat{BAM} + \widehat{MAC} + \widehat{MAN} = 90^\circ + \widehat{MAN}$$

$$\Rightarrow \widehat{MAN} = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ.$$



10. a) $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}; AB = AC$

Chứng minh: $\triangle BMD = \triangle CNE$ (g.c.g)

$$\Rightarrow DM = EN$$

b) Ta có: $BD = CE$

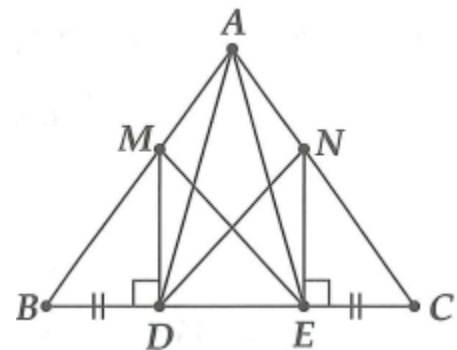
$$\Rightarrow BD + DE = DE + CE \Leftrightarrow BE = CD$$

Từ a) suy ra: $BM = CN$

Chứng minh $\triangle BME = \triangle CND$ (c.g.c) $\Rightarrow ME = ND$

c) Chứng minh $\triangle BAD = \triangle CAE$ (c.g.c) $\Rightarrow AD = AE$

$$\Rightarrow \triangle ADE \text{ cân tại } A.$$



$$d) \triangle ABC \text{ cân tại } A \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2}$$

Ta có: $AM = AN$ do $AB - BM = AC - CN$

$$\Rightarrow \triangle AMN \text{ cân tại } A \Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ANM} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2}$$

$\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ mà 2 góc ở vị trí đồng vị nên $MN \parallel BC$.

11. a) $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}; AB = AC$

$$\widehat{ABE} = \widehat{CBE} = \widehat{ACD}$$

$$\triangle BAE = \triangle CAD (\text{g.c.g})$$

$\Rightarrow AD = AE \Rightarrow \triangle AED$ cân tại A .

b) Chứng minh tương tự **10.d** ta có:

$$DE \parallel BC \Rightarrow \widehat{DEB} = \widehat{CBE} (\text{SLT}); \widehat{EDC} = \widehat{BCD} (\text{SLT}) (2)$$

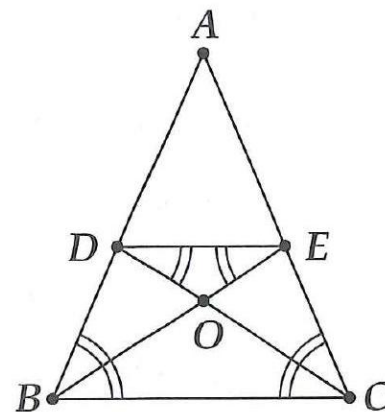
$$\triangle BDE \text{ có } \widehat{DEB} = \widehat{DBE} (= \widehat{CBE}) \text{ nên } \triangle BDE$$

cân tại $D \Rightarrow BD = DE$

Tương tự $\triangle DEC$ cân tại $E \Rightarrow DE = CE$

Vậy $BE = ED = CD$.

c) Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{ODE} = \widehat{OED} \Rightarrow \triangle OED$ cân tại O



12. a) Chứng minh: $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 120^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{OBC} + \widehat{OCB} = \frac{1}{2} \widehat{ABC} + \frac{1}{2} \widehat{ACB} = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BOC} = 120^\circ.$$

b) OF là tia phân giác của $\widehat{BOC}$

$$\Rightarrow \widehat{FOB} = \widehat{FOC} = \frac{1}{2} \widehat{BOC} = 60^\circ$$

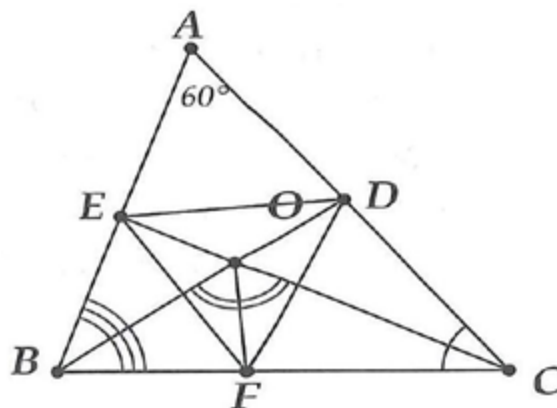
$$\widehat{BOC} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BOE} = 60^\circ; \widehat{COD} = 60^\circ$$

$$\triangle BOE = \triangle BOF (\text{g.c.g}) \Rightarrow OE = OF;$$

$$\triangle COD = \triangle COF (\text{g.c.g}) \Rightarrow OD = OF$$

Vậy $OD = OE = OF$.

c) Chứng minh: $\widehat{EOD} = \widehat{EOF} = \widehat{DOF} (= 120^\circ)$



$$\triangle EOD = \triangle EOF \text{ (c.g.c)} \Rightarrow DE = EF.$$

$$\triangle EOD = \triangle DOF \text{ (c.g.c)} \Rightarrow DE = DF.$$

$$\Rightarrow DE = EF = DF \Rightarrow \triangle DEF \text{ đều.}$$

13. a) $\triangle ABC$ vuông cân tại A

$$\Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 45^\circ; AB = AC$$

Chứng minh $\widehat{ABH} = \widehat{CAK}$ (vì cùng phụ với $\widehat{BAH}$)

$$\triangle ABH = \triangle CAK \text{ (ch-gn)} \Rightarrow BH = AK$$

$$\text{b) } \triangle ABM = \triangle ACM \text{ (c.c.c)} \Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMC} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$\triangle ABM$ vuông tại M có $\widehat{ABM} = 45^\circ$ nên vuông cân tại M
 $\Rightarrow AM = BM$

Chứng minh: $\widehat{EBH} = \widehat{EAM}$ (vì cùng phụ với $\widehat{BEA}$)

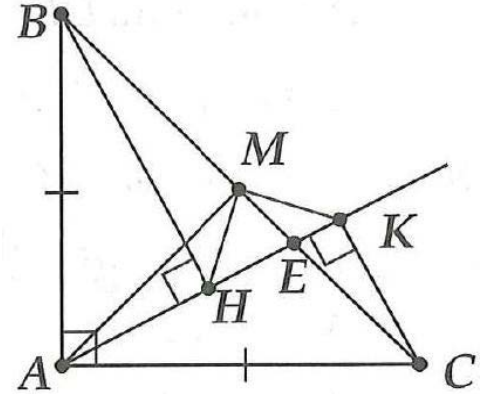
Chứng minh: $\triangle HBM = \triangle KAM$ (c.g.c)

c) Từ b) suy ra: $HM = KM$ và $\widehat{BHM} = \widehat{AKM}$

$$\triangle MHK \text{ có } HM = KM \text{ nên cân tại } M \Rightarrow \widehat{KHM} = \widehat{HKM}$$

$$\Rightarrow \widehat{KHM} = \widehat{BHM} = 90^\circ : 2 = 45^\circ$$

$\triangle MHK$ cân tại M có $\widehat{KHM} = 45^\circ$ nên vuông cân tại M .



14. a) $\widehat{BAN} = \widehat{CAM} (= 90^\circ + \widehat{BAC})$

$$\triangle BAN = \triangle MAC \text{ (c.g.c)} \Rightarrow BN = CM$$

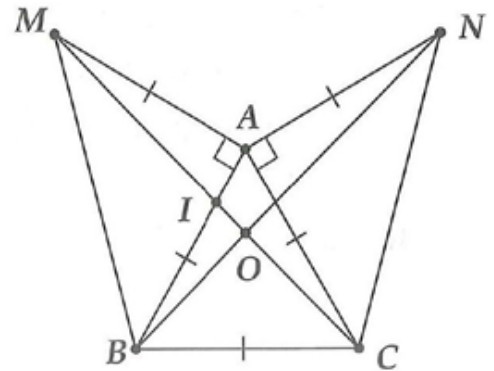
b) Gọi O là giao điểm BN và CM , I là giao điểm AB và CM

$$\text{Từ a) suy ra: } \widehat{AMI} = \widehat{OBI}$$

$$\Rightarrow \widehat{AMI} + \widehat{AIM} = \widehat{OBI} + \widehat{OIB}$$

$$\text{Mà } \widehat{AMI} + \widehat{AIM} = 180^\circ - \widehat{MAI} = 90^\circ; \widehat{OBI} + \widehat{OIB} = 180^\circ - \widehat{BOI}$$

$$\Rightarrow 180^\circ - \widehat{BOI} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BOI} = 90^\circ \Rightarrow BN \perp CM$$



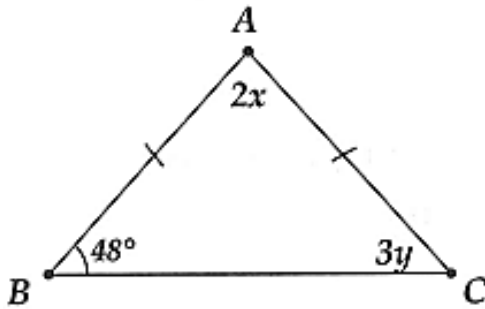
ÔN TẬP CHƯƠNG IV

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

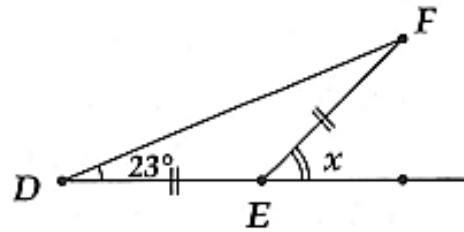
Xem lại *Tóm tắt lý thuyết* từ **Bài 1** đến **Bài 8**.

II. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

1A. Tính giá trị của x và y trong các hình dưới đây:



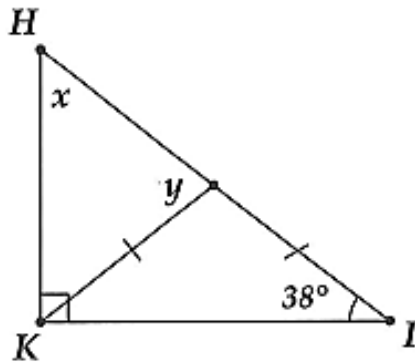
a)



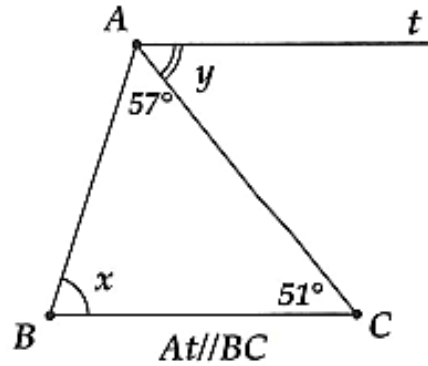
b)

1B. Tính giá trị của x và y trong các hình dưới đây:

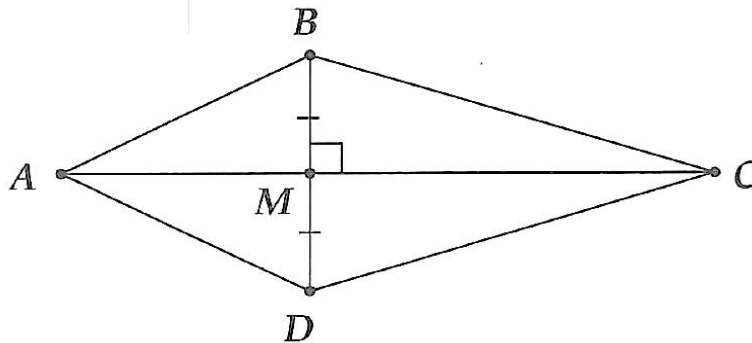
a)



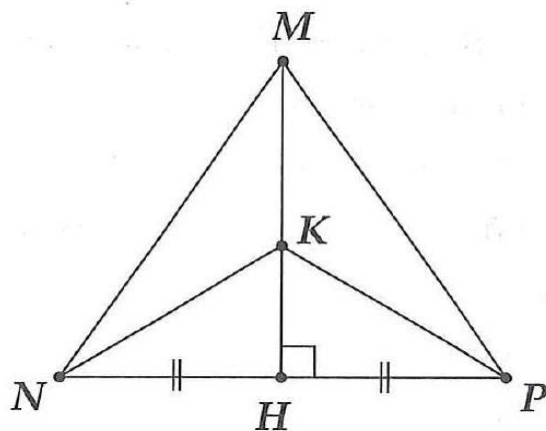
b)



2A. Tìm các cặp tam giác bằng nhau trong hình dưới đây:



2B. Tìm các cặp tam giác bằng nhau trong hình vẽ dưới đây:



3A. Cho tam giác ABC , gọi I là trung điểm cạnh BC . Trên tia đối của tia IA lấy điểm D sao cho $ID = IA$.

- Chứng minh $AB = CD$ và $AB \parallel CD$.
- Chứng minh $BD \parallel AC$.
- Chứng minh $\triangle ABC = \triangle DCB$.
- Trên các đoạn thẳng AB, CD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = DN$. Chứng minh ba điểm M, I, N thẳng hàng.

3B. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\hat{B} = 50^\circ$. Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa B , vẽ tia Cx vuông góc với AC . Trên tia Cx lấy điểm D sao cho $CD = AB$.

- Tính số đo $\widehat{ACB}$.
- Chứng minh $\triangle ABC = \triangle CDA$ và $AD \parallel BC$.
- Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$) và $CK \perp AD$ ($K \in AD$). Chứng minh $BH = DK$.
- Gọi I là trung điểm của AC . Chứng minh ba điểm H, I, K thẳng hàng và 3 đường thẳng AC, HK, BD cùng gặp nhau ở I .

4A. Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Trên tia đối của tia BC lấy điểm E , trên tia đối của tia CB lấy điểm F sao cho $BE = CF$.

- Chứng minh $\triangle AEF$ cân.
- Vẽ BH vuông góc với đường AE . Vẽ CK vuông góc với đường AF . Chứng minh $\triangle EBH = \triangle FCK$.
- Các đường thẳng HB và KC cắt nhau tại I . Tam giác IHK là tam giác gì? Tại sao?
- Khi $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $BE = CF = BC$, tính số đo các góc của tam giác AEF và xác định dạng của tam giác IBC .

4B. Cho góc mOn bằng 100° , tia Ox là tia phân giác góc mOn . Lấy điểm H thuộc tia Ox , đường thẳng vuông góc với OH tại H cắt các tia Om, On lần lượt tại A, B .

- a) Chứng minh $HA = HB, OA = OB$.
- b) Tính số đo các góc của tam giác OAB .
- c) Trên tia Ox lấy điểm C sao cho $\widehat{HBC} = 60^\circ$. Chứng minh tam giác ABC đều.
- d) Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BO$. Chứng minh $AB = OE$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

5. Cho tam giác nhọn $ABC (AB < AC)$. Gọi D là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia DA lấy điểm M sao cho $DM = DA$.

- a) Chứng minh $AC = BM$ và $AC \parallel BM$.
- b) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle MCA$.
- c) Kẻ $AH \perp BC, MK \perp BC (H, K \in BC)$. Chứng minh $BK = CH$.
- d) Chứng minh $HM \parallel AK$.

6. Cho tam giác ABC . Gọi D là trung điểm của AB, E là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia DE lấy điểm K sao cho $DK = DE$.

- a) Chứng minh $\triangle BDE = \triangle ADK$ và $AK \parallel BC$.
- b) Chứng minh $\triangle AKE = \triangle ECA$.
- c) Cho $\hat{A} = 65^\circ, \hat{C} = 55^\circ$. Tính số đo các góc của $\triangle DAK$.
- d) Gọi I là trung điểm của AE . Chứng minh I là trung điểm của CK .

7. Cho tam giác ABC cân tại A . Tia phân giác góc BAC cắt cạnh BC tại M .

- a) Chứng minh $\triangle AMB = \triangle AMC$.
- b) Kẻ $ME \perp AB (E \in AB), MF \perp AC (F \in AC)$. Chứng minh tam giác AEF cân.
- c) Chứng minh $AM \perp EF$.
- d) Qua B kẻ đường thẳng song song với AC cắt đường thẳng FM tại I . Chứng minh $BE = BI$.

8. Cho tam giác ABC vuông tại $A, \widehat{ACB} = 30^\circ$. Tia phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại M . Lấy điểm K trên cạnh BC sao cho $BK = BA$.

- a) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle KBM$.
- b) Gọi E là giao điểm của các đường thẳng AB và KM . Chứng minh tam giác MEC cân.
- c) Chứng minh tam giác BEC đều.
- d) Kẻ $AH \perp EM (H \in EM)$. Các đường thẳng AH và EC cắt nhau tại N . Chứng minh $KN \perp AC$.

9. Cho tam giác ABC cân tại A . Lấy điểm D thuộc cạnh AB , E thuộc cạnh AC sao cho $AD = AE$.

a) Chứng minh $BE = CD$.

b) Gọi K là giao điểm của BE và CD . Chứng minh tam giác KBC cân.

c) Chứng minh AK là tia phân giác góc A .

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) Tam giác ABC cân tại $A \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \Rightarrow 3y = 48^\circ \Rightarrow y = 16^\circ$

$$\hat{A} = 180^\circ - 2\hat{B} = 180^\circ - 2.48^\circ = 84^\circ \Rightarrow 2x = 84^\circ \Rightarrow x = 42^\circ.$$

b) Tam giác DEF cân tại E

$$\Rightarrow \hat{D} = \hat{F} = 23^\circ \Rightarrow x = \hat{D} + \hat{F} = 46^\circ$$

1B. a) $x = 52^\circ, y = 76^\circ$. **b)** $x = 72^\circ, y = 51^\circ$.

2A. Các cặp tam giác bằng nhau:

$$\triangle ABM = \triangle ADM \text{ (c.g.c)}; \triangle CBM = \triangle CDM \text{ (c.g.c)};$$

$$\triangle ABC = \triangle ADC \text{ (c.c.c)}.$$

2B. Các cặp tam giác bằng nhau:

$$\triangle MHN = \triangle MHP \text{ (c.g.c)}; \triangle KHN = \triangle KHP \text{ (c.g.c)};$$

$$\triangle MKN = \triangle MKP \text{ (c.c.c)}.$$

3A. a) Chứng minh được $\triangle IAB = \triangle IDC$ (c-g-c). Từ kết quả đó ta có $AB = CD$ và $\widehat{IAB} = \widehat{IDC}$.

$$\Rightarrow AB \parallel CD.$$

b) Tương tự câu a)

Chứng minh

$$\triangle BID = \triangle CIA \text{ (c-g-c)}$$

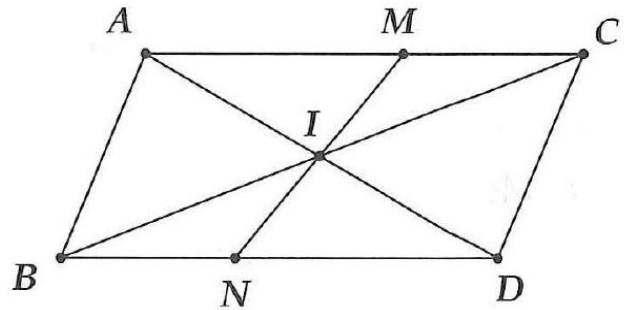
c) Dùng kết quả trên chứng minh được

$$\triangle ABC = \triangle DCB \text{ (c-g-c)}.$$

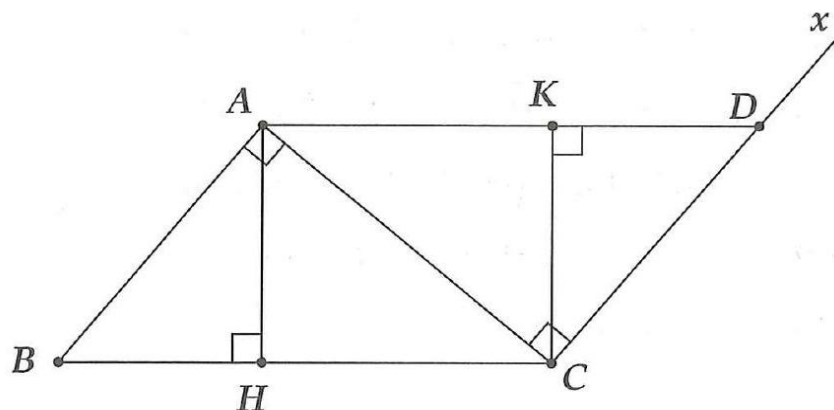
d) Chứng minh được $\triangle AMI = \triangle DNI$ (c-g-c), từ đó ta có

$$\widehat{AIM} = \widehat{DIN} \text{ mà } \widehat{AIM} + \widehat{MID} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{DIN} + \widehat{MID} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \text{ĐPCM}.$$



3B. a) $\widehat{ACB} = 40^\circ$.



b) Chứng minh được $\triangle ABC = \triangle CDA$ (c-g-c).

$\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{CAD}$, từ đó $AD \parallel BC$.

c) Từ kết quả câu b) chứng minh được

$\triangle AHB = \triangle CKD$ (cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow \triangle PCM$.

d) Chứng minh được $AH \parallel CK$ chú ý $AH = CK$, từ đó

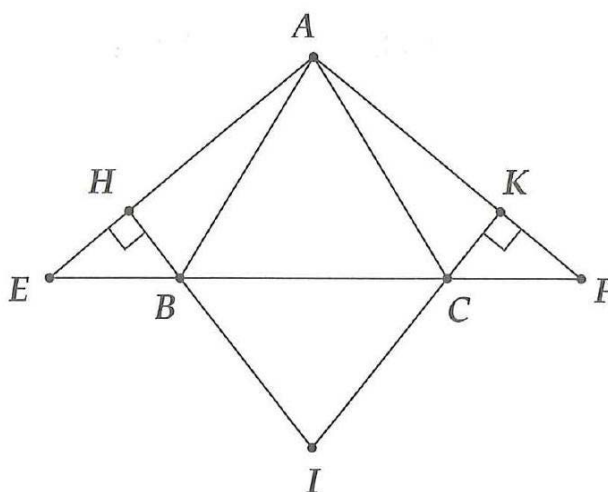
$\triangle IAH = \triangle ICK$ (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{AIH} = \widehat{CIK}$

$\Rightarrow \widehat{AIH} + \widehat{AIK} = 180^\circ \Rightarrow \triangle PCM$.

Tương tự với $\triangle ABI$ và $\triangle CDI$ suy ra B, I, D cũng thẳng hàng $\Rightarrow \triangle PCM$.

4A. a) Ta có $\triangle ABE = \triangle ACF$ (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{AEB} = \widehat{AFC} \Rightarrow \triangle PCM$.

b) Dùng kết quả câu a) chứng minh $\triangle BHE = \triangle FCK$ (c.h-g.n)



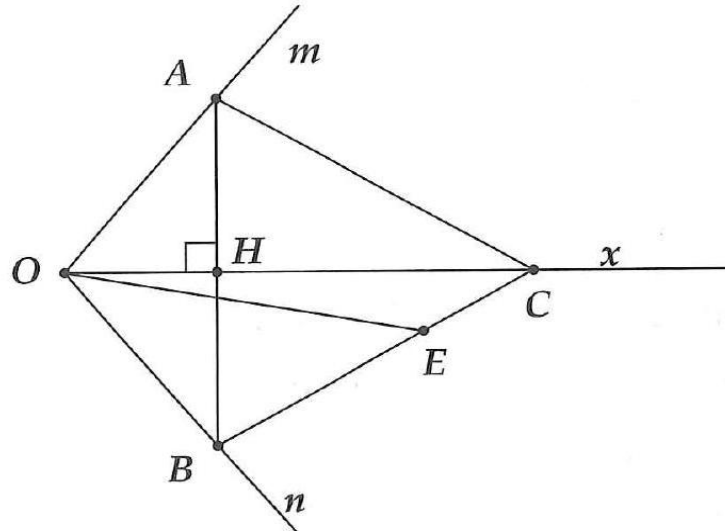
c) Từ kết quả câu b) ta có $\widehat{HBE} = \widehat{KCF}$, từ đó chứng minh được $\widehat{IBC} = \widehat{ICB}$ nên tam giác IBC cân tại I .

d) Từ giả thiết suy ra các tam giác ABE, ACF cân và tam giác ABC đều, từ đó tính được $\widehat{AEF} = \widehat{AFE} = 30^\circ, \widehat{EAF} = 120^\circ$.

Cũng có $\widehat{IBC} = 60^\circ$ nên tam giác IBC là tam giác đều.

4B. a) Chứng minh được $\triangle OHA = \triangle OHB$ (g-c-g) $\Rightarrow$ ĐPCM.

b) $\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 40^\circ, \widehat{AOB} = 100^\circ$.



c) Dùng kết quả câu a) chứng minh được $CA = CB$, chú ý $\widehat{HBC} = 60^\circ \Rightarrow$ ĐPCM.

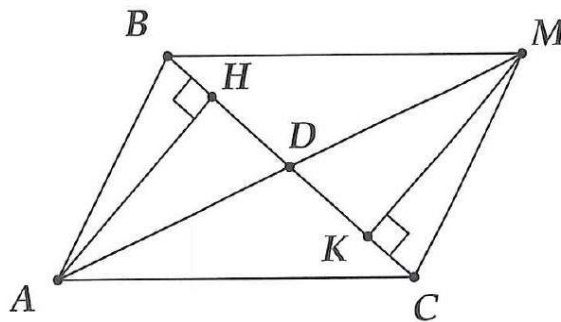
d) Tính được $\widehat{OBE} = 100^\circ$, từ đó $\triangle BOE = \triangle OBA$ (c-g-c).

$\Rightarrow AB = OE$.

5. a) Chứng minh được $\triangle ADC = \triangle MDB$ (c.g.c). Từ kết đó ta có

$AC = BM$ và $\widehat{DAC} = \widehat{DMB}$

$\Rightarrow AC \parallel BM$.



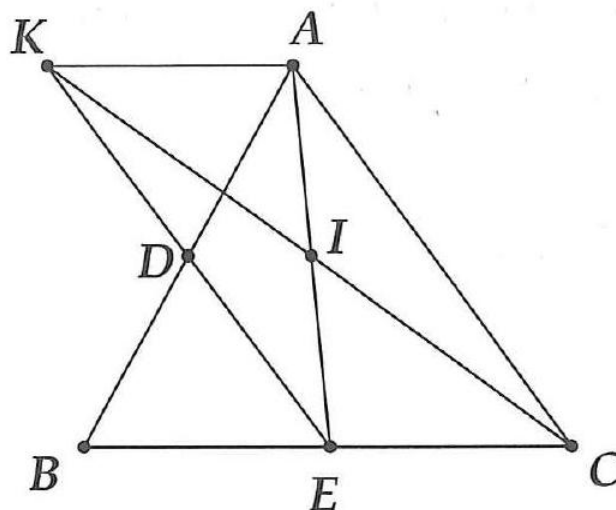
b) $\triangle ABM = \triangle MCA$ (c-g-c).

c) Chứng minh được $\triangle BKM = \triangle CHA$ (cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow$ ĐPCM.

d) Chú ý $\triangle HDM = \triangle KDA \Rightarrow$ ĐPCM.

6. a) $\triangle BDE = \triangle ADK$ (c-g-c).

Chú ý $\widehat{DAK} = \widehat{DBE} \Rightarrow AK \parallel BC$.



b) Chú ý $AK = EB = EC$, từ đó $\triangle AKE = \triangle ECA$ (c.g.c).

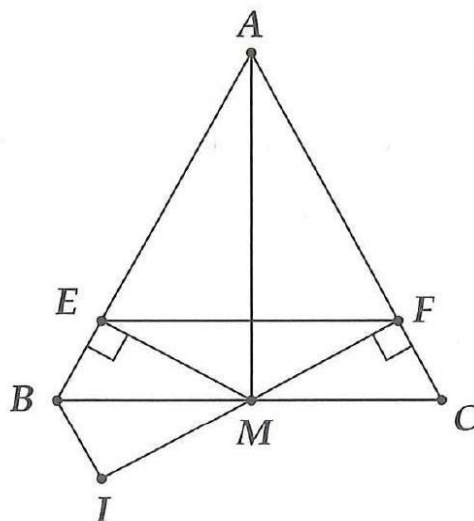
c) Từ kết quả câu b) chứng minh được $DE \parallel AC$, do đó tính được $\widehat{DBE} = 60^\circ, \widehat{BDE} = 65^\circ, \widehat{BED} = 55^\circ$. Suy ra các góc của $\triangle DAK$.

d) Chứng minh được $\triangle AIK = \triangle EIC$ (c-g-c) $\Rightarrow IK = IC$.

Cũng có $\widehat{AIK} = \widehat{EIC} \Rightarrow \widehat{AIK} + \widehat{AIC} = 180^\circ$, từ đó ba điểm K, I, C thẳng hàng $\Rightarrow$ ĐPCM.

7. a) $\triangle AMB = \triangle AMC$ (c-g-c).

b) Ta có $\triangle AME = \triangle AMF$ (cạnh huyền - góc nhọn), từ đó $AE = AF \Rightarrow$ ĐPCM.



c) Ta có $\widehat{AEF} = \widehat{ABC} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2}$, từ đó $EF \parallel BC$, mà $AM \perp BC \Rightarrow$ ĐPCM.

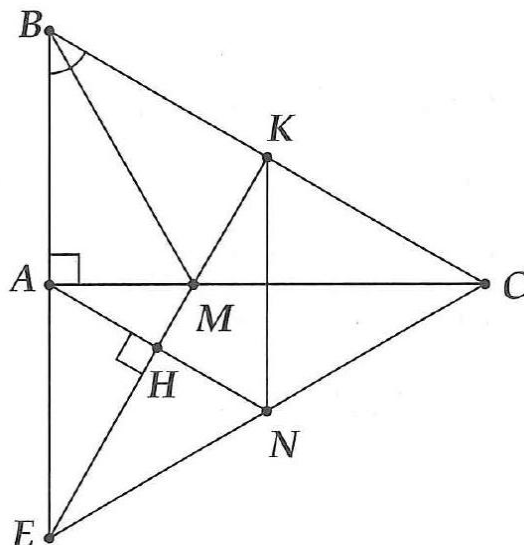
d) Chú ý $\widehat{BIM} = 90^\circ, \widehat{EBM} = \widehat{FCM} = \widehat{IBM} \Rightarrow$ chứng minh $\triangle BEM = \triangle BIM$ (cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow$ ĐPCM.

8. a) $\triangle ABM = \triangle KBM$ (c-g-c).

b) Từ kết quả câu a) ta có $\widehat{MKB} = \widehat{MAB} = 90^\circ, MA = MK$.

Bởi vậy $\Delta MAE = \Delta MKC$ (g.c.g)

$\Rightarrow$ DPCM.



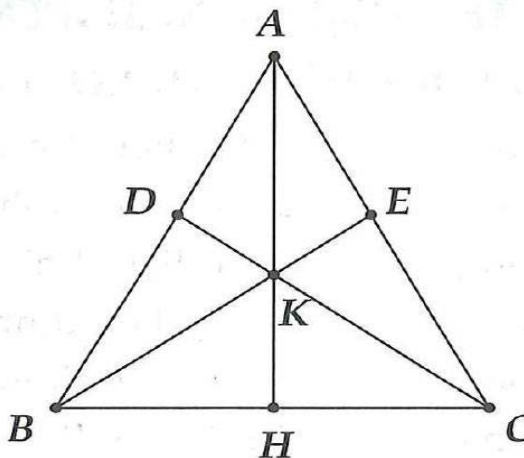
c) Từ a) và b) suy ra $BE = BA + AE = BK + KC = BC$.

Lại có $\widehat{EBC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle BEC$ đều.

d) Chứng minh được $AE = KC = \frac{EC}{2}$, chú ý $AN \parallel BC$

$$\Rightarrow \triangle AEN \text{ đều} \Rightarrow NE = AE = \frac{AE}{2} \Rightarrow CN = CK, \text{ mà } \widehat{KCN} = 60^\circ$$
$$\Rightarrow_{\Delta} CKN \text{ đều} \Rightarrow \widehat{CKN} = \widehat{CBE} = 60^\circ \Rightarrow KN // AE \Rightarrow \text{ĐPCM.}$$

9. a) Chứng minh được

$$\triangle AEB = \triangle ADC \text{ (c-g-c)} \Rightarrow BE = CD.$$


b) Từ kết quả câu a) ta có $\widehat{ABE} = \widehat{ACD}$, mà $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ nên $\widehat{KBC} = \widehat{KCB} \Rightarrow \text{ĐPCM}$.

c) Từ kết quả câu b) ta có $KB = KC$.

Từ đó $\triangle AKB = \triangle AKC$ (c-c-c)

$\Rightarrow$ ĐPCM.

BÀI 1. THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Dữ liệu bao gồm dữ liệu là số (số liệu) và dữ liệu không là số. Dữ liệu là số còn được gọi là dữ liệu định lượng. Dữ liệu không là số còn được gọi là dữ liệu định tính.
2. Dữ liệu không là số có thể phân thành hai loại, loại không thể sắp thứ tự (chẳng hạn dữ liệu về sở thích môn học: Toán, Văn, Lịch sử,...) và loại có thể sắp thứ tự (chẳng hạn dữ liệu đánh giá chất lượng một dịch vụ nào đó có các mức Kém, Trung bình, Tốt, Rất tốt).
3. Để có thể đưa ra các kết luận hợp lý, dữ liệu thu được phải đảm bảo tính đại diện cho toàn bộ đối tượng đang được quan tâm.
4. Có nhiều phương pháp thu thập dữ liệu, mỗi phương pháp có những ưu điểm, nhược điểm, phù hợp với từng hoàn cảnh cụ thể. Các phương pháp thu thập dữ liệu phổ biến là: Quan sát, lập phiếu hỏi/ khảo sát ý kiến, làm thí nghiệm, hay thu thập từ những nguồn có sẵn như sách báo, internet, truyền hình,... Để thu thập một dữ liệu nào đó, người ta có thể dùng một hay nhiều phương pháp thu thập dữ liệu, phù hợp với đối tượng tiến hành thu thập dữ liệu.
5. Hiện nay, để thu thập dữ liệu thuận tiện hơn, người ta sử dụng các ứng dụng phần mềm để tạo bộ câu hỏi (phiếu khảo sát) và thu thập dữ liệu trên môi trường trực tuyến. Người được khảo sát cũng dễ dàng cung cấp thông tin bằng cách truy cập một đường link hay quét một mã QR code được gửi từ người khảo sát. Các ứng dụng phần mềm này có thể tổng hợp kết quả ngay lập tức sau khi người được khảo sát cung cấp câu trả lời, rất dễ dàng và tiện dụng. Một số ứng dụng thường được sử dụng như Google Forms (Biểu mẫu), Microsoft Office Form, Survey Monkey, Slido, Mentimeter,...

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Phân loại dữ liệu

Phương pháp giải:

Để phân loại dữ liệu, ta kiểm tra xem dữ liệu nào có thể cân, đong, đo, đếm, xác định, tính toán,... được và được thể hiện bằng các giá trị số thì được gọi là số liệu hay dữ liệu định lượng. Dữ liệu không là số liệu thì là dữ liệu định tính.

1A. Với mỗi câu hỏi hay yêu cầu sau, hãy xác định xem dữ liệu thu được thuộc loại nào.

- a) Bạn thích làm công việc gì trong tương lai?
- b) Liệt kê 5 người có ảnh hưởng đến bạn từ nhỏ đến giờ.
- c) Chỉ số BMI của bạn là bao nhiêu? (Chỉ số khối cơ thể BMI là phép đo trọng lượng của một người tương ứng với chiều cao của người đó. Chỉ số BMI có thể cho thấy bạn đang có mức cân nặng bình thường so với chiều cao hay thừa cân, thiếu cân hay suy dinh dưỡng).

(Theo <https://helloworld.com/>)

- d) Liệt kê 3 môn học đạt điểm cao nhất của mỗi học sinh lớp 7A.
- e) Liệt kê điểm trung bình của 3 môn học cao nhất của mỗi học sinh lớp 7A.
- f) Cảng hàng không quốc tế Nội Bài vừa đưa vào thử nghiệm hệ thống nhận thông tin phản hồi điện tử (eSmile) tại Nhà ga T2 để tiếp nhận nhanh mọi ý kiến phản hồi của hành khách về mức độ hài lòng chất lượng dịch vụ. Dữ liệu thu được thuộc loại nào?



(Theo vietnamairlines.com)

- 1B.** Với mỗi câu hỏi hay yêu cầu sau, hãy xác định xem dữ liệu thu được thuộc loại nào.
- a) Bạn thích ăn món gì nhất?
 - b) Liệt kê 5 cuốn sách bạn thích nhất.
 - c) Chỉ số IQ của bạn là bao nhiêu? (IQ - Intelligence Quotient - là chỉ số thông minh của não bộ con người, chỉ số IQ cao đồng nghĩa với việc người đó sẽ có những tư duy và phản xạ nhanh nhạy hơn. Chỉ số IQ được thể hiện qua điểm số của các bài kiểm tra IQ tiêu chuẩn).

(Theo <https://meta.vn/>)

- d) Tên của 3 vận động viên đạt thành tích cao nhất trong cuộc thi chạy 100m.
 - e) Thời gian chạy của 3 vận động viên đạt thành tích cao nhất trong cuộc thi chạy 100 m.
 - f) Đánh giá kết quả học tập của học sinh từng kì và cả năm học theo 4 mức độ.
- (Thông tư 22/2021/TT-BGDĐT quy định về đánh giá học sinh THCS-THPT, theo đó kết quả học tập của học sinh từng kì và cả năm học được đánh giá theo 4 mức gồm: Tốt, Khá, Đạt, Chưa đạt).

(Theo <https://moet.gov.vn/>)

Dạng 2. Xác định cách thu thập dữ liệu phù hợp

Phương pháp giải:

Để xác định được cách thu thập dữ liệu phù hợp ta thường dựa vào đối tượng thu thập dữ liệu và loại

thông tin thu thập.

Nếu đối tượng thu thập dữ liệu không phải là người thì nên dùng phương pháp quan sát hoặc làm thí nghiệm để thu thập dữ liệu.

Nếu đối tượng thu thập dữ liệu là người và thông tin thu thập liên quan đến các ý kiến cá nhân, quan điểm mỗi người thì dùng phương pháp khảo sát (lập phiếu hỏi) để thu thập dữ liệu.

Nếu đối tượng thu thập là người nhưng thông tin thu thập liên quan đến các hoạt động, hành vi,... thì cũng có thể dùng phương pháp quan sát để thu thập dữ liệu.

Nếu dữ liệu là kiến thức phổ biến hay thông tin khoa học thì có thể thu thập bằng phương pháp tìm kiếm qua các tài liệu trên sách, báo, truyền hình, internet.

2A. Với mỗi loại thông tin sau, chỉ ra cách thức thu thập phù hợp:

- a) Chiều cao của các bạn học sinh cùng lớp em.
- b) Thời gian bay hơi của một số loại cồn có các nồng độ khác nhau.
- c) Top 10 nước có diện tích lớn nhất thế giới.
- d) Số lần xuất hiện mặt ngửa khi tung đồng xu 10 lần
- e) Số con vật nuôi của các bạn trong tổ em.
- f) Số lượt xe qua lại tại một ngã tư gần trường em.

2B. Với mỗi loại thông tin sau, chỉ ra cách thức thu thập phù hợp

- a) Cân nặng của các bạn học sinh cùng lớp em.
- b) Số bạn thân của mỗi học sinh trong lớp em.
- c) Top 10 bộ phim Việt có doanh thu cao nhất.
- d) Số lần xuất hiện mặt ngửa khi tung đồng xu 10 lần
- e) Số ngày nắng trong tháng 12/2021.
- f) Số lần vượt đèn đỏ giao thông.

Dạng 3. Xác định tính đại diện của dữ liệu

Phương pháp giải:

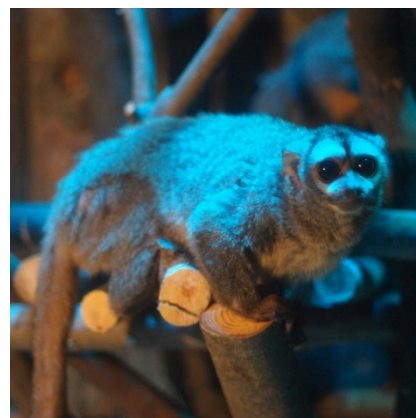
Để xác định xem dữ liệu thu được có đảm bảo đại diện cho toàn bộ đối tượng đang được quan tâm hay không, chúng ta cần xem xét đối tượng khảo sát để thu thập dữ liệu ấy có được lấy ngẫu nhiên từ toàn bộ đối tượng được quan tâm hay không.

- Nếu đối tượng khảo sát được lấy ngẫu nhiên từ toàn bộ đối tượng quan tâm thì dữ liệu thu được là đảm bảo tính đại diện.

- Nếu đối tượng khảo sát không được lấy ngẫu nhiên từ toàn bộ đối tượng quan tâm hay chỉ lấy ở một tập hợp con của tập hợp các đối tượng quan tâm thì dữ liệu không đảm bảo tính đại diện.

3A. Một nhóm nghiên cứu khảo sát ý kiến học sinh tại một trường THCS ở khu vực nội thành Hà Nội về tình trạng bạo lực học đường, số liệu cho thấy một phần ba số người được hỏi cho biết là đã từng là nạn nhân bị bắt nạt trên mạng. Nhóm đưa ra kết luận: "Tỉ lệ học sinh THCS ở Hà Nội bị bắt nạt trên mạng là khoảng 33% ". Kết luận này có hợp lý không? Tại sao?

3B. Khỉ cú ba sọc là một loài khỉ đêm thuộc động vật có vú trong họ Aotidae, bộ Linh trưởng. Chúng là loài động vật linh trưởng cỡ nhỏ ở châu Mỹ. Sau khi nghiên cứu thời gian ngủ của khỉ cú, người ta biết rằng khỉ cú ngủ là khoảng 17 giờ/ngày. Nếu đưa ra kết luận: "Loài khỉ ngủ trung bình 17 giờ/ngày" thì có hợp lý không? Tại sao?



(Theo <https://kienthuc.net.on/>)

4A. Ngày 06/11/2021, dự án đường sắt đô thị Hà Nội, tuyến Cát Linh Hà Đông chính thức vận hành thương mại. Sau 10 năm khởi công, tuyến đường sắt đô thị đầu tiên của Thủ đô và cả nước đã hoàn thành, bắt đầu phục vụ nhu cầu đi lại của người dân, mở ra loại hình vận tải công cộng mới. Tuyến đường sắt này có 13 đoàn tàu, mỗi đoàn tàu gồm 4 toa, mỗi toa chở được 240 hành khách, mỗi chuyến chở được 960 hành khách. Về tần suất, đoàn tàu Cát Linh Hà Đông có biểu đồ hoạt động giờ cao điểm 6 phút/chuyến, bình quân có 10 chuyến/giờ/hướng.



(Theo <https://laodong.vn/>)

Để thu thập ý kiến của hành khách về trải nghiệm chuyến đi của mình, cách lấy ý kiến nào sau

đây hợp lý nhất? Tại sao?

- a) Phát phiếu điều thông tin ý kiến cho các hành khách.
- b) Hỏi ý kiến những khách hàng đi vào buổi sáng.
- c) Gửi một đường dẫn (link) hoặc một mã QR để có thể quét bằng điện thoại thông minh để khảo sát trực tuyến những người quan tâm.
- d) Để các mã QR khảo sát trực tuyến đối với người có điện thoại tại những nơi dễ nhìn ở nhà ga, trên cửa ra vào, trên kính cửa sổ, kết hợp với hỏi ý kiến ngẫu nhiên các hành khách lên tàu không sử dụng điện thoại.
- e) Phỏng vấn 10 hành khách, mỗi hành khách chia sẻ trải nghiệm của mình trong vòng 5 phút.

4B. Khối 6 của một trường có 10 lớp. Để thu thập dữ liệu về chiều cao trung bình của học sinh khối 6, cách thu thập dữ liệu nào dưới đây hợp lý nhất? Tại sao?

- a) Đo chiều cao của toàn bộ học sinh của một lớp trong giờ giáo dục thể chất, phân loại theo giới tính.
- b) Đo chiều cao của các bạn đạt danh hiệu học sinh Giỏi của các lớp, phân loại theo giới tính.
- c) Đo chiều cao của các bạn có thành tích các môn thể dục cao, phân loại theo giới tính.
- d) Mỗi lớp chọn ngẫu nhiên 10 học sinh và đo chiều cao của các học sinh này, phân loại theo giới tính.
- e) Đo chiều cao của toàn bộ số học sinh nam của một lớp và toàn bộ số học sinh nữ của một lớp khác.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

5. Với mỗi câu hỏi hay yêu cầu sau, hãy xác định xem dữ liệu thu được thuộc loại nào.

- a) Liệt kê thời gian ngủ trong một ngày của một số loài động vật.
- b) Liệt kê khoảng cách từ Mặt Trời đến các hành tinh trong Hệ Mặt Trời.
- c) Liệt kê các hành tinh trong Hệ Mặt Trời.
- d) Tên của 3 giáo viên đang dạy em lớp 7.
- e) Tuổi của 3 giáo viên đang dạy em lớp 7.
- f) Liệt kê các vị tướng trong top 10 danh tướng tài giỏi nhất lịch sử nhân loại. (Trong Top 10 danh tướng tài giỏi nhất lịch sử nhân loại do Hội đồng Khoa học Hoàng Gia Anh xét phong có hai vị tướng của Việt Nam là Hưng Đạo Vương Trần Quốc Tuấn và Đại tướng Võ Nguyên Giáp)

(Theo <https://tikibook.com/>)

6. Với mỗi loại thông tin sau, chỉ ra cách thức thu thập phù hợp

- a) Top 10 loài động vật ngủ nhiều nhất trên thế giới

- b) Nhiệt độ sôi của nước trên đỉnh núi nơi nhóm em đang cắm trại.
- c) Ngày sinh nhật của các bạn trong lớp.
- d) Khoảng cách từ nhà đến trường của các bạn trong lớp em.
- e) Số lần không làm bài tập về nhà của học sinh trong 1 tuần.
- f) Đường kính các hành tinh trong Hệ Mặt Trời.

7. Bạn Tuệ Vân lớp trưởng lớp 7A5 khảo sát thời gian tự học ở nhà của 10 bạn có thành tích cao nhất trong lớp và thu thập được thông tin các bạn dành khoảng 60 phút đến 90 phút trong một ngày để tự học. Bạn Vân đưa ra kết luận: "Học sinh lớp 7 của trường thường dành thời gian tự học khoảng 60 đến 90 phút một ngày". Kết luận đó có hợp lý không? Tại sao?

8. Để thu thập thông tin về các triệu chứng xảy ra đối với người bị nhiễm Covid-19, cách nào sau đây hợp lý nhất? Tại sao?

- a) Phát phiếu hỏi cho những người lớn đã bị Covid-19 và đề nghị họ cung cấp thông tin các triệu chứng trong quá trình bị Covid-19.
- b) Phỏng vấn ngẫu nhiên những người đã bị Covid-19, lựa chọn đa dạng các đối tượng từ nhỏ tuổi đến lớn tuổi.
- c) Phát phiếu khảo sát cho một lớp.
- d) Gửi câu hỏi khảo sát qua email cho những người bị Covid-19 hoặc đưa đường dẫn khảo sát lên mạng xã hội để nhiều người tiếp cận bộ câu hỏi khảo sát.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

- 1A.** a) Dữ liệu định tính.
c) Dữ liệu định lượng.
e) Dữ liệu định lượng.
- 1B.** a) Dữ liệu định tính.
c) Dữ liệu định lượng.
e) Dữ liệu định lượng.
- 2A.** a) Khảo sát.
c) Tìm kiếm thông tin trên Internet.
e) Khảo sát.
- 2B.** a) Khảo sát.
c) Tìm kiếm thông tin trên Internet.
e) Tìm kiếm thông tin trên Internet.
- b) Dữ liệu định tính.
d) Dữ liệu định tính.
f) Dữ liệu định tính.
- b) Dữ liệu định tính.
d) Dữ liệu định tính.
f) Dữ liệu định tính.
- b) Làm thí nghiệm.
d) Làm thí nghiệm.
f) Quan sát (bằng các thiết bị công cụ tự động).
- b) Khảo sát.
d) Làm thí nghiệm.
f) Quan sát (bằng các thiết bị công cụ tự động).
- 3A.** Kết luận không hợp lý khi chỉ khảo sát ý kiến của học sinh tại một trường THCS ở khu vực nội thành Hà Nội mà lại rút ra kết luận cho toàn bộ học sinh trên địa bàn Hà Nội, không đảm bảo tính đại diện của dữ liệu.
- 3B.** Kết luận không hợp lý vì đối tượng khi cú ba sọc không đại diện cho toàn bộ loài khi.
- 4A.** Cách lấy ý kiến: “Để các mã QR khảo sát trực tuyến đối với người có điện thoại tại những nơi dễ nhìn ở nhà ga, trên cửa ra vào, trên kính cửa sổ, kết hợp với hỏi ý kiến ngẫu nhiên các hành khách lên tàu không sử dụng điện thoại” là hợp lý nhất, vẫn đảm bảo tính thuận tiện cho hành khách khi tham gia khảo sát và còn quan tâm đến nhiều đối tượng khác nhau khi không trả lời được bằng điện thoại.
- 5.** a) Dữ liệu định lượng.
c) Dữ liệu định tính.
e) Dữ liệu định lượng.
- b) Dữ liệu định lượng.
d) Dữ liệu định tính.
f) Dữ liệu định tính.
- 6.** a) Tìm kiếm thông tin trên Internet.
c) Lập phiếu hỏi.
e) Quan sát.
- b) Làm thí nghiệm.
d) Lập phiếu hỏi.
f) Tìm kiếm thông tin trên Internet.
- 7.** Kết luận này không hợp lý vì 10 bạn có thành tích cao nhất trong lớp không đại diện cho toàn bộ học sinh khối 7 của trường.
- 8. Cách thu thập** "Phỏng vấn ngẫu nhiên những người đã bị Covid-19, lựa chọn đa dạng các đối

tượng từ nhỏ tuổi đến lớn tuổi" là phù hợp nhất vì cho phép lựa chọn các đa dạng các đối tượng từ nhỏ tuổi đến lớn tuổi, đại diện được cho đối tượng quan tâm. Hơn nữa, việc phỏng vấn từng đối tượng sẽ thu thập được nhiều thông tin hơn là yêu cầu người bệnh cung cấp thông tin qua phiếu.

Phương án "Gửi câu hỏi khảo sát qua email cho những người bị Covid-19 hoặc đưa đường dẫn khảo sát lên mạng xã hội để nhiều người tiếp cận bộ câu hỏi khảo sát" có vẻ khả thi vì gửi được đến đông số lượng người nhưng chỉ những người có email và điện thoại thông minh mới cung cấp được câu trả lời, không đại diện cho đối tượng đang quan tâm.

BÀI 2. BIỂU ĐỒ HÌNH QUẠT TRÒN

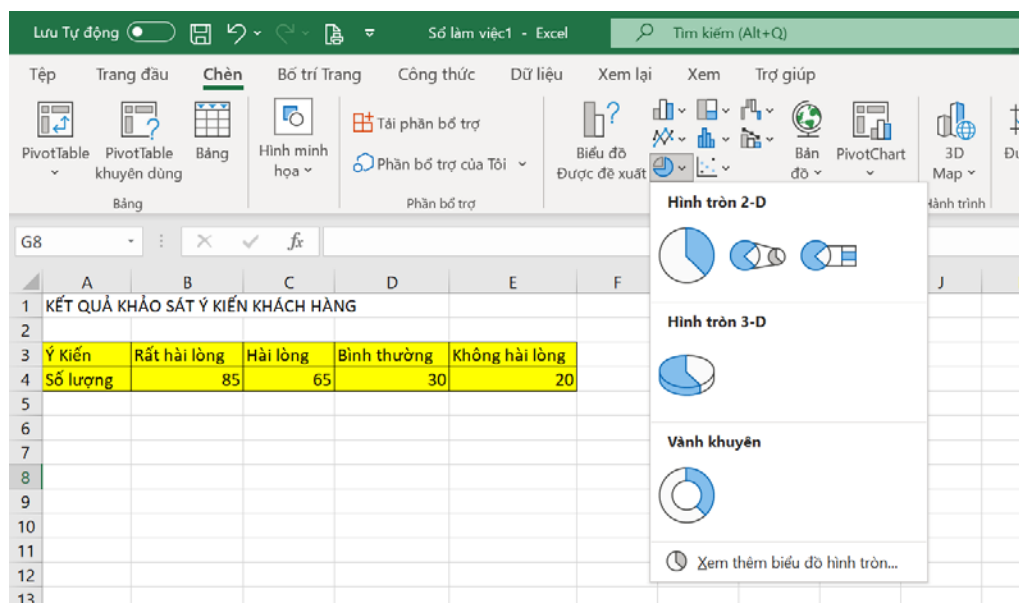
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khi cần so sánh giữa các thành phần với nhau hay giữa các thành phần trong toàn bộ dữ liệu người ta sử dụng biểu đồ hình quạt tròn. Cả hình tròn biểu diễn toàn bộ dữ liệu, tương ứng với 100%. Mỗi hình quạt biểu diễn tỉ lệ phần trăm của một phần so với toàn bộ dữ liệu. Để phân biệt giữa các phần, mỗi hình quạt được tô màu khác nhau và được ghi chú.

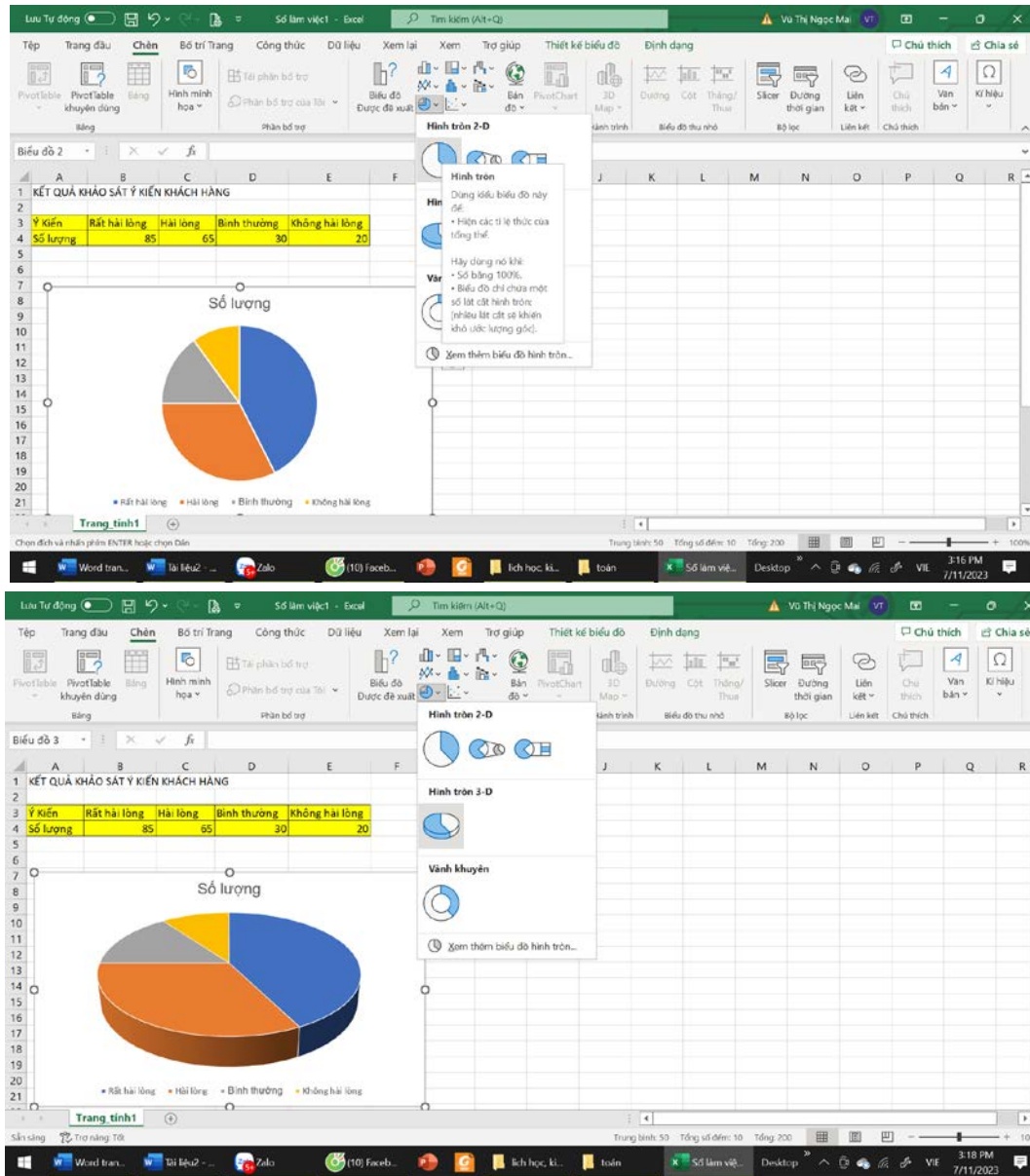
2. Để biểu diễn dữ liệu vào biểu đồ hình quạt, ta cần tính tỉ lệ phần trăm của mỗi phần so với toàn bộ dữ liệu rồi dựa vào tỉ lệ đó để biểu diễn.

3. Người ta thường sử dụng ứng dụng Microsoft Excel hoặc Google Sheets để vẽ các biểu đồ, trong đó có biểu đồ hình quạt tròn. Để vẽ biểu đồ hình quạt tròn bằng ứng dụng Microsoft Excel, ta mở file excel, nhập dữ liệu vào bảng thống kê (không cần tính ra tỉ lệ phần trăm), và làm theo các bước sau:

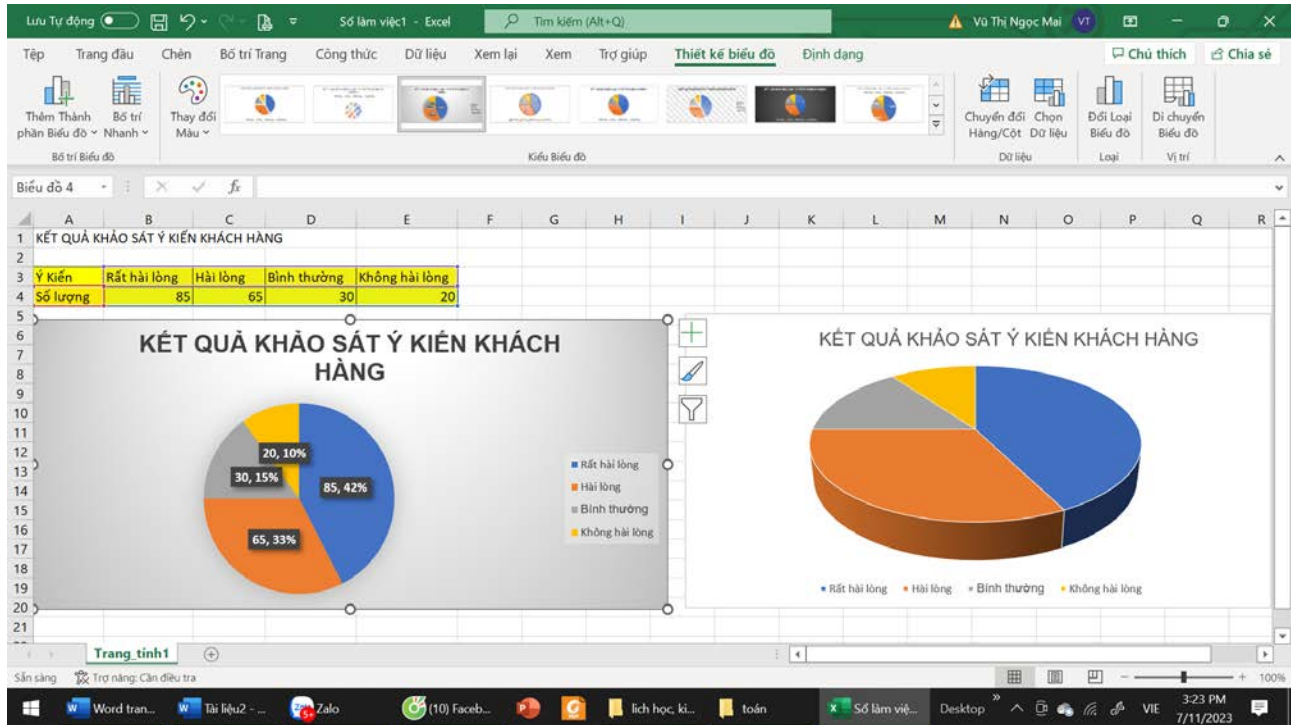
- **Bước 1.** Chọn bảng thống kê dữ liệu muốn vẽ biểu đồ, chọn Insert, chọn biểu tượng biểu đồ hình quạt tròn (2-D Pie hoặc 3-D Pie).



- **Bước 2.** Lựa chọn dạng biểu đồ phù hợp. Có thể chọn dạng 2-D Pie (biểu đồ hình quạt trong mặt phẳng 2 chiều) hoặc dạng 3-D Pie (biểu đồ hình quạt trong không gian 3 chiều) sẽ thể hiện sinh động hơn.



- **Bước 3.** Sau khi chọn dạng biểu đồ hình quạt tròn phù hợp, trong thẻ Design, chọn hình thức thể hiện biểu đồ mong muốn. Ứng dụng có sẵn một số hình thức để lựa chọn thể hiện, phù hợp với mục đích thể hiện của người dùng. Để mở nhanh thẻ Design có thể double-click vào biểu đồ hình quạt tròn muốn thay đổi hình thức thể hiện. Tiếp theo, bổ sung thông tin cho biểu đồ, thay đổi cỡ chữ nếu cần.



3. Từ biểu đồ hình quạt tròn, ta có thể thấy được thành phần nào chiếm tỉ lệ nhiều nhất, ít nhất so với tổng thể, so sánh được tỉ lệ của các thành phần với nhau để rút ra các kết luận liên quan đến dữ liệu.



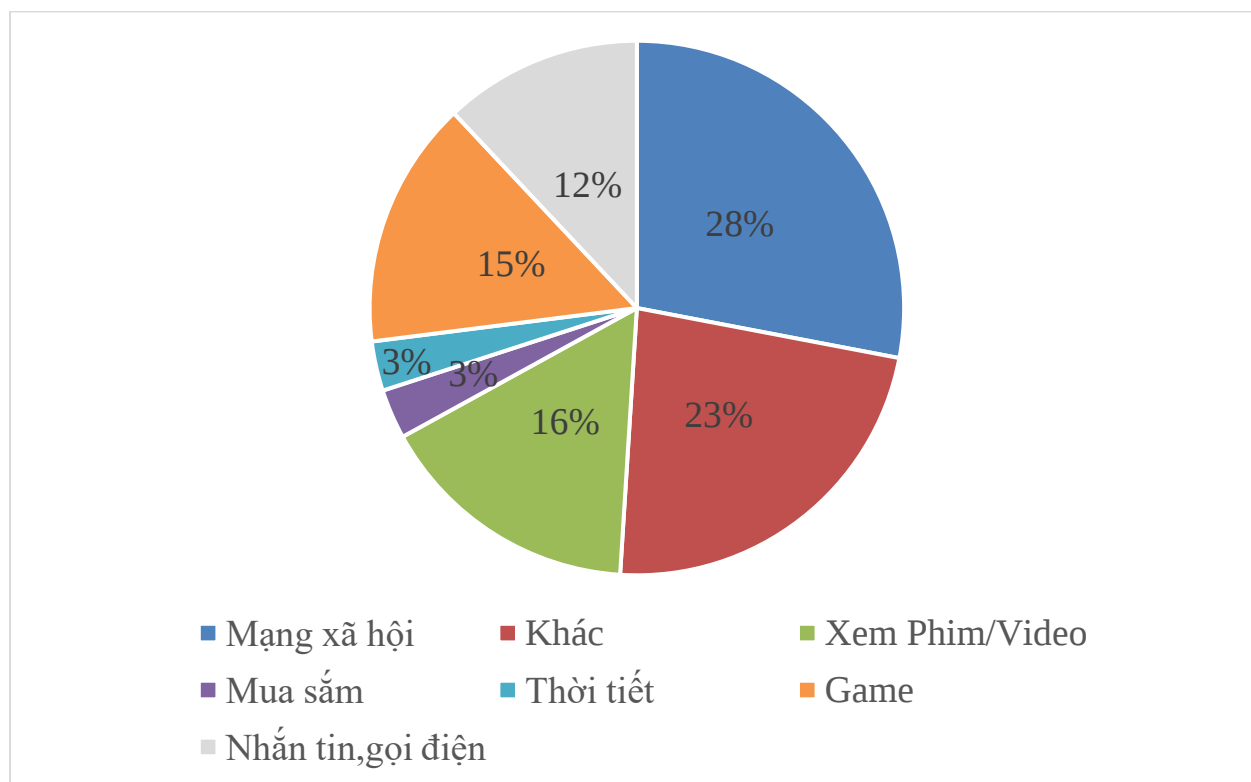
II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Đọc và mô tả dữ liệu trong biểu đồ hình quạt tròn

Phương pháp giải: Để đọc và mô tả được dữ liệu trong biểu đồ quạt tròn, ta cần đọc các thông tin trong biểu đồ như tiêu đề, chú giải, tỉ lệ trên các hình quạt tròn,... và rút ra được biểu đồ thể hiện thông tin gì, có các thành phần nào, chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm.

1A. Theo Báo cáo ứng dụng di động năm 2021 được công bố bởi Appota, games, mạng xã hội và

các ứng dụng xem phim, nhắn tin là những ứng dụng được người Việt tải về nhiều nhất. Biểu đồ dưới đây thể hiện tỉ lệ người sử dụng một số ứng dụng trên điện thoại thông minh. Hãy cho biết:

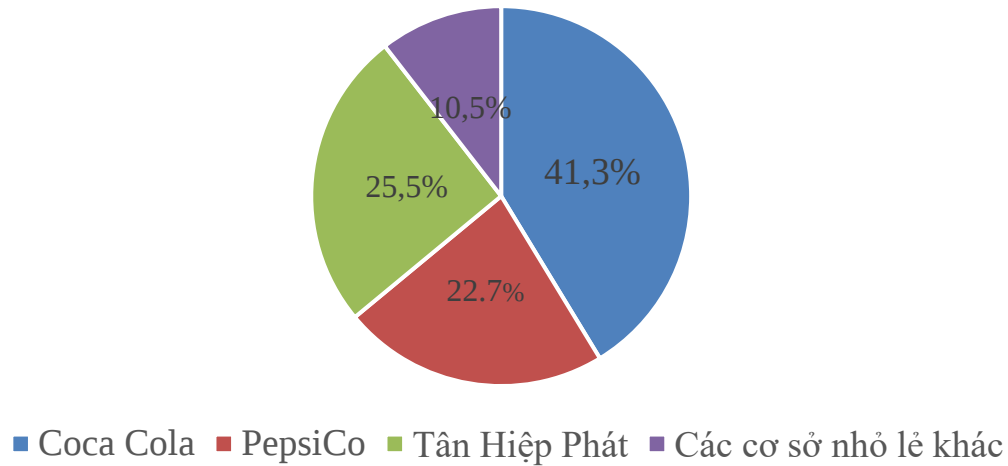


(Theo <https://vietnamnet.vn/>)

- Các ứng dụng nào được dùng phổ biến nhất ở Việt Nam?
- Các ứng dụng Game và xem phim chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm?
- Tỉ lệ các ứng dụng mạng xã hội bằng tổng tỉ lệ hai loại ứng dụng nào?

1B. Với tốc độ tăng trưởng từ 5 – 7% trong những năm gần đây, thị trường nước giải khát Việt Nam lâu nay vẫn được đánh giá là "miếng bánh" ngon so với nhiều thị trường các nước lân cận. Hãy xem xét biểu đồ sau đây trích trong một bài báo ngày 29/06/2016 và cho biết:

BIỂU ĐỒ THỊ PHẦN NƯỚC GIẢI KHÁT TẠI VIỆT NAM
(Đơn vị : %)



- Biểu đồ thể hiện thông tin gì?
- Công ty Tân Hiệp Phát chiếm thị phần bao nhiêu phần trăm và đứng thứ mấy?
- Ba công ty lớn chiếm tổng thị phần bao nhiêu phần trăm?

Dạng 2. Vẽ biểu đồ hình quạt tròn

Phương pháp giải:

Để vẽ được biểu đồ hình quạt tròn, ta thường làm như sau:

Bước 1. Tính tỉ lệ phần trăm từng phần so với tổng thể

Bước 2. Biểu diễn từng phần theo tỉ lệ phần trăm tương ứng. 100% ứng với cả hình tròn, tương ứng hình quạt có góc 360°

Nên 1% ứng với hình quạt tròn có góc $3,60$; $a\%$ ứng với hình quạt tròn có góc $3,6a^\circ$.

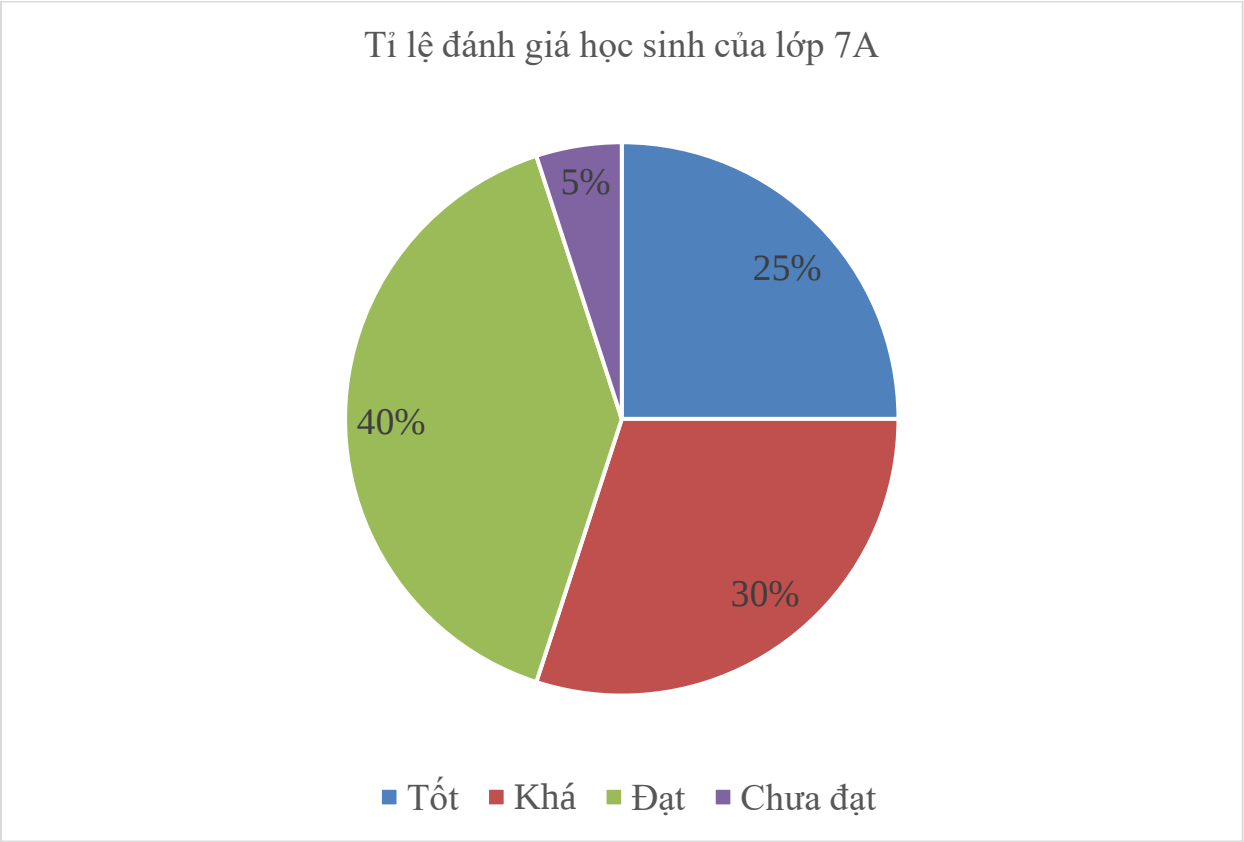
Bước 3. Bổ sung tên biểu đồ, chú thích và tô màu để phân biệt các phần.

Ví dụ: Theo đánh giá học tập cuối học kì I của lớp 7A, số học sinh được đánh giá ở mức độ Tốt, Khá, Đạt, Chưa Đạt lần lượt là 10, 16, 12 và 2 học sinh. Hãy vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn tỉ lệ học sinh theo các mức độ đánh giá học tập.

Lập bảng thống kê, tỉ lệ phần trăm và số đo góc hình quạt tròn tương ứng với từng loại học sinh.

Loại	Tốt	Khá	Đạt	Chưa Đạt
Số lượng	10	16	12	2
Tỉ lệ phần trăm	25%	40%	30%	5%
Số đo góc	90	144	108	18

Từ số đo góc của các hình quạt tròn ứng với từng phần, vẽ các hình quạt tròn có số đo góc tương ứng. Bỏ sung tên biểu đồ, chú thích và tô màu phân biệt giữa các phần.



2A. Top 5 ứng dụng giải toán đại số, hình học tốt nhất trên điện thoại hiện nay là QANDA, Photomath, Mathway, Microsoft Math Solver, Giải Bài Tập Offline.



Trí Quang lập phiếu khảo sát về ứng dụng mà các bạn trong lớp thích sử dụng nhất để học Toán, thu được kết quả như sau:

Ứng dụng	Quanda	Photo Math	Mathway	Math Slover	GBT Offline
Số lượng	9	12	6	5	8

Hãy vẽ biểu đồ hình quạt tròn thể hiện tỉ lệ ứng dụng yêu thích nhất của các bạn trong lớp Trí Quang và cho biết ứng dụng nào được yêu thích nhất, chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm?

2B. Đầu năm học, lớp của Phương Trang thành lập 4 ban: học tập, sự kiện, truyền thông, hậu cần để các bạn học sinh đăng kí tham gia. Mỗi học sinh chỉ được đăng kí hoạt động ở một ban. Số lượng học sinh đăng kí vào các ban thể hiện trong bảng thống kê sau:

Ban	Học tập	Sự kiện	Truyền thông	Hậu cần
Số lượng	12	8	5	15

Hãy vẽ biểu đồ hình quạt tròn thể hiện tỉ lệ học sinh tham gia các ban trong lớp của Phương Trang và cho biết ban nào có tỉ lệ học sinh tham gia nhiều nhất, chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm?

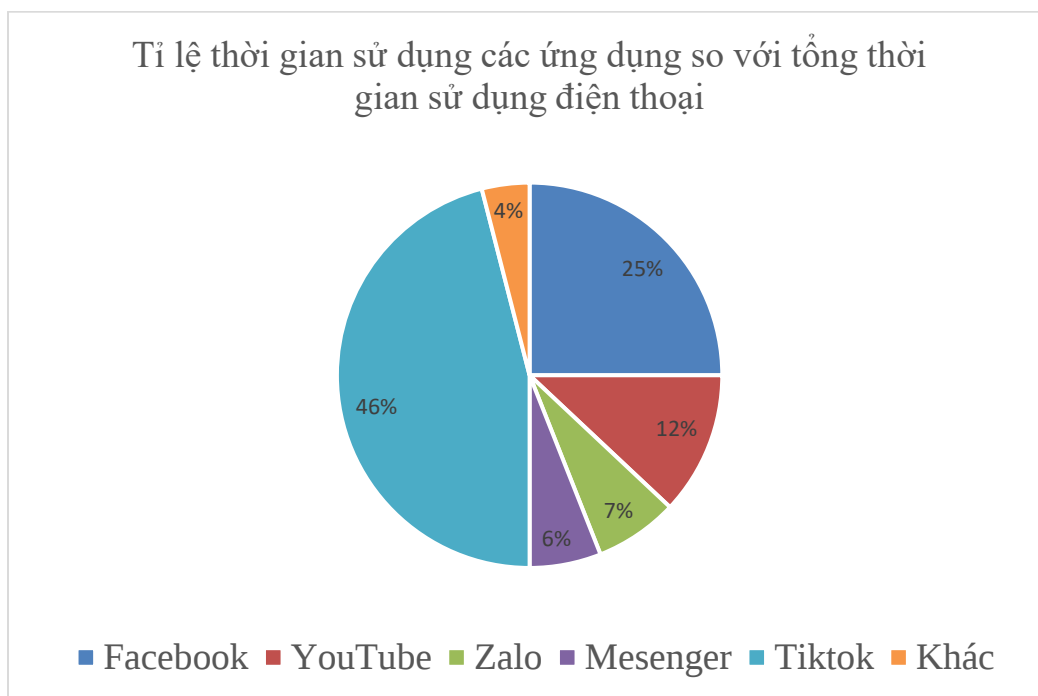
Dạng 3. Phân tích dữ liệu trong biểu đồ hình quạt tròn

Phương pháp giải:

Để phân tích được dữ liệu trong biểu đồ hình quạt tròn, ta thường lưu ý những thông tin sau:

- Tỉ lệ phần trăm của phần chiếm nhiều nhất, ít nhất so với tổng thể.
- Tổng tỉ lệ phần trăm của các thành phần chiếm đa số để thấy được những thành phần chủ yếu.
- Từ tỉ lệ phần trăm của từng thành phần có thể dự báo được số lượng tương ứng với từng thành phần khi xét một số lượng tổng thể khác.

3A. Người dùng Việt Nam năm 2020 trung bình mỗi ngày sử dụng smartphone lên tới 5,1 giờ do tác động của COVID-19 và khoảng thời gian giãn cách xã hội. Tính đến tháng 12/2020, dân số Việt Nam đạt hơn 97,3 triệu người, trong đó có 72 triệu người sử dụng mạng xã hội tương đương 73% dân số. Biểu đồ dưới đây thể hiện tỉ lệ thời gian người dùng một số mạng xã hội phổ biến.



(Theo <https://vietnamnet.on/>)

Tỉ lệ phần trăm thời gian sử dụng mỗi ứng dụng trong các ứng dụng khác không quá 3%. Hãy cho

biết:

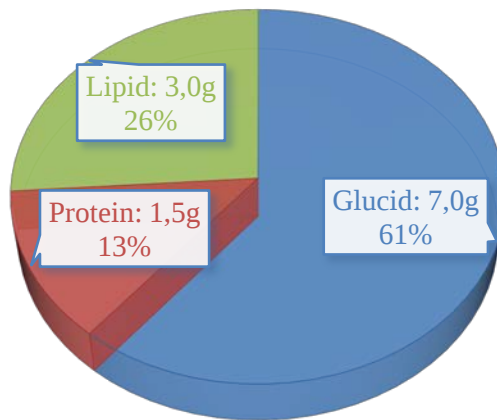
Người Việt sử dụng thời gian vào mạng xã hội nào nhiều nhất?

Đa số người Việt sử dụng thời gian vào những ứng dụng nào?

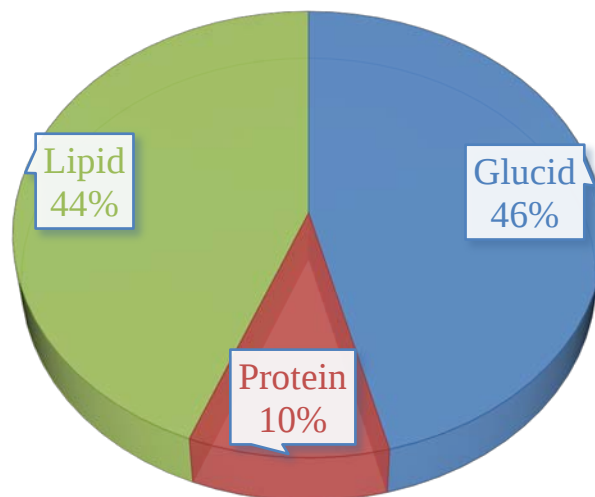
So sánh tỉ lệ thời gian sử dụng Facebook và tổng thời gian sử dụng các ứng dụng YouTube, Zalo và Messenger.

Trong một tuần, thời gian trung bình một người Việt sử dụng Facebook là bao nhiêu?

3B. Trong 100 gam sữa mẹ có 7 gam Glucid; 1,5 gam Protein; 3 gam Lipid (chất béo). Cho các biểu đồ hình quạt tròn thể hiện tỉ lệ về khối lượng và tỉ lệ về năng lượng sinh ra bởi các chất sinh năng lượng có trong sữa mẹ ở Hình 1 và Hình 2 dưới đây.



Hình 1: Tỉ lệ về khối lượng của các chất sinh năng lượng có trong 100



Hình 2: Tỉ lệ về năng lượng được sinh ra bởi các chất sinh năng lượng có

(Theo <http://viendinhduong.vn/>)

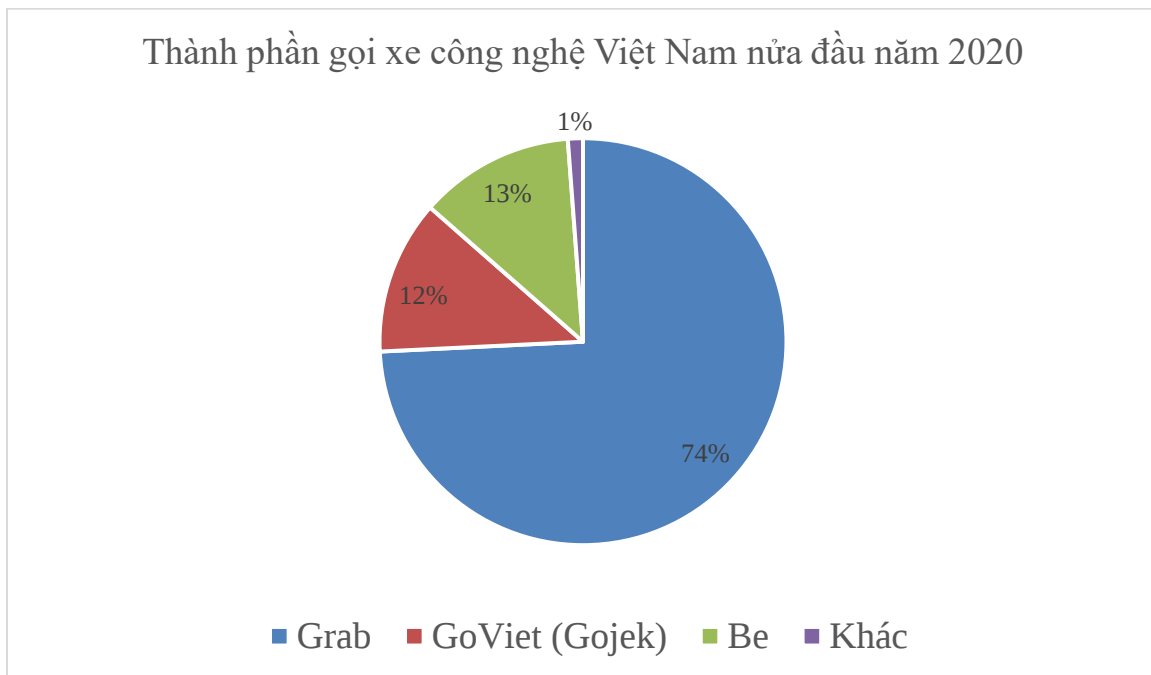
a) Chất sinh năng lượng nào chiếm khối lượng nhiều nhất trong sữa mẹ?

b) Ở độ tuổi 1-6 tháng, khi đã quen với việc bú mẹ, một em bé được nuôi bằng sữa mẹ hoàn toàn thường bú khoảng 750 gam sữa mẹ mỗi ngày. Vậy, mỗi ngày một em bé nạp thêm bao nhiêu gam Glucid vào cơ thể qua việc bú sữa mẹ?

c) Xét cùng khối lượng Glucid, Lipid, Protein, chất nào sinh năng lượng nhiều nhất?

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

4. Báo cáo về thị trường gọi xe công nghệ Việt Nam 6 tháng năm 2020 của ABI Research cho thấy Grab vẫn là hãng gọi xe công nghệ dẫn đầu thị trường. Xem biểu đồ dưới đây và cho biết:



(Theo ABI Research)

a) Grab chiếm thị phần bao nhiêu phần trăm?

b) Grab có những đối thủ cạnh tranh nào, chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm thị phần?

c) Thị phần của Grab gấp bao nhiêu lần tổng thị phần của 2 thương hiệu còn lại?

5. Nhóm của Sơn Tùng thống kê số cây bóng mát trong sân trường, thu được kết quả ở bảng sau:

Loại cây	Phượng	Bàng	Bằng lăng	Xà cừ
Số lượng	21	32	18	9

Hãy vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn tỉ lệ loại cây bóng mát trong sân trường và cho biết tỉ lệ loại cây nào nhiều nhất, chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm.

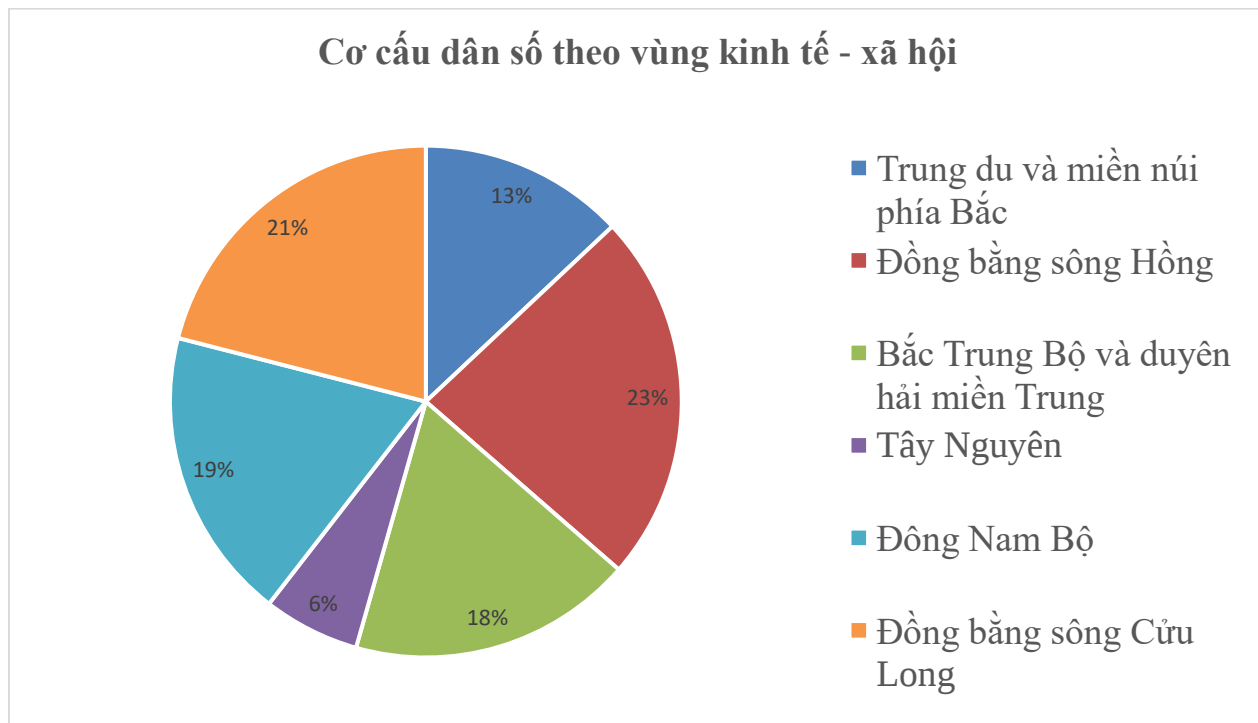
6. Theo kết quả sơ bộ tổng điều tra dân số và nhà ở năm 2019, Việt Nam có 96 208 984 người. Thông qua biểu đồ dưới đây, hãy cho biết:

a) Biểu đồ cung cấp thông tin gì?

b) Hai vùng kinh tế xã hội dân số tập trung nhiều nhất là các vùng nào, chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần

trăm?

c) Có khoảng bao nhiêu dân số sống ở các vùng Đồng bằng sông Hồng và Đồng bằng sông Cửu Long?



(Nguồn: <https://www.vietdata.vn/>)

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) Các ứng dụng mạng xã hội được dùng phổ biến nhất ở Việt Nam.

b) Các ứng dụng Game chiếm tỉ lệ 15% , ứng dụng xem phim chiếm tỉ lệ 16% .

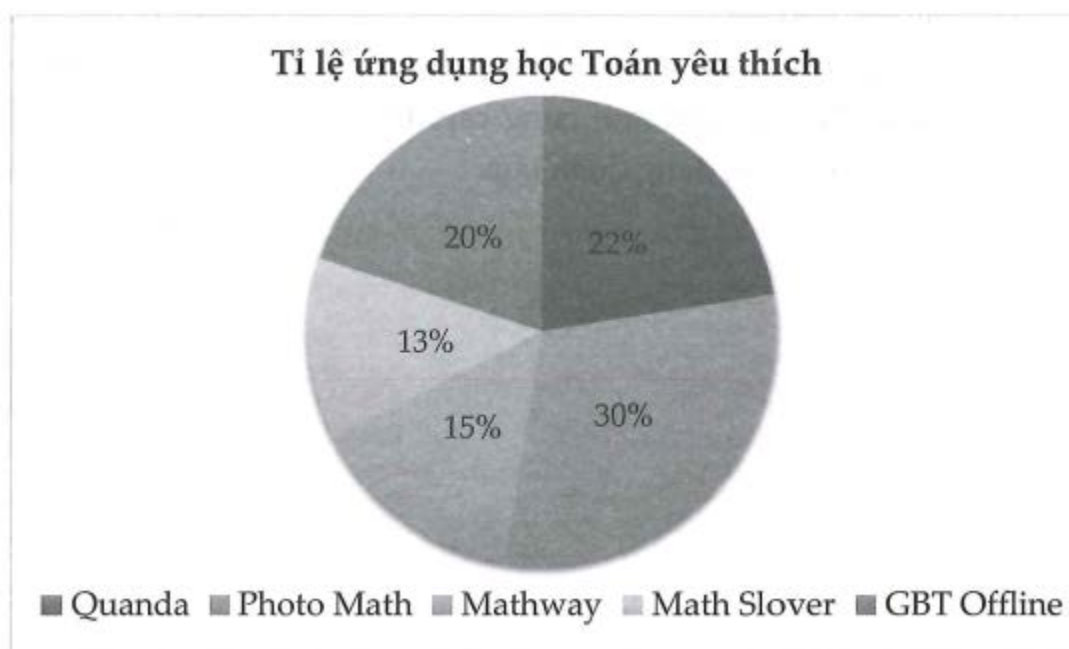
c) Tỉ lệ các ứng dụng mạng xã hội bằng tổng tỉ lệ hai loại ứng dụng game và nhắn tin gọi điện.

1B. a) Biểu đồ thể hiện thị phần nước giải khát tại Việt Nam của một số công ty.

b) Công ty Tân Hiệp Phát chiếm thị phần 25,5% và đứng thứ hai.

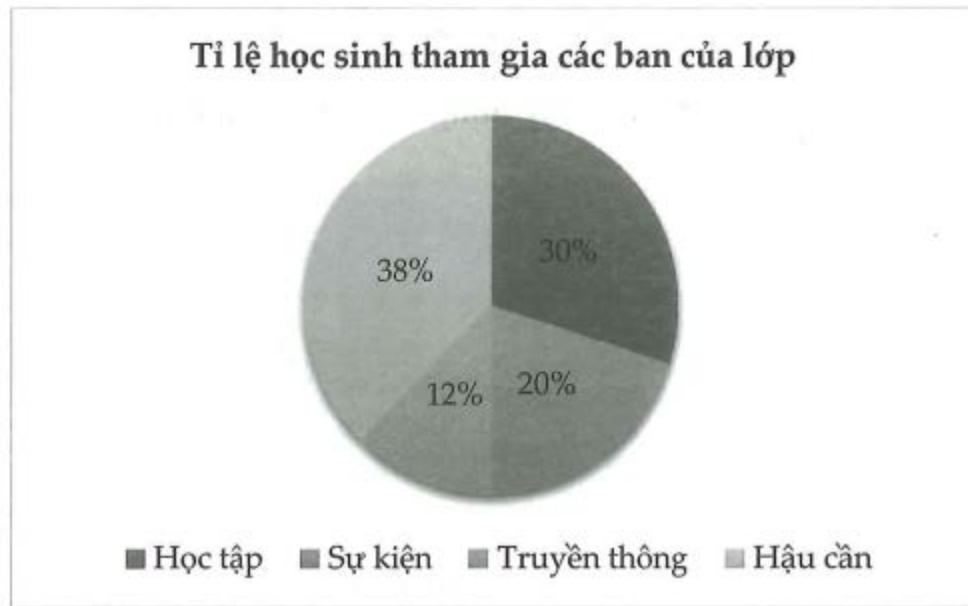
c) Ba công ty lớn chiếm tổng thị phần 89,5% ?

2A.

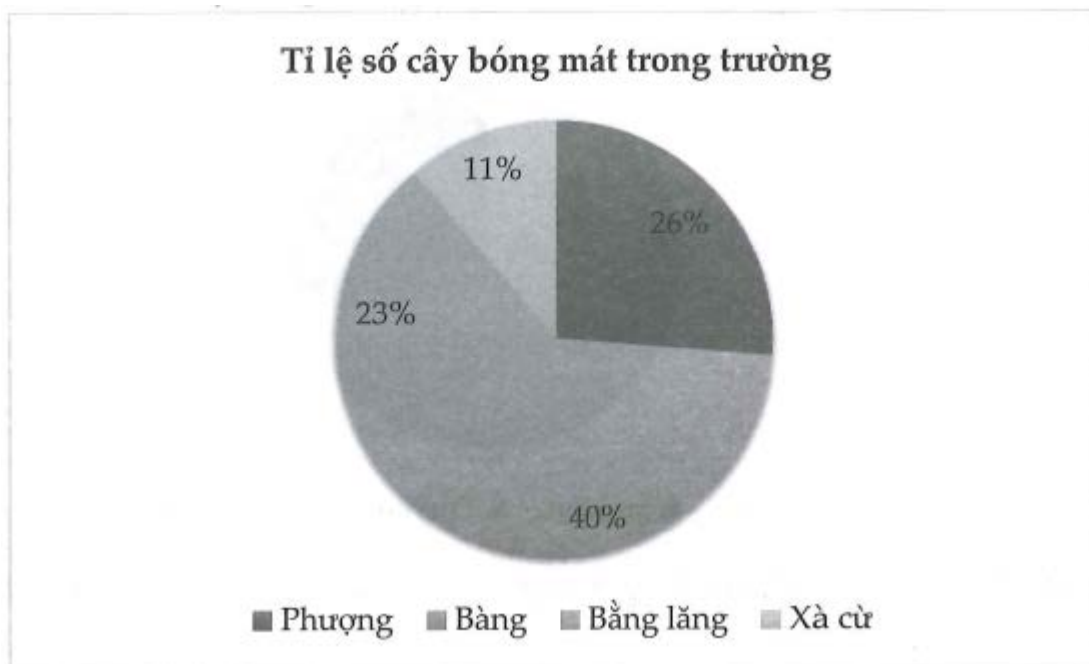


Ứng dụng Photo Math được yêu thích nhất, chiếm tỉ lệ 30%.

2B. Ban hậu cầu có tỉ lệ học sinh tham gia nhiều nhất, chiếm tỉ lệ 38%.



- 3A.** a) Người Việt sử dụng thời gian vào mạng xã hội Facebook nhiều nhất.
 b) Đa số người Việt sử dụng thời gian vào những ứng dụng Facebook, Youtube.
 c) Tỉ lệ thời gian sử dụng Facebook (25%) bằng tổng thời gian sử dụng các ứng dụng YouTube, Zalo và Messenger (25%).
 d) Trong một tuần, thời gian trung bình một người Việt sử dụng Facebook là: $5,1.7.25\% = 8,925$ (giờ).
- 3B.** a) Chất sinh năng lượng Glucid chiếm khối lượng nhiều nhất trong sữa mẹ.
 b) Mỗi ngày một em bé nạp thêm bao nhiêu gam Glucid vào cơ thể qua việc bú sữa mẹ là: $750:100.7 = 52,5$ (g).
 c) Xét cùng khối lượng Glucid, Lipid, Protein thì Lipid sinh năng lượng nhiều nhất, với 3g Lipid nhưng sinh năng lượng đến 44% tổng năng lượng sinh bởi 3 chất.
- 4.** a) Grab chiếm thị phần 74,6% .
 b) Grab có những đối thủ cạnh tranh GoViet và Be, lần lượt chiếm tỉ lệ 12,3% và 12,4% .
 c) Thị phần của Grab gấp khoảng 3 lần tổng thị phần của 2 thương hiệu còn lại.
- 5.** Tỉ lệ loại cây bàng nhiều nhất, chiếm tỉ lệ 40% .



6. a) Biểu đồ cung cấp thông tin cơ cấu dân số theo vùng kinh tế - xã hội.

b) Hai vùng kinh tế xã hội dân số tập trung nhiều nhất là các vùng Đồng bằng sông Hồng và Đồng bằng sông Cửu Long, lần lượt chiếm tỉ lệ 23,4% và 21% .

c) Dân số sống ở các vùng Đồng bằng sông Hồng là:

$$96\,208\,984 \cdot 23,4\% = 22\,512\,902 \text{ (người)}$$

Dân số sống ở Đồng bằng sông Cửu Long là:

$$96\,208\,984 \cdot 21\% = 20\,203\,886 \text{ (người)}.$$

BÀI 3. BIỂU ĐỒ ĐOẠN THẲNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khi cần xem xét sự thay đổi của một đại lượng theo thời gian, người ta thường sử dụng biểu đồ đoạn thẳng. Các thành phần của biểu đồ đoạn thẳng bao gồm:

- Trục ngang biểu diễn thời gian;
- Trục đứng biểu diễn đại lượng đang quan tâm;
- Mỗi điểm biểu diễn giá trị của đại lượng tại một thời điểm. Hai điểm liên tiếp được nối với nhau bởi một đoạn thẳng.

Ngoài ra, người ta có thể dùng các dấu chấm tròn, dấu nhân (x) để biểu diễn các điểm.

2. Biểu đồ đoạn thẳng giúp ta dễ nhận ra xu thế của đại lượng đang quan tâm theo thời gian.

3. Để dễ so sánh các đại lượng khác nhau, người ta thường biểu diễn nhiều bộ số liệu trên cùng một biểu đồ đoạn thẳng, mỗi đường thể hiện số liệu của một đại lượng.

4. Để vẽ biểu đồ đoạn thẳng ta thực hiện các bước sau:

- Vẽ trục ngang biểu diễn thời gian, trục đứng biểu diễn số liệu
- Với mỗi thời điểm, biểu diễn số liệu của đại lượng tương ứng thời điểm đó bằng một điểm.
- Nối các điểm liên tiếp với nhau bằng các đoạn thẳng.
- Chú thích cho các trục, điền giá trị tại các điểm (nếu cần), đặt tên cho biểu đồ, tô màu (nếu cần).

5. Người ta thường dùng các công cụ Microsoft Excel hoặc Google sheets để vẽ biểu đồ đoạn thẳng, có thể thay đổi linh hoạt khi số liệu thay đổi.

Để vẽ biểu đồ đoạn thẳng bằng công cụ Microsoft Excel, ta thực hiện các bước sau:

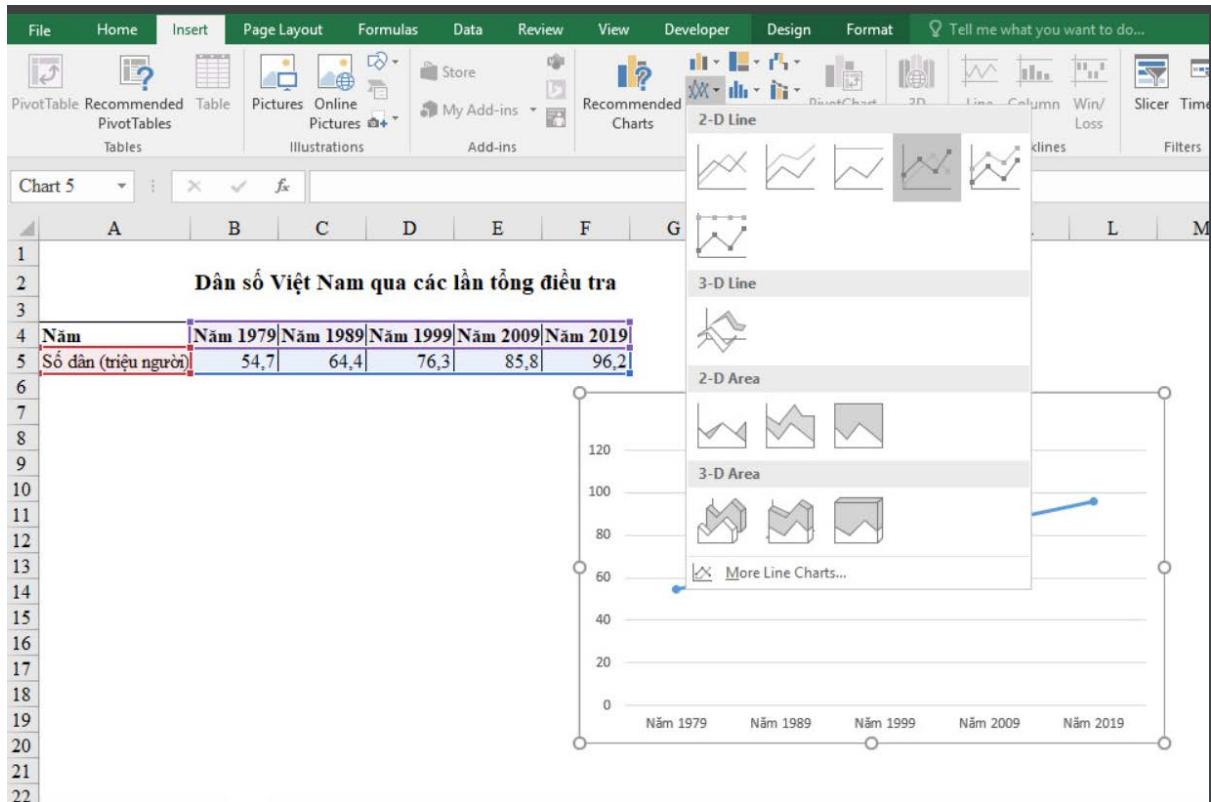
Bước 1. Mở ứng dụng Microsoft Excel trên máy tính, nhập số liệu cần vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Dân số Việt Nam qua các lần tổng điều tra

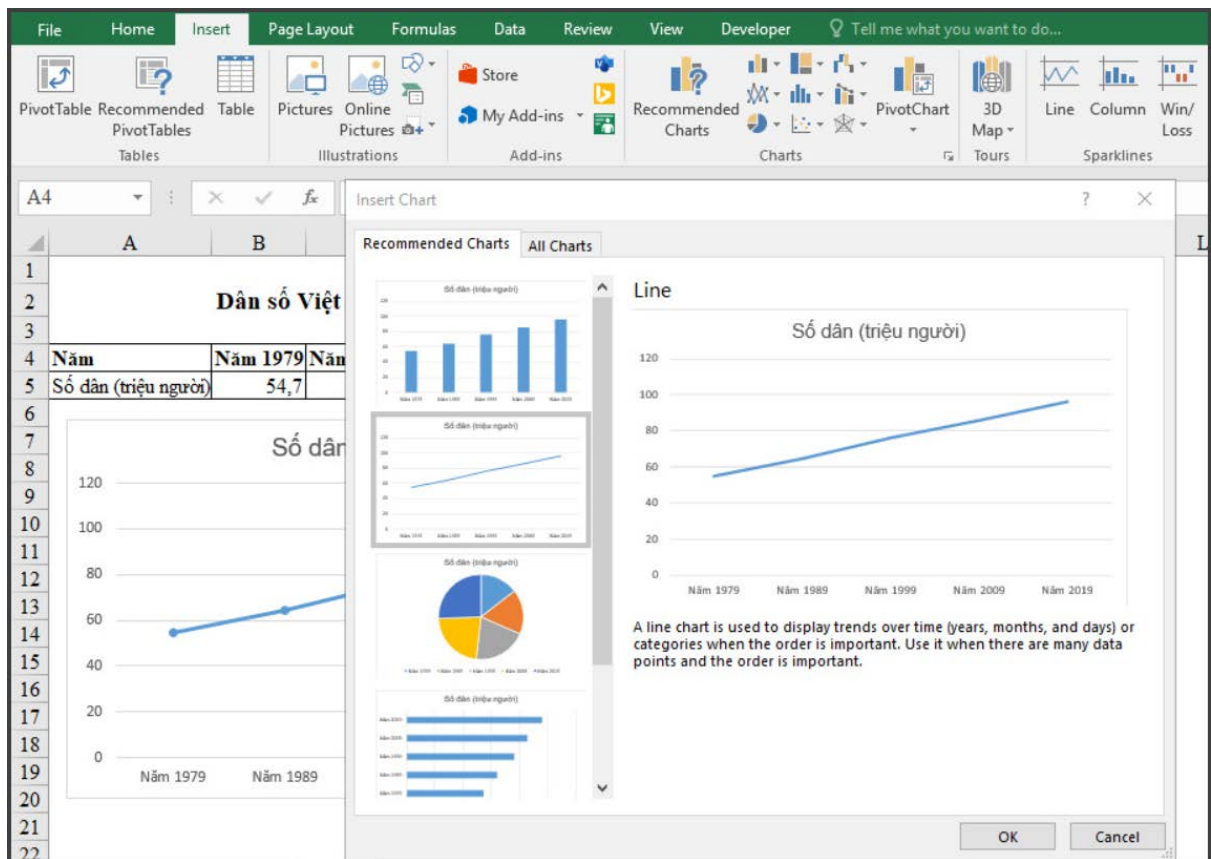
Năm	1979	1989	1999	2009	2019
Số dân (triệu người)	54.7	64.4	76.3	85.8	96.2

(Ghi chú: Trong excel, người ta sử dụng dấu "." để ngăn cách phần thập nguyên và phần thập phân, ví dụ số 54.7 có giá trị là 54,7).

Bước 2. Chọn vùng dữ liệu muốn vẽ biểu đồ, chọn Insert, chọn biểu tượng biểu đồ đoạn thẳng (2-D Line), chọn hình thức biểu đồ đoạn thẳng mong muốn.

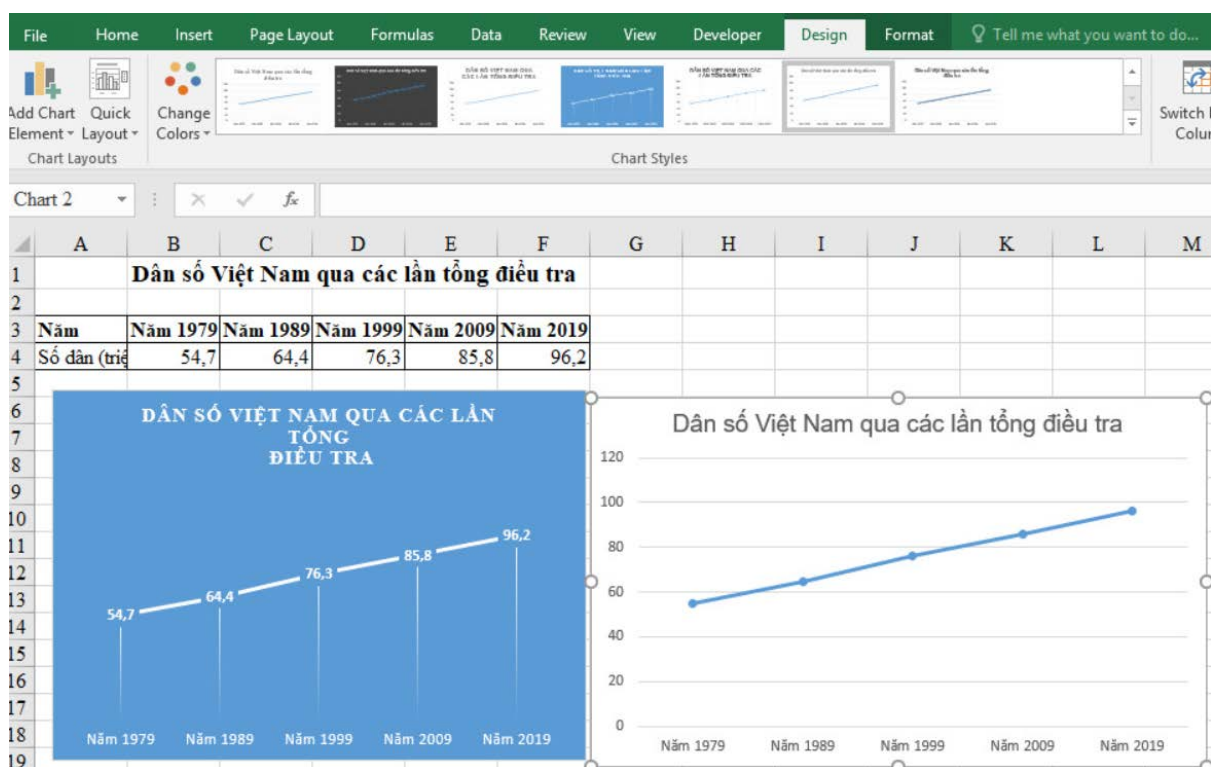


Bước 3. Trong thẻ Design, chọn những mẫu biểu đồ đoạn thẳng phù hợp với mục đích thể hiện dữ liệu. Có thể chọn trong thẻ Recommended Chart loại biểu đồ đoạn thẳng phù hợp.



Bước 4. Double-click vào biểu đồ mở nhanh thẻ Design để chỉnh sửa hay thay đổi hình thức biểu

đồ. Tiếp theo, bổ sung tên biểu đồ, thay đổi kích thước, màu văn bản nếu cần.



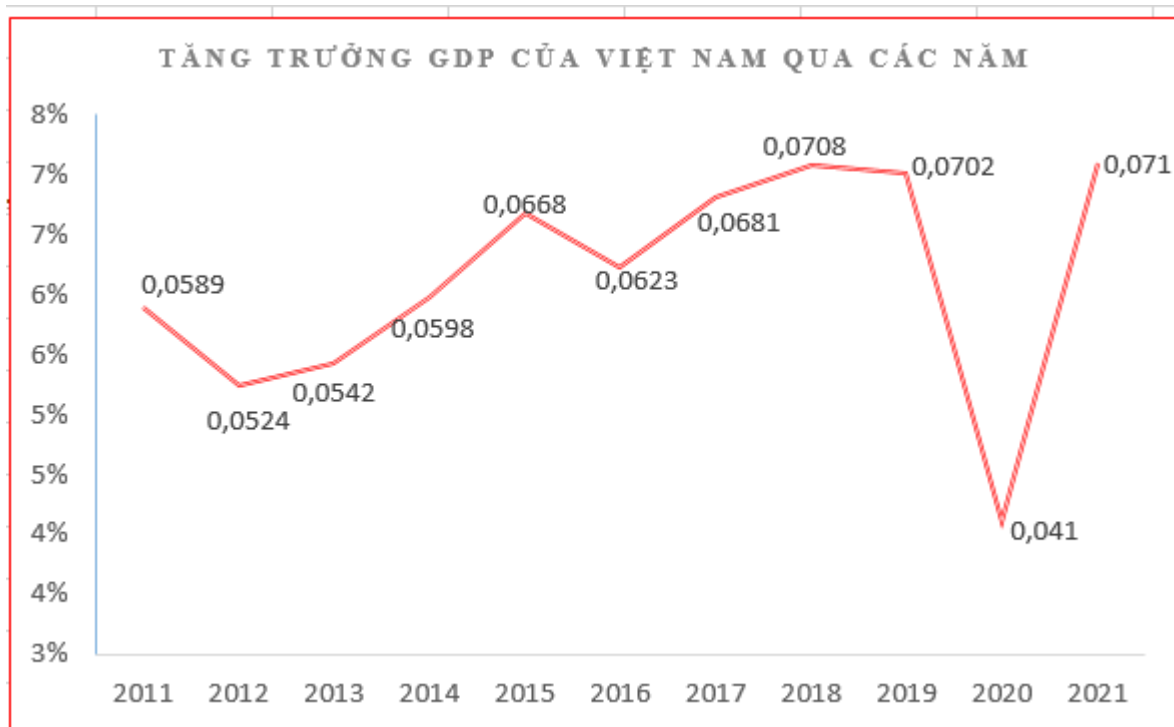
II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Đọc và mô tả dữ liệu trong biểu đồ đoạn thẳng

Phương pháp giải: Để đọc và mô tả được dữ liệu trong biểu đồ đoạn thẳng, ta cần đọc các thông tin trong biểu đồ như tiêu đề, chú giải, số liệu trong từng thời điểm, xu hướng của các đại lượng... và rút ra được kết luận các đại lượng thay đổi như thế nào theo thời gian.

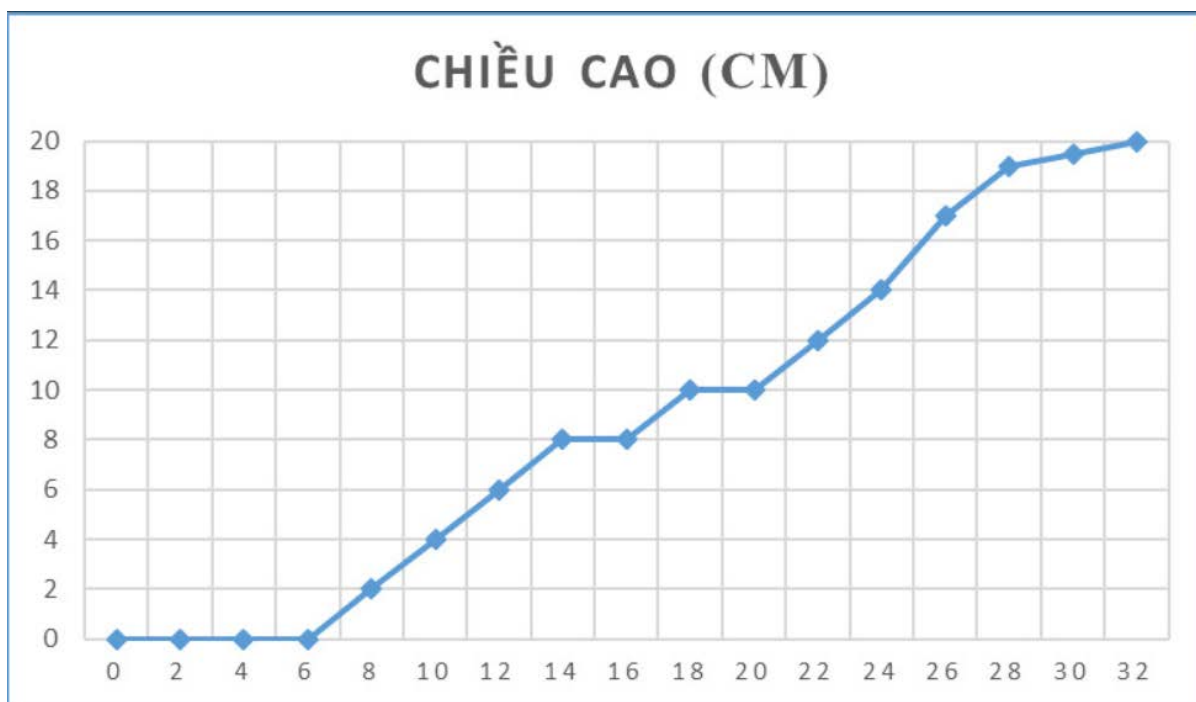
1A. GDP (Gross Domestic Product) là tổng sản phẩm quốc nội tức là giá trị thị trường của tất cả hàng hóa và dịch vụ của một quốc gia. Cuối năm 2020, mặc dù vừa trải qua đại dịch Covid-19 nhưng kinh tế vĩ mô Việt Nam vẫn là điểm sáng của thế giới. Biểu đồ dưới đây thể hiện tăng trưởng GDP của Việt Nam qua các năm. Hãy cho biết:

- Trước năm 2020, năm nào có sự tăng trưởng GDP cao nhất?
- GDP giữ đà tăng liên tục trong 4 năm liên tiếp nào?
- Bằng sự hiểu biết của em, hãy đưa ra lí do giải thích tại sao năm 2020 tăng trưởng GDP lại thấp hơn so với các năm trước đó.



(Nguồn: <https://viettimes.vn/>)

1B. Dưới đây là biểu đồ thể hiện quá trình phát triển của cây hoa hướng dương từ lúc gieo hạt. Ban đầu, người ta gieo hạt hướng dương và sau mỗi 2 ngày, người ta đo chiều cao của cây hoa hướng dương và ghi lại.



- Chiều cao của cây vào các ngày thứ 10, 20, 30 là bao nhiêu?
- Sau bao nhiêu ngày, cây hoa hướng dương đạt chiều cao 8 cm?
- Từ ngày thứ 16 đến ngày thứ 24, cây cao thêm bao nhiêu?

d) Chiều cao của cây trong 6 ngày đầu tiên là bao nhiêu? Giải thích tại sao lại có kết quả như vậy?

Dạng 2. Vẽ biểu đồ đoạn thẳng

Phương pháp giải:

Để vẽ được biểu đồ đoạn thẳng thể hiện sự thay đổi của một hay nhiều đại lượng theo thời gian, ta thường làm như sau:

Bước 1. Vẽ trục ngang biểu diễn thời gian, trục dọc biểu diễn số liệu của các đại lượng.

Bước 2. Biểu diễn từng số liệu của mỗi đại lượng tương ứng theo từng thời điểm.

Bước 3. Nối các điểm liên tiếp biểu diễn số liệu của cùng một đại lượng với nhau.

Bước 4. Chú thích cho các trục, điền giá trị tại các điểm (nếu cần), đặt tên cho biểu đồ, tô màu các đoạn thẳng nối để phân biệt các đại lượng với nhau.

2A. Bạn Tuprông Nim (dân tộc k'Ho, cư trú tại khu vực Cao nguyên Di Linh, tỉnh Lâm Đồng) khảo sát sự tăng trưởng của một cái cây dây leo trong vườn và thu được bảng thống kê sau. Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng thể hiện sự tăng trưởng của cây theo thời gian và cho biết trong khoảng thời gian nào cây tăng trưởng nhanh nhất?

Ngày	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Chiều cao (cm)	2	3	5	7	8	10	14	20	25	27

2B. Bảng thống kê dưới đây cho biết tổng trị giá xuất khẩu, nhập khẩu của Việt Nam với các nền kinh tế APEC trong giai đoạn từ năm 2012 đến 2016. Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng thể hiện kim ngạch xuất khẩu, nhập khẩu và cho biết chênh lệch xuất nhập khẩu năm nào lớn nhất.

Năm	2012	2013	2014	2015	2016
Xuất khẩu (tỉ USD)	77	87	98	107	120
Nhập khẩu (tỉ USD)	94	109	123	138	147

(Nguồn: Tổng cục Hải quan)

3A. Là một cá thể riêng biệt, mỗi thai nhi sẽ có một tốc độ phát triển khác nhau. Dưới đây là bảng cân nặng thai nhi trung bình theo tuần tuổi trung bình dựa trên nghiên cứu của WHO (The World Health Organization) - Tổ chức Y tế Thế giới.

Tuổi thai (tuần)	Cân nặng trung bình theo tuổi thai (gram)	
	Thai nam	Thai nữ
14	92	89

15	116	113
16	146	141
17	183	176
18	226	217
19	277	266
20	337	322
21	407	388
22	487	464
23	578	551
24	681	649
25	795	758

(Nguồn: <https://hellobacsi.com/>)

a) Hãy vẽ biểu đồ thể hiện sự tăng trưởng khối lượng của thai nhi theo tuần tuổi của cả hai giới tính từ tuần 14 đến tuần 24.

b) So sánh về cân nặng của thai nhi nam và nữ trong cùng thời điểm.

c) Nhận xét về xu thế tăng cân của thai nhi giữa các tuần sau so với các tuần đầu.

3B. Bảng thống kê dưới đây cho biết chiều cao chuẩn cho nam và nữ theo lứa tuổi Trung học. Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng thể hiện cân nặng chuẩn của nam và nữ theo tuổi và cho biết trong giai đoạn nào thì các bạn nam phát triển nhanh hơn?

Tuổi	11	12	13	14	15	16
Nam (kg)	35.6	39.9	45.3	50.8	56	60.8
Nữ (kg)	36.9	41.5	45.8	47.6	52.1	53.5

(Nguồn: <https://nubest.vn/>)

Dạng 3. Phân tích dữ liệu trong biểu đồ đoạn thẳng

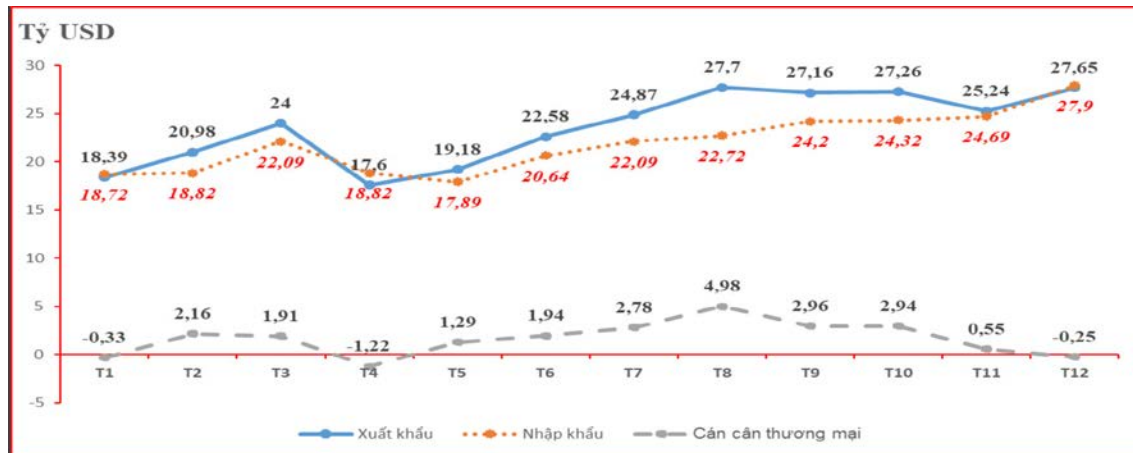
Phương pháp giải:

Để phân tích được dữ liệu trong biểu đồ đoạn thẳng, ta thường lưu ý những thông tin sau:

- Những thời điểm mà đại lượng đạt giá trị cao nhất, thấp nhất.
- So sánh các giá trị của cùng một đại lượng ở các thời điểm khác nhau.
- So sánh các giá trị của các đại lượng tại cùng một thời điểm.

- Khoảng thời gian mà đại lượng thay đổi nhiều nhất.
- Xu thế thay đổi giá trị của đại lượng, tăng dần hay giảm dần, có biến đổi theo chu kỳ hay không,...

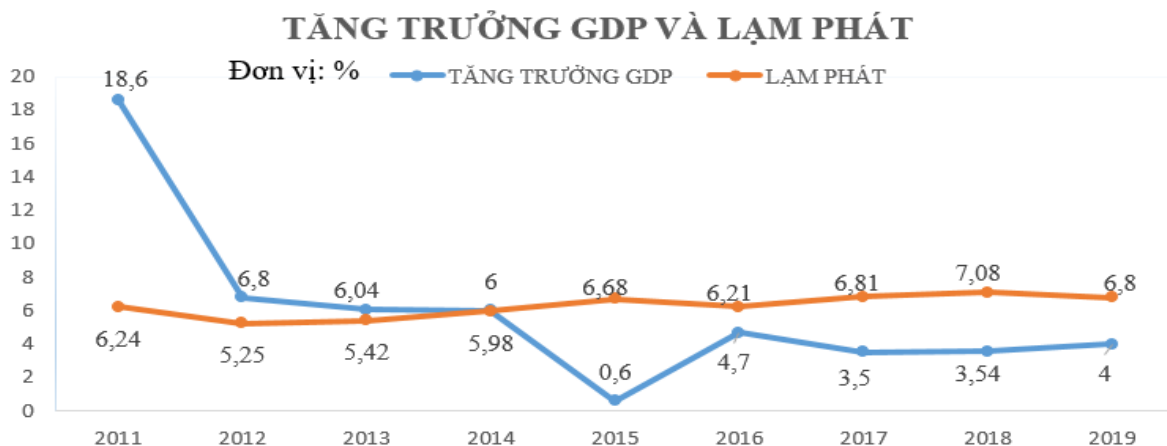
4A. Trong năm 2020, tổng trị giá xuất nhập khẩu hàng hóa của cả nước đạt 545,36 tỷ USD, tăng 5,4% so với năm trước. Biểu đồ dưới đây thể hiện diễn biến xuất khẩu, nhập khẩu và cán cân thương mại của Việt Nam theo tháng trong năm 2020. Hãy cho biết:



(Nguồn: Tổng cục Hải Quan)

- Những tháng nào có giá trị xuất khẩu hàng hóa trên 25 tỉ USD?
- Giá trị xuất khẩu hàng hóa tăng trong giai đoạn nào trong năm?
- Ước tính tổng giá trị xuất khẩu nhiều hơn hay ít hơn tổng giá trị nhập khẩu trong năm 2020?
- Trong tháng nào, chênh lệch giữa giá trị xuất khẩu và nhập khẩu là cao nhất?
- Đánh giá xu hướng xuất nhập khẩu giữa đầu năm và cuối năm.
- Theo em, giá trị của cán cân thương mại được tính như thế nào?

4B. Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hóa và dịch vụ theo thời gian và sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Biểu đồ dưới đây thể hiện tăng trưởng GDP và lạm phát từ năm 2011 đến năm 2018. Hãy cho biết:

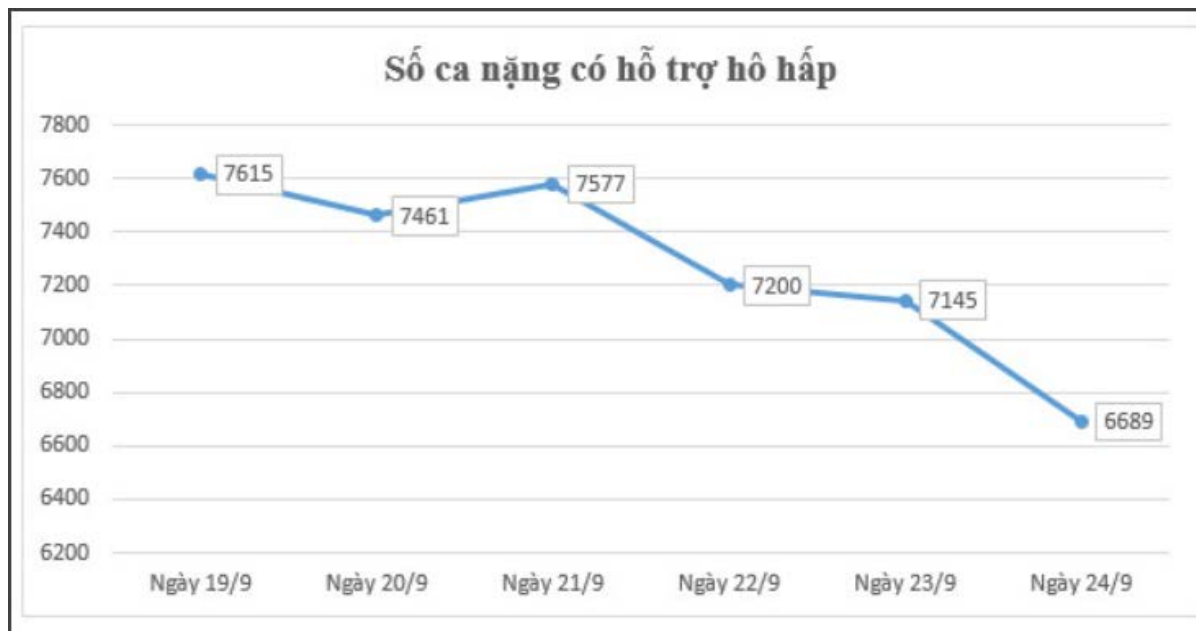


(Nguồn: <https://vnexpress.net/>)

- a) Chỉ số lạm phát tăng cao nhất, thấp nhất vào những năm nào?
- b) Trong khoảng thời gian từ năm 2011 đến năm 2018, tăng trưởng GDP năm nào lớn nhất?
- c) Từ năm 2012 đến năm 2018, chênh lệch giữa tăng trưởng GDP và tăng trưởng lạm phát năm nào đạt cao nhất?
- d) Nhật xét về xu thế tăng trưởng GDP trong giai đoạn từ năm 2012 đến năm 2018.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

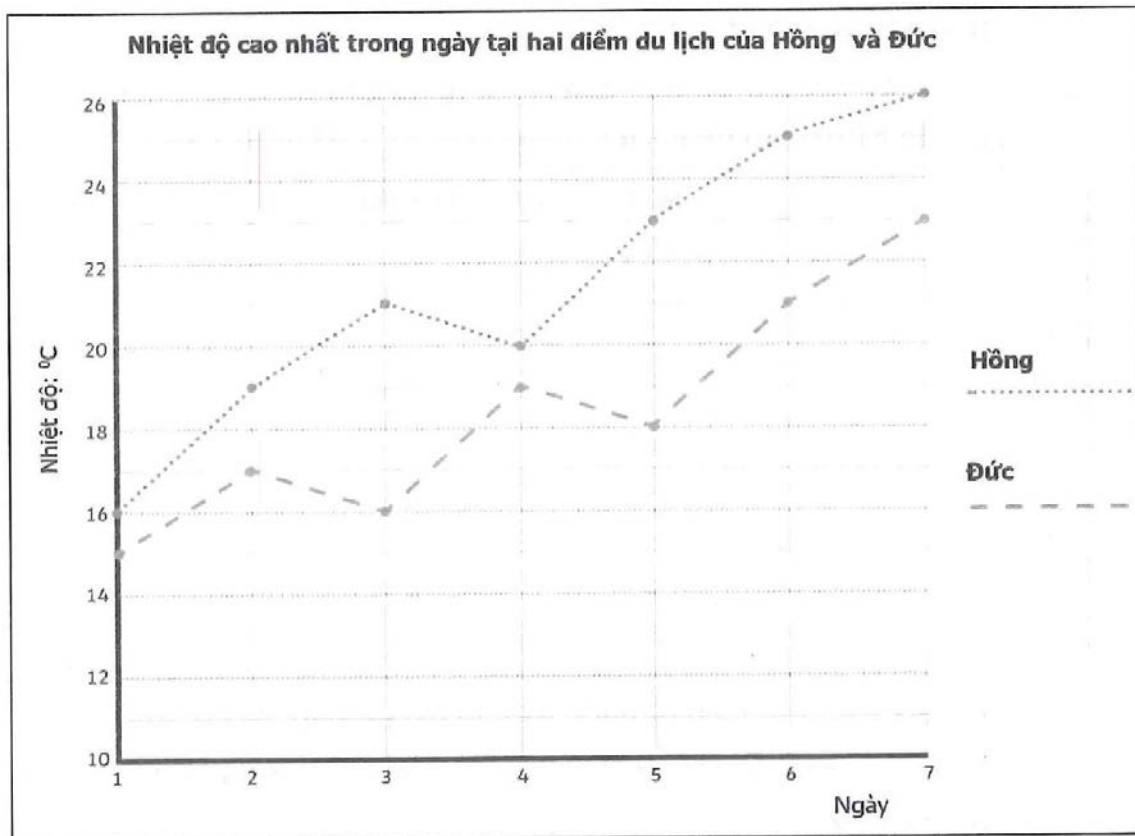
5. Dưới đây là biểu đồ thể hiện số ca nặng cần hỗ trợ hô hấp tại TP. Hồ Chí Minh cập nhật sáng ngày 24/9/2021. Hãy cho biết:



- a) Ngày 24/9/2021, số ca nặng cần hỗ trợ hô hấp là bao nhiêu?
 - b) Số ca nặng cần hỗ trợ của ngày nào giảm so với ngày trước nhiều nhất?
 - c) Nhận xét về xu hướng của số ca nặng cần hỗ trợ hô hấp theo thời gian.
6. Trong học kì I, Thanh Mai ghi lại các điểm đánh giá của mình trong bảng dưới đây. Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng thể hiện điểm đánh giá thường xuyên (DGTX) của Thanh Mai và cho biết, Thanh Mai học Toán có tiến bộ hơn so với đầu học kì I không?

Loại điểm DGTX	Điểm 1	Điểm 2	Điểm 3	Điểm 4
Điểm số	7	8	8	10

7. Hồng và Đức cùng đi du lịch trong 7 ngày nhưng ở hai địa điểm khác nhau. Nhiệt độ cao nhất trong ngày tại 2 địa điểm mà hai bạn đi du lịch thể hiện trong biểu đồ sau. Hãy cho biết:



- Nhiệt độ cao nhất trong ngày nơi bạn nào đi du lịch cao hơn?
- Nhiệt độ cao nhất ngày thứ 5 tại hai địa điểm lần lượt là bao nhiêu?
- Chênh lệch nhiệt độ giữa hai nơi ở ngày du lịch thứ bao nhiêu là ít nhất, nhiều nhất?

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) Trước năm 2020, năm 2018 có sự tăng trưởng GDP cao nhất, đạt 7,08%.

b) GDP giữ đà tăng liên tục trong 4 liên tiếp từ năm 2012 đến năm 2015.

c) Cuối năm 2019, đầu năm 2020, thế giới xuất hiện đại dịch Covid-19. Đại dịch này ảnh hưởng đến tất cả các ngành sản xuất, dịch vụ,... nên làm cho tăng trưởng GDP thấp hơn so với các năm trước đó.

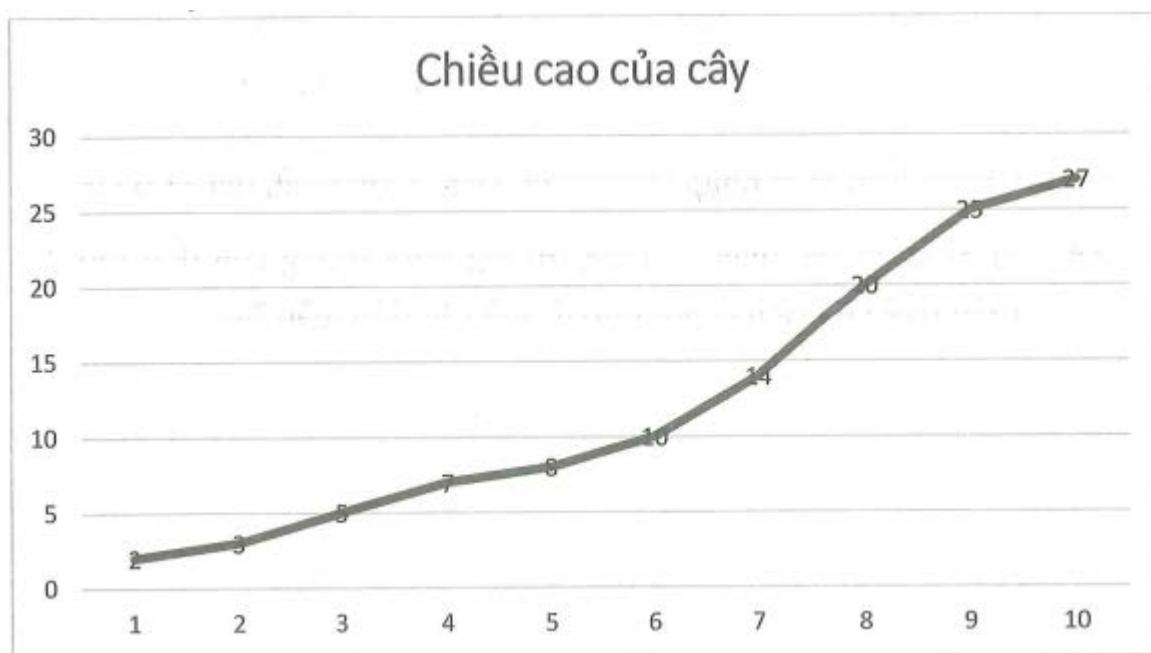
1B. a) Chiều cao của cây vào các ngày thứ 10, 20, 30 lần lượt là 4 cm, 10 cm, 19,5 cm.

b) Sau 14 ngày, cây hoa hướng dương đạt chiều cao 8 cm.

c) Từ ngày thứ 16 đến ngày thứ 24, cây cao thêm 6 cm.

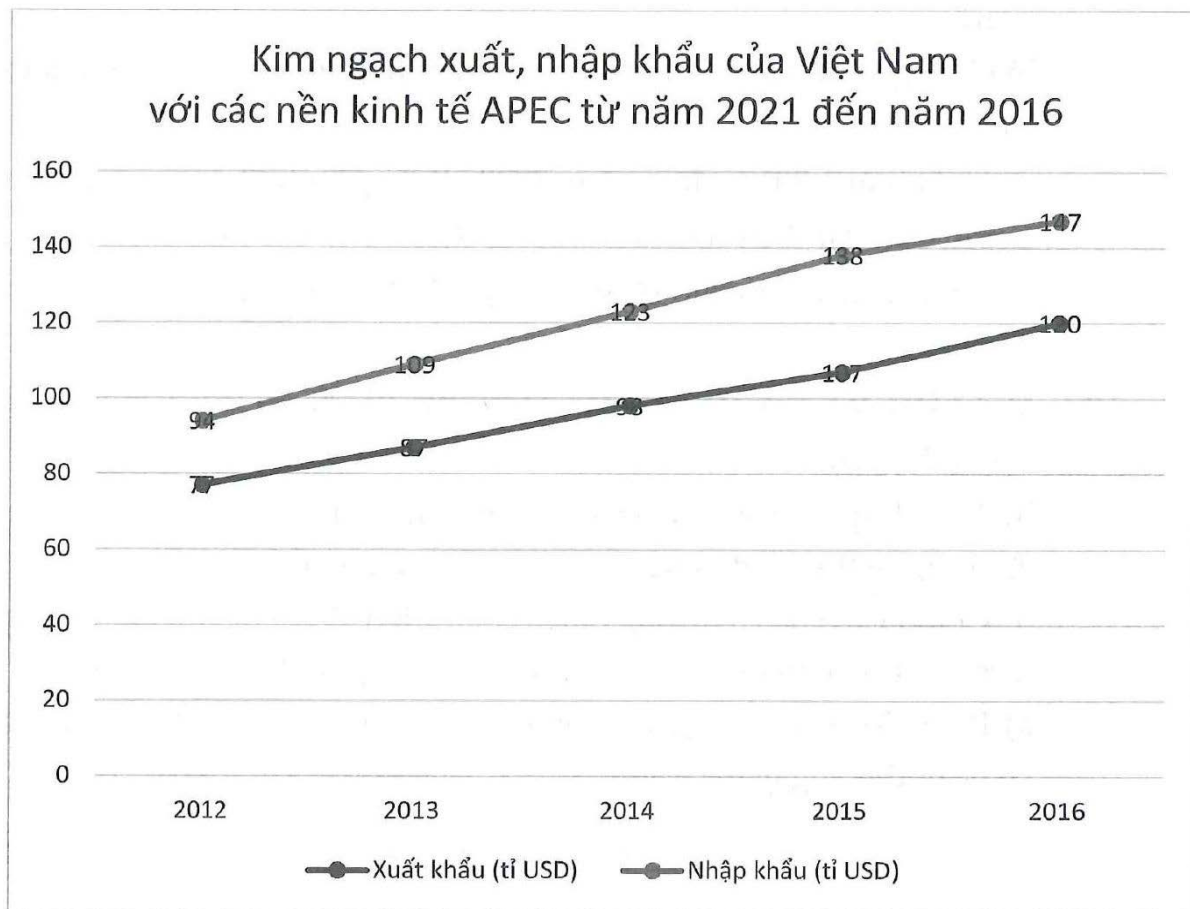
d) Chiều cao của cây trong 6 ngày đầu tiên là 0. Lúc đó, hạt hướng dương chưa nảy mầm nên số đo chiều cao ghi nhận được là 0.

2A. a) Biểu đồ đoạn thẳng thể hiện quá trình tăng trưởng chiều cao của cây theo ngày.



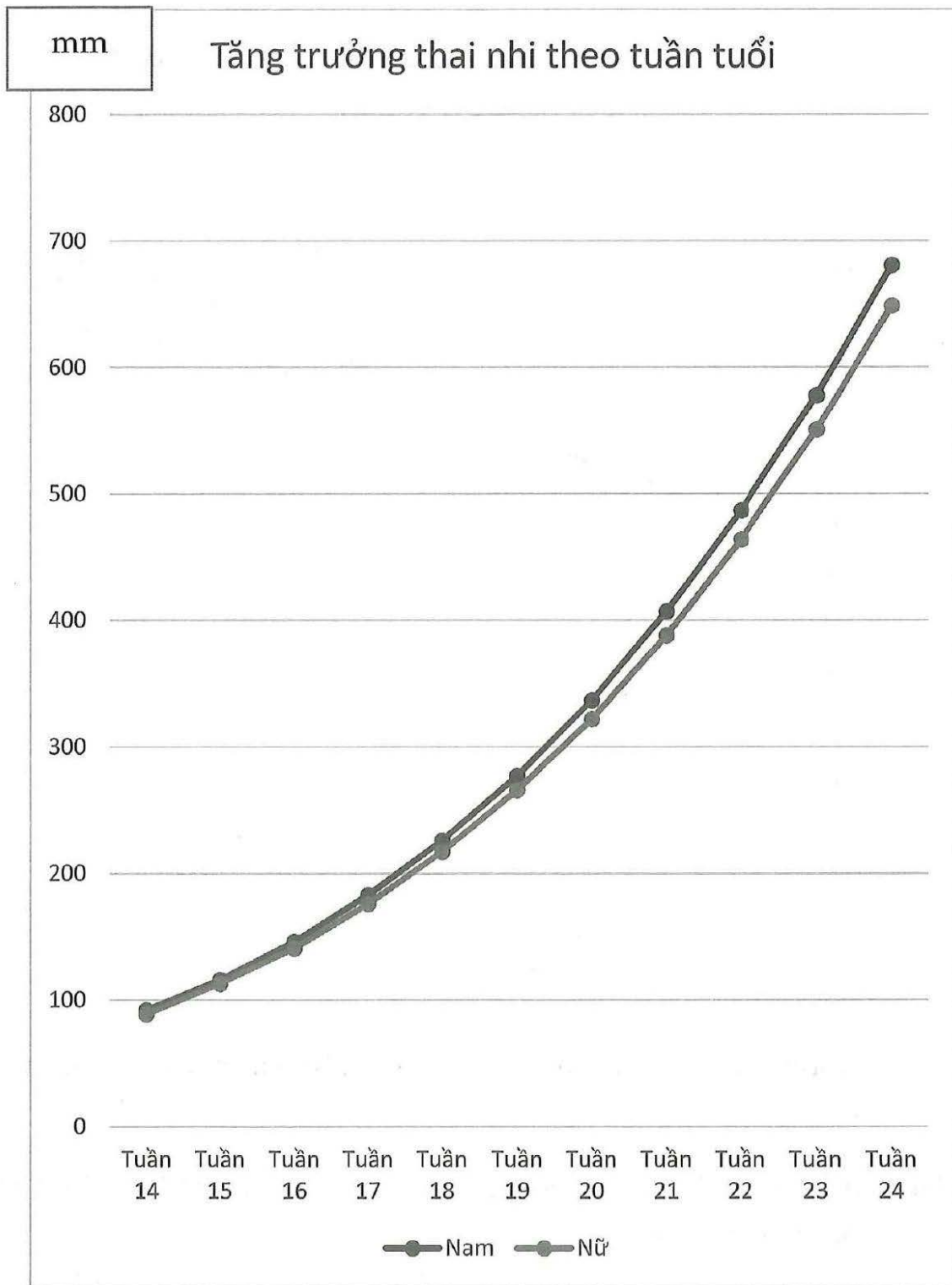
b) Từ ngày thứ 6 đến ngày thứ 9, cây tăng trưởng nhanh nhất.

2B. Biểu đồ đoạn thẳng thể hiện kim ngạch xuất nhập khẩu của Việt Nam với các nền kinh tế APEC:



Chênh lệch xuất nhập khẩu năm 2015 là lớn nhất, đạt 31 tỉ USD.

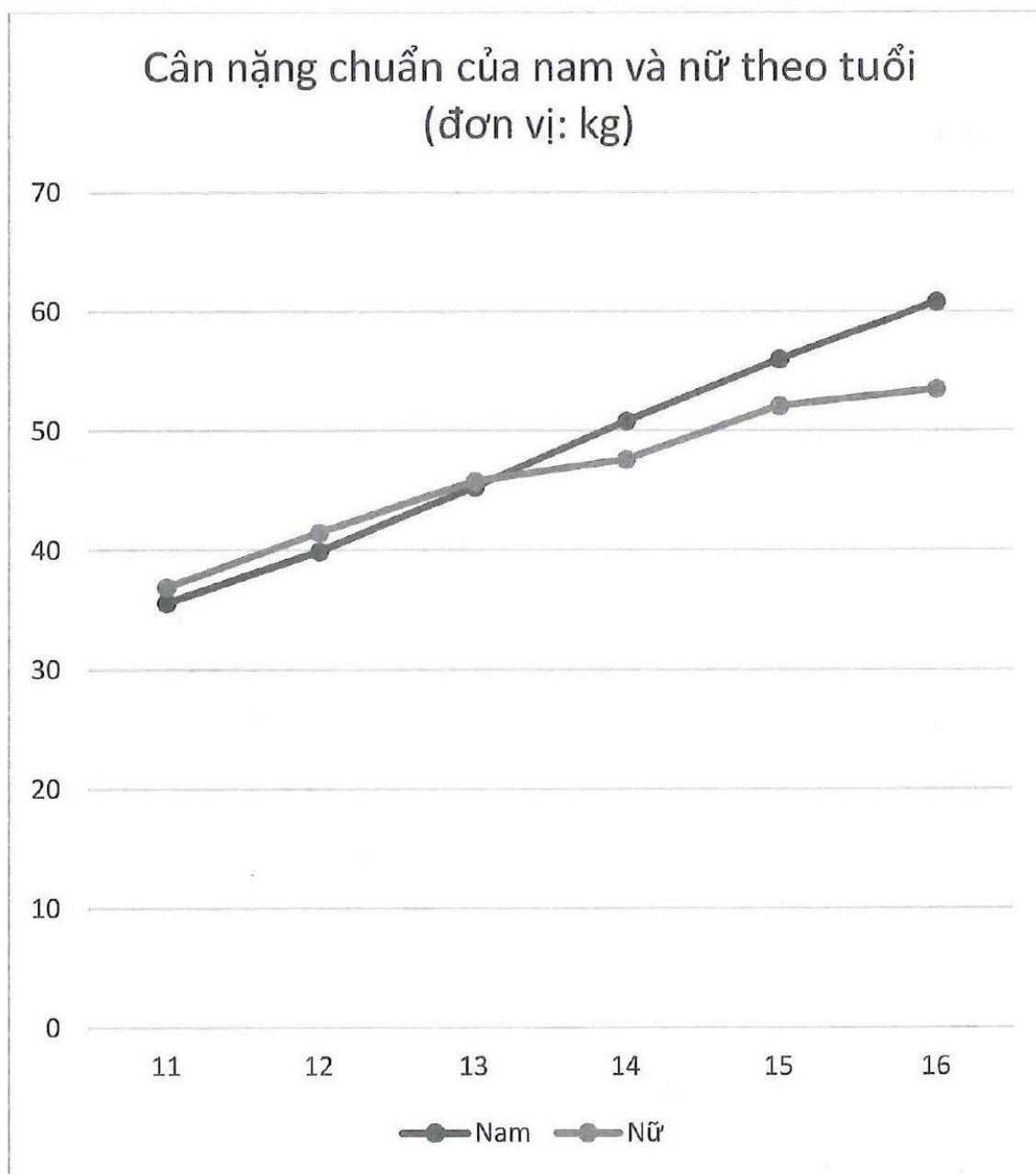
3A. a) Biểu đồ thể hiện sự tăng trưởng khối lượng của thai nhi theo tuần tuổi của cả hai giới tính từ tuần 14 đến tuần 24.



b) Trong cùng tuần tuổi, khối lượng của thai nhi nam nặng hơn khối lượng của thai nhi nữ.

c) Trong các tuần sau, cân nặng thai nhi tăng nhanh hơn trong những tuần đầu.

3B. a) Biểu đồ đoạn thẳng thể hiện cân nặng chuẩn của nam và nữ theo tuổi.



Trong giai đoạn từ 14 đến 16 tuổi, các bạn nam phát triển nhanh hơn.

4A. a) Những tháng có giá trị xuất khẩu hàng hóa trên 25 tỉ USD là: tháng 8, 9, 10, 11, 12.

b) Giá trị xuất khẩu hàng hóa tăng trong giai đoạn từ tháng 4 đến tháng 8.

c) Ước tính tổng giá trị xuất khẩu nhiều hơn tổng giá trị nhập khẩu trong năm 2020.

d) Tháng 8 có chênh lệch giữa giá trị xuất khẩu và nhập khẩu là cao nhất.

e) Xu hướng xuất nhập khẩu tăng đầu năm so với cuối năm.

f) Theo em, giá trị của cán cân thương mại được tính là hiệu số giữa xuất khẩu và nhập khẩu.

4B. a) Chỉ số lạm phát tăng cao nhất vào năm 2011 (18,6%), thấp nhất vào năm 2015 (0,6%).

b) Trong khoảng thời gian từ năm 2011 đến năm 2018, tăng trưởng GDP năm 2018 là lớn nhất.

c) Từ năm 2012 đến năm 2018, chênh lệch giữa tăng trưởng GDP và tăng trưởng lạm phát năm 2015 đạt cao nhất?

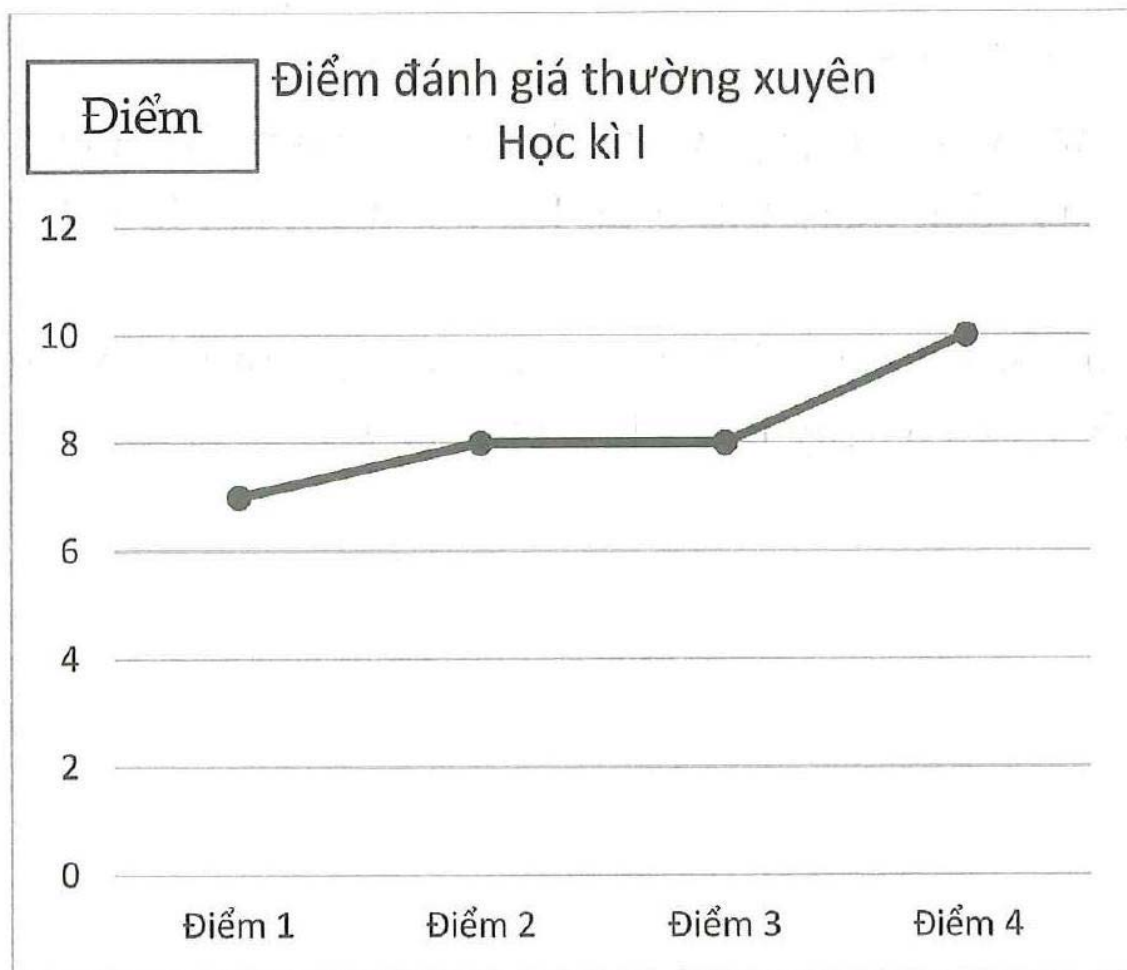
d) Xu thế tăng trưởng GDP trong giai đoạn từ năm 2012 đến năm 2018 là tăng dần qua các năm.

5. a) Ngày 24/9/2021, số ca nặng cần hỗ trợ hô hấp là 6689 người.

b) Số ca nặng cần hỗ trợ của ngày 24/9/2021 giảm so với ngày trước nhiều nhất (456 ca).

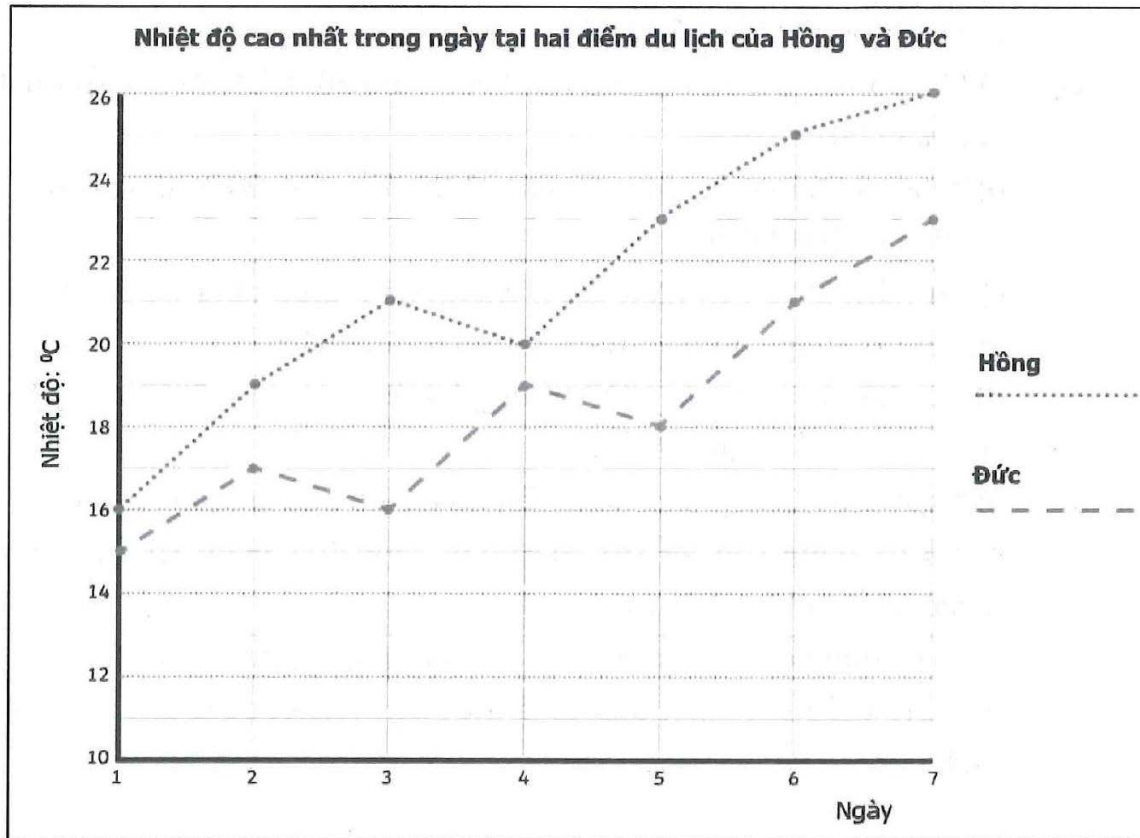
c) Số ca nặng cần hỗ trợ hô hấp có xu hướng giảm theo thời gian.

6. Biểu đồ thể hiện điểm đánh giá thường xuyên học kì I của Thanh Mai:



Điểm có xu hướng tăng dần nên Thanh Mai học Toán có tiên bộ hơn so với đầu học kì I.

7.



- a) Nhiệt độ cao nhất trong ngày nơi Hồng đi du lịch cao hơn.
- b) Nhiệt độ cao nhất ngày thứ 5 tại hai địa điểm lần lượt là 23°C và 18°C .
- c) Chênh lệch nhiệt độ giữa hai nơi ở ngày du lịch thứ 3 và thứ 5 là nhiều nhất (5°C) và ở ngày thứ 4 là ít nhất (1°C).

ÔN TẬP CHƯƠNG V

1. Biểu đồ dưới đây được tổng hợp từ các nghiên cứu các yếu tố ảnh hưởng đến sự phát triển chiều cao của một người. Hãy cho biết:

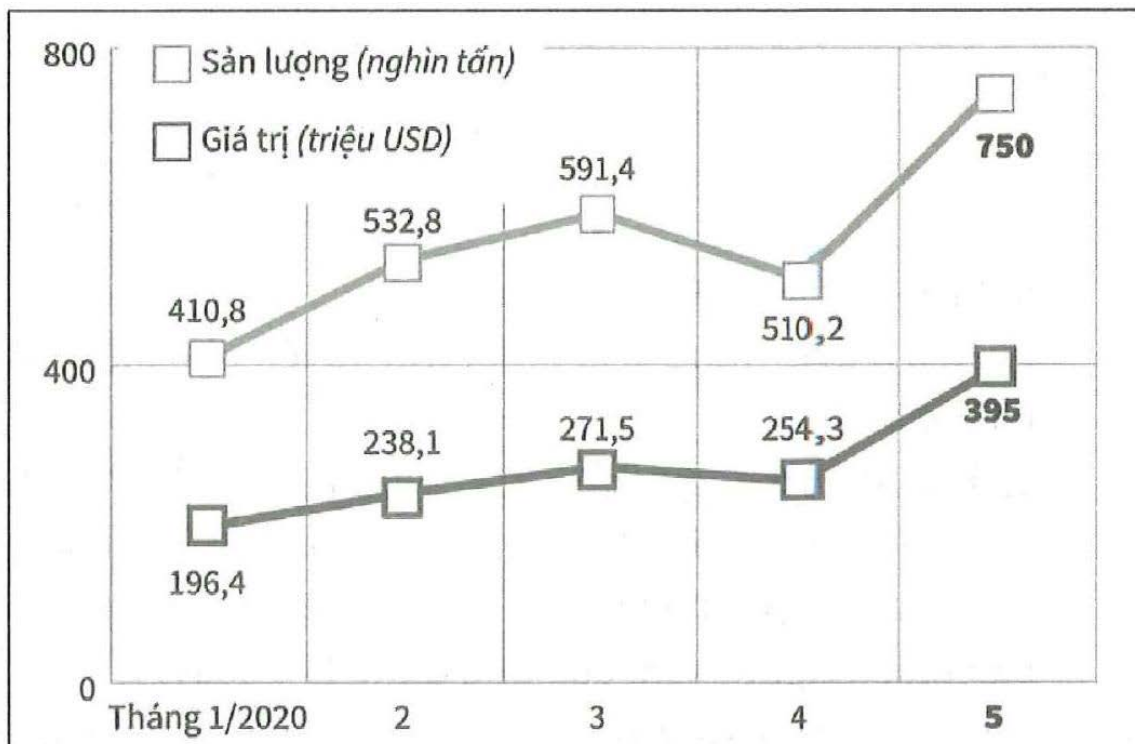


(Nguồn: <https://vnexpress.net/>)

a) Yếu tố nào ảnh hưởng đến chiều cao nhiều nhất?

b) Nếu bất lợi về yếu tố di truyền, làm thế nào để gia tăng được chiều cao?

2. Biểu đồ dưới đây thể hiện sản lượng và giá trị xuất khẩu mặt hàng gạo của Việt Nam các tháng đầu năm 2020.

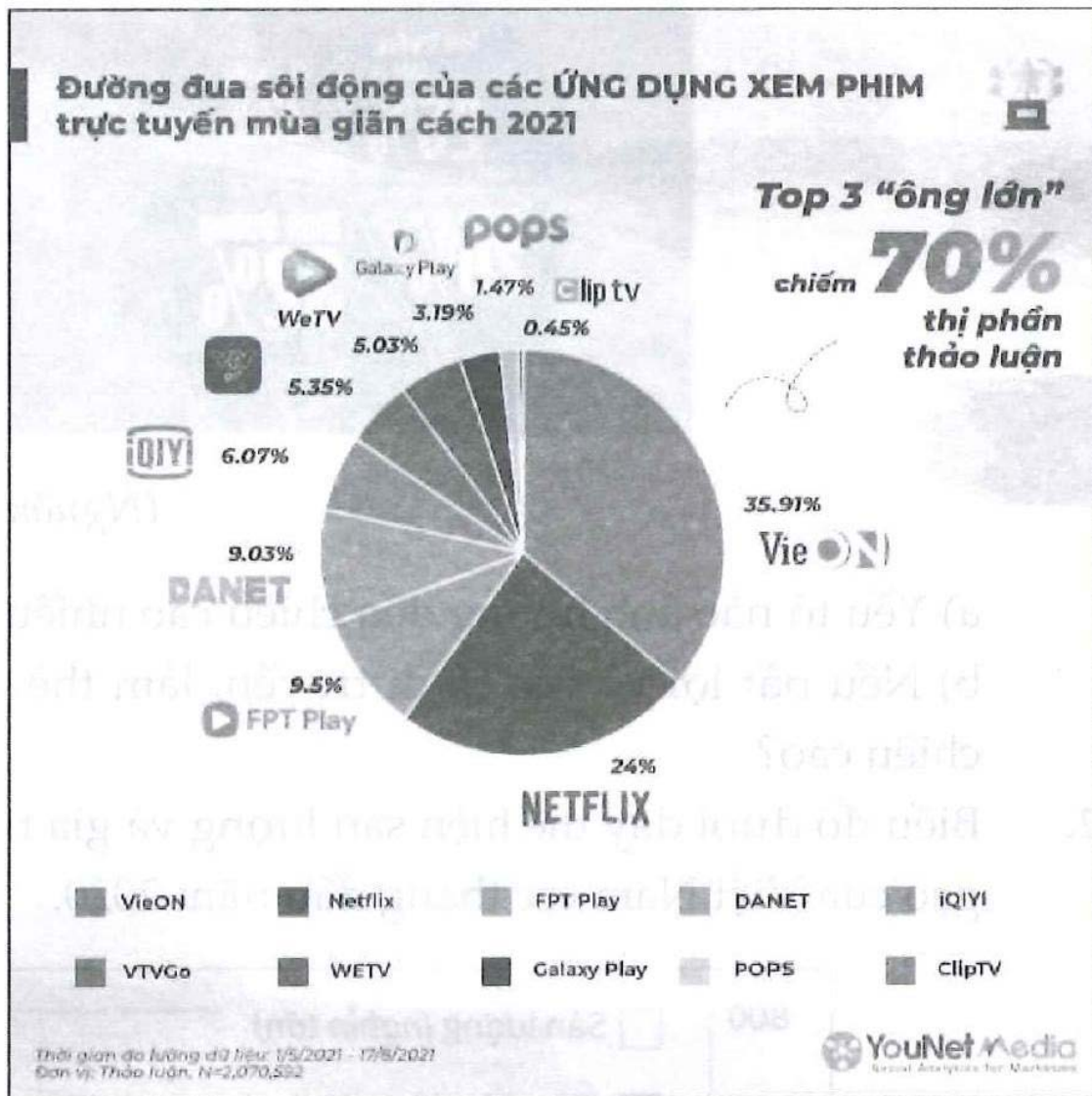


(Nguồn: Bộ Công thương; Tổng cục Hải quan)

a) Tháng nào đạt sản lượng và giá trị xuất khẩu cao nhất trong 5 tháng?

b) Tháng nào gạo xuất khẩu có giá cao nhất? Là bao nhiêu?

3. Hãy xem biểu đồ dưới đây và cho biết:



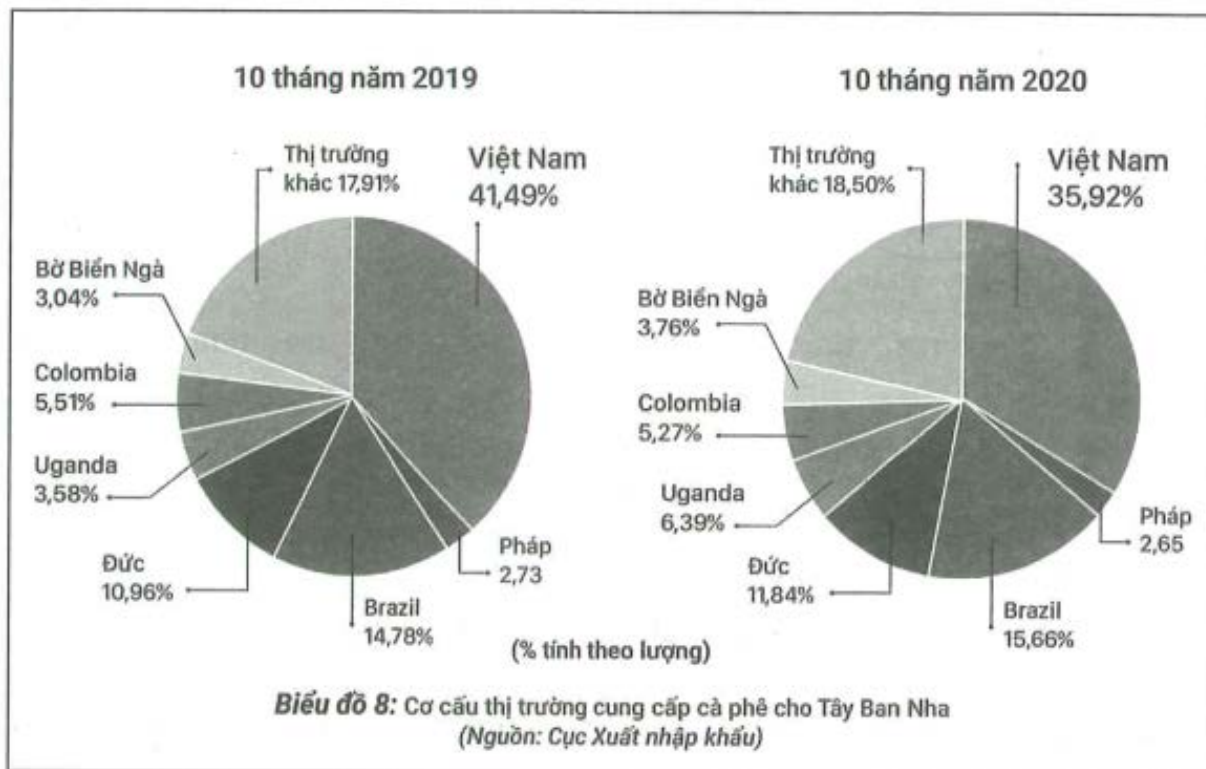
(Nguồn: YouNet Media)

a) Biểu đồ cho biết thông tin gì?

b) Nêu 3 ứng dụng xem phim trực tuyến phổ biến, chiếm thị phần bao nhiêu?

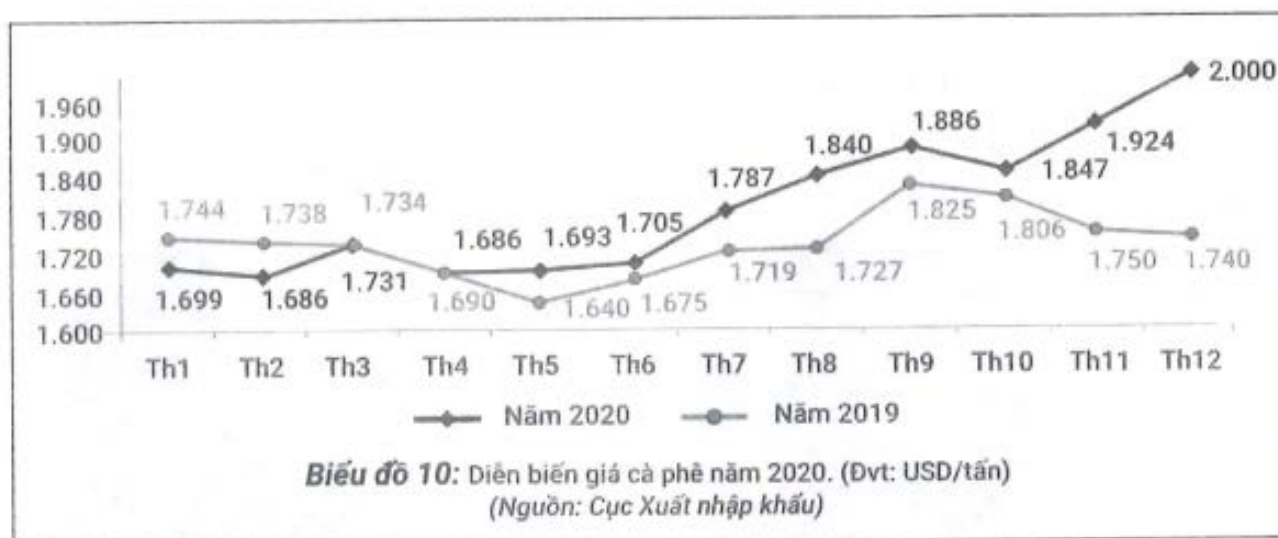
c) Tính đến tháng 7/2021, theo website World Population Review thì dân số Hà Nội đạt 8418883 người. Nếu có khoảng 20% dân số Hà Nội xem phim trực tuyến qua các ứng dụng trên thì có khoảng bao nhiêu người xem qua ứng dụng FPT Play?

4. Biểu đồ dưới đây được trích từ "Báo cáo thị trường cà phê năm 2020" của vietnambiz.vn. Hãy cho biết:



- Hai biểu đồ trên thể hiện thông tin gì?
- Quốc gia nào cung cấp cà phê cho Tây Ban Nha nhiều nhất?
- Tỉ lệ cà phê của Việt Nam cung cấp cho Tây Ban Nha thay đổi như thế nào giữa hai năm 2019 và 2020?
- Theo số liệu thống kê từ Trung tâm Thương mại Quốc tế, nhập khẩu cà phê của Tây Ban Nha trong 10 tháng năm 2020 đạt 297,1 nghìn tấn. Hãy ước tính sản lượng cà phê nhập khẩu từ Việt Nam.

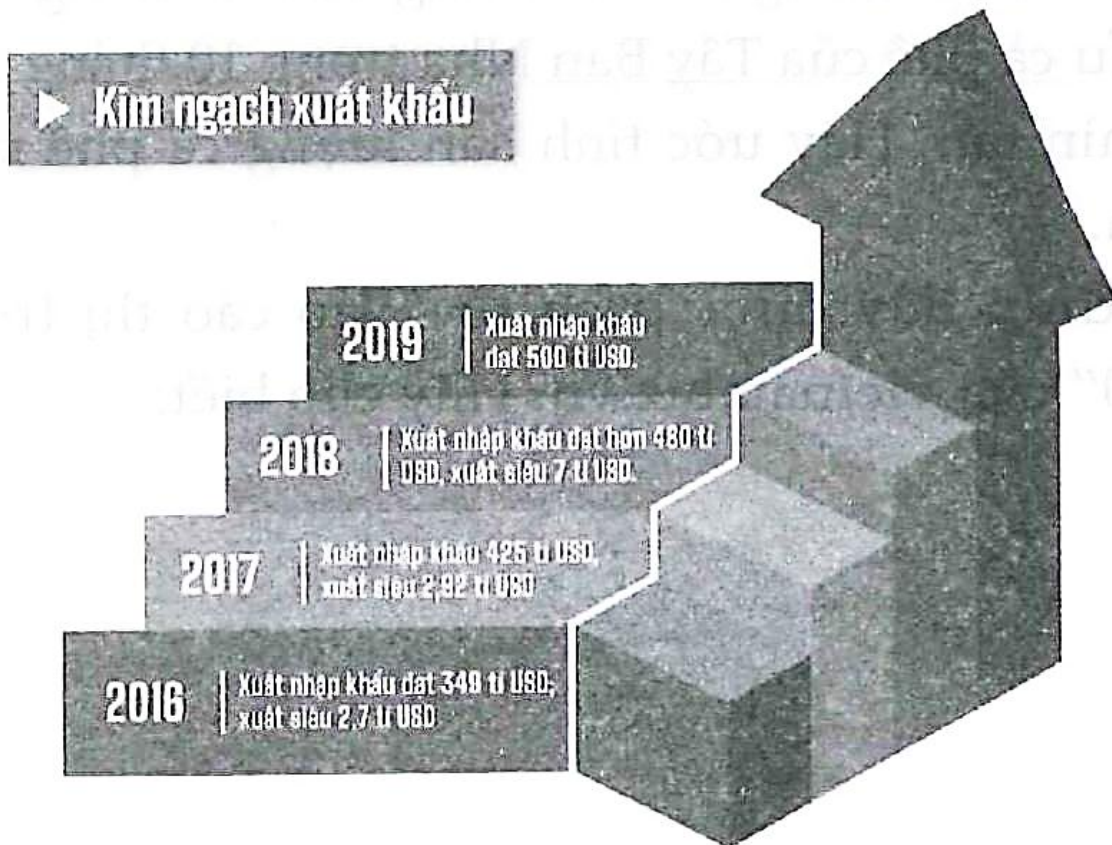
5. Biểu đồ dưới đây được trích từ "Báo cáo thị trường cà phê năm 2020" của vietnambiz.vn. Hãy cho biết:



- a) Biểu đồ cho biết thông tin gì?
- b) So sánh giá cả phê ở nửa cuối của hai năm.
- c) Nhận xét xu hướng giá cả phê các tháng cuối năm của hai năm.

6. Lựa chọn loại biểu đồ biểu diễn dữ liệu phù hợp trong các tình huống sau:

a) Tổng kim ngạch xuất nhập khẩu của Việt Nam từ năm 2016 đến năm 2019 thể hiện trong báo cáo sau. Hãy lựa chọn dạng biểu đồ thể hiện sự thay đổi tổng kim ngạch xuất nhập khẩu của Việt Nam qua các năm.



(Nguồn: <https://laodong.vn>)

b) Đánh giá tình hình thực hiện ngân sách nhà nước năm 2021, Bộ Tài chính cho biết, tổng thu ngân sách nhà nước ước đạt 1 365,53 nghìn tỉ đồng, trong đó có các nguồn thu sau đây:

- Thu nội địa: 1 133,2 nghìn tỉ đồng;
- Thu dầu thô: 35,2 nghìn tỉ đồng;
- Thu từ hoạt động xuất nhập khẩu: 189 nghìn tỉ đồng;
- Thu viện trợ: 8,13 nghìn tỉ đồng.

Hãy chọn và biểu đồ thể hiện tỉ lệ đóng góp vào ngân sách nhà nước năm 2021 của các nguồn thu.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1. a) Yếu tố ảnh hưởng đến chiều cao nhiều nhất là yếu tố dinh dưỡng, chiếm 32%.

b) Nếu bất lợi về yếu tố di truyền, để gia tăng được chiều cao cần phải chú ý có một chế độ dinh dưỡng hợp lý với lứa tuổi phát triển, cần xây dựng một chế độ rèn luyện, tập thể dục thường xuyên và tạo môi trường học tập, vui chơi, giải trí phù hợp.

2. a) Tháng 5/2020 đạt sản lượng và giá trị xuất khẩu cao nhất trong 5 tháng.

b) Để tính giá của gạo xuất khẩu, ta cần tính tỉ lệ giá trị và sản lượng.

Giá của gạo các tháng 1, 2, 3, 4, 5 lần lượt là: 0,478; 0,447; 0,459; 0,498; 0,527 (triệu USD/ngàn tấn). Như vậy, tháng 5/2020 gạo có giá cao nhất trong 5 tháng.

3. a) Biểu đồ cho biết thông tin về thị phần người dùng sử dụng các ứng dụng xem phim trực tuyến.

b) 3 ứng dụng xem phim trực tuyến phổ biến là VieON, NETFLIX, FPT Play, chiếm tổng thị phần là 69,41%.

c) Số người xem phim trực tuyến qua ứng dụng FPT Play là:

$$8418883.20\% \cdot 9,5\% \approx 159959 \text{ (người)}$$

4. a) Hai biểu đồ trên thể hiện thông tin về thị phần nhập khẩu cà phê ở các quốc gia khác nhau của Tây Ban Nha.

b) Quốc gia cung cấp cà phê cho Tây Ban Nha nhiều nhất là Việt Nam.

c) Tỉ lệ cà phê của Việt Nam cung cấp cho Tây Ban Nha năm 2020 giảm so với năm 2019.

d) Sản lượng cà phê mà Tây Ban Nha nhập khẩu từ Việt Nam năm 2020 của là:

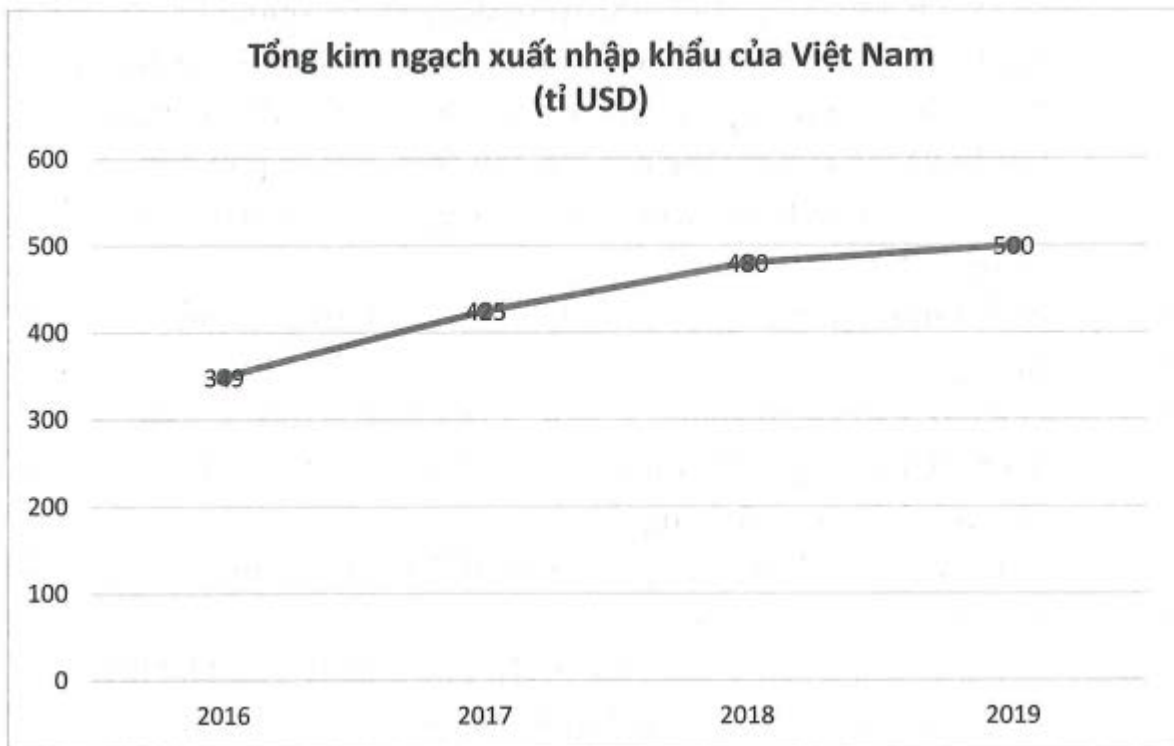
$$297,1 \cdot 35,92\% \approx 106,72 \text{ (nghìn tấn)}.$$

5. a) Biểu đồ cho biết thông tin về diễn biến giá cà phê từng tháng trong các năm 2019 và 2020.

b) Vào nửa cuối của hai năm, giá cà phê năm 2020 cao hơn giá cà phê năm 2019.

Xu hướng giá cà phê các tháng cuối năm 2019 giảm, các tháng cuối năm 2020 tăng.

6. a) Để thể hiện sự thay đổi của tổng kim ngạch xuất nhập khẩu của Việt Nam qua các năm, ta sử dụng biểu đồ đoạn thẳng.



b) Để thể hiện tỉ lệ đóng góp vào ngân sách nhà nước năm 2021 của các nguồn thu và dễ dàng so sánh, ta chọn biểu đồ hình quạt tròn.