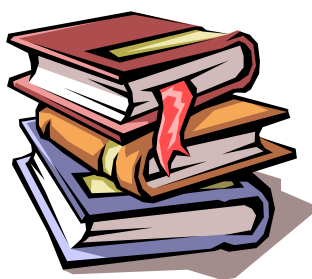


Tailieumontoan.com



Điện thoại (Zalo) 039.373.2038



CỦNG CỐ KIẾN THỨC TOÁN 7 TẬP 2

(Liệu hệ tài liệu word môn toán SĐT (zalo) : 039.373.2038)



Tài liệu sưu tầm, ngày 15 tháng 8 năm 2023



MỤC LỤC

Chương 1. Tỷ lệ thức và đại lượng tỷ lệ

Chương 2. Biểu thức đại số và đa thức một biến

Chương 3. Làm quen với biến số và xác suất của biến cố

Chương 4. Quan hệ giữa các yếu tố trong một tam giác

Chương 5. Một số hình khối trong thực tiễn



**BÀI 1. TỈ LỆ THỨC****I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

1. Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Tỉ lệ thức còn được viết dưới dạng $a:b=c:d$.

2. Tính chất của tỉ lệ thức:

- Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$.

- Nếu $ad = bc$ (với $a, b, c, d \neq 0$) thì ta có bốn tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d};$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d};$$

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a};$$

$$\frac{d}{c} = \frac{b}{a}.$$

3. Nhận xét: Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ($a, b, c, d \neq 0$) suy ra

$$a = \frac{bc}{d}; b = \frac{ad}{c}; c = \frac{ad}{b}; d = \frac{bc}{a}.$$

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Nhận biết tỉ số - tỉ lệ thức**

1A. Thay tỉ số sau đây bằng tỉ số giữa các số nguyên:

a) $\frac{8}{12} : \frac{4}{15}$

b) $0,75 : 2,5$;

c) $\frac{-5}{3} : 1,5$.

1B. Thay tỉ số sau đây bằng tỉ số giữa các số nguyên:

a) $\frac{21}{16} : \frac{15}{20}$

b) $2,3 : 1,65$;

c) $\frac{-11}{9} : 2,7$

2A. Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau rồi lập tỉ lệ thức:

$18 : 24$;

$\frac{8}{15} : \frac{2}{3}$;

$2,7 : 3,6$.

2B. Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau rồi lập tỉ lệ thức:

$(-10) : (-35)$;

$\frac{14}{11} : \frac{49}{11}$;

$1,8 : (-6,3)$.

Dạng 2. Tìm số chưa biết trong tỉ lệ thức

3A. Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:



a) $\frac{x}{6} = \frac{15}{8}$; b) $\frac{12}{x} = \frac{3}{-8}$.

3B. Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

a) $\frac{x}{16} = \frac{-11}{12}$; b) $\frac{11}{10} = \frac{-20}{x}$.

Dạng 3. Thiết lập các tỉ lệ thức từ đẳng thức cho trước

4A. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể thu được từ đẳng thức:

$$18.(-20) = (-8).45$$

4B. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể thu được từ đẳng thức:

$$(-10).20 = (-25).8$$

Dạng 4. Các bài toán thực tế sử dụng tỉ lệ thức

5A. Theo công thức làm một loại bánh, cứ 100 g bột bánh thì cần 15 g nho khô. Hỏi nếu có 36 g nho khô thì cần bao nhiêu gam bột bánh để làm loại bánh đó?

5B. Để làm 12 kg mứt tét, bác Nam cần dùng 2 kg đường. Hỏi nếu bác muốn làm 15 kg mứt tét cùng loại thì cần bao nhiêu kg đường?

6A. 15 người thợ may xong một đơn hàng trong 20 ngày. Hỏi nếu muốn hoàn thành đơn hàng đó trong 12 ngày thì cần bao nhiêu người thợ (biết năng suất các người thợ là như nhau)?

6B. Để sửa xong một đoạn đường cần 8 người công nhân làm trong 10 ngày. Hỏi nếu muốn sửa xong đoạn đường đó trong 5 ngày thì cần bao nhiêu người công nhân (biết năng suất của các công nhân là như nhau)?

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

7. Thay tỉ số sau đây bằng tỉ số giữa các số nguyên:

a) $\frac{9}{25} : \frac{27}{40}$ b) $1,25 : 0,225$; c) $\frac{-3}{8} : 0,2$.

8. Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau rồi lập tỉ lệ thức:

$(-21) : (-56)$; $\frac{6}{15} : \frac{-16}{15}$; $0,375 : 1$.

9. Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

a) $\frac{x}{-16} = \frac{-9}{12}$; b) $\frac{27}{x} = \frac{-9}{3}$.

10. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể thu được từ đẳng thức:



a) $(-3).12 = 4.(-9)$ b) $5.125 = 25^2$.

11. Nhân dịp Tết nguyên đán, một cửa hàng có chương trình khuyến mãi: mỗi khi khách hàng mua 5 hộp cam thì được tặng 2 hộp mứt. Hỏi nếu muốn được tặng 14 hộp mứt theo chương trình khuyến mãi đó thì khách hàng cần mua bao nhiêu hộp cam?

12. Để chảy đầy một bể cạn, 3 máy bơm cần chảy trong 2 giờ. Hỏi nếu có 6 máy bơm cùng chảy vào bể cạn đó thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

13*. Chứng minh nếu các số a, b, c, d lập thành tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì ta cũng có các tỉ lệ thức sau:

a) $\frac{2a+b}{3a-b} = \frac{2c+d}{3c-d}$; b) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2}$.

**HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ**

$$1A. a) \frac{8}{12} : \frac{4}{15} = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{4} = \frac{5}{2};$$

$$b) 0,75 : 2,5 = \frac{3}{10};$$

$$c) \frac{-5}{3} : 1,5 = \frac{-5}{3} : \frac{3}{2} = \frac{-5}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{-10}{9}.$$

1B. Tương tự bài 1A:

$$a) \frac{7}{4};$$

$$b) \frac{46}{33};$$

$$c) \frac{-110}{243}.$$

2A. Vì $18 : 24 = 2,7 : 3,6$ nên ta có thể lập được các tỉ lệ thức:

$$\frac{18}{24} = \frac{2,7}{3,6};$$

$$\frac{18}{2,7} = \frac{24}{3,6};$$

$$\frac{3,6}{24} = \frac{2,7}{18};$$

$$\frac{24}{18} = \frac{3,6}{2,7}.$$

2B. Tương tự bài 2A:

$$\frac{-10}{-35} = \frac{\frac{14}{11}}{\frac{49}{11}};$$

$$\frac{-10}{\frac{14}{11}} = \frac{-35}{\frac{49}{11}};$$

$$\frac{\frac{49}{11}}{-35} = \frac{\frac{14}{11}}{-10};$$

$$\frac{-35}{-10} = \frac{\frac{49}{11}}{\frac{14}{11}}.$$

$$3A. a) \frac{x}{6} = \frac{15}{8} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 15}{8} = \frac{45}{4};$$

$$b) \frac{12}{x} = \frac{3}{-8} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot (-8)}{3} = -32.$$

3B. Tương tự bài 3A:

$$a) x = \frac{-44}{3};$$

$$b) x = \frac{-200}{11}.$$

4A. Vì $18 \cdot (-20) = (-8) \cdot 45$ nên ta có thể lập được bốn tỉ lệ thức:

$$\frac{18}{45} = \frac{-8}{-20};$$

$$\frac{18}{-8} = \frac{45}{-20};$$

$$\frac{-20}{45} = \frac{-8}{18};$$

$$\frac{45}{18} = \frac{-20}{-8}.$$

4B. Tương tự bài 4A:

$$\frac{-10}{-25} = \frac{8}{20};$$

$$\frac{-10}{8} = \frac{-25}{20};$$

$$\frac{20}{-25} = \frac{8}{-10};$$

$$\frac{-25}{-10} = \frac{20}{8}.$$

5A. Gọi $x(g)$ là khối lượng bột bánh cần thiết.



Ta có tỉ lệ thức $\frac{x}{36} = \frac{100}{15}$. Suy ra $x = \frac{36.100}{15} = 240(g)$.

Vậy khối lượng bột bánh cần thiết là 240 g.

5B. Tương tự bài 5A:

Bác Nam cần dùng 2,5 kg đường.

6A. Gọi x (người thợ) là số người thợ cần để hoàn thành đơn hàng đó trong 12 ngày.

Ta có tỉ lệ thức $\frac{x}{15} = \frac{20}{12}$. Suy ra $x = \frac{20.15}{12} = 25$ (người thợ).

Vậy cần 25 người thợ để hoàn thành đơn hàng trong 12 ngày.

6B. Tương tự bài 6A:

Để sửa xong đoạn đường đó trong 5 ngày thì cần 16 người công nhân.

7. a) $\frac{9}{25} : \frac{27}{40} = \frac{8}{15}$;

b) $1,25 : 0,225 = \frac{50}{9}$;

c) $\frac{-3}{8} : 0,2 = \frac{-15}{8}$.

8. $\frac{-21}{-56} = \frac{0,375}{1}$; $\frac{-21}{0,375} = \frac{-56}{1}$;

$\frac{1}{-56} = \frac{0,375}{-21}$; $\frac{-56}{-21} = \frac{1}{0,375}$.

9. a) $x = 12$; b) $x = -9$.

10. a) $\frac{-3}{4} = \frac{-9}{12}$; $\frac{-3}{-9} = \frac{4}{12}$; $\frac{12}{4} = \frac{-9}{-3}$; $\frac{4}{-3} = \frac{12}{-9}$.

b) $\frac{5}{25} = \frac{25}{125}$; $\frac{125}{25} = \frac{25}{5}$.

11. Để được tặng 14 hộp mứt theo chương trình khuyến mãi thì khách hàng cần mua 35 hộp cam.

12. 6 máy bơm cùng chảy vào bể cạn đó sẽ đầy bể sau 1 giờ.

13*. Hướng dẫn : Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$. Suy ra: $a = bk$; $c = dk$. Khi đó:



a) $\frac{2a+b}{3a-b} = \frac{2c+d}{3c-d}$ (đều bằng $\frac{2k+1}{3k-1}$);

b) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2}$ (đều bằng $\frac{k^2+1}{k^2-1}$).





BÀI 2. TÍNH CHẤT CỦA DẪY TỈ SỐ BẰNG NHAU

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tính chất của dãy hai tỉ số bằng nhau:

Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$.

(Giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

2. Mở rộng tính chất cho dãy tỉ số bằng nhau:

Từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ suy ra:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a-c+e}{b-d+f}$$

(Giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

3. **Chú ý:** Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$, ta còn nói các số a, c, e tỉ lệ với các số b, d, f .

Khi đó ta cũng viết $a : c : e = b : d : f$.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Sử dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau để tìm các đại lượng chưa biết

1A. a) Tìm hai số x và y , biết: $\frac{x}{8} = \frac{y}{12}$ và $x + y = 60$.

b) Tìm hai số x và y , biết: $\frac{x}{6} = \frac{y}{10}$ và $x - y = 12$.

c) Tìm ba số x, y và z , biết: $x = \frac{y}{2} = \frac{z}{4}$ và $2x - 4y + z = -6$.

1B. a) Tìm hai số a và b , biết: $\frac{a}{11} = \frac{b}{8}$ và $a + b = 38$.

b) Tìm hai số a và b , biết: $\frac{a}{15} = \frac{b}{7}$ và $b - a = 16$.

c) Tìm ba số a, b và c , biết $\frac{a}{2} = \frac{b}{-4} = \frac{c}{6}$ và $a - 5b + 4c = 23$.



2A. a) Tìm ba số x, y và z , biết: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ và $x.y.z = 480$.

b) Tìm các số x, y và z biết: $\frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{-4}$ và $x^2 + z^2 = 80$.

2B. a) Tìm hai số a, b và c , biết: $\frac{a}{8} = \frac{b}{6} = \frac{c}{4}$ và $a.b.c = -24$.

b) Tìm hai số a, b và c biết: $\frac{a}{4} = \frac{b}{8} = \frac{c}{16}$ và $a^2 - b^2 = -60$.

Dạng 2. Áp dụng tính chất của dãy hai tỉ số bằng nhau để giải bài toán thực tế

3A. Tỉ số số viên sỏi của Minh và Nam là 1,25. Hỏi mỗi bạn có bao nhiêu viên sỏi, biết rằng Minh có nhiều hơn Nam là 10 viên sỏi?

3B. Tỉ số số học sinh nam và số học sinh nữ của lớp 7A là 0,75. Biết rằng số học sinh nam ít hơn số học sinh nữ là 5 bạn, hỏi lớp 7A có bao nhiêu học sinh nam và học sinh nữ?

Dạng 3. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để giải bài toán thực tế

4A. Ba đội công nhân có tất cả 75 người và số công nhân của đội I, đội II và đội III tỉ lệ với 3;5;7. Tính số công nhân của mỗi đội.

4B. Số bàn thắng ba đội bóng A, B, C ghi được tỉ lệ với 8;10;11. Hỏi mỗi đội ghi được bao nhiêu bàn thắng biết cả ba đội ghi được 58 bàn thắng?

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

5. Tìm hai số x và y , biết: $\frac{x}{13} = \frac{y}{7}$ và $x + y = 80$.

6. Tìm hai số a và b , biết: $\frac{a}{3} = \frac{b}{7}$ và $a - b = 16$.

7. Tìm các số m, n và p , biết: $m : n : p = 6 : 8 : 9$ và $m - n + p = 21$.

8. Trong một thùng hoa quả, tỉ số số quả cam và số quả xoài là 2,5. Biết số quả cam nhiều hơn số quả xoài là 15, tính số quả cam và xoài có trong thùng.

9. Số quyển vở của ba bạn Ánh, Ngọc và Hằng tỉ lệ với 9;5;7. Hỏi mỗi bạn có bao nhiêu quyển vở biết cả ba bạn có 63 quyển vở?

10. Tìm hai số x và y , biết:

a) $\frac{x}{6} = \frac{y}{7}$ và $4x - y = 34$;

b) $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ và $xy = 24$;



c) $\frac{x}{-2} = \frac{y}{3}$ và $x^2 - y^2 = -45$.

11*. Cho các số a, b, c, d thoả mãn $a + b + c \neq 0$ và $\frac{a+b-c}{c} = \frac{a+c-b}{b} = \frac{b+c-a}{a}$. Tính giá trị

biểu thức: $A = \frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$.

**HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ**

1A. a) Sử dụng tính chất của dãy hai tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{x+y}{8+12} = \frac{60}{20} = 3$$

Từ đây tính được $x = 3.8 = 24$ và $y = 3.12 = 36$.

b) Sử dụng tính chất của dãy hai tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{10} = \frac{x-y}{6-10} = \frac{12}{-4} = -3$$

Từ đó tính được $x = (-3).6 = -18$ và $y = (-3).10 = -30$.

c) Sử dụng tính chất của dãy hai tỉ số bằng nhau ta có:

$$x = \frac{y}{2} = \frac{z}{4} = \frac{2x-4y+z}{2.1-4.2+4} = \frac{-6}{-2} = 3$$

Từ đó: $x = 3; y = 2.3 = 6; z = 4.3 = 12$.

1B. a) Ta có: $\frac{a}{11} = \frac{b}{8} = \frac{a+b}{11+8} = \frac{38}{19} = 2$. Suy ra $a = 22; b = 16$.

b) Ta có: $\frac{a}{15} = \frac{b}{7} = \frac{b-a}{7-15} = \frac{16}{-8} = -2$. Suy ra $a = -30; b = -14$.

c) Ta có: $\frac{a}{2} = \frac{b}{-4} = \frac{c}{6} = \frac{a-5b+4c}{2-5.(-4)+4.6} = \frac{23}{46} = \frac{1}{2}$.

Suy ra $a = 1; b = -2; c = 3$.

2A. a) Đặt $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = k \Rightarrow x = 3k; y = 4k; z = 5k$.

Suy ra $xyz = 3k.4k.5k \Rightarrow 480 = 60k^3 \Rightarrow k = 2$.

Từ đó $x = 3.2 = 6; y = 4.2 = 8; z = 5.2 = 10$.

b) Đặt $\frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{-4} = k \Rightarrow x = 2k; y = -3k; z = -4k$.

Suy ra $x^2 + z^2 = (2k)^2 + (-4k)^2 \Rightarrow 80 = 20k^2 \Rightarrow k = \pm 2$.

+ TH1: $k = 2 \Rightarrow x = 4; y = -6; z = -8$.

+ TH2: $k = -2 \Rightarrow x = -4; y = 6; z = 8$.



2B. a) Đặt $\frac{a}{8} = \frac{b}{6} = \frac{c}{4} = k \Rightarrow a = 8k; b = 6k; c = 4k$.

Suy ra $abc = 8k.6k.4k \Rightarrow -24 = 192k^3 \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$.

Từ đó $a = -4; b = -3; c = -2$.

b) Đặt $\frac{a}{4} = \frac{b}{8} = \frac{c}{16} = k \Rightarrow a = 4k; b = 8k; c = 16k$.

Suy ra $a^2 - b^2 = (4k)^2 - (16k)^2 \Rightarrow -60 = -240k^2 \Rightarrow k = \pm \frac{1}{2}$.

Từ đó $(a; b; c) = (2; 4; 8)$ hoặc $(a; b; c) = (-2; -4; -8)$.

3A. Gọi số viên sỏi của Minh và Nam lần lượt là x, y (viên).

Ta có: $x - y = 10$.

Theo đề bài tỉ số số viên sỏi của Minh và Nam là 1,25 nên ta có:

$$\frac{x}{y} = 1,25 \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{4}$$

Từ tính chất của dãy hai tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{x-y}{5-4} = \frac{10}{1} = 10$$

Suy ra $x = 10.5 = 50$ và $y = 10.4 = 40$.

Vậy số viên sỏi của Minh và Nam lần lượt là 50 viên và 40 viên.

3B. Tương tự bài 3A.

Đáp án: Lớp 7A có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ.

4A. Gọi số công nhân của đội I, đội II, đội III lần lượt là x, y, z (công nhân).

Ta có: $x + y + z = 75$.

Theo đề bài số công nhân của đội I, đội II và đội III tỉ lệ với 3;5;7 nên ta có: $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$.

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{3+5+7} = \frac{75}{15} = 5$$

Suy ra $x = 5.3 = 15; y = 5.5 = 25$ và $z = 5.7 = 35$.



Vậy số công nhân của đội I, đội II, đội III lần lượt là 15 công nhân, 25 công nhân, 35 công nhân.

4B. Tương tự bài 4A.

Đáp án: Số bàn thắng các đội bóng A, B, C ghi được lần lượt là 16; 20; 22 bàn thắng.

5. $x = 52, y = 28$.

6. $a = -12, b = -28$.

7. $m = 18, n = 24, p = 27$.

8. Số quả cam là 25 quả; số quả xoài là 10 quả.

9. Số quyển vở của ba bạn Ánh, Ngọc và Hằng lần lượt là 27 quyển vở, 15 quyển vở, 21 quyển vở.

10. a) $x = 12; y = 14$;

b) $x = 4; y = 6$ hoặc $x = -4; y = -6$;

c) $x = 6; y = -9$ hoặc $x = -6; y = 9$.

11*. Từ tính chất của dãy các tỉ số bằng nhau và $a + b + c \neq 0$ ta có:

$$\frac{a+b-c}{c} = \frac{a+c-b}{b} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{a+b-c+a+c-b+b+c-a}{a+b+c} = 1$$

Suy ra $a = b = c$; từ đó:

$$A = \frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} = \frac{2a \cdot 2b \cdot 2c}{abc} = \frac{8abc}{abc} = 8.$$

BÀI 3. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm:

Đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ a (a là hằng số khác 0) nếu $y = ax$. Khi đó đại lượng x cũng tỉ lệ thuận với đại lượng y (theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{a}$), vì vậy ta cũng nói x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận (với nhau).

2. Tính chất:

Nếu đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x thì:

- Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (và bằng hệ số tỉ lệ):

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots = a$$

- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2}; \frac{y_1}{y_3} = \frac{x_1}{x_3}; \frac{y_2}{y_3} = \frac{x_2}{x_3}; \dots$$

3. Một số bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận: Để giải toán về đại lượng tỉ lệ thuận, ta cần nhận biết hai đại lượng tỉ lệ thuận trong bài toán. Từ đó ta có thể lập các tỉ số bằng nhau và dựa vào tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm các yếu tố chưa biết.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận biết đại lượng tỉ lệ thuận

1A. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Điền số thích hợp vào bảng sau:

x	2	3	7			
y	-4			-10	12	-2

Viết công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng x và y .

1B. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Điền số thích hợp vào bảng sau:

x	-3	-4	2			
y	-12			16	-20	24

Viết công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng x và y .



2A. Theo bảng giá trị dưới đây, hai đại lượng x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận không?

a)

x	3	-4	8	-7
y	15	-20	40	-35

b)

x	2	-3	7	-7
y	6	9	21	-21

2B. Theo bảng giá trị dưới đây, hai đại lượng a và b có phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận không?

a)

a	10	-20	25	-30
b	2	-4	5	-5

b)

a	8	-4	12	-14
b	4	-2	6	7

3A. Cho biết x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ 3, y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ -4. Hỏi x tỉ lệ thuận với z không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

3B. Cho biết m tỉ lệ thuận với n theo hệ số tỉ lệ 5, n tỉ lệ thuận với p theo hệ số tỉ lệ 2. Hỏi m tỉ lệ thuận với p không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

Dạng 2. Giải các bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận

4A. Hai bình nước cùng có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là những hình chữ nhật bằng nhau.

Chiều cao của cốc nhỏ bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của cốc to và dung tích cốc nhỏ bé hơn dung tích cốc lớn

là 150ml. Tính dung tích của mỗi cốc.

4B. Hai bức tranh hình chữ nhật có chiều rộng bằng nhau nhưng chiều dài bức tranh lớn gấp 3 chiều dài bức tranh nhỏ. Biết để sơn toàn bộ bề mặt của bức tranh nhỏ cần dùng 250ml sơn, tính lượng sơn cần dùng để sơn toàn bộ bề mặt của bức tranh lớn.

5A. Một vị tỉ phú chia gia tài trị giá 10,5 tỉ đồng cho ba người con sao cho số tiền ba người con nhận

được tỉ lệ thuận với 6;7;8. Hỏi mỗi người con được chia bao nhiêu tiền?

5B. Bác An chia 84 chiếc bút chì vào ba hộp cỡ nhỏ, trung bình và lớn. Biết số bút chì trong ba hộp nhỏ, trung bình và lớn tương ứng tỉ lệ thuận với 1;2;4; tính số bút chì có trong mỗi hộp.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

6. Cho biết a và b là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Điền số thích hợp vào bảng sau:

a	9	12	-27			
b	-3			5	-6	-9

Viết công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng a và b .

7. Theo bảng giá trị dưới đây, hai đại lượng x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận không?

a)

x	4	-6	8	-2
y	6	-9	12	-3

b)

x	4	-8	-12	24
y	1	-2	3	6

8. Cho biết x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ 6, y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ 7. Hỏi x tỉ lệ thuận với z không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

9. Hai bình đựng nước có dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài và chiều rộng tương ứng bằng nhau. Thể tích bình nhỏ và bình lớn lần lượt là 500ml và 1 l. Biết chiều cao của bình lớn là 40 cm, tính chiều cao của bình nhỏ.

10. Bạn Nhi chia 6,3 kg gạo vào ba túi sao cho lượng gạo trong ba túi tỉ lệ thuận với 2;3;4. Tính khối lượng gạo có trong mỗi túi.

11*. Bốn người thợ sửa 20m đường trong 1,5 giờ. Hỏi trong 3 giờ, 8 người thợ sửa được bao nhiêu mét đường (biết các người thợ có cùng năng suất)?

12*. Lúc 7 giờ, hai xe cùng xuất phát từ Hà Nội và đi trên cùng tuyến đường. Đến 9 giờ, khoảng cách giữa hai xe là 20 km. Biết vận tốc xe thứ nhất gấp 1,5 lần vận tốc xe thứ hai, tính quãng đường mỗi xe đã đi.



**HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ****1A.**

x	2	3	7	5	-6	1
y	-4	-6	-14	-10	12	-2

Công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng x và y là: $y = -2x$.

1B.

x	-3	-4	2	4	-5	6
y	-12	-16	8	16	-20	24

Công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng x và y là: $y = 4x$.

2A. a) x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận.b) x và y không phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận.**2B.** a) a và b không phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận.b) a và b không phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận.**3A.** Ta có x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ 3 nên $x = 3y$; y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ -4 nên $y = -4z$.Suy ra $y = -12z$, hay y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ là -12.**3B.** m tỉ lệ thuận với p theo hệ số tỉ lệ là 10.**4A.** Vì hai cốc nước cùng có dạng hình trụ với đáy là những hình tròn bằng nhau và chiều cao của cốc nhỏ bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của cốc to nên dung tích cốc nhỏ bằng $\frac{2}{3}$ dung tích cốc lớn.

Suy ra dung tích của cốc nhỏ là 300ml; của cốc to là 450ml.

4B. Lượng sơn cần để sơn toàn bộ bề mặt của bức tranh lớn là 750ml.**5A.** Gọi $x; y; z$ (tỉ đồng) lần lượt là số tiền mỗi người con được chia.Theo đề bài ta có $x + y + z = 10,5$ và $\frac{x}{6} = \frac{y}{7} = \frac{z}{8}$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{7} = \frac{z}{8} = \frac{x+y+z}{6+7+8} = \frac{10,5}{21} = \frac{1}{2}$$



Suy ra $x = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3; y = \frac{1}{2} \cdot 7 = 3,5; z = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4.$

Vậy số tiền mỗi người con được chia lần lượt là 3 tỉ đồng; 3,5 tỉ đồng và 4 tỉ đồng.

5B. Số bút chì có trong các hộp nhỏ, trung bình và lớn lần lượt là 12 bút, 24 bút và 48 bút.

6.

a	9	12	-27	-15	18	27
b	-3	-4	9	5	-6	-9

Công thức: $a = -3b.$

7. a) x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

b) x và y không phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

8. x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ là 42 .

9. Chiều cao của bình nhỏ là 20 cm.

10. Khối lượng gạo có trong mỗi túi lần lượt là 1,4 kg; 2,1 kg và 2,8 kg .

11*. Vì các người thợ có cùng năng suất nên ta có các nhận xét:

+ Với cùng thời gian, số người thợ và độ dài quãng đường sửa được là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

+ Với số người thợ không đổi, thời gian sửa và độ dài quãng đường sửa được là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Áp dụng các nhận xét trên, ta có :

Trong 1,5 giờ, 4 người thợ sửa được 20m đường;

Suy ra trong 1,5 giờ, 8 người thợ sửa được 40 m đường;

Vậy trong 3 giờ, 8 người thợ sửa được 80 m đường.

12*. Gọi vận tốc xe thứ nhất và xe thứ hai lần lượt là x (km / h) và y (km / h). ĐK: $x > 0; y > 0.$

Vì vận tốc xe thứ nhất gấp 1,5 lần vận tốc xe thứ hai nên ta có:

$$x = 1,5y \Rightarrow x = \frac{3}{2}y \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{2}.$$

Sau 2 giờ, khoảng cách giữa hai xe là 20 km nên ta có:

$$2x - 2y = 20 \Rightarrow x - y = 10$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{x-y}{3-2} = \frac{10}{1} = 10$$



Suy ra: $x = 3.10 = 30$; $y = 2.10 = 20$.

Từ đó quãng đường xe thứ nhất đã đi là: $30.2 = 60(\text{km})$.

Quãng đường xe thứ hai đã đi là: $20.2 = 40(\text{km})$.



BÀI 4. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm:

Nếu đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x theo công thức $y = \frac{a}{x}$ (a là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a . Nếu y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a thì x cũng tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ a . Khi đó ta nói hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau.

2. Tính chất:

Nếu hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau thì:

+ Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (và bằng hệ số tỉ lệ):

$$x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3 = \dots = a \text{ hay } \frac{y_1}{\frac{1}{x_1}} = \frac{y_2}{\frac{1}{x_2}} = \frac{y_3}{\frac{1}{x_3}} = \dots = a$$

+ Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1}; \frac{y_1}{y_3} = \frac{x_3}{x_1}; \frac{y_2}{y_3} = \frac{x_3}{x_2}; \dots$$

3. Một số bài toán về đại lượng tỉ lệ nghịch: Để giải toán về đại lượng tỉ lệ nghịch, ta cần nhận biết được hai đại lượng tỉ lệ nghịch trong bài toán. Từ đó ta có thể lập các tỉ số bằng nhau và dựa vào tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm các yếu tố chưa biết.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận biết đại lượng tỉ lệ nghịch

1A. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Điền số thích hợp vào bảng sau:

x	3	1	-2			
y	-4			18	12	-1

Viết công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng x và y .

1B. Cho biết a và b là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Điền số thích hợp vào bảng sau:

a	6	9	-4			
b	-6			3	-2	12

Viết công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng a và b .

2A. Theo bảng giá trị dưới đây, hai đại lượng x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không?

a)

x	20	-10	4	2
y	3	-6	15	30

b)

x	10	-4	50	-100
y	10	25	2	-1

2B. Theo bảng giá trị dưới đây, hai đại lượng a và b có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không?

a)

a	9	2	-3	-6
b	6	27	-18	-9

b)

a	8	-4	16	32
b	4	-8	-2	1

3A. Cho biết y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ 20, x tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ 16. Hỏi y tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch với z và hệ số tỉ lệ bằng bao nhiêu?

3B. Cho biết y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ -10 , x tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ 15. Hỏi y tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch với z và hệ số tỉ lệ bằng bao nhiêu?

Dạng 2. Giải các bài toán về đại lượng tỉ lệ nghịch

4A. Giá mỗi kg gạo loại II bằng 60% giá mỗi kg gạo loại I. Hỏi với cùng số tiền để mua 12 kg gạo loại I có thể mua bao nhiêu kg gạo loại II?

4B. Giá mỗi chai nước lớn bằng 125% giá mỗi chai nước nhỏ. Hỏi với cùng số tiền để mua 8 chai nước lớn có thể mua bao nhiêu chai nước nhỏ?

5A. Ba đội công nhân sửa ba đoạn đường có cùng chiều dài. Đội thứ nhất sửa xong trong 3 ngày, đội thứ hai trong 4 ngày và đội thứ ba trong 9 ngày. Biết đội thứ hai có nhiều hơn đội thứ ba là 5 người, tính số công nhân của mỗi đội (năng suất các công nhân như nhau).

5B. Ba xe khởi hành cùng một lúc để chở nguyên liệu từ kho đến phân xưởng. Thời gian ba xe đi

chuyển lần lượt là 10 giờ, 15 giờ và 25 giờ. Biết vận tốc xe thứ nhất lớn hơn vận tốc xe thứ hai là 5 km / h , tính vận tốc của mỗi xe.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

6. Cho biết a và b là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Thay mỗi dấu "?" trong bảng sau bằng số thích hợp.

a	15	10	-30			
b	-20			-6	60	-50

Viết công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng a và b .

7. Theo bảng giá trị dưới đây, hai đại lượng x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không?

a)

x	-8	2	-4	1
y	8	-32	16	-64

b)

x	4	-8	-12	24
y	30	-15	10	5

8. Cho biết y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ 7, x tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ -5 . Hỏi y tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch với z và hệ số tỉ lệ bằng bao nhiêu?

9. Thở tích chai lớn bằng 140% thể tích chai nhỏ. Hỏi với cùng lượng nước để làm đầy 20 chai nước lớn có thể làm đầy bao nhiêu chai nước nhỏ?

10. Ba nhóm thợ cùng may một số lượng áo như nhau. Nhóm thứ nhất may xong trong 10 giờ, nhóm thứ hai trong 12 giờ và nhóm thứ ba trong 20 giờ. Biết nhóm thứ ba có ít hơn nhóm thứ nhất là 3 người, tính số thợ may của mỗi nhóm (năng suất các thợ may như nhau).

11. Bốn hộp bánh có giá bằng nhau và chứa tổng cộng 34 gói bánh. Hỏi mỗi hộp chứa bao nhiêu gói bánh biết giá mỗi gói bánh trong các hộp lần lượt là 3000 đồng, 6000 đồng, 8000 đồng và 12000 đồng?

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A.

x	3	1	-2	$-\frac{2}{3}$	-1	12
y	-4	-12	6	18	12	-1

Công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng x và y là: $y = \frac{-12}{x}$.

1B.

a	6	9	-4	-12	18	-3
b	-6	-4	9	3	-2	12

Công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng a và b là: $b = \frac{-36}{a}$.

2A. a) x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

b) x và y không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

2B. a) a và b là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

b) a và b không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

3A. Ta có y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ 20 nên $y = \frac{20}{x}$;

x tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ 16 nên $x = \frac{16}{z}$.

Suy ra $y = \frac{5}{4}z$, hay y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ là $\frac{5}{4}$.

3B. y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ là $\frac{-2}{3}$.

4A. Với cùng số tiền để mua 12 kg gạo loại I có thể mua 20 kg gạo loại II.

4B. Với cùng số tiền để mua 8 chai nước lớn có thể mua 10 chai nước nhỏ.

5A. Gọi $x; y; z$ (công nhân) lần lượt là số người của mỗi đội công nhân.

ĐK: $x; y; z$ nguyên dương.

Theo đề bài ta có $y - z = 5$.

Vì ba đội sửa ba đoạn đường có cùng chiều dài nên:

$$3x = 4y = 9z \text{ hay } \frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{1}{9}}.$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{\frac{x}{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{y}{\frac{1}{4}}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{z}{\frac{1}{9}}}{\frac{1}{9}} = \frac{y-z}{\frac{1}{4}-\frac{1}{9}} = \frac{5}{\frac{5}{36}} = 36$$

$$\text{Suy ra } x = \frac{1}{3} \cdot 36 = 12; y = \frac{1}{4} \cdot 36 = 9; z = \frac{1}{9} \cdot 36 = 4.$$

Vậy số công nhân của mỗi đội lần lượt là 12 người; 9 người và 4 người.

5B. Vận tốc của mỗi xe lần lượt là 15 km / h, 10 km / h và 6 km / h.

6.

a	15	10	-30	50	-5	6
b	-20	-30	10	-6	60	-50

$$\text{Công thức: } b = \frac{-300}{a}.$$

7. a) x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

b) x và y không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

8. y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ là $\frac{-7}{5}$.

9. Với cùng lượng nước để làm đầy 20 chai nước lớn có thể làm đầy 28 chai nước nhỏ.

10. Số thợ may của mỗi nhóm lần lượt là 6 người; 5 người và 3 người.

11. Số gói bánh có trong mỗi hộp bánh lần lượt là 16 gói; 8 gói; 6 gói và 4 gói.

ÔN TẬP CHƯƠNG VI

1A. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ bốn số sau: $0, 2; \frac{1}{60}; \frac{-2}{9}; \frac{-8}{3}$.

1B. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ bốn số sau: $0, 25; \frac{25}{18}; 1,5; \frac{25}{3}$.

2A. Tìm thành phần chưa biết x trong các tỉ lệ thức sau:

a) $\frac{x}{20} = \frac{1,5}{6}$; b) $\frac{-9}{x} = \frac{x}{-4}$.

2B. Tìm thành phần chưa biết x trong các tỉ lệ thức sau:

a) $\frac{x}{2,6} = \frac{-8}{3,9}$; b) $\frac{25}{x} = \frac{x}{4}$.

3A. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{4} = \frac{b}{5}$ (với a, b khác 0) có thể suy ra những tỉ lệ thức nào?

3B. Từ tỉ lệ thức $\frac{x}{7} = \frac{6}{y}$ (với x, y khác 0) có thể suy ra những tỉ lệ thức nào?

4A. Dặm là tên của một đơn vị chiều dài trong Hệ đo lường Anh. Biết rằng 1 dặm $\approx 1,6$ km.

a) Hỏi một con đường dài 3 km sẽ có chiều dài là bao nhiêu dặm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

b) Độ dài của một vật thể tính theo km có tỉ lệ thuận với độ dài của vật thể đó tính theo dặm không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

4B. Pound (đọc là pao và viết tắt là lb) là tên một đơn vị khối lượng trong Hệ đo lường Anh. Biết rằng 1 lb $\approx 0,45$ kg.

a) Hỏi một người có khối lượng 60 kg sẽ có khối lượng là bao nhiêu pound (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

b) Khối lượng của một người tính theo kg có tỉ lệ thuận với khối lượng của người đó tính theo pound không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

5A. Số đo ba góc $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ của tam giác ABC tỉ lệ với 2;3;4. Tính số đo ba góc của tam giác đó.

5B. Số đo ba góc $\hat{D}, \hat{E}, \hat{F}$ của tam giác DEF tỉ lệ nghịch với 2;3;6. Tính số đo ba góc của tam giác đó.

6A. Ba đội xe tải cùng vận chuyển một lượng hàng hoá như nhau. Đội thứ nhất vận chuyển xong trong 2 giờ, đội thứ hai trong 2,5 giờ và đội thứ ba trong 3 giờ. Biết đội thứ nhất có nhiều hơn đội

thứ ba là 10 xe, tính số xe của mỗi đội (lượng hàng hoá mỗi xe chở được là như nhau).

6B. Ba nhóm thợ thực hiện xây các ngôi nhà giống nhau. Nhóm thứ nhất xây xong trong 40 ngày, nhóm thứ hai trong 60 ngày và nhóm thứ ba trong 50 ngày. Biết nhóm thứ ba có ít hơn nhóm thứ nhất là 3 người thợ, tính số người thợ của mỗi nhóm (năng suất các người thợ như nhau).

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

7. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ bốn số sau: $0, 6; \frac{-3}{4}; 16; -20$.

8. Tìm thành phần chưa biết x trong các tỉ lệ thức sau:

a) $\frac{14}{x} = \frac{-21}{15}$; b) $\frac{x}{-4} = \frac{-16}{x}$.

9. Từ tỉ lệ thức $\frac{x}{y} = \frac{m}{n}$ (với x, y, m, n khác 0) có thể suy ra những tỉ lệ thức nào?

10. Gallon (đọc là ga-lông và viết tắt là gal) là tên một đơn vị thể tích trong Hệ đo lường Anh. Biết rằng $1 \text{ gal} \approx 3,79 \text{ l}$.

a) Hỏi một can có dung tích 5l sẽ có dung tích là bao nhiêu gallon (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn)?

b) Dung tích của một vật tính theo l có tỉ lệ thuận với dung tích của vật đó tính theo gallon không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

11. Số đo ba góc $\hat{M}, \hat{N}, \hat{P}$ của tam giác MNP tỉ lệ với 5;7;8. Tính số đo ba góc của tam giác đó.

12. Ba bạn Hoàng, Tuấn và Minh cùng đi một con đường từ sân bóng đá tới trường. Thời gian ba bạn di chuyển lần lượt là 10 phút, 12 phút và 15 phút. Biết mỗi phút bạn Minh đi chậm hơn bạn Hoàng là 10 m, tính chiều dài quãng đường mỗi bạn đi.

13*. Một tam giác có chu vi bằng 36 cm và độ dài ba đường cao tỉ lệ nghịch với 3;4;5. Tính diện tích tam giác đó.

14*. Thời gian một người thợ làm 6 cái bánh bằng thời gian một máy tự động làm 15 cái bánh. Hỏi mất bao lâu để người thợ đó làm được số bánh bằng số bánh máy tự động làm trong 24 giờ?

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

$$1A. \frac{0,2}{\frac{1}{60}} = \frac{\frac{-8}{3}}{\frac{-2}{9}}; \quad \frac{0,2}{\frac{-8}{3}} = \frac{\frac{1}{60}}{\frac{-2}{9}}; \quad \frac{\frac{-2}{9}}{\frac{1}{60}} = \frac{\frac{-8}{3}}{0,2}; \quad \frac{\frac{1}{60}}{0,2} = \frac{\frac{-2}{9}}{\frac{-8}{3}}.$$

1B. Tương tự bài 1A. Đáp án:

$$\frac{0,25}{1,5} = \frac{\frac{25}{18}}{\frac{25}{3}}; \quad \frac{0,25}{\frac{25}{18}} = \frac{1,5}{\frac{25}{3}}; \quad \frac{\frac{25}{3}}{1,5} = \frac{\frac{25}{18}}{0,25}; \quad \frac{1,5}{0,25} = \frac{\frac{25}{3}}{\frac{25}{18}}.$$

2A. a) $x = 5$; b) $x = \pm 6$.

2B. Tương tự bài 2A. Đáp án: a) $x = \frac{-16}{3}$; b) $x = \pm 10$.

$$3A. \frac{a}{4} = \frac{b}{5} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{b}{a}; \quad \frac{a}{b} = \frac{4}{5}; \quad \frac{4}{a} = \frac{5}{b}$$

3B. Tương tự bài 3A. Đáp án:

$$\frac{x}{7} = \frac{6}{y} \Rightarrow \frac{y}{7} = \frac{6}{x}; \quad \frac{x}{6} = \frac{7}{y}; \quad \frac{7}{x} = \frac{y}{6}.$$

4A. a) Một con đường dài 3 km sẽ có chiều dài xấp xỉ 1,88 dặm.

b) Độ dài của một vật thể tính theo km tỉ lệ thuận với độ dài của vật thể đó tính theo dặm với hệ số tỉ lệ là bằng 1,6.

4B. Tương tự bài 4A. Đáp án:

a) Một người có khối lượng 60 kg có khối lượng xấp xỉ 133 pound.

b) Khối lượng của một người tính theo kg tỉ lệ thuận với khối lượng của người đó tính theo pound với hệ số tỉ lệ bằng 0,45.

5A. Số đo ba góc $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ của tam giác ABC lần lượt là $40^\circ; 60^\circ; 80^\circ$.

5B. Số đo ba góc $\hat{D}, \hat{E}, \hat{F}$ của tam giác DEF lần lượt là: $90^\circ; 60^\circ; 30^\circ$.

6A. Số xe của mỗi đội lần lượt là 30 xe, 24 xe và 20 xe.

6B. Số người thợ của mỗi nhóm lần lượt là 15 người, 10 người và 12 người.

$$7. \frac{0,6}{16} = \frac{\frac{-3}{4}}{-20}; \quad \frac{0,6}{\frac{-3}{4}} = \frac{16}{-20}; \quad \frac{-20}{16} = \frac{\frac{-3}{4}}{0,6}; \quad \frac{16}{0,6} = \frac{-20}{\frac{-3}{4}}.$$

8. a) $x = -10$; b) $x = \pm 8$.

9. $\frac{x}{y} = \frac{m}{n} \Rightarrow \frac{x}{m} = \frac{y}{n}; \quad \frac{n}{y} = \frac{m}{x}; \quad \frac{y}{x} = \frac{n}{m}.$

10. a) Một can có dung tích $5l$ sẽ có dung tích là xấp xỉ 1,319 gal.

b) Dung tích của một vật tính theo l tỉ lệ thuận với dung tích của vật đó tính theo gallon với hệ số tỉ lệ là 3,79.

11. Số đo ba góc $\hat{M}, \hat{N}, \hat{P}$ của tam giác MNP lần lượt là $45^\circ; 63^\circ; 72^\circ$.

12. Chiều dài quãng đường mỗi bạn đi là 300 m.

13*. Gọi độ dài các cạnh của tam giác lần lượt là a, b, c (cm).

ĐK: $a, b, c > 0$.

Kí hiệu các chiều cao tương ứng với các cạnh a, b, c lần lượt là h_a, h_b, h_c (cm). Kí hiệu diện tích tam giác là S (cm²).

Theo đề bài ta có:

$$a + b + c = 36; 3h_a = 4h_b = 5h_c \text{ và } \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2} = S.$$

Ta có: $\frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2} = S \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a}; h_b = \frac{2S}{b}; h_c = \frac{2S}{c};$

mà $3h_a = 4h_b = 5h_c \Rightarrow \frac{6S}{a} = \frac{8S}{b} = \frac{10S}{c} \Rightarrow \frac{a}{6} = \frac{b}{8} = \frac{c}{10}.$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{a}{6} = \frac{b}{8} = \frac{c}{10} = \frac{a+b+c}{6+8+10} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}$$

Suy ra $a = \frac{3}{2}.6 = 9; b = \frac{3}{2}.8 = 12; c = \frac{3}{2}.10 = 15.$

Độ dài các cạnh của tam giác lần lượt là 9 cm, 12 cm và 15 cm.

Diện tích tam giác là 54 cm².

14*. Vì thời gian một người thợ làm 6 cái bánh bằng thời gian một máy tự động làm 15 cái bánh nên trong cùng một thời gian, số bánh máy tự động làm được gấp $\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$ lần số bánh người thợ làm được.

Suy ra với cùng số lượng bánh, thời gian người thợ cần gấp $\frac{5}{2}$ lần thời gian máy tự động cần.

Vậy để người thợ làm được số bánh bằng số bánh máy tự động làm trong 24 giờ thì người thợ cần: $24 \cdot \frac{5}{2} = 60$ (giờ).

BÀI 1. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Biểu thức số

Các số được nối với nhau bởi dấu các phép tính (cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa) tạo thành một biểu thức số. Đặc biệt, mỗi số đều được coi là một biểu thức số.

2. Biểu thức đại số

- Các số, chữ được nối với nhau bởi dấu các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa làm thành một biểu thức đại số. Đặc biệt, biểu thức số cũng là biểu thức đại số.
- Trong một biểu thức đại số, các chữ (nếu có) dùng để thay thế hay đại diện cho những số nào đó được gọi là các biến số (gọi tắt là các biến).

*Chú ý:

- Để cho gọn, khi viết các biểu thức đại số, ta không viết dấu nhân giữa các biến, cũng như giữa biến và số.

Ví dụ: $a.b = ab$; $3.a = 3a$;...

- Thông thường ta không viết thừa số 1 trong tích.

Ví dụ: $1xy = xy$; $(-1).ab = -ab$.

- Với các biến, ta cũng có thể áp dụng các quy tắc và tính chất của các phép tính đối với các số.
 $x(y + z) = xy + xz$; $-(x - y + z) = -x + y - z$;...

Ví dụ: $x + x + x = 3x$; $y.y = y^2$; $x + y = y + x$

$x(y + z) = xy + xz$; $-(x - y + z) = -x + y - z$;...

3. Giá trị của một biểu thức đại số

Giá trị của biểu thức đại số tại các giá trị đã cho của biến là giá trị của biểu thức số nhận được khi thay giá trị đã cho của mỗi biến vào biểu thức.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Viết các biểu thức đại số và diễn đạt các biểu thức đại số

Phương pháp giải:

- Sử dụng các chữ, các số và các phép toán để diễn đạt các mệnh đề phát biểu bằng lời.
- Căn cứ vào nội dung bài toán để viết biểu thức đại số theo yêu cầu của đề bài.

1A. Viết các biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Tổng các bình phương của x và y ;
- b) Bình phương của tổng hai số a và b ;
- c) Tích của 2 lần x với hiệu các bình phương của x và y ;
- d) Trung bình cộng của x và y .

1B. Viết các biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Lập phương của tổng hai số x và y ;
- b) Tổng các lập phương của hai số a và b ;
- c) Thương của tổng x và y với 3 lần y ;
- d) Trung bình cộng của x, y và z .

2A. Viết các biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Chu vi hình vuông có cạnh bằng x ;
- b) Chu vi hình chữ nhật có hai cạnh là x và y .
- c) Chu vi của hình tròn có bán kính là R .

2B. Viết các biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Diện tích hình vuông có cạnh bằng x ;
- b) Diện tích hình thang có đáy lớn là a , đáy nhỏ là b và chiều cao là h ;
- c) Diện tích hình chữ nhật có chiều rộng là x (cm) và chiều dài là 5 (cm).

3A. Viết các biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Tích của hai số tự nhiên lẻ liên tiếp;
- b) Tổng các bình phương của hai số tự nhiên lẻ bất kì;
- c) Nghịch đảo của tổng hai số x và y .

3B. Viết các biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Tích của hai số tự nhiên chẵn liên tiếp;
- b) Hiệu các bình phương của hai số tự nhiên lẻ bất kì;
- c) Tổng các nghịch đảo của hai số x và y .

4A. Bưởi da xanh có giá 45 nghìn đồng một kilôgam, cam canh có giá 40 nghìn đồng một kilôgam. Hãy viết biểu thức biểu thị cho số tiền ứng với x kilôgam bưởi và y kilôgam cam.

4B. Phương cùng các bạn dự định gói bánh chưng gửi cho người dân vùng lũ. Phương cần mua 8 kg gạo nếp với giá x đồng một kg, 5 kg đỗ xanh với giá y đồng một kg và 3 kg thịt ba chỉ heo với giá z đồng một kg. Hỏi tổng số tiền bạn Phương và các bạn phải trả là bao nhiêu?

5A. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn, vòi một mỗi giờ chảy được x (lít), vòi hai mỗi giờ chảy được y (lít). Viết biểu thức biểu thị lượng nước chảy được vào bể của hai vòi, nếu vòi một chảy trong 3 giờ và vòi hai chảy trong 5 giờ.

5B. Một ô tô đi quãng đường từ A đến B với vận tốc x km/h trong 3 giờ. Sau đó đi tiếp quãng đường từ B đến C với vận tốc y km/h trong 1,5 giờ. Viết biểu thức biểu thị chiều dài quãng đường AC .

6A. Diễn đạt các biểu thức sau bằng lời:

a) $x + 3y$; b) $x^2 + 1$; c) $(x - 2y)^2$.

6B. Diễn đạt các biểu thức sau bằng lời:

a) $5x - y$; b) $x^3 - 5y$; c) $(x - y)(x + y)$.

Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức đại số

Phương pháp giải: Để tính giá trị của biểu thức đại số khi biết giá trị của các biến, ta thay các biến trong biểu thức bằng những số đã cho để được một biểu thức số rồi thực hiện phép tính.

7A. Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $A = 5x + 1$ tại $x = 5,2$.
b) $B = xy^2 - 3x^2y + 1$ tại $x = y = -1$.
c) $C = (2x - y)(x + 5)$ tại $x = 1; y = -2$.

7B. Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $A = -5x^3 + 1$ tại $x = -2$.
b) $B = y^2 - 3y + 1$ tại $y = -1$.
c) $C = (x - y)^2 \cdot (x^2 - y)$ tại $x = -1; y = 3$.

8A. Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $M = \frac{3a + 2b}{4a - 3b}$ biết $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$.
b) $N = (3x^3 + y^2 - 3)(x - y)$ biết $x = y$.

8B. Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $P = \frac{3x + 10y}{9x + 2y}$ biết $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$.
b) $Q = \frac{4x - 3}{3x + y} - \frac{4y + 3}{3y + x}$ biết $x - y = 3$.

9A. Một khu vườn hình chữ nhật có chiều rộng x mét, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Người ta đào một lối đi xung quanh khu vườn (thuộc đất của vườn) rộng 2 mét. Tính diện tích còn lại của khu vườn biết $x = 7$ (mét).

9B. Có một vòi chảy vào một bể chứa nước, mỗi giờ chảy được x lít nước. Cùng lúc đó có một vòi khác chảy từ bể ra, mỗi giờ lượng nước chảy ra bằng $\frac{1}{4}$ lượng nước chảy vào.

a) Hãy biểu thị số lượng nước có trong bể sau khi mở đồng thời cả hai vòi trong a giờ.

b) Tính lượng nước có trong bể trên biết $x = 30$ (lít), $a = 3$ (giờ).

Dạng 3. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

Phương pháp giải:

- Để tìm giá trị của biến x sao cho biểu thức $A(x)$ nhận giá trị nhỏ nhất (hoặc giá trị lớn nhất) ta làm như sau:

+) Chỉ ra: $A(x) \geq a$ (hoặc $A(x) \leq a$).

+) Tìm được giá trị của x_0 để $A(x_0) = a$.

Vậy $\min A(x) = a$ tại $x = x_0$ (hoặc $\max A(x) = a$ tại $x = x_0$).

Lưu ý: $|A| \geq 0$; $A^2 \geq 0$

10A. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức:

a) $A = (x - 3)^2 + 1$; b) $B = |3x + 1| - 5$.

10B. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức:

a) $A = 5 + (-2x + 1)^2$; b) $B = |5y - 2| + (x - 1)^2 + 3$.

11A. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức:

a) $A = -(3x - 1)^2 + 2$; b) $B = 4 - |3x - 2|$.

11B. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức:

a) $A = 13 - x^2$; b) $B = 5 - (2x + 5)^4$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

12. Viết các biểu thức đại số để biểu thị:

a) Tích của tổng hai số x, y và hiệu các bình phương của hai số đó;

b) Tích ba số tự nhiên liên tiếp;

c) Một số tự nhiên chia 4 dư 3 ;

d) Chu vi của một tam giác đều có cạnh bằng a .

13. Diễn đạt các biểu thức đại số sau bằng lời:

a) $3xyz$; b) $2(2x - y)$; c) $\frac{x + y + z}{3}$.

14. Một người thuê nhà với giá 3 triệu đồng một tháng và người đó phải trả tiền dịch vụ giới thiệu là 1 triệu đồng (tiền dịch vụ chỉ trả 1 lần).

a) Hãy biểu thị giá tiền người đó phải trả khi thuê nhà trong x tháng.

b) Tính số tiền người đó phải trả sau khi ở 2 tháng, 5 tháng.

15. Tính giá trị của biểu thức :

a) $A = \frac{x^2 + y^2 + 2xy}{x + y}$ tại $x = 1; y = -\frac{2}{3}$;

b) $B = 3x^3 - x^2 + 1$ tại $x = -3; x = 0,5$.

16. Tính giá trị của biểu thức :

a) $C = \frac{5x - 4y}{11x - 2y}$ biết $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$;

b) $D = (x^3 - y^2 + 1)(2x + 2y)$ tại $x = -y$.

17. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức:

a) $A = (2x + 1)^2 + \sqrt{3}$;

b) $B = (x - 2y)^2 + |y - 1| + 3$;

18. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức:

a) $C = 4 - 2(3x + 1)^2$;

b) $D = \frac{3}{(x - 3)^2 + 5}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

- 1A.** a) $x^2 + y^2$; b) $(a + b)^2$; c) $2x(x^2 - y^2)$; d) $\frac{x + y}{2}$.
- 1B.** a) $(x + y)^3$; b) $a^3 + b^3$; c) $\frac{x + y}{3y}$; d) $\frac{x + y + z}{3}$.
- 2A.** a) $4x$; b) $2(x + y)$; c) $2\pi R$;
- 2B.** a) x^2 ; b) $\frac{(a + b)h}{2}$; c) $5x$.
- 3A.** a) $(2k + 1)(2k + 3) (k \in \mathbb{N})$;
b) $(2k + 1)^2 + (2m + 1)^2 (k, m \in \mathbb{N})$;
c) $\frac{1}{x + y}$.
- 3B.** a) $2k.(2k + 2) (với k \in \mathbb{N})$
b) $(2k + 1)^2 - (2m + 1)^2 (k, m \in \mathbb{N})$
c) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.
- 4A.** Biểu thức biểu thị tổng số tiền phải trả là : $45x + 40y$ (nghìn đồng)
- 4B.** Tổng số tiền Phương và các bạn phải trả là: $8x + 5y + 3z$ (nghìn đồng)
- 5A.** Biểu thức biểu thị lượng nước chảy được là : $3x + 5y$ (lít)
- 5B.** Biểu thức biểu thị chiều dài quãng đường AC là: $3x + 1,5y$ (km)
- 6A.** a) Tổng của x và ba lần y .
b) Tổng của bình phương số x và 1.
c) Bình phương của hiệu hai số x và hai lần y .
- 6B.** a) Hiệu của năm lần x và y .
b) Hiệu của lập phương số x và năm lần y .
c) Tích của hiệu hai số x và y với tổng của chúng.
- 7A.** a) Thay $x = 5, 2$ vào biểu thức A ta có: $A = 5.5, 2 + 1 = 27$.
b) Thay $x = y = -1$ vào biểu thức B ta có:

$$B = (-1) \cdot (-1)^2 - 3(-1)^2(-1) + 1 = 3.$$

c) Thay $x = 1; y = -2$ vào biểu thức C ta có:

$$C = [2 \cdot 1 - (-2)] \cdot (1 + 5) = 24.$$

7B. Tương tự 7A.

a) $A = 41;$

b) $B = 5;$

c) $C = -32.$

$$8A. a) M = \frac{3a+2b}{4a-3b} = \frac{3 \cdot \frac{a}{b} + 2}{4 \cdot \frac{a}{b} - 3} = \frac{3 \cdot \frac{1}{2} + 2}{4 \cdot \frac{1}{2} - 3} = -\frac{7}{2};$$

b) Do $x = y \Rightarrow x - y = 0$, thay vào N ta có: $N = (3x^3 + y^2 - 3) \cdot 0 = 0.$

$$8B. a) P = \frac{3x+10y}{9x+2y} = \frac{3 \cdot \frac{x}{y} + 10}{9 \cdot \frac{x}{y} + 2} = \frac{3 \cdot \frac{1}{3} + 10}{9 \cdot \frac{1}{3} + 2} = \frac{11}{5};$$

b) Thay $3 = x - y$ vào Q ta có:

$$Q = \frac{4x - x + y}{3x + y} - \frac{4y + x - y}{3y + x} = \frac{3x + y}{3x + y} - \frac{3y + x}{3y + x} = 1 - 1 = 0.$$

9A. Chiều dài của khu vườn ban đầu là: $2x(m)$

Chiều rộng của phần còn lại của khu vườn là: $x - 4(m)$

Chiều dài của phần còn lại của khu vườn là: $2x - 4(m)$

Diện tích còn lại của khu vườn là: $(x - 4) \cdot (2x - 4)(m^2)$

Thay $x = 7$, ta có diện tích còn lại của khu vườn là:

$$(7 - 4) \cdot (2 \cdot 7 - 4) = 30(m^2).$$

9B. a) Trong a giờ, vòi chảy vào bể được số lượng nước là: $a \cdot x$ (lít)

Lượng nước chảy ra bằng $\frac{1}{4}$ lượng nước chảy vào, nên số lượng nước có trong bể khi mở đồng thời

cả hai vòi trong a giờ là: $\frac{3}{4}a \cdot x$ (lít)

b) Thay $x = 30; a = 3$ vào biểu thức ta có lượng nước có trong bể là: $\frac{3}{4} \cdot 3 \cdot 30 = 67,5(\text{lít})$

10A. a) Nhận xét: $(x-3)^2 \geq 0, \forall x \Leftrightarrow (x-3)^2 + 1 \geq 1 \Leftrightarrow A \geq 1$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x-3=0 \Leftrightarrow x=3$.

Min $A=1$ tại $x=3$.

b) Nhận xét: $|3x+1| \geq 0, \forall x \Leftrightarrow |3x+1|-5 \geq -5 \Leftrightarrow B \geq -5$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow |3x+1|=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}$.

Min $B=-5$ tại $x=-\frac{1}{3}$.

10B. Tương tự 10A.

a) Min $A=5$ tại $x=\frac{1}{2}$;

b) Min $B=3$ tại $x=1; y=\frac{2}{5}$.

11A. a) Nhận xét: $-(3x-1)^2 \leq 0, \forall x \Leftrightarrow -(3x-1)^2 + 2 \leq 2 \Leftrightarrow A \leq 2$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 3x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$.

Max $A=2$ tại $x=\frac{1}{3}$

b) Nhận xét: $-|3x-2| \leq 0, \forall x \Leftrightarrow -|3x-2|+4 \leq 4 \Leftrightarrow B \leq 4$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow -|3x-2|=0 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3}$.

Max $B=4$ tại $x=\frac{2}{3}$.

11B. Tương tự 11A.

a) Max $A=13$ tại $x=0$;

b) Max $B=5$ tại $x=-\frac{5}{2}$.

12. a) $(x+y).(x^2-y^2)$;

b) $n.(n+1).(n+2) (n \in \mathbb{N})$;

c) $4k+3 (k \in \mathbb{N})$

d) $3a$.

13. a) Tích của ba lần x với y và z ;

b) Tích của số 2 và hiệu hai lần x và y ;

c) Trung bình cộng của 3 số x, y, z .

14. a) Giá tiền người đó phải trả khi thuê nhà trong x tháng là : $3x + 1$ (triệu đồng) ;

b) Số tiền người đó phải trả sau khi ở 2 tháng là : $3.2 + 1 = 7$ (triệu đồng) ;

Số tiền người đó phải trả sau khi ở 5 tháng là : $3.5 + 1 = 16$ (triệu đồng).

15. Tương tự bài 7A.

a) $A = \frac{1}{3}$;

b) $B = -89$ tại $x = -3$; $B = \frac{9}{8}$ tại $x = 0,5$.

16. Tương tự bài 8A.

a) $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{5}$; $C = \frac{5 \cdot \frac{x}{y} - 4}{11 \cdot \frac{x}{y} - 2} = \frac{5 \cdot \frac{2}{5} - 4}{11 \cdot \frac{2}{5} - 2} = -\frac{5}{6}$.

b) $x = -y \Rightarrow x + y = 0 \Rightarrow 2x + 2y = 0$. Do đó $D = 0$.

17. Tương tự bài 10A.

a) $\text{Min} A = \sqrt{3}$ tại $x = -\frac{1}{2}$;

b) $\text{Min} B = 3$ tại $x = 2; y = 1$.

18. Tương tự bài 11A.

a) $\text{Max} C = 4$ tại $x = -\frac{1}{3}$;

b) $\text{Max} D = \frac{3}{5}$ tại $x = 3$.

BÀI 2. ĐA THỨC MỘT BIẾN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đơn thức một biến

- *Đơn thức một biến* (gọi tắt là đơn thức) là biểu thức đại số có dạng $a.x^n$, trong đó số thực $a \neq 0$ được gọi là hệ số, số mũ n (n nguyên dương) của lũy thừa của biến gọi là bậc của đơn thức.

Ví dụ: $-0,5x^3$ là đơn thức một biến x , với hệ số là $-0,5$; bậc là 3.

* Chú ý:

+) Số 0 cũng được coi là một đơn thức. Đơn thức này không có bậc.

+) Một số khác 0 là một đơn thức bậc 0.

- *Cộng (hay trừ) hai đơn thức cùng bậc cùng biến:* Để cộng (hay trừ) hai đơn thức cùng bậc ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên lũy thừa của biến. Tổng nhận được là một đơn thức.

- *Nhân hai đơn thức:* Để nhân hai đơn thức, ta nhân hai hệ số với nhau và nhân hai lũy thừa của biến với nhau. Tích nhận được cũng là một đơn thức.

2. Đa thức một biến

- Đa thức một biến

+) *Đa thức một biến* (gọi tắt là đa thức) là tổng của những đơn thức của cùng một biến; mỗi đơn thức trong tổng gọi là một *hạng tử* của đa thức đó.

+) Số 0 cũng được coi là một đa thức, gọi là *đa thức không*.

+) Một đơn thức cũng là một đa thức.

- **Đa thức một biến thu gọn:** là đa thức không chứa hai đơn thức nào cùng bậc.

- **Sắp xếp đa thức một biến:** Đa thức một biến thường được sắp xếp theo lũy thừa tăng hoặc giảm của biến.

- Bậc và các hệ số của một đa thức

Trong một đa thức thu gọn và khác đa thức không:

+) Bậc của hạng tử có bậc cao nhất gọi là *bậc của đa thức* đó.

+) Hệ số của hạng tử có bậc cao nhất gọi là *hệ số cao nhất* của đa thức đó.

+) Hệ số của hạng tử bậc 0 gọi là *hệ số tự do* của đa thức đó.

- Nghiệm của đa thức một biến

+) Nếu tại $x = a$, đa thức $F(x)$ có giá trị bằng 0, tức là $F(a) = 0$, thì ta gọi a (hoặc $x = a$) là một

nghiệm của đa thức $F(x)$.

+) Một đa thức (khác đa thức không) có thể có một nghiệm, hai nghiệm, ... hoặc không có nghiệm. Số nghiệm của một đa thức (khác đa thức không) không vượt qua bậc của đa thức đó.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận biết đơn thức một biến

Phương pháp giải: Để nhận biết một biểu thức là đơn thức một biến, ta căn cứ vào định nghĩa của nó.

1A. Trong các biểu thức sau biểu thức nào là đơn thức một biến, khi đó hãy xác định phần hệ số, phần biến của đơn thức đó.

- a) $-3x^6$; b) $\frac{1}{4}xy^3z$; c) $-\frac{6}{5}$;
d) $\frac{1}{3}\sqrt{5}x^2$; e) $-3(x^3)^2$; f) $\frac{1}{7}x^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)y^3$.

1B. Trong các biểu thức sau biểu thức nào không là đơn thức một biến.

- a) $9x^2$; b) $-\frac{3}{4}xy^3$; c) 0 ;
d) $1 + \frac{1}{3}x^2$; e) $3.5.t^3$; f) xy^2z .

Dạng 2. Nhân các đơn thức

Phương pháp giải: Ta áp dụng quy tắc nhân các đơn thức tùy ý: Nhân các hệ số với nhau và nhân các lũy thừa của biến với nhau.

2A. Thực hiện phép tính và viết kết quả dưới dạng một đơn thức. Chỉ ra hệ số và bậc của đơn thức đó.

- a) $\left(-\frac{1}{2}x^2\right) \cdot 2x^2 \cdot \frac{3}{4}$; b) $\left(\frac{3}{5}x^3\right) \cdot 0,2x \cdot 5x^2$
c) $(-4x) \cdot (8x^2) \cdot \frac{1}{16}$; d) $(-0,25x) \cdot (8x^2) \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right)$.

2B. Thực hiện phép tính và viết kết quả dưới dạng một đơn thức. Chỉ ra hệ số và bậc của đơn thức đó.

- a) $-x^4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{3}{4}x^2\right)$; b) $(0,6x) \cdot \left(1\frac{1}{2}x^3\right) \cdot 5x^2$;

$$c) \frac{2}{3}x^2 \cdot (-3x)^2 \cdot \frac{x}{2};$$

$$d) (2x^3)(-5x^2) \cdot 7$$

Dạng 3. Cộng, trừ các đơn thức một biến cùng bậc

Phương pháp giải: Để cộng (trừ) các đơn thức cùng bậc ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên lũy thừa của biến.

3A. Tính tổng các đơn thức sau:

$$a) 3x^2; \frac{2}{3}x^2; -2x^2;$$

$$b) y; 3y; -7y.$$

3B. Tính tổng các đơn thức sau:

$$a) 5z^3; -\frac{1}{3}z^3; -4z^3;$$

$$b) -t^2; 2t^2; \frac{5}{6}t^2.$$

4A. Thực hiện phép cộng đơn thức và viết kết quả dưới dạng một đơn thức. Chỉ ra hệ số và bậc của đơn thức đó.

$$a) \frac{7}{4}x^5 - \frac{5}{4}x^5 + (-2x^5);$$

$$b) \left(-\frac{2}{3}y^3\right) + 3y^3 - 2y^3 + y^3.$$

4B. Thực hiện phép cộng đơn thức và viết kết quả dưới dạng một đơn thức. Chỉ ra hệ số và bậc của đơn thức đó.

$$a) -5z - 3z + (-2)^3z;$$

$$b) 2t^2 + 2,5t^2 - 3t^2 - |-2t^2|.$$

5A. Một bác nông dân sử dụng hai máy bơm để tưới nước cho cánh đồng. Máy bơm thứ nhất mỗi giờ bơm được 20 m^3 nước. Máy bơm thứ hai mỗi giờ bơm được 18 m^3 nước. Sau khi cả hai máy chạy trong x giờ, bác tắt máy thứ hai và để máy thứ nhất chạy thêm trong $0,5$ giờ nữa rồi tắt. Hãy viết đa thức (biến x) biểu thị dung tích nước bác đã bơm cho cánh đồng. Tìm hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức đó.

5B. Ở một cửa hàng sách giá một chiếc bút bi là 4 nghìn đồng và một quyển vở là 9 nghìn đồng. Hãy viết đa thức biểu thị số tiền bạn Nam mua 2 hộp bút trong đó mỗi hộp có x chiếc bút; x quyển vở và Nam mua thêm một hộp bút chì màu giá 75 nghìn đồng. Tìm hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức đó.

Dạng 3. Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của đa thức

Phương pháp giải: Để thu gọn đa thức ta làm như sau:

Bước 1. Xác định các đơn thức cùng bậc;

Bước 2. Cộng, trừ các đơn thức cùng bậc.

Sau đó sắp xếp các hạng tử của đa thức theo lũy thừa có bậc tăng hoặc giảm dần của biến.

6A. Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến:

a) $A(x) = 3x^4 - x^2 + 5 - x + 2x^2 + \frac{1}{3}x^3 + x^4 - 2;$

b) $B(x) = -2x^2 + 5x^5 - x^4 + 4 + 3x^2 + 2x^4 + x^3 - 5x^5;$

c) $C(x) = 2x^3 - x^5 + 2x^4 - x^2 + 3x^5 - 2x^2 - x^4 + 1.$

6B. Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của đa thức theo lũy thừa tăng dần của biến:

a) $A(x) = x^7 - 3x^4 + 2x^3 + x^2 - x^4 - x + x^7 - x^3 + 3;$

b) $B(x) = 6x^4 + 7x^3 - 2x + \frac{1}{2}x + 3 - 5x^3;$

c) $C(x) = x^4 - 3x^2 + \frac{1}{2} - x + x^5 - 2x^2 + 1.$

Dạng 4. Xác định bậc, hệ số của đa thức

Phương pháp giải:

- Bậc của đa thức một biến (khác đa thức không, đã thu gọn) là bậc của hạng tử có bậc lớn nhất trong đa thức đó.

- Hệ số của hạng tử có bậc cao nhất gọi là hệ số cao nhất; hệ số của hạng tử bậc 0 gọi là hệ số tự do của đa thức đó.

7A. Xác định bậc và hệ số tự do, hệ số cao nhất của mỗi đa thức sau:

a) $A(x) = 3x^3 - \frac{2}{5}x^2 + 7x - 3;$

b) $B(x) = 2x + 8 - 3x^2 + 2x^3 - 4x^4 + x^5;$

c) $C(x) = 1 + 3x^2 - 4x + 8x^2 - 5x + 4x + 3x^3 - 2.$

7B. Xác định bậc và hệ số tự do, hệ số cao nhất của mỗi đa thức sau:

a) $A(x) = \frac{-1}{2}x^5 + x^4 - \frac{3}{5}x^2 + 5x + 1 ;$

b) $B(x) = x^4 + 4x^3 + 5x - 2 - 9x^2;$

c) $C(x) = 0,5x^4 - x^5 + 4x^3 - 2x - 2x^3 + x + 1,5.$

8A. Viết đa thức $M(x)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

- Bậc của $M(x)$ bằng 5.

- Hệ số của x^3 bằng hệ số của x bằng - 3 .

- Hệ số cao nhất của $M(x)$ bằng 5 và hệ số tự do bằng 1.

8B. Viết đa thức $N(x)$ có bốn hạng tử mà hệ số cao nhất bằng 3 và hệ số tự do bằng - 5.

Dạng 5. Tính giá trị của đa thức

Phương pháp giải: Để tính giá trị của đa thức ta làm như sau:

Bước 1. Thu gọn đa thức (nếu cần)

Bước 2. Thay giá trị của biến vào đa thức rồi thực hiện các phép tính.

Chú ý: Giá trị của đa thức $P(x)$ tại $x = a$ được kí hiệu là $P(a)$.

9A. Cho đa thức: $P(x) = 3x^3 + 2x^2 + 4 - 3x + 3x^2 - 3x^3 - 5x^2 + 3$.

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của $P(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $P(0); P(-1); P\left(\frac{2}{3}\right)$.

9B. Cho đa thức: $Q(x) = x^2 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + \frac{5}{3} - 3x + x^2 + \frac{1}{3} + 3x^4$.

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của $Q(x)$ theo lũy thừa tăng dần của biến.

b) Tính $Q(1); Q(-1); Q\left(\frac{1}{2}\right)$.

10A. Theo trung tâm dự báo thời tiết của Nga, nhiệt độ ngoài trời ở thành phố Matxcova của nước này vào một ngày của tháng 4 tại một số múi giờ được cho bởi bảng sau:

Thời gian	0 (giờ)	2 (giờ)	5 (giờ)
Nhiệt độ ($^{\circ}\text{F}$)	28,4	32	33,8

Dựa vào công thức đổi độ F sang độ C là $C = \frac{5}{9}(F - 32)$. Em hãy:

a) Đổi nhiệt độ từ các múi giờ cho trên ra đơn vị độ C.

b) Cho biết nước đóng băng ở nhiệt độ bao nhiêu?

10B. Giá trị của một chiếc máy tính bảng sau khi sử dụng x năm được cho bởi công thức:

$$F(x) = 10200000 - 1100000x \text{ (đồng)}$$

a) Hãy tính $F(1); F(2); F(3)$. Và cho biết $F(1); F(2); F(3)$ có nghĩa là gì?

b) Sau bao nhiêu năm thì giá trị của máy tính bảng là 4700000 đồng.

Dạng 6. Tìm nghiệm của đa thức

Phương pháp giải: Để tìm nghiệm của đa thức $P(x)$, ta tìm các giá trị của x sao cho $P(x) = 0$.

11A. Cho đa thức $P(x) = x^2 + x - 2$. Trong các số $0; 1; -1; 2; -2$, số nào là nghiệm của đa thức $P(x)$.

11B. Cho các giá trị $1; 2; -2; -6; 8$. Giá trị nào là nghiệm của đa thức $Q(x) = x^2 + 5x - 6$.

12A. Cho đa thức $F(x) = (2x^2 + 7x) - (x^2 + 4x + 1) - 9$.

a) Thu gọn đa thức $F(x)$;

b) Chứng minh rằng 2 và -5 đều là nghiệm của $F(x)$.

12B. Cho đa thức $G(x) = -2x^2 - 3 + 5x + 3x^2 - 7x$.

a) Thu gọn đa thức $G(x)$.

b) Chứng minh rằng -1 và 3 đều là nghiệm của $G(x)$.

13A. Tìm nghiệm của đa thức:

a) $x + 5$; b) $2x - 1$; c) $-3x + \frac{3}{4}$;

d) $x^2 - x$; e) $2x^2 + 6x$; f) $3x^2 + \frac{1}{2}x$.

13B. Tìm nghiệm của đa thức:

a) $x - 7$; b) $12 - 3x$; c) $2x + \frac{1}{4}$

d) $4x - x^2$; e) $2x^2 - 32x$; f) $x + x^2$.

14A. Chứng tỏ các đa thức sau không có nghiệm:

a) $x^2 + 2$; b) $2x^2 + 1$; c) $x^8 + 7$.

14B. Chứng tỏ các đa thức sau không có nghiệm:

a) $x^2 + 5$; b) $3x^2 + 2$; c) $x^4 + 10$.

15A. Cho đa thức $P(x) = 5x + a - 2$. Tìm a để đa thức $P(x)$ có nghiệm:

a) $x = -1$; b) $x = 2$; c) $x = \frac{3}{4}$.

15B. Cho đa thức $Q(x) = -3ax + 2a - 1$. Tìm a để đa thức $P(x)$ có nghiệm:

a) $x = 3$; b) $x = -5$; c) $x = -\frac{2}{3}$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

16. Tính:

a) $7x^5 - 3\frac{3}{4}x^5$;

b) $-\frac{1}{2}x^4 - \left(-\frac{5}{8}x^4\right) + \frac{1}{4}x^4$;

c) $5x.(3x)^2.\frac{-1}{5}x^3$;

d) $-\frac{1}{2}x.\frac{6}{5}x^2.3x^3$.

17. Cho đa thức $A(x) = 9x^5 - x^3 + 4x^2 + 9x - x^2 + 9 - 9x^5 + x^3 - 3$.

a) Thu gọn đa thức trên rồi sắp xếp đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Xác định bậc, hệ số tự do, hệ số cao nhất của đa thức.

c) Tính $A(2); A(-1); A(0)$.

d) Số nào là nghiệm của đa thức trong các số sau: $\frac{1}{2}; -2; -1$.

18. Cho đa thức $B(x) = (3x^2 - 3x + 2) - (2x^2 - 7x - 1)$.

a) Thu gọn đa thức trên.

b) Tính giá trị của biểu thức tại $x = 3; x = -\frac{1}{2}$.

c) Giải thích vì sao -1 và -3 đều là nghiệm của $B(x)$.

19. Tìm nghiệm của mỗi đa thức sau:

a) $3x - 2$;

b) $9 - x^2$;

c) $5x + \left(\frac{-1}{5}x\right) - 6$;

d) $x(2x + 1)$;

e) $(5x + 3) - (x + 1)$;

f) $x^2 - 3x$;

g) $x^2 + 3$;

h) $2x^2 + 5$;

i) $x^3 + 16x$.

20. Cho đa thức $P(x) = x^2 - ax + 2$.

a) Xác định a để $P(x)$ nhận 2 là nghiệm.

b) Tìm tập hợp nghiệm của $P(x)$ ứng với giá trị vừa tìm được của a .

21. Nhà may A sản xuất một lô áo gồm 200 chiếc áo với giá vốn ban đầu là 30000000 đồng và bán mỗi áo giá 300000 đồng. Khi đó gọi T là số tiền lãi (hoặc lỗ) của nhà may thu được khi bán x chiếc áo ($0 \leq x \leq 200$)

a) Thiết lập đa thức biểu thị số tiền lãi (hoặc lỗ) của nhà may sau khi bán được x chiếc áo.

b) Tính số tiền khi bán được 150 chiếc áo. Khi đó nhà may lãi hay lỗ?

c) Hỏi cần phải bán bao nhiêu chiếc áo mới có thể thu hồi được vốn ban đầu?

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A.

+) $-3x^6$ là một đơn thức một biến có hệ số: -3 ; phần biến: x^6 ;

+) $-\frac{6}{5}$ là một đơn thức một biến có hệ số $-\frac{6}{5}$; phần biến: x^0 ;

+) $\frac{1}{3}\sqrt{5}x^2$ là một đơn thức một biến có hệ số $\frac{\sqrt{5}}{3}$; phần biến: x^2 ;

+) $-3(x^3)^2$ là một đơn thức một biến có hệ số -3 ; phần biến: $(x^3)^2$.

1B. Biểu thức không là đơn thức một biến là: $-\frac{3}{4}xy^3; 1+\frac{1}{3}x^2; xy^2z$.

2A. a) $\left(-\frac{1}{2}x^2\right).2x^2.\frac{3}{4}=\left(-\frac{1}{2}.2.\frac{3}{4}\right).(x^2.x^2)=-\frac{3}{4}x^4$

Hệ số: $-\frac{3}{4}$; Bậc: 4

b) $\left(\frac{3}{5}x^3\right).0,2x.5x^2=\left(\frac{3}{5}.0,2.5\right).(x^3.x.x^2)=\frac{3}{5}x^6$

Hệ số: $\frac{3}{5}$; Bậc: 6

c) $(-4x).(8x^2).\frac{1}{16}=\left(-4.8.\frac{1}{16}\right).(x.x^2)=-2x^3$

Hệ số: -2 ; Bậc: 3

d) $(-0,25x).(8x^2).\left(-\frac{1}{2}x\right)=\left(-0,25.8.\frac{-1}{2}\right).(x.x^2.x)=x^4$

Hệ số: 1; Bậc: 4.

2B. Tương tự 2A

a) $-\frac{1}{8}x^6$. Hệ số: $-\frac{1}{8}$; Bậc: 6;

b) $\frac{9}{2}x^6$. Hệ số: $\frac{9}{2}$; Bậc: 6;

c) $-x^5$. Hệ số: -1 ; Bậc: 5 ;

d) $-70x^5$. Hệ số: -70 ; Bậc: 5;

$$3A. a) 3x^2 + \frac{2}{3}x^2 + (-2x^2) = \left(3 + \frac{2}{3} - 2\right).x^2 = \frac{5}{3}x^2;$$

$$b) y + 3y + (-7y) = (1 + 3 - 7)y = -3y.$$

3B. Tương tự 3A

$$a) \frac{2}{3}z^3; \quad b) \frac{11}{6}t^2.$$

$$4A. a) \frac{7}{4}x^5 - \frac{5}{4}x^5 + (-2x^5) = \left(\frac{7}{4} - \frac{5}{4} - 2\right)x^5 = -\frac{3}{2}x^5;$$

$$\text{Hệ số: } -\frac{3}{2}; \text{Bậc: } 5;$$

$$b) \left(\frac{-2}{3}y^3\right) + 3y^3 - 2y^3 + y^3 = \left(\frac{-2}{3} + 3 - 2 + 1\right)y^3 = \frac{4}{3}y^3$$

$$\text{Hệ số: } \frac{4}{3}; \text{Bậc: } 3.$$

4B. Tương tự 4A

$$a) -16z. \text{ Hệ số: } -16; \text{Bậc: } 1;$$

$$b) -\frac{1}{2}t^2. \text{ Hệ số: } -\frac{1}{2}; \text{Bậc: } 2.$$

5A. Đa thức biểu thị dung tích nước bác đã bơm cho cánh đồng là:

$$20x + 18x + 0,5.20 = 38x + 10(m^3)$$

Hệ số cao nhất là 38 và hệ số tự do là 10.

5B. Đa thức biểu thị số tiền bạn Nam đã mua là:

$$2.x.4 + 9.x + 75 = 17x + 75 \text{ (nghìn đồng)}$$

Hệ số cao nhất là 17 và hệ số tự do là 75.

$$6A. a) A(x) = 3x^4 - x^2 + 5 - x + 2x^2 + \frac{1}{3}x^3 + x^4 - 2$$

$$= (3x^4 + x^4) + \frac{1}{3}x^3 + (-x^2 + 2x^2) - x + (5 - 2)$$

$$= 4x^4 + \frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 3$$

$$b) B(x) = -2x^2 + 5x^5 - x^4 + 4 + 3x^2 + 2x^4 + x^3 - 5x^5$$

$$= (5x^5 - 5x^5) + (-x^4 + 2x^4) + x^3 + (-2x^2 + 3x^2) + 4$$

$$= x^4 + x^3 + x^2 + 4$$

$$c) C(x) = 2x^3 - x^5 + 2x^4 - x^2 + 3x^5 - 2x^2 - x^4 + 1$$

$$= (-x^5 + 3x^5) + (2x^4 - x^4) + 2x^3 + (-x^2 - 2x^2) + 1$$

$$= 2x^5 + x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 1$$

6B. Tương tự 6A.

$$a) A(x) = 3 - x + x^2 + x^3 - 4x^4 + 2x^7;$$

$$b) B(x) = 3 - \frac{3}{2}x + 2x^3 + 6x^4;$$

$$c) C(x) = \frac{3}{2} - x - 5x^2 + x^4 + x^5.$$

$$7A. a) A(x) = 3x^3 - \frac{2}{5}x^2 + 7x - 3;$$

Bậc: 3; Hệ số tự do: -3; Hệ số cao nhất: 3

$$b) B(x) = x^5 - 4x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x + 8$$

Bậc: 5; Hệ số tự do: 8; Hệ số cao nhất: 1

$$c) C(x) = 1 + 3x^2 - 4x + 8x^2 - 5x + 4x + 3x^3 - 2$$

$$= 3x^3 + (3x^2 + 8x^2) + (-4x - 5x + 4x) + (1 - 2)$$

$$= 3x^3 + 11x^2 - 5x - 1$$

Bậc: 3; Hệ số tự do: -1; Hệ số cao nhất: 3.

7B. Tương tự 7A.

$$a) A(x) = \frac{-1}{2}x^5 + x^4 - \frac{3}{5}x^2 + 5x + 1;$$

Bậc: 5; Hệ số tự do: 1; Hệ số cao nhất: $-\frac{1}{2}$;

$$b) B(x) = x^4 + 4x^3 + 5x - 2 - 9x^2$$

$$= x^4 + 4x^3 - 9x^2 + 5x - 2;$$

Bậc: 4; Hệ số tự do: -2; Hệ số cao nhất: 1;

$$c) C(x) = 0,5x^4 - x^5 + 4x^3 - 2x - 2x^3 + x + 1,5$$

$$= -x^5 + 0,5x^4 + (4x^3 - 2x^3) + (-2x + x) + 1,5$$

$$= -x^5 + 0,5x^4 + 2x^3 - x + 1,5$$

Bậc: 5; Hệ số tự do: 1,5; Hệ số cao nhất: -1 .

8A. $M(x) = 5x^5 - 3x^3 - 3x + 1$.

8 B. $N(x) = 3x^4 + 2x^3 - x^2 - 5$ (Ngoài hạng tử $3x^4$; -5, các hạng tử còn lại tùy ý lựa chọn).

9A. a) $P(x) = 3x^3 + 2x^2 + 4 - 3x + 3x^2 - 3x^3 - 5x^2 + 3$

$$= (3x^3 - 3x^3) + (2x^2 + 3x^2 - 5x^2) - 3x + 4 + 3$$

$$= -3x + 7$$

b) $P(0) = -3.0 + 7 = 7$

$$P(-1) = -3.(-1) + 7 = 10$$

$$P\left(\frac{2}{3}\right) = -3.\frac{2}{3} + 7 = 5$$

9B. Tương tự 9A.

a) $Q(x) = 2 - 9x + 6x^2 - 2x^3 + 3x^4$

b) $Q(1) = 0; Q(-1) = 22; Q\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{17}{16}$.

10A. a)

Thời gian	0 (giờ)	2 (giờ)	5 (giờ)
Nhiệt độ ($^{\circ}\text{F}$)	28,4	32	33,8
Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	$\frac{5}{9}(28,4 - 32) = -2$	$\frac{5}{9}(32 - 32) = 0$	$\frac{5}{9}(33,8 - 32) = 1$

b) Nước đóng băng ở 0°C hay 32°F .

10B. a) $F(1) = 10200000 - 1100000.1 = 9100000$ (đồng)

$$F(2) = 10200000 - 1100000.2 = 8000000 \text{ (đồng)}$$

$$F(3) = 10200000 - 1100000.1 = 6900000 \text{ (đồng)}$$

$F(1); F(2); F(3)$ lần lượt là giá trị của chiếc máy tính bảng sau khi sử dụng 1 năm, 2 năm, 3 năm.

b) Ta có: $F(x) = 10200000 - 1100000x = 4700000$

$$1100000x = 10200000 - 4700000$$

$$1100000x = 5500000$$

$$x = 5$$

Vậy sau 5 năm thì giá trị máy tính chỉ còn lại là 4700000 đồng.

11A. Tính: $P(0) = 0^2 + 0 - 2 = -2 \Rightarrow 0$ không là nghiệm của $P(x)$.

$$P(1) = 1^2 + 1 - 2 = 0 \Rightarrow 1 \text{ là nghiệm của } P(x).$$

$$P(-1) = (-1)^2 + (-1) - 2 = -2 \Rightarrow -1 \text{ không là nghiệm của } P(x).$$

$$P(2) = 2^2 + 2 - 2 = 4 \Rightarrow 2 \text{ không là nghiệm của } P(x).$$

$$P(-2) = (-2)^2 + (-2) - 2 = 0 \Rightarrow -2 \text{ là nghiệm của } P(x).$$

11B. Tương tự như 11A.

Ta có 1 ; - 6 là nghiệm của đa thức $Q(x)$.

$$\mathbf{12A. a)} F(x) = (2x^2 + 7x) - (x^2 + 4x + 1) - 9$$

$$= 2x^2 + 7x - x^2 - 4x - 1 - 9$$

$$= (2x^2 - x^2) + (7x - 4x) + (-1 - 9)$$

$$= x^2 + 3x - 10$$

b) Thay $x = 2$ vào $F(x)$ ta có: $F(2) = 0 \Rightarrow x = 2$ là một nghiệm của $F(x)$;

Thay $x = -5$ vào $F(x)$ ta có: $F(-5) = 0 \Rightarrow x = -5$ là một nghiệm của $F(x)$;

12B. Tương tự bài 12A

$$\mathbf{a)} G(x) = x^2 - 2x - 3$$

b) Tính được $G(-1) = 0$; $G(3) = 0$ nên -1 và 3 là nghiệm của $G(x)$.

13A.

$$\mathbf{a)} x + 5 = 0$$

$$x = 0 - 5$$

$$x = -5$$

Vậy $x = -5$ là nghiệm của đa thức.

$$\mathbf{b)} 2x - 1 = 0$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Vậy $x = \frac{1}{2}$ là nghiệm của đa thức.

$$c) -3x + \frac{3}{4} = 0$$

$$-3x = -\frac{3}{4}$$

$$x = -\frac{3}{4} : (-3)$$

$$x = \frac{1}{4}$$

Vậy $x = \frac{1}{4}$ là nghiệm của đa thức.

$$e) 2x^2 - 6x = 0$$

$$2x(x-3) = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x = 3$$

Vậy $x \in \{0; 3\}$ là nghiệm của đa thức

$$d) x^2 - x = 0$$

$$x(x-1) = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x = 1$$

Vậy $x \in \{0; 1\}$ là nghiệm của đa thức

$$f) 3x^2 + \frac{1}{2}x = 0$$

$$x\left(3x + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\text{TH1: } x = 0$$

$$\text{TH2: } 3x + \frac{1}{2} = 0$$

$$3x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{6}$$

Vậy $x \in \left\{0; -\frac{1}{6}\right\}$ là nghiệm của đa thức

13B. Tương tự như 13A.

$$a) x = 7; \quad b) x = 4; \quad c) x = -\frac{1}{8};$$

$$d) x \in \{0; 4\}; \quad e) x \in \{0; 16\}; \quad f) x = 0 \text{ hoặc } x = -1$$

14A. a) Ta có $x^2 \geq 0, \forall x$, nên $x^2 + 2 \geq 2 > 0$, mọi x

Do đó đa thức không có nghiệm.

b) Ta có $x^2 \geq 0, \forall x$, nên $2x^2 + 1 \geq 1 > 0$, mọi x

Do đó đa thức không có nghiệm.

c) Ta có $x^8 \geq 0, \forall x$, nên $x^8 + 7 \geq 7 > 0$, mọi x

Do đó đa thức không có nghiệm.

14B. Tương tự như 14A.

15A. a) $x = -1$ là nghiệm của đa thức $P(x)$ nên ta có:

$$P(-1) = 5 \cdot (-1) + a - 2 = 0 \Rightarrow -7 + a = 0$$

$$a = 7.$$

Vậy với $a = 7$ thì đa thức $P(x)$ có nghiệm $x = -1$

b) $x = 2$ là nghiệm của đa thức $P(x)$ nên ta có:

$$P(2) = 5 \cdot 2 + a - 2 = 0 \Rightarrow 8 + a = 0$$

$$a = -8.$$

Vậy với $a = -8$ thì đa thức $P(x)$ có nghiệm $x = 2$

c) $x = \frac{3}{4}$ là nghiệm của đa thức $P(x)$ nên ta có:

$$P\left(\frac{3}{4}\right) = 5 \cdot \frac{3}{4} + a - 2 = 0 \Rightarrow \frac{7}{4} + a = 0$$

$$a = -\frac{7}{4}.$$

Vậy với $a = -\frac{7}{4}$ thì đa thức $P(x)$ có nghiệm $x = \frac{3}{4}$.

15B. Tương tự như 15A.

$$\text{a) } a = -\frac{1}{7}; \quad \text{b) } a = \frac{1}{17}; \quad \text{c) } a = \frac{1}{4}.$$

$$\text{16. a) } 7x^5 - 3\frac{3}{4}x^5 = \left(7 - \frac{15}{4}\right)x^5 = \frac{13}{4}x^5;$$

$$\text{b) } -\frac{1}{2}x^4 - \left(-\frac{5}{8}x^4\right) + \frac{1}{4}x^4 = \left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{8} + \frac{1}{4}\right) \cdot x^4 = \frac{3}{8}x^4;$$

$$\text{c) } 5x \cdot (3x)^2 \cdot \frac{-1}{5}x^3 = \left(5 \cdot 3 \cdot \frac{-1}{5}\right) \cdot (x \cdot x^2 \cdot x^3) = -3x^6;$$

$$\text{d) } -\frac{1}{2}x \cdot \frac{6}{5}x^2 \cdot 3x^3 = \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} \cdot 3\right) \cdot x \cdot x^2 \cdot x^3 = -\frac{9}{5}x^6.$$

$$\text{17. a) } A(x) = 9x^5 - x^3 + 4x^2 + 9x - x^2 + 9 - 9x^5 + x^3 - 3$$

$$= (9x^5 - 9x^5) + (-x^3 + x^3) + (4x^2 - x^2) + 9x + 9 - 3$$

$$= 3x^2 + 9x + 6$$

b) Bậc: 2; Hệ số tự do: 6; Hệ số cao nhất: 3.

c) $A(2) = 36; A(-1) = 0; A(0) = 6;$

d) Các số $-2; -1$ là nghiệm của đa thức vì $A(-2) = 0; A(-1) = 0.$

18. a) $B(x) = (3x^2 - 3x + 2) - (2x^2 - 7x - 1) = 3x^2 - 3x + 2 - 2x^2 + 7x + 1$

$$= x^2 + 4x + 3$$

b) $B(3) = 24; B\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4}.$

c) Nhận xét: $B(-1) = 0; B(-3) = 0$ nên -1 và -3 là nghiệm của $B(x).$

19. Tương tự như 13A.

a) $x = \frac{2}{3};$

b) $x = \pm 3;$

c) $x = \frac{5}{4};$

d) $x \in \left\{0; -\frac{1}{2}\right\};$

e) $x = -\frac{1}{2};$

f) $x \in \{0; 3\};$

g) Vô nghiệm;

h) Vô nghiệm;

i) $x = 0.$

20. Tương tự bài 15A

a) $a = 3;$

b) $x \in \{2; 1\}.$

21. a) $T = 300000x - 30000000$ (đồng)

b) Thay $x = 150$, ta có: $T = 15000000$

Khi đó nhà may đang lãi.

c) Để thu hồi được vốn ban đầu thì

$$T = 0 \Rightarrow 300000x - 30000000 = 0$$

$$x = 100.$$

Vậy cần phải bán 100 chiếc áo thì mới có thể thu hồi được vốn.

BÀI 3. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Để cộng hoặc trừ hai đa thức một biến, ta có thể thực hiện theo một trong hai cách sau:

- *Cách 1:* Cộng, trừ đa thức theo "hàng ngang": Viết hai đa thức trong dấu ngoặc; bỏ dấu ngoặc theo quy tắc dấu ngoặc và nhóm các hạng tử cùng bậc để thu gọn đa thức.
- *Cách 2:* Cộng, trừ đa thức theo "cột dọc": Sắp xếp các hạng tử của hai đa thức cùng theo lũy thừa giảm (hoặc tăng) của biến, rồi đặt phép tính theo cột dọc (chú ý đặt các hạng tử cùng bậc thẳng cột với nhau). Cộng (trừ) hai đơn thức trong từng cột, ta có tổng (hiệu) cần tìm.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính tổng hoặc hiệu của hai đa thức

Phương pháp giải: Để tính tổng hoặc hiệu của hai đa thức ta thường làm như sau:

Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của hai đa thức cùng theo lũy thừa giảm (hoặc tăng) của biến. Sau đó:

Cách 1: Cộng, trừ đa thức theo "hàng ngang": nhóm các hạng tử cùng bậc.

Cách 2: Cộng, trừ đa thức theo "cột dọc".

1A. Tìm tổng của hai đa thức sau (trình bày bằng hai cách):

- a) $2x^2 - 0,5x + 5$ và $3x^2 + 2,5x + 4$;
- b) $7 - 4y^2 + 3y + y^3$ và $-3y^3 + 4y^2 + 1$;
- c) $-z^4 + 3z^3 + 3z + 5$ và $3z^2 + z^4 + 5 - z$;
- d) $\frac{3}{4}t^5 - 2t^4 + 3t^2 - t + 1$ và $-\frac{1}{4}t^5 + 4t^4 + t^3 - 2t^2 - 3$.

1B. Tìm tổng của hai đa thức sau (trình bày bằng hai cách):

- a) $-2x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 5x - 1$ và $4x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 4x + 6$;
- b) $5y^3 + 3y - 2y^2 + 3y^4 - 13$ và $-4y^3 + 5y^2 + y + 9$;
- c) $-\frac{3}{2}z^4 + z^3 - 3z + 1$ và $-\frac{1}{2}z^4 + z^3 + 5z - 3$;
- d) $t^5 - 3t^2 + 7t^4 - 9t$ và $t^2 - 3t^4 + t^3 - t^5 - 3$.

2A. Tìm hiệu sau theo hai cách:

- a) $(3x^3 - 5x^2 + 6x + 5) - (x^3 - x^2 + 4x - 1)$;

- b) $(5x^3 - 2x^2 + x - 3) - (4x^3 + 5x - 1)$;
 c) $(x^4 + 3x^2 + 5) - (x^4 - x^3 + 2x^2 + 4x + 1)$;
 d) $(14x^3 + 2x^2 + 7x) - (11x^3 + x^2 + 5x - 4)$.

2B. Tìm hiệu sau theo hai cách:

- a) $(2x^3 + x^2 - 6x + 7) - (-x^2 + 3x - 6)$;
 b) $\left(\frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + 5x - 3\right) - \left(\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 1\right)$;
 c) $(4x^4 - 5x^2 + 1) - (3x^4 + x^3 - 4x^2 + 4x - 3)$;
 d) $(7x^3 + 3,5x^2 + 2x) - (5x^3 + 1,5x^2 + 5x - 1)$.

3A. Cho hai đa thức:

$$A = -x^4 + 7x^2 + 2x^3 - 10 + 6x^4 - 3x^3 + 5x$$

$$B = 2x^4 + 6 - x^3 + 5x - 5x^2 - x^4 + 4x^3$$

Tính $A + B$ và $A - B$.

3B. Cho hai đa thức:

$$C = -2 - 4x + x^2 + 6x^3 + 3x^4$$

$$D = 7 + 3x + x^2 - x^3$$

Tính $C + D$ và $C - D$.

4A. Cho các đa thức

$$A = x^3 - 2x^2 + 3x - 5$$

$$B = -x^3 + 2x^2 - 5x + 7$$

$$C = 2x^3 + x^2 - x - 1$$

Tính $A + B + C$; $A - B + C$ và $A - B - C$.

4B. Cho các đa thức

$$A = \frac{3}{4}x^4 + 2x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$$

$$B = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^3 + x^2 - 5x + 4$$

$$C = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + 1$$

Tính $A + B + C$; $A - B + C$ và $A - B - C$.

5A. Cho hai đa thức:

$$P(x) = 7x^4 - \frac{1}{5}x^3 + x^2 - 2x + 7$$

$$Q(x) = 3x^4 + x^3 - x^2 + 3x - 5$$

a) Tìm $P(x) + Q(x)$ và $P(x) - Q(x)$.

b) Tìm hệ số cao nhất, hệ số tự do của các đa thức tìm được ở câu a).

5B. Cho hai đa thức:

$$P(x) = \frac{2}{3}x^5 - x^4 + 2x^3 - 3x^2 + x + \frac{1}{4}$$

$$Q(x) = 2x^5 + x^4 - x^3 + 3x^2 + 2x - \frac{3}{4}$$

a) Tìm $P(x) + Q(x)$ và $P(x) - Q(x)$.

b) Tìm hệ số cao nhất, hệ số tự do và hệ số của x^3 của các đa thức thu được ở câu a).

6A. Cho hai đa thức:

$$M(x) = 3x^4 - 5x^2 - 2x^3 - 4x + 6x^2 + 8x^3 - 2$$

$$N(x) = \sqrt{2}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - 3x^3 - \sqrt{2}x^4 + 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 4x - 3$$

a) Thu gọn các đa thức trên.

b) Gọi $G(x)$ là tổng của hai đa thức $M(x)$ và $N(x)$. Tìm $G(x)$.

c) Tìm bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của đa thức $G(x)$.

d) Trong tập hợp $\{0; 1; -2; 3\}$, những số nào là nghiệm của $G(x)$.

6B. Cho hai đa thức:

$$P(x) = \sqrt{3}x^5 - 2x^4 - \frac{1}{2}x^3 + 4x^2 + x + 3 - x^2 + 3x^4$$

$$Q(x) = \sqrt{3}x^5 + 2x^4 - \frac{3}{2}x^3 + 2x^2 - 4x + \frac{1}{2}x^3 - x^4 + 3$$

a) Thu gọn các đa thức trên.

b) Đặt $H(x) = P(x) - Q(x)$. Tìm $H(x)$.

c) Tìm bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của đa thức $H(x)$.

d) Trong tập hợp $\{0; 1; 2; -3\}$, những số nào là nghiệm của $H(x)$.

Dạng 2. Tìm đa thức chưa biết trong một đẳng thức

Phương pháp giải: Để tìm đa thức chưa biết trong một đẳng thức, ta làm như sau:

- Xác định vai trò của đa thức cần tìm (chẳng hạn, đóng vai trò số hạng chưa biết, số bị trừ, số trừ, ...)

- Áp dụng quy tắc dấu ngoặc, quy tắc chuyển vế và quy tắc cộng, trừ đa thức một biến để biến đổi.

7A. Cho hai đa thức $A(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 1$

Tìm các đa thức $B(x), C(x), D(x)$ sao cho:

a) $A(x) + B(x) = 5x^4 + 3x^3 - 4x^2 + x - 2$;

b) $A(x) - C(x) = -3x^4 + x^2 - x + 3$;

c) $D(x) - A(x) = -4x^4 + 5x^3 + x^2 - 2x - 3$.

7B. Cho hai đa thức $M(x) = \frac{3}{4}x^3 + 2x^2 - 5x + \frac{1}{2}$

Tìm các đa thức $N(x), P(x), Q(x)$ sao cho:

a) $M(x) + N(x) = 3x^3 + x^2 + x - \frac{3}{2}$;

b) $M(x) - P(x) = -\frac{1}{4}x^3 - x + 3$;

c) $Q(x) - M(x) = x^2 + x - 3$.

8A. Tìm đa thức $P(x)$ sao cho:

a) $P(x) + \left(x^3 - 2x^2 + 7x + \frac{1}{3}\right) = x^3 - x^2 + 1$;

b) $P(x) - (2x^4 - x^3 + x - 3) = -x^4 - x^3 + 5x^2 + 4x + 2$;

c) $(5x^3 - 2x^2 + 4x + 4) - P(x) = 6x^3 - x^2 + 3x - 2$.

8B. Tìm đa thức $Q(x)$ sao cho:

$$a) Q(x) + \left(x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 1\frac{1}{2} \right) = x^5 + x^3 + 3x^2 + 1;$$

$$b) Q(x) - \left(-2x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2x - 1 \right) = x^4 + 2x^3 - x^2 + 3x + 1;$$

$$c) \left(3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 6x + \frac{2}{3} \right) - Q(x) = -x^2 + 3x + 1.$$

Dạng 3. Chứng minh đa thức không phụ thuộc vào biến

Phương pháp giải: Áp dụng quy tắc dấu ngoặc và quy tắc cộng, trừ đa thức một biến để biến đổi rút gọn đa thức. Kết quả rút gọn là một hằng số.

9A. Chứng minh rằng các đa thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:

$$a) (3x^2 - 2x + 5) - (4x^2 - 4x + 1) - 2x + x^2 - 4;$$

$$b) 4x^3 - 5x^2 + 1 - (4x^3 - x + 2x^2) + (7x^2 - x + 8);$$

$$c) \left(\frac{2}{5}x^3 - x^2 + 1 \right) - (x^3 - 3x + x^2 - 5) - 0,4x^3 + 2x^2 - 3x + x^3.$$

9B. Chứng minh rằng các đa thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:

$$a) (2x^2 - 0,5x + 5) - (3x^2 + 2,5x + 4) + (3x + x^2 + 4);$$

$$b) x^3 - 2x^2 - (3x^3 - x + 2) + (x^3 - x + 4) + 2x^2 + x^3;$$

$$c) -(x^4 - 3x^2 + 3x - 1) - x^3 + 1 + \left(x^4 + x^3 - 3x^2 - \frac{5}{2} \right) + 3x.$$

Dạng 4. Vận dụng

Phương pháp giải:

- Sử dụng các chữ, các số và các phép toán để diễn đạt các mệnh đề phát biểu bằng lời.
- Căn cứ vào nội dung bài toán để viết các đa thức theo yêu cầu của đề bài.

10A. Bạn Hoài được phân công mua một số đồ dùng cho buổi tham quan dã ngoại của lớp. Hoài cần mua $3x + 7$ chiếc cốc giấy, $2x + 17$ chiếc bát giấy và x gói khăn ướt.

Đồ dùng	Giá bán một đồ dùng (đồng)
Cốc giấy	1500
Bát giấy	2500
Khăn ướt	15000

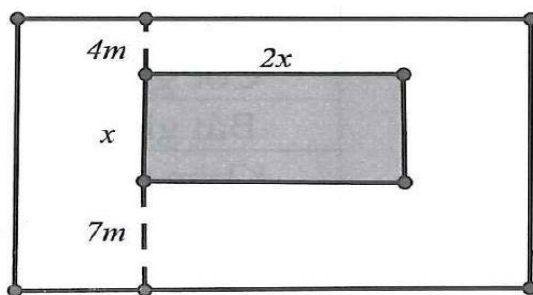
- Viết các đa thức biểu thị số tiền Hoài cần phải trả cho mỗi loại đồ dùng.
- Tìm đa thức biểu thị tổng số tiền Hoài phải trả để mua số đồ dùng trên.
- Biết rằng Hoài cần chuẩn bị 10 gói khăn ướt cho cả lớp. Tính tổng số tiền Hoài cần trả khi mua số đồ dùng trên.

10B. Bác Nhung đi siêu thị để lựa chọn một số loại đồ ăn cho bữa tiệc của gia đình. Bác lên danh mục, khối lượng cần mua cho từng loại và được liệt kê dưới bảng sau:

Đồ ăn	Khối lượng (kg)	Giá bán/1kg (đồng)
Thịt lợn	$\frac{1}{2}x + 0,5$	150000
Thịt bò	x	250000
Ngao	$\frac{3}{4}x - 0,5$	35000
Tôm	$x + 0,5$	280000
Mực	$x - 1$	260000
Khoai lang	$\frac{1}{2}x$	25000

- Viết các đa thức biểu thị số tiền bác Nhung cần phải trả cho mỗi loại đồ ăn.
- Tìm đa thức biểu thị tổng số tiền bác Nhung phải trả để mua số đồ ăn trên.
- Biết rằng bác mua 2 kilôgam thịt bò. Tính tổng số tiền bác phải trả khi đi siêu thị.

11A. Trên một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 45 mét, người ta định đào một cái ao có chiều rộng x mét, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Sơ đồ và kích thước cụ thể được cho như hình vẽ. Tìm đa thức (biến x):

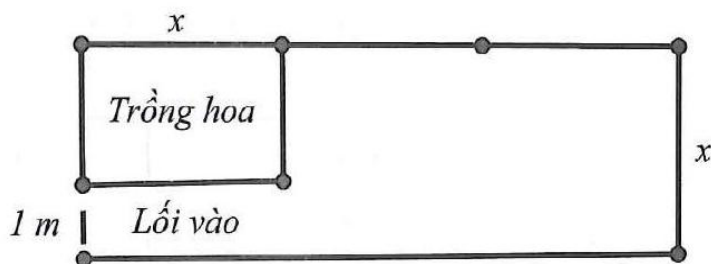


- Biểu thị diện tích của bể bơi.
- Biểu thị diện tích của mảnh đất.
- Biểu thị diện tích phần đất xung quanh bể.

11B. Trên một thửa ruộng hình chữ nhật có hai kích thước theo tỉ lệ:

Chiều dài : chiều rộng = 3 : 1.

Bác Hương dự định xây một khu đất hình chữ nhật nhỏ để trồng hoa với chiều dài bằng chiều rộng của thửa ruộng, và để



một lối đi rộng 1 mét như hình vẽ. Phần đất còn lại bác trồng rau. Gọi chiều rộng thửa ruộng là x (mét). Tìm đa thức (biến x):

- a) Biểu thị diện tích của thửa ruộng.
- b) Biểu thị chu vi của khu đất trồng hoa.
- c) Biểu thị chu vi phần đất còn lại để trồng rau.

12A. Một xe đạp đi từ A lúc 13 giờ 15 phút đến B với vận tốc 15 km / giờ. Đến 13 giờ 45 phút, một xe máy cũng chuyển động từ A đến B với vận tốc 45 km / giờ. Cả hai xe đều không nghỉ dọc đường.

a) Gọi $M(x)$ là đa thức biểu thị quãng đường xe đạp đi được và $N(x)$ là đa thức biểu thị quãng đường xe máy đi được kể từ khi xuất phát cho đến khi xe đạp đi được x giờ. Tìm $M(x), N(x)$.

b) Đặt $f(x) = N(x) - M(x)$. Tìm nghiệm của đa thức $f(x)$ và giải thích ý nghĩa nghiệm đó.

12B. Một người đi ô tô từ A đến B với vận tốc 50 km / giờ. Sau đó 1 giờ, một xe khách đi từ B về A với vận tốc 60 km / giờ. Và sau x giờ (kể từ khi ô tô chuyển động) thì hai xe gặp nhau.

- a) Viết đa thức (biến x) biểu thị độ dài quãng đường AB .
- b) Tính độ dài quãng đường AB biết sau 3 giờ (kể từ khi ô tô chuyển động) thì hai xe gặp nhau.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

13. Cho hai đa thức:

$$A(x) = 3x^5 - 4x^2 + x^4 - \frac{1}{2}x - 2x^5 + 7x^2 - 3x^4$$

$$B(x) = 2x^5 + x^4 + \frac{1}{2}x + 2 + x^2 - 3x^5 + 4x^4 + x - 8$$

- a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.
- b) Tính tổng $C(x) = A(x) + B(x)$ và hiệu $D(x) = A(x) - B(x)$.
- c) Tìm hệ số cao nhất, hệ số tự do của các đa thức $C(x)$ và $D(x)$.
- d) Trong tập hợp $\{0; 1; -1; 2\}$, những số nào là nghiệm của $C(x)$?

14. Cho các đa thức:

$$A(x) = x^4 - x^3 + x^2 - 3$$

$$B(x) = 3x^4 + x^3 - x^2 - 2$$

$$C(x) = x^4 + x^2 + \frac{3}{4}$$

Tính: $A(x) + B(x) + C(x)$; $A(x) + B(x) - C(x)$; $A(x) - B(x) - C(x)$.

15. Cho đa thức $P(x) = -x^4 + 11x^3 - 5x^2 + 6x - 3$

Tìm các đa thức $Q(x), H(x), R(x)$ sao cho:

a) $P(x) + Q(x) = x^5 - 2x^4 + 10x^3 - x^2 + 5x - 2$;

b) $P(x) - H(x) = -x^4 + 5x^3 + 5x - 1$;

c) $R(x) - P(x) = x^4 - 10x^3 - 4x^2 - x + 5$.

16. Cho hai đa thức:

$$M(x) = x^3 + 2x^2 + 1;$$

$$N(x) = x^2 - 2x + 3.$$

a) Tính $M(x) + N(x)$; $M(x) - N(x)$; $N(x) - M(x)$.

b) Tính $M(x) - 2N(x)$; $\frac{1}{2}M(x) + N(x)$.

17. Cho hai đa thức:

$$P(x) = x^4 - 4x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + 3 + 2x^4 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2$$

$$Q(x) = -x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x + 4 - x^4 + 4x^3 - x^2 + 3x$$

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $P(1)$ và $Q(-2)$.

c) Tính $G(x) = P(x) + Q(x)$.

d) Chứng minh rằng $G(x)$ luôn dương với mọi giá trị của x .

18. Cho một hình thang có các kích thước đáy lớn, đáy bé và hai cạnh bên lần lượt là $2x + 7$; $x + 5$; x ; x (mét) ($x > 0$).

a) Tìm đa thức (biến x) biểu thị chu vi của hình thang.

b) Nếu hai cạnh bên của hình thang bằng 5 mét thì chu vi của hình thang bằng bao nhiêu?

19. Bốn bạn An, Bình, Dũng và Trí rủ nhau đến cửa hàng truyện để mua truyện cũ được bán đồng giá (nghĩa là các quyển truyện cũ trong cửa hàng đó đều được bán với cùng một giá). An mua 3 quyển truyện và mua thêm 1 cuốn báo có giá 3000 đồng, Bình mua 5 quyển, Dũng mua 5 quyển và Trí mua 7 quyển. Gọi x (đồng) là giá bán một quyển truyện cũ.

a) Tìm đa thức biểu thị tổng số tiền cả bốn bạn phải trả.

b) Nếu mỗi quyển truyện cũ đều có giá 8000 đồng thì tổng số tiền cả bốn bạn phải trả là bao

nhieu?

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) Cách 1:

$$\begin{aligned}(2x^2 - 0,5x + 5) + (3x^2 + 2,5x + 4) &= 2x^2 - 0,5x + 5 + 3x^2 + 2,5x + 4 \\&= (2x^2 + 3x^2) + (-0,5x + 2,5x) + (5 + 4) \\&= 5x^2 + 2x + 9\end{aligned}$$

Cách 2:

$$\begin{array}{r}+ \quad 2x^2 - 0,5x + 5 \\3x^2 + 2,5x + 4 \\ \hline= 5x^2 + 2x + 9\end{array}$$

$$\text{b) } 7 - 4y^2 + 3y + y^3 = y^3 - 4y^2 + 3y + 7; -3y^3 + 4y^2 + 1$$

Cách 1:

$$\begin{aligned}(y^3 - 4y^2 + 3y + 7) + (-3y^3 + 4y^2 + 1) \\&= y^3 - 4y^2 + 3y + 7 - 3y^3 + 4y^2 + 1 \\&= (y^3 - 3y^3) + (-4y^2 + 4y^2) + 3y + 7 + 1 \\&= -2y^3 + 3y + 8\end{aligned}$$

Cách 2:

$$\begin{array}{r}+ \quad y^3 - 4y^2 + 3y + 7 \\- 3y^3 + 4y^2 \quad + 1 \\ \hline= -2y^3 \quad + 3y + 8\end{array}$$

$$\text{c) } -z^4 + 3z^3 + 3z + 5; 3z^2 + z^4 + 5 - z = z^4 + 3z^2 - z + 5.$$

Cách 1:

$$\begin{aligned}(-z^4 + 3z^3 + 3z + 5) + (z^4 + 3z^2 - z + 5) \\&= (-z^4 + z^4) + 3z^3 + 3z^2 + (3z - z) + (5 + 5) \\&= 3z^3 + 3z^2 + 2z + 10\end{aligned}$$

Cách 2:

$$\begin{array}{r}
 + \quad \frac{-z^4 + 3z^3}{z^4} + \frac{3z + 5}{3z^2 - z + 5} \\
 \hline
 = \quad 3z^3 + 3z^2 + 2z + 10
 \end{array}$$

$$d) \frac{3}{4}t^5 - 2t^4 + 3t^2 - t + 1; \frac{-1}{4}t^5 + 4t^4 + t^3 - 2t^2 - 3.$$

Cách 1:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{3}{4}t^5 - 2t^4 + 3t^2 - t + 1 \right) + \left(\frac{-1}{4}t^5 + 4t^4 + t^3 - 2t^2 - 3 \right) \\
 &= \left(\frac{3}{4}t^5 + \frac{-1}{4}t^5 \right) + (-2t^4 + 4t^4) + t^3 + (3t^2 - 2t^2) + (1 - 3) \\
 &= \frac{1}{2}t^5 + 2t^4 + t^3 + t^2 - 2
 \end{aligned}$$

Cách 2:

$$\begin{array}{r}
 + \quad \frac{3}{4}t^5 - 2t^4 + 3t^2 - t + 1 \\
 + \quad \frac{-1}{4}t^5 + 4t^4 + t^3 - 2t^2 - 3 \\
 \hline
 = \frac{1}{2}t^5 + 2t^4 + t^3 + t^2 - 2
 \end{array}$$

1B. Tương tự 1A

Đáp số:

$$a) 2x^3 + 2x^2 + x + 5;$$

$$b) 3y^4 + y^3 + 3y^2 + 4y - 4;$$

$$c) -2z^4 + 2z^3 + 2z - 2;$$

$$d) 4t^4 + t^3 - 2t^2 - 9t - 3.$$

$$2A. a) \text{ Cách 1: } (3x^3 - 5x^2 + 6x + 5) - (x^3 - x^2 + 4x - 1)$$

$$= 3x^3 - 5x^2 + 6x + 5 - x^3 + x^2 - 4x + 1$$

$$= (3x^3 - x^3) + (-5x^2 + x^2) + (6x - 4x) + (5 + 1)$$

$$= 2x^3 - 4x^2 + 2x + 6$$

Cách 2:

$$\begin{array}{r}
 3x^3 - 5x^2 + 6x + 5 \\
 - \quad x^3 - x^2 + 4x - 1 \\
 \hline
 = 2x^3 - 4x^2 + 2x + 6
 \end{array}$$

Tương tự câu a) Ta có:

b) $x^3 - 2x^2 - 4x - 2$;

c) $x^3 + x^2 - 4x + 4$;

d) $3x^3 + x^2 + 2x + 4$.

2B. Tương tự 2A

Đáp số: a) $2x^3 + 2x^2 - 9x + 13$;

b) $x^3 + 10x - 4$;

c) $x^4 - x^3 - x^2 - 4x + 4$;

d) $2x^3 + 2x^2 - 3x + 1$.

3A. Ta có: $A = -x^4 + 7x^2 + 2x^3 - 10 + 6x^4 - 3x^3 + 5x$

$$= (-x^4 + 6x^4) + (2x^3 - 3x^3) + 7x^2 + 5x - 10$$

$$= 5x^4 - 3x^3 + 7x^2 + 5x - 10$$

$$B = 2x^4 + 6 - x^3 + 5x - 5x^2 - x^4 + 4x^3$$

$$= (2x^4 - x^4) + (-x^3 + 4x^3) - 5x^2 + 5x + 6$$

$$= x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 5x + 6$$

Khi đó:

$$A + B = (5x^4 - 3x^3 + 7x^2 + 5x - 10) + (x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 5x + 6)$$

$$= (5x^4 + x^4) + (-3x^3 + 3x^3) + (7x^2 - 5x^2) + (5x + 5x) + (-10 + 6)$$

$$= 6x^4 + 2x^2 + 10x - 4$$

$$A - B = (5x^4 - 3x^3 + 7x^2 + 5x - 10) - (x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 5x + 6)$$

$$= (5x^4 - x^4) + (-3x^3 - 3x^3) + (7x^2 + 5x^2) + (5x - 5x) + (-10 - 6)$$

$$= 4x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 16$$

3B. Tương tự 3A

$$C + D = 3x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x + 5$$

$$C - D = 3x^4 + 7x^3 - 7x - 9$$

$$4A. +) A + B + C$$

$$\begin{aligned}
 &= (x^3 - 2x^2 + 3x - 5) + (-x^3 + 2x^2 - 5x + 7) + (2x^3 + x^2 - x - 1) \\
 &= (x^3 - x^3 + 2x^3) + (-2x^2 + 2x^2 + x^2) + (3x - 5x - x) + (-5 + 7 - 1) \\
 &= 2x^3 + x^2 - 3x + 1
 \end{aligned}$$

$$+) A - B + C$$

$$\begin{aligned}
 &= (x^3 - 2x^2 + 3x - 5) - (-x^3 + 2x^2 - 5x + 7) + (2x^3 + x^2 - x - 1) \\
 &= (x^3 + x^3 + 2x^3) + (-2x^2 - 2x^2 + x^2) + (3x + 5x - x) + (-5 - 7 - 1) \\
 &= 4x^3 - 3x^2 + 7x - 13
 \end{aligned}$$

$$+) A - B - C$$

$$\begin{aligned}
 &= (x^3 - 2x^2 + 3x - 5) - (-x^3 + 2x^2 - 5x + 7) - (2x^3 + x^2 - x - 1) \\
 &= (x^3 + x^3 - 2x^3) + (-2x^2 - 2x^2 - x^2) + (3x + 5x + x) + (-5 - 7 + 1) \\
 &= -5x^2 + 9x - 11
 \end{aligned}$$

4B. Tương tự 4A

$$A + B + C = \frac{1}{2}x^4 + 5x^3 - 3x + 3;$$

$$A - B + C = x^4 + x^3 - 2x^2 + 7x - 5;$$

$$A - B - C = x^4 - x^3 - x^2 + 9x - 7.$$

$$5A. a) +) P(x) + Q(x) = \left(7x^4 - \frac{1}{5}x^3 + x^2 - 2x + 7\right) + (3x^4 + x^3 - x^2 + 3x - 5)$$

$$\begin{aligned}
 &= (7x^4 + 3x^4) + \left(-\frac{1}{5}x^3 + x^3\right) + (x^2 - x^2) + (-2x + 3x) + (7 - 5) \\
 &= 10x^4 + \frac{4}{5}x^3 + x - 2
 \end{aligned}$$

$$+) P(x) - Q(x) = \left(7x^4 - \frac{1}{5}x^3 + x^2 - 2x + 7\right) - (3x^4 + x^3 - x^2 + 3x - 5)$$

$$\begin{aligned}
 &= (7x^4 - 3x^4) + \left(-\frac{1}{5}x^3 - x^3\right) + (x^2 + x^2) + (-2x - 3x) + (7 + 5) \\
 &= 4x^4 - \frac{6}{5}x^3 + 2x^2 - 5x + 12
 \end{aligned}$$

b) Đa thức $P(x) + Q(x)$ có hệ số cao nhất: 10; hệ số tự do: -2 ;

Đa thức $P(x) - Q(x)$ có hệ số cao nhất: 4 ; hệ số tự do: 12.

5B. Tương tự 5A

a) $P(x) + Q(x) = \frac{8}{5}x^5 + x^3 + 3x - \frac{1}{2};$

$$P(x) - Q(x) = \frac{-4}{3}x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 6x^2 - x + 1.$$

b) Đa thức $P(x) + Q(x)$ có hệ số cao nhất: $\frac{8}{5}$; hệ số tự do: $-\frac{1}{2}$;

Đa thức $P(x) - Q(x)$ có hệ số cao nhất: $-\frac{4}{3}$; hệ số tự do: 1 .

6A. a) $M(x) = 3x^4 - 5x^2 - 2x^3 - 4x + 6x^2 + 8x^3 - 2$

$$= 3x^4 + (-2x^3 + 8x^3) + (-5x^2 + 6x^2) - 4x - 2$$

$$= 3x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 2$$

$$N(x) = \sqrt{2}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - 3x^3 - \sqrt{2}x^4 + 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 4x - 3$$

$$= (\sqrt{2}x^4 - \sqrt{2}x^4) + (-3x^3 + 5x^3) + \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x^2\right) - 4x - 3$$

$$= 2x^3 - x^2 - 4x - 3$$

b) $G(x) = (3x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 2) + (2x^3 - x^2 - 4x - 3)$

$$= 3x^4 + (6x^3 + 2x^3) + (x^2 - x^2) + (-4x - 4x) + (-2 - 3)$$

$$= 3x^4 + 8x^3 - 8x - 5$$

c) Đa thức $G(x)$ có bậc: 4; hệ số cao nhất: 3 ; hệ số tự do: -5 .

d) Tính:

$$G(0) = 3.0^4 + 8.0^3 - 8.0 - 5 = -5$$

$$G(1) = 3.1^4 + 8.1^3 - 8.1 - 5 = -2$$

$$G(-2) = 3.(-2)^4 + 8.(-2)^3 - 8.(-2) - 5 = -5$$

$$G(3) = 3.3^4 + 8.3^3 - 8.3 - 5 = 430$$

Do đó không có giá trị nào là nghiệm của đa thức $G(x)$.

6B. Tương tự 6A

$$a) P(x) = \sqrt{3}x^5 + x^4 - \frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + x + 3$$

$$Q(x) = \sqrt{3}x^5 + x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x + 3$$

$$b) H(x) = P(x) - Q(x) = \frac{1}{2}x^3 + x^2 + 5x$$

$$c) x = 0 \text{ là 1 nghiệm của } H(x).$$

7A. a) $A(x) + B(x) = 5x^4 + 3x^3 - 4x^2 + x - 2$

$$\begin{aligned} B(x) &= 5x^4 + 3x^3 - 4x^2 + x - 2 - A(x) \\ &= 5x^4 + 3x^3 - 4x^2 + x - 2 - (x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 1) \\ &= (5x^4 - x^4) + (3x^3 + 2x^3) + (-4x^2 - x^2) + (x + 3x) + (-2 - 1) \\ &= 4x^4 + 5x^3 - 5x^2 + 4x - 3 \end{aligned}$$

$$b) A(x) - C(x) = -3x^4 + x^2 - x + 3$$

$$\begin{aligned} C(x) &= A(x) - (-3x^4 + x^2 - x + 3) \\ &= (x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 1) - (-3x^4 + x^2 - x + 3) \\ &= (x^4 + 3x^4) - 2x^3 + (x^2 - x^2) + (-3x + x) + (1 - 3) \\ &= 4x^4 - 2x^3 - 2x - 2 \end{aligned}$$

$$c) D(x) - A(x) = -4x^4 + 5x^3 + x^2 - 2x - 3$$

$$\begin{aligned} D(x) &= -4x^4 + 5x^3 + x^2 - 2x - 3 + A(x) \\ &= -4x^4 + 5x^3 + x^2 - 2x - 3 + x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 1 \\ &= -3x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 5x - 2 \end{aligned}$$

7B. Tương tự 7A

$$a) N(x) = \frac{9}{4}x^3 - x^2 + 6x - 2;$$

$$b) P(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - \frac{5}{2};$$

$$c) Q(x) = \frac{3}{4}x^3 + 3x^2 - 4x - \frac{5}{2}.$$

$$8A. a) P(x) = (x^3 - x^2 + 1) - \left(x^3 - 2x^2 + 7x + \frac{1}{3}\right) = x^2 - 7x + \frac{2}{3};$$

$$b) P(x) = (-x^4 - x^3 + 5x^2 + 4x + 2) + (2x^4 - x^3 + x - 3) \\ = x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 5x - 1$$

$$c) (5x^3 - 2x^2 + 4x + 4) - P(x) = 6x^3 - x^2 + 3x - 2 \\ P(x) = (5x^3 - 2x^2 + 4x + 4) - (6x^3 - x^2 + 3x - 2) \\ = -x^3 - x^2 + x + 6$$

8B. Tương tự 8A

$$a) Q(x) = -3x^4 + 3x^3 - 2x^2 - \frac{1}{2};$$

$$b) Q(x) = x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 5x;$$

$$c) Q(x) = 3x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 9x - \frac{1}{3}.$$

$$9A. a) (3x^2 - 2x + 5) - (4x^2 - 4x + 1) - 2x + x^2 - 4 \\ = 3x^2 - 2x + 5 - 4x^2 + 4x - 1 - 2x + x^2 - 4 \\ = 0$$

Chúng tỏ đa thức không phụ thuộc vào giá trị của biến.

$$b) 4x^3 - 5x^2 + 1 - (4x^3 - x + 2x^2) + (7x^2 - x + 8) \\ = 4x^3 - 5x^2 + 1 - 4x^3 + x - 2x^2 + 7x^2 - x + 8 \\ = 9$$

Chúng tỏ đa thức không phụ thuộc vào giá trị của biến.

$$c) \left(\frac{2}{5}x^3 - x^2 + 1\right) - (x^3 - 3x + x^2 - 5) - 0,4x^3 + 2x^2 - 3x + x^3 \\ = \frac{2}{5}x^3 - x^2 + 1 - x^3 + 3x - x^2 + 5 - 0,4x^3 + 2x^2 - 3x + x^3 \\ = 6$$

Chúng tỏ đa thức không phụ thuộc vào giá trị của biến.

9B. Tương tự 9A

$$a) (2x^2 - 0,5x + 5) - (3x^2 + 2,5x + 4) + (3x + x^2 + 4) = 5;$$

$$b) x^3 - 2x^2 - (3x^3 - x + 2) + (x^3 - x + 4) + 2x^2 + x^3 = 2;$$

$$c) -(x^4 - 3x^2 + 3x - 1) - x^3 + 1 + \left(x^4 + x^3 - 3x^2 - \frac{5}{2}\right) + 3x = -\frac{1}{2}.$$

10A. a) Đa thức biểu thị số tiền Hoài cần phải trả cho:

$$+) \text{ Cốc giấy là: } 1500(3x + 7) = 4500x + 10500 \text{ (đồng)}$$

$$+) \text{ Bát giấy là: } 2500(2x + 17) = 5000x + 42500 \text{ (đồng)}$$

$$+) \text{ Khăn ướt lần lượt là: } 15000x \text{ (đồng)}$$

b) Đa thức biểu thị tổng số tiền Hoài phải trả để mua số đồ dùng trên là:

$$4500x + 10500 + 5000x + 42500 + 15000 = 9500x + 68000 \text{ (đồng)}$$

c) Hoài cần chuẩn bị 10 gói khăn ướt, ta có $x = 10$.

Khi đó: Tổng số tiền Hoài cần trả khi mua số đồ dùng trên là:

$$9500x + 68000 = 9500.10 + 68000 = 163000 \text{ (đồng)}$$

10B. a) Đa thức biểu thị số tiền bác Nhung cần phải trả cho:

$$+) \text{ Thịt lợn là: } 150000\left(\frac{1}{2}x + 0,5\right) = 75000x + 75000 \text{ (đồng)}$$

$$+) \text{ Thịt bò là: } 250000x \text{ (đồng)}$$

$$+) \text{ Ngao là: } 35000\left(\frac{3}{4}x - 0,5\right) = 26250x - 17500 \text{ (đồng)}$$

$$+) \text{ Tôm: } 280000(x + 0,5) = 280000x + 140000 \text{ (đồng)}$$

$$+) \text{ Mực: } 260000(x - 1) = 260000x - 260000 \text{ (đồng)}$$

$$+) \text{ Khoai lang: } 25000 \cdot \frac{1}{2}x = 12500x \text{ (đồng)}$$

b) Tổng số tiền bác Nhung phải trả để mua số đồ ăn trên là:

$$75000x + 75000 + 250000x + 26250x - 17500 + 280000x + 140000 + 260000x - 260000 + 12500x \\ = 903750x - 62500$$

c) Với $x = 2$, thay vào đa thức ta có tổng số tiền bác Nhung phải trả để mua số đồ ăn trên là:

$$903750x - 62500 = 903750.2 - 62500 = 1745000 \text{ (đồng)}$$

11A. a) Diện tích của bể bơi là: $x.2x = 2x^2 \text{ (m}^2\text{)}$

b) Chiều rộng mảnh đất là: $4 + x + 7 = 11 + x(m)$

Diện tích mảnh đất là: $45.(x + 11) = 45x + 495(m^2)$.

c) Diện tích phần đất xung quanh bể là: $45x + 495 - 2x^2 = -2x^2 + 45x + 495(m^2)$

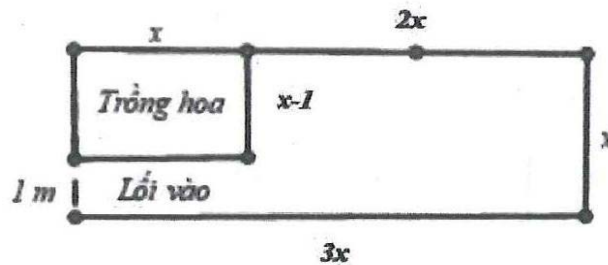
11B. a) Chiều dài thửa ruộng là: $3x(m)$

Diện tích thửa ruộng là: $3x.x = 3x^2(m^2)$

b) Chiều rộng khu đất trồng hoa là: $x - 1(m)$

Chu vi khu đất trồng hoa là: $2.(x + x - 1) = 2.(2x - 1) = 4x - 2(m)$.

c) Ta có:



Chu vi phần đất còn lại để trồng rau là:

$$1 + x + x - 1 + 2x + x + 3x = 8x (m)$$

12A. a) Xe đạp đi trong x giờ được quãng đường là:

$$M(x) = 15x(km).$$

Xe máy chuyển động sau xe đạp:

$$13 \text{ giờ } 45 \text{ phút} - 13 \text{ giờ } 15 \text{ phút} = 30 \text{ phút} = \frac{1}{2} \text{ giờ}$$

Nên thời gian xe máy đi là: $x - \frac{1}{2}$ (giờ)

Quãng đường xe máy đi được là: $N(x) = 45.\left(x - \frac{1}{2}\right) = 45x - \frac{45}{2}(km)$.

$$b) f(x) = N(x) - M(x) = \left(45x - \frac{45}{2}\right) - 15x = 30x - \frac{45}{2}.$$

$$\text{Cho } f(x) = 0 \Rightarrow 30x - \frac{45}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$$

Ý nghĩa của con số $\frac{3}{4}$: sau 0,75 giờ thì hai xe gặp nhau.

12B. a) Quãng đường xe ô tô đi được sau x giờ là: $50x$ (km)

Quãng đường xe khách đi được là: $60(x-1)$ (km)

Đa thức (biến x) biểu thị độ dài quãng đường AB là:

$$50x + 60(x-1) = 110x - 60 \text{ (km)}$$

b) Thay $x = 3$ vào đa thức trên ta có:

Quãng đường AB là: 270 km

13. Tương tự bài 6A

a) $A(x) = x^5 - 2x^4 + 3x^2 - \frac{1}{2}x$;

$$B(x) = -x^5 + 5x^4 + x^2 + \frac{3}{2}x - 6$$

b) $C(x) = 3x^4 + 4x^2 + x - 6$;

$$D(x) = 2x^5 - 7x^4 + 2x^2 - 2x + 6.$$

c) $C(x)$ có hệ số cao nhất: 3; hệ số tự do: -6.

$D(x)$ có hệ số cao nhất: 5; hệ số tự do: 6.

d) -1 là nghiệm của $C(x)$.

14. Tương tự bài 4A

a) $A(x) + B(x) + C(x) = 5x^4 + x^2 - \frac{17}{4}$

$$A(x) + B(x) - C(x) = 3x^4 - x^2 - \frac{17}{4}$$

$$A(x) - B(x) - C(x) = -3x^4 - 2x^3 + x^2 - \frac{7}{4}.$$

15. Tương tự bài 7A.

a) $Q(x) = x^5 - x^4 - x^3 + 4x^2 - x + 1$;

b) $H(x) = 6x^3 - 5x^2 + x - 2$;

c) $R(x) = x^3 - 9x^2 + 5x + 2$.

16. a) $M(x) + N(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$;

$$M(x) - N(x) = x^3 + x^2 + 2x - 2$$

$$N(x) - M(x) = -[M(x) - N(x)]$$

$$= -(x^3 + x^2 + 2x - 2) = -x^3 - x^2 - 2x + 2$$

$$\text{b) } M(x) - 2N(x) = x^3 + 2x^2 + 1 - 2(x^2 - 2x + 3)$$

$$= x^3 + 2x - 5;$$

$$\frac{1}{2}M(x) + N(x) = \frac{1}{2}(x^3 + 2x^2 + 1) + (x^2 - 2x + 3)$$

$$= \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - 2x + \frac{7}{2}$$

$$17. \text{ a) } P(x) = 3x^4 - 5x^3 + x^2 - x + 1$$

$$Q(x) = -2x^4 + 5x^3 + 2x^2 + x + 4$$

$$\text{b) } P(1) = -1; Q(-2) = -62$$

$$\text{c) } G(x) = P(x) + Q(x) = x^4 + 3x^2 + 5.$$

$$\text{d) Nhận xét: } x^4 \geq 0, 3x^2 \geq 0, \forall x$$

$$\Rightarrow x^4 + 3x^2 + 5 \geq 5 > 0, \forall x. \text{ Hay } G(x) \text{ luôn dương với mọi } x.$$

18. a) Đa thức (biến x) biểu thị chu vi của hình thang là:

$$2x + 7 + x + 5 + x + x = 5x + 12(m)$$

$$\text{b) Nếu } x = 5, \text{ thì chu vi hình thang là: } 5x + 12 = 5 \cdot 5 + 12 = 37(m)$$

$$19. \text{ a) } 3x + 3000 + 5x + 5x + 7x = 20x + 3000 \text{ (đồng)}$$

$$\text{b) } 163\,000 \text{ đồng}$$

BÀI 4. PHÉP NHÂN ĐA THỨC MỘT BIẾN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Nhân đơn thức với đa thức

Quy tắc: Muốn nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích với nhau.

$$A.(B+C) = A.B + A.C$$

2. Nhân đa thức với đa thức

Quy tắc: Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

$$(A+B).(C+D) = A.C + A.D + B.C + B.D$$

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Làm tính nhân

Phương pháp giải: Áp dụng quy tắc nhân đơn thức với đa thức, đa thức với đa thức.

Chú ý: Các phép tính lũy thừa:

$$a^m.a^n = a^{m+n}; (a^m)^n = a^{m \cdot n}; a^0 = 1 (\forall a \neq 0)$$

1A. Thực hiện các phép nhân sau:

a) $x(x^2 - 2x + 5)$;

b) $5x(x^4 - 3x^2 + 5x + 2)$;

c) $(-3,5x^2)\left(2x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 1\right)$;

d) $1\frac{3}{4}x^3\left(2x^3 + x^2 - \frac{2}{5}x + 2\right)$.

1B. Thực hiện các phép nhân sau:

a) $-x(x^3 - 2x^2 + 4x - 3)$;

b) $-\frac{1}{2}x^2(2x^4 - 3x^2 + x + 1)$;

c) $(1,2x^2)(6x^3 - 5x^2 + 4x - 7)$;

d) $(-3)^2x^2(-x^3 - 2x^2 + 5x + 1)$.

2A. Thực hiện các phép nhân sau:

a) $(x-1)(2x^2 - 3x + 1)$;

b) $(1-x^2)(3x^3 + 2x^2 - x - 9)$;

c) $(0,2x^2 - x)(x^2 + 7x - 3)$;

d) $5(x^3 - x)(x^2 + 2x - 3)$.

2B. Thực hiện các phép nhân sau:

$$a) (2x+1)(x^3-4x+5);$$

$$b) \left(-\frac{1}{2}x-x^3\right)(2x^3+x^2-1);$$

$$c) (x^2-5x)(-5x^2-4x+5);$$

$$d) (2x-x^2).3.(x^2+3x+1).$$

Dạng 2. Rút gọn biểu thức

Phương pháp giải: Áp dụng quy tắc nhân đơn thức với đa thức, đa thức với đa thức rồi cộng, trừ các hạng tử cùng bậc để trong đa thức không còn các hạng tử nào cùng bậc.

3A. Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) 5x^2(3x^2-1)-6x(4x^3-3x+1)-2x^3(3x-1);$$

$$b) \frac{1}{2}x\left(x^2-\frac{2}{5}x+2\right)-\frac{3}{4}x^2\left(x+\frac{1}{3}\right)-x(x+1);$$

$$c) 1\frac{1}{2}x^2(x^2-2x)-2x(x^3+x^2+1)+2(x-1);$$

$$d) x(x^3-2x^2)+5x\left(x^2-2x+\frac{1}{2}\right)-x^2(x^2-x+1).$$

3B. Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) 3x(-x^2-5)+5x(x^3+7)-3x^2(x^2-x+5)+2(4-x);$$

$$b) 25x-4(3x-1)+7x(5-2x^2);$$

$$c) 4x(x^3-4x^2)+2x(2x^3-3x^2+7x+1);$$

$$d) -\frac{4}{3}x^2(3x^2-6x+9)+8x(x^3-3x^2+2x-1)-x(x^2-2x).$$

4A. Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) (4x-1)(3x+2)-5x(x-3);$$

$$b) (5x-2)(x+1)-2x(x^2+x-3);$$

$$c) (x+1)(2x-1)+x(x^2-x+1);$$

$$d) (3x^2+x+2).3-(2x+1).2.(3+x).$$

4B. Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) -2x(x^2+3x+1)+(x+1)(x^2-2);$$

$$b) \frac{2}{3}x\left(\frac{9x}{2} + \frac{1}{4}\right) - (x-1)(3x+1);$$

$$c) 3x^2(x-1) + 4(1-x)(x+1);$$

$$d) -(3x-5)(x-4) + (2x+3)(x+4).$$

Dạng 3. Tính giá trị biểu thức

Phương pháp giải:

- Rút gọn biểu thức đã cho
- Thay giá trị của biến vào biểu thức đã rút gọn rồi giá trị biểu thức số nhận được.

5A. Tính giá trị biểu thức:

$$a) 5x(2x-1)(2x+3) + 10x(3x-2) - 2x(10x^2 - 5x - 2) \text{ với } x = 2;$$

$$b) (x-1)(x^2 + x + 1) - x(x^2 + 2x + 3) + 2(x^2 - 2x + 1) \text{ với } x = \frac{1}{7}.$$

5B. Tính giá trị biểu thức:

$$a) 5x(x^2 - 4x + 1) - (x^2 + 1)(5x - 1) + 20(1-x)(1+x) \text{ với } x = -1.$$

$$b) (2-x)(x^2 + 2x + 4) + x(x^2 - 1) + \frac{1}{2}(8x - 3) \text{ với } x = \frac{1}{6}.$$

Dạng 4. Tìm giá trị chưa biết

Phương pháp giải:

- Thực hiện phép nhân đa thức, biến đổi và rút gọn để đưa đẳng thức đã cho về dạng $ax = b$
- Tìm được $x = \frac{b}{a}$ (nếu $a \neq 0$).

6A. Tìm x :

$$a) (2x-1)(x^2 - x + 1) + x^2(3-2x) = 2;$$

$$b) 3(1-4x)(x-2) + 4(3x+1)(x+2) = 24;$$

$$c) (x+1)(x+2)(x+3) - x^3 - 8x(x+2) = 6;$$

$$d) (x+1)(x^2 + 2x + 4) - x^2(x+3) + 8 = 0.$$

6B. Tìm x :

$$a) (2x-3)(x-2) - x(2x+1) - 6 = 0;$$

$$b) 5(2x-1)(x+2) - 2(5x-3)(x+2) = 5;$$

$$c) 2x^2 + 3(x-2)(x+2) - 5x(x+3) = 0;$$

$$d) (7-3x)(x+2) + 3(x-2)(x+1) + 2(3x-2)(x+2) = 0.$$

Dạng 5. Chứng minh giá trị của biểu thức không phụ thuộc vào biến

Phương pháp giải:

- Rút gọn biểu thức đã cho thành đa thức 0 hoặc thành một đa thức bậc 0. Từ đó, với mọi giá trị của biến x , giá trị của đa thức không đổi.

7A. Chứng tỏ rằng các biểu thức sau có giá trị không phụ thuộc vào biến:

$$a) A = (3x-2)(2x+10) - (2x+2)(3x+10);$$

$$b) B = (x-5)(2x+7) - 2x(x-5) - 7x+2.$$

7B. Chứng tỏ rằng các biểu thức sau có giá trị không phụ thuộc vào biến:

$$a) C = 2(x-2)(x+3) - x(5x-4) + 3x(x-2) + 7;$$

$$b) D = x(3x-1) - x^2(x+3) + (x-1)(x^2+x+2).$$

Dạng 6. Vận dụng bài toán có lời văn

Phương pháp giải:

Bước 1. Xác định ẩn và điều kiện cho ẩn.

Bước 2. Dựa vào đề bài để xác định các đa thức biểu thị kết quả cần biểu diễn theo ẩn.

Bước 3. Áp dụng quy tắc nhân đơn thức với đa thức, đa thức với đa thức rồi rút gọn đa thức đó.

8A. Cho một hình thang có các độ dài đáy lớn, đáy bé và chiều cao lần lượt là $2x+1$; $x+5$; $x(m)$ ($x > 0$). Viết đa thức biểu thị diện tích (đơn vị: m^2) của hình thang.

8B. Giả sử ba kích thước của hình hộp chữ nhật là: $x+1$; $2x+3$; $x-3$ (cm) với $x > 3$. Viết đa thức biểu thị thể tích (đơn vị: cm^3) của hình hộp chữ nhật đó.

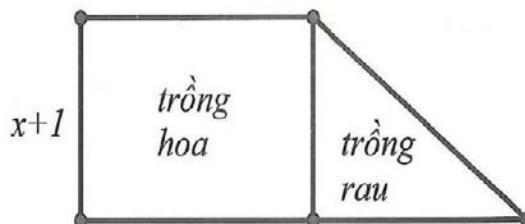
9A. Có hai hình chữ nhật. Hình thứ nhất có chiều dài hơn chiều rộng 10 m. Chiều rộng của hình chữ nhật thứ hai hơn chiều rộng hình chữ nhật thứ nhất là 5m và có chiều dài hơn chiều dài hình thứ nhất là 15m. Gọi chiều rộng hình chữ nhật thứ nhất là $x(m)$.

a) Tìm hai đa thức biểu thị diện tích của mỗi hình chữ nhật trên.

b) Biết diện tích hình thứ hai hơn diện tích hình thứ nhất $325m^2$. Tính kích thước mỗi hình.

9B. Cho một thửa ruộng hình thang vuông có đáy nhỏ lớn hơn chiều cao 4m và đáy lớn hơn đáy bé 5m. Bác Huệ chia thửa ruộng ra thành hai phần, một phần hình chữ nhật để trồng hoa với chiều rộng bằng chiều cao của hình thang và phần còn lại hình tam giác vuông để trồng rau (Hình vẽ minh

họa). Biết chiều cao của thửa ruộng là $x+1(m)$.



a) Tìm đa thức biểu thị diện tích của cả thửa ruộng hình thang, phần diện tích trồng hoa và phần diện tích trồng rau.

b) Biết diện tích trồng hoa lớn hơn hai lần diện tích trồng rau là $20m^2$. Tính kích thước của thửa ruộng.

10A. Tìm 3 số tự nhiên chẵn liên tiếp, biết tích của hai số sau lớn hơn tích của hai số đầu là 200.

10B. Tìm 3 số tự nhiên lẻ liên tiếp. Biết tích của hai số sau lớn hơn tích của hai số đầu là 36.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

11. Thực hiện phép nhân hai đa thức sau:

a) $2x-1$ và $4x^3-x^2+1$;

b) $3x^3-4$ và $-x^3+3x^2-2$.

12. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $-x(x^3-2x)-2x(x-1)(x+2)$;

b) $(x^2-5)(x+3)-x(2x-1)+5$;

c) $(x^2-2x+3)\left(\frac{1}{2}x-5\right)+(-1)^{10}(x-1)$.

13. Rút gọn rồi tính giá trị biểu thức:

a) $(x-6)(x-4)-x(x+90)+76$ với $x=0,98$;

b) $(2x+3)(2x-5)-x(4x+1)$ với $x=-16,2$;

c) $2x(x+1)(x-3)-x^2(2x-1)+5(x^2-1)$ với $x=-1$;

d) $(3x-2)(2x^3+x^2-x-1)-5x^2(x^2-1)-2+x^3$ với $x=1$.

14. Tìm x :

a) $5x(x-3)-x(5x+1)=16$;

b) $(3x^2-x+1)(x+1)+x^2(4-3x)=1$;

c) $3x^2 + 2(x-3)(x+3) - 5x(x+3) = 0$;

d) $(5x-3)(1+x) - (3x-1)(x+1) = 0$.

15. Chứng tỏ rằng các đa thức sau không phụ thuộc vào biến:

a) $M = (2x+1)(5x-3) - (5x+2)(2x-7) - 30(x-5)$;

b) $N = (x-3)(3x+1) - 3x(x-5) - 7x+8$;

c) $P = x(6-x)(x+1) + x^2(x-5) - 6(x+7)$.

16. Đoán tuổi. Bạn hãy lấy tuổi của mình:

+) Cộng thêm 7;

+) Được bao nhiêu đem nhân với 4;

+) Lấy kết quả vừa tìm được cộng với 12;

+) Nhân kết quả vừa tìm được với 2,5;

+) Đọc kết quả cuối cùng sau khi đã trừ đi 100.

Tôi sẽ đoán được tuổi của bạn. Giải thích tại sao?

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) $x(x^2 - 2x + 5) = x^3 - 2x^2 + 5x;$

b) $5x(x^4 - 3x^2 + 5x + 2) = 5x^5 - 15x^3 + 25x^2 + 10x;$

c) $(-3,5x^2)\left(2x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 1\right) = -7x^6 + \frac{21}{4}x^4 - 3,5x^2;$

d) $1\frac{3}{4}x^3\left(2x^3 + x^2 - \frac{2}{5}x + 2\right) = \frac{7}{4}x^3\left(2x^3 + x^2 - \frac{2}{5}x + 2\right)$
 $= \frac{7}{2}x^6 + \frac{7}{4}x^5 - \frac{7}{10}x^4 + \frac{7}{2}x^3.$

1B. Tương tự 1A

a) $-x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 3x;$

b) $-x^6 + \frac{3}{2}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2;$

c) $7,2x^5 - 6x^4 + 4,8x^3 - 8,4x^2;$

d) $-9x^5 - 18x^4 + 45x^3 + 9x^2.$

2A. a) $(x-1)(2x^2 - 3x + 1) = 2x^3 - 3x^2 + x - 2x^2 + 3x - 1$

$$= 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1;$$

b) $(1-x^2)(3x^3 + 2x^2 - x - 9) = 3x^3 + 2x^2 - x - 9 - 3x^5 - 2x^4 + x^3 + 9x^2$

$$= -3x^5 - 2x^4 + 4x^3 + 11x^2 - x - 9$$

c) $(0,2x^2 - x)(x^2 + 7x - 3) = 0,2x^4 + 1,4x^3 - 0,6x^2 - x^3 - 7x^2 + 3x$

$$= 0,2x^4 + \frac{2}{5}x^3 - \frac{38}{5}x^2 + 3x;$$

d) $5(x^3 - x)(x^2 + 2x - 3) = (5x^3 - 5x)(x^2 + 2x - 3)$

$$= 5x^5 + 10x^4 - 15x^3 - 5x^3 - 10x^2 + 15x$$

$$= 5x^5 + 10x^4 - 20x^3 - 10x^2 + 15x$$

2B. Tương tự 2A

a) $2x^4 + x^3 - 8x^2 + 6x + 5;$

$$\text{b) } -2x^6 - x^5 - x^4 + \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x;$$

$$\text{c) } -5x^4 + 21x^3 + 25x^2 - 25x;$$

$$\text{d) } -3x^4 - 3x^3 + 15x^2 + 6x.$$

$$\mathbf{3A. a) } 5x^2(3x^2 - 1) - 6x(4x^3 - 3x + 1) - 2x^3(3x - 1)$$

$$= 15x^4 - 5x^2 - 24x^4 + 18x^2 - 6x - 6x^4 + 2x^3$$

$$= (15x^4 - 24x^4 - 6x^4) + 2x^3 + (-5x^2 + 18x^2) - 6x$$

$$= -15x^4 + 2x^3 + 12x^2 - 6x$$

$$\text{b) } \frac{1}{2}x\left(x^2 - \frac{2}{5}x + 2\right) - \frac{3}{4}x^2\left(x + \frac{1}{3}\right) - x(x + 1)$$

$$= \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{5}x^2 + x - \frac{3}{4}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - x^2 - x$$

$$= \left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^3\right) + \left(-\frac{1}{5}x^2 - \frac{1}{4}x^2 - x^2\right) + (x - x)$$

$$= \frac{-1}{4}x^3 - \frac{29}{20}x^2$$

$$\text{c) } 1\frac{1}{2}x^2(x^2 - 2x) - 2x(x^3 + x^2 + 1) + 2(x - 1)$$

$$= -\frac{1}{2}x^4 - 5x^3 - 2$$

$$\text{d) } = x^4 - 2x^3 + 5x^3 - 10x^2 + \frac{5}{2}x - x^4 + x^3 - x^2$$

$$= 4x^3 - 11x^2 + \frac{5}{2}x$$

3B. Tương tự 3A

$$\text{a) } 2x^4 - 15x^2 + 18x + 8;$$

$$\text{b) } -14x^3 + 48x + 4$$

$$\text{c) } 8x^4 - 22x^3 + 14x^2 + 2x;$$

$$\text{d) } 4x^4 - 17x^3 + 6x^2 - 8x;$$

4A. Tương tự 3A

$$\text{a) } 7x^2 + 20x - 2;$$

b) $-2x^3 + 3x^2 + 9x - 2$;

c) $x^3 + x^2 + 2x - 1$;

d) $5x^2 - 11x$.

4B. Tương tự 3A

a) $-x^3 - 5x^2 - 4x - 2$;

b) $\frac{13}{6}x + 1$;

c) $3x^3 - 7x^2 + 4$;

d) $-x^2 + 28x - 8$.

5A. a) $60x^2 - 31x$ với $x = 2$, ta có: $60x^2 - 31x = 60.2^2 - 31.2 = 178$.

b) $-7x + 1$ với $x = \frac{1}{7}$. Ta có: $-7x + 1 = -7.\frac{1}{7} + 1 = -1 + 1 = 0$

5B. Tương tự 5A

a) $A = -39x^2 + 21$; $A = -18$ tại $x = -1$;

b) $B = 3x + \frac{13}{2}$; $B = 7$ tại $x = \frac{1}{6}$.

6A. a) $(2x - 1)(x^2 - x + 1) + x^2(3 - 2x) = 2$

$$2x^3 - 2x^2 + 2x - x^2 + x - 1 + 3x^2 - 2x^3 = 2$$

$$3x - 1 = 2$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

Vậy $x = 1$.

b) $3(1 - 4x)(x - 2) + 4(3x + 1)(x + 2) = 24$

$$3x - 6 - 12x^2 + 24x + 12x^2 + 28x + 8 = 24$$

$$55x + 2 = 24$$

$$55x = 22$$

$$x = \frac{2}{5}$$

Vậy $x = \frac{2}{5}$.

c) Tương tự câu a) $-2x^2 - 5x = 0$

$$x.(-2x - 5) = 0$$

Hoặc $x = 0$ hoặc $x = -\frac{5}{2}$.

d) $6x + 12 = 0 \Rightarrow x = -2$

Vậy $x = -2$.

6B. Tương tự 6A

a) $-8x = 0 \Rightarrow x = 0$.

b) $x + 2 = 5 \Rightarrow x = 3$.

c) $-15x - 12 = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{5}$.

d) $6x^2 + 6x = 0 \Rightarrow 6x.(x + 1) = 0$.Hoặc $x = 0$ hoặc $x = -1$.

7A. a) $A = (3x - 2)(2x + 10) - (2x + 2)(3x + 10)$

$$= 6x^2 + 26x^2 - 20 - (6x^2 + 26x^2 + 20)$$

$$= 6x^2 + 26x^2 - 20 - 6x^2 - 26x^2 - 20$$

$$= -40$$

Chúng tỏ biểu thức có giá trị không phụ thuộc vào biến.

b) $B = (x - 5)(2x + 7) - 2x(x - 5) - 7x + 2$

$$= 2x^2 - 3x - 35 - 2x^2 + 10x - 7x + 2$$

$$= -33$$

Chúng tỏ biểu thức có giá trị không phụ thuộc vào biến.

7B. Tương tự 7A

a) $C = -5$

b) $D = -2$

8A. Đa thức biểu thị diện tích (đơn vị: m^2) của hình thang là:

$$\frac{(2x + 1 + x + 5).x}{2} = \frac{1}{2}.(3x + 6).x = \frac{3}{2}x^2 + 3x (m^2)$$

8B. Tương tự 8A

$$(x + 1)(2x + 3)(x - 3) = 2x^3 - x^2 - 12x - 9 (cm^3)$$

9A. a) Chiều dài hình chữ nhật thứ nhất là: $x + 10(m)$

Diện tích hình chữ nhật thứ nhất là: $x.(x+10) = x^2 + 10x(m^2)$

Chiều rộng hình chữ nhật thứ hai là: $x+5(m)$

Chiều dài hình chữ nhật thứ hai là: $x+10+15 = x+25(m)$

Diện tích hình chữ nhật thứ hai là: $(x+5).(x+25) = x^2 + 30x + 125(m^2)$

b) Diện tích hình chữ nhật thứ hai hơn diện tích hình thứ nhất $325m^2$ nên ta có:

$$(x^2 + 30x + 125) - (x^2 + 10x) = 325$$

$$20x + 125 = 325$$

$$20x = 200$$

$$x = 10$$

Khi đó, diện tích hình chữ nhật thứ nhất là:

$$10^2 + 10.10 = 200(m^2)$$

Diện tích hình chữ nhật thứ hai là:

$$10^2 + 30.10 + 125 = 525(m^2)$$

9B. Tương tự 9A.

a) Đáy nhỏ thửa ruộng là $x+5(m)$

Đáy lớn thửa ruộng là $x+10(m)$

Diện tích cả thửa ruộng: $\frac{1}{2}(2x+15)(x+1) = x^2 + \frac{17}{2}x + \frac{15}{2}(m^2)$

Diện tích phần trồng hoa là: $(x+1)(x+5) = x^2 + 6x + 5(m^2)$

Diện tích phần trồng rau là:

$$x^2 + \frac{17}{2}x + \frac{15}{2} - (x^2 + 6x + 5) = \frac{5}{2}x + \frac{5}{2}(m^2)$$

b) Tìm được: $x = 4$

Thửa ruộng có: chiều cao: 5 m ; đáy bé: 9 m ; đáy lớn 14 m .

10A. Gọi 3 số tự nhiên chẵn liên tiếp lần lượt là:

$2k; 2k+2; 2k+4(k \in \mathbb{N})$ Tích của hai số sau lớn hơn tích của hai số đầu là 200 ta có:

$$(2k+2)(2k+4) - 2k(2k+2) = 200$$

$$4k^2 + 12k + 8 - 4k^2 - 4k = 200$$

$$8k = 192$$

$$k = 24$$

Vậy 3 số tự nhiên chẵn liên tiếp đó là 48; 50; 52.

10B. Tương tự 10A

3 số tự nhiên lẻ liên tiếp đó là 7; 9; 11.

11. Tương tự 2A

$$a) 8x^4 - 6x^3 + x^2 + 2x - 1;$$

$$b) -3x^6 + 9x^5 - 2x^3 - 12x^2 + 8.$$

12. Tương tự 3A

$$a) -x^4 - 2x^3 + 4x;$$

$$b) x^3 + x^2 - 4x - 10;$$

$$c) \frac{1}{2}x^3 - 6x^2 + \frac{25}{2}x - 16;$$

13. Tương tự 5A

$$a) A = -100x + 100; A = 2 \text{ tại } x = 0,98;$$

$$b) B = -5x - 15; B = 66 \text{ tại } x = -16,2;$$

$$c) C = 2x^2 - 6x - 5; C = 3 \text{ tại } x = -1;$$

$$d) D = x^4 - x; D = 0 \text{ tại } x = 1;$$

14. Tương tự 6A

$$a) x = -1; \quad b) x = 0; \quad c) x = -\frac{6}{5}; \quad d) x \in \{-1; 1\}.$$

15. Tương tự 7A

$$a) M = 161; \quad b) N = 5; \quad c) P = -42$$

16. Giải sử tuổi của bạn là x . Đem tuổi của mình:

$$+) \text{ Cộng thêm 7 ta được: } x + 7$$

$$+) \text{ Được bao nhiêu đem nhân với 4 ta được: } 4(x + 7) = 4x + 28$$

$$+) \text{ Lấy kết quả vừa tìm được cộng với 12: } 4x + 28 + 12 = 4x + 40$$

$$+) \text{ Nhân kết quả vừa tìm được với 2,5 ta được:}$$

$$(4x + 40) \cdot 2,5 = 10x + 100$$

$$+) \text{ Kết quả cuối cùng sau khi đã trừ đi 100 là: } 10x.$$

Vậy kết quả cuối cùng bằng mười lần số tuổi thực của bạn. Do đó ta chỉ cần lấy kết quả cuối cùng chia cho 10 là ra số tuổi thực.

BÀI 5. PHÉP CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Nếu A và B là hai đa thức đã cho (trong đó B là đa thức khác đa thức 0) thì bằng cách đặt tính chia ta luôn có thể tìm được các đa thức Q và R thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

a) $A = B.Q + R$;

b) Đa thức R phải bằng 0 hoặc đa thức R có bậc nhỏ hơn bậc của B .

- Nếu $R = 0$ thì $A = B.Q$, khi đó ta nói A chia hết cho B và Q là thương của phép chia đa thức

A (đa thức bị chia) cho đa thức B (đa thức chia) và viết $A : B = Q$ hoặc $Q = \frac{A}{B}$.

- Nếu $R \neq 0$ thì ta nói phép chia đa thức A cho đa thức B là phép chia có dư với đa thức thương là Q và đa thức dư là R .

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chia đơn thức cho đơn thức

Phương pháp giải: Cho hai đơn thức ax^m và bx^n ($m, n \in \mathbb{N}; a, b \in \mathbb{R}$ và $b \neq 0$). Khi đó nếu $m \geq n$ thì phép chia ax^m cho bx^n là phép chia hết và ta có:

$$ax^m : bx^n = \frac{a}{b} x^{m-n} \quad (\text{quy ước: } x^0 = 1)$$

1A. Tính:

a) $9x^4 : 3x$;

b) $125x^5 : (-25x^3)$;

c) $\frac{5}{6}(-x)^2 : \frac{1}{3}x$;

d) $\frac{-8}{3}x^7 : (-2x)^4$.

1B. Tính:

a) $10x^5 : 2x^2$;

b) $(-120x^7) : (-6x)^3$;

c) $\frac{3}{4}x^8 : \left(\frac{-3}{2}x^4\right)$;

d) $(-x)^6 : (-2,5x^3)$.

Dạng 2. Chia đa thức cho đơn thức

Phương pháp giải:

Muốn chia đa thức A cho đơn thức B ta làm như sau: Chia mỗi hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả với nhau.

2A. Thực hiện các phép chia đa thức sau:

$$a) (-10x^4 + 25x^3 + 16x^2) : (-5x^2);$$

$$b) (4x^5 - 5x^3 + 2x^2) : 2x^2;$$

$$c) \left(6x^4 + 5x^3 - 11x^2 + \frac{3}{4}x \right) : \frac{1}{2}x;$$

$$d) (-7x^5 + 13x^4 - x^3) : \left(-\frac{1}{7}x^2 \right).$$

2B. Thực hiện các phép chia đa thức sau:

$$a) (x^3 - 9x^2 + 28x) : 7x;$$

$$b) (-4x^6 + 5x^5 + 3x^4 - 5x^3) : (-2x^2);$$

$$c) (3x^7 - 7x^5 + x^3) : \left(-\frac{1}{3}x^2 \right);$$

$$d) (x^8 - x^7 + 5x^6 - 4x^4) : (2x^3).$$

Dạng 3. Chia đa thức một biến.

Phương pháp giải: Cách đặt tính chia đa thức một biến:

Để chia một đa thức cho một đa thức khác 0 (của cùng một biến) ta làm như sau:

- Rút gọn và sắp xếp hai đa thức đã cho theo thứ tự bậc giảm dần của biến.
- Đặt tính tương tự chia hai số tự nhiên: Kẻ một đường thẳng đứng rồi đặt trên cùng một hàng đa thức bị chia ở bên trái và đa thức chia bên phải đường thẳng đứng.

Bước 1: Chia hạng tử bậc cao nhất của đa thức bị chia cho hạng tử bậc cao nhất của đa thức chia và viết thương ngay dưới hạng tử cao nhất của đa thức chia, đồng thời nhân thương đó với đa thức chia và đặt tích dưới đa thức bị chia sao cho các đơn thức có cùng số mũ thẳng cột.

Bước 2: Lấy đa thức bị chia trừ đi tích dưới và xét hiệu.

- Nếu hiệu là 0 thì phép chia kết thúc và là phép chia hết.
- Nếu hiệu khác 0 và là đa thức có bậc nhỏ hơn bậc của đa thức chia thì phép chia cũng kết thúc và hiệu chính là đa thức dư.
- Nếu hiệu khác 0 và là đa thức có bậc lớn hơn hoặc bằng bậc của đa thức chia thì ta tiếp tục quá trình trên: chia đa thức hiệu nhận được cho đa thức chia,

Ví dụ:

a) Chia hết:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 2x^2 \bigg| \frac{x-1}{2x^2} \\ \hline 2x^3 - 2x^2 \\ \hline 0 \end{array}$$

ta có $(2x^3 - 2x^2) : (x-1) = 2x^2$.

b) Dừng ngay bước 1, dư bằng 1:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 2x^2 + 1 \bigg| \frac{x-1}{2x^2} \\ \hline 2x^3 - 2x^2 \\ \hline 1 \end{array}$$

Ta có $(2x^3 - 2x^2) : (x-1) = 2x^2$ (dư 1)

c) Dừng sau bước 2, chia có dư bằng 3:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 2x^2 + x + 1 \bigg| \frac{x-2}{2x^2+1} \\ \hline 2x^3 - 2x^2 \\ \hline x+1 \\ \hline x-2 \\ \hline 3 \end{array}$$

Ta có $(2x^3 - 2x^2 + x + 1) : (x-1) = 2x^2 + 1$ (dư 3)

3A. Thực hiện các phép chia đa thức sau bằng cách đặt tính chia.

a) $(2x^3 - 5x^2 + 4x - 1) : (x-1);$

b) $(-2x^6 + 2x^5 - x^4 + x^3 - 2x^2 - 1) : (2x^2 + 1);$

c) $(2x^4 - 3x^3 + 3x^2 + 9x - 27) : (x^2 - 3);$

d) $\left(\frac{1}{5}x^3 + \frac{2}{5}x^2 - 7,6x + 3\right) : (0,2x - 1).$

3B. Thực hiện các phép chia đa thức sau bằng cách đặt tính chia.

a) $(3x^2 + 8,5x + 6) : (x + 1,5);$

b) $(2x^3 + 3x^2 - 3x - 2) : (2x + 1);$

c) $(x^3 - 5x^2 + x - 5) : (x^2 + 1);$

d) $(3x^4 + 2x^3 + 11x^2 + 4x + 10) : (x^2 + 2).$

4A. Tìm đa thức M biết:

a) $(x^3 - 7x^2 + x - 7) = (x - 7).M;$

b) $(x^2 - 4x - 3).M = 2x^3 - 7x^2 - 10x - 3;$

c) $(3x^6 - x^4 - 3x^2 + 1) = M.(3x^2 - 1).$

d) $M.(x^2 + x + 1) = x^4 - 2x^3 - x + 2.$

4B. Tìm đa thức N biết:

a) $(-3x + 5).N = -3x^3 + 5x^2 - 9x + 15;$

b) $5x^4 + 9x^3 - 2x^2 - 4x - 8 = N.(x - 1);$

c) $N.(x - 2) = x^3 - 8;$

d) $(x^2 - 6x + 9).N = x^3 - 2x^2 - 15x + 36.$

5A. Thực hiện phép tính:

a) $(3x^2 + 7x + 9) : (x - 1);$

b) $(5x^3 + 3x^2 - 4) : (x + 2);$

c) $(4x^3 - 6) : (x^2 - 1);$

d) $(2x^3 + 13x^2 + 15x - 3) : (2x + 3).$

5B. Thực hiện phép tính:

a) $(-3x^3 + x^2 + 17x - 2) : (-3x + 7);$

b) $(2x^4 + 4x^3 + 5x^2 - 3x - 10) : (x^2 + x + 3);$

c) $(2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 9) : (2x - 3);$

d) $(x^3 - 2x^2 + 15x + 24) : (x + 4).$

6A. Trong mỗi trường hợp sau đây, tìm thương $Q(x)$ và dư $R(x)$ trong phép chia $F(x)$ cho $G(x)$ rồi biểu diễn $F(x)$ dưới dạng:

$$F(x) = G(x).Q(x) + R(x).$$

- a) $F(x) = 35x^3 + 11x^2 + 15x - 5; G(x) = 5x - 2;$
 b) $F(x) = x^4 - 6x^3 + 15x^2 - 20x + 10; G(x) = x^2 - 2x + 4.$
 c) $F(x) = x^3 + x^2 - x + 15; G(x) = x^2 - 2x + 5.$

6B. Trong mỗi trường hợp sau đây, tìm thương $Q(x)$ và dư $R(x)$ trong phép chia $A(x)$ cho $B(x)$ rồi biểu diễn $A(x)$ dưới dạng:

$$A(x) = B(x).Q(x) + R(x).$$

- a) $A(x) = 3x^3 - 10x^2 + 6x - 5; B(x) = x^2 - x + 1;$
 b) $A(x) = 6x^3 - x^2 - 24x + 21; B(x) = -2x + 3;$
 c) $A(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 1; B(x) = 2x + 1.$

Dạng 5. Xác định các hằng số a và b sao cho một phép chia đa thức là phép chia hết

Phương pháp giải: Dùng tính chất của phép chia $R = 0$ để tìm được a và b .

7A. Xác định a để A chia hết cho B với:

- a) $A = x^3 - 4x + a - 3$ và $B = x - 2;$
 b) $A = x^3 - 9x^2 + 17x - 25 + a$ và $B = x^2 - 2x + 3.$

7B. Xác định b để C chia hết cho D với:

- a) $C = x^4 - 3x^2 - 18x + b + 2$ và $D = x - 3;$
 b) $C = 5x^3 + 3x^2 - 7x + 2b + 1$ và $D = 5x - 2.$

8A. Xác định a và b để :

- a) $2x^3 - x^2 + ax + b$ chia hết cho $x^2 - 1.$
 b) $x^4 - 7x^3 + 4x^2 + ax + b - 1$ chia hết cho $x^2 - 7x + 3.$

8B. Xác định m và n để:

- a) $2x^6 - x^4 - 2x^2 + (m - 2)x + n$ chia hết cho $2x^2 - 1.$
 b) $x^5 + 3x^4 - 2x^3 + (m - 1)x^2 + nx + 3$ chia hết cho $x^2 + x + 1.$

Dạng 6. Tìm số nguyên x sao cho tại đó giá trị của đa thức A chia hết cho giá trị của đa thức B

Phương pháp giải:

Bước 1. Thực hiện phép chia như chia đa thức cho đa thức

Bước 2. Để giá trị của đa thức A chia hết cho giá trị của đa thức B thì giá trị của đa thức dư phải chia hết cho giá trị của đa thức chia.

Bước 3. Áp dụng các tính chất chia hết (tính chất chia hết của một tích, một tổng) để giải quyết bài toán.

9A. Tìm x nguyên để giá trị của đa thức A chia hết cho giá trị của đa thức B .

a) $A = -2x^3 - 3x^2 + 12x + 2$ và $B = 2x - 1$;

b) $A = -3x^3 - x^2 + 15x - 6$ và $B = 3x + 1$.

9B. Tìm x nguyên để giá trị của đa thức C chia hết cho giá trị của đa thức D .

a) $C = 3x^3 + 2x^2 - 10x + 5$ và $D = 3x - 1$;

b) $C = -5x^3 + 3x^2 + 37x + 24$ và $D = 5x + 2$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

10. Thực hiện phép tính:

a) $55(-x)^3 : 11x^2$; b) $\frac{3}{2}x^7 : (-2x^5)$;

c) $-3,5x^8 : (-7x^5)$; d) $1\frac{3}{4}x^6 : \frac{1}{14}x^3$.

11. Thực hiện các phép chia đa thức sau:

a) $(-2x^6 + 4x^4 - x^3 + 3x^2) : 0,5x^2$;

b) $\left(x^4 + 3x^3 - \frac{1}{2}x^2\right) : \frac{1}{3}x^2$;

c) $(5x^4 - 3x^3 + x^2) : 3x^2$;

d) $\left(-5x^5 + 2x^4 - \frac{1}{3}x^3\right) : \left(-\frac{1}{2}x^3\right)$.

12. Thực hiện phép tính:

a) $(16x^2 - 9) : (4x + 3)$;

b) $(x^3 + 2x^2 - x - 2) : (x + 2)$;

c) $(x^4 - x^3 - 4x^2 - 5x - 3) : (x^2 + x + 1)$;

d) $(6x^4 - 4x^3 + x^2 + x) : (2x^2 - 2x + 1)$.

13. Tìm đa thức M biết:

a) $M \cdot \left(\frac{1}{2}x + 3\right) = \frac{1}{2}x^3 + 4x^2 + 7,5x + 9$;

b) $x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 2 = (x^3 + 3x^2 - 1).M$.

14. Trong mỗi trường hợp sau đây, tìm thương Q và dư R trong phép chia đa thức A cho đa thức B rồi biểu diễn dưới dạng:

$$A = B.Q + R.$$

a) $A = 5x^3 + 14x^2 + 12x - 5; B = x + 2;$

b) $A = -\frac{3}{2}x^3 + 5x^2 - 7x + 11; B = -3x + 4.$

15. Tìm các số a, b sao cho đa thức A chia hết cho đa thức B .

a) $A = x^3 - 2x^2 + (a - 3)x - a - 1; B = x - 3;$

b) $A = 2x^3 + 10x^2 + (a - 1)x + b - a; B = 2x^2 + 5.$

16. Tìm số nguyên x để giá trị của đa thức A chia hết cho giá trị của đa thức B .

a) $A = 6x^3 + 13x^2 - 8x + 6; B = 3x - 1;$

b) $A = -6x^3 + x^2 + 3x + 2; B = 2x - 1.$

17. Rút gọn biểu thức sau:

$$\left(\frac{5}{2}x^4 - 3x^2\right) : 2x^2 + \left(\frac{1}{4}x^3 + x^2\right) : x + \frac{3}{2}x(2x - 1)(x + 1)$$

18. Tìm x , biết:

a) $(4x^4 + 3x^3) : (-x^2) + (9x^2 - 3x) : 3x + x(x - 1)(x + 1) - x^3 = -1;$

b) $\left(x^3 - \frac{1}{2}x\right) : 2x - \frac{1}{2}x(x - 1) = 0;$

c) $(42x^3 - 12x) : (-6x) + 7x(x + 2) = 10;$

d) $(25x^2 - 10x) : 5x + 3(-x + 1) = 4.$

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) $3x^3$ b) $-5x^2$; c) $\frac{5}{2}x$; d) $-\frac{1}{6}x^3$.

1B. Tương tự 1A

a) $5x^3$; b) $\frac{5}{9}x^4$; c) $-\frac{1}{2}x^4$; d) $\frac{-2}{5}x^3$.

2A. a) $(-10x^4 + 25x^3 + 16x^2) : (-5x^2)$
 $= -10x^4 : (-5x^2) + 25x^3 : (-5x^2) + 16x^2 : (-5x^2)$
 $= 2x^2 - 5x - \frac{16}{5}$

b) Tương tự câu a) $2x^3 - \frac{5}{2}x + 1$

c) $12x^3 + 10x^2 - 22x + \frac{3}{2}$;

d) $49x^3 - 91x^2 + 7x$.

2B. Tương tự 2A

a) $\frac{1}{7}x^2 - \frac{9}{7}x + 4$; b) $2x^4 - \frac{5}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2}x$;

c) $-9x^5 + 21x^3 - 3x$; d) $\frac{1}{2}x^5 - \frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{2}x^3 - 2x$.

3A. a)

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1 & x - 1 \\ - 2x^3 - 2x^2 & 2x^2 - 3x + 1 \\ \hline - 3x^2 + 4x - 1 & \\ - - 3x^2 + 3x & \\ \hline x - 1 & \\ - x - 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

b) Tương tự câu a)

$$(-2x^6 + 2x^5 - x^4 + x^3 - 2x^2 - 1) : (2x^2 + 1) = -x^4 + x^3 - 1$$

$$c) (2x^4 - 3x^3 + 3x^2 + 9x - 27) : (x^2 - 3) = 2x^2 - 3x + 9$$

$$d) \left(\frac{1}{5}x^3 + \frac{2}{5}x^2 - 7,6x + 3 \right) : (0,2x - 1) = x^2 + 7x - 3$$

3B. Tương tự 3A

$$a) (3x^2 + 8,5x + 6) : (x + 1,5) = 3x + 4;$$

$$b) (2x^3 + 3x^2 - 3x - 2) : (2x + 1) = x^2 + x - 2;$$

$$c) (x^3 - 5x^2 + x - 5) : (x^2 + 1) = x - 5;$$

$$d) (3x^4 + 2x^3 + 11x^2 + 4x + 10) : (x^2 + 2) = 3x^2 + 2x + 5.$$

$$4A. a) (x^3 - 7x^2 + x - 7) = (x - 7).M$$

$$M = (x^3 - 7x^2 + x - 7) : (x - 7)$$

$$M = x^2 + 1$$

$$b) \text{ Tương tự câu a) } M = 2x + 1;$$

$$c) M = x^4 - 1;$$

$$d) M = x^2 - 3x + 2.$$

4B. Tương tự 4A

$$a) N = x^2 + 3$$

$$b) N = 5x^3 + 14x^2 + 12x + 8;$$

$$c) N = x^2 + 2x + 4;$$

$$d) N = x + 4.$$

5A. a)

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{r} - \quad 3x^2 + 7x + 9 \\ \quad 3x^2 - 3x \\ \hline \quad \quad 10x + 9 \\ \quad \quad - \quad 10x - 10 \\ \hline \quad \quad \quad 19 \end{array} & \frac{x-1}{3x+10} \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{r}
 5x^3 + 3x^2 - 4 \\
 \underline{5x^3 + 10x^2} \\
 -7x^2 - 4 \\
 \underline{-7x^2 - 14x} \\
 14x - 4 \\
 \underline{-14x + 28} \\
 -32
 \end{array}
 &
 \begin{array}{l}
 \frac{x+2}{5x^2 - 7x + 14}
 \end{array}
 \end{array}$$

c) Tương tự câu a, b Thương: $4x$; Dư: $4x - 6$

d) Thương: $x^2 + 5x$; Dư: -3

5B. Tương tự 5A

a) Thương: $x^2 + 2x - 1$; Dư: 5 ;

b) Thương: $2x^2 + 2x - 3$; Dư: $-6x - 1$;

c) Thương: $x^3 + 3x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{15}{4}$; Dư: $\frac{9}{4}$;

d) Thương: $x^2 - 6x + 39$; Dư: -132 .

6A. a) $Q(x) = 7x^2 + 5x + 5$; $R(x) = 5$;

b) $Q(x) = x^2 - 4x + 3$; $R(x) = 2x - 2$;

c) $Q(x) = x + 3$; $R(x) = 0$;

6B. a) $Q(x) = 3x - 7$; $R(x) = -4x + 2$

b) $Q(x) = -3x^2 - 4x + 6$; $R(x) = 3$

c) $Q(x) = x^2 - 3x + 1$; $R(x) = 0$

7A. a) Ta có:

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{r}
 x^3 - 4x + a - 3 \\
 \underline{x^3 - 2x^2} \\
 2x^2 - 4x + a - 3 \\
 \underline{2x^2 - 4x} \\
 a - 3
 \end{array}
 &
 \begin{array}{l}
 \frac{x-2}{x^2 + 2x}
 \end{array}
 \end{array}$$

A chia hết cho B khi $a - 3 = 0 \Leftrightarrow a = 3$

b) Ta có:

$$\begin{array}{r|l}
 x^3 - 9x^2 + 17x - 25 + a & \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 7} \\
 \hline
 x^3 - 2x^2 + 3x & \\
 \hline
 -7x^2 + 14x - 25 + a & \\
 - & \\
 -7x^2 + 14x - 21 & \\
 \hline
 -4 + a &
 \end{array}$$

A chia hết cho B khi $-4 + a = 0 \Leftrightarrow a = 4$

7B. Tương tự 7A

a) $b = -2$; b) $b = \frac{1}{2}$.

8A. a) Ta có:

$$\begin{array}{r|l}
 2x^3 - x^2 + ax + b & \frac{x^2 - 1}{2x - 1} \\
 \hline
 2x^3 & - 2x \\
 \hline
 -x^2 + (a + 2)x + b & \\
 - & \\
 -x^2 & + 1 \\
 \hline
 (a + 2)x + b - 1 &
 \end{array}$$

$2x^3 - x^2 + ax + b$ chia hết cho $x^2 - 1$ nếu $(a + 2)x + b - 1 = 0, \forall x$

Khi và chỉ khi: $\begin{cases} a + 2 = 0 \\ b - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$

b) Tương tự câu a) ta có: $b = 4; a = -7$

8B. Tương tự 8A

a) $m = 2; n = 1$. b) $m = -5; n = -8$.

9A. a) Xét phép chia:

$$\begin{array}{r|l}
 -2x^3 - 3x^2 + 12x + 2 & \frac{2x - 1}{-x^2 - 2x + 5} \\
 \hline
 -2x^3 + x^2 & \\
 \hline
 -4x^2 + 12x + 2 & \\
 - & \\
 -4x^2 + 2x & \\
 \hline
 10x + 2 & \\
 - & \\
 10x - 5 & \\
 \hline
 7 &
 \end{array}$$

Với x nguyên để giá trị của đa thức A chia hết cho giá trị của đa thức B thì

$$2x-1 \in U(7) = \{\pm 1; \pm 7\}.$$

Từ đó tìm được $x \in \{0; 1; 4; -3\}$.

b) Tương tự câu a) tìm được $3x+1 \in U(-11) = \{\pm 1; \pm 11\}$.

Từ đó tìm được $x \in \{0; -4\}$.

9B. Tương tự 9A

a) $x \in \{0; 1\}$; b) $x = 0$.

10. Tương tự 1A

a) $-5x$; b) $-\frac{3}{4}x^2$; c) $\frac{1}{2}x^3$; d) $\frac{49}{2}x^3$.

11. Tương tự 2A

a) $-4x^4 + 8x^2 - 2x + 6$; b) $3x^2 + 9x - \frac{3}{2}$;
c) $\frac{5}{3}x^2 - x + \frac{1}{3}$; d) $10x^2 - 4x + \frac{2}{3}$.

12. Tương tự 3A

a) $4x - 3$; b) $x^2 - 1$; c) $x^2 - 2x - 3$; d) $3x^2 + x$.

13. Tương tự 4A

a) $M = x^2 + 2x + 3$ b) $M = x^2 - 2$.

14. Tương tự 6A

a) $Q = 5x^2 + 4x + 4; R = -13$;

b) $Q = \frac{1}{2}x^2 - x + 1; R = 7$.

15. Tương tự 8A

a) $a = \frac{1}{2}$; b) $a = 6; b = 31$.

16. Tương tự 9A

a) $x \in \{0; 2\}$ b) $x \in \{0; \pm 1; 2\}$.

17. $3x^3 + 3x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

18. a) $4x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(4x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = -\frac{1}{4}.$

b) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

c) $14x + 2 = 10 \Leftrightarrow 14x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{4}{7}.$

d) $2x + 1 = 4 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$

ÔN TẬP CHƯƠNG VII

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Xem phần *Tóm tắt lý thuyết* các bài từ Bài 1 đến bài 5.

II. BÀI TẬP

1A. Tính tích các đơn thức sau rồi xác định hệ số, bậc của mỗi đa đơn thức nhận được:

a) $A = -2x^4; B = \frac{3}{4}x^6;$

b) $A = \frac{1}{5}x^3; B = \left(-\frac{4}{3}x\right)^2; C = 2x.$

1B. Tính tích các đơn thức sau rồi xác định hệ số, bậc của mỗi đa đơn thức nhận được:

a) $M = x^3 \cdot \left(-\frac{5}{4}x^2\right); N = \frac{2}{5}x^7;$

b) $M = -\frac{3}{4}x^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2; N = -\frac{8}{9}x^2; P = x.$

2A. Cho hai đa thức:

$$A(x) = 7x^3 - 9 - x^2 + \frac{1}{3}x + 2x^2 - 7x^3 - \frac{2}{3}x$$

$$B(x) = -7x^3 + x^2 - x + 3 + \frac{1}{3}x + 2 - 4x^2$$

a) Rút gọn và sắp xếp hai đa thức trên theo lũy thừa bậc giảm dần của x ;

b) Tính $A(x) + B(x); A(x) - B(x); B(x) - A(x);$

c) Đặt $H(x) = A(x) + B(x)$. Tìm hệ số cao nhất và hệ số tự do của $H(x)$;

d) Tính $H(0); H(-1); H\left(\frac{1}{2}\right);$

e) Tìm giá trị của x để $H(x) + 4 = 0$.

2B. Cho hai đa thức:

$$P(x) = 3x^3 + 5x - 12 - x^2 + x^3 - 6x^2 - 2x$$

$$Q(x) = -2x^3 + x - 3x^2 + 12 + 8x^2 - 10x - 2x^3$$

a) Rút gọn và sắp xếp hai đa thức trên theo lũy thừa bậc tăng dần của x ;

b) Tính $H(x) = P(x) + Q(x); G(x) = 2P(x) - Q(x);$

c) Tìm hệ số cao nhất và hệ số tự do của $H(x)$ và $G(x);$

d) Tính $H(-1); H(2); G\left(-\frac{1}{2}\right); G(0);$

e) Tìm nghiệm của đa thức $H(x).$

3A. Hãy kiểm tra:

a) $x = \frac{1}{6}$ có là nghiệm của đa thức $P(x) = 2x + \frac{1}{3}$ không?

b) Mỗi số $x = 1; x = 3$ có phải là một nghiệm của đa thức $Q(x) = x^2 - 4x + 3$ không?

3B. Cho đa thức $P(x) = 2x^2 + 5x - 3$. Chứng tỏ rằng $x = \frac{1}{2}; x = -3$ là hai nghiệm của đa thức đó.

4A. Trong một xưởng sản xuất đồ gia dụng có tổng cộng 1200 thùng hàng và mỗi ngày nhân viên sẽ lấy đi 40 thùng hàng để đi phân phối cho đại lí.

a) Gọi x là số ngày nhân viên đã đến lấy thùng hàng. Hãy lập biểu thức biểu thị số thùng hàng còn lại sau x ngày.

b) Sau bao nhiêu ngày thì xưởng sẽ vận chuyển hết được 1200 thùng hàng?

4B. Một cửa hàng sách cũ có một chính sách như sau: Nếu khách hàng đăng kí làm hội viên của cửa hàng sách thì mỗi năm phải đóng 50 000 đồng chi phí và chỉ phải mượn sách với giá 5000 đồng/cuốn. Nếu khách hàng không phải là hội viên thì sẽ mượn sách với giá 10000 đồng/cuốn. Gọi x là số sách khách mượn.

a) Hãy lập đa thức biểu diễn số tiền khách phải trả trong mỗi năm đối với khách là hội viên và đối với khách không là hội viên.

b) Đức là hội viên, năm ngoái Đức phải trả cho cửa hàng tổng cộng 95000 đồng. Tính số tiền mà Đức phải trả nếu không là hội viên.

5A. Tìm giá trị của x , biết rằng:

a) $3 - \frac{5}{2}x = 0;$

b) $(x - 2)(x + 3) = 0;$

c) $x^2 - \frac{1}{4} = 0;$

d) $3x^2 + 2x = 0;$

e) $x^3 + 2x = 0;$

f) $(5x + 3) - (2x + 1) = 0.$

g) $3x(x - 4) - x(5 + 3x) = 17;$

h) $(x^3 + 2x^2) : x^2 + 3(x - 1) = 0.$

5B. Tìm giá trị của x , biết rằng:

a) $\frac{3}{2}x - 4 = 0$;

b) $(1 - 2x)(x + 4) = 0$;

c) $x^2 - \frac{1}{9} = 0$;

d) $-x + 5x^2 = 0$;

e) $x^4 + 1 = 0$;

f) $\frac{1}{3}(x - 5) - \frac{1}{6}(x - 7) = 0$.

g) $2x(x - 5) - x(3 + 2x) = 26$;

h) $(3x^5 + 6x^3) : 3x^3 - x(x - 3) = 0$.

6A. Thực hiện phép tính:

a) $3x(x^2 - 5x + 7)$;

b) $(x + 4)(-x^2 + 6x + 5)$;

c) $(x^2 - 1)(2x^2 - 3x + 4)$;

d) $(3x - 1)(3x + 5) - 7(x^2 + 2)$.

6B. Thực hiện phép tính:

a) $-2x^2(x^3 - x^2 + 1)$;

b) $(2x + 1)(-x^2 + 5x + 2)$;

c) $(2x^2 - 1)(x^2 + 5x + 1)$;

d) $(5x - 2)(5x + 1) - 20(x^2 + x - 1)$.

7A. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:

a) $5x^2 - (2x + 1)(x - 2) - 3x(x + 1) + 7$;

b) $(3x - 1)(2x + 3) - (x - 5)(6x - 1) - 38x$.

7B. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:

a) $(5x - 2)(x + 1) - (x - 3)(5x + 1) - 17(x - 2)$;

b) $(x - 5)(x + 8) - (x + 4)(x - 1)$.

8A. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $(x + 1)(x^2 + 2x + 4) - x^2(x + 3)$ với $x = -\frac{10}{3}$.

b) $4\left(\frac{3}{4}x - 1\right) + (12x^2 - 3x) : (-3x) - (2x - 1)$ với $x = 3$.

8B. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $(x - 3)^2 - (8x + 3)(3 - x) + x(x - 3)$ với $x = 103$.

b) $5\left(-\frac{3}{5}x + 2\right) + (5x^3 - 3x^2) : (-2x)^2 + x - 3$ với $x = -3$.

9A. Cho đa thức bậc hai $F(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những số và $a \neq 0$.

a) Cho biết $a + b + c = 0$. Giải thích tại sao $x = 1$ là một nghiệm của $F(x)$.

b) Áp dụng, hãy tìm một nghiệm của đa thức bậc hai $3x^2 - 4x + 1$.

9B. Cho đa thức bậc hai $F(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những số và $a \neq 0$.

a) Cho biết $a - b + c = 0$. Giải thích tại sao $x = -1$ là một nghiệm của $F(x)$.

b) Áp dụng, hãy tìm một nghiệm của đa thức bậc hai $2x^2 - 3x - 5$.

10A. Xác định a, b sao cho $3x^3 + ax^2 + bx + 9 : x^2 - 9$.

10B. Xác định a sao cho $x^4 + ax^2 + 1 : x^2 + x + 1$.

11A. Tìm n nguyên sao cho $10n^2 + n - 10$ chia hết cho $n - 1$.

11B. Tìm n nguyên sao cho $2n^3 - 7n^2 + 13n + 2$ chia hết cho $2n - 1$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

12. Cho hai đa thức:

$$M(x) = -5x^4 + 3x^5 + x(x^2 + 5) + 14x^4 - 6x^5 - x^3 + x - 1$$

$$N(x) = x^4(x - 5) - 3x^3 + 3x + 2x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 5$$

a) Thu gọn và sắp xếp hai đa thức trên theo lũy thừa tăng dần của biến;

b) Tính $H(x) = M(x) + Q(x); G(x) = M(x) - N(x)$;

c) Tìm hệ số cao nhất và hệ số tự do của $H(x)$ và $G(x)$;

d) Tính $H(-1); H(1); G(1); G(0)$;

e) Tìm nghiệm của đa thức $H(x)$.

13. Rút gọn biểu thức sau:

$$a) \left(\frac{1}{2}x^5 - 3x^2 \right) : x^2 - x \left(\frac{1}{2}x^2 + 5 \right) + 2x(x - 2)(x + 2) - (x^3 - 27) : (x - 3)$$

$$b) (7x^3 - 2x^2) : (-2x^2) + \left(\frac{5}{4}x^2 - 3x \right) : x - \frac{1}{2}x(x - 1)(2x + 1)$$

14. Tìm x , biết:

$$a) (6x^3 + x^2) : 2x - 3x(x - 1) + 2 = 0;$$

$$b) (5x^4 - 3x^2) : x^2 - x(5x + 6) = 0;$$

c) $(2x-1)(4x^2+1)=0$;

d) $(x^2-3x)(x^4+1)=0$.

15. Cho đa thức $A = x^4 + 2x^3 - 5x - 10$

a) Tìm đa thức B sao cho $A + B = x^3 + \frac{3}{2}x + 3$;

b) Tìm đa thức C sao cho $A - C = 2x^2$;

c) Tìm đa thức D biết rằng $D = (2x-1).A$;

d) Tìm đa thức P biết rằng $A = (x+2).P$;

e) Có hay không đa thức Q sao cho $A = (x^3 - 5).Q$.

16. Một hình chữ nhật có kích thước là 25 cm và 45 cm. Người ta tăng mỗi kích thước thêm x cm.

a) Hãy lập đa thức biểu thị chu vi của hình chữ nhật mới.

b) Tính chu vi của hình chữ nhật mới trong các trường hợp $x = 3(\text{cm})$; $x = 5(\text{cm})$.

17. Một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là: $n-3$; $2n-9$ (đơn vị là mét và $n > 4,5$).

a) Hãy lập đa thức biểu diễn công thức tính diện tích của tam giác vuông đó.

b) Tính diện tích của tam giác vuông trên trong các trường hợp $n = 6$; $n = 7$.

18. Một xí nghiệp đang dự tính chuyển hàng bằng hai xe tải và đang phân vân giữa việc mua hẳn hai xe tải hay mượn hai xe tải. Nếu mua hai xe và mỗi xe giá 200000000 đồng thì mỗi ngày xí nghiệp phải tốn 5000000 đồng cho tất cả tài xế và nhiên liệu. Còn nếu thuê xe thì giá thuê một xe tải là 10000000 đồng/ngày (đã bao gồm tiền công cho tài xế và nhiên liệu).

a) Gọi A là đa thức biểu thị tổng số tiền xí nghiệp bỏ ra để vận chuyển sau x ngày. Xác định đa thức A đối với mỗi phương án.

b) Nếu muốn vận chuyển 1500 thùng hàng và mỗi ngày mỗi xe phải chở 75 thùng thì phương án nào sẽ tiết kiệm hơn.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) $-\frac{3}{2}x^{10}$; hệ số: $-\frac{3}{2}$, bậc: 10

b) $\frac{32}{45}x^6$, hệ số: $\frac{32}{45}$, bậc: 6.

1B. Tương tự 1A

2A. a) $A(x) = 7x^3 + x^2 - \frac{1}{3}x - 9$; $B(x) = -7x^3 - 3x^2 - \frac{2}{3}x + 5$

b) $A(x) + B(x) = -2x^2 - x - 4$; $A(x) - B(x) = 14x^3 + 4x^2 + \frac{1}{3}x - 14$;

$B(x) - A(x) = -[A(x) - B(x)] = -14x^3 - 4x^2 - \frac{1}{3}x + 14$.

c) Hệ số cao nhất: -2; hệ số tự do: -4.

d) $H(0) = -4$; $H(-1) = -5$; $H\left(\frac{1}{2}\right) = -5$.

e) $x \in \left\{0; -\frac{1}{2}\right\}$.

2B. Tương tự 2A

3A. HS tự làm.

3B. HS tự làm

4A. a) $1200 - 40x$; b) $x = 3$.

4B. HS tự làm

5A. a) $x = \frac{6}{5}$ b) $x \in \{2; -3\}$ c) $x = \pm \frac{1}{2}$ d) $x \in \left\{0; -\frac{2}{3}\right\}$

e) $x = 0$; f) $x = \frac{-2}{3}$; g) $x = -1$; h) $x = \frac{1}{4}$.

5B. HS tự làm

6A. HS tự làm

6B. HS tự làm

7A. Thu gọn, kết quả sau khi thu gọn là:

a) 9; b) -8.

7B. Tương tự 7A

8A. Hướng dẫn: Thu gọn biểu thức, sau đó thay giá trị.

$$\text{a) } 6x + 4 = 6 \cdot \left(-\frac{10}{3}\right) + 4 = -16;$$

$$\text{b) } -3x - 2 = -3 \cdot 3 - 2 = -11$$

8B. Tương tự 8A

9A. a) HS tự làm

b) Áp dụng: Nhận xét: $3 - 4 + 1 = 0$. Khi đó đa thức có 1 nghiệm $x = 1$

9B. Tương tự 9A

10A. Thực hiện phép chia đa thức ta được đa thức dư là:

$$(b + 27)x + 9 + 9a. \text{ Lập luận tìm được } a = -1; b = -27$$

10B. Tương tự 10A

$$\text{11A. } n \in \{0; 2\}.$$

11B. Tương tự 11A

$$\text{12. a) } M(x) = -3x^5 + 9x^4 + 6x - 1; N(x) = 3x^5 - 9x^4 + 3x - 5.$$

$$\text{b) } H(x) = 9x - 6; G(x) = -6x^5 + 18x^4 + 3x + 4$$

$$\text{c) } H(x) \text{ có hệ số cao nhất: } 9; \text{ hệ số tự do: } -6$$

$$G(x) \text{ có hệ số cao nhất: } -6; \text{ hệ số tự do: } 4$$

$$\text{d) } H(-1) = -15; H(1) = 3; G(1) = 19; G(0) = 4$$

$$\text{e) } H(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}.$$

$$\text{13. a) } 2x^3 - x^2 - 16x - 12$$

$$\text{b) } -x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{4}x - 2.$$

$$\text{14. a) } x = -\frac{4}{7};$$

$$\text{b) } x = -\frac{1}{2};$$

$$\text{c) } x = \frac{1}{2};$$

$$\text{d) } x \in \{0; 3\}.$$

15. HS tự làm

$$\text{16. a) } 2 \cdot (25 + x + 45 + x) = 4x + 140$$

$$\text{b) Với } x = 3, \text{ chu vi hình chữ nhật bằng: } 4 \cdot 3 + 140 = 152(\text{cm}).$$

$$\text{Với } x = 5, \text{ chu vi hình chữ nhật bằng: } 4 \cdot 5 + 140 = 160(\text{cm}).$$

$$\text{17. a) } \frac{1}{2}(n-3)(2n-9) = n^2 - \frac{15}{2}n + \frac{27}{2}.$$

b) $n = 6; S = 4,5(\text{cm}^2). n = 7; S = 10(\text{cm}^2).$

18. a) Phương án mua xe ta có: $A = 200000000 + 5000000x$ (đồng)

Với phương án thuê xe ta có: $A = 10000000x$ (đồng)

b) Số ngày cần vận chuyển là: $1500 : (75 + 75) = 10$ ngày.

Nếu mua xe thì chi phí hết:

$$200000000 + 5000000.10 = 250000000 \text{ (đồng).}$$

Nếu mượn xe thì chi phí hết: $10000000.10 = 100000000$ (đồng)

Do đó thuê xe tiết kiệm chi phí hơn.

BÀI 1. LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Các hiện tượng, sự kiện trong tự nhiên, cuộc sống được gọi chung là biến cố.

2. Các loại biến cố.

- Biến cố chắc chắn là biến cố biết trước được luôn xảy ra.
- Biến cố không thể là biến cố biết trước được không bao giờ xảy ra.
- Biến cố ngẫu nhiên là biến cố không thể biết trước được có xảy ra hay không.

Chú ý: Để cho tiện ta kí hiệu các mặt xuất hiện của đồng xu như sau: mặt ngửa là N, mặt sấp là S.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận biết các loại biến cố

Phương pháp giải: Dựa vào khả năng xảy ra của các biến cố.

1A. Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên?

A: "Năm 2021 là một năm nhuận".

B: "Tháng Bảy năm 2022 có 31 ngày (theo Dương lịch)".

C: "Khi tung một đồng xu thì mặt xuất hiện của đồng xu là mặt ngửa".

1B. Một hộp đựng ba quả bóng màu đỏ được đánh số 1;3;5 và hai quả bóng màu xanh được đánh số 2;4. Bạn Hoa lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ trong hộp. Mỗi biến cố sau là biến cố ngẫu nhiên, biến cố chắc chắn hay biến cố không thể??



Biến cố	Loại biến cố
A: "Lấy được quả bóng màu đỏ"	
B: "Lấy được quả bóng màu đỏ có ghi số chẵn"	
C: "Lấy được quả bóng có ghi số nhỏ hơn 6"	
D: "Lấy được quả bóng có ghi số lẻ"	

Dạng 2. Tìm điều kiện để một biến cố là biến cố chắc chắn, không thể hay ngẫu nhiên.

Phương pháp giải:

- Dựa vào khả năng xảy ra của các biến cố.
- Từ đó tìm điều kiện để kết quả xảy ra phù hợp với yêu cầu đề bài.

2A. Có hai hộp kín đựng một số chiếc thẻ cùng loại. Hộp thứ nhất tất cả các thẻ là màu đỏ. Bạn Tuấn lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một chiếc thẻ và sẽ thắng cuộc nếu trong hai thẻ lấy ra có thẻ màu xanh. Trong hộp thứ hai cần có những thẻ màu gì để biến cố A: "Bạn Tuấn là người chơi thắng cuộc" là:

- Biến cố không thể;
- Biến cố chắc chắn ;
- Biến cố ngẫu nhiên.

2B. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{1; 3; 4; 5; 7; 9; x\}$ (với x là một số tự nhiên). Xét biến cố B: "số được chọn nhỏ hơn 10" . Tìm x để biến cố B là:

- Biến cố chắc chắn ;
- Biến cố ngẫu nhiên.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

3. Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể biến cố ngẫu nhiên?

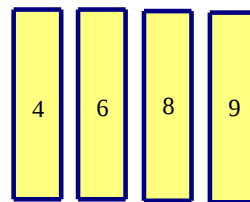
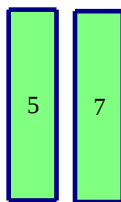
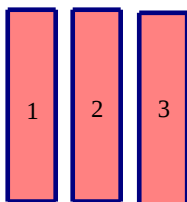
A: "Năm 2024 là một năm nhuận".

B: "Tháng Bảy sang năm lượng mưa ở khu vực Bắc Bộ sẽ tăng so với tháng Bảy năm nay"

C: "Khi gieo hai con xúc xắc được tổng số chấm bằng 8".

D: "Khi gieo hai con xúc xắc được tổng số chấm bằng 13".

4. Một hộp có chứa 9 chiếc thẻ cùng loại. Trong đó các thẻ đánh số 1, 2,3 có màu đỏ; các thẻ đánh số 5,7 có màu xanh và các thẻ đánh số 4,6,8,9 có màu vàng. Bạn A Lệnh rút ngẫu nhiên một thẻ từ trong hộp. Mỗi biến cố sau là biến cố ngẫu nhiên, biến cố chắc chắn hay biến cố không thể?



Biến cố	Loại biến cố
A: "Rút được thẻ màu vàng"	
B: "Rút được thẻ ghi số nguyên tố"	
C: "Rút được thẻ ghi số nhỏ hơn 11"	

D: "Rút được thẻ màu xanh và ghi số chẵn"	
E: "Rút được thẻ màu đỏ ghi số lẻ"	
F: "Rút được thẻ màu đỏ và số được ghi là hợp số"	
G: "Rút được thẻ màu vàng và số được ghi lớn hơn 6"	

5. Tung một đồng xu 3 lần. Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên?

- A: "Có 2 lần xuất hiện mặt S".
- B: "Số lần xuất hiện mặt S và số lần xuất hiện mặt N bằng nhau"
- C: "Cả ba lần xuất hiện mặt N".
- D: "Số lần xuất hiện mặt N và số lần xuất hiện mặt S không bằng nhau".

6. Gieo một con xúc xắc 2 lần. Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên?

- A: "Tổng số chấm xuất hiện bằng 1".
- B: "Số chấm xuất hiện trong cả hai lần gieo đều là số nguyên tố".
- C: "Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo nhỏ hơn 13".
- D: "Số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng nhau".

7*. Bạn Hoàng tham gia trò chơi "Bốc thăm trúng thưởng" và sẽ thắng nếu bốc được que thăm có ghi số chia hết cho 9. Có tất cả năm que thăm, trong đó số ghi trên các que thăm thuộc tập hợp $\{100; 200; 300; 500; x\}$ (x là số tròn trăm). Tìm giá trị của x để biến cố A: "Bạn Hoàng thắng cuộc" là:

- a) Biến cố không thể;
- b) Biến cố ngẫu nhiên ;
- c) Biến cố chắc chắn.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. - Biến cố A là một biến cố không thể vì năm nhuận là năm chia hết cho 4 mà 2021 không chia hết cho 4.

- Biến cố B là một biến cố chắc chắn vì tháng Bảy có 31 ngày.

- Biến cố C là một biến cố ngẫu nhiên vì khi tung một đồng xu thì có thể xuất hiện mặt ngửa hoặc mặt sấp nên biến cố C không biết trước được có xảy ra hay không.

1B. - A: ngẫu nhiên;

- B: không thể?;

- C: chắc chắn;

- D: ngẫu nhiên.

2A. a) Để biến cố A là biến cố không thể thì bạn Tuấn phải luôn rút được thẻ màu đỏ. Khi đó hộp thứ hai cần chỉ có những thẻ màu đỏ.

b) Để biến cố A là biến cố chắc chắn thì bạn Tuấn cần phải luôn rút được thẻ màu xanh ở hộp thứ hai. Khi đó hộp thứ hai cần chỉ có những thẻ màu xanh.

c) Để biến cố A là biến cố ngẫu nhiên thì bạn Tuấn có thể rút được thẻ màu đỏ hoặc màu xanh ở hộp thứ hai. Khi đó hộp thứ hai cần có những thẻ cả màu đỏ và xanh.

2B. a) Để biến cố B là biến cố chắc chắn thì $x \in \{0; 2; 6; 8\}$.

b) Để biến cố B là biến cố ngẫu nhiên thì $x \in \mathbb{N}, x \geq 10$.

3. A: Biến cố chắc chắn;

B: Biến cố ngẫu nhiên;

C: Biến cố ngẫu nhiên;

D: Biến cố không thể.

4. A: ngẫu nhiên;

B: ngẫu nhiên;

C: chắc chắn;

D: không thể?;

E: ngẫu nhiên;

F: không thể;

G: ngẫu nhiên.

5. A: Biến cố ngẫu nhiên;

- B: Biến cố không thể;
- C: Biến cố ngẫu nhiên;
- D: Biến cố chắc chắn.

6. A: Biến cố không thể;
- B: Biến cố ngẫu nhiên;
 - C: Biến cố chắc chắn;
 - D: Biến cố ngẫu nhiên.

7*. a) $x \in \{400; 600; 700; 800\}$.

b) $x = 900$;

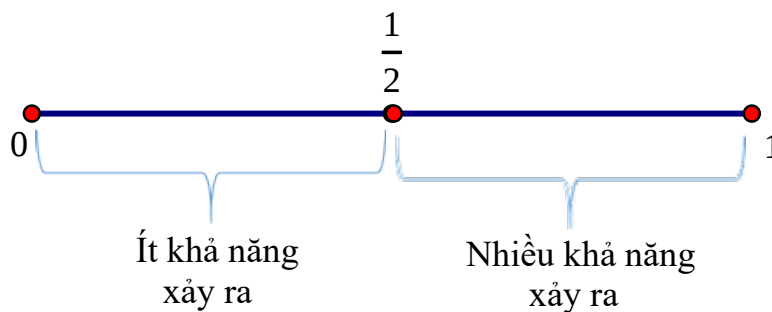
c) Không tồn tại giá trị của x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

BÀI 2. LÀM QUEN VỚI XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khả năng xảy ra của một biến cố

- Một biến cố có thể có không thể, ít khả năng, nhiều khả năng, chắc chắn xảy ra.
- Khả năng xảy ra của một biến cố được đo lường bởi một số nhận giá trị từ 0 đến 1, gọi là xác suất của biến cố đó.
- Xác suất của một biến cố càng gần 1 thì biến cố đó có nhiều khả năng xảy ra. Xác suất của biến cố đó càng gần 0 thì biến cố đó ít khả năng xảy ra.



2. Xác suất của một số biến cố đơn giản

- Khi các biến cố có khả năng xảy ra như nhau ta nói các biến cố đó đồng khả năng.
- Trong một thí nghiệm, nếu có k biến cố đồng khả năng và luôn xảy ra duy nhất một biến cố trong k biến cố này thì xác suất của mỗi biến cố đó đều bằng $\frac{1}{k}$.
- Biến cố không thể luôn có xác suất bằng 0.
- Biến cố chắc chắn luôn có xác suất bằng 1.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Xét tính đồng khả năng của các biến cố

Phương pháp giải: Để xét xem các biến cố có đồng khả năng hay không ta thường căn cứ vào một số tiêu chí sau:

- Việc thực hiện các thí nghiệm có ngẫu nhiên không.
- Trong mô hình trò chơi tung đồng xu hay xúc xắc thì đồng xu hay con xúc xắc có cân đối, đồng chất không.
- Trong mô hình lấy vật từ trong hộp, rút thẻ,...thì các vật có cùng loại, cùng kích thước và khối lượng không.

- Trong mô hình vòng quay may mắn thì diện tích các ô có được chia đều nhau không.
- Trong một số mô hình, thí nghiệm ta còn quan tâm đến số lượng các đối tượng có bằng nhau không.

1A. Xét xem các biến cố sau có đồng khả năng không? Tại sao?

a) Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ trong hộp kín có chứa 2 quả bóng cùng loại gồm 1 quả màu xanh và 1 quả màu vàng. Xét hai biến cố sau:

A: "Lấy được quả bóng màu xanh".

B: "Lấy được quả bóng màu vàng".

b) Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối. Xét sáu biến cố sau:

A: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 1".

B: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 2".

C: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 3".

D: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 4".

E: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 5".

F: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 6".

1B. Lớp 7A có 20 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một bạn để kiểm tra bài cũ. Xét xem hai biến cố sau có đồng khả năng không? Tại sao?

A: "Bạn được gọi là bạn nam".

B: "Bạn được gọi là bạn nữ".

Dạng 2. Tính xác suất của biến cố

Phương pháp giải: Để tính xác suất của biến cố trong một số mô hình, thí nghiệm đơn giản ta thường thực hiện các bước sau:

Bước 1. Nêu tất cả các biến cố có thể xảy ra khi thực hiện thí nghiệm đó (việc phân chia theo tiêu chí nào thì cần liên quan đến biến cố cần tính xác suất).

Bước 2. Xét xem các biến cố có đồng khả năng không.

Bước 3. Nếu thí nghiệm có k biến cố đồng khả năng và luôn xảy ra duy nhất một biến cố trong k biến cố này thì xác suất của mỗi biến cố đó đều bằng $\frac{1}{k}$.

Chú ý:

- Biến cố không thể luôn có xác suất bằng 0.
- Biến cố chắc chắn luôn có xác suất bằng 1.

2A. Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối một lần. Tìm xác suất của các biến cố sau:

- a) A: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc không vượt quá 6."
- b) B: "Số chấm trên con xúc xắc ít nhất là 7."
- c) C: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 2."
- d) D: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một số chẵn."

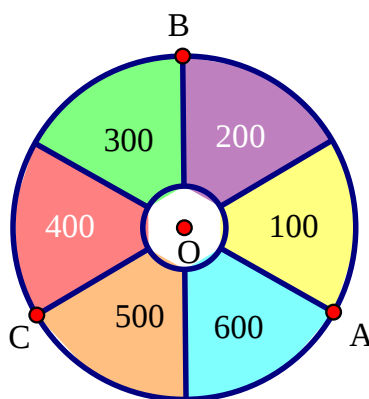
2B. Tung một đồng xu cân đối 2 lần. Tìm xác suất của các biến cố sau:

- a) A: "Lần đầu xuất hiện mặt S, lần hai xuất hiện mặt N."
- b) B: "Cả hai lần xuất hiện mặt S."
- c) C: "Số lần xuất hiện mặt S và N bằng nhau."

3A. Bạn Mai tham gia trò chơi rút thẻ trúng lì xì. Có tất cả 8 thẻ giống hệt nhau được ghi các số khác nhau bao gồm: 10; 20; 30; 40;...70;80. Bạn Mai sẽ rút ngẫu nhiên một lần và nhận được số tiền lì xì tương ứng (nghìn đồng) với số được ghi trên thẻ. Tìm xác suất của các biến cố sau:

- a) A: "Bạn Mai không nhận được tiền lì xì".
- b) B: "Bạn Mai nhận được số tiền lì xì là ít hơn 100 ngàn đồng".
- c) C: "Bạn Mai nhận được số tiền lì xì là 50 ngàn đồng".
- d) D: "Bạn Mai nhận được số tiền lì xì ít nhất là 50 ngàn đồng".

3B. Trong trò chơi vòng quay may mắn, mỗi người chơi sẽ tham gia quay đĩa quay một lần. Đĩa quay được chia đều thành 6 phần bằng nhau và ghi số điểm tương ứng là 100; 200; 300; 400; 500; 600. Tính xác suất của các biến cố sau:



- a) A: "Người chơi nhận được số điểm nhỏ hơn 700".
- b) B: "Người chơi nhận được số điểm là 700".
- c) C: "Người chơi nhận được số điểm là 500".
- d) D: "Người chơi nhận được số điểm là một số không vượt quá 200".

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

4. Bạn Đức gieo một đồng xu cân đối hai lần một cách ngẫu nhiên. Xét xem các biến cố sau có đồng

khả năng không?

A: "Trong hai lần tung có đúng một lần xuất hiện mặt S".

B: "Số mặt xuất hiện trong hai lần gieo giống nhau".

5. Bạn Suni muốn mua một chiếc bánh Pizza. Cửa hàng có 3 loại với hai kích cỡ trung bình và lớn, số lượng mỗi loại được cho ở bảng sau:

Loại Cỡ	Pizza hải sản	Pizza phô mai	Pizza bò
Trung bình (23 cm)	20	25	35
Lớn (30 cm)	35	35	20



Bạn Suni bạn chọn ngẫu nhiên một chiếc bánh. Trong các biến cố sau, những biến cố nào là đồng khả năng?

A: "Bạn Suni chọn Pizza hải sản cỡ trung bình".

B: "Bạn Suni chọn Pizza hải sản cỡ lớn".

C: "Bạn Suni chọn Pizza phô mai cỡ trung bình".

D: "Bạn Suni chọn Pizza phô mai cỡ lớn".

E: "Bạn Suni chọn Pizza bò cỡ trung bình".

F: "Bạn Suni chọn Pizza bò cỡ lớn".

6. Một hộp kín đựng 20 quả bóng cùng kích cỡ, khối lượng bao gồm 10 quả bóng màu xanh và 10 quả bóng màu vàng. Chọn ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp. Tìm xác suất của các biến cố:

A: "Chọn được quả bóng màu vàng hoặc màu xanh".

B: "Chọn được quả bóng màu xanh".

C: "Chọn được quả bóng màu vàng".

7. Bạn Pi và bạn Tròn mỗi người gieo con xúc xắc cân đối 1 lần một cách ngẫu nhiên của các biến cố sau:

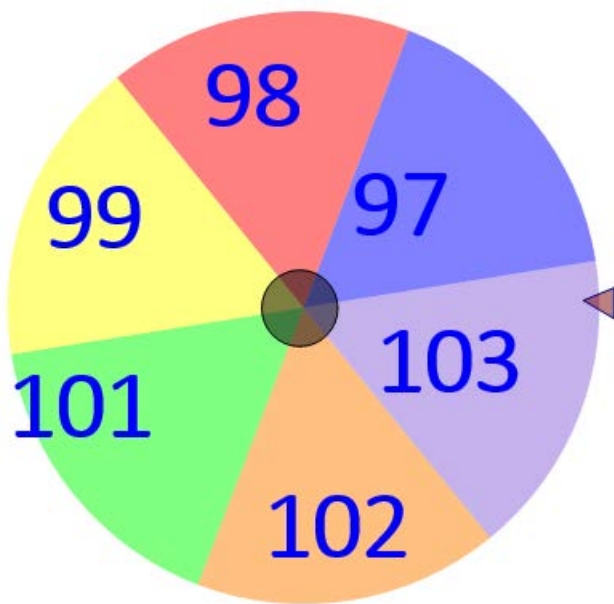
A: "Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đều không vượt quá 6".

B: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 14".

C: "Hiệu số chấm trên hai con bằng 7".



8. Bạn Hà tham gia trò chơi "Vòng quay may mắn". Đĩa quay được chia thành 6 quạt tròn như nhau và được ghi các số: 97, 98, 99, 101, 102, 103 như hình dưới đây:



Bạn Hà sẽ quay một lượt.

Bạn sẽ được 100 điểm nếu quay được vào quạt có số nguyên tố.

Bạn sẽ được 200 điểm nếu quay được vào quạt có số là hợp số.

Bạn sẽ được 300 điểm nếu quay được vào quạt có số nguyên tố nhỏ hơn 100.

Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: "Bạn Hà được 100 điểm".

B: "Bạn Hà được 200 điểm".

b) C: "Bạn Hà được 300 điểm".

9. Bạn An gieo một đồng xu cân đối hai lần một cách ngẫu nhiên. Tìm xác suất của các biến cố sau:

A: "Cả hai lần tung cùng xuất hiện mặt S".

B: "Cả hai lần tung cùng xuất hiện mặt N".

10. Chọn ngẫu nhiên một số trong sáu số 30; 31; 32; 33; 34; 35. Tìm xác suất để:

a) A: "Chọn được số nhỏ hơn 40".

b) B: "Chọn được số có ba chữ số".

c) C: "Chọn được số là số nguyên tố".

d) D: "Chọn được số là số chẵn".

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) Vì hai quả bóng là cùng loại và việc lấy bóng là ngẫu nhiên từ một hộp kín nên khả năng xảy ra mỗi biến cố A, B là như nhau. Vậy hai biến cố A và B là đồng khả năng.

b) Vì con xúc xắc là cân đối và việc gieo xúc xắc là ngẫu nhiên nên khả năng xảy ra mỗi biến cố A, B, C, D, E, F là như nhau. Vậy sáu biến cố này đồng khả năng.

1B. Vì số lượng học sinh nam và học sinh nữ là không bằng nhau và việc cô giáo gọi bạn nào là ngẫu nhiên nên khả năng xảy ra mỗi biến cố A, B là không như nhau. Vậy hai biến cố A và B không đồng khả năng.

2A. a) Biến cố A là một biến cố chắc chắn nên xác suất bằng 1 .

b) Biến cố B là một biến cố không thể nên xác suất bằng 0 .

c) Vì con xúc xắc là cân đối và việc gieo con xúc xắc thực hiện một cách ngẫu nhiên nên 6 biến cố sau đồng khả năng:

"Số chấm xuất hiện bằng 1"

"Số chấm xuất hiện bằng 2"

"Số chấm xuất hiện bằng 3"

"Số chấm xuất hiện bằng 4"

"Số chấm xuất hiện bằng 5"

"Số chấm xuất hiện bằng 6"

Mặt khác, luôn xảy ra duy nhất một biến cố trong sáu biến cố này nên xác suất của biến cố C bằng $\frac{1}{6}$.

d) Xét hai biến cố sau :

D: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một số chẵn."

E: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một số lẻ."

Biến cố D xảy ra khi số chấm xuất hiện trên mặt con xúc là 2; 4; 6 (có 3 khả năng).

Biến cố E xảy ra khi số chấm xuất hiện trên mặt con xúc xắc là 1; 3; 5 (có 3 khả năng).

Vì con xúc xắc cân đối, số khả năng để xảy ra hai biến cố D và E bằng nhau và luôn xảy ra duy nhất một trong hai biến cố D, E .

Vậy hai biến cố D và E đồng khả năng. Xác suất của biến cố D và E cùng là $\frac{1}{2}$.

2B. Xét bốn biến cố sau :

"Lần một mặt S, lần hai mặt N"; "Lần một mặt N, lần hai mặt S"

"Lần một mặt S, lần hai mặt S"; "Lần một mặt N, lần hai mặt N"

Bốn biến cố trên là đồng khả năng và luôn xảy ra duy nhất một biến cố, nên xác suất của mỗi biến

có là $\frac{1}{4}$. Từ đó suy ra câu a và b.

a) Biến cố A có xác suất bằng $\frac{1}{4}$.

b) Biến cố B có xác suất bằng $\frac{1}{4}$.

c) Xét hai biến cố:

C: "Số lần xuất hiện mặt S và N bằng nhau."

D: "Số lần xuất hiện mặt S và N không bằng nhau."

Biến cố C xảy ra khi kết quả của hai lần tung là SN ; NS (có 2 khả năng).

Biến cố D xảy ra khi kết quả của hai lần tung là SS ; NN (có 2 khả năng).

Hai biến cố C, D đồng khả năng, vậy xác suất của mỗi biến cố là $\frac{1}{2}$

3A. a) Biến cố A là biến cố không thể nên xác suất bằng 0 .

b) Biến cố B là biến cố chắc chắn nên xác suất bằng 1 .

c) Xét tám biến cố sau :

"Mai rút được thẻ ghi số 10"

"Mai rút được thẻ ghi số 20"

"Mai rút được thẻ ghi số 30"

"Mai rút được thẻ ghi số 40"

"Mai rút được thẻ ghi số 50"

"Mai rút được thẻ ghi số 60"

"Mai rút được thẻ ghi số 70"

"Mai rút được thẻ ghi số 80"

Tám biến cố trên đồng khả năng và luôn xảy ra duy nhất một trong 8 biến cố.

Biến cố C xảy ra khi Mai rút được thẻ ghi số 50 . Vậy xác suất của biến cố C bằng $\frac{1}{8}$.

d) Xét hai biến cố

D: "Bạn Mai nhận được số tiền lì xì ít nhất là 50 ngàn đồng".

E: "Bạn Mai nhận được số tiền lì xì nhỏ hơn 50 ngàn đồng".

Biến cố D xảy ra khi Mai rút được thẻ ghi số 50; 60; 70; 80 (có 4 khả năng).

Biến cố E xảy ra khi Mai rút được thẻ ghi số 10; 20; 30; 40 (có 4 khả năng).

Hai biến cố D và E là đồng khả năng, và luôn xảy ra duy nhất một trong hai biến cố này.

Vậy xác suất của mỗi biến cố D và E đều bằng $\frac{1}{2}$.

3B. a) Biến cố A là biến cố chắc chắn nên xác suất bằng 1 .

b) Biến cố B là biến cố không thể nên xác suất bằng 0 .

c) Xét sáu biến cố sau:

"Kim dừng ở quạt ghi số 100"

"Kim dừng ở quạt ghi số 200"

"Kim dừng ở quạt ghi số 300"

"Kim dừng ở quạt ghi số 400"

"Kim dừng ở quạt ghi số 500"

"Kim dừng ở quạt ghi số 600"

Vì 6 hình quạt có diện tích bằng nhau nên 6 biến cố trên đồng khả năng.

Mà luôn xảy ra duy nhất một trong 6 biến cố này nên 6 biến cố cùng có xác suất bằng $\frac{1}{6}$.

Vậy biến cố C có xác suất bằng $\frac{1}{6}$.

d) Xét ba biến cố sau:

"Kim dừng ở hình quạt OAB "

"Kim dừng ở hình quạt OBC "

"Kim dừng ở hình quạt OAC "

Biến cố D xảy ra khi kim dừng ở quạt OAB. Vì ba quạt OAB, OBC, OAC có diện tích bằng nhau nên ba biến cố trên đồng khả năng. Mặt khác luôn xảy ra duy nhất một biến cố trong 3 biến cố này nên xác suất của mỗi biến cố đều bằng $\frac{1}{3}$.

Vậy biến cố D có xác suất bằng $\frac{1}{3}$.

4. - Biến cố A xảy ra khi mặt xuất hiện của đồng xu trong hai lần gieo là SN; NS (có 2 khả năng).

- Biến cố B xảy ra khi mặt xuất hiện của đồng xu trong hai lần gieo là SS ; NN (có 2 khả năng).

Vì đồng xu cân đối, được gieo ngẫu nhiên và số các khả năng xảy ra của 2 biến cố bằng nhau nên hai biến cố A và B đồng khả năng.

5. - Hai biến cố A và F là đồng khả năng.

- Ba biến cố B, D, E là đồng khả năng.

6. - Biến cố A là biến cố chắc chắn nên xác suất bằng 1 .

- Biến cố B và C là hai biến cố đồng khả năng, mà luôn xảy ra duy nhất một trong hai biến cố này. Vậy xác suất của mỗi biến cố bằng nhau và bằng $\frac{1}{2}$.

7. - Biến cố A là biến cố chắc chắn nên xác suất bằng 1.

- Biến cố B là biến cố không thể nên xác suất bằng 0 .

- Biến cố C là biến cố không thể nên xác suất bằng 0 .

8. a) Xét 6 biến cố:

"Kim dừng ở quạt ghi số 97"

"Kim dừng ở quạt ghi số 98"

"Kim dừng ở quạt ghi số 99"

"Kim dừng ở quạt ghi số 101"

"Kim dừng ở quạt ghi số 102"

"Kim dừng ở quạt ghi số 103"

Biến cố A xảy ra khi quạt dừng lại ở quạt có ghi số 97, 101, 103 (có 3 khả năng).

Biến cố B xảy ra khi quạt dừng lại ở quạt có ghi số 98, 99, 102 (có 3 khả năng).

Vì các quạt có diện tích bằng nhau và luôn chỉ xảy ra duy nhất một trong hai biến cố A và B.

Vậy hai biến cố A và B đồng khả năng và mỗi biến cố có xác suất bằng $\frac{1}{2}$.

b) Sáu biến cố xét ở trên là đồng khả năng, biến cố C xảy ra khi kim dừng ở quạt ghi số 97 . Vậy xác suất của biến cố C bằng $\frac{1}{6}$.

9. Xét bốn biến cố:

A: "Cả hai lần tung cùng xuất hiện mặt S (tức là SS)".

B: "Cả hai lần tung cùng xuất hiện mặt N (tức là NN)".

C: "Lần tung thứ nhất là S, lần hai là N (tức là SN)".

D: "Lần tung thứ nhất là N, lần hai là S (tức là NS)"

Bốn biến cố trên là đồng khả năng và luôn xảy ra duy nhất một trong bốn biến cố.

Vậy xác suất của biến cố A và B cùng bằng $\frac{1}{4}$.

10. a) Biến cố A là biến cố chắc chắn nên xác suất bằng 1.

b) Biến cố B là biến cố không thể nên xác suất bằng 0 .

c) Xét 6 biến cố:

"Chọn được số 30"

"Chọn được số 31"

"Chọn được số 32"

"Chọn được số 33"

"Chọn được số 34"

"Chọn được số 35"

Sáu biến cố đồng khả năng, luôn xảy ra duy nhất một trong 6 biến cố nên xác suất của mỗi biến cố bằng $\frac{1}{6}$.

Biến cố C xảy ra khi chọn được số 33 . Xác suất của biến cố C bằng $\frac{1}{6}$.

d) Xét 2 biến cố:

D: "Chọn được số là số chẵn (tức chọn được số 30; 32 hoặc 34)".

E: "Chọn được số là số lẻ (tức chọn được số 31, 33 hoặc 35)".

Hai biến cố này đồng khả năng, luôn xảy ra một trong hai biến cố.

Xác suất của biến cố D bằng $\frac{1}{2}$.

ÔN TẬP CHƯƠNG VIII

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Xem lại *tóm tắt lý thuyết* từ bài 1 đến bài 2.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

1A. Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên?

A: "Sang năm nền nhiệt mùa hè sẽ cao hơn năm nay".

B: "Tháng Hai năm 2028 có 29 ngày (theo Dương lịch)".

C: "Gieo một con xúc xắc thì số chấm xuất hiện là số có một chữ số".

D: "Gieo một con xúc xắc thì số chấm xuất hiện là một số tròn chục".

1B. Một hộp kín đựng 10 lá phiếu được đánh số 1;3;5;7;9;10;12;14;16;18. Rút ngẫu nhiên một phiếu từ trong hộp. Mỗi biến cố sau là biến cố ngẫu nhiên, biến cố chắc chắn hay biến cố không thể?

Biến cố	Loại biến cố
A: "Rút được phiếu ghi số chẵn"	
B: "Rút được phiếu ghi số có hai chữ số"	
C: "Rút được phiếu ghi số có một chữ số và là số chẵn"	
D: "Rút được phiếu ghi số nhỏ hơn 20"	

2A. Có hai hộp kín đựng một số quả bóng cùng loại. Hộp thứ nhất tất cả các quả bóng đánh số chẵn. Bạn Minh lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một quả bóng và sẽ thắng cuộc nếu trong hai quả lấy ra có quả đánh số lẻ. Trong hộp thứ hai cần có những quả bóng đánh số như nào để biến cố A: “Bạn Minh là người chơi thắng cuộc” là:

a) Biến cố không thể;

b) Biến cố chắc chắn ;

c) Biến cố ngẫu nhiên.

2B. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp $\{2;3;5;x\}$ (với x là một số tự nhiên có một chữ số). Tìm x để biến cố M : “Chọn được số là hợp số” là:

a) Biến cố không thể;

b) Biến cố ngẫu nhiên;

c) Biến cố chắc chắn.

3A. Thầy giáo có 20 chiếc hộp giống hệt nhau, mỗi hộp đựng một phần quà. Trong đó có 5 hộp chứa

quà là một hộp bút, có 10 hộp chứa quà là một quyển sổ, có 5 hộp chứa quà là một bộ thước kẻ. Bạn Hương chọn ngẫu nhiên một hộp. Hỏi khả năng bạn Hương nhận được quà gì là lớn nhất?

3B. Tung một đồng xu cân đối 2 lần, xét xem các biến cố sau có đồng khả năng không?

A: "Có đúng một lần xuất hiện mặt N".

B: "Số lần xuất hiện mặt S và mặt N không bằng nhau".

4A. Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối. Tìm xác suất của các biến cố sau:

a) A: "Số chấm xuất hiện là một số chia hết cho 5".

b) B: "Số chấm xuất hiện là một số chia hết cho 3".

4B. Rút ngẫu nhiên một thẻ từ một hộp kín đựng 12 chiếc thẻ cùng loại được đánh số từ 1;2;3;...12.

Tìm xác suất của các biến cố sau:

a) A: "Rút được thẻ ghi số có ba chữ số".

b) B: "Rút được thẻ ghi số nhỏ hơn 13".

c) C: "Rút được thẻ ghi số tròn chục".

d) D: "Rút được thẻ ghi số không vượt quá 6".

5A. Sắp vào năm học mới, bạn Hana cần mua một chiếc balô. Cửa hàng vừa nhập về các loại ba lô màu hồng, đen, xanh, ghi với hai cỡ vừa và lớn (các loại ba lô theo từng cỡ đều có cùng số lượng). Bạn Hana chọn ngẫu nhiên một cái.



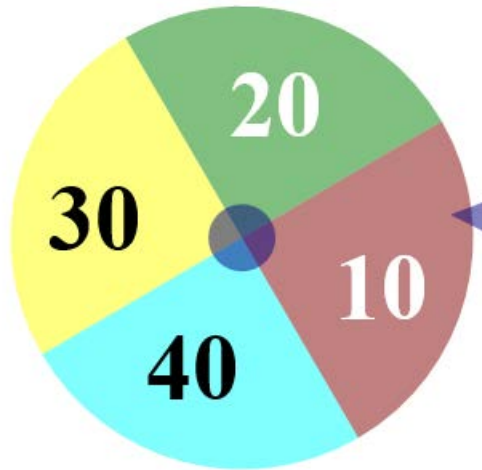
Tìm xác suất của các biến cố sau:

a) A: "Bạn Hana chọn mua chiếc ba lô màu hồng cỡ vừa".

b) B: "Bạn Hana chọn mua chiếc ba lô cỡ vừa".

c) C: "Bạn Hana chọn mua chiếc ba lô màu ghi".

5B. Bạn Hà và Nam tham gia trò chơi vòng quay may mắn. Đĩa quay được chia thành 4 quạt bằng nhau và số điểm được ghi trên các quạt là 10;20;30;40.



Mỗi bạn sẽ quay một lần. Tìm xác suất của các biến cố sau:

- a) A: "Tổng số điểm của hai bạn là 100".
- b) B: "Điểm số của hai bạn không lệch nhau quá 30 điểm".
- c) C: "Điểm số của hai bạn bằng nhau".

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

6. Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên?

- A: "Tuần sau giá xăng sẽ tăng".
- B: "Ngày mai Mặt Trời quay quanh Trái Đất".
- C: "Tung một đồng xu ba lần, cả ba lần xuất hiện mặt giống nhau".
- D: "Khi chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên nhỏ hơn 10, chọn được số có một chữ số".

7. Rút ngẫu nhiên một thẻ từ một hộp đựng 8 chiếc thẻ có đánh số: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, x . Tìm số tự nhiên x để biến cố H: "rút được thẻ là số tự nhiên có hai chữ số" là:

- a) Biến cố không thể.
- b) Biến cố chắc chắn.
- c) Biến cố ngẫu nhiên.

8. Một hộp kín có chứa các quả bóng cùng loại, bao gồm: 6 quả bóng màu đỏ, 8 quả bóng màu vàng và 6 quả bóng màu đen. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp. Trong các biến cố sau, những biến cố nào là đồng khả năng?

- A: "Lấy được quả bóng màu đỏ".
- B: "Lấy được quả bóng màu vàng".
- C: "Lấy được quả bóng màu đen".

9. Gieo một con xúc xắc cân đối. Trong các biến cố sau, những biến cố nào là đồng khả năng?

- A: "Số chấm xuất hiện là một số lẻ".

B: "Số chấm xuất hiện là một số chẵn".

C: "Số chấm xuất hiện là một số nguyên tố lớn hơn 3".

10. Gieo một con xúc xắc cân đối. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: "Số chấm xuất hiện là 10 chấm".

b) B: "Số chấm xuất hiện là một số chia hết cho 6".

c) C: "Số chấm xuất hiện là một số nguyên tố".

11. Bạn Hải tham gia trò chơi vòng quay may mắn. Đĩa quay được chia thành 8 quạt bằng nhau và số điểm được ghi trên các quạt là 1; 2;...8. Bạn Hải sẽ quay một lần. Tìm xác suất của các biến cố sau:

a) A: "Bạn Hà quay được số điểm là số có hai chữ số".

b) B: "Bạn Hà quay được số điểm là số chia 2 dư 1".

c) C: "Bạn Hà quay được số điểm ít nhất là 7".

12. Một hộp kín đựng 3 chiếc thẻ cùng loại được đánh số 1; 2; 3. Bạn Tuấn và Hương mỗi người rút thẻ một lần (mỗi bạn rút xong thì lại hoàn trả thẻ vào hộp). Tìm xác suất của các biến cố sau:

a) A: "Tổng số ghi trên hai thẻ rút được bằng 7".

b) B: "Hiệu số ghi trên hai thẻ rút được không vượt quá 2".

c) C: "Số ghi trên hai thẻ rút được là bằng nhau".

13. Trong một gian hàng ăn nhanh tại siêu thị, mỗi suất ăn gồm có một món chính, một món phụ và một đồ uống với thực đơn như sau:

Món chính	Cánh gà rán	
	Đùi gà rán	

	Phở	
Món phụ	Khoai tây chiên	
	Phô mai que	
	Pepsi	
	Nước cam	

Bạn Hải gọi ngẫu nhiên một suất (đầy đủ cả 3 món). Tính xác suất của biến cố sau:

- a) A: "Bạn Hải chọn suất ăn gồm có phở, phô mai que và nước cam".
- b) B: "Bạn Hải chọn suất ăn có món chính là đùi gà rán và món phụ là khoai tây chiên"
- c) C: "Bạn Hải chọn suất ăn có món chính là cánh gà rán".

14. Một hộp có 15 quả cầu giống hệt nhau, trong đó có 5 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 5 và 10 quả màu hồng được đánh số từ 6 đến 15. Lấy ngẫu nhiên một quả trong hộp. Tìm xác suất của

các biến cố:

- a) A: "Lấy được quả cầu màu đỏ".
- b) B: "Lấy được quả cầu màu xanh hoặc hồng".
- c) C: "Lấy được quả cầu màu xanh".

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. - Biến cố A là biến cố ngẫu nhiên.

- Biến cố B là một biến cố chắc chắn vì 2028 chia hết cho 4 nên năm 2028 là năm nhuận, do đó tháng Hai của năm này có 29 ngày.

- Biến cố C là một biến cố chắc chắn vì số chấm xuất hiện trên mặt con xúc xắc là các số 1, 2, 3, 4, 5, 6.

- Biến cố D là biến cố không thể.

1B. - A : "ngẫu nhiên".

- B : "ngẫu nhiên".

- C: "không thể".

- D: "chắc chắn".

2A. a) Để biến cố A là biến cố không thể thì bạn Minh phải luôn lấy được quả bóng đánh số chẵn. Khi đó hộp thứ hai cần chỉ có những quả bóng đánh số chẵn.

b) Để biến cố A là biến cố chắc chắn thì bạn Minh cần phải luôn lấy được bóng ghi số lẻ ở hộp thứ hai. Khi đó hộp thứ hai cần chỉ có những quả bóng đánh số lẻ.

c) Để biến cố A là biến cố ngẫu nhiên thì bạn Minh có thể lấy được bóng ghi số chẵn hoặc lẻ ở hộp thứ hai. Khi đó hộp thứ hai cần có những quả bóng đánh số có cả chẵn và lẻ.

2B. a) Để biến cố M là biến cố không thể thì $x \in \{0; 1; 7\}$.

b) Để biến cố B là biến cố ngẫu nhiên thì $x \in \{4; 6; 8; 9\}$.

c) Không có giá trị nào của x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

3A. Vì số lượng hộp quà có chứa quyền sở là nhiều nhất nên khả năng Hương nhận được món quà một quyền sở là lớn nhất.

3B. Khi gieo đồng xu cân đối 2 lần thì chỉ xảy ra một trong bốn biến cố đồng khả năng sau :

"Lần một mặt S, lần hai mặt N"

"Lần một mặt N, lần hai mặt S"

"Lần một mặt S, lần hai mặt S"

"Lần một mặt N, lần hai mặt N"

Biến cố A xảy ra khi xuất hiện SN, NS (có 2 khả năng).

Biến cố B xảy ra khi xuất hiện SS, NN (có 2 khả năng).

Vậy hai biến cố A và B là đồng khả năng.

4A. a) Khi gieo một con xúc xắc cân đối thì luôn xảy ra duy nhất một trong 6 biến cố đồng khả năng như sau:

"Số chấm xuất hiện bằng 1"

"Số chấm xuất hiện bằng 2"

"Số chấm xuất hiện bằng 3"

"Số chấm xuất hiện bằng 4"

"Số chấm xuất hiện bằng 5"

"Số chấm xuất hiện bằng 6"

Biến cố A xảy ra khi số chấm xuất hiện là 5, nên xác suất của biến cố A bằng $\frac{1}{6}$.

b) Xét 3 biến cố đồng khả năng:

B: "Số chấm xuất hiện là số chia hết cho 3 (tức số chấm là 3 hoặc 6)".

B': "Số chấm xuất hiện là 1 hoặc 2".

B'': "Số chấm xuất hiện là 4 hoặc 5".

Vì luôn xảy ra một trong ba biến cố đồng khả năng ở trên nên xác suất của biến cố B bằng $\frac{1}{3}$.

4B. a) Biến cố A là biến cố không thể nên xác suất bằng 0.

b) Biến cố B là biến cố chắc chắn nên xác suất bằng 1.

c) Xét 12 biến cố đồng khả năng:

C_1 : "Rút được thẻ ghi số 1".

C_2 : "Rút được thẻ ghi số 2".

C_{12} : "Rút được thẻ ghi số 12".

Vì luôn xảy ra một trong 12 biến cố nói trên và biến cố C xảy ra khi xảy ra biến cố C_{10} . Vậy xác suất của biến cố C bằng $\frac{1}{12}$.

d) Xét 2 biến cố đồng khả năng sau:

D: "Rút được thẻ ghi số không vượt quá 6 (tức là gồm các thẻ ghi số 1, 2, 3, 4, 5, 6)".

D': "Rút được thẻ ghi số lớn hơn 6 (tức là gồm các thẻ ghi số 7, 8, 9, 10, 11, 12)".

Vì luôn xảy ra một trong hai biến cố đồng khả năng ở trên nên xác suất của biến cố D bằng $\frac{1}{2}$.

5A. a) Xét 8 biến cố đồng khả năng:

A_1 : "Bạn Hana chọn mua ba lô màu hồng cỡ vừa".

A_2 : "Bạn Hana chọn mua ba lô màu hồng cỡ lớn".

A_3 : "Bạn Hana chọn mua ba lô màu đen cỡ vừa".

A_4 : "Bạn Hana chọn mua ba lô màu đen cỡ lớn".

A_5 : "Bạn Hana chọn mua ba lô màu xanh cỡ vừa".

A₆: "Bạn Hana chọn mua ba lô màu xanh cỡ lớn".

A₇: "Bạn Hana chọn mua ba lô màu vàng cỡ vừa".

A₈: "Bạn Hana chọn mua ba lô màu vàng cỡ lớn".

Biến cố A xảy ra khi xảy ra biến cố A; xác suất của biến cố A bằng $\frac{1}{8}$.

b) Xét 2 biến cố đồng khả năng :

B: "Bạn Hana chọn mua chiếc ba lô cỡ vừa (màu bất kỳ)" (4 khả năng).

B': "Bạn Hana chọn mua chiếc ba lô cỡ lớn (màu bất kỳ)" (4 khả năng).

Vậy xác suất của biến cố B bằng $\frac{1}{2}$.

c) Xét 4 biến cố đồng khả năng sau:

C₁: "Bạn Hana chọn mua ba lô màu hồng (cỡ bất kỳ)" (2 khả năng).

C₂: "Bạn Hana chọn mua ba lô màu đen (cỡ bất kỳ)" (2 khả năng).

C₃: "Bạn Hana chọn mua ba lô màu xanh (cỡ bất kỳ)" (2 khả năng).

C₄: "Bạn Hana chọn mua ba lô màu vàng (cỡ bất kỳ)" (2 khả năng).

Vậy xác suất của biến cố C bằng $\frac{1}{4}$.

5B. a) Biến cố A là biến cố không thể nên xác suất bằng 0 .

b) Biến cố B là biến cố chắc chắn nên xác suất bằng 1 .

c) Xét 4 biến cố đồng khả năng:

C: "Điểm số của hai bạn bằng nhau (gồm (10;10),(20;20),(30;30), (40;40))".

C': "Điểm số của hai bạn là (10;20),(10;30),(10;40),(20;10)".

C'': "Điểm số của hai bạn là (20;30),(20;40),(30;10),(30;20)".

C''': "Điểm số của hai bạn là (30;40),(40;10),(40;20),(40;30)".

Vậy xác suất của biến cố C bằng $\frac{1}{4}$.

6. - Biến cố A là biến cố ngẫu nhiên.

- Biến cố B là biến cố không thể.

- Biến cố C là một biến cố ngẫu nhiên.

- Biến cố D là biến cố chắc chắn.

7. a) Để biến cố H là biến cố không thể thì $x \in \{0;8;9\}$.

b) Không có giá trị nào của x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

c) Để biến cố H là biến cố ngẫu nhiên thì $x \in \mathbb{N}, x \geq 10$.

8. Biến cố A và C là đồng khả năng vì số quả bóng đỏ và bóng đen bằng nhau.

9. Biến cố A xảy ra khi số chấm xuất hiện là 1,3,5 (có 3 khả năng).

Biến cố B xảy ra khi số chấm xuất hiện là 2,4,6 (có 2 khả năng).

Biến cố C xảy ra khi số chấm xuất hiện là 5 (có 1 khả năng).

Vậy hai biến cố A và B là đồng khả năng.

10. a) Biến cố A là biến cố không thể nên xác suất bằng 0.

b) Biến cố B xảy ra khi số chấm xuất hiện là 6, xác suất của biến cố B là $\frac{1}{6}$.

c) Xét 2 biến cố đồng khả năng :

C : "Số chấm xuất hiện là một số nguyên tố (tức là 2;3;5)".

C' : "Số chấm xuất hiện là 1;4;6".

Vậy xác suất của biến cố C là $\frac{1}{2}$.

11. a) Biến cố A là biến cố không thể nên xác suất bằng 0.

b) Xét 2 biến cố đồng khả năng :

B : "Bạn Hà quay được số điểm là số chia 2 dư 1 (tức là điểm 1; 3; 5; 7)".

B' : "Bạn Hà quay được số điểm là số chẵn (tức là điểm số 2; 4; 6; 8)".

Vậy xác suất của biến cố B bằng $\frac{1}{2}$.

c) Xét 2 biến cố đồng khả năng :

C : "Bạn Hà quay được số điểm ít nhất bằng 7 (tức là điểm số 7; 8)".

C' : "Bạn Hà quay được số điểm là 5; 6".

C'' : "Bạn Hà quay được số điểm là 3; 4".

C''' : "Bạn Hà quay được số điểm là 1; 2".

Vậy xác suất của biến cố C bằng $\frac{1}{4}$.

12. a) Biến cố A là biến cố không thể nên xác suất bằng 0.

b) Biến cố B là biến cố chắc chắn nên xác suất bằng 1.

c) Xét 3 biến cố đồng khả năng sau:

C: "Số ghi trên hai thẻ rút được là bằng nhau (tức $(1;1);(2;2);(3;3)$)".

C': "Số ghi trên hai thẻ rút được là $(1;2);(1;3);(2;1)$ ".

C'': "Số ghi trên hai thẻ rút được là $(2;3);(3;1);(3;2)$ ".

Vậy xác suất của biến cố C bằng $\frac{1}{3}$.

13. a) Xét 12 biến cố đồng khả năng :

A₁: "Bạn Hải chọn suất ăn có cánh gà rán, khoai tây chiên, pepsi".

A₂: "Bạn Hải chọn suất ăn có cánh gà rán, khoai tây chiên, nước cam".

A₃: "Bạn Hải chọn suất ăn có cánh gà rán, phô mai que, pepsi".

A₄: "Bạn Hải chọn suất ăn có cánh gà rán, phô mai que, nước cam".

A₅: "Bạn Hải chọn suất ăn có đùi gà rán, khoai tây chiên, pepsi".

A₆: "Bạn Hải chọn suất ăn có đùi gà rán, khoai tây chiên, nước cam".

A₇: "Bạn Hải chọn suất ăn có đùi gà rán, phô mai que, pepsi".

A₈: "Bạn Hải chọn suất ăn có đùi gà rán, phô mai que, nước cam".

A₉: "Bạn Hải chọn suất ăn có phở, khoai tây chiên, pepsi".

A₁₀: "Bạn Hải chọn suất ăn có phở, khoai tây chiên, nước cam".

A₁₁: "Bạn Hải chọn suất ăn có phở, phô mai que, pepsi".

A₁₂: "Bạn Hải chọn suất ăn có phở, phô mai que, nước cam".

Vì luôn xảy ra duy nhất một trong 12 biến cố trên, vậy nên xác suất của biến cố A (chính là biến cố A₁₂) bằng $\frac{1}{12}$.

b) Xét 6 biến cố đồng khả năng :

B₁: "Suất ăn có cánh gà rán và khoai tây chiên" (đồ uống bất kỳ) có 2 khả năng.

B₂: "Suất ăn có cánh gà rán và phô mai que" (đồ uống bất kỳ) - có 2 khả năng.

B₃: "Suất ăn có đùi gà rán và khoai tây chiên" (đồ uống bất kỳ) - có 2 khả năng.

B₄: "Suất ăn có cánh gà rán và phô mai que" (đồ uống bất kỳ) - có 2 khả năng.

B₅: "Suất ăn có phở và khoai tây chiên" (đồ uống bất kỳ) - có 2 khả năng.

B₆: "Suất ăn có phở và phô mai que" (đồ uống bất kỳ) - có 2 khả năng.

Vậy xác suất của biến cố B (chính là B₃) bằng $\frac{1}{6}$.

c) Xét 3 biến cố đồng khả năng :

C_1 : "Suất ăn có cánh gà rán" (món phụ và đồ uống bất kỳ) - có 4 khả năng.

(do C_1 xảy ra khi các biến cố $A_1; A_2; A_3; A_4$) xảy ra.

C_2 : "Suất ăn có đùi gà rán" (món phụ và đồ uống bất kỳ) - có 4 khả năng.

(do C_2 xảy ra khi các biến cố $A_5; A_6; A_7; A_8$) xảy ra.

C_3 : "Suất ăn có phở" (món phụ và đồ uống bất kỳ) - có 4 khả năng.

(do C_3 xảy ra khi các biến cố $A_9; A_{10}; A_{11}; A_{12}$) xảy ra.

Vậy xác suất của biến cố C (chính là C_1) bằng $\frac{1}{3}$.

14. a) Biến cố A là biến cố không thể nên xác suất bằng 0 .

b) Biến cố B là biến cố chắc chắn nên xác suất bằng 1 .

c) Xét 3 biến cố đồng khả năng sau:

M_1 : "Lấy được quả bóng màu xanh có đánh số từ 1 đến 5".

M_2 : "Lấy được quả bóng màu hồng có đánh số từ 6 đến 10".

M_3 : "Lấy được quả bóng màu hồng có đánh số từ 11 đến 15".

Vì luôn xảy ra một trong ba biến cố trên và biến cố C xảy ra khi xảy ra biến cố M_1 . Vậy xác suất của biến cố C bằng $\frac{1}{3}$.

BÀI 1. QUAN HỆ GIỮA GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG MỘT TAM GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.
2. Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.
3. Trong tam giác vuông, góc vuông là góc lớn nhất nên cạnh đối diện với góc vuông (tức là cạnh huyền) là cạnh lớn nhất.
4. Trong tam giác tù, góc tù là góc lớn nhất nên cạnh đối diện với góc tù là cạnh lớn nhất.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. So sánh các cạnh của một tam giác như sau:

Phương pháp giải: Để so sánh các cạnh của một tam giác, ta làm

Bước 1. Xác định tam giác chứa các cạnh theo yêu cầu của đề bài.

Bước 2. Xác định các góc đối diện với các cạnh đó, tính số đo của góc chưa biết (nếu cần).

Bước 3. So sánh các góc đối diện đó.

Bước 4: Kết luận.

1A. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 80^\circ, \widehat{C} = 50^\circ$.

- a) Tìm cạnh lớn nhất của tam giác ABC .
- b) Tam giác ABC là tam giác gì?

1B. Cho tam giác MNP có $\widehat{M} = 105^\circ, \widehat{N} = 35^\circ$.

- a) Tìm cạnh nhỏ nhất của tam giác MNP .
- b) Tam giác MNP là tam giác gì?

2A. Cho tam giác DEF có $\widehat{D} = 60^\circ, \widehat{E} = 50^\circ$.

- a) Tính số đo của góc F .
- b) So sánh các cạnh của tam giác DEF .

2B. Cho tam giác XYZ có $\widehat{Y} = 47^\circ, \widehat{Z} = 58^\circ$.

- a) Tính số đo của góc X .
- b) So sánh các cạnh của tam giác XYZ .

3A. Cho tam giác HIK cân tại H có $\widehat{H} = 50^\circ$.

- a) Tính số đo góc I và góc K .
- b) So sánh các cạnh của tam giác HIK .

3B. Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{B} = 70^\circ$.

- a) Tính số đo góc A và góc C .
- b) So sánh các cạnh của tam giác ABC .

4A. Cho tam giác MPD cân tại M có số đo góc ngoài tại đỉnh M bằng 120° .

- a) Tính số đo các góc của tam giác MPD .
- b) So sánh các cạnh của tam giác MPD .

4B. Cho tam giác HMN cân tại H có số đo góc ngoài tại đỉnh H bằng 160° .

- a) Tính số đo các góc của tam giác HMN .
- b) So sánh các cạnh của tam giác HMN .

Dạng 2. So sánh các góc của một tam giác

Phương pháp giải: Để so sánh các góc của một tam giác, ta làm như sau:

Bước 1: Xác định tam giác chứa các góc theo yêu cầu của đề bài.

Bước 2: Xác định các cạnh đối diện với các góc đó, tính các cạnh chưa biết (nếu cần).

Bước 3: So sánh các cạnh đối diện đó.

Bước 4: Kết luận.

5A. Cho tam giác DEF có $DE = 5$ cm, $DF = 6$ cm, $EF = 7$ cm. Hãy so sánh các góc của tam giác DEF .

5B. Cho tam giác MNP có $MN = 5$ cm, $NP = 12$ cm, $MP = 16$ cm. Hãy so sánh các góc của tam giác MNP .

6A. Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = 12$ cm và chu vi tam giác ABC bằng 60 cm. Hãy so sánh các góc của tam giác ABC .

6B. Cho tam giác IKL cân tại I có $LK = 17$ cm và chu vi tam giác IKL bằng 45 cm. Hãy so sánh các góc của tam giác IKL .

7A. Cho tam giác PQR vuông tại P có $PQ = 6$ cm, $PR = 8$ cm. Hãy so sánh các góc của tam giác PQR .

7B. Cho tam giác UVX vuông tại U có $UV = 21$ cm, $UX = 29$ cm. Hãy so sánh các góc của tam giác UVX .

Dạng 3. So sánh hai góc không trong cùng một tam giác

Phương pháp giải: Để so sánh hai góc không trong cùng một tam giác, ta làm như sau:

Cách 1. Sử dụng cặp góc trung gian (có thể là cặp góc bù hoặc phụ với cặp góc cần so sánh).

Cách 2. Sử dụng góc thứ ba sao cho góc này bằng một trong hai góc cần so sánh và cùng nằm trong

một tam giác với góc còn lại.

8A. Cho tam giác nhọn DEF có $DE = 6\text{ cm}$, $DF = 9\text{ cm}$.

- a) So sánh các góc E và góc F .
- b) Kẻ DK vuông góc với EF tại K . So sánh các góc EDK và FDK .

8B. Cho tam giác MNP có $MN = 16\text{ cm}$, $MP = 7\text{ cm}$.

- a) So sánh các góc N và góc P .
- b) So sánh hai góc ngoài tại đỉnh N và đỉnh P của tam giác MNP .

Dạng 4. So sánh hai cạnh không trong cùng một tam giác

Phương pháp giải: Để so sánh hai cạnh không trong cùng một tam giác, ta thường sử dụng một cạnh thứ ba sao cho cạnh này bằng một trong hai cạnh cần so sánh và cùng nằm trong một tam giác với cạnh còn lại.

9A. Cho tam giác MNP , biết $\widehat{M} + \widehat{N} = 130^\circ$, $\widehat{M} - \widehat{N} = 40^\circ$.

- a) So sánh các cạnh của tam giác MNP .
- b) Tia phân giác của góc M cắt NP ở D . So sánh độ dài các đoạn thẳng ND và PD .

9B. Cho tam giác DEF , biết $\widehat{D} : \widehat{E} : \widehat{F} = 1 : 2 : 3$.

- a) So sánh các cạnh của tam giác DEF .
- b) Tia phân giác của góc D cắt EF ở M . So sánh độ dài các đoạn thẳng EM và FM .

10A. Cho tam giác ABC có góc B nhọn và $AB < AC$. Tia phân giác của góc A cắt cạnh BC ở M . Trên cạnh AC lấy điểm N sao cho $AB = AN$

- a) Chứng minh rằng $BM = MN$.
- b) So sánh BM và MC .

10B. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC > AB$. Tia phân giác của góc B cắt cạnh AC ở D . Kẻ DE vuông góc với BC tại E .

- a) Chứng minh rằng $AD = DE$.
- b) So sánh AD và DC .

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

11. Cho tam giác ABC cân tại A có chu vi bằng 20 cm , cạnh $BC = 8\text{ cm}$. So sánh các góc của tam giác ABC .

12. Cho tam giác DEF , biết $\widehat{D} : \widehat{E} : \widehat{F} = 5 : 7 : 3$. Hãy so sánh các cạnh của tam giác DEF .

13. Cho tam giác MNP vuông tại M , lấy điểm E trên cạnh MP .

- a) So sánh NM và NE .

b) Chứng minh tam giác NEP là tam giác tù.

c) Chứng minh $NM < NE < NP$.

14. Cho tam giác PQR có $PQ < PR$. Gọi E là trung điểm của cạnh QR . Trên tia đối của EP lấy điểm F sao cho $PE = EF$.

a) Chứng minh tam giác PQE và FRE bằng nhau.

b) So sánh góc QPE và góc EPR .

15. Ba địa điểm G, N, I là ba

đỉnh của một tam giác vuông

tại G , biết $GI = 20$ m. Người

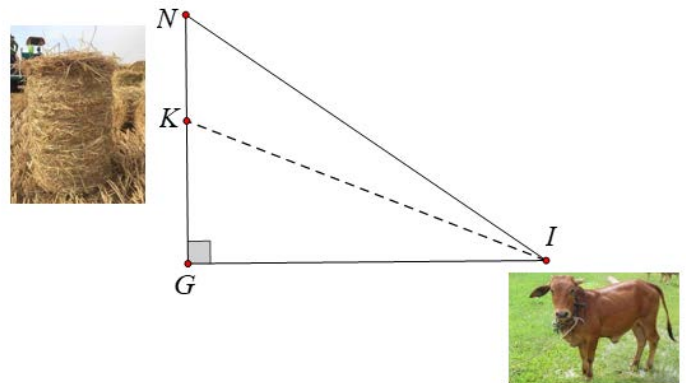
ta buộc một con bò tại điểm I .

Nếu đặt một bó rơm tại một điểm

K nằm giữa G và N thì con

bò có tới ăn được không biết

dây buộc dài 20 m.



HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. Tam giác ABC có $\widehat{A} = 80^\circ, \widehat{C} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 50^\circ$.

a) Vì $\widehat{A}$ là góc lớn nhất, suy ra cạnh lớn nhất là cạnh BC .

b) Tam giác ABC là tam giác cân tại A vì $\widehat{B} = \widehat{C} = 50^\circ$.

1B. Tam giác MNP có $\widehat{M} = 105^\circ, \widehat{N} = 35^\circ \Rightarrow \widehat{P} = 40^\circ$.

a) Cạnh nhỏ nhất là cạnh MP .

b) Tam giác MNP là tam giác tù tại M vì $\widehat{M} = 105^\circ$.

2A. a) Tam giác DEF có $\widehat{D} = 60^\circ, \widehat{E} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{F} = 70^\circ$

b) Vì $\widehat{E} < \widehat{D} < \widehat{F}$ nên $DF < FE < DE$.

2B. Tương tự bài 2A.

a) 75° .

b) $YZ > XY > XZ$.

3A. a) Tam giác HIK cân tại H có $\widehat{H} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{I} = \widehat{K} = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ$.

b) Từ đó suy ra $\widehat{H} < \widehat{I} = \widehat{K}$ nên $IK < HK = HI$.

3B. a) $40^\circ, 70^\circ$.

b) $AB = AC > BC$.

4A. Tam giác MPD cân tại M có số đo góc ngoài đỉnh M bằng 120°

$\Rightarrow \widehat{M} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{P} = \widehat{D} = 60^\circ$. Từ đó suy ra $MP = PD = MD$.

4B. a) Góc M và góc N có số đo là 20° . Suy ra, góc H có số đo là 140° .

b) $MN > HM = HN$.

5A. Tam giác DEF có $DE = 5 \text{ cm}, DF = 6 \text{ cm}, EF = 7 \text{ cm}$ nên: $DE < DF < EF \Rightarrow \widehat{F} < \widehat{E} < \widehat{D}$.

5B. Tương tự bài 5A: $\widehat{N} > \widehat{M} > \widehat{P}$.

6A. Tam giác ABC cân tại A có $AB = 12 \text{ cm}$ nên $AC = 12 \text{ cm}$ và chu vi tam giác ABC bằng 60 cm

Suy ra $BC = 60 - (12 + 12) = 36 \text{ cm}$. Từ đó $AB = AC < BC$

$\Rightarrow \widehat{C} = \widehat{B} < \widehat{A}$ (theo quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác).

6B. Tương tự bài $\widehat{I} = \widehat{K} > \widehat{L}$.

7A. Tam giác PQR vuông tại P có $PQ = 6 \text{ cm}, PR = 8 \text{ cm}$.

Từ đó ta có $PQ < PR \Rightarrow \hat{R} < \hat{Q} < \hat{P}$ (do góc vuông là góc lớn nhất).

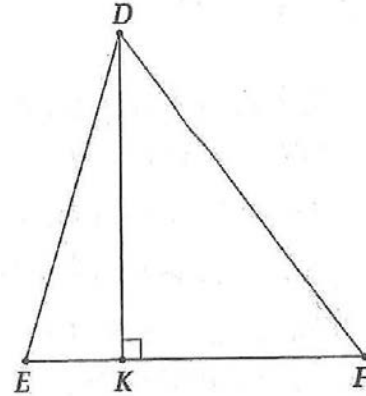
7B. Tương tự bài 7A. Đáp số: $\hat{X} < \hat{V} < \hat{U}$.

8A.

a) Vì $DE < DF \Rightarrow \hat{F} < \hat{E}$.

b) Ta có: $\widehat{EDK} + \hat{E} = \widehat{FDK} + \hat{F} = 90^\circ$.

Mà $\hat{F} < \hat{E} (cmt) \Rightarrow \widehat{EDK} < \widehat{FDK}$.

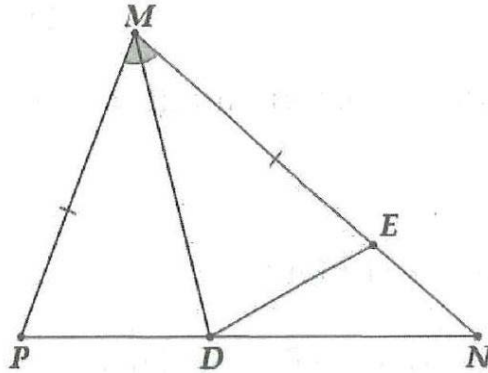


8B. a) Thứ tự các góc: $\hat{N} < \hat{P}$.

b) Góc ngoài tại đỉnh N lớn hơn góc ngoài tại đỉnh P .

9A. a) Vì tam giác MNP có $\hat{M} + \hat{N} = 130^\circ$, $\hat{M} - \hat{N} = 40^\circ$ nên suy ra

$$\hat{M} = (130 + 40) : 2 = 85^\circ, \hat{N} = 45^\circ \Rightarrow \hat{P} = 50^\circ.$$



Từ đó $\hat{N} < \hat{P} < \hat{M}$ suy ra $MP < MN < NP$.

b) Trên cạnh MN lấy điểm E sao cho $MP = ME$.

Dễ dàng chứng minh được:

$$\triangle MPD = \triangle MED \text{ (c.g.c)} \Rightarrow PD = ED; \widehat{MED} = \widehat{MPD} = 50^\circ$$

$$\text{Suy ra } \widehat{DEN} = 180^\circ - \widehat{MED} = 130^\circ.$$

Vậy tam giác EDN là tam giác tù tại E nên $DN > DE$ hay $DN > DP$.

9B. a) Vì $\hat{D} : \hat{E} : \hat{F} = 1 : 2 : 3 \Rightarrow \frac{\hat{D}}{1} = \frac{\hat{E}}{2} = \frac{\hat{F}}{3} = \frac{\hat{D} + \hat{E} + \hat{F}}{1 + 2 + 3} = 30^\circ$.

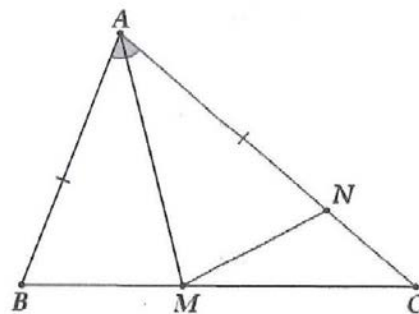
Từ đó tính được các góc của tam giác và so sánh được các cạnh của tam giác DEF :
 $EF < DF < DE$.

b) $EM > FM$.

10A.

a) Dễ dàng chứng minh được $\triangle ABM = \triangle ANM$ (c.g.c) nên $BM = MN$ (cạnh tương ứng).

b) Vì $\widehat{B} = \widehat{ANM} < 90^\circ$ nên góc $\widehat{MNC} > 90^\circ$. HS tự chứng minh được $BM < MC$.

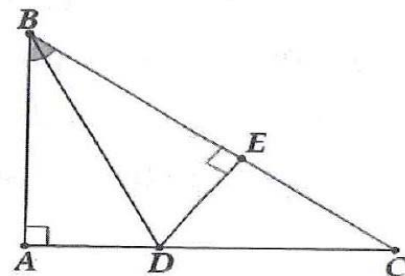


10B.

a) Dễ dàng chứng minh được $\triangle ABD = \triangle EBD$ (cạnh huyền góc nhọn) nên $AD = DE$.

b) Dễ dàng chứng minh được $DC > DE$ nên $DC > DA$.

b) $AD < DC$.



11. Tính được độ dài các cạnh tam giác ABC , suy ra $BC > AB = AC$ nên $\widehat{A} > \widehat{C} = \widehat{B}$.

12. Tương tự bài 9B. HS tự làm.

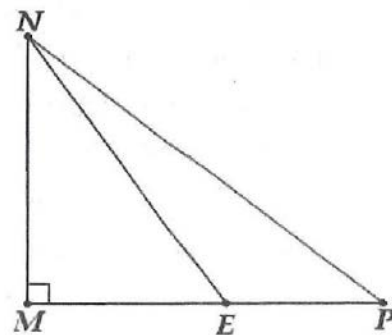
Đáp án: $\widehat{E} > \widehat{D} > \widehat{F}$ ($84^\circ > 60^\circ > 36^\circ$) nên $DF > FE > DE$.

13. a) Tam giác MNE vuông tại M nên $MN < NE$ (1).

b) Có $\widehat{NEP}$ là góc ngoài tại đỉnh E của tam giác MNE nên $\widehat{NEP} = \widehat{M} + \widehat{MNE} = 90^\circ + \widehat{MNE} > 90^\circ$ nên $\triangle NEP$ là tam giác tù tại E .

c) Vì tam giác NEP là tam giác tù tại E nên $NE < NP$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $MN < NE < NP$.



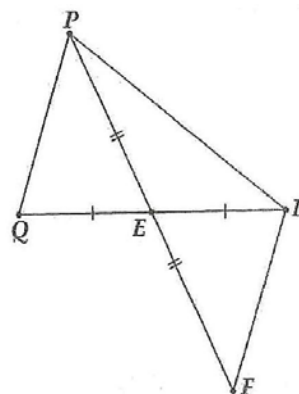
14. a) Dễ dàng chứng minh được $\triangle PQE = \triangle FRE$ (c.g.c).

b) Từ $\triangle PQE = \triangle FRE$.

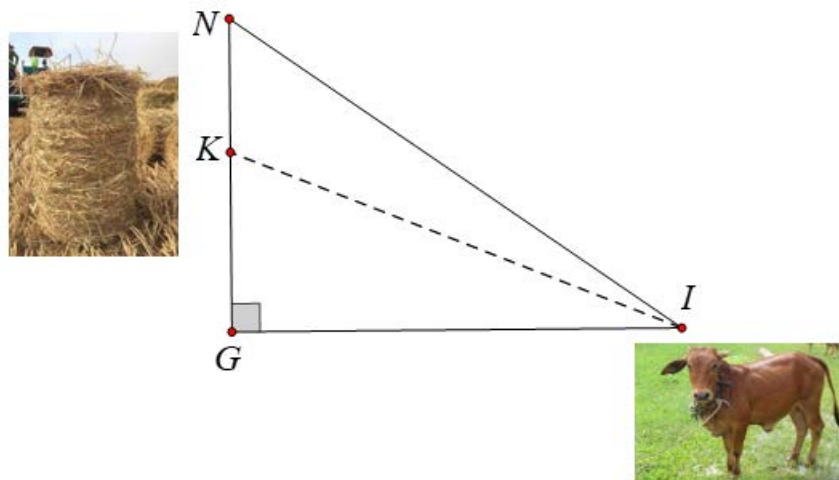
$$\Rightarrow PQ = RF; \widehat{QPE} = \widehat{RFE}$$

Mà $PQ < PR$ (gt) nên $RF < PR$

$$\Rightarrow \widehat{EPR} < \widehat{EFR} \text{ hay } \widehat{QPE} > \widehat{EPR}.$$



15. Vị trí đặt bó rơm là điểm K nằm trên cạnh GN . Khi đó tam giác KIG là tam giác vuông tại G nên $GI < IK$ hay $IK > 20m$. Vì vậy con Bò không thể với tới bó rơm đó.

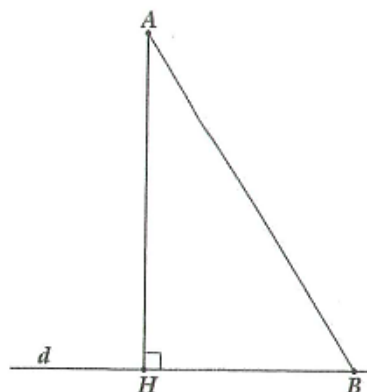


BÀI 2. QUAN HỆ ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định lý:

Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó thì đường vuông góc là đường ngắn nhất.



Chú ý:

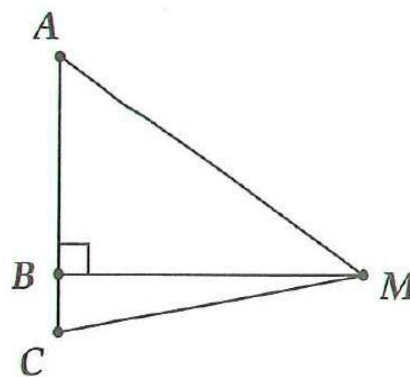
- Vì độ dài đoạn thẳng AH là ngắn nhất trong các đoạn thẳng kẻ từ A đến d nên độ dài đoạn thẳng AH được gọi là khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d .
- Khi điểm A nằm trên đường thẳng d thì khoảng cách từ A đến d bằng 0.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

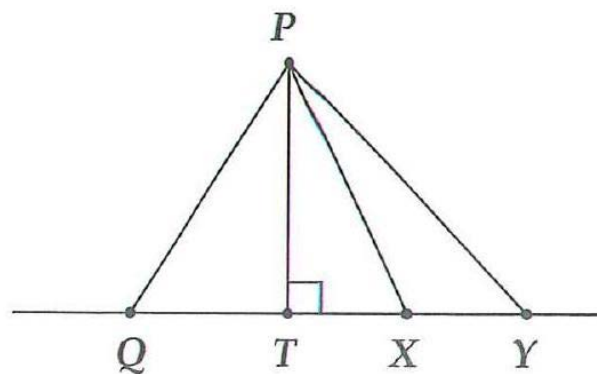
Dạng 1. Xác định các đường vuông góc, đường xiên

Phương pháp giải: Dựa vào khái niệm đường vuông góc, đường xiên.

1A. Cho hình vẽ, hãy xác định đường xiên, đường vuông góc kẻ từ điểm M đến đường thẳng AC .



1B. Cho hình vẽ, hãy xác định đường xiên, đường vuông góc kẻ từ điểm P đến đường thẳng QY .



2A. Vẽ hình theo diễn đạt sau:

- Vẽ đường thẳng a
- Vẽ điểm G không nằm trên đường thẳng a .
- Vẽ đường vuông góc GK từ điểm G đến đường thẳng a , K thuộc a .
- Vẽ các đường xiên GM, GN, GP .

2B. Vẽ hình theo diễn đạt sau:

- Vẽ các đường thẳng x, y không trùng nhau.
- Vẽ điểm D không nằm trên đường thẳng x cũng không nằm trên đường thẳng y .
- Vẽ đường vuông góc DA từ điểm D đến đường thẳng x , A thuộc x và đường vuông góc DB từ điểm D đến đường thẳng y , B thuộc y .
- Vẽ các đường xiên DM, DN kẻ từ D đến đường thẳng x và đường xiên DE kẻ từ D đến đường thẳng y .

Dạng 2. So sánh độ dài các đường xiên

Phương pháp giải: Vận dụng định lý quan hệ đường vuông góc và đường xiên.

3A. Cho tam giác ABC vuông tại A . Trên tia đối của BA lấy hai điểm M và N sao cho M nằm giữa B và N .

- So sánh CM và CN .
- Sắp xếp các đoạn thẳng CA, CB, CM, CN theo thứ tự độ dài giảm dần.

3B. Cho tam giác MNP vuông tại M . Trên cạnh MN lấy hai điểm A và B sao cho $MA < MB$.

- So sánh PA và PB .
- Sắp xếp các đoạn thẳng PN, PM, PB, PA theo thứ tự độ dài tăng dần.

4A. Cho tam giác DEF vuông tại D . Trên tia đối của các tia ED và FD lần lượt lấy điểm P và Q .

- Chứng minh $PF < PQ$.
- Chứng minh $EF < PQ$.

4B. Cho tam giác TAB vuông tại T . Trên cạnh AT lấy điểm U , trên cạnh TB lấy điểm V .

- Chứng minh $AB > AV$.
- Chứng minh $AB > UV$.

5A. Cho tam giác XYZ có $\widehat{X} > \widehat{Y}$. Kẻ ZH vuông góc với XY .

- So sánh ZX và ZY .
- Trong 3 đoạn thẳng ZX, ZH, ZY thì đoạn thẳng ngắn nhất là đoạn thẳng nào?

5B. Cho tam giác GHI có $\widehat{GHI} < \widehat{GIH}$. Kẻ GK vuông góc với HI .

a) So sánh GH và GI .

b) Trong 3 đoạn thẳng GK , GI , GH đoạn thẳng ngắn nhất là đoạn thẳng nào, đoạn thẳng dài nhất là đoạn nào?

6A. Cho tam giác ABC vuông tại A . Trên tia đối của BA lấy điểm D .

a) So sánh CB và CD .

b) Lấy điểm E trên cạnh AC . Chứng minh $BE < DC$.

6B. Cho tam giác DEM vuông tại D . Trên cạnh MD lấy điểm F .

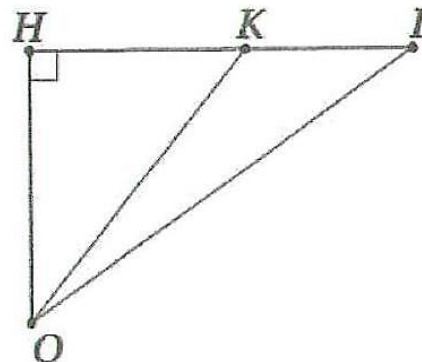
a) So sánh EF và EM .

b) Lấy điểm N trên cạnh DE . Chứng minh $EM > NF$.

Dạng 3. Toán có nội dung thực tế

Phương pháp: Vận dụng định lý về quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác, định lý về đường vuông góc và đường xiên.

7A. Bạn Mai tập bơi. Đường bơi ngày thứ nhất, ngày thứ hai, ngày thứ ba của Mai lần lượt là các đoạn OH , OK , OI . Hỏi Mai có đạt mục tiêu đề ra là đường bơi ngày bơi hôm sau dài hơn ngày bơi hôm trước không (biết thời gian bơi của các ngày là như nhau)?



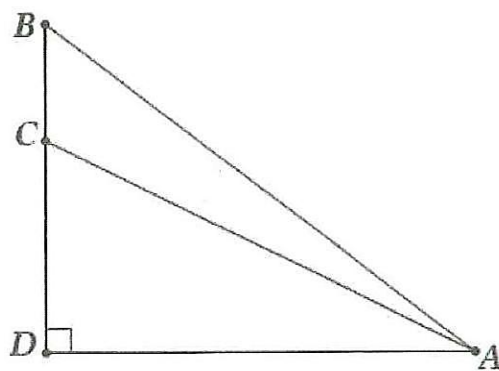
7B. Bạn Liên chuẩn bị cho kỳ thi chạy ngắn ở trường bằng cách tập chạy và được kết quả như sau:

Ngày thứ nhất Liên chạy được quãng đường AB .

Ngày thứ hai Liên chạy được quãng đường AC .

Ngày thứ ba Liên chạy được quãng đường AD .

Biết các quãng đường Liên chạy được trong ba ngày đều được đo trong thời gian là 15 phút. Theo em, kết quả luyện tập đó của Liên có đạt mục tiêu đề ra là quãng đường hôm sau phải dài hơn quãng đường hôm trước chưa?



III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

8. Cho tam giác ABC có góc B là góc tù. Trên cạnh BC lấy điểm D . Chứng minh rằng $AB < AD < AC$.

9. Cho tam giác DEF vuông tại D . Trên cạnh DE và DF lần lượt lấy 2 điểm P và Q .

a) Chứng minh rằng $PD < PQ$.

b) Chứng minh rằng $PQ < PF$.

c) Chứng minh rằng $PF < EF$.

d) Hãy sắp xếp các đoạn FP, FE, QP và DP theo thứ tự độ dài giảm dần.

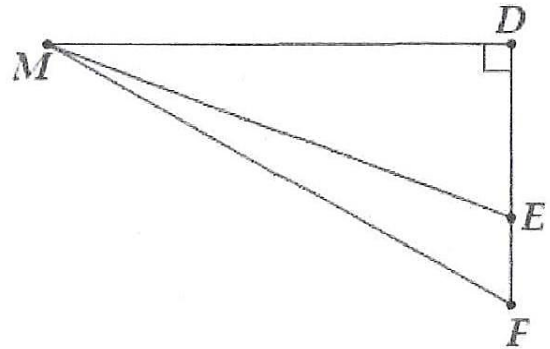
10. Cho tam giác MNP nhọn. Gọi ME là đường vuông góc kẻ từ điểm M đến cạnh NP .

a) So sánh EN và NM

b) Chứng minh rằng $NP < NM + MP$.

11. Cho tam giác HIK , vẽ HM vuông góc với IK (M thuộc đoạn IK). Gọi D là điểm nằm giữa H và M , E là điểm nằm giữa I và M , N là điểm nằm giữa M và K . Chứng minh rằng chu vi tam giác DEN nhỏ hơn chu vi tam giác HIK .

12. Nhà A - Lùng muốn đào một cái giếng khoan để dùng. Sau khi thăm dò thì vị trí D, E, F là những vị trí thuận lợi nhất để đào giếng (có mạch nước). Nếu nhà A - Lùng ở vị trí M thì nên đào giếng ở đâu để khoảng cách từ nhà đến giếng là gần nhất?



13. Cho tam giác ABC có góc A là góc tù. Kẻ BD vuông góc với AC tại D , kẻ CE vuông góc với AB tại E .

a) So sánh độ dài các đoạn thẳng BA, BC, BD .

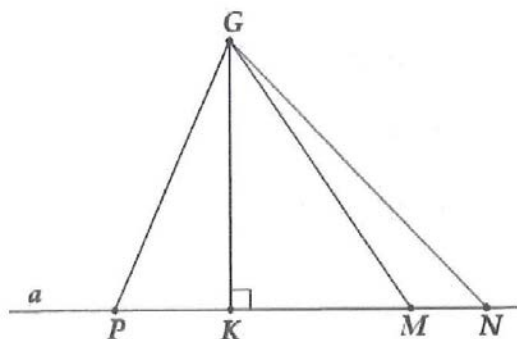
b) Chứng minh: $BC > DE$.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. Đường vuông góc là MB , đường xiên là MA và MC .

1B. Đường xiên PQ, PX, PY và đường vuông góc PT kẻ từ P đến đường thẳng XY .

2A. Hình vẽ:



2B. Tương tự bài 2A.

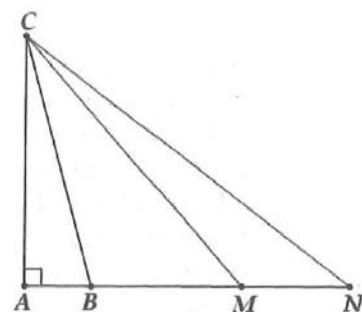
3A. a) Chứng minh được tam giác CMN là tam giác tù tại M nên cạnh CN là cạnh lớn nhất. Do đó $CM < CN$.

b) Ta có tam giác CAB vuông tại A nên $CA < CB$.

Chứng minh được tam giác CBM tù tại B nên $CB < CM$.

Lại có $CM < CN$.

Vậy $CN > CM > CB > CA$.



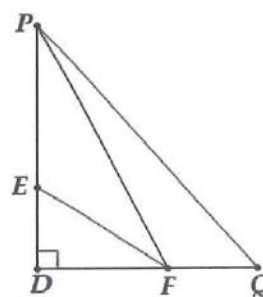
3B. a) $PA < PB$. b) $PM < PA < PB < PN$.

4B. a) Dễ dàng chứng minh được

tam giác PFQ tù tại F nên $PF < PQ$.

b) Chứng minh tương tự câu a,

được $FE < FP$. Mà $PF < PQ$ nên $EF < PQ$.



4B. Tương tự bài 4A.

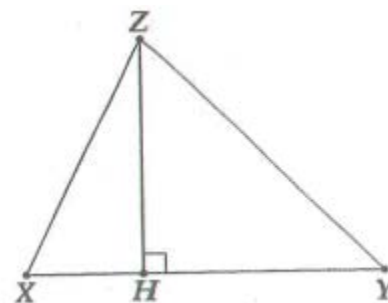
5A. a) Vì $\widehat{X} > \widehat{Y}$ nên $ZY > ZX$ (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác).

b) Trong 3 đoạn thẳng ZX, ZH, ZY thì đoạn thẳng ngắn nhất là đường vuông góc ZH .

c) Ta dễ dàng chứng minh được $ZH < ZX < ZY$.

5B. a) $GH > GI$

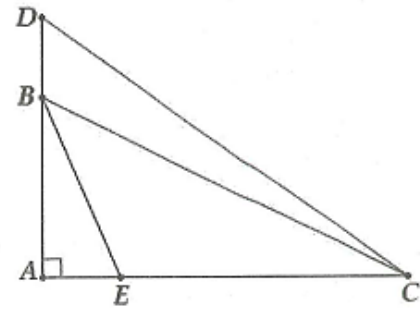
b) GK ngắn nhất, GH dài nhất.



6A.

a) Dễ dàng chứng minh tam
giác CBD là tam giác tù tại B
nên $CB < CD$.

b) Dễ dàng chứng minh
 $BE < BC$ nên $BE < DC$.



6B. Tương tự bài 6A. a) $EF < EM$.

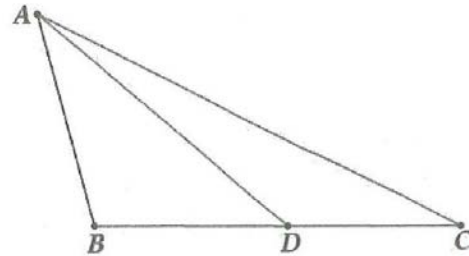
b) HS tự chứng minh.

7A. Vì $OH < OK < OI$ nên bạn Mai có đạt mục tiêu đề ra.

7B. Tương tự bài 7A. Chưa, vì $AB > AC > AD$.

8.

Dễ dàng chứng minh được $AB < AD < AC$.



9. Tương tự bài 6A.

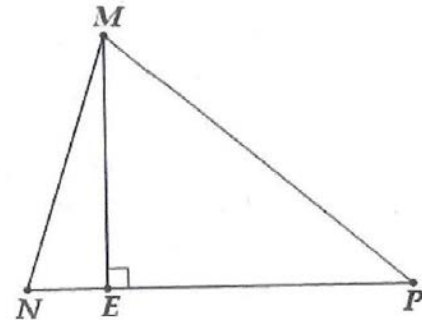
10. a) Dễ dàng chứng minh được $EN < NM$ (1)

b) Tương tự câu a, chứng minh được $EP < MP$ (2)

Từ (1), (2) suy ra

$$EN + EP < NM + MP.$$

$$\text{Hay } NP < NM + MP.$$



11. Chứng minh được $DN < DK < KH$

$$\text{hay } DN < HK \text{ (1).}$$

$$\text{Chứng minh được } DE < DI < IH$$

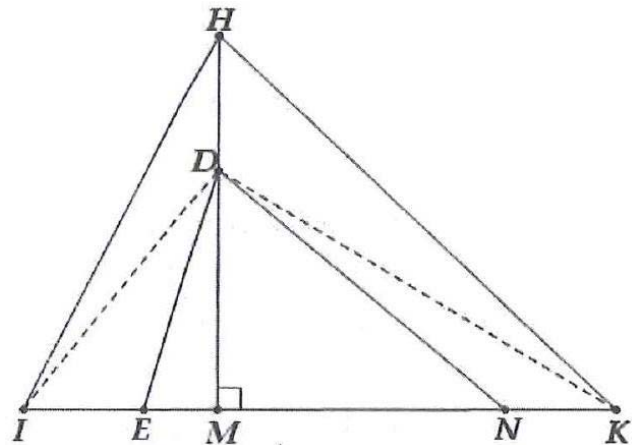
$$\text{hay } DE < IH \text{ (2).}$$

$$\text{Chứng minh được: } EN < IK \text{ (3).}$$

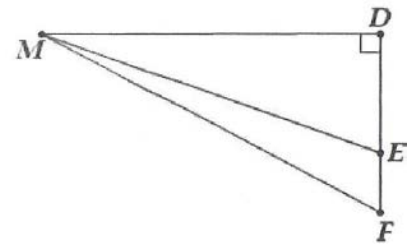
Từ (1), (2), (3) suy ra

$$DN + DE + EN < HK + IH + IK.$$

Hay chu vi tam giác DEN nhỏ hơn
chu vi tam giác HIK .



12. Nhà A - Lùng nên đặt giếng tại vị trí D để khoảng cách từ nhà đến giếng là ngắn nhất.



13. a) Vì tam giác BAD vuông tại D (gt) nên $BD < BA$ (1).

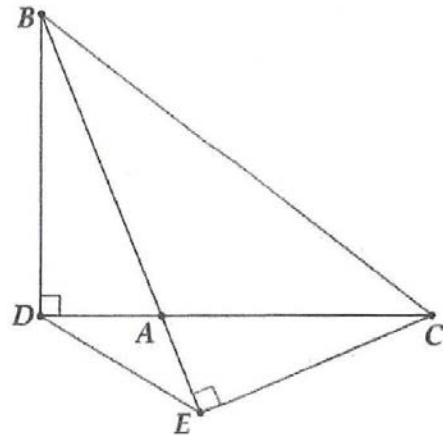
Tại có tam giác ABC tù tại A (gt) nên $BA < BC$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $BD < BA < BC$.

b) Ta có tam giác AEC vuông tại E (gt), mà A thuộc đoạn DC nên góc DEC là góc tù.

Do đó $DE < DC$ (3) mà $DC < BC$ (vì tam giác BDC vuông tại D) (4).

Từ (3), (4) suy ra $DE < BC$.



BÀI 3. QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định lý: Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bất kỳ luôn nhỏ hơn tổng độ dài hai cạnh còn lại.

Tính chất: Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bất kỳ luôn lớn hơn hiệu độ dài hai cạnh còn lại.

Nhận xét: Nếu kí hiệu a, b, c là độ dài ba cạnh tùy ý của một tam giác thì: $b - c < a < b + c$.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN.

Dạng 1. Nhận biết ba độ dài có phải là ba cạnh của một tam giác hay không

Phương pháp giải: Để kiểm tra ba độ dài có phải là độ dài ba cạnh của một tam giác hay không, ta chỉ cần so sánh độ dài lớn nhất có nhỏ hơn tổng hai độ dài còn lại hoặc độ dài nhỏ nhất có lớn hơn hiệu hai độ dài còn lại hay không.

1A. Cho các bộ ba đoạn thẳng có độ dài như sau:

- a) 6cm, 8cm, 10cm .
- b) 12dm, 4dm, 19dm .
- c) 23m, 4m, 27m .

Hỏi bộ ba nào không thể là độ dài ba cạnh của một tam giác? Vì sao? Với mỗi bộ ba còn lại, hãy vẽ một tam giác có độ dài ba cạnh được cho trong bộ ba đó.

1B. Cho các bộ ba đoạn thẳng có độ dài như sau:

- a) 4cm, 5cm, 6cm .
- b) 2dm, 14dm, 16dm .
- c) 22m, 4m, 27m .

Hỏi bộ ba nào không thể là độ dài ba cạnh của một tam giác? Vì sao? Với mỗi bộ ba còn lại, hãy vẽ một tam giác có độ dài ba cạnh được cho trong bộ ba đó.

Dạng 2. Tìm độ dài một cạnh của một tam giác khi biết độ dài của hai cạnh còn lại.

Phương pháp giải: Vận dụng điều kiện của bài toán và bất đẳng thức tam giác để giải.

2A. Độ dài hai cạnh của một tam giác bằng 9 cm và 1 cm . Tính độ dài của cạnh còn lại biết rằng độ dài đó là một số nguyên (cm) . Khi đó tam giác với độ dài các cạnh đã biết là tam giác gì?

2B. Độ dài hai cạnh của một tam giác bằng 5 cm và 2 cm . Tính độ dài của cạnh còn lại biết rằng độ dài đó là một số nguyên lẻ (cm) . Khi đó tam giác với độ dài các cạnh đã biết là tam giác gì?

3A. Cho tam giác ABC có $AB = 2$ cm, $BC = 8$ cm và BC là cạnh lớn nhất. Hãy tìm độ dài cạnh AC biết rằng đó là một số nguyên (cm).

3B. Cho tam giác XYZ có $XY = 3$ cm, $YZ = 12$ cm và YZ là cạnh lớn nhất. Hãy tìm độ dài cạnh XZ biết rằng đó là một số nguyên chẵn (cm).

4A. Cho tam giác DEF cân tại D có độ dài hai cạnh là 12 cm và 5 cm. Tìm độ dài cạnh còn lại.

4B. Cho tam giác MNP cân tại P có độ dài hai cạnh là 6 cm và 9 cm. Tìm độ dài cạnh còn lại.

Dạng 3. Tính chu vi của tam giác cân

Phương pháp giải: Vận dụng định nghĩa của tam giác cân (hai cạnh bên bằng nhau) và bất đẳng thức của tam giác để tìm cạnh còn lại, từ đó tính chu vi của tam giác (bằng tổng độ dài ba cạnh của tam giác).

5A. Tính chu vi của tam giác cân ABC , biết:

a) $AB = 14$ cm, $AC = 6$ cm.

b) $AB = 5$ cm, $AC = 8$ cm.

5B. Tính chu vi của tam giác cân GHI biết:

a) $GH = 23$ cm, $HI = 11$ cm.

b) $GH = 15$ cm, $HI = 31$ cm.

6A. Tính chu vi của một tam giác cân biết độ dài hai cạnh của nó là 7,5 cm và 3,5 cm.

6B. Biết chu vi của một tam giác cân bằng 55,7 cm và độ dài một cạnh của nó bằng 11,2 cm. Tính độ dài các cạnh còn lại của tam giác cân đó.

Dạng 4. Chứng minh các bất đẳng thức về độ dài.

Phương pháp giải:

- Sử dụng bất đẳng thức của một tam giác nếu kí hiệu a, b, c là độ dài ba cạnh tùy ý của một tam giác thì: $b - c < a < b + c$.

- Sử dụng các phép biến đổi:

+ Cộng vào cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số:

$$a > b \Rightarrow a + c > b + c$$

+ Cộng từng vế của hai bất đẳng thức cùng chiều:

$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ c > d \end{array} \right\} \Rightarrow a + c > b + d$$

7A. Cho tam giác BAC có $AB = x$, $AC = y$ ($x > y$). Dựa vào bất đẳng thức tam giác, hãy chứng

minh rằng chu vi của tam giác ABC lớn hơn $2x$ nhưng nhỏ hơn $2(x + y)$.

7B. Cho tam giác MNP có $MN = u, NP = v (u > v)$. Dựa vào bất đẳng thức tam giác, hãy chứng minh rằng chu vi của tam giác MNP lớn hơn $2u$ nhưng nhỏ hơn $2(u + v)$.

8A. Cho tam giác MNP , trên cạnh NP lấy điểm E khác N và P .

a) So sánh ME với $MN + NE$.

b) Chứng minh $ME + EP < MN + NP$.

c) Lấy điểm F thuộc đoạn ME .

Chứng minh rằng $FM + FP < EM + EP$.

Từ đó suy ra $FM + FP < MN + NP$.

8B. Cho tam giác DEF , trên cạnh EF lấy điểm H (khác E và F).

a) So sánh $DE + EH$ với DH .

b) Chứng minh $DE + EF > DH + HF$.

c) Lấy điểm I thuộc đoạn DH .

Chứng minh rằng $HD + HF > ID + IF$.

Từ đó suy ra $DE + EF > ID + IF$.

9A. Cho tam giác ABC . Trên cạnh BC lấy điểm D (khác B và C).

a) Chứng minh $AB + BD > AD$.

b) So sánh $2AD$ với $AB + AC + BC$.

c) Chứng minh rằng AD nhỏ hơn nửa chu vi tam giác ABC .

9B. Cho tam giác XYZ . Trên cạnh YZ lấy điểm M (khác Y và Z).

a) Chứng minh $XY + YM > XM$.

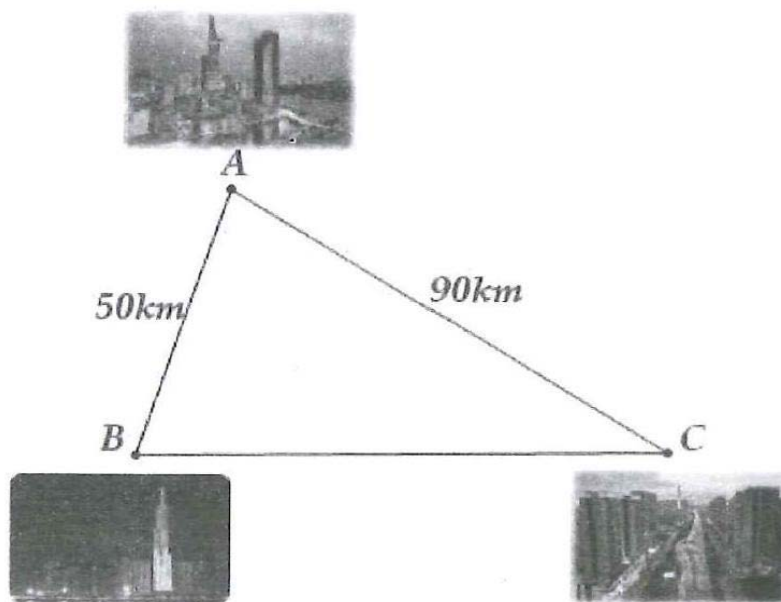
b) So sánh $XY + YZ + ZX$ với $2XM$.

c) Chứng minh rằng nửa chu vi tam giác XYZ lớn hơn XM .

Dạng 5. Bài toán có nội dung thực tế

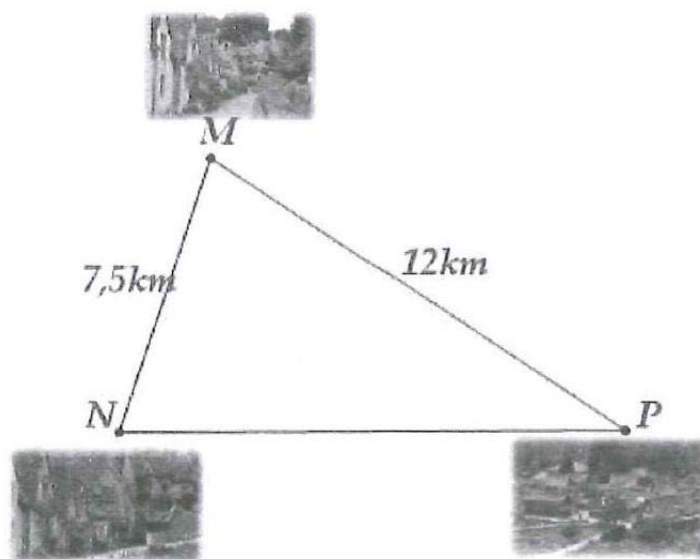
Phương pháp giải: Vận dụng bất đẳng thức tam giác để giải.

10A. Ba thành phố A, B, C trên bản đồ là ba đỉnh của một tam giác trong đó $AB = 50$ km, $AC = 90$ km.



- a) Nếu đặt ở B máy Truyền phát tín hiệu có bán kính hoạt động bằng 50 km thì ở thành phố C có nhận được tín hiệu không? Vì sao?
- b) Nếu đặt ở B máy truyền phát tín hiệu có bán kính hoạt động bằng 150 km thì ở thành phố C có nhận được tín hiệu không? Vì sao?

10B. Ba ngôi làng M, N, P trên bản đồ là ba đỉnh của một tam giác trong đó $MN = 7,5\text{ km}, MP = 12\text{ km}$.



- a) Nếu đặt ở N máy phát sóng có bán kính hoạt động bằng 4 km thì ở thành phố P có nhận được tín hiệu không? Vì sao?
- b) Nếu đặt ở N máy phát sóng có bán kính hoạt động bằng 15 km thì ở thành phố P có nhận được tín hiệu không? Vì sao?

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

11. Dựa vào bất đẳng thức tam giác, hãy kiểm tra xem bộ ba đoạn thẳng có độ dài dưới đây có thể tạo thành một tam giác hay không?

a) 5 cm, 12 cm, 13 cm.

b) 5 cm, 11 cm, 5 cm.

c) 7 cm, 9 cm, 16 cm.

12. Chu vi của một tam giác cân là 57 cm, một cạnh dài 17 cm. Tính độ dài hai cạnh còn lại của tam giác đó.

13. Cho tam giác MNP và điểm O nằm trong tam giác đó.

Chứng minh rằng $OM + OP < NM + NP$.

14. Cho tam giác DEF . Gọi I là trung điểm của cạnh EF .

Chứng minh rằng $ID < \frac{DE + DF}{2}$.

15. Cho tam giác GHK có $GH > GK$, tia phân giác của góc G cắt cạnh HK tại M . Gọi N là điểm nằm giữa G và M . Chứng minh $GH - GK > NH - NK$.

16. Ba trạm biển áp tạo thành tam giác có các đỉnh là A, B, C .

Biết $AB = 4$ km, $AC = 10$ km.

a) Tính BC biết BC là số nguyên nhỏ nhất (km).

b) Bạn Mai tính rằng tổng đường dây điện nối giữa các trạm biển áp là 21 000m. Hỏi bạn Mai tính đúng không?

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) 6 cm, 8 cm, 10 cm là độ dài ba cạnh của một tam giác (vì $6 > 10 - 8$ hoặc $10 < 6 + 8$)

b) 12dm, 4dm, 19dm không là độ dài ba cạnh của một tam giác (vì $4 < 19 - 12$ hoặc $19 > 12 + 4$).

c) 23m, 4m, 27m không là độ dài ba cạnh của một tam giác (vì $23 + 4 = 27$).

1B. Tương tự bài 1A. HS tự làm.

2A. Gọi độ dài cạnh còn lại của tam giác là x , khi đó thêm bất đẳng thức tam giác ta có:
 $9 - 1 < x < 9 + 1$. Suy ra $x = 9$.

Vậy độ dài cạnh còn lại của tam giác là 9 cm. Khi đó tam giác là tam giác cân.

2B. Tương tự bài 2B. HS tự làm.

3A. Vì BC là cạnh lớn nhất, mà $BC = 8$ cm nên $AC < 8$ cm.

Mặt khác $AC > BC - AB = 8 - 2 = 6$ cm.

Vậy $AC = 7$ cm.

3B. Tương tự bài 3A. HS tự làm.

4A. Vì tam giác DEF cân tại D có độ dài hai cạnh là 12 cm và 5 cm.

Trường hợp 1: $DE = DF = 12$ cm, suy ra $EF = 5$ cm.

Khi đó $DE - DF < EF < DE + DF$ ($12 - 12 < 5 < 12 + 12$) thoả mãn.

Trường hợp 2: $DE = DF = 5$ cm suy ra $EF = 12$ cm, Khi đó $EF - DE > DF$ ($12 - 5 > 5$) nên không thoả mãn.

Vậy cạnh còn lại của tam giác là 12 cm.

4B. Tương tự bài 4A. HS tự làm.

5A. a) Vì tam giác ABC cân, tương tự bài 4A tìm được $BC = 14$ cm. Khi đó chu vi tam giác ABC là $14 + 14 + 6 = 34$ (cm).

b) Vì tam giác ABC cân, tương tự bài 4A tìm được $BC = 5$ cm hoặc $BC = 8$ cm.

Trường hợp 1: $BC = 5$ cm

Chu vi tam giác ABC là: $5 + 5 + 8 = 18$ (cm)

Trường hợp 2: $BC = 8$ cm

Chu vi tam giác ABC là: $5 + 8 + 8 = 21$ (cm).

5B. Tương tự bài 5A. HS tự làm.

6A. Tương tự bài 5A. HS tự làm.

6B. Xét trường hợp 1: Nếu cạnh bên của tam giác cân bằng 11,2cm.

Vì chu vi của tam giác cân bằng 55,7 cm nên độ dài cạnh đáy của tam giác cân là:

$$55,7 - 11,2 \cdot 2 = 33,3(\text{cm}).$$

Điều này là vô lý vì theo bất đẳng thức tam giác ta có:

$$11,2 + 11,2 = 22,4 < 33,4.$$

Xét trường hợp 2: Nếu cạnh đáy của tam giác cân bằng 11,2cm.

Vì chu vi của tam giác cân bằng 55,7 cm nên độ dài cạnh bên của tam giác cân là:

$$(55,7 - 11,2) : 2 = 22,25(\text{cm})$$

Vậy độ dài 2 cạnh còn lại của tam giác cân là 22,25 cm .

7A. Áp dụng bất đẳng thức tam giác ta có: $AB - AC < BC < AB + AC$

Suy ra $AB - AC + AB + AC < BC + AB + AC < AB + AC + AB + AC$.

Suy ra $2AB < AB + AC + BC < 2(AB + AC)$.

Suy ra $2x < AB + AC + BC < 2(x + y)$.

Vậy chu vi của tam giác ABC lớn hơn $2x$ nhưng nhỏ hơn $2(x + y)$.

7B. Tương tự bài 7A. HS tự làm.

8A. a) $ME < MN + NE$

(bất đẳng thức tam giác MNE).

b) Từ câu a, ta có:

$$ME < MN + NE$$

$$\Rightarrow ME + EP < MN + NE + EP$$

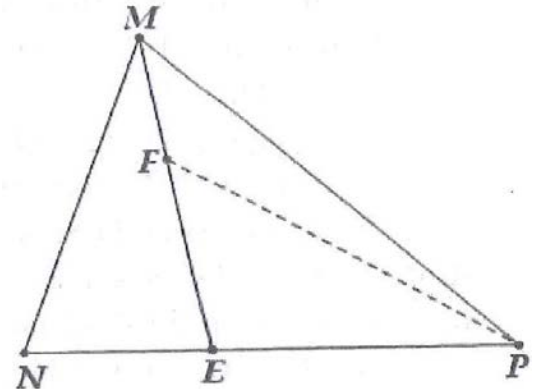
$$\Rightarrow ME + EP < MN + NP . (\text{đpcm})$$

c) Tương tự câu a,

$$\text{ta có } FP < FE + EP$$

$$\Rightarrow FP + MF < FE + EP + MF = ME + EP$$

Mà theo câu b, ta có $ME + EP < MN + NP$ nên suy ra $FP + FM < MN + NP$.



8B. Tương tự 8A. HS tự làm

9A. a) $AB + BD > AD$ (bất đẳng thức tam giác ABD).

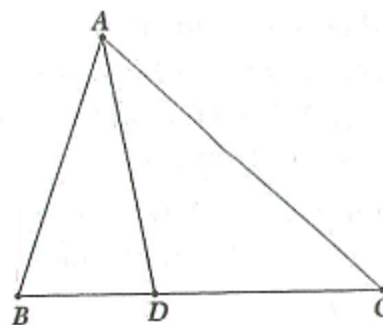
b) Ta có: $AC + CD > AD$ (bất đẳng thức tam giác ADC).

Kết hợp với câu a, ta có $AB + BD + AC + CD > AD + AD$
hay $AB + BC + AC > 2AD$.

c) Từ câu b suy ra

$$AD < \frac{AB + AC + BC}{2}$$

hay AD nhỏ hơn nửa chu vi tam giác ABC .



9B. Tương tự bài 9A. HS tự làm.

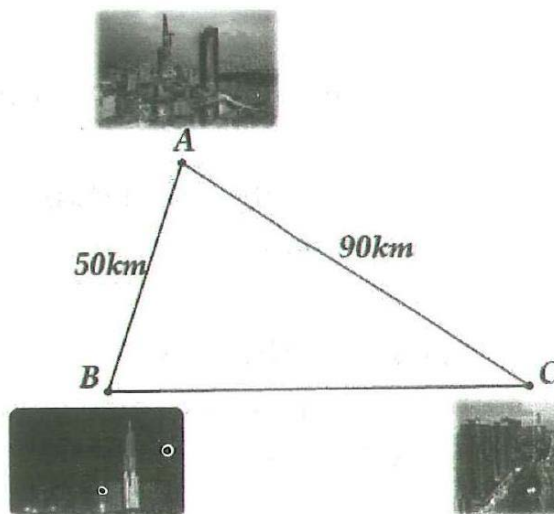
10A. a) Vì A, B, C là ba đỉnh của một tam giác nên

$$AC - AB < BC < AB + AC$$

hay $40 < BC < 140$. Vậy nên:

Nếu đặt ở B máy truyền phát tín hiệu có bán kính hoạt động bằng 50 km thì ở thành phố C có thể nhận được tín hiệu nếu $BC < 50$ km hoặc không nhận được nếu $BC > 50$ km.

b) Nếu đặt ở B máy truyền phát tín hiệu có bán kính hoạt động bằng 150 km thì ở thành phố C nhận được tín hiệu vì $CB < 140 \text{ km} < 150 \text{ km}$.



10B. Tương tự bài 10A. HS tự làm.

11. Tương tự bài 1A. HS tự làm.

12. Tương tự bài 2A. HS tự làm.

13. Gọi giao điểm của MO với NP là E .

Ta có: $OP < OE + EP$

(bất đẳng thức tam giác OPE)

Suy ra $OP + OM < OE + EP + OM$

hay $OP + OM < ME + EP$ (1).

Ta lại có $ME < MN + NE$

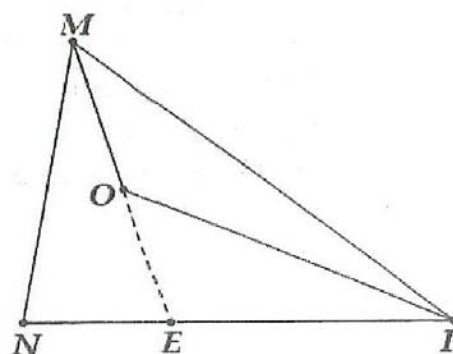
(bất đẳng thức tam giác MNE)

Suy ra $ME + EP < MN + NE + EP$

hay $ME + EP < MN + NP$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra

$OP + OM < MN + NP$.



14. Trên tia đối của ID lấy điểm K sao cho $ID = IK$.

Dễ dàng chứng minh được

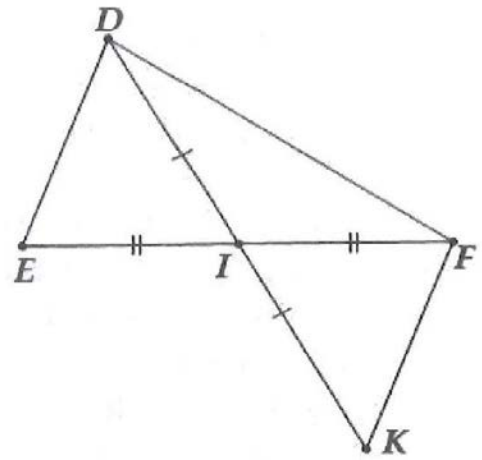
$$\triangle DIE = \triangle KIF \text{ (c.g.c)}$$

suy ra $ED = FK$.

Ta có $DK < DF + FK$

hay $2DI < DF + DE$.

$$\text{Vậy } ID < \frac{DE + DF}{2}.$$



15. Trên cạnh GH lấy điểm I sao cho

$$GK = GI.$$

Dễ dàng chứng minh được

$$\triangle GKN = \triangle GIN \text{ (c.g.c)}$$

suy ra $NK = NI$.

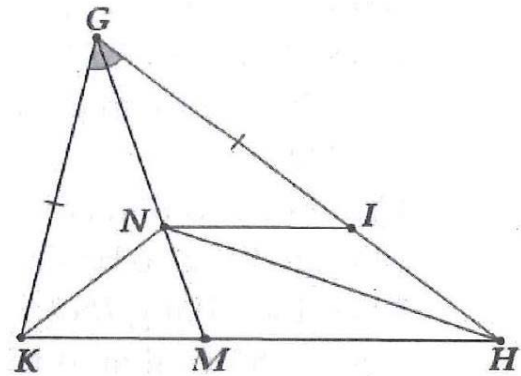
Ta có $IH > NH - NI$

(bất đẳng thức tam giác INH).

Hay $GH - GI > NH - NI$

Suy ra $GH - GK > NH - NK$

(vì $GI = GK, NI = NK$).



16. a) Ta có $AC - AB < BC < AB + AC$

(bất đẳng thức tam giác ABC)

Hay $6 \text{ km} < BC < 14 \text{ km}$.

Vì BC là số nguyên nhỏ nhất nên $BC = 7 \text{ km}$.

b) Chu vi tam giác ABC là $4 + 10 + 7 = 21(\text{km}) = 21000(\text{m})$.

Vậy bạn Mai tính đúng.

BÀI 4. SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN, BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG MỘT TAM GIÁC.

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Sự đồng quy của ba đường trung tuyến trong một tam giác.

a) Định nghĩa đường trung tuyến:

• Đoạn thẳng AM nối đỉnh A của tam giác ABC với trung điểm M của cạnh BC gọi là **đường trung tuyến** (xuất phát từ đỉnh A hoặc ứng với cạnh BC) của tam giác ABC .

• Mỗi tam giác có ba đường trung tuyến.

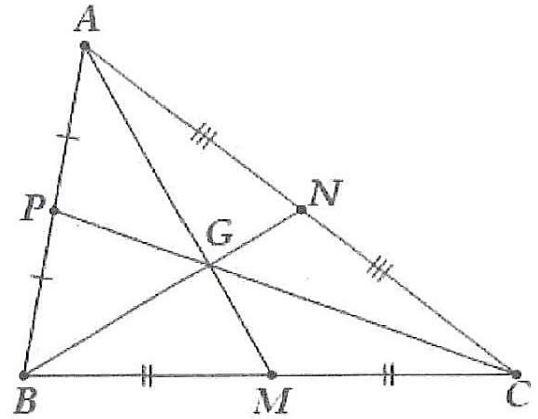
b) Tính chất:

• Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm (hay đồng quy tại một điểm).

• Chú ý: Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.

Điểm đồng quy của ba đường trung tuyến gọi là trọng tâm của tam giác.

• Trong hình vẽ trên, tam giác ABC có ba đường trung tuyến AM , BN , CP đồng quy tại trọng tâm G , ta có: $\frac{GA}{AM} = \frac{GB}{BN} = \frac{GC}{CP} = \frac{2}{3}$.



2. Sự đồng quy của ba đường phân giác trong tam giác.

a) Định nghĩa đường phân giác:

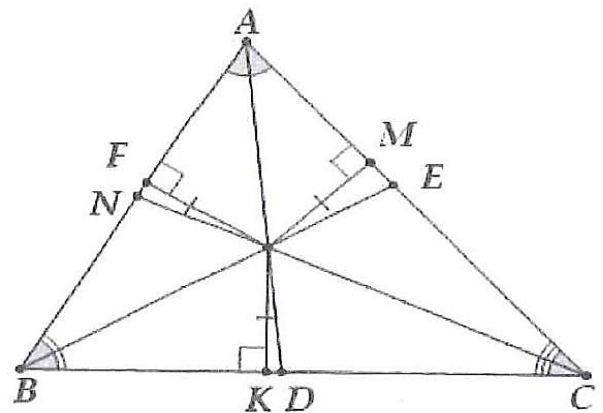
• Trong tam giác ABC , tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại điểm D thì đoạn thẳng AD được gọi là đường phân giác (xuất phát từ đỉnh A) của tam giác ABC .

• Mỗi tam giác có ba đường phân giác.

b) Tính chất:

• Ba đường phân giác của một tam giác đồng quy tại một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó.

• Trên hình vẽ, tam giác ABC có ba đường phân giác AD , BE , CF đồng quy tại điểm I , ta có: $IK = IM = IN$.



II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính tỉ số độ dài các đoạn thẳng

Phương pháp giải: Vận dụng tính chất ba đường trung tuyến của tam giác.

1A. Cho hình vẽ, hãy điền vào chỗ chấm các số thích hợp để hoàn thành các đẳng thức sau.

a) $GA = \dots AM$;

$GM = \dots AM$;

$GM = \dots GA$.

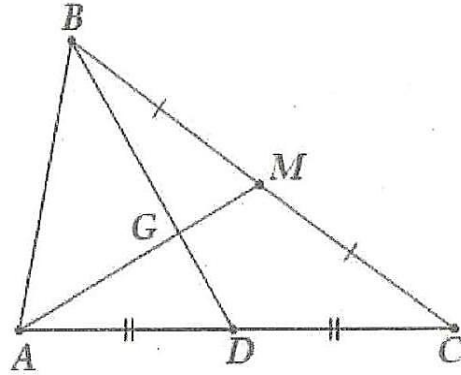
b) $GB = \dots BD$;

$GD = \dots BD$;

$GD = \dots GB$.

c) $BD = \dots BG$;

$AM = \dots GM$.



1B. Cho hình vẽ, hãy điền vào chỗ chấm các số thích hợp để hoàn thành các đẳng thức sau.

a) $GE = \dots EN$; $GN = \dots EN$,

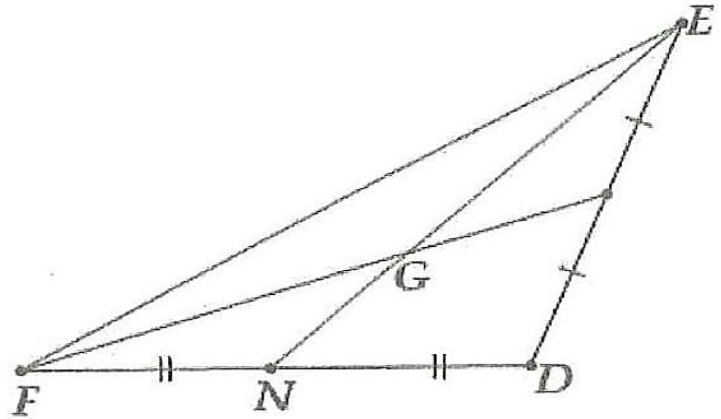
$GE = \dots GN$

b) $GF = \dots FM$.

$GM = \dots FM$.

$GM = \dots FG$.

c) $FM = \dots FG$; $EN = \dots GN$.



Dạng 2. Chứng minh mối quan hệ giữa các đoạn thẳng

Phương pháp giải: Vận dụng kiến thức về

- Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác.

- Tam giác bằng nhau.

2A. Cho tam giác DEF có ba đường trung tuyến DM, EN, FP đồng quy tại G . Trên tia đối của GD lấy điểm Q sao cho $GD = GQ$. Chứng minh rằng:

a) Các cạnh EG, GQ, QE của tam giác EGQ bằng $\frac{2}{3}$ các đường trung tuyến của tam giác DEF .

b) Các đường trung tuyến GK, EM, QH của tam giác EGQ lần lượt bằng nửa các cạnh DE, EF, FD của tam giác DEF .

2B. Cho tam giác MNP có ba đường trung tuyến MI, NK, PL đồng quy tại G . Trên tia đối của GM lấy điểm O sao cho $GO = GM$. Chứng minh rằng:

a) Các đường trung tuyến MI, NK, PL của tam giác MNP lần lượt bằng $\frac{3}{2}$ các cạnh của tam giác NGO .

b) Các cạnh MN, NP, PM của tam giác MNP lần lượt gấp hai lần các đường trung tuyến GD, NI, OE của tam giác NGO .

3A. Cho tam giác XYZ . Trên tia đối của XY lấy điểm T sao cho $XY = XT$. Trên cạnh XZ lấy điểm V sao cho $XV = \frac{1}{3}XZ$. Tia YV cắt TZ tại điểm U . Chứng minh rằng:

a) U là trung điểm của TZ .

b) XU song song với YZ .

c) $XU = \frac{1}{2}YZ$.

3B. Cho tam giác GHI . Trên tia đối của GH lấy điểm N sao cho $GH = GN$. Trên cạnh GI lấy điểm M sao cho $GI = 3GM$. Tia HM cắt NI tại điểm P . Chứng minh:

a) P là trung điểm của NI .

b) $HI = 2GP$.

c) GP song song với HI .

4A. Cho góc nhọn xAy . Từ một điểm E trên tia phân giác của góc A , kẻ các đường vuông góc EB, EC đến hai cạnh Ax, Ay .

a) So sánh EB và EC .

b) Chứng minh $AB = AC$.

4B. Cho góc mOn khác góc tù. Kẻ tia phân giác Ot của góc mOn và tia phân giác Oz của góc ngoài kề bù với góc mOn . Chứng minh:

a) Ot vuông góc với Oz .

b) Khoảng cách từ điểm A bất kỳ trên tia Oz đến hai đường tia Om và On là bằng nhau.

Dạng 3. Chứng minh một điểm là trọng tâm của một tam giác, một điểm nằm trên đường phân giác của một góc

Phương pháp giải:

- Để chứng minh một điểm là trọng tâm của một tam giác, ta có thể chứng minh theo một trong hai cách sau đây:

Cách 1. Chứng minh điểm đó là giao điểm của hai đường trung tuyến trong tam giác.

Cách 2. Chứng minh điểm đó thuộc một đường trung tuyến và thỏa mãn một trong các tỉ lệ về tính chất ba đường trung tuyến trong tam giác.

- Để chứng minh một điểm thuộc đường phân giác của một góc, ta có thể chứng minh theo một trong hai cách sau đây:

Cách 1. Chứng minh đường thẳng chứa điểm đó là đường phân giác của góc.

Cách 2. Chứng minh điểm đó cách đều hai cạnh của góc.

5A. Cho tam giác DEF . Vẽ trung tuyến EM . Trên tia EM lấy hai điểm G và N sao cho $EG = \frac{2}{3}EM$ và M là trung điểm của GN . Gọi P là trung điểm của NF , GP cắt MF tại O .

Chứng minh rằng:

a) O là trọng tâm của tam giác NGF .

b) Lấy I thuộc đoạn GF sao cho $GI = \frac{1}{3}GF$. Chứng minh rằng 3 điểm E, I, P thẳng hàng.

c) $GO = \frac{1}{3}EF$.

5B. Cho tam giác MNP . Vẽ trung tuyến NQ . Trên tia NQ lấy hai điểm G và K sao cho $NQ = \frac{3}{2}GN$ và Q là trung điểm của GK . Gọi E là trung điểm của KP , GE cắt PQ tại F . Chứng

minh rằng:

a) F là giao điểm các đường trung tuyến của tam giác KGP .

b) $NP = 3GF$.

6A. Cho tam giác ABC có hai đường phân giác BE, CF cắt nhau tại I . Chứng minh rằng I cách đều AB và AC .

6B. Cho tam giác GHI có hai đường phân giác GM, HN cắt nhau tại P . Chứng minh rằng P thuộc tia phân giác của góc GIH .

7A. Cho góc mAn khác góc bẹt. Trên tia Am lấy hai điểm D và E , trên tia An lấy hai điểm F và H sao cho $AD = AF, AE = AH$. Gọi K là giao điểm của DH và EF . Chứng minh rằng:

a) $EF = DH$.

b) Tam giác EKD và tam giác HKF bằng nhau.

c) AK là tia phân giác của góc mAn .

7B. Cho tam giác DEF cân tại D . Trên cạnh DE và DF lần lượt lấy hai điểm H và K sao cho

$DH = DK$. Gọi giao điểm của EK và FH là O . Chứng minh rằng:

- a) $EK = FH$.
- b) Tam giác HOE và tam giác KOF bằng nhau.
- c) DO vuông góc với EF .

Dạng 4. Đường trung tuyến, đường phân giác trong các tam giác đặc biệt

Phương pháp giải: Vận dụng tính chất của tam giác cân, tam giác vuông, tam giác đều và tính chất ba đường trung tuyến trong tam giác để giải bài tập.

8A. Cho tam giác đều ABC có G là trọng tâm. Chứng minh rằng $GA = GB = GC$.

8B. Cho tam giác đều DEF có O là giao điểm của hai đường trung tuyến trong tam giác. Chứng minh rằng $OD = OE = OF$.

9A. Cho tam giác ABC vuông tại A , trung tuyến AD . Chứng minh rằng $AD = \frac{1}{2}BC$.

9B. Cho tam giác MNP vuông tại M . Trên cạnh NP lấy điểm E sao cho $NP = 2ME$. Chứng minh rằng ME là trung tuyến ứng với cạnh NP .

10A. Cho tam giác GHK có đường trung tuyến GM . Biết rằng $GM = \frac{1}{2}HK$. Chứng minh rằng tam giác GHK vuông tại G .

10B. Cho tam giác XYZ có E là trung điểm của YZ sao cho $YZ = 2XE$. Chứng minh rằng tam giác XYZ vuông tại X .

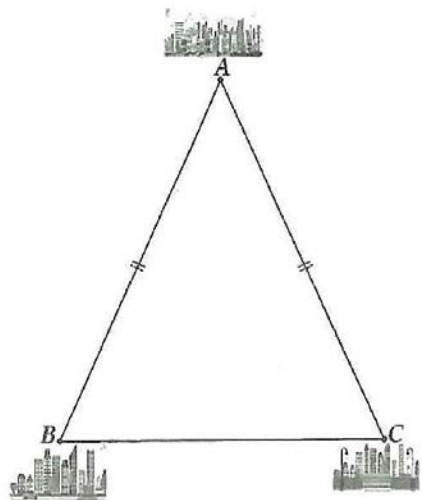
11A. Cho tam giác ABC cân tại A , có G là trọng tâm của tam giác và I là giao điểm các đường phân giác của tam giác. Chứng minh rằng ba điểm A, G, I thẳng hàng.

11B. Chứng minh rằng trong tam giác ABC , đường trung tuyến AM đồng thời là đường phân giác thì tam giác ABC là tam giác cân tại A .

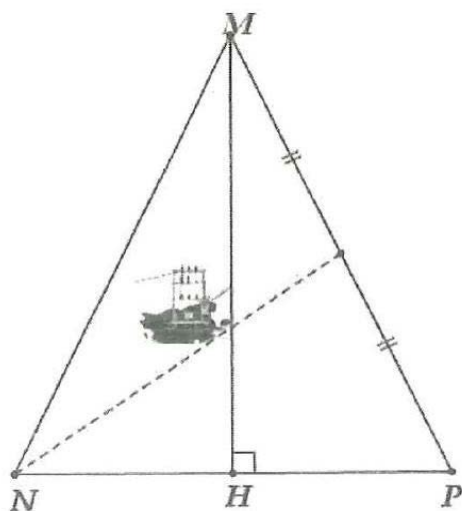
Dạng 5. Bài toán có nội dung thực tế

Phương pháp giải: Vận dụng tính chất về ba đường trung tuyến, ba đường phân giác của tam giác để giải.

12. Ba thành phố A, B, C trên bản đồ là ba đỉnh của một tam giác cân tại A có $\hat{A} = 50^\circ$. Người ta cần đặt một trạm phát sóng tại một điểm I sao cho khoảng cách từ trạm phát sóng I đến các cạnh AB, BC, CA là bằng nhau. Tính số đo góc BIC .



13. Ba địa điểm M, N, P trên bản đồ là ba đỉnh của một tam giác cân tại M . Gọi $MH = 90$ cm là khoảng cách từ M đến cạnh NP . Người ta muốn xây một trạm biến áp tại trọng tâm của tam giác MNP . Bạn Vinh tính được khoảng cách từ trạm biến áp đến điểm M là 35 cm. Hỏi bạn Vinh tính có đúng không?



III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

14. Cho tam giác MNP . Gọi I là giao điểm hai phân giác của hai góc N và M . Qua I kẻ đường thẳng song song với NP , cắt MN tại E và cắt MP tại F . Chứng minh rằng $EF = NE + PF$.

15. Cho tam giác DEF . Gọi I là giao điểm các đường phân giác trong của hai góc E và F và K là giao điểm các đường phân giác ngoài của hai góc E và F . Chứng minh rằng D, I, K thẳng hàng.

16. Cho tam giác TUV . Các tia phân giác của góc U và V cắt nhau tại O . Gọi A, B, C lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ O đến TU, TV, UV . Tia TO cắt UV tại D . Chứng minh rằng:

a) $OA = OB = OC$.

b) Góc UOC và góc DOV bằng nhau.

17. Cho tam giác DEF có $\widehat{D} = 120^\circ$. Các tia phân giác DM, FN cắt nhau tại O . Tia phân giác góc

ngoài tại đỉnh E cắt tia FD tại P . Chứng minh rằng:

- a) EO vuông góc với EP .
- b) Góc EMP và góc PMD bằng nhau.
- c) Ba điểm M, N, P thẳng hàng.

18. Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AD . Từ D kẻ DE song song với AB (E thuộc AC).

Biết $AE = ED$ và BE cắt AD tại G . Chứng minh rằng:

- a) Tam giác ABC cân tại A .
- b) G là trọng tâm của tam giác ABC .

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

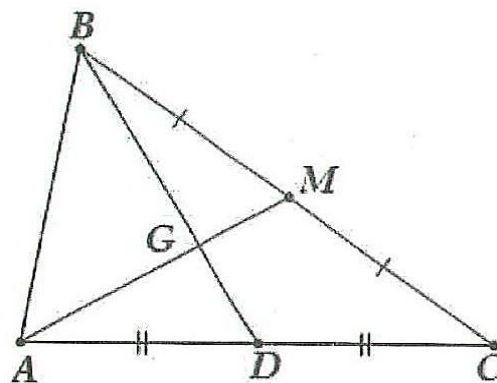
1A. a) $GA = \frac{2}{3}AM, GM = \frac{1}{3}AM$,

$$GM = \frac{1}{2}GA.$$

b) $GB = \frac{2}{3}BD, GD = \frac{1}{3}BD$.

$$GD = \frac{1}{2}GB.$$

c) $BD = \frac{3}{2}BG, AM = 3GM$.



1B. Tương tự bài 1A. HS tự làm.

2A. a) Vì ba đường trung tuyến DM, EN, FP của tam giác EDF đồng quy tại $G(gt)$ nên

$$EG = \frac{2}{3}EN, GD = \frac{2}{3}DM, GF = \frac{2}{3}FP.$$

Lại có $GD = GQ(gt)$ nên $GQ = \frac{2}{3}DM$.

Dễ dàng chứng minh

$$\triangle GMF = \triangle QME \text{ (c.g.c.)}$$

Suy ra $EQ = GF$ (cạnh tương ứng)

$$\text{Suy ra } EQ = \frac{2}{3}FP.$$

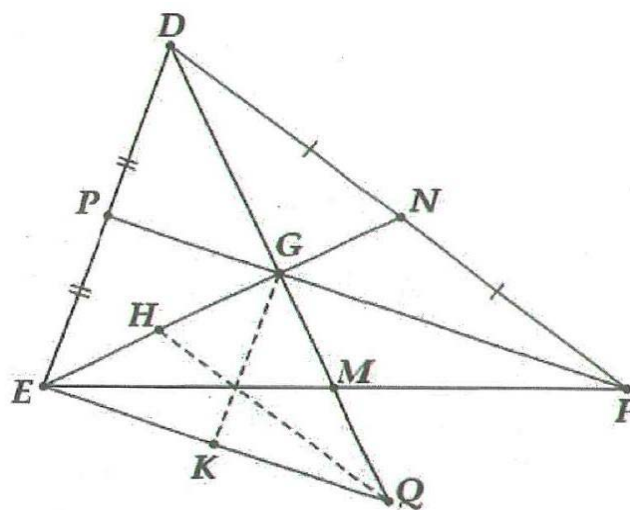
$$\text{Vậy } EG = \frac{2}{3}EN, EQ = \frac{2}{3}FP, GQ = \frac{2}{3}DM.$$

Hay các cạnh của tam giác EGQ bằng $\frac{2}{3}$ các đường trung tuyến của tam giác DEF .

b) Ta có: $EM = MF = \frac{1}{2}EF (gt) (1).$

Dễ dàng chứng minh được $\triangle DGN = \triangle QGH$ (c.g.c)

$$\text{Suy ra } QH = DN = \frac{1}{2}DF (2).$$



Từ câu a ta có $\triangle GMF = \triangle QME$ suy ra $\widehat{MGF} = \widehat{MQE}$

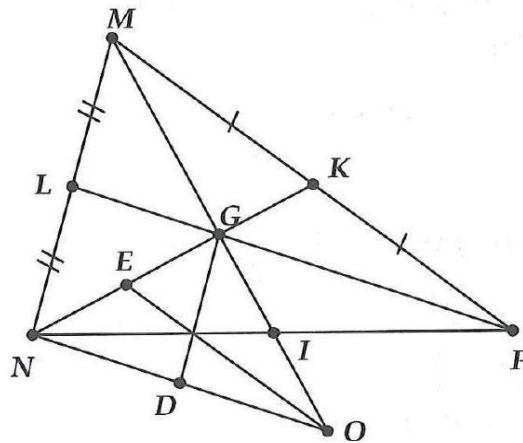
Suy ra $EQ // GF$ Hay $QE // FP$ suy ra $\widehat{PGE} = \widehat{GEK}$.

Lại có $PG = \frac{1}{2}FG = \frac{1}{2}QE = EK$.

Từ đó chứng minh được $\triangle PGE = \triangle KEG$ (c.g.c) suy ra $PE = GK = \frac{1}{2}DE$ (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra các đường trung tuyến GK, EM, GH của tam giác EGQ bằng nửa các cạnh của tam giác DEF

2B. Tương tự bài 2A. HS tự chứng minh.



3A. a) Vì $XT = XY$ (gt) nên ZX là đường trung tuyến của tam giác TYZ . Mà V thuộc ZX và $XV = \frac{1}{3} XZ$ suy ra V là trọng tâm của tam giác TYZ . Lại có V thuộc YU nên YU là đường trung tuyến của tam giác TYZ hay U là trung điểm của TZ .

b) Trên tia đối của tia UX lấy điểm K sao cho $UX = UK$.

Dễ dàng chứng minh được $\triangle TXU = \triangle ZKU$ (c.g.c)

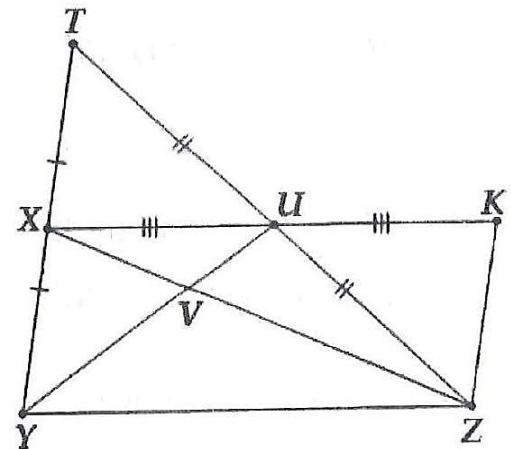
suy ra $KZ = TX = XY$ và $\widehat{TXU} = \widehat{ZKU}$, suy ra $TY // ZK$

nên $\widehat{YXZ} = \widehat{KZX}$.

Từ đó chứng minh được $\triangle XYZ = \triangle ZKX$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{YZX} = \widehat{KXZ} \Rightarrow \widehat{YZX} = \widehat{KXZ}$ suy ra $XK // YZ$ hay $XU // YZ$.

c) Từ $\triangle XYZ = \triangle ZKX$ (c.g.c) suy ra $YZ = XK$ (hai cạnh tương ứng).



Từ đó suy ra $XU = \frac{1}{2}XK = \frac{1}{2}YZ$.

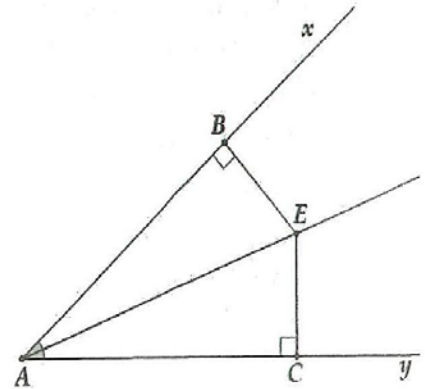
3B. Tương tự bài 3A. HS tự chứng minh.

4A. a) Chứng minh $\triangle ABE = \triangle ACE$

(cạnh huyền - góc nhọn). Do đó $EB = EC$.

b) Dễ dàng chứng minh được $\triangle ABE = \triangle ACE$

(cạnh huyền góc nhọn) nên $AB = AC$.



4B. a) Gọi góc kề bù với $m\widehat{On}$ là $m\widehat{Ox}$.

Ta có $\widehat{Om} + \widehat{Oz} = \frac{1}{2}\widehat{mOn} + \frac{1}{2}\widehat{xOm} = \frac{1}{2}.180^\circ = 90^\circ$.

b) Tương tự 4A. HS tự chứng minh.

5A. a) Vì P là trung điểm của NF (gt) nên GP là đường trung tuyến của tam giác NGF .

Lại có M là trung điểm của GN (gt) nên FM là đường trung tuyến của tam giác NGF .

Hai đường trung tuyến GP và FM cắt nhau tại O nên O là trọng tâm của tam giác NGF .

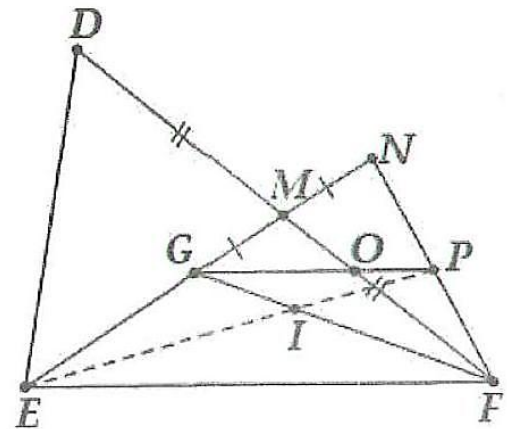
b) Vì O là trọng tâm của tam giác NGF nên

$$GO = \frac{2}{3}GP \quad (1)$$

Xét tam giác NEF có EP và FG là hai đường trung

tuyến nên theo kết quả của bài 3A ta có $GP = \frac{1}{2}EF \quad (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $GO = \frac{2}{3}GP = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}EF = \frac{1}{3}EF$ (đpcm).



5B. Tương tự bài 5A. HS tự chứng minh.

6A. Vì tam giác ABC có hai đường phân giác BE, CF cắt nhau tại I nên AI là đường phân giác thứ ba của tam giác ABC . Vậy I thuộc tia phân giác của góc BAC .

6B. Tương tự bài 6A. HS tự chứng minh.

7A. a) Xét $\triangle AFE$ và $\triangle ADH$ có $AE = AH$ (gt)

Góc A là góc chung $AF = AD$ (gt)

Suy ra $\triangle AFE = \triangle ADH$ (c.g.c)

nên $EF = DH$ (cạnh tương ứng).

b) Từ $\triangle AFE = \triangle ADH$ (cmt)

suy ra

$$\widehat{DEK} = \widehat{FHK}; \widehat{AFE} = \widehat{ADH} \Rightarrow \widehat{KFH} = \widehat{KDE}$$

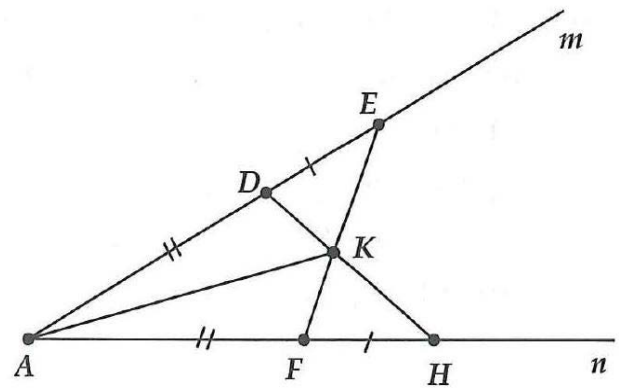
Dễ dàng chứng minh $DE = FH$.

Từ đó suy ra $\triangle EKD = \triangle HKF$ (g.c.g).

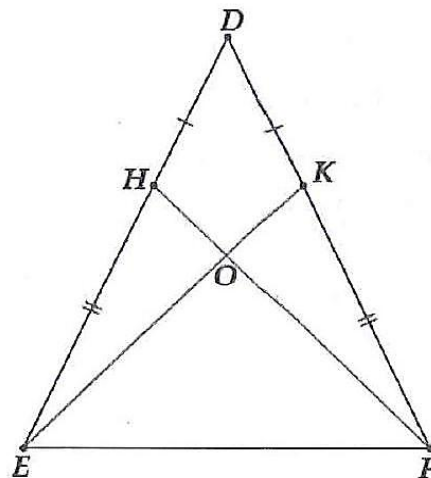
c) Từ $\triangle EKD = \triangle HKF$ (cmt) nên $KD = KF$ (cạnh tương ứng).

Từ đó $\triangle DAK = \triangle FAK$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{DAK} = \widehat{FAK}$ (hai góc tương ứng).

Vậy AK là tia phân giác của góc mAn .



7B. Tương tự bài 7A. HS tự chứng minh.



8A. Gọi AM, BN, CD là các đường trung tuyến.

Vì tam giác ABC đều nên dễ dàng chứng minh

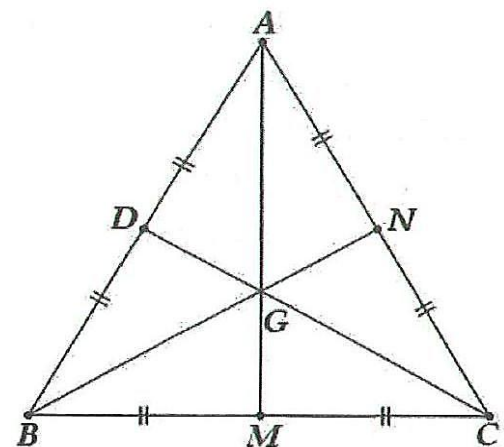
được $\triangle ABM = \triangle BCN$ do đó $AM = BN$ (1)

và $\triangle ABM = \triangle ACD$ suy ra $AM = CD$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $AM = BN = CD$

$$\text{Lại có: } GA = \frac{2}{3} AM, GB = \frac{2}{3} BN, GC = \frac{2}{3} CD$$

nên $GA = GB = GC$.



8B. Tương tự bài 8A. HS tự chứng minh.

9A. Trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho $DA = DE$.

Dễ dàng chứng minh

$$\triangle ADC = \triangle EDB \text{ (c.g.c)}$$

suy ra $AC = BE$ và $\widehat{CAD} = \widehat{BED}$

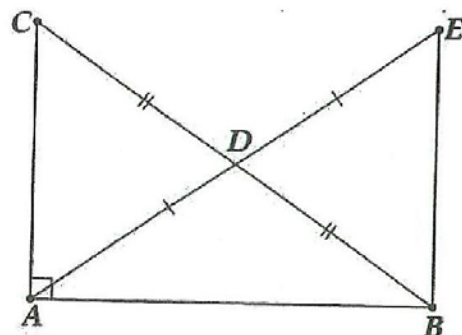
Suy ra $AC \parallel BE$.

Mà CA vuông góc với AB nên EB vuông góc với BA .

Vậy góc EBA vuông.

Xét $\triangle CAB$ & $\triangle EBA$ có: $CA = EB$ (cmt), $\widehat{CAB} = \widehat{EBA} = 90^\circ$, AB là cạnh chung.

Suy ra $\triangle CAB = \triangle EBA$, nên $CB = AE$ mà $AD = \frac{1}{2} AE$ suy ra $AD = \frac{1}{2} BC$ (đpcm).



9B. Tương tự bài 9A. HS tự chứng minh.

10A. Theo đề bài ta có

$$GM = MH = MK = \frac{1}{2} KH.$$

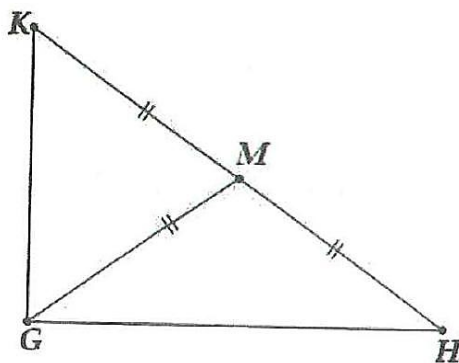
Từ đó suy ra tam giác KMG cân tại M nên $\widehat{K} = \widehat{KGM}$

và tam giác MGH cân tại M nên $\widehat{H} = \widehat{MGH}$.

$$\text{Mà } \widehat{K} + \widehat{H} + \widehat{KGH} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{KGM} + \widehat{MGH} + \widehat{KGH} = 180^\circ$$

$$\text{Hay } \widehat{KGM} + \widehat{MGH} = 180^\circ \Leftrightarrow 2\widehat{KGH} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{KGH} = 90^\circ.$$

Vậy tam giác GKH vuông tại G .



10B. Tương tự bài 10A. HS tự chứng minh.

11A. Gọi AM là đường trung tuyến,

khi đó G thuộc AM (1)

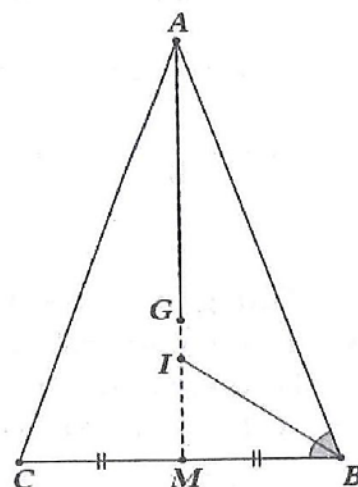
Dễ dàng chứng minh được

$$\triangle ABM = \triangle ACM \text{ (c.c.c) suy ra}$$

góc BAM và góc CAM bằng nhau hay

AM là phân giác của góc BAC suy ra I thuộc AM (2).

Từ (1) và (2) suy ra A, G, I thẳng hàng.



11B. Trên tia AM lấy điểm D sao cho $AM = MD$.

Dễ dàng chứng minh được

$$\triangle DBM = \triangle ACM \text{ (c.g.c)}$$

suy ra $BD = AC$ và hai góc BDM, CAM bằng nhau.

Mà hai góc CAM, BAM bằng nhau

nên suy ra hai góc BAM, BDM bằng nhau.

Vậy tam giác ABD cân tại B suy ra $BA = BD$.

Lại có $BD = AC$ (cmt) nên $BA = AC$.

Vậy tam giác ABC cân tại A .

12. Vì tam giác ABC cân tại A có

$$\widehat{A} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 130^\circ.$$

Vì khoảng cách từ I đến các cạnh AB, BC, CA

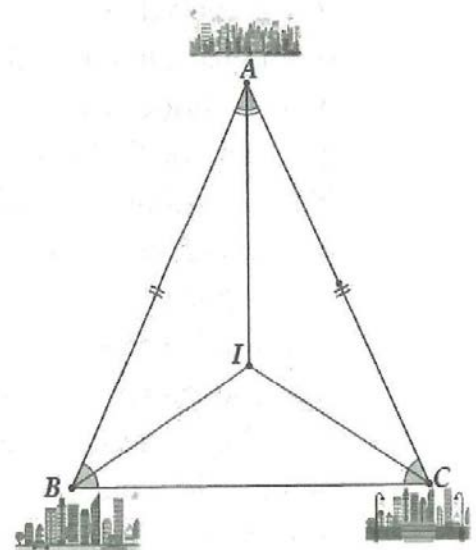
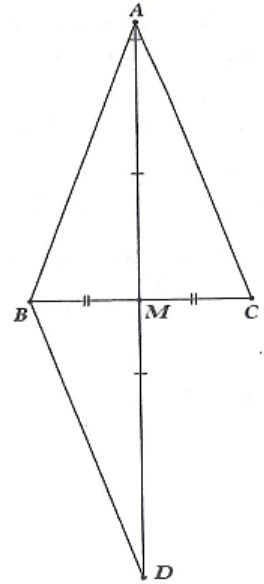
bằng nhau nên I là giao điểm ba đường phân giác.

$$\text{Khi đó } \widehat{IBC} + \widehat{ICB} = \frac{1}{2}\widehat{ABC} + \frac{1}{2}\widehat{ACB}$$

$$= \frac{1}{2}(\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) = \frac{1}{2}.130^\circ = 65^\circ$$

Xét $\triangle IBC$ có $\widehat{IBC} + \widehat{ICB} = 65^\circ$ (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{BIC} = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ.$$



13. Dễ dàng chứng minh được đường

vuông góc MH đồng thời là đường

trung tuyến nên trọng tâm G của

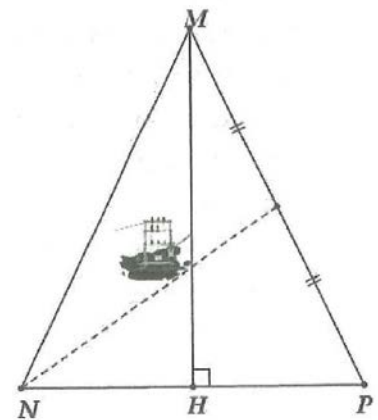
tam giác thuộc MH .

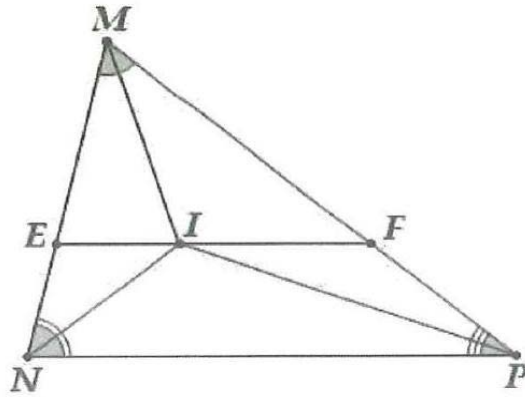
Theo tính chất ba đường trung tuyến

$$\text{ta có } GM = \frac{2}{3}MH = \frac{2}{3}.90 = 60(\text{cm}).$$

Vậy Ban Vinh nói khoảng cách từ trạm biển áp đến điểm M trên bản đồ là 35 cm là không đúng

14.





Vì $EI \parallel NP$ nên $\widehat{EIN} = \widehat{INP} = \widehat{INE}$ suy ra tam giác IEN cân tại E nên $EI = EN$.

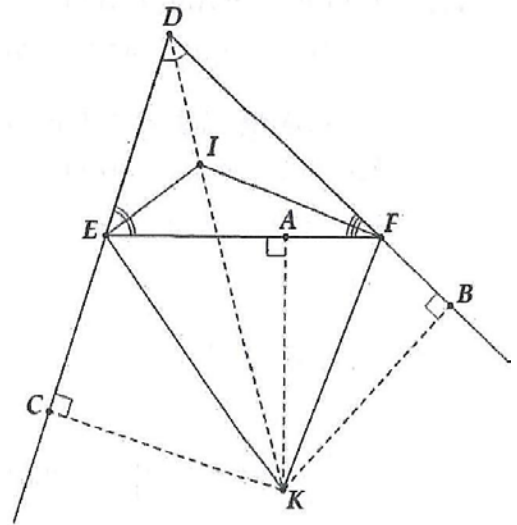
Chứng minh tương tự ta có $FI = FP$.

Từ đó suy ra $EF = EI + IF = EN + FP$.

15. Vì I là giao điểm các đường phân giác của tam giác DEF nên I thuộc đường phân giác của góc EDF (1)

Hạ KA vuông góc với EF , KB vuông góc với DF , KC vuông góc với DE .

Vì K thuộc đường phân giác của góc ngoài đỉnh E nên $KA = KC$, K lại thuộc đường phân giác của góc ngoài đỉnh F nên $KB = KA$. Từ đó suy ra $KB = KC$ nên K thuộc tia phân giác của góc EDF (2) Từ (1) và (2) suy ra I và K cùng thuộc tia phân giác của góc EDF nên ba điểm D, I, K thẳng hàng.

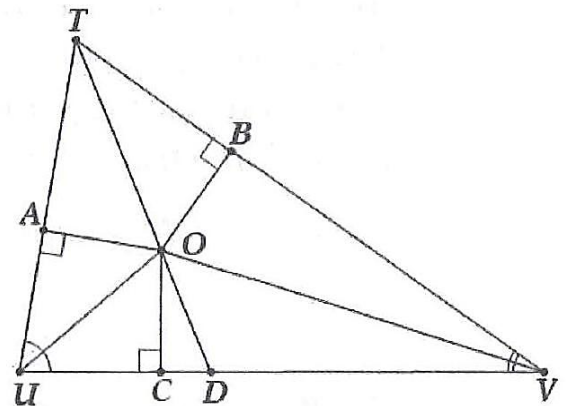


16. a) Vì O là giao điểm các đường phân giác của góc U và V nên O là giao điểm các đường phân giác của tam giác TUV . Do đó O cách đều ba cạnh của tam giác TUV . Vậy $OA = OB = OC$.

b) Vì TO là phân giác nên góc UTO và góc OTV bằng nhau.

Ta có VOD là góc ngoài đỉnh O của tam giác TOV nên $\widehat{VOD} = \widehat{OTV} + \widehat{OVT}$ (1)

$$= \frac{\widehat{UTV} + \widehat{TVU}}{2} = \frac{180^\circ - \widehat{TUV}}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{TUV}}{2} \quad (1)$$



Xét tam giác OUC vuông tại C nên $\widehat{UOC} = 90^\circ - \widehat{OUC} = 90^\circ - \frac{TUV}{2}$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $\widehat{UOC} = \widehat{DOV}$.

17. a) Dễ dàng chứng minh OE vuông góc với EP (phân giác của hai góc kề bù).

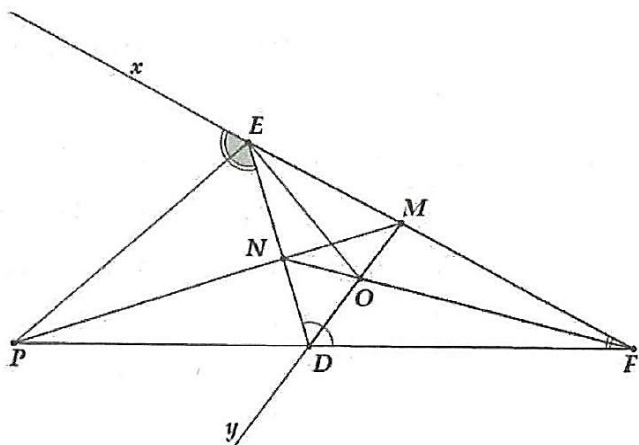
b) Vì $\widehat{EDF} = 120^\circ$

$\Rightarrow \widehat{EDP} = 60^\circ$ mà DM là phân giác nên

$\widehat{EDM} = \widehat{MDF} = 60^\circ$

$\Rightarrow \widehat{yDP} = \widehat{MDF} = 60^\circ$

$\Rightarrow \widehat{yDP} = \widehat{EDP} = 60^\circ$.



Suy ra DP là phân giác góc ngoài đỉnh D . Mà EP là phân giác góc ngoài đỉnh E nên P là giao điểm hai phân giác góc ngoài đỉnh D và E của tam giác MDE .

Hs tự chứng minh bài toán phụ: Nếu điểm M cách đều 2 cạnh Ox , Oy của $\widehat{xOy}$ (khác góc bẹt) thì M thuộc phân giác của $\widehat{xOy}$.

Vì P thuộc phân giác $\widehat{xED}$ nên P cách đều Ex và ED ; Vì P thuộc phân giác $\widehat{EDy}$ nên P cách đều DE và Dy . Do đó P cách đều Ex và Dy hay P cách đều Mx và My nên theo bài toán phụ ta suy ra P thuộc phân giác $\widehat{EMD}$.

Suy ra MP là phân giác của góc $\widehat{EMD}$. Do đó $\widehat{EMP} = \widehat{PMD}$.

c) Vì N thuộc phân giác của $\widehat{DFE}$ nên N cách đều FE và FP (1)

Ta có $\widehat{PDM} = \widehat{EDM} = 60^\circ \Rightarrow DE$ là phân giác của $\widehat{PDM}$

Nên N thuộc $\widehat{PDM} \Rightarrow N$ cách đều FP và DM (2)

Từ (1) và (2) suy ra N cách đều DM và FE

Theo bài toán phụ câu b), suy ra N thuộc phân giác của $\widehat{EMD}$

Mà P thuộc phân giác của $\widehat{EMD}$

Nên M, N, P thẳng hàng.

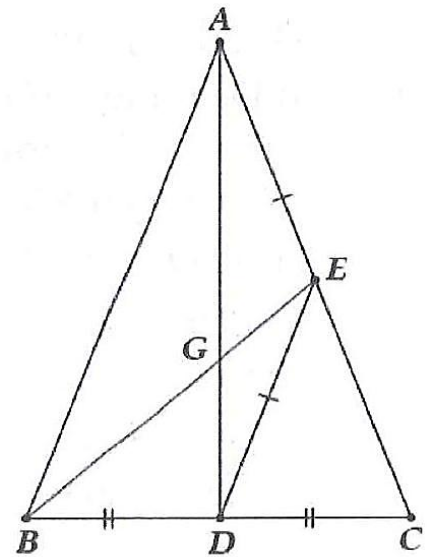
18. a) Vì $AE = ED$ nên tam giác AED cân tại E , suy ra $\widehat{EDA} = \widehat{EAD}$.

Mà $DE \parallel AB$ (gt) nên $\widehat{ADE} = \widehat{DAB}$. Từ đó suy ra $\widehat{BAD} = \widehat{DAC}$ hay AD là phân giác của góc BAC .

Mà AD là đường trung tuyến nên tam giác ABC là tam giác cân tại A (đường trung tuyến đồng thời là đường phân giác-bài 11A).

b) Vì $DE \parallel AB$ nên $\widehat{ABD} = \widehat{EDC}$, mà $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$ (tam giác ABC cân tại A)

Suy ra góc EDC và góc ACD bằng nhau. Từ đó tam giác EDC cân tại E Nên $ED = EC$ suy ra $EC = EA (= ED)$ hay E là trung điểm của AC nên BE là đường trung tuyến, lại có AD là đường trung tuyến cắt BE tại G (gt) nên G là trọng tâm của tam giác ABC .



BÀI 5. SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC, BA ĐƯỜNG CAO TRONG MỘT TAM GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Sự đồng quy của ba đường trung trực trong một tam giác

a) Định nghĩa đường trung trực

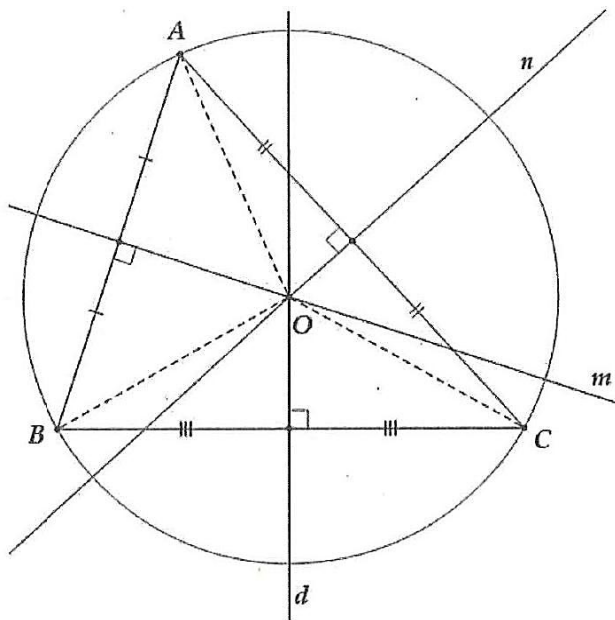
- Trong một tam giác, đường trung trực của mỗi cạnh gọi là đường trung trực của tam giác.
- Mỗi tam giác có ba đường trung trực.

b) Tính chất

- Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm (hay đồng quy tại một điểm). Điểm đó cách đều ba đỉnh của tam giác.
- Trên hình vẽ bên, tam giác ABC có ba đường trung trực d, m, n đồng quy tại điểm O , ta có:

$$OA = OB = OC.$$

- O là tâm đường tròn đi qua ba đỉnh A, B, C .



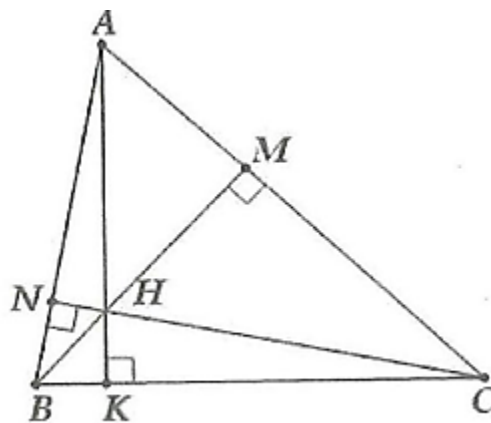
2. Sự đồng quy của ba đường cao trong tam giác

a) Định nghĩa đường cao

- Trong tam giác ABC , đoạn thẳng AK là một đường cao (xuất phát từ đỉnh A hay ứng với cạnh BC) của tam giác ABC .
- Mỗi tam giác có ba đường cao.

b) Tính chất

- Ba đường cao của một tam giác đồng quy tại một điểm. Điểm đó gọi là trực tâm của tam giác.
- Trên hình vẽ, tam giác ABC có ba đường cao AK, BM, CN đồng quy tại H . H là trực tâm của tam giác ABC .



II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau

Phương pháp giải: Vận dụng tính chất đường trung trực tam giác.

1A. Cho tam giác nhọn MNP ($MN < MP$), đường cao MH , đường trung tuyến MI . Trên tia đối của HM lấy điểm E sao cho $HM = HE$, trên tia đối của IM lấy điểm F sao cho $IM = IF$. Chứng minh rằng $NE = PF$.

1B. Cho tam giác nhọn DEF ($DE > DF$), đường cao DA , đường trung tuyến DI . Trên tia đối của AD lấy điểm C sao cho $AD = AC$, trên tia đối của ID lấy điểm H sao cho $ID = IH$.

Chứng minh rằng

a) $FC = EH$.

b) $IC = \frac{1}{2}DH; HC \parallel FE$.

Dạng 2. Tính số đo góc

Phương pháp giải: Vận dụng kiến thức về

- Tính chất ba đường trung trực, ba đường cao của tam giác;
- Tam giác bằng nhau.
- Tam giác đặc biệt.

2A. Cho $\widehat{mOn} = 50^\circ$ và điểm A nằm trong góc đó. Vẽ điểm B sao cho Om là đường trung trực của AB , vẽ điểm C sao cho On là đường trung trực của AC .

a) Chứng minh tam giác BOC là tam giác cân.

b) Tính góc BOC .

2B. Cho $\widehat{xAy} = 75^\circ$ và điểm M nằm trong góc đó. Vẽ điểm N sao cho Ax là đường trung trực của MN , vẽ điểm P sao cho Ay là đường trung trực của MP . Tính góc NAP .

3A. Cho tam giác XYZ cân tại X . Đường trung trực của XZ cắt XY tại A . Biết ZA là phân giác của góc XZY . Tính các góc của tam giác XYZ .

3B. Cho tam giác DEF cân tại D . Tia phân giác của góc DFE cắt cạnh DE tại điểm M sao cho $MD = MF$. Tính các góc của tam giác DEF .

4A. Cho góc $\widehat{xAy} = 50^\circ$. Trên tia Ax lấy điểm M . Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với Ay tại H , trên tia đối của HA lấy điểm N . Qua N kẻ đường thẳng vuông góc với Ax tại P và MN cắt HP tại I .

a) Chứng minh AI vuông góc với NP .

b) Tính góc MIN .

4B. Cho tam giác nhọn ABC có $\widehat{BAC} = 70^\circ$. Kẻ BK vuông góc với AC tại K và CI vuông góc với AB tại I . Giao điểm của BK và CI là H .

a) Chứng minh rằng AH vuông góc với BC .

b) Tính góc BHC .

Dạng 3: Bài toán liên quan đến đường trung trực.

Phương pháp giải: Vận dụng tính chất đường trung trực của tam giác và tính chất của các tam giác đặc biệt (tam giác vuông, tam giác cân, tam giác đều).

5A. Cho tam giác DEF cân tại D , trung tuyến DM , đường trung trực của DE cắt DM tại O . Chứng minh rằng O cách đều ba đỉnh của tam giác DEF .

5B. Cho tam giác MNP là tam giác đều có G là trọng tâm. Chứng minh rằng G cách đều ba đỉnh của tam giác MNP .

6A. Cho tam giác GHI có $GH < GI$. Đường trung trực của HI cắt GI tại M . Chứng minh rằng $GM + MH = GI$.

6B. Cho tam giác ABC có góc C nhỏ hơn góc B . Đường trung trực của BC cắt AC tại K . Chứng minh rằng $AK + KB = AC$.

7A. Cho tam giác MNP vuông tại M có $\hat{P} = 30^\circ$. Đường trung trực của NP cắt MP tại Q . Chứng minh rằng NQ là phân giác của MNP .

7B. Cho tam giác DEF vuông tại D có $\hat{F} = 40^\circ$. Đường trung trực của EF cắt DF tại K . Tính góc DEK .

8A. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường phân giác BK (K thuộc AC). Từ K kẻ KE vuông góc với BC (E thuộc BC). Giao điểm của AB và KE là H . Chứng minh rằng:

a) BK là đường trung trực của AE ;

b) BK là đường trung trực của CH .

8B. Cho tam giác DEF vuông tại D , đường phân giác EM (M thuộc DF). Từ M kẻ MN vuông góc với EF (N thuộc EF). Giao điểm của DE và NM là O . Chứng minh rằng:

a) EM vuông góc với DN ;

b) EM là đường phân giác của góc OEF .

9A. Cho góc nhọn xAy và điểm O cố định nằm trong góc đó. Xác định vị trí của các điểm M thuộc Ax , N thuộc Ay sao cho chu vi tam giác OMN là nhỏ nhất.

9B. Cho đường thẳng a và hai điểm E, F nằm về cùng một phía đối với đường thẳng a sao cho EF không vuông góc với đường thẳng a . Hãy tìm trên đường thẳng a một điểm P sao cho $|PE - PF|$ có giá trị nhỏ nhất.

Dạng 4. Bài toán liên quan đến đường cao

Phương pháp giải: Vận dụng tính chất đường cao của tam giác và tính chất các tam giác đặc biệt (tam giác cân, tam giác vuông)

10A. Cho đoạn thẳng MN và điểm P nằm giữa M và N sao cho $PM < PN$. Từ P kẻ tia Px vuông góc với MN tại P . Trên tia Px lấy điểm Q và R sao cho $PQ = PM, PR = PN$. Giao điểm của MQ và RN là S . Chứng minh rằng:

- a) MS vuông góc với RN ;
- b) R là trực tâm của tam giác MQN .

10B. Cho đoạn thẳng EF và điểm A nằm giữa E và F sao cho $AE < AF$. Từ A kẻ tia At vuông góc với EF tại A . Trên tia At lấy điểm B và C sao cho $AB = AE, AC = AF$. Giao điểm của EB và CF là D . Chứng minh rằng: B là trực tâm của tam giác ECF .

11A. Cho tam giác DEF cân tại D , hai đường cao EH và FK cắt nhau tại I . Tia DI cắt EF tại M . Chứng minh rằng:

- a) M là trung điểm của EF ;
- b) Tam giác MHK cân.

11B. Cho tam giác ABC cân tại A , hai đường cao BM và CN cắt nhau tại H . Tia AH cắt BC tại E . Chứng minh rằng:

- a) AE là phân giác của góc BAC ;
- b) Tam giác EMN là tam giác cân.

12A. Cho tam giác XYZ vuông tại X , đường cao XH . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của XH và HZ . Chứng minh rằng:

- a) M là trực tâm của tam giác XYN ;
- b) YM vuông góc với XN .

12B. Cho tam giác TUV vuông tại T , đường cao TA . Gọi B, C lần lượt là trung điểm của TA và AV . Chứng minh rằng:

- a) BC song song với TV ;
- b) UB vuông góc với TC .

13A. Cho tam giác nhọn GHK có $GH < GK$, đường cao GA . Trên đoạn AK lấy điểm D sao cho $AH = AD$. Từ D kẻ DE vuông góc với GK (E thuộc GK). Từ K kẻ KF vuông góc với GD tại F . Chứng minh rằng:

- a) Tam giác GHD cân;
- b) Ba đường thẳng GA, DE và KF đồng quy tại một điểm.

13B. Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$, đường cao AD . Trên đoạn DC lấy điểm E sao cho $DB = DE$.

a) Chứng minh rằng tam giác ABE cân;

b) Từ E kẻ EF vuông góc với AC (F thuộc AC). Từ C kẻ CK vuông góc với AE (K thuộc AE). Chứng minh rằng ba đường thẳng AD , EF và CK đồng quy tại một điểm.

Dạng 5. Bài toán có nội dung thực tế

Phương pháp giải: Vận dụng tính chất về ba đường trung trực, ba đường cao của tam giác đều giải.

14A. Ba thành phố A, B, C trên

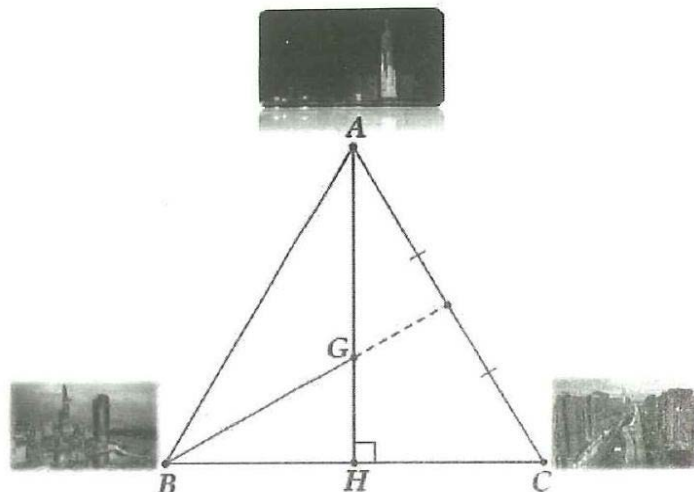
bản đồ là ba đỉnh của một tam giác đều có độ dài đường

cao $AH = 12$ cm. Gọi G là

trọng tâm của tam giác ABC .

Xác định khoảng cách từ G đến

các đỉnh B và C trên bản đồ.

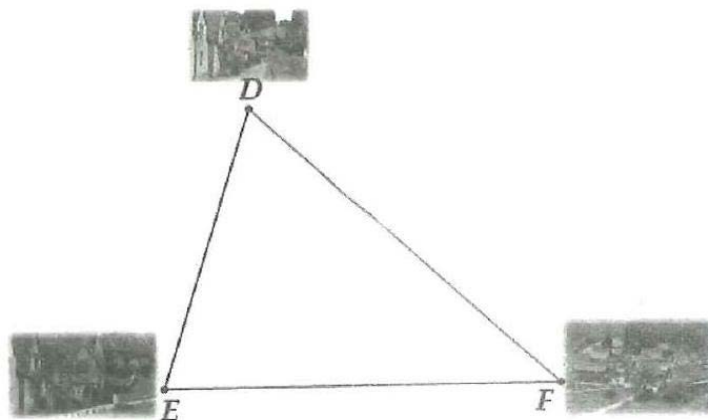


14B. Ba thành phố A, B, C trên bản đồ là ba đỉnh của một tam giác đều có G là trọng tâm, biết $GB = 10$ cm. Tính độ dài đường cao AH trên bản đồ.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

15. Ba ngôi làng D, E, F trên bản đồ là ba đỉnh của một tam giác.

Người ta cần đặt một trạm biến áp để kéo điện về với các ngôi làng. Vậy phải đặt trạm biến áp tại đâu để khoảng cách từ trạm biến áp đến các ngôi làng là như nhau?



16. Chứng minh rằng nếu một tam giác có một đường trung tuyến đồng thời là đường trung trực thì tam giác đó là tam giác cân.

17. Chứng minh rằng nếu một tam giác có một đường trung tuyến đồng thời là đường cao thì tam giác đó là tam giác cân.

18. Cho tam giác đều ABC . Trên các cạnh AB, BC, AC lần lượt lấy các điểm D, E, F sao cho $AD = BE = CF$.

- a) Chứng minh rằng tam giác DEF là tam giác đều.
- b) Gọi O là giao điểm các đường trung trực của tam giác ABC . Chứng minh rằng O cũng là giao điểm các đường trung trực của tam giác DEF .
- c) Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Chứng minh rằng H cũng là trực tâm của tam giác DEF .
- 19.** Cho tam giác tù MNP có $\widehat{NMP} = 135^\circ$. Từ N và P lần lượt kẻ NA vuông góc với MP , PB vuông góc với MN tại A và B . Kẻ đường cao MH của tam giác MNP .
- a) Chứng minh rằng các tam giác MNA, MPB là các tam giác vuông cân.
- b) Chứng minh ba đường thẳng MH, NA, PB đồng quy tại một điểm.
- 20.** Cho tam giác DEF vuông cân tại D . Trên cạnh DE lấy điểm H , trên tia đối của DF lấy điểm K sao cho $DH = DK$.
- a) Chứng minh rằng KH vuông góc với EF .
- b) Chứng minh rằng FH vuông góc với EK .

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. Dễ dàng chứng minh được $\triangle PIF = \triangle NIM$ (c.g.c)

suy ra $PF = NM$ (1)

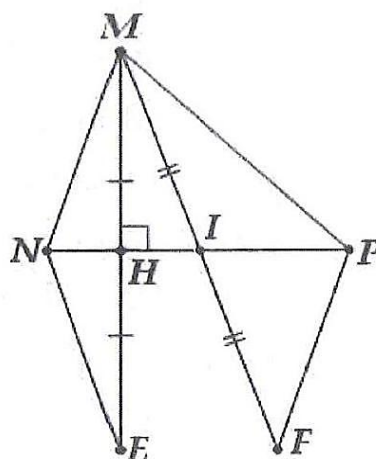
Chứng minh được

$$\triangle MNH = \triangle ENH \text{ (c.g.c)}$$

Suy ra $NM = NE$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$$PF = NE \text{ (đpcm).}$$



1B. Tương tự bài 1A. HS tự chứng minh.

2A. a) Vì Om là đường trung trực của AB nên $OA = OB$

Vì On là đường trung trực của AC nên $OA = OC$

Từ đó suy ra $OB = OC$ nên $\triangle BOC$ cân tại O .

b) Vì $OA = OB$ (cmt) nên $\triangle AOB$ cân

tại O , có Om là đường trung trực nên Om đồng

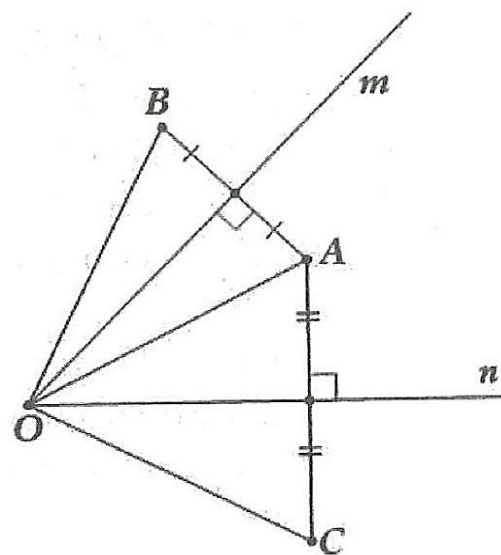
thời là đường phân giác của $\widehat{AOB} \Rightarrow \widehat{BOM} = \widehat{MOA}$ (1)

Chứng minh tương tự có $\widehat{CON} = \widehat{NOA}$ (2)

$$\text{Ta có } \widehat{BOC} = \widehat{BOM} + \widehat{MOA} + \widehat{AON} + \widehat{NOC} \text{ (3)}$$

Từ (1), (2), (3) suy ra

$$\widehat{BOC} = 2(\widehat{MOA} + \widehat{AON}) = 2 \cdot \widehat{MON} = 2 \cdot 50^\circ = 100^\circ$$



2B. Tương tự bài 2A. Đáp số: 150° .

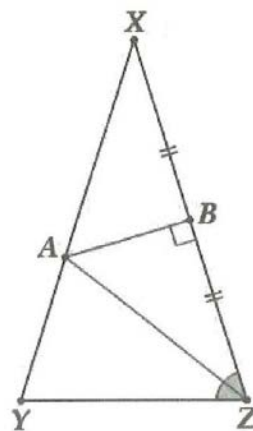
3A. Gọi B là trung điểm của XZ .

Dễ dàng chứng minh được

$$\triangle XAB = \triangle ZAB \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \widehat{X} = \widehat{AZB}.$$

$$\text{Mà } \widehat{AZB} = \widehat{AZY} \text{ (gt)} \Rightarrow \widehat{X} = \widehat{AZB} = \widehat{AZY}$$

$$\text{hay } \widehat{Y} = \widehat{YZX} = 2\widehat{X}$$



Áp dụng định lý tổng ba góc trong

một tam giác ta có $\widehat{X} + \widehat{Y} + \widehat{XZY} = 180^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{X} + 2\widehat{X} + 2\widehat{X} = 180^\circ \Rightarrow 5\widehat{X} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{X} = 36^\circ$$

Suy ra $\widehat{Y} = \widehat{XZY} = 72^\circ$.

3B. Tương tự bài 3A. Đáp số: 60° .

4A. a) Xét $\triangle MAN$ có

$MH \perp AN, NP \perp AM$, mà

$NP \cap MH$ tại I nên I là trực tâm của $\triangle MAN$

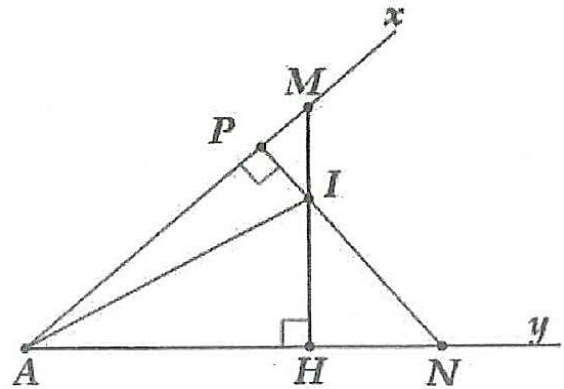
Từ đó suy ra $AI \perp MN$

b) Xét $\triangle MHA$ vuông tại H có

$$\widehat{MAH} = 50^\circ (gt) \Rightarrow \widehat{M} = 40^\circ$$

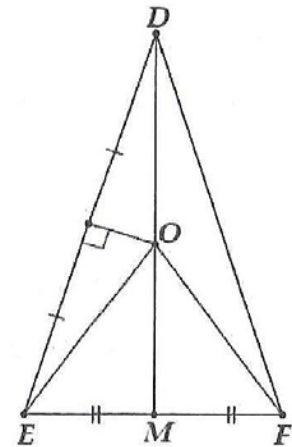
Có $\widehat{MIN}$ là góc ngoài đỉnh I của $\triangle PMI$, suy ra $\widehat{MIN} = \widehat{M} + \widehat{MPI} = 40^\circ + 90^\circ = 130^\circ$.

4B. Tương tự bài 4A. Đáp số: b) 110° .



5A. Vì $\triangle DEF$ cân tại D nên đường trung tuyến DM đồng thời là đường trung trực.

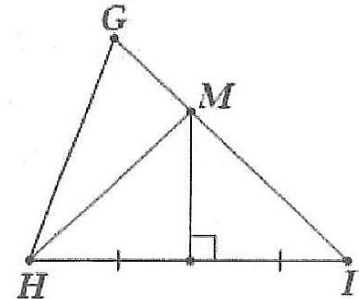
Khi đó O là giao điểm của hai đường trung trực nên theo tính chất O cách đều ba đỉnh của $\triangle DEF$.



5B. Tương tự bài 5A. HS tự chứng minh.

6A. Vì M thuộc đường trung trực của HI nên $MH = MI$.

Ta có $GI = GM + MI = GM + HM$ (đpcm).



6B. Tương tự bài 6A. HS tự chứng minh.

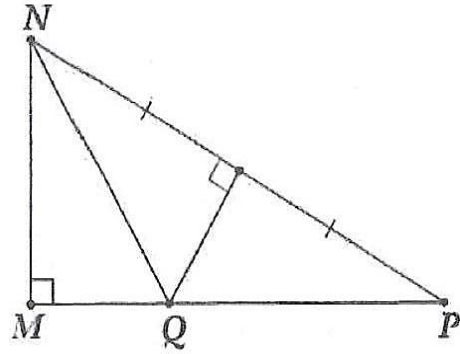
7A. Vì Q thuộc đường trung trực của NP nên $QN = QP$, suy ra $\triangle NQP$ cân tại Q , từ đó ta có

$$\widehat{MPN} = \widehat{QNP} = 30^\circ.$$

Mà $\widehat{MNP} = 60^\circ$ (vì $\triangle MNP$ vuông tại M có $\widehat{MPN} = 30^\circ$)

$$\text{Suy ra } \widehat{MNQ} = 60^\circ - \widehat{QNP} = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ.$$

Vậy $\widehat{MNQ} = \widehat{QNP} (= 30^\circ) \Rightarrow NQ$ là phân giác của $\widehat{MNP}$.



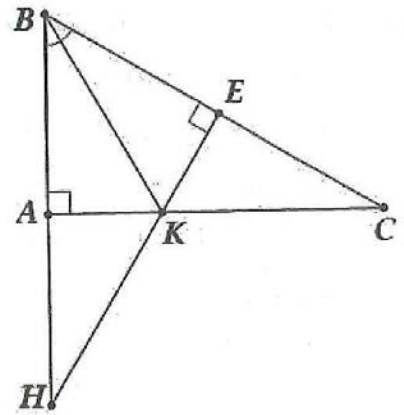
7B. Tương tự bài 7A. HS tự chứng minh

8A. a) Dễ dàng chứng minh được $\triangle ABK = \triangle EBK$ (cạnh huyền - góc nhọn), suy ra $BA = BE, AK = KE$ (cạnh tương ứng).

Từ đó suy ra BK là đường trung trực của AE (tính chất).

b) Dễ dàng chứng minh $\triangle AKH = \triangle EKC$ (cạnh góc vuông - góc nhọn kề), suy ra $AH = EC$ và $KH = KC$ (cạnh tương ứng). Lại có $AB = BE$ (cmt). Từ đó suy ra $BH = BC$.

Vậy BK là đường trung trực của HC .



8B. Tương tự bài 8A. HS tự chứng minh.

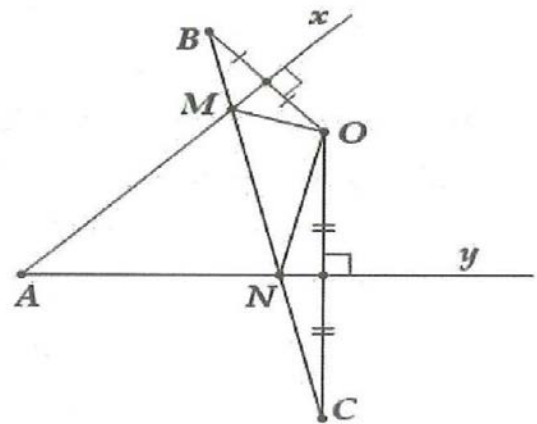
9A. Lấy điểm B sao cho Ax là đường trung trực của OB , lấy điểm C sao cho Ay là đường trung trực của OC .

Vì điểm O cố định nên hai điểm B và C cố định.

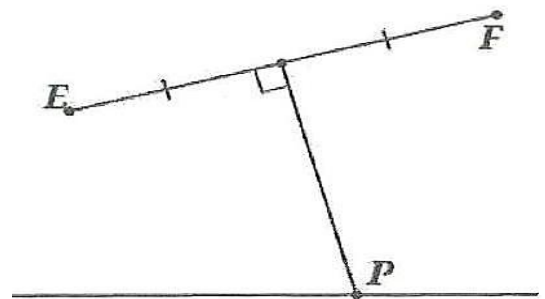
Gọi giao điểm của BC với trục Ax, Ay lần lượt là M và N .

Khi đó chu vi tam giác OMN bằng:

$OM + MN + ON = BM + MN + NC = BC$ cố định ngắn nhất.



9B. Ta có $|PE - PF| \geq 0$ với mọi điểm P tùy ý và $|PE - PF| = 0$ khi và chỉ khi với các điểm P mà $PE = PF$, tức là khi điểm P nằm trên đường trung trực của EF . Mặt khác P thuộc đường thẳng a và do EF không vuông góc với a nên P là giao điểm của đường



thẳng a với đường trung trực của EF .

Vậy: Khi P là giao điểm của đường thẳng a với đường trung trực của EF thì $|PE - PF|$ có giá trị nhỏ nhất là bằng 0.

10A. a) Xét $\triangle MPQ$ vuông tại P có $PM = PQ(gt)$ nên $\triangle MPQ$

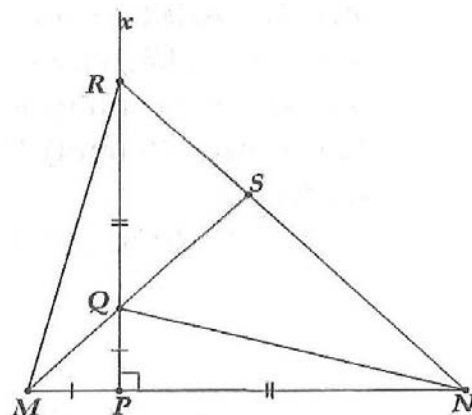
là tam giác vuông cân, suy ra $\widehat{MQP} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{RQS} = 45^\circ$ (hai góc đối đỉnh).

Tương tự ta có $\triangle PRN$ vuông cân nên $\widehat{PRN} = 45^\circ$

Xét $\triangle PQS$ có

$$\widehat{RQS} = \widehat{QRS} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{RSQ} = 90^\circ.$$

Vậy MQ vuông góc với RN tại S .

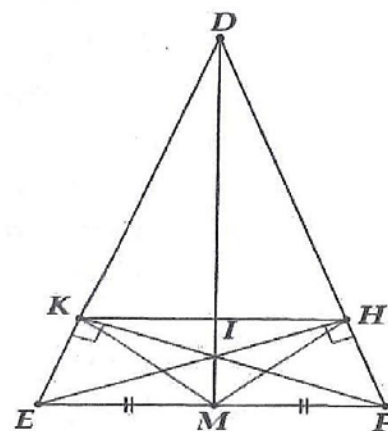


b) Xét $\triangle QMN$ có hai đường cao QP và NS cắt nhau tại R nên R là trực tâm của $\triangle QMN$

10B. Tương tự bài 10A. HS tự chứng minh.

11A. a) Xét $\triangle DEF$ có hai đường cao EH và FK cắt nhau tại I nên I là trực tâm của $\triangle DEF$. Từ đó suy ra DM vuông góc với EF . Mà $\triangle DEF$ cân tại D nên đường cao DM đồng thời là đường trung tuyến. Vậy M là trung điểm của EF .

b) Vì $\triangle EKF$ vuông tại K có M là trung điểm của cạnh huyền nên theo bài 9A (Bài 4: Sự đồng quy của ba đường trung tuyến, ba đường phân giác trong một tam giác) ta có: $KM = \frac{1}{2}EF$. Chứng



minh tương tự ta có $HM = \frac{1}{2}EF$

Từ đó suy ra $KM = HM$ nên $\triangle MHK$ cân tại M .

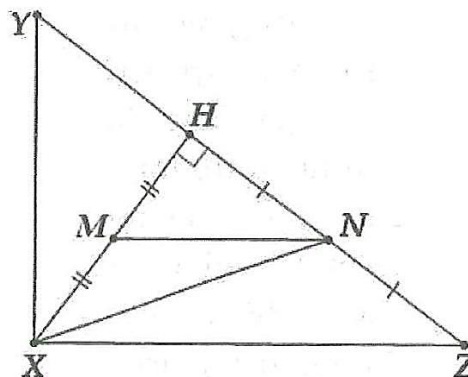
11B. Tương tự bài 11A. HS tự chứng minh.

12A. a) Áp dụng kết quả bài 3A (Bài 4: Sự đồng quy của ba đường trung tuyến, ba đường phân giác trong một tam giác), ta có $MN \parallel XZ$. Mà XZ vuông góc với XY nên MN vuông góc với XY .

Xét $\triangle XYN$ có hai đường cao

MN và XH cắt nhau tại M nên M là trực tâm của $\triangle XYN$.

b) Vì M là trực tâm của $\triangle XYN$ nên YM vuông góc với XN .



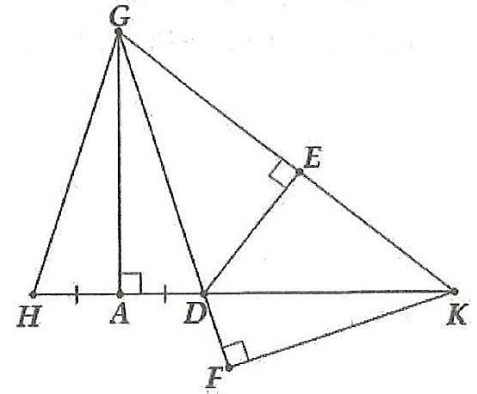
12B. Tương tự bài 12A. HS tự chứng minh.

13A. a) Dễ dàng chứng minh được $\triangle GAH = \triangle GAD$

(hai cạnh góc vuông), suy ra $GH = GD$

(hai cạnh tương ứng). Vậy $\triangle GHD$ cân tại G .

b) Xét $\triangle GDK$ có ba đường cao DE, KF, GA đồng quy tại một điểm.

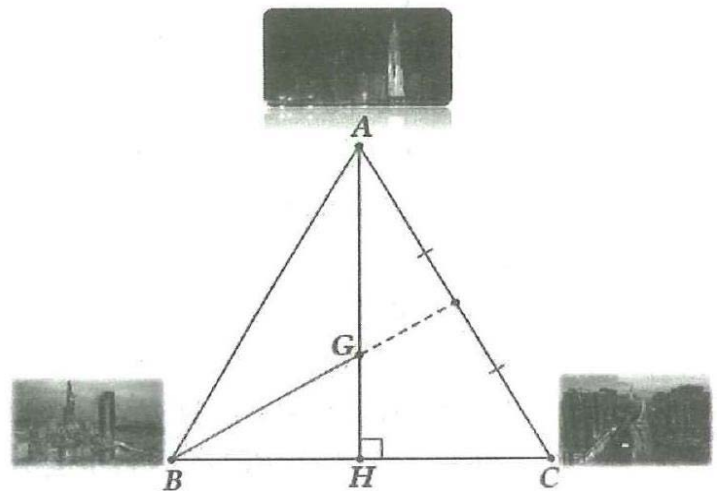


13B. Tương tự bài 13A. HS tự chứng minh.

14A. Vì $\triangle ABC$ là tam giác đều có AH là đường cao đồng thời là đường trung tuyến. G là trọng tâm nên ta có

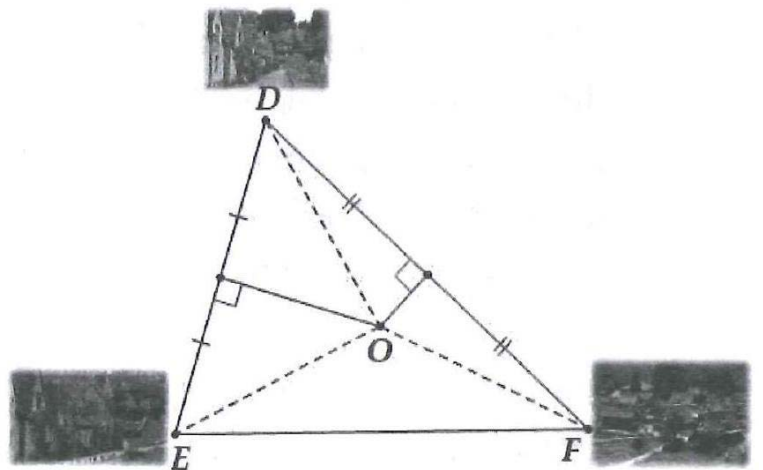
$$GA = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot 12 = 8 \text{ (cm)}. \quad \text{Mà}$$

$GA = GB = GC$ (do tam giác ABC đều) nên $GB = GC = 8 \text{ cm}$.

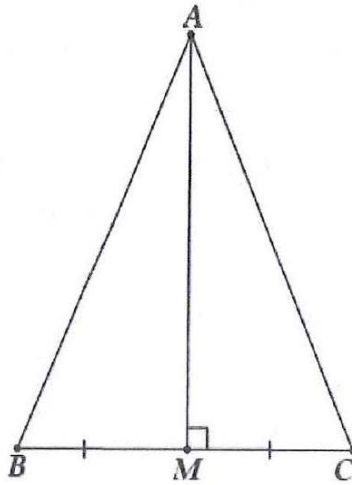


14B. Tương tự bài 14A. HS tự chứng minh.

15. Để khoảng cách từ trạm biến áp đến các ngôi làng là như nhau thì trạm biến áp cần đặt tại điểm O với O là giao điểm các đường trung trực của $\triangle DEF$.



16. Dễ dàng chứng minh được $AB = AC$ nên tam giác ABC là tam giác cân tại A .



17. Tương tự bài 16. HS tự chứng minh.

18. a) Vì $\triangle ABC$ là tam giác đều nên $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C}$

và $AB = BC = AC$.

Mà $AD = BE = CF$ (gt) nên suy ra $DB = EC = FA$.

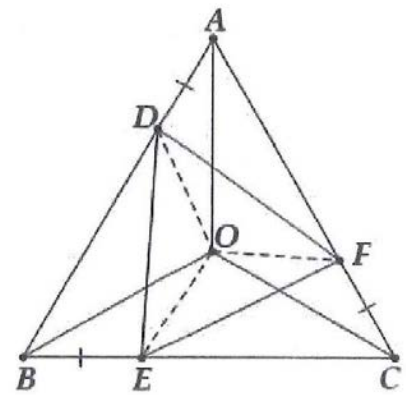
Dễ dàng chứng minh được các tam giác ADF, BED, CFE đôi một bằng nhau (c.g.c) nên suy ra $DF = DE = EF$.

Vậy $\triangle DEF$ là tam giác đều.

b) Vì O là giao điểm các đường trung trực của $\triangle ABC$ nên $OA = OB = OC$ và AO, BO, CO đồng thời là các đường phân giác của A, B, C .

Dễ dàng chứng minh các tam giác ADO, BEO, CFO đôi một bằng nhau (c.g.c) nên suy ra $OD = OE = OF$. Vậy O là giao điểm các đường trung trực của $\triangle DEF$

c) Vì Tam giác ABC và DEF là các tam giác đều nên giao điểm các đường trung trực cũng chính là giao điểm các đường cao, nghĩa là điểm O trùng với điểm H .



19. a) Vì $\widehat{NMP} = 135^\circ$ (gt)

$$\Rightarrow \widehat{NMA} = \widehat{BMP} = 45^\circ$$

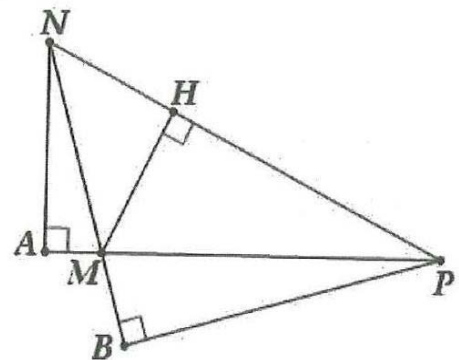
Tam giác AMN vuông tại A có

$\widehat{NMA} = 45^\circ$ nên là tam giác vuông cân.

Tam giác MBP vuông tại B có

$\widehat{BMP} = 45^\circ$ nên là tam giác vuông cân.

b) Xét $\triangle MNP$ có ba đường cao MH, PB, NA đồng quy tại một điểm.



20. a) Gọi giao điểm của KH và EF là P .

Vì $\triangle DEF$ vuông cân tại D nên $\widehat{DFE} = 45^\circ$

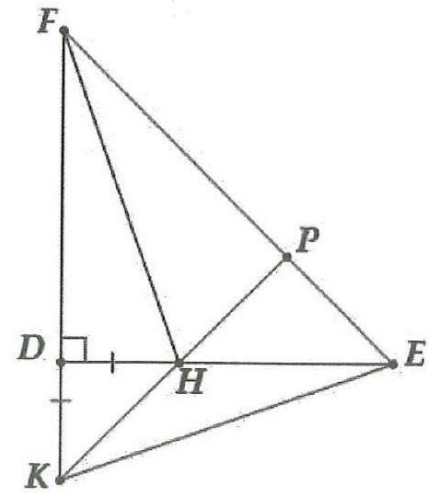
Vì $\triangle DHK$ vuông cân tại D nên $\widehat{DKH} = 45^\circ$

Xét $\triangle FKP$ có $\widehat{KFP} = \widehat{FKP} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{FPK} = 90^\circ$.

Vậy KH vuông góc với EF tại P .

b) Xét $\triangle FKE$ có hai đường cao ED và KP cắt nhau tại H nên H là trực tâm của tam giác FKE .

Vậy FH vuông góc với EK .



ÔN TẬP CHƯƠNG IX

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Xem phần tóm tắt lý thuyết từ **Bài 1** đến **Bài 5**.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN.

1A. Cho tam giác DEF có $\widehat{D} = 30^\circ, \widehat{E} = 105^\circ$. So sánh độ dài các cạnh của tam giác DEF .

1B. Cho tam giác MNP có $\widehat{N} = 25^\circ, \widehat{P} = 127^\circ$. So sánh độ dài các cạnh của tam giác MNP .

2A. Cho tam giác ABC có $AB = 3\text{ cm}, AC = 4\text{ cm}, BC = 5\text{ cm}$. Hãy so sánh các góc của tam giác ABC .

2B. Cho tam giác GHI có $GH = 13\text{ cm}, HI = 7\text{ cm}, GI = 9\text{ cm}$. Hãy so sánh các góc của tam giác GHI .

3A. Cho tam giác PQR có $\widehat{P} = 100^\circ$, tia phân giác của góc Q và R cắt nhau tại M . Tính $\widehat{QMR}$.

3B. Cho tam giác XYZ có $\widehat{X} = 40^\circ$, tia phân giác của góc Y và góc Z cắt nhau tại K . Tính $\widehat{ZKY}$.

4A. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 60^\circ, \widehat{C} < \widehat{B} < 90^\circ$.

a) Chứng minh rằng $AB < AC$.

b) Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = AB$. Chứng minh tam giác ABM là tam giác đều.

c) So sánh các cạnh của tam giác ABC .

4B. Cho tam giác TUV có $\widehat{T} = 60^\circ, \widehat{V} > 90^\circ$.

a) Trên cạnh TU lấy điểm K sao cho $TV = TK$. Chứng minh rằng tam giác TVK là tam giác đều.

b) So sánh các cạnh của tam giác TUV .

c) So sánh các cạnh của tam giác KUV .

d) So sánh các cạnh của tam giác BMC .

5A. Cho tam giác nhọn DEF có đường cao DI , đường trung tuyến DM . Chứng minh rằng:

a) $DI < \frac{1}{2}(DE + DF)$.

b) $DM < \frac{1}{2}(DE + DF)$.

5B. Cho tam giác nhọn MNP có đường cao MH , đường trung tuyến MK . Chứng minh rằng:

a) $MH < \frac{1}{2}(MN + MP)$;

b) $2MK < MN + MP$.

6A. Cho tam giác PQR có đường phân giác của góc P cắt cạnh QR tại điểm A sao cho $QA = 2AR$. Trên tia đối của RP lấy điểm B sao cho $RP = RB$. Chứng minh tam giác PQB là tam giác cân.

6B. Cho tam giác ABC có phân giác của góc A cắt cạnh BC tại điểm D sao cho $DC = \frac{1}{2}DB$. Trên tia đối của CA lấy điểm E sao cho $CA = CE$. Chứng minh rằng tam giác ABE là tam giác cân.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

7. Cho tam giác đều DEF . Tia phân giác của góc E cắt cạnh DF tại M . Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với DE , đường thẳng này cắt tia EM tại N và cắt tia EF tại P . Chứng minh rằng:

a) Tam giác DNF là tam giác cân.

b) NF vuông góc với EF .

c) Tam giác DFP là tam giác cân.

8. Cho tam giác nhọn ABC có hai đường cao BD và CE . Trên tia đối của BD lấy điểm M sao cho $BM = AC$. Trên tia đối của CE lấy điểm N sao cho $CN = AB$. Chứng minh rằng:

a) $\widehat{ABM} = \widehat{ACN}$.

b) $\triangle ABM = \triangle NCA$

c) Tam giác MAN là tam giác vuông cân.

9. Cho tam giác DEF cân tại D , đường cao DH , G là trọng tâm. Trên tia đối của HG lấy điểm K sao cho $HG = HK$.

a) Chứng minh rằng $EG = GF = FK = KE$.

b) Chứng minh $\triangle DEK = \triangle DFK$

c) Nếu $FG = \frac{1}{2}DK$ thì tam giác DKF là tam giác gì? Vì sao?

10. Cho tam giác PQR , các đường phân giác ngoài của góc Q và R cắt nhau tại I . Từ P kẻ các đường thẳng vuông góc với hai đường phân giác ngoài trên, cắt cạnh QR tại điểm H và K .

Chứng minh rằng:

a) Chu vi của tam giác PQR bằng HK .

b) Đường trung trực của HK đi qua điểm I ;

c) PI là tia phân giác của góc QPR .

11. Cho tam giác cân MNP ($MN = MP > NP$). Đường trung trực của MP cắt tia PN tại điểm A . Trên tia đối của MA lấy điểm B sao cho $MB = AN$. Chứng minh rằng:

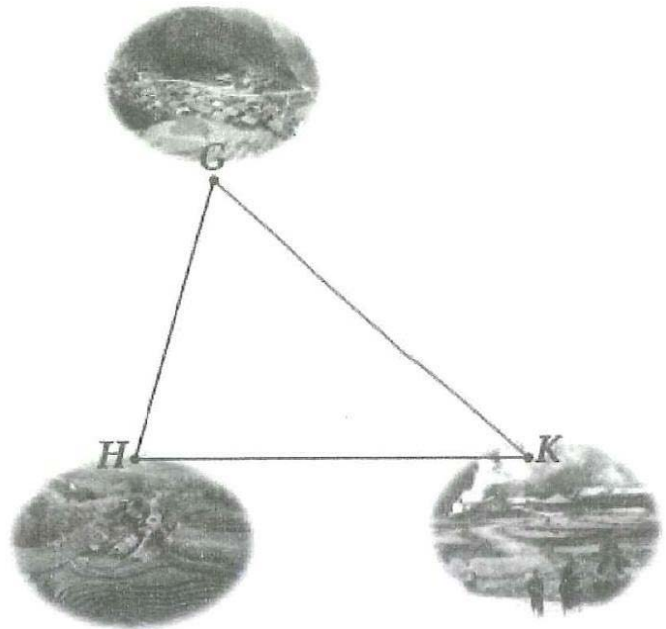
a) Tam giác MAP là tam giác cân.

b) Tam giác BAP là tam giác cân.

12. Ba thôn G, H, K tạo thành ba đỉnh của một tam giác. Nhà nước muốn xây dựng một trường tiểu học cho ba thôn đó.

a) Vậy cần đặt vị trí trường học ở đâu để khoảng cách từ trường tới ba thôn là như nhau?

b) Nói giữa các thôn có một con đường duy nhất. Vậy cần đặt vị trí trường học ở đâu để khoảng cách từ trường học tới ba con đường nối giữa các thôn là như nhau?



13. Ba bạn Mai, Linh, Bách học cùng lớp và chơi rất thân với nhau. Ba bạn muốn trồng một cây xanh và chăm sóc cho cây xanh đó lớn. Biết rằng Nhà ba bạn là ba đỉnh của một tam giác.

a) Vậy cần trồng cây xanh ở đâu để khoảng cách từ cây xanh đến nhà ba bạn là như nhau?

b) Ba bạn muốn đến nhà nhau chỉ có một con đường duy nhất. Vậy cần trồng cây xanh ở đâu để khoảng cách từ cây đến các con đường nối nhà ba bạn là như nhau?

14. Cho tam giác DEF cân tại D . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DF và DE . Kẻ DH vuông góc với EF .

a) Chứng minh rằng $EM = FN$ và $\widehat{DEM} = \widehat{DFN}$.

b) Gọi giao điểm của EM và FN là K . Chứng minh rằng $KE = KF$.

c) Chứng minh EM, FN, DH đồng quy.

ÔN TẬP CHƯƠNG IX

1A. Dễ dàng tính được $\widehat{F} = 45^\circ$.

Từ đó ta thấy $\widehat{D} < \widehat{F} < \widehat{E}$ suy ra $EF < DE < DF$.

1B. Tương tự bài 1A. Đáp số: $MN > NP > MP$.

2A. Dễ dàng nhận thấy $AB < AC < BC \Rightarrow \widehat{C} < \widehat{B} < \widehat{A}$.

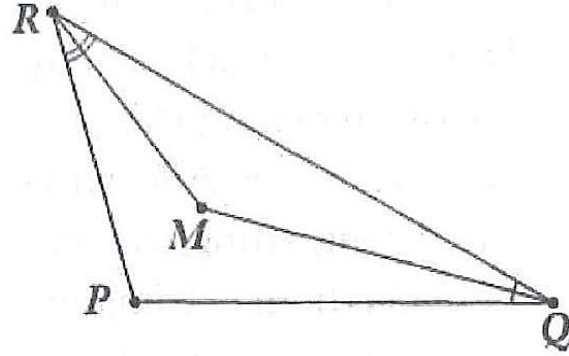
2B. Tương tự bài 2A. Đáp số: $\widehat{I} > \widehat{H} > \widehat{G}$.

3A. Vì $\widehat{P} = 100^\circ \Rightarrow \widehat{PRQ} + \widehat{PQR} = 80^\circ$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(\widehat{PQR} + \widehat{PRQ}) = 40^\circ$$

Từ đó suy ra

$$\begin{aligned}\widehat{RMQ} &= 180^\circ - \frac{1}{2}(\widehat{PRQ} + \widehat{PQR}) \\ &= 140^\circ.\end{aligned}$$



3B. Tương tự bài 3A. Đáp số: 110° .

4A. a) Vì $\widehat{C} < \widehat{B}$ suy ra $AB < AC$.

b) Vì $AB = AM$ và $\widehat{A} = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle ABM$ đều.

c) Vì $\triangle ABM$ đều nên $BM = AM$.

Do đó $BM + MC = AM + MC = AC$.

Mà $BM + MC > BC$ suy ra $AC > BC$ (1).

Ta có $\triangle BMC$ là tam giác tù tại M ($\widehat{M} = 120^\circ$)

suy ra $BC > BM$ do đó $BC > AB$ (2).

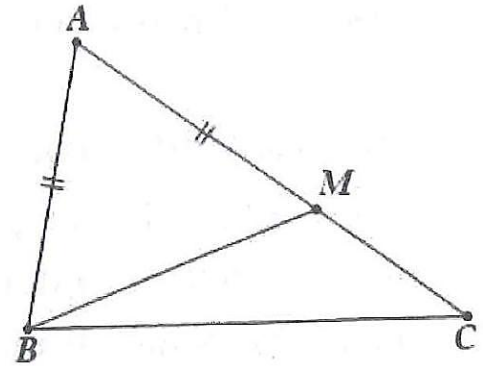
Từ (1) và (2) suy ra $AC > BC > AB$.

d) Ta có: $\widehat{BMC} = 120^\circ$ (cmt) nên $\widehat{C} + \widehat{MBC} = 60^\circ$.

Lại có $\widehat{ABC} < 90^\circ$ (gt), mà $\widehat{ABM} = 60^\circ$

nên $\widehat{MBC} < 30^\circ \Leftarrow \widehat{MCB} > 30^\circ$.

Do vậy tam giác BMC có: $\widehat{BMC} > \widehat{MCB} > \widehat{MBC}$



$$\Rightarrow BC > BM > MC.$$

4B. Tương tự bài 4A.

b) $TU > UV > TV.$

c) $UV > KU > KV.$

5A. a) Ta có $\triangle DIE, \triangle DIF$ là các tam giác vuông tại I nên $DI < DE$

và $DI < DF$. Do đó $2DI < DE + DF$.

Vậy $DI < \frac{1}{2}(DE + DF).$

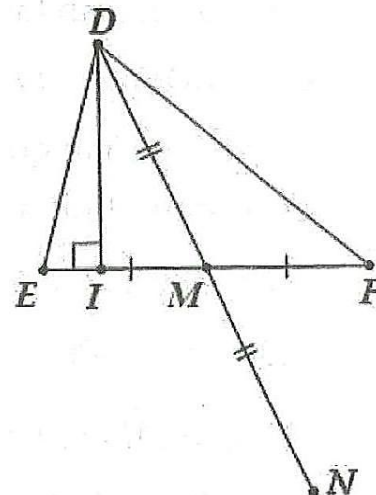
b) Trên tia đối MD lấy điểm N sao cho $MD = MN$.

Dễ dàng chứng minh được $\triangle DEM = \triangle NFM$ (c.g.c)

suy ra $DE = NF$ (cạnh tương ứng).

Ta có: $DN < DF + FN$ hay $2DM < DF + DE$

suy ra $DM = \frac{1}{2}(DE + DF).$



5B. Tương tự bài 5A. HS tự chứng minh.

6A. Xét $\triangle PQB$ có QR là đường trung tuyến.

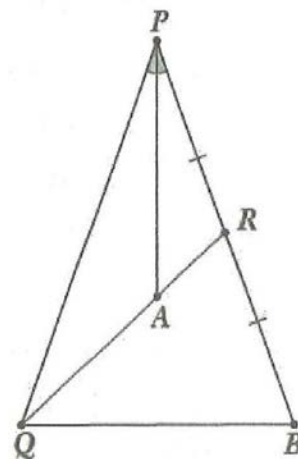
Mà $QA = 2AR$ nên A là trọng tâm của $\triangle PQB$

Do đó PA là một đường trung tuyến.

Mà PA là đường phân giác nên theo **Bài 11B**

(Bài 4. Sự đồng quy của ba đường trung tuyến,

ba đường phân giác trong một tam giác) ta có $\triangle PQB$ cân tại P .



6B. Tương tự bài 6A. HS tự chứng minh.

7. a) Dễ dàng chứng minh được $\triangle DEN = \triangle FEN$ (c.g.c)

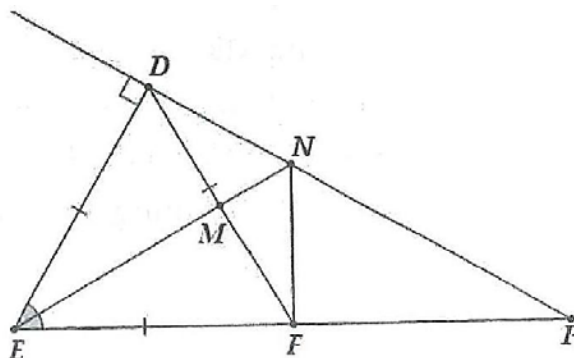
suy ra $ND = NF$ (cạnh tương ứng).

Vậy $\triangle DNF$ cân tại N .

b) Vì $\triangle DEN = \triangle FEN$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{NDE} = \widehat{NFE} = 90^\circ$

(góc tương ứng).

Vậy NF vuông góc với EF .



c) Dễ dàng tính được: $\widehat{NDF} = 30^\circ, \widehat{DFP} = 120^\circ \Rightarrow \hat{P} = 30^\circ$.

Do đó $\hat{P} = \widehat{PDF} (= 30^\circ)$ suy ra tam giác DFP cân tại F .

8. a) Ta có: $\widehat{ABD} + \widehat{BAD} = \widehat{ACE} + \widehat{BAD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ACE}$.

Mà $\widehat{ABD} + \widehat{ABM} = \widehat{ACE} + \widehat{ACN} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{ACN}$

b) Dễ dàng chứng minh được $\triangle ABM = \triangle NCA$ (c.g.c)

c) Vì $\triangle ABM = \triangle NCA$ (cmt) nên suy ra $AM = AN$

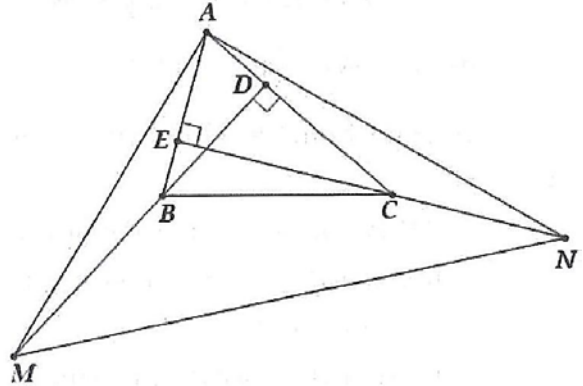
(cạnh tương ứng) và $\widehat{MAB} = \widehat{ANC}$ (góc tương ứng).

Mà $\widehat{ANC} + \widehat{EAN} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{MAB} + \widehat{EAN} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{MAN} = 90^\circ$

Vậy $\triangle MAN$ là tam giác vuông cân tại A .



9. a) Vì $\triangle DEF$ cân tại D nên đường cao DH ứng với cạnh đáy EF đồng thời là đường trung trực của EF .

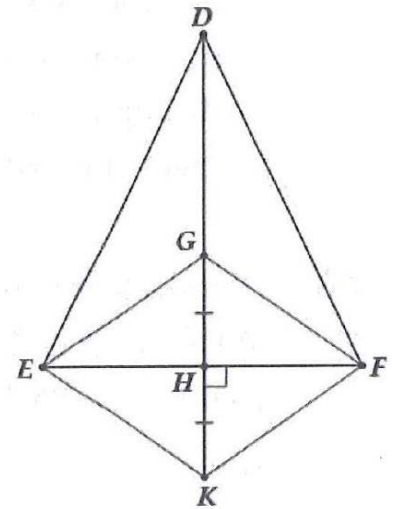
Mà G và K thuộc DH nên $GE = GF$ và $KE = KF$.

Mặt khác lại có EH vuông góc với GK tại trung điểm H của GK nên EH là đường trung trực của GK hay $EG = EK$. Vậy $EG = GF = FK = KE$.

b) Dễ dàng chứng minh được $\triangle DEK = \triangle DFK$ (c.c.c)

c) Vì G là trọng tâm của tam giác DEF nên

$$GD = \frac{2}{3}DH \Rightarrow GH = \frac{1}{3}DH; GK = \frac{2}{3}DH \Rightarrow GD = GK.$$

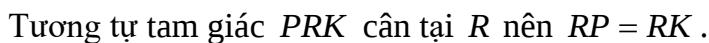


Tam giác DFK có đường trung tuyến FG ứng với cạnh DK . Nếu $FG = \frac{1}{2}DK$ thì tam giác DFK là tam giác vuông tại F (theo **Bài 10A - Bài 4**. Sự đồng quy của ba đường trung tuyến, ba đường phân giác trong một tam giác).

Do đó $\widehat{DFK} = 90^\circ$.

Mà $FG = GK = KF$ nên $\triangle FGK$ là tam giác đều suy ra $\widehat{GKF} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{HDF} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{EDF} = 60^\circ$ nên tam giác DEF là tam giác đều.

10. a) Dễ dàng chứng minh được $\triangle HQP$ cân tại Q (đường cao đồng thời là đường phân giác) nên $QP = QH$.



Do đó chu vi tam giác PQR bằng: $PQ + PR + RQ = QH + RK + RQ = HK$.

Tương tự IR là đường trung trực của PK .

c) Vì I là giao điểm đường phân giác ngoài đỉnh Q nên I cách đều hai cạnh QR và PQ (kéo dài), và đỉnh R nên I cách đều hai cạnh QR và PR (kéo dài) của tam giác PQR . Do đó, I cách đều hai cạnh PQ và PR nên I thuộc phân giác của góc QPR .

11. a) Vì A thuộc đường trung trực của MP nên $AM = AP$.

Vậy ΔMAP cân tại A .

b) Vì ΔMAP cân tại $A(\text{cmt})$ nên $\widehat{APM} = \widehat{AMP}$

Vì $\triangle MNP$ cân tại M nên $\widehat{APM} = \widehat{MNP}$

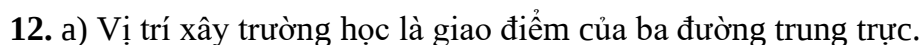
Do đó $\widehat{AMP} = \widehat{MNP} \Rightarrow \widehat{PMB} = \widehat{MNA}$.

Dễ dàng chứng minh được $\Delta MNA = \Delta PMB$ (c.g.c) suy ra $MA = PB$ (cạnh tương ứng) (1).

Mà $MA = AP$ (do $\triangle MAP$ cân tại A) (2).

Từ (1) và (2) nên $PB = AP$.

Vậy $\triangle PAB$ cân tại P .



b) Vị trí xây trường học là giao điểm ba đường phân giác.

13. Tương tự bài 12. HS tự làm.

14. a) Dễ dàng chứng minh được $\triangle DEM = \triangle DFN$ (c.g.c)

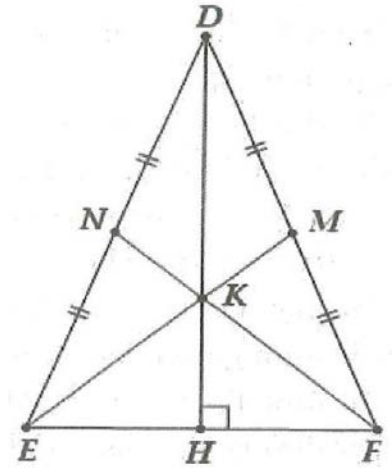
Từ đó suy ra $EM = FN$ (cạnh tương ứng) và $\widehat{DEM} = \widehat{DFN}$ (góc tương ứng).

b) Từ câu a ta có $\widehat{DEM} = \widehat{DFN}$, mà $\widehat{DEF} = \widehat{DFE}$ (do tam giác DEF cân tại D) nên suy ra $\widehat{KEF} = \widehat{KFE}$. Vậy tam giác KEF cân tại K nên $KE = KF$.

c) Vì M, N lần lượt là trung điểm DF và DE nên EM, FN là các đường trung tuyến của tam giác DEF (1).

Vì tam giác DEF cân tại D có DH là đường cao đồng thời là đường trung tuyến của tam giác DEF (2).

Từ (1) và (2) suy ra EM, FN, DH đồng quy.



BÀI 1. HÌNH HỘP CHỮ NHẬT VÀ HÌNH LẬP PHƯƠNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hình hộp chữ nhật, hình lập phương

+ Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là các hình chữ nhật, 8 đỉnh, 12 cạnh, 4 đường chéo, các cạnh bên song song và bằng nhau.

+ Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có 6 mặt là các hình vuông.

2. Diện tích xung quanh và thể tích của hình hộp chữ nhật, hình lập phương

Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật: $S_{xq} = 2(a + b)c$ Với a, b, c là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của hình hộp chữ nhật.	Diện tích xung quanh của hình lập phương: $S_{xq} = 4a^2$ Với a là cạnh hình lập phương.
---	--

Chú ý : Khi tính diện tích, thể tích của một hình, các kích thước của nó phải cùng đơn vị độ dài.

Diện tích toàn phần là tổng của diện tích xung quanh và diện tích hai mặt.

3. Thể tích của hình hộp chữ nhật, hình lập phương

Thể tích của hình hộp chữ nhật: $V = abc$	Thể tích của hình lập phương: $V = a^3$
---	---

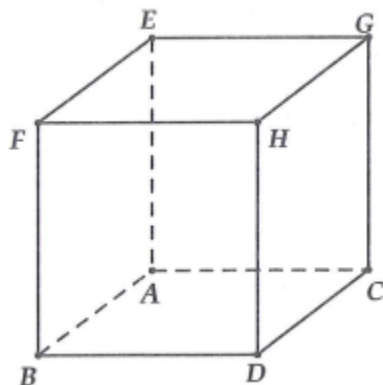
II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận biết tính chất đặc trưng của hình hộp chữ nhật, hình lập phương

Phương pháp giải: Dựa vào lí thuyết trên để giải quyết.

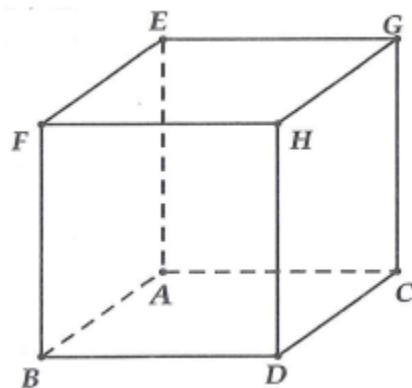
1A. Gọi tên các đỉnh, các cạnh, các mặt của hình hộp chữ nhật ở hình vẽ bên dưới.

1B. Gọi tên các mặt đáy của hình hộp chữ nhật ở hình vẽ bên dưới.

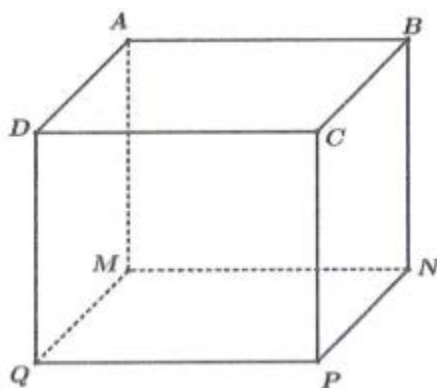


Hình vẽ dùng cho bài 1A, 1B

2A. Chỉ rõ các đường chéo của hình lập phương ở hình vẽ dưới đây.



2B. Gọi tên các đỉnh, đường chéo, các cạnh của hình lập phương ở hình vẽ dưới đây.



Dạng 2. Tính diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật, hình lập phương

Phương pháp giải: Sử dụng công thức

Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật: $S_{xq} = 2(a + b)c$	Diện tích xung quanh của hình lập phương: $V = a^3$
---	--

Chú ý: Khi tính diện tích, thể tích của một hình, các kích thước của nó phải cùng đơn vị độ dài.

Diện tích toàn phần là tổng của diện tích xung quanh và diện tích hai mặt.

1A. Tính diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật biết chiều dài là 20 m, chiều rộng là 10 m, chiều cao là 30 m.

1B. Tính diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật biết chiều dài là 30 m, chiều rộng là 18 m, chiều cao là 35 m.

2A. Tính diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật biết chiều dài là 2,3 m; chiều rộng là $\frac{2}{5}$ m, chiều cao là 1,2 m.

2B. Tính diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật biết chiều dài là $\frac{2}{3}$ m, chiều rộng là $\frac{1}{3}$ m, chiều cao là $\frac{4}{9}$ m.

3A. Một hình hộp chữ nhật có diện tích đáy bằng 72 cm^2 . Chiều rộng hơn chiều cao là 4 cm , chiều cao bằng $\frac{1}{2}$ chiều rộng. Tính diện tích xung quanh.

3B. Một hình hộp chữ nhật có diện tích đáy bằng 30 cm^2 . Chiều rộng hơn chiều cao là 2 cm , chiều cao bằng $\frac{1}{3}$ chiều rộng. Tính diện tích xung quanh.

4A. Tính diện tích xung quanh của hình lập phương có cạnh là 30 m .

4B. Tính diện tích xung quanh của hình lập phương biết cạnh là số tự nhiên tròn chục lớn nhất có hai chữ số, đơn vị cm .

5A. Tính diện tích xung quanh của hình lập phương biết cạnh là số tự nhiên nhỏ nhất có hai chữ số, đơn vị cm .

5B. Tính diện tích xung quanh của hình lập phương biết diện tích một mặt là 20 cm^2 .

6A. Một hình lập phương có diện tích đáy bằng 32 cm^2 . Tính diện tích xung quanh của hình lập phương.

6B. Một hình lập phương có chiều cao là 5 m . Tính diện tích xung quanh của lập phương.

Dạng 3. Tính thể tích hình hộp chữ nhật, hình lập phương.

Phương pháp giải: Sử dụng công thức :

Thể tích của hình hộp chữ nhật: $V = abc$	Thể tích của hình lập phương: $V = a^3$
---	---

7A. Tính thể tích của hình hộp chữ nhật biết chiều dài là 2 m , chiều rộng là 1 m , chiều cao là 3 m .

7B. Tính thể tích của hình hộp chữ nhật biết chiều dài là 30 dm , chiều rộng là 12 dm , chiều cao là 350 cm .

8A. Tính thể tích của hình hộp chữ nhật biết chiều dài gấp hai lần chiều rộng, chiều rộng bằng nửa chiều cao, biết chiều cao là 4 m .

8B. Tính thể tích của hình hộp chữ nhật biết chiều rộng bằng $\frac{1}{3}$ chiều dài, chiều dài bằng $\frac{1}{2}$ chiều cao, biết chiều cao là 6 m .

9A. Tính thể tích của hình hộp chữ nhật biết chiều dài bằng chiều rộng cùng bằng 2 m , chiều cao bằng 4 m .

9B. Tính thể tích của hình hộp chữ nhật biết chiều dài bằng chiều rộng cùng bằng 2 dm , chiều cao bằng 42 cm .

10A. Tính thể tích của hình lập phương biết cạnh là 8 cm .

10B. Tính thể tích của hình lập phương diện tích một mặt là 64 m^2 .

11A. Tính thể tích của hình lập phương biết rằng chu vi một mặt là 16 m.

11B. Tính thể tích của hình lập phương biết thể tích của hình lập phương bằng thể tích của hình hộp chữ nhật có chiều rộng bằng $\frac{1}{3}$ chiều dài, chiều dài bằng $\frac{1}{2}$ chiều cao, biết chiều cao là 6 m.

12A. Tính thể tích của hình lập phương biết độ dài một cạnh là một số nguyên tố chẵn, đơn vị cạnh hình lập phương là xen-ti-met.

12B. Tính thể tích của hình lập phương biết diện tích toàn phần 150 m^2 .

Dạng 4. Tổng hợp

Phương pháp giải: Vận dụng các công thức về diện tích xung quanh, thể tích để giải quyết các bài toán tổng hợp.

13A. Một hình hộp chữ nhật có chiều dài 35 cm, chiều rộng 25 cm và chiều cao 20 cm. Tính:

- a) Chu vi mặt đáy của hình hộp.
- b) Diện tích xung quanh của hình hộp.
- c) Diện tích toàn phần của hình hộp.

13B. Một hình hộp chữ nhật có chiều dài 4,8 cm, chiều rộng 2,2 cm và chiều cao 3,5 cm. Tính:

- a) Chu vi mặt đáy của hình hộp.
- b) Diện tích xung quanh của hình hộp.
- c) Diện tích toàn phần của hình hộp.

14A. Một hình hộp chữ nhật có diện tích xung quanh là 420 cm^2 và có chiều cao là 7 cm. Tính chu vi đáy của hình hộp chữ nhật đó.

14B. Một hình hộp chữ nhật có diện tích xung quanh là 560 cm^2 và có chiều cao là 8 cm. Tính chu vi đáy của hình hộp chữ nhật đó.

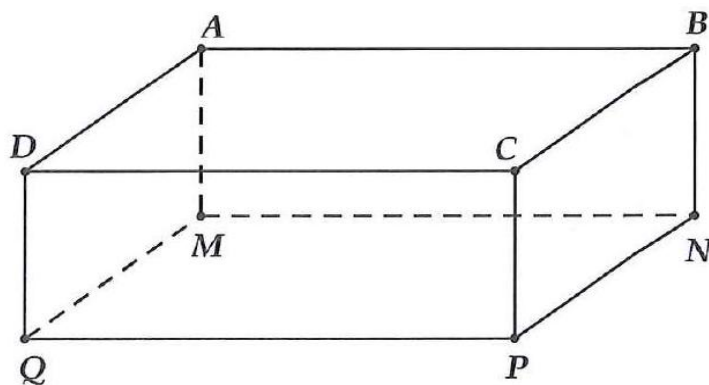
15A. Một cái bể nước có dạng hình hộp chữ nhật, diện tích xung quanh là $8,3 \text{ m}^2$ và chiều cao 0,9 m. Tính chu vi đáy của bể nước, chiều dài và chiều rộng của bể, biết chiều dài hơn chiều rộng 1,5 m.

15B. Một cái bể nước có dạng hình hộp chữ nhật, diện tích xung quanh là $6,2 \text{ m}^2$ và chiều cao 1,2 m. Tính chu vi đáy của bể nước, chiều dài và chiều rộng của bể, biết chiều dài hơn chiều rộng 0,5 m.

16A. Cho hình hộp chữ nhật như hình vẽ dưới, biết độ dài các cạnh $QD = 6 \text{ cm}$; $QP = 12 \text{ cm}$; $QM = 8 \text{ cm}$.

- a) Hãy cho biết độ dài các cạnh CP, MN, PN .

b) Tính diện tích của mặt đáy $MNPQ$ và các mặt bên $ABNM$, $ADQM$.



16B. Một hình hộp chữ nhật có diện tích đáy bằng 108 cm^2 . Chiều dài hơn chiều cao 12 cm , chiều cao bằng $\frac{1}{3}$ chiều dài. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần hình hộp chữ nhật.

17A. Một hình lập phương có cạnh bằng $a \text{ cm}$, diện tích xung quanh bằng 324 cm^2 . Hỏi thể tích của hình lập phương đó bằng bao nhiêu?

17B. Một chiếc hộp hình lập phương có cạnh là 45 cm với khung bằng nhựa, đáy và các mặt xung quanh bọc vải. Hỏi diện tích vải dùng để làm chiếc hộp đó là bao nhiêu (coi phần các mép vải khâu nối không đáng kể)?

18A. Một chiếc khay làm đá để trong tủ lạnh có 20 ngăn nhỏ hình lập phương với cạnh 3 cm . Hỏi tổng thể tích của toàn bộ các viên đá lạnh đựng đầy trong khay là bao nhiêu?

18B. Một cái thùng hình lập phương cạnh 17 dm có chứa nước, độ sâu của nước là 14 dm . Người ta thả 35 viên gạch dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 2 dm , chiều rộng 1 dm và chiều cao $0,5 \text{ dm}$ vào thùng. Hỏi nước trong thùng dâng lên cách miệng thùng bao nhiêu đềximét (giả sử toàn bộ gạch ngập trong nước và chúng hút nước không đáng kể).

Dạng 5. Bài toán thực tế

Phương pháp giải: Vận dụng các công thức về diện tích xung quanh, thể tích để giải quyết các bài toán thực tế.

19A. Một cái hộp dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 60 cm , chiều rộng 50 cm và chiều cao 30 cm . Bạn Chung dán giấy màu đỏ vào các mặt xung quanh và giấy màu vàng vào hai mặt đáy của cái hộp đó (chỉ dán mặt ngoài). Hỏi diện tích giấy màu nào lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu xăng - ti - mét vuông?

19B. Một cái hộp dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài $3,2 \text{ cm}$, chiều rộng $2,5 \text{ cm}$ và chiều cao $1,5 \text{ cm}$. Bạn An dán giấy màu vàng vào các mặt xung quanh và giấy màu xanh vào hai mặt đáy của cái hộp đó (chỉ dán mặt ngoài). Hỏi diện tích giấy màu nào lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu xăng - ti -

mét vuông?

20A. Một bể hình hộp chữ nhật có chiều dài 15 m, chiều rộng 6 m và sâu 3,5m. Hỏi người thợ phải dùng bao nhiêu viên gạch men để lát đáy và xung quanh thành bể ? Biết rằng mỗi viên gạch có kích thước $40\text{ cm} \times 50\text{ cm}$ và diện tích mạch vữa lát là không đáng kể.

20B. Một hồ bơi dài 18 m, rộng 4,5 m và sâu 2,2 m. Người ta lát ở đáy và xung quanh hồ bơi bằng những viên gạch men hình vuông cạnh 2dm. Tính diện tích lát gạch và số gạch cần dùng.

21A. Một cái hộp làm bằng tôn (không có nắp) dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 50 cm, chiều rộng 40 cm và chiều cao 20 cm. Tính diện tích dùng tôn để làm cái hộp đó (không tính mép hàn).

21B. Người ta quét vôi một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 10 m, chiều rộng 5 m và chiều cao 3,5 m. Tính diện tích cần quét vôi của căn phòng (riêng nền nhà không quét). Biết tổng diện tích của các cửa là 8 m^2 .

22A. Phải dùng tờ giấy màu có diện tích bao nhiêu để dán mặt ngoài một cái hộp chữ nhật có chiều dài 38 cm, chiều rộng 2,3 dm và chiều cao 1,2 dm ?

22B. Một cái thùng sắt hình hộp chữ nhật có chiều rộng bằng $\frac{5}{8}$ chiều dài và kém chiều dài 3,6m; chiều cao bằng 2,5 m. Hỏi:

a) Diện tích toàn phần của cái thùng?

b) Nếu người ta sơn bên ngoài cái thùng cứ $3,6\text{ m}^2$ tốn 3 kg sơn thì cần bao nhiêu ki-lô-gam sơn?

23A. Một cái bể nước có dạng hình hộp chữ nhật, diện tích xung quanh là $6,2\text{ m}^2$ và chiều cao 1,2 m. Tính chu vi đáy của bể nước, chiều dài và chiều rộng của bể, biết chiều dài hơn chiều rộng 1,5 m.

23B. Một bể nước có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 5 m. Lúc đầu không có nước, sau khi đổ vào bể 120 thùng nước, mỗi thùng chứa 50l nước thì mực nước của bể dâng cao 1,2 m.

a) Tính chiều rộng của bể nước.

b) Người ta đổ thêm 50 thùng nước nữa thì đầy bể. Hỏi bể cao bao nhiêu mét?

24A. Người ta dùng miếng bìa cứng làm thành một cái hộp không có nắp hình lập phương có cạnh dài 3dm. Tính diện tích miếng bìa đó, biết rằng diện tích các mép dán không đáng kể.

24B. Hỏi cần bao nhiêu ki - lô - gam sơn để sơn bên trong và ngoài một thùng hình lập phương không có nắp có chu vi đáy 12,5 m ? Biết cứ 2 m^2 tốn 1 kg sơn.

25A. Từ một tờ giấy hình chữ nhật có chiều dài 15 cm, chiều rộng 5 cm có thể cắt dán để làm

thành một hình lập phương có cạnh 4 cm được không? Tại sao?

25B. Một hình lập phương có cạnh 8 cm, nếu gấp cạnh của hình lập phương lên ba lần thì S_{xq} và S_{tp} của nó thay đổi như thế nào? Tại sao?

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

26. Một chiếc thùng rác làm bằng gỗ có kích thước chiều dài là 30 cm, chiều rộng là 25 cm, chiều cao là 55 cm. Hỏi thể tích của thùng là bao nhiêu?(coi độ dày của gỗ là không đáng kể).

27. Một phòng học hình hộp chữ nhật có chiều dài 10 m, chiều rộng 8 m, chiều cao 4 m. Tính diện tích toàn phần phòng học?

28. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình hộp chữ nhật có kích thước chiều dài là 20m, chiều rộng là 12 m, chiều cao là 3 m.

29. Một xe đông lạnh có thùng hàng dạng hình hộp chữ nhật, kích thước lòng thùng dài 6,8 m, rộng 2,2 m, cao 2,5 m. Tính thể tích của lòng thùng hàng.

30. Một viên gạch dạng hình hộp chữ nhật, có diện tích xung quanh là 72 cm^2 , chu vi đáy là 12 cm. Tính chiều cao của viên gạch?

31. Hình lập phương A có cạnh 10 cm. Hình lập phương B có cạnh gấp hai lần cạnh hình lập phương A. Hỏi thể tích hình lập phương B gấp bao nhiêu lần thể tích hình lập phương A?

32. Một khối kim loại hình lập phương có cạnh $\frac{1}{2} \text{ m}$, biết mỗi cm^3 kim loại nặng 5 g. Hỏi khối kim loại đó cân nặng bao nhiêu kg?

33. Có hai bể cá hình hộp chữ nhật:

- Bể lớn đang cạn dài 1,2 m; rộng 0,8 m; cao 1,2 m.

- Bể nhỏ chứa đầy nước dài 1 m; rộng 0,6 m; cao 0,8 m.

Người ta đổ hết nước từ bể nhỏ sang bể lớn thì mực nước cách miệng bể bao nhiêu?

34. Một bể cá hình lập phương có cạnh 10dm, mực nước trong bể là 8dm. Khi thả vào bể một cây san hô thì mực nước trong bể là 9dm. Hỏi cây san hô chiếm thể tích là bao nhiêu đề - xi - mét khối?

35. Một bể kính nuôi cá hình hộp chữ nhật có chiều dài 50 cm, chiều rộng 25 cm, chiều cao 1 m.

Lúc đầu mực nước trong bể cao bằng $\frac{1}{2}$ chiều cao của bể. Lúc sau người ta bỏ vào trong bể một hòn

đá thì mực nước trong bể cao lên bằng $\frac{4}{5}$ chiều cao của bể. Tính thể tích của hòn đá nằm trong bể nước.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

Dạng 1. Nhận biết tính chất đặc trưng của hình hộp chữ nhật, hình lập phương

1A. Các đỉnh là: A, B, C, D, E, F, G, H .

Các cạnh là: $AB, AC, DB, DC, FE, FH, HG, GE$.

Các mặt là các hình chữ nhật: $EFHG, ABDC, ABFE, CDHG, ACGE, BDHF$.

1B. Các mặt đáy là các hình chữ nhật $EFHG, ACDB$.

2A. Các đường chéo là ED, BG, FC, AH .

2B. Các đỉnh là: A, B, C, D, M, N, P, Q .

Các đường chéo là: MC, BQ, AP, DN .

Các cạnh là: $AB, BC, CD, DA, MN, NP, PQ, QM$.

Dạng 2. Tính diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật, hình lập phương

1A. Diện tích xung quanh là: $(20 + 10).2.30 = 1800 \text{ (m}^2\text{)}$

1B. 3360 m^2 .

2A. $6,48 \text{ m}^2$.

2B. $\frac{8}{9} \text{ m}^2$.

3A. Chiều rộng là $4:1.2 = 8 \text{ cm}$; chiều cao là $8 - 4 = 4 \text{ (cm)}$.

Chiều dài là $72:8 = 9 \text{ cm}$

Vậy diện tích xung quanh là: $(8 + 9).2.4 = 136 \text{ (cm}^2\text{)}$

3B. $26 \text{ (cm}^2\text{)}$.

4A. $S_{xq} = 4.30.30 = 3600 \text{ m}^2$

4B. 32400 cm^2 .

5A. 400 cm^2 .

5B. 80 cm^2 .

6A. 128 cm^2 .

6B. 100 m^2 .

Dạng 3. Tính thể tích hình hộp chữ nhật, hình lập phương.

7A. $6m^3$.

7B. $12600 m^2$

8A. Chiều rộng là $4:2 = 2m$; Chiều dài là $2.2 = 4m^2$.

Thể tích là $2.4.4 = 32m^2$.

8B. $18m^3$.

9A. $16 cm^3$.

9B. $16,8 cm^3$.

10A. $512 m^3$.

10B. $512 m^3$.

11A. $64 m^3$

11B. $18m^3$

12A. $8 cm^3$.

12B. $125m^3$

Dạng 4. Tổng hợp

13A. a) Chu vi mặt đáy của hình hộp là $(35 + 25).2 = 120 cm$

b) Diện tích xung quanh của hình hộp là $120.20 = 2400 cm^2$.

c) Diện tích toàn phần của hình hộp là $2400 + 2.25.35 = 4150 cm^2$.

13B. Học sinh tự làm

14A. Chu vi đáy là $420:7 = 60 cm$

14B. $70 cm$.

15A. Chu vi đáy của bể nước là $8,3:0,9 = \frac{83}{9}m$

Chiều dài của bể nước là $\left[\left(\frac{83}{9}:2 \right) + 1,5 \right]:2 = \frac{55}{18}m$

Chiều rộng của bể nước là $\frac{83}{9}:2 - \frac{55}{18} = \frac{14}{9}m$

15B. Hs tự làm. Đáp số:

Chu vi: $\frac{31}{6} cm$; Chiều dài: $\frac{37}{24} cm$; Chiều rộng: $\frac{25}{24} cm$;

16A. $CP = QD = 6 \text{ cm}; MN = PQ = 12 \text{ cm}; PN = QM = 8 \text{ cm}.$

Diện tích $MNPQ$ là $12.8 = 96 \text{ cm}^2$

Diện tích $ABNM$ là $12.6 = 72 \text{ cm}^2$;

Diện tích $ADQM$ là $8.6 = 48 \text{ cm}^2$;

16B. HS tự tính: chiều cao: 6 cm ; chiều dài: 18 cm ; chiều rộng: $6 \text{ cm}.$

$$S_{xq} = [(18 + 6).2].6 = 288 \text{ cm}^2; S_{tp} = 288 + 2.108 = 504 \text{ cm}^2.$$

17A. $a = \sqrt{324 : 4} = 9 \text{ cm}; V = 9.9.9 = 729 \text{ cm}^3.$

17B. $12150 \text{ cm}^2.$

18A. $540 \text{ cm}^3.$

18B. Thể tích cái thùng là $17.17.17 = 4913 \text{ dm}^3$

Thể tích của 35 viên gạch là $35.2.1.0,5 = 35 \text{ dm}^3$

Thể tích nước có trong thùng là $17.17.14 = 4046 \text{ dm}^3.$

Thể tích phần chưa có nước là $4913 - 4046 - 35 = 832 \text{ dm}^3$

Chiều cao phần chưa có nước trong thùng là: $832 : (17.17) \approx 2,88 \text{ dm}$

Vậy nước trong thùng dâng lên cách miệng thùng là xấp xỉ $2,88 \text{ dm}.$

Dạng 5. Bài toán thực tế

19A. Diện tích giấy màu đỏ là: $(50 + 60) \times 2 \times 30 = 6600 \text{ cm}^2.$

Diện tích giấy màu vàng là: $50.60.2 = 6000 \text{ cm}^2.$

Vậy diện tích giấy màu đỏ nhiều hơn diện tích giấy màu vàng là:

$$6600 - 6000 = 600 \text{ cm}^2.$$

19B. Diện tích giấy màu vàng lớn hơn: $1,1 \text{ cm}^2.$

20A. Diện tích lát gạch men là $(15 + 6).2.3,5 + 15.6 = 237 \text{ m}^2$

Số gạch để lát bề là $237 : (0,4.0,5) = 1185 \text{ viên}$

Vậy ta phải cần 1185 viên gạch để lát cái bề trên.

20B. Số gạch cần để lát hồ bơi là 4500 viên

21A. Diện tích tôn để làm cái hộp là $(50 + 40).2.20 + 50.40 = 5600 \text{ cm}^2$

21B. Diện tích phần quét vôi là $(10 + 5).2.3,5 + 10.5 - 8 = 147 \text{ m}^2$

22A. Diện tích tờ giấy dùng để dán hộp là

$$(38 + 23).2.12 + 2.38.23 = 3212 \text{ cm}^2$$

22B. a) Chiều dài là $(3,6 : 3).8 = 9,6m$; Chiều rộng là $9,6 - 3,6 = 6m$;

$$S_{tp} = (9,6 + 6).2.2,5 + 2.9,6.6 = 193,2 \text{ m}^2$$

23A. Chu vi đáy của bể nước là $6,2 : 1,2 = \frac{31}{6}m$

$$\text{Chiều dài là } \left(\frac{31}{6} : 2 + 1,5 \right) : 2 = \frac{49}{24}m;$$

$$\text{Chiều rộng là } \frac{49}{24} - 1,5 = \frac{13}{24}m$$

23B. a) Thể tích nước trong bể là $120.50 = 6000l = 6000 \text{ dm}^3$

$$\text{Diện tích đáy là } 6000 : 12 = 500 \text{ dm}^2$$

$$\text{Chiều rộng của bể nước là } 500 : 50 = 10 \text{ dm}$$

b) Thể tích của 50 thùng nước là $50.500 = 25000l = 25000 \text{ dm}^3$

$$\text{Chiều cao mực nước đổ thêm vào bể là } 25000 : 500 = 50\text{dm} = 5 \text{ m}$$

$$\text{Vậy bể nước có chiều cao là } 5 + 1,2 = 6,2m$$

24A. Diện tích miếng bìa cứng là $3.3.5 = 45 \text{ dm}^2$

24B. Cạnh của thùng là $12,5 : 4 = 3,125m$

$$\text{Diện tích cần sơn thùng là } 2.3,125.3,125.5 = 97,65625 \text{ m}^2$$

$$\text{Số kg sơn dùng để sơn thùng là } 97,65625 : 2 = 48,828125 \text{ kg}$$

25A. Diện tích tờ giấy là $15.5 = 75 \text{ cm}^2$

$$\text{Diện tích toàn phần của hình lập phương là } 4.4.6 = 96 \text{ cm}^2$$

Do diện tích toàn phần của hình lập phương lớn hơn diện tích tờ giấy nên không thể cắt dán để làm thành một hình lập phương có cạnh là 4 cm được.

25B. Diện tích xung quanh của hình lập phương lúc đầu là:

$$29. 8 \times 8 \times 4 = 256 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích toàn phần của hình lập phương lúc đầu là:

$$8 \times 8 \times 6 = 384 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích xung quanh của hình lập phương lúc sau là

$$8 \times 3 \times 8 \times 3 \times 4 = 2304 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích toàn phần của hình lập phương lúc sau là:

$$8 \times 3 \times 8 \times 3 \times 6 = 3456 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Nếu gấp cạnh của hình lập phương lên ba lần thì S_{xq} tăng lên: $2304 : 256 = 9$ lần và S_{tp} tăng lên $3456 : 384 = 9$ lần.

26. $V = 41250 \text{ cm}^3$.

27. $S_{tp} = (10 + 8) \cdot 2.4 = 144 \text{ m}^2$.

28. $S_{xq} = (20 + 12) \cdot 2.3 = 192 \text{ m}^2$; $S_{tp} = 192 + 2 \cdot 20 \cdot 12 = 672 \text{ m}^2$

$$V = 20 \cdot 12 \cdot 3 = 720 \text{ m}^3$$

29. $V = 6,8 \cdot 2,2 \cdot 5 = 37,4 \text{ m}^3$

30. Chiều cao của viên gạch là $72 : 12 = 6 \text{ cm}$

31. Thể tích hình lập phương A là: $10^3 = 1000 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Thể tích hình lập phương B là: $10 \times 2 \times 10 \times 2 \times 10 \times 2 = 8000 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Thể tích hình lập phương B gấp thể tích hình lập phương A số lần là $8000 : 1000 = 8$ (lần).

32. Thể tích khối kim loại là $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \text{ m}^3 = 125000 \text{ cm}^3$

Khối kim loại nặng số kg là $125000 \cdot 5 = 625000 \text{ g} = 625 \text{ kg}$

33. Thể tích bể nhỏ là: $1,0 \cdot 6,0 \cdot 8 = 48 \text{ (m}^3\text{)}.$

Chiều cao mực nước trong bể lớn là: $48 : (1,2 \cdot 0,8) = 0,5 \text{ m}.$

Mực nước cách miệng bể: $1,2 - 0,5 = 0,7 \text{ m}.$

34. Sau khi thả cây san hô, mực nước trong bể tăng lên: $9 - 8 = 1 \text{ (dm)}.$

Thể tích cây san hô là: $10 \cdot 10 \cdot 1 = 100 \text{ (dm}^3\text{)}.$

35. Đổi $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}.$

Thể tích bể nuôi cá là: $50 \cdot 25 \cdot 100 = 125000 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Thể tích nước ban đầu là: $125000 \cdot \frac{1}{2} = 62500 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Thể tích nước sau khi thả hòn đá là: $125000 \cdot \frac{4}{5} = 100000 \text{ (cm}^3\text{)}$.

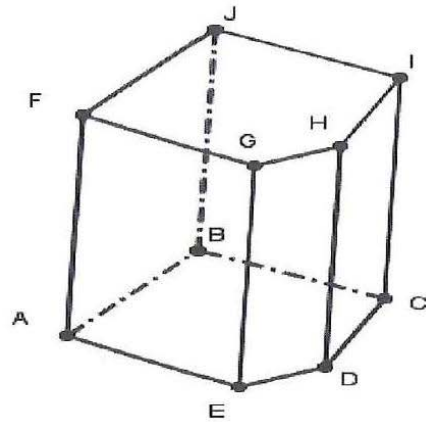
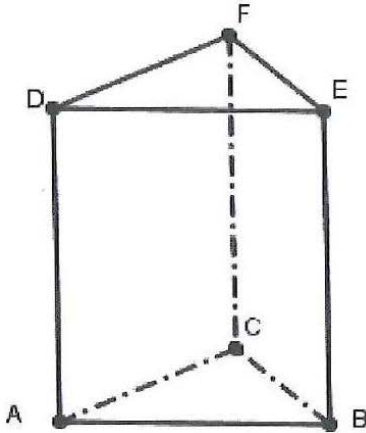
Thể tích hòn đá nằm trong bể nước là: $100000 - 62500 = 37500 \text{ (cm}^3\text{)}$.

BÀI 2. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TAM GIÁC VÀ HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TỨ GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác

- Lăng trụ đứng có hai đáy là tam giác, tứ giác thì hình lăng trụ đứng tương ứng được gọi là lăng trụ đứng tam giác, lăng trụ đứng tứ giác.



2. Nhận xét

- Hai mặt đáy song song với nhau
- Các mặt bên là những hình chữ nhật
- Các cạnh bên song song và bằng nhau

Độ dài một cạnh bên gọi là chiều cao của lăng trụ đứng

3. Diện tích xung quanh và thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác

- Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng bằng tích của chu vi đáy với chiều cao của nó.

$$S_{xq} = C.h$$

Trong đó S_{xq} : Diện tích xung quanh của hình lăng trụ.

C : Chu vi một đáy của hình lăng trụ.

h : Chiều cao của lăng trụ.

- Thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác, lăng trụ đứng tứ giác:

$$V = S_{\text{đáy}}.h$$

Trong đó V : thể tích của hình lăng trụ đứng.

$S_{\text{đáy}}$: Diện tích một đáy của hình lăng trụ đứng.

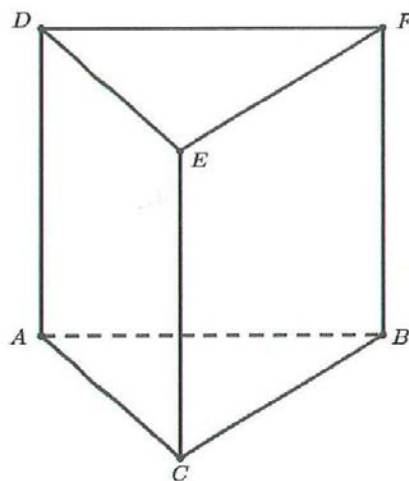
h : Chiều cao của hình lăng trụ đứng.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

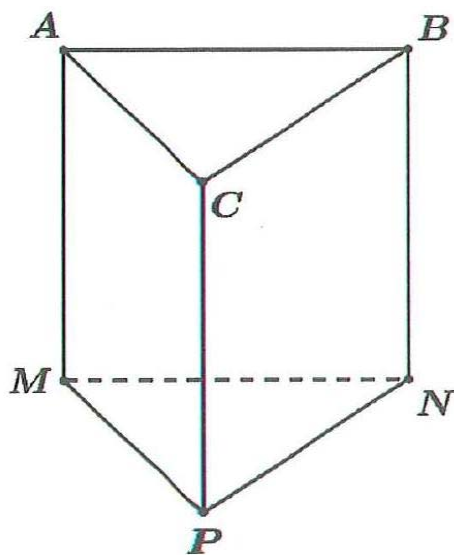
Dạng 1. Nhận biết tính chất đặc trưng của hình lăng trụ đứng tam giác, lăng trụ đứng tứ giác

Phương pháp giải: Dựa vào lí thuyết trên để giải quyết.

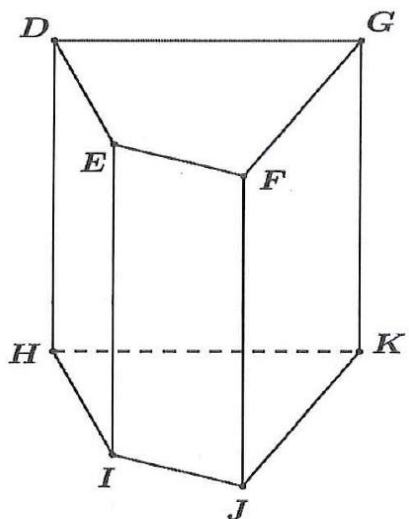
1A. Hãy cho biết đỉnh, cạnh đáy, cạnh bên, mặt đáy, mặt bên của hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.DFE$ ở hình dưới.



1B. Quan sát và gọi tên các mặt đáy, mặt bên, cạnh đáy, cạnh bên của hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.MNP$ ở hình dưới.

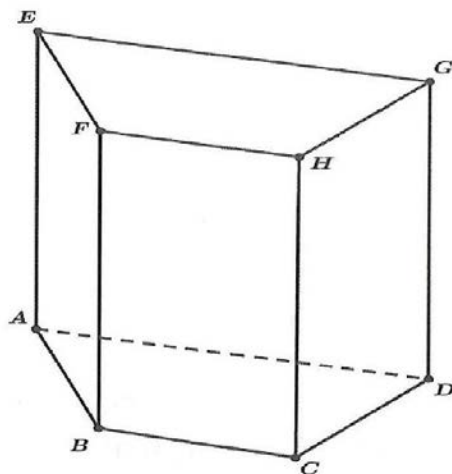


2A. Viết tên đỉnh, cạnh, mặt bên, mặt đáy của hình lăng trụ đứng tứ giác ở hình dưới.



2B. Cho hình vẽ bên dưới:

Hãy chỉ tên các cạnh song song với HC .



Dạng 2. Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác, lăng trụ đứng tứ giác

Phương pháp giải: Vận dụng các công thức về diện tích xung quanh ở phần lí thuyết để làm các toán.

1A. Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác, biết độ dài ba cạnh của tam giác lần lượt là 2;3;4 (cm) và chiều cao là 6 cm.

1B. Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác, biết độ dài ba cạnh của tam giác lần lượt là 3, 2;4,3;6,5(cm) và chiều cao là 2,5 cm.

2A. Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác, biết chu vi đáy là 20 cm và chiều cao là 8 cm.

2B. Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác, biết chu vi đáy là 35,5 cm và chiều cao là 12,5 cm.

3A. Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tứ giác, biết chu vi đáy là 46 cm và chiều cao là 25 cm.

3B. Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tứ giác, biết chu vi đáy là 62,8 cm và chiều cao là 12,7 cm.

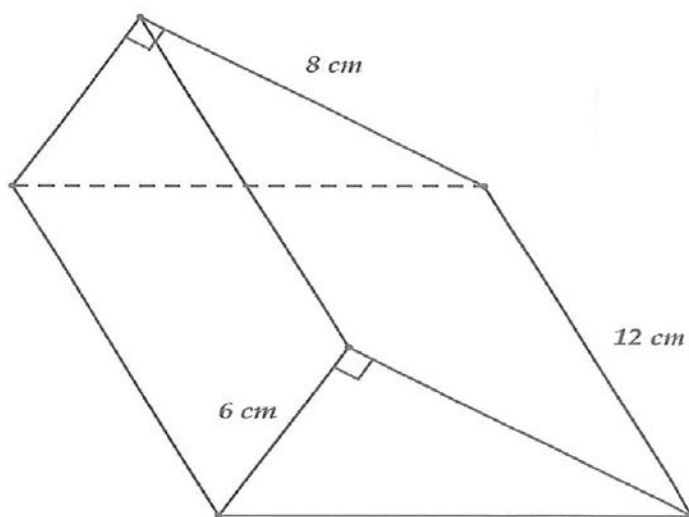
Dạng 3. Tính thể tích của của hình lăng trụ đứng tam giác, lăng trụ đứng tứ giác

Phương pháp giải: Áp dụng công thức tính thể tích ở phần lý thuyết để giải quyết các bài toán.

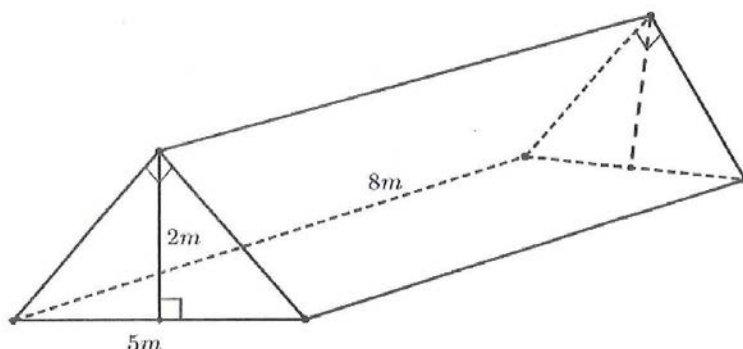
4A. Tính thể tích của hình lăng trụ đứng, biết đáy của lăng trụ là tam giác vuông, có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là 3;4 cm và chiều cao của lăng trụ là 8 cm

4B. Tính thể tích của hình lăng trụ đứng, biết đáy của lăng trụ là tam giác vuông, có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là 3,2;4,5 cm và chiều cao của lăng trụ là 6,2 cm

5A. Một cái lều vải dạng hình lăng trụ đứng có kích thước như hình vẽ. Tính thể tích của lều.



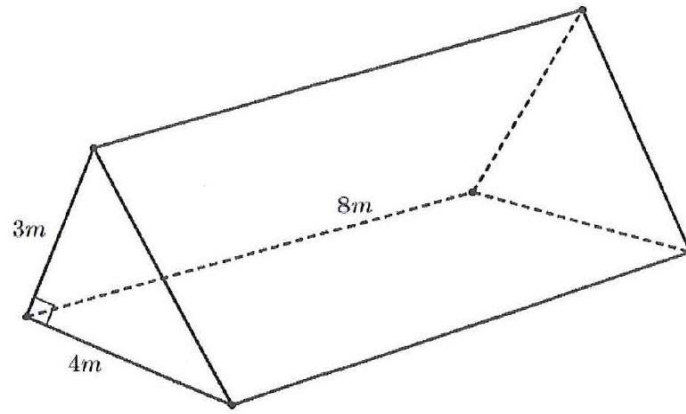
5B. Một cái lều vải dạng hình lăng trụ đứng có kích thước như hình vẽ. Tính thể tích của lều.



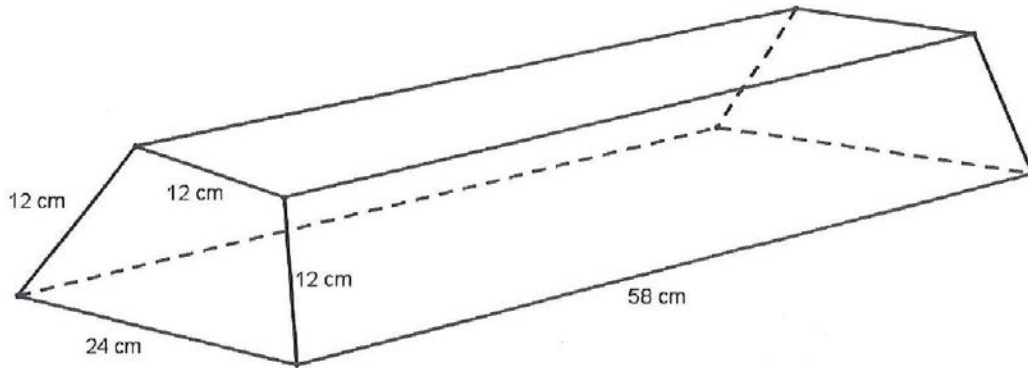
Dạng 4. Tổng hợp

Phương pháp giải: Áp dụng công thức ở phần lý thuyết để giải quyết các bài toán.

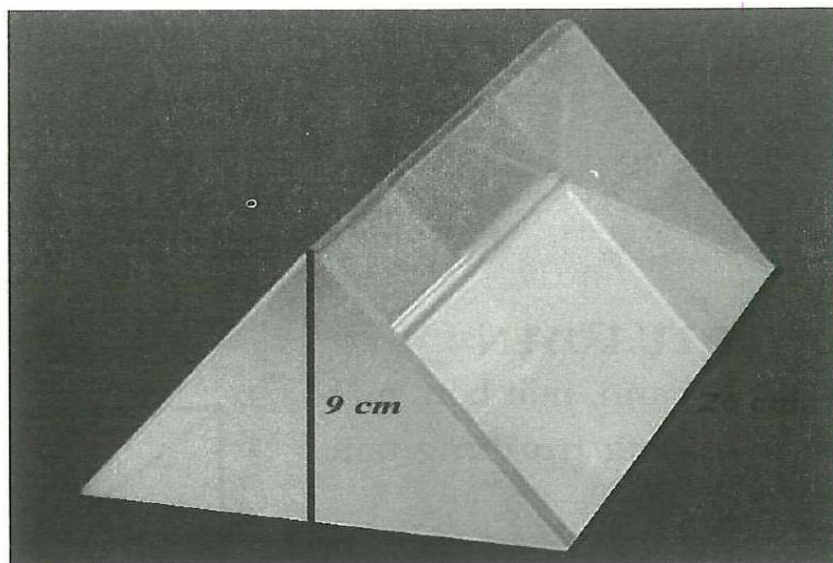
6. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình lăng trụ đứng có kích thước như hình vẽ. Biết độ dài ba cạnh đáy là ba số liên tiếp.



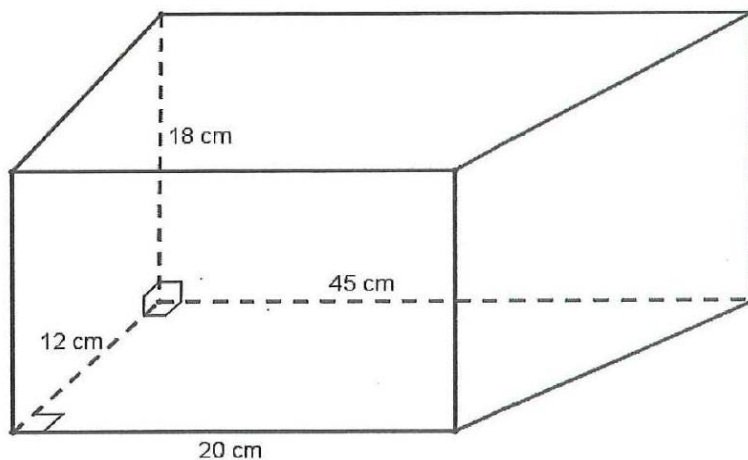
7. Một khúc gỗ dùng để chặn bánh xe (giúp xe không bị trôi khi dừng đỗ) có dạng hình lăng trụ đứng, đáy là hình thang cân có kích thước như hình vẽ. Người ta sơn xung quanh khúc gỗ này (không sơn hai đầu hình thang cân). Mỗi mét vuông sơn chi phí hết 30000 đồng. Hỏi sơn xung quanh như vậy hết bao nhiêu tiền?



8. Một lăng kính được làm bằng thủy tinh có dạng một hình lăng trụ đứng tam giác như hình vẽ. Tính thể tích thủy tinh dùng để làm lăng kính.



9. Một khay đựng linh kiện bằng nhựa, có dạng hình lăng trụ đứng đáy là hình thang vuông, các kích thước như hình vẽ. Tính thể tích của khay.



10. Một lăng kính hình lăng trụ đứng tam giác, có diện tích đáy là 25 cm^2 , chiều cao gấp hai lần diện tích đáy, tính thể tích lăng kính đó.

11. Một hộp đựng khẩu trang y tế được làm bằng bìa cứng có dạng một hình hộp chữ nhật, kích thước như hình vẽ.

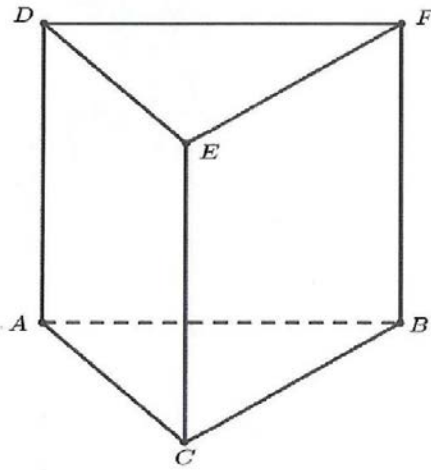


a) Tính thể tích của hộp.

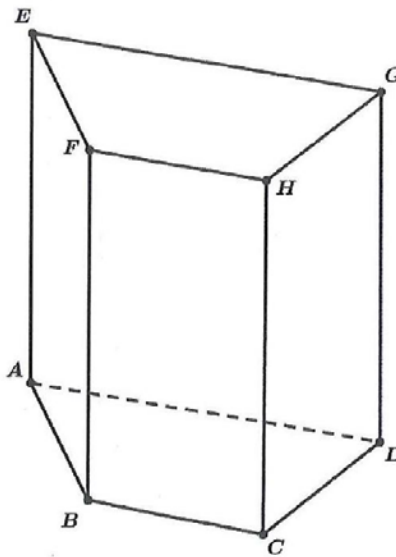
b) Tính diện tích bìa cứng dùng để làm hộp (bỏ qua mép dán).

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

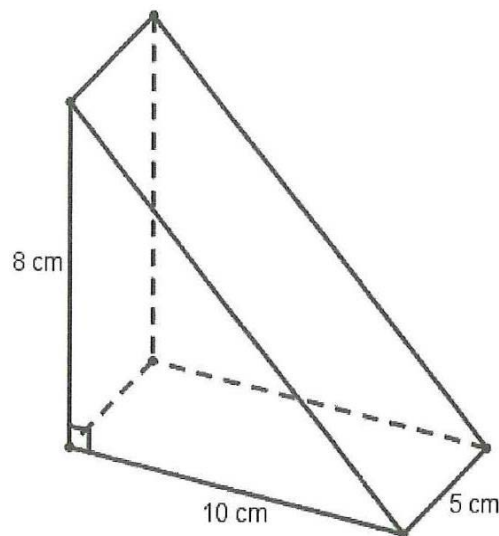
12. Gọi tên đỉnh, cạnh, mặt bên, mặt đáy của hình lăng trụ đứng tam giác ở hình vẽ bên.



13. Gọi tên đỉnh, cạnh, mặt bên, mặt đáy của hình lăng trụ đứng tứ giác ở hình vẽ bên.



14. Một cái bánh ngọt có dạng hình lăng trụ đứng tam giác, kích thước như hình vẽ dưới. Tính thể tích cái bánh.



15. Một lăng kính hình lăng trụ đứng tam giác, có diện tích đáy là 6,8 cm, chiều cao gấp ba lần diện

tích đáy, tính thể tích lăng kính đó.

16. Tính thể tích của hình lăng trụ đứng, biết đáy của lăng trụ là tam giác vuông, có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là 3;4 cm và chiều cao của lăng trụ là 9 cm

17. Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác, biết chu vi đáy là 35,5 cm và chiều cao là 12,5 cm .

18. Một lăng kính hình lăng trụ đứng tam giác, có diện tích đáy bằng diện tích hình chữ nhật kích thước 12×20 cm, chiều cao bằng tám lần số nguyên tố chẵn duy nhất. Tính thể tích lăng kính đó.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

Dạng 1. Nhận biết tính chất đặc trưng của hình lăng trụ đứng tam giác, lăng trụ đứng tứ giác.

1A. Các đỉnh là: A, B, C, D, E, F .

Các cạnh đáy là: AB, BC, CA, DE, EF, FD .

Các cạnh bên là: AD, CE, BF .

Các mặt đáy là các tam giác ABC và DEF .

Các mặt bên là các hình chữ nhật $ADEC, BCEF, ABFD$.

1B. Tương tự như bài **1A**.

2A. Các đỉnh là: D, E, F, G, H, I, J, K .

Các cạnh là: $DE, EF, FG, GD, HI, IJ, JK, HK, DH, EI, FJ, GK$.

Các mặt bên là các hình chữ nhật $DEIH, EFJ, GKJF, DHKG$.

Các mặt đáy là các tứ giác $DEFG, HIJK$.

2B. Các cạnh song song với HC là: AE, BF, GD

Dạng 2. Tính diện tích xung của của hình lăng trụ đứng tam giác, lăng trụ đứng tứ giác

1A. $S_{xq} = (2 + 3 + 4).6 = 54 \text{ cm}^2$.

1B. $S_{xq} = (3, 2 + 4, 3 + 6, 5).2, 5 = 35 \text{ cm}^2$.

2A. 160 cm^2

2B. $443,75 \text{ cm}^2$

3A. 1150 cm^2

3B. $797,56 \text{ cm}^2$

Dạng 3. Tính thể tích của của hình lăng trụ đứng tam giác, lăng trụ đứng tứ giác

4A. $V = \frac{3.4}{2}.8 = 48 \text{ cm}^3$.

4B. $V = \frac{3,2.4,5}{2}.6,2 = 44,64 \text{ cm}^3$

5A. Thể tích của lều là $V = \frac{6.8}{2}.12 = 288 \text{ m}^3$.

5B. $V = \frac{2.5}{2}.8 = 40 \text{ m}^3$.

Dạng 4. Tổng hợp

6. Áp dụng quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác và thông tin bài toán suy ra độ dài cạnh huyền bằng 5 m .

$$\text{Diện tích xung quanh là } S_{xq} = (3 + 4 + 5) \cdot 8 = 96 \text{ m}^2$$

$$\text{Thể tích là } V = \frac{3 \cdot 4}{2} \cdot 8 = 48 \text{ m}^3 .$$

7. Diện tích cần sơn là

$$(12 + 12 + 12 + 24) \cdot 58 = 3480 \text{ cm}^2 = 0,348 \text{ m}^2 .$$

Số tiền để sơn hết khúc gỗ là

$$0,348 \cdot 30000 = 10440 \text{ (đồng)}$$

8. Thể tích thủy tinh dùng để làm lăng kính là

$$\frac{9 \cdot 15}{2} \cdot 26 = 1755 \text{ cm}^3$$

9. Thể tích của khay là $\left(\frac{45 + 20}{2} \cdot 12 \right) \cdot 18 = 7020 \text{ cm}^3$

10. Chiều cao lăng kính là $2 \cdot 25 = 50 \text{ cm}$

$$\text{Thể tích của lăng kính là } 25 \cdot 50 = 1250 \text{ cm}^3$$

11. a) Thể tích của hộp là

$$(18,5 \cdot 10,5) \cdot 9 = 1748,25 \text{ cm}^3$$

b) Diện tích bìa cứng dùng để làm hộp là

$$(18,5 + 10,5) \cdot 2 \cdot 9 + 2 \cdot 18,5 \cdot 10,5 = 910,5 \text{ cm}^2$$

12. Đỉnh A, B, C, D, E, F ; Cạnh $DE, DF, EF, AB, AC, BC, AD, EC, FB$ Mặt đáy là các tam giác $ABC; DEF$.

13. Đỉnh A, B, C, D, E, F, G, H ;

Cạnh $AB, BC, CD, DA, EF, EG, GH, HF, AE, BF, CH, DG$.

Mặt đáy là các tứ giác $ABCD, EFHG$.

14. Thể tích cái bánh là $\frac{8 \cdot 10}{2} \cdot 5 = 200 \text{ cm}^3$

15. Thể tích lăng trụ là $6 \cdot 8 \cdot (3 \cdot 6,8) = 138,72 \text{ cm}^3$

16. 54 cm^3

17. $443,75 \text{ cm}^2$

18. Thể tích lăng kính là $(12.20).(8.2) = 3840 \text{ cm}^3$

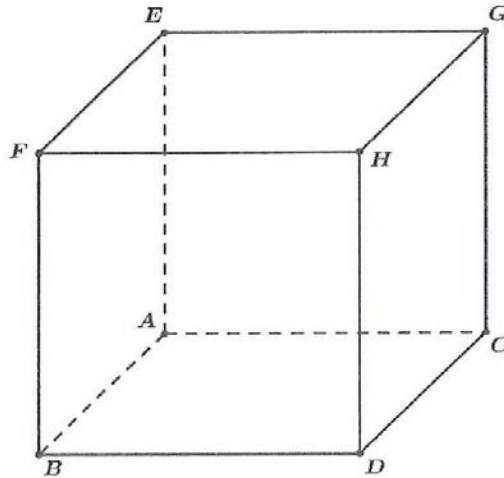
ÔN TẬP CHƯƠNG X

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Xem lại tóm tắt lý thuyết từ bài 1 đến bài 2.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

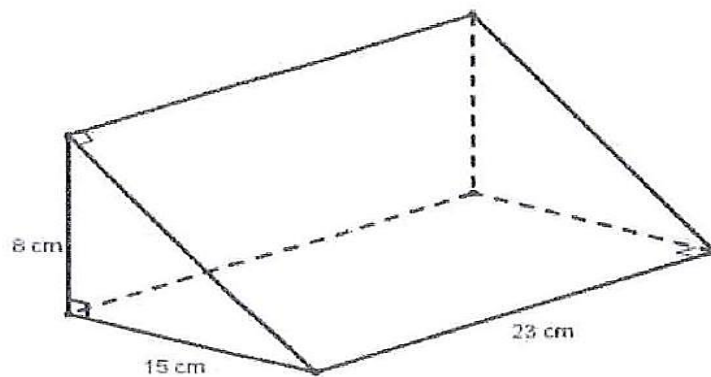
1A. Gọi tên đỉnh, cạnh, mặt bên, mặt đáy của hình hộp chữ nhật ở hình vẽ dưới.



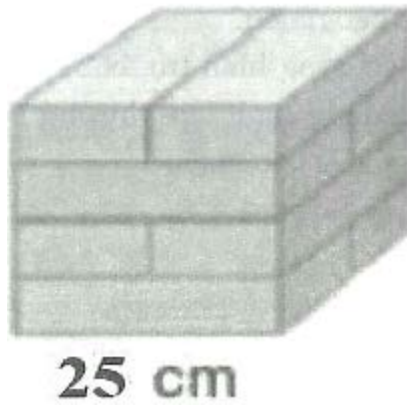
1B. Người ta làm một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật bằng bìa với chiều dài 22 cm, chiều rộng 16 cm và chiều cao 18 cm.

- Tính thể tích của cái hộp.
- Tính diện tích bìa dùng để làm cái hộp.

2A. Tính thể tích, diện tích xung quanh có dạng hình lăng trụ đứng tam giác trong hình dưới



2B. Người ta xếp một số viên gạch dạng hình hộp chữ nhật tạo thành một khối lập phương cạnh 25 cm như hình vẽ



a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của khối gạch hình lập phương.

b) Tìm kích thước mỗi viên gạch.

3A. Một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 8 m, chiều rộng 6 m, chiều cao 10 m. Người ta muốn lăn sơn tường và trần nhà. Hỏi diện tích cần lăn sơn là bao nhiêu mét vuông, biết rằng tổng diện tích các cửa bằng $6,8 \text{ m}^2$.

3B. Một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 12,6 m, chiều rộng 7,2 m, chiều cao 35 m. Người ta muốn lăn sơn tường và trần nhà. Hỏi diện tích cần lăn sơn là bao nhiêu mét vuông, biết rằng tổng diện tích các cửa bằng 12 m^2 .

4A. Một bể cá dạng hình hộp chữ nhật làm bằng kính (không có nắp) có chiều dài là 120 cm, chiều rộng là 0,5 m, chiều cao 480 mm. Mực nước ban đầu trong bể cao 36 cm.

a) Tính diện tích kính dùng để làm bể cá đó.

b) Người ta cho vào bể một hòn đá trang trí chìm hẳn trong nước thì mực nước của bể dâng lên thành 42 cm. Tính thể tích hòn đá.

4B. Một bể cá dạng hình hộp chữ nhật làm bằng kính (không có nắp) có chiều dài là 150 cm, chiều rộng là 1,5 m, chiều cao 500 mm. Mực nước ban đầu trong bể cao 42 cm.

a) Tính diện tích kính dùng để làm bể cá đó.

b) Người ta cho vào bể một hòn đá trang trí chìm hẳn trong nước thì mực nước của bể dâng lên thành 46 cm. Tính thể tích hòn đá.

5A. Một chiếc cốc có dạng hình trụ, chứa đầy nước. Hỏi nếu bỏ vào cốc 10 viên đá dạng hình lập phương có cạnh 3 cm thì lượng nước trào ra ngoài là bao nhiêu?

5B. Một chiếc cốc có dạng hình trụ, chứa đầy nước. Hỏi nếu bỏ vào cốc 15 viên đá dạng hình lập phương có cạnh 1,5 cm thì lượng nước trào ra ngoài là bao nhiêu?



6A. Một chiếc vali đựng đồ dạng hình hộp chữ nhật như hình vẽ.

a) Tính diện tích xung quanh của chiếc vali.

b) Tính thể tích của chiếc vali.

6B. Một hình hộp chữ nhật có diện tích đáy bằng 40 cm^2 . Chiều dài hơn chiều cao 4 cm , chiều cao bằng $1/2$ chiều dài. Tính:

a) Thể tích của hình hộp chữ nhật.

b) Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần hình hộp chữ nhật.

7A. Một hình lập phương có diện tích toàn phần là 294 cm^2 . Hỏi hình lập phương đó có thể tích bao nhiêu?

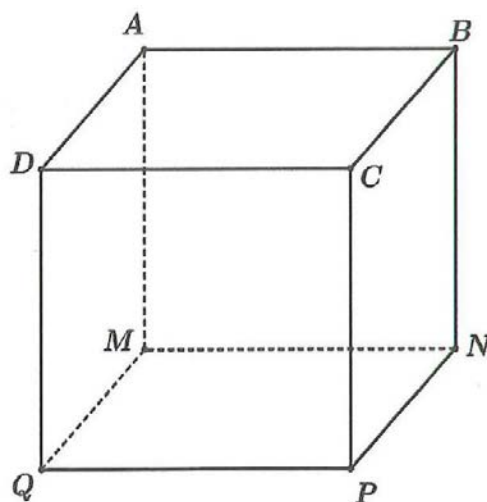
7B. Tính thể tích của một hình hộp chữ nhật có diện tích xung quanh bằng 448 cm^2 , chiều cao 8 cm , chiều dài hơn chiều rộng 4 cm .

8A. Có một cái hộp hình hộp chữ nhật, đo trong lòng hộp ta được chiều dài $1,5 \text{ m}$, chiều rộng $1,2 \text{ m}$, chiều cao $0,9 \text{ m}$. Hộp không có nước, người ta đổ vào hồ 30 thùng nước, mỗi thùng chứa 45 l nước. Hỏi mặt nước còn cách mặt hồ bao nhiêu cm ?

8B. Một cái thùng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh 3 dm . Người ta rót vào thùng 54 l dầu thì mặt trên của dầu cách miệng thùng 2 dm . Tìm chiều cao của thùng.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

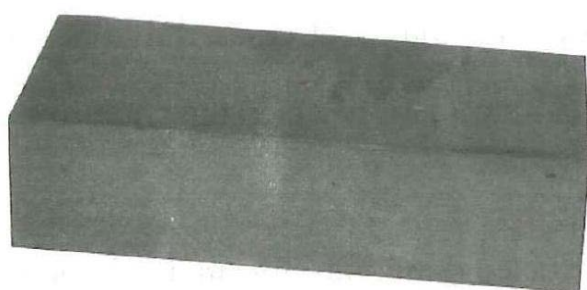
9. Quan sát hình lập phương $ABCD.MNPQ$.



a) Biết $AB = 5 \text{ cm}$. Tính độ dài các cạnh CD, NP ?

b) Nêu tên các đường chéo của hình lập phương?

10. Trong các hình dưới đây, hình nào là hình hộp chữ nhật, hình nào là hình lập phương?



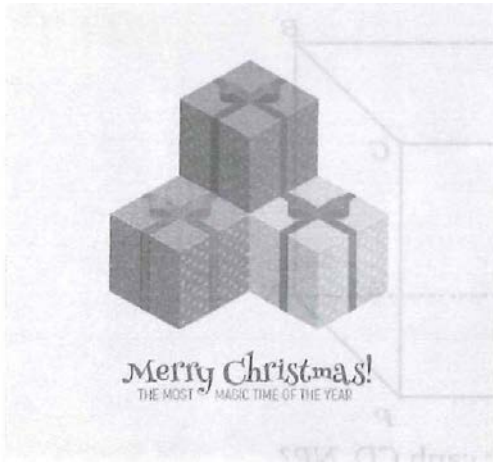
Hình 1.



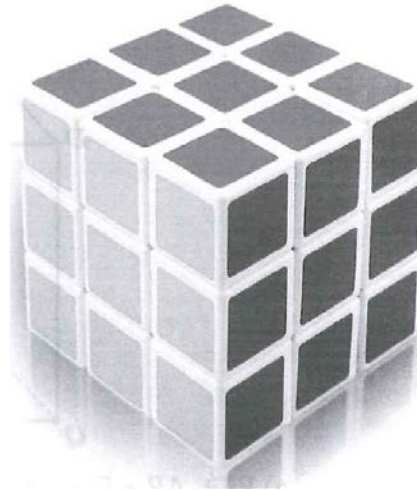
Hình 2.



Hình 3.



Hình 4.



Hình 5.

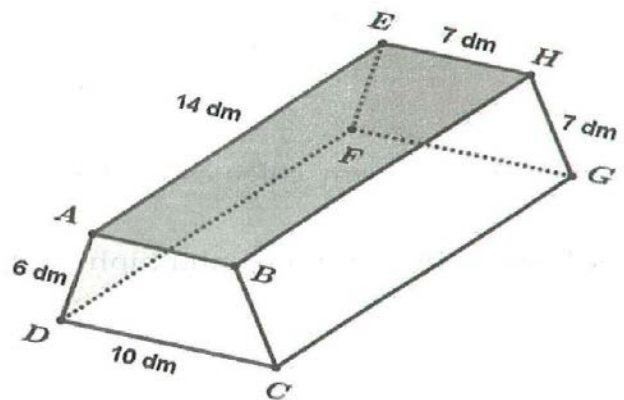
11. Một chiếc bánh kem có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 25 cm, chiều rộng là 20 cm và chiều cao là 15 cm. Người ta cắt đi một miếng bánh có dạng hình lập phương cạnh là 3 cm. Tính thể tích phần còn lại của chiếc bánh kem.

12. Một cái bể cá có dạng hình hộp chữ nhật, biết chiều dài là 50 cm, chiều rộng là 30 cm, chiều cao là 35 cm. Hỏi bể cá có thể chứa được nhiều nhất bao nhiêu lít nước?

13. Một chiếc gàu xúc của một xe xúc có dạng gần như một hình lăng trụ đứng tam giác biết diện tích đáy là $1,5 \text{ cm}^2$, chiều cao là 3,2 m. Hỏi để xúc hết 90 m^3 cát, xe phải xúc bao nhiêu gàu?

14. Một con dõc có dạng hình lăng trụ đứng tam giác, biết diện tích xung quanh là 600 cm^2 , chu vi đáy là 30 cm. Hỏi chiều cao của con dõc so với mặt đường là bao nhiêu xen-ti-mét?

15. Một chiếc hộp đèn trang trí có dạng hình lăng trụ đứng tam giác, biết chu vi đáy là 45 cm, chiều cao là 15 cm. Người ta dán giấy màu xung quanh hộp. Hỏi cần bao nhiêu giấy để dán xung quanh chiếc đèn?

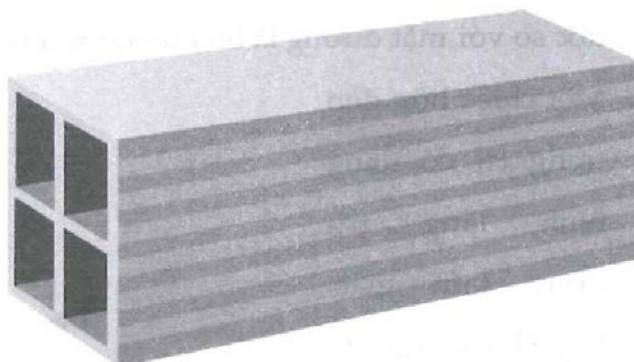


16. Một cái bục có dạng hình lăng trụ đứng, đáy là hình thang vuông tại A, D, có kích thước như hình vẽ, người ta muốn sơn tất cả các mặt của cái bục đó, hỏi diện tích cần phải sơn là bao nhiêu?

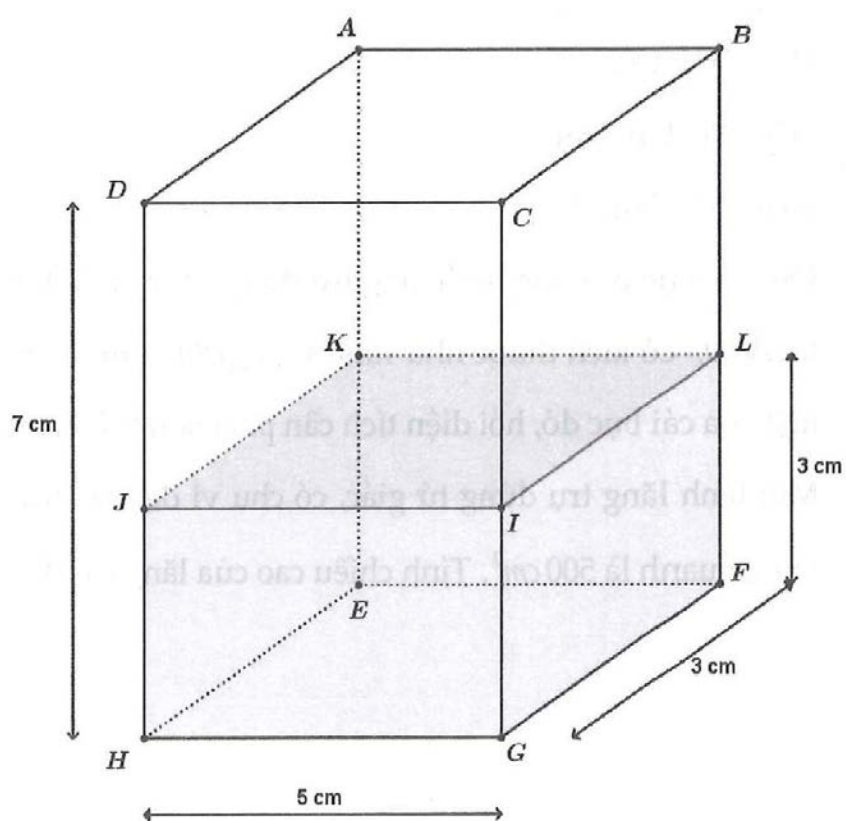
17. Một hình lăng trụ đứng tứ giác, có chu vi đáy là 100 cm, diện tích xung quanh là 500 cm^2 . Tính chiều cao của lăng trụ đó?

18. Một viên gạch có dạng hình hộp chữ nhật, biết chiều dài là 20 cm, chiều rộng là 6 cm, chiều

cao là 3,5 cm. Tính thể tích viên gạch?



19. Cho hình hộp chữ nhật như hình vẽ. Tính tỉ số $\frac{V_{JKLI.EFGH}}{V_{ABCD.EFGH}}$?



20. Một hình lập phương mới có cạnh gấp 3 lần cạnh hình lập phương ban đầu, biết độ dài cạnh của hình lập phương ban đầu là a . Tính tỉ số $V_{\text{ban đầu}} : V_{\text{mới}} = ?$

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. Đỉnh A, B, C, D, E, F, G, H .

Cạnh $AB, BD, CD, CA, FE, GE, GH, HF, FB, EA, HD, GC$

Mặt đáy là các hình chữ nhật $ABCD, EFHG$.

1B. a) $V = 22.16.18 = 6336 \text{ cm}^3$

b) Diện tích bìa dùng để làm cái hộp là $(22 + 16).2.18 + 2.22.16 = 2072 \text{ cm}^2$

2A. $V = 1380 \text{ cm}^3; S_{xq} = 920 \text{ cm}^2$

2B. a) $S_{xq} = 2500 \text{ cm}^2; S_{tp} = 3750 \text{ cm}^2;$

b) Dựa vào hình vẽ ta thấy chiều dài viên gạch là 25 cm

Chiều rộng viên gạch là $25 : 2 = 12,5 \text{ cm}$

3A. Diện tích sơn cần lăn là $(8 + 6).2.10 + 8.6 - 6,8 = 321,2 \text{ m}^2$

3B. $1464,72 \text{ m}^2$

4A. a) Diện tích kính dùng để làm bể cá là $(120 + 50).2.48 + 120.50 = 22320 \text{ cm}^2$

b) Thể tích hòn đá là $120.50.(42 - 36) = 36000 \text{ cm}^3$

4B. a) 52500 cm^2

b) 90000 cm^3

5A. Lượng nước trào ra ngoài là $10.3^3 = 270 \text{ cm}^3$

5B. $50,625 \text{ cm}^3$

6A. a) $S_{xq} = (80 + 45).2.30 = 7500 \text{ cm}^2$

b) $V = 80.45.30 = 108000 \text{ cm}^3$

6B. a) $V = 160 \text{ cm}^3$

b) $S_{xq} = 104 \text{ cm}^2; S_{tp} = 184 \text{ cm}^2$

7A. Cạnh của hình lập phương là $\sqrt{294 : 6} = 7 \text{ cm}$

Thể tích của hình lập phương đó là $7^3 = 343 \text{ cm}^3$

7B. 1536 cm^3

8A. Thể tích hộp là $1,5.1,2.0,9 = 1,62 \text{ m}^3$

Thể tích nước đổ vào là $45.30 = 1350l = 1,35 \text{ m}^3$

Mặt nước cách mặt hộp là $(1,62 - 1,35) : (1,5.1,2) = 0,15m$

8B. Chiều cao mực dầu trong thùng là $54 : (3.3) = 6 \text{ dm}$

9. a) $CD = AB = NP = 5 \text{ cm}$

b) Các đường chéo của hình lập phương là AP, BQ, CM, ND

10. Các hình hộp chữ nhật là: Hình 1, hình 3.

Các hình hộp chữ nhật là: Hình 2, hình 4, hình 5.

11. Thể tích phần còn lại của chiếc bánh kem là:

$$25.20.15 - 3^3 = 7473 \text{ cm}^3$$

12. Bể cá có thể chứa được nhiều nhất số lít nước là:

$$50.30.35 = 52500 \text{ cm}^3 = 52,5 \text{ lít}$$

13. Một gàu có thể xúc được số cát là: $1,5.3,2 = 4,8m^3$

Ta thấy $90 : 4,8 = 18,75$ và số lần gàu xúc phải là số nguyên dương.

Vậy để xúc hết $90m^3$ cát, xe phải xúc số gàu là 19 gàu.

14. Hỏi chiều cao của con dốc so với mặt đường là: $600 : 30 = 20 \text{ cm}$

15. Số giấy để dán xung quanh chiếc đèn là: $45.15 = 675 \text{ cm}^2$

16. Chu vi đáy của cái bục là: $7 + 7 + 10 + 6 = 30dm$

$$\text{Diện tích cần phải sơn là: } 30.14 + 2 \cdot \left(\frac{7+10}{2} \right) \cdot 6 = 522 \text{ dm}^2$$

17. Chiều cao của lăng trụ đó là: $500 : 100 = 5 \text{ cm}$

18. Thể tích viên gạch là: $20.6.3,5 = 420 \text{ cm}^3$

$$\mathbf{19.} \frac{V_{JKLLEFGH}}{V_{ABCD.EFGH}} = \frac{5.3.3}{5.3.7} = \frac{3}{7}$$

$$\mathbf{20.} V_{\text{ban đầu}} : V_{\text{mới}} = \frac{a^3}{(3a)^3} = \frac{1}{27}.$$