

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT ĐA PHÚC

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

ĐỀ TÀI:

Sử dụng phần mềm “GeoGebra Classic” để hỗ trợ, dạy bài “Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng” theo hướng phát triển năng lực học sinh

Môn: **Toán**

Cấp học: **Trung học phổ thông.**

Tên Tác giả: **VŨ THÌN**

Đơn vị công tác: **Trường THPT Đa Phúc.**

Chức vụ: **Phó hiệu trưởng.**

NĂM HỌC 2021 - 2022

MỤC LỤC

Phần 1. Đặt vấn đề	2
Phần 2. Nội dung	3
1. Về nội dung của sáng kiến.....	3
2. Thiết bị dạy học và học liệu.....	3
3. Tiến trình dạy học	4
4. Về khả năng áp dụng của sáng kiến:	19
Phần 3. Kết luận và khuyến nghị.....	19
1. Kết luận.....	19
2. Khuyến nghị.....	20
Tài liệu tham khảo	21

Phần 1. Đặt vấn đề

Hình học không gian là một nội dung hay và khó trong chương trình toán học phổ thông. Mặc dù có được giới thiệu qua về một số khái niệm hình hộp và hình chóp trong chương trình lớp 9, xong có thể nói trong suốt các năm tiểu học, trung học cơ sở và cả năm lớp 10, học sinh chỉ được làm quen, tìm hiểu và nghiên cứu về hình học phẳng. Bởi vậy, chương “Quan hệ song song trong không gian” mở ra cho các em một môn học mới, một cách nhìn mới, đó là nghiên cứu hình học trong không gian thực ba chiều mà hàng ngày chúng ta đang sống, và cũng từ đây đến hết chương trình phổ thông lớp 12, các em dần dần tìm hiểu, nghiên cứu, khám phá và vận dụng kiến thức vào cuộc sống. Đa số học sinh khi mới học hình học không gian không tưởng tượng nổi vị trí tương đối giữa các yếu tố cơ bản như điểm, đường và mặt. Do đó các em không giải được các bài toán tìm giao điểm, giao tuyến, thiết diện,... Bởi vậy, sử dụng các mô hình trực quan, ***phần mềm “GeoGebra Classic” để mô phỏng trực quan*** là một giải pháp hữu hiệu, giúp các em phát triển năng lực tư duy toán học, năng lực mô hình hóa toán học, ...

Trong quá trình giảng dạy cả chủ đề, tác giả thường xuyên đổi mới phương pháp, tích cực sử dụng các phần mềm ứng dụng vẽ hình, mô phỏng hình ảnh động để học sinh dễ tưởng tượng, quan sát. Tuy nhiên, trong khuôn khổ cho phép của sáng kiến, tác giả chỉ trình bày chi tiết một số dạng bài tập cơ bản trong chương này, đó là: Tìm giao điểm, giao tuyến, thiết diện, quỹ tích. Chủ đề ***Sử dụng phần mềm “GeoGebra Classic” để hỗ trợ, dạy bài “Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng” theo hướng phát triển năng lực học sinh*** được viết với mục tiêu hình thành và phát triển các phẩm chất và năng lực cho học sinh trong quá trình dạy học.

- Đối tượng áp dụng:

Sáng kiến được áp dụng trong lĩnh vực giáo dục, cụ thể là giảng dạy môn Hình học lớp 11 khối Trung học phổ thông. Sáng kiến này có ý nghĩa thiết thực trong xu thế đổi mới phương pháp dạy học nhằm phát triển phẩm chất và năng lực học sinh.

- **Thời gian:** Nội dung SKKN này được thực hiện từ khá lâu, từ năm học 2018 - 2019. Bản thân làm công tác quản lý là chính, số lượng lớp dạy ít (01 năm dạy một lớp), việc áp dụng thực hiện còn hạn chế.

Danh sách các lớp đã tham gia áp dụng SKKN:

TT	Lớp	Năm học	Phạm vi/Lĩnh vực áp dụng sáng kiến
1	11D	2018-2019	Toàn bộ nội dung sáng kiến
2	11D2	2021-2022	Toàn bộ nội dung sáng kiến

Phần 2. Nội dung

1. Về nội dung của sáng kiến

1.1 Mục tiêu:

1.1.1 Kiến thức

- Các khái niệm, cách kí hiệu, cách biểu diễn các yếu tố cơ bản của hình học không gian bao gồm: Điểm, đường thẳng và mặt phẳng.
- Vị trí tương đối giữa các yếu tố cơ bản (điểm, đường và mặt).
- Quan hệ song song (đường với đường, đường với mặt, mặt với mặt) và các tính chất, các định lí.
- Các khái niệm và các tính chất về hình chóp và lăng trụ.

1.1.2 Năng lực

- Phát triển các năng lực chung, bao gồm: Năng lực tự chủ và tự học, năng lực giao tiếp và hợp tác, năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo.
- Các năng lực chuyên môn: Năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hoá toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

1.1.3 Phẩm chất

Rèn luyện cho học sinh các phẩm chất: Chăm chỉ, Trung thực, Trách nhiệm.

2. Thiết bị dạy học và học liệu

- Thiết bị dạy học: Máy tính có cài đặt các phần mềm Geometry Sketchpad, GeoGebra, máy chiếu,...

- Học liệu: Sách giáo khoa, hệ thống bài tập theo chủ đề; Hệ thống các file hình ảnh động được thiết kế cho từng bài tập theo chủ đề,...

3. Tiến trình dạy học

Bài đại cương về đường thẳng với chủ đề này được thiết kế dạy trong 2 tiết:

Tiết 1: Biểu diễn vị trí tương đối và bài toán tìm giao điểm.

Tiết 2: Các bài toán tìm giao tuyến và thiết diện.

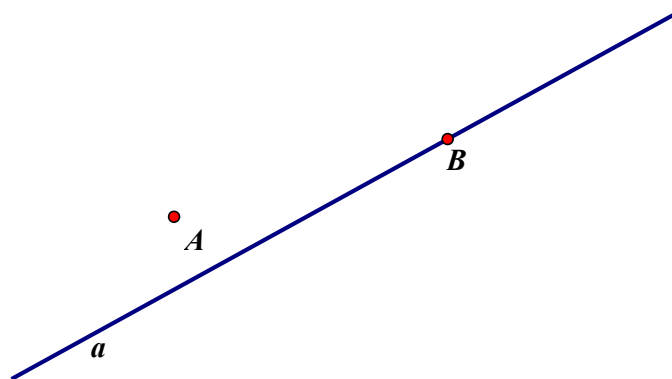
Tiết 1.

BIỂU DIỄN VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI VÀ BÀI TOÁN TÌM GIAO ĐIỂM

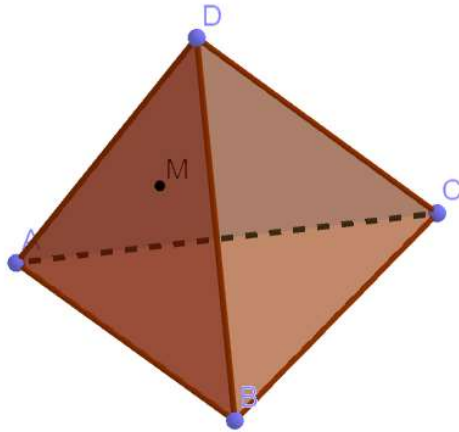
Hoạt động 1. Biểu diễn vị trí tương đối “ Điểm thuộc và không thuộc mặt phẳng”

Trong dạy và học hình học không gian, việc biểu diễn các hình học không gian trên mặt phẳng là một nhu cầu tất yếu. Lúc đầu làm quen với bộ môn này học sinh thường gặp khó khăn khi biểu diễn hoặc phải tưởng tượng và xét xem một điểm có thuộc, không thuộc một mặt phẳng hay không.

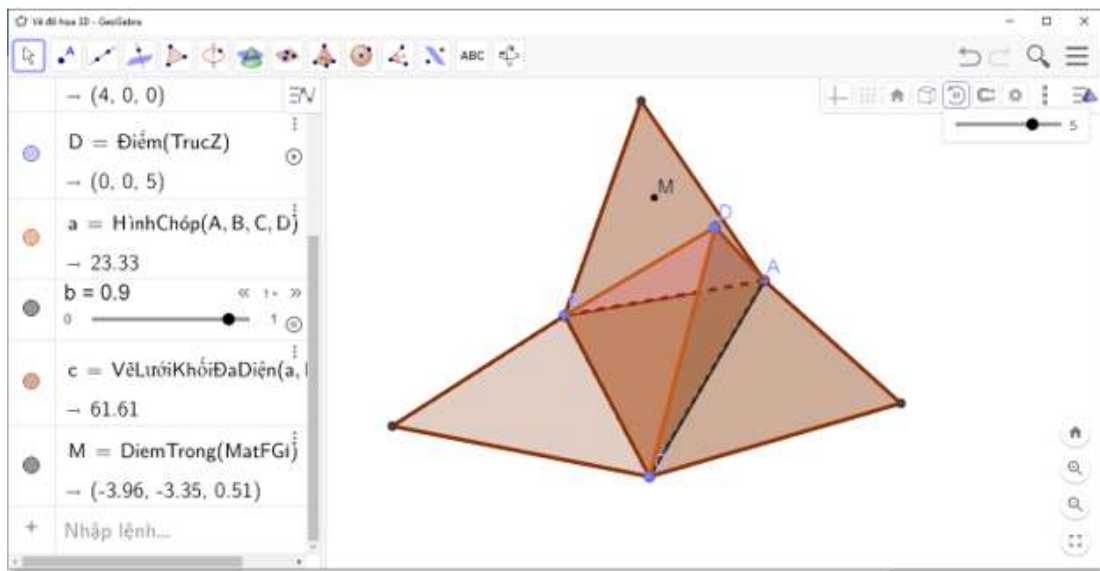
- Nếu quan sát trực quan, bằng mắt ta có thể biết một điểm là thuộc hay không thuộc một đường thẳng, chẳng hạn như trong hình sau:



Trong hình trên thì điểm A không thuộc đường thẳng a còn điểm B có thuộc đường thẳng a , thực tế đúng như những gì ta nhìn thấy. Tuy nhiên, trong hình ảnh sau đây ta không thể kết luận điểm M thuộc hay không thuộc mặt phẳng (ACD) bằng mắt thường:

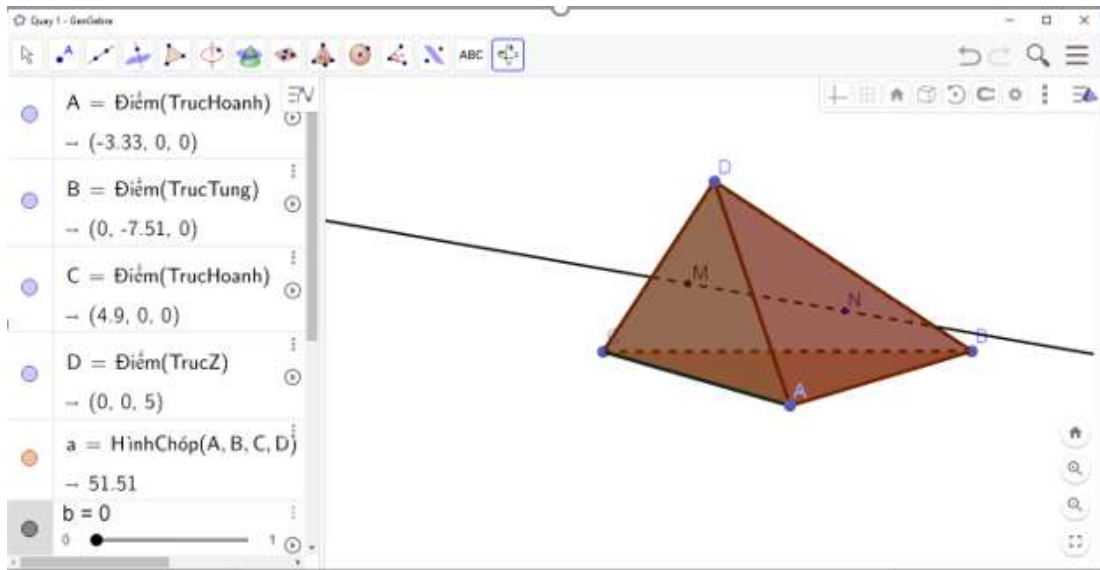


Để có hình ảnh trực quan và kết luận chính xác, tôi đã sử dụng phần mềm GeoGebra để vẽ hình, đồng thời sử dụng tính năng quay hình trong không gian 3D và tính năng khai triển tứ diện cho học sinh quan sát trực quan qua máy chiếu, từ đó học sinh phát hiện chính xác điểm M thuộc mặt phẳng (ABD) chứ không thuộc mặt (ACD) :

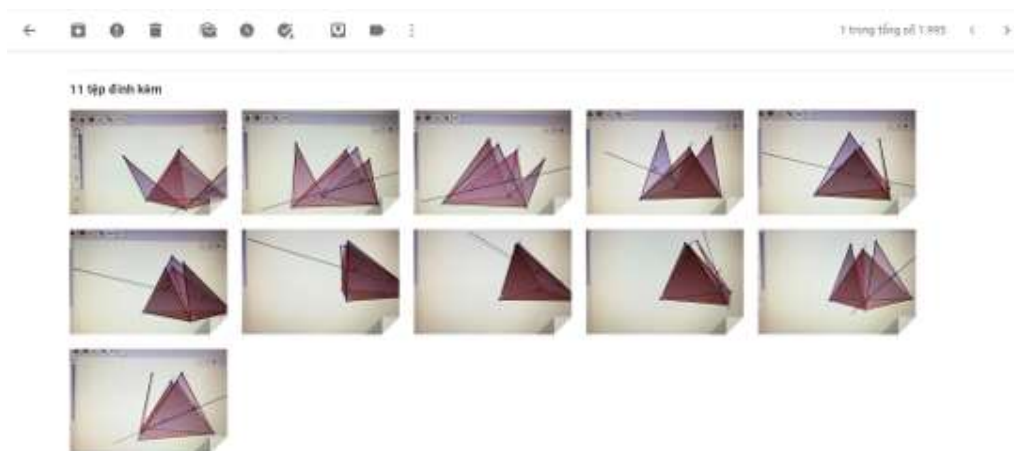


Hoạt động 2. Biểu diễn vị trí tương đối “Đường thẳng thuộc và không thuộc mặt phẳng”

Cũng như vậy, trong hình ảnh sau học sinh rất khó để biết đường thẳng MN có thuộc mặt phẳng (BCD) hay không.

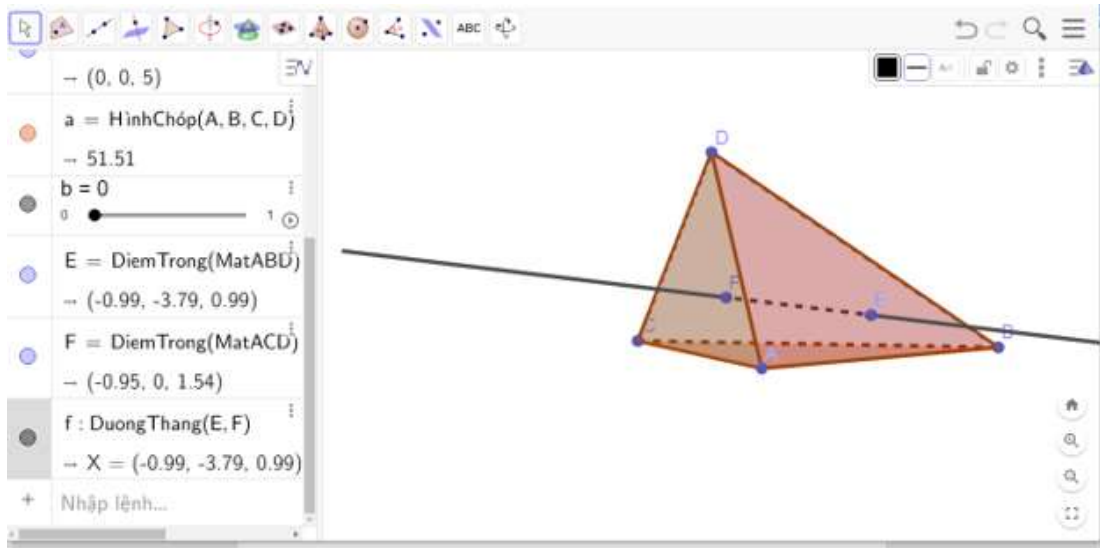


Sử dụng tính năng vẽ hình và quay hình trong không gian 3D của phần mềm GeoGebra, học sinh dễ dàng có được các góc nhìn trực quan, sinh động. Từ đó các em dễ dàng xác định được vị trí tương đối của đường thẳng MN với các mặt của hình chóp (hình ảnh sau đây chụp liên tiếp khi sử dụng tính năng quay hình trong không gian 3D).

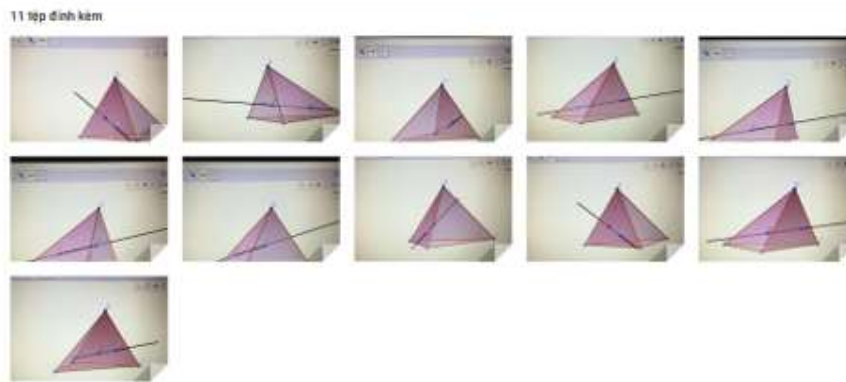


Hoạt động 3. Biểu diễn vị trí tương đối “Hai đường thẳng chéo nhau”

Ở góc nhìn sau đây, học sinh rất khó để biết hai đường thẳng BD và EF cắt nhau hay chéo nhau:



Tuy nhiên, khi thực hiện quay hình trong không gian 3D, ta có các góc nhìn khác nhau như sau:

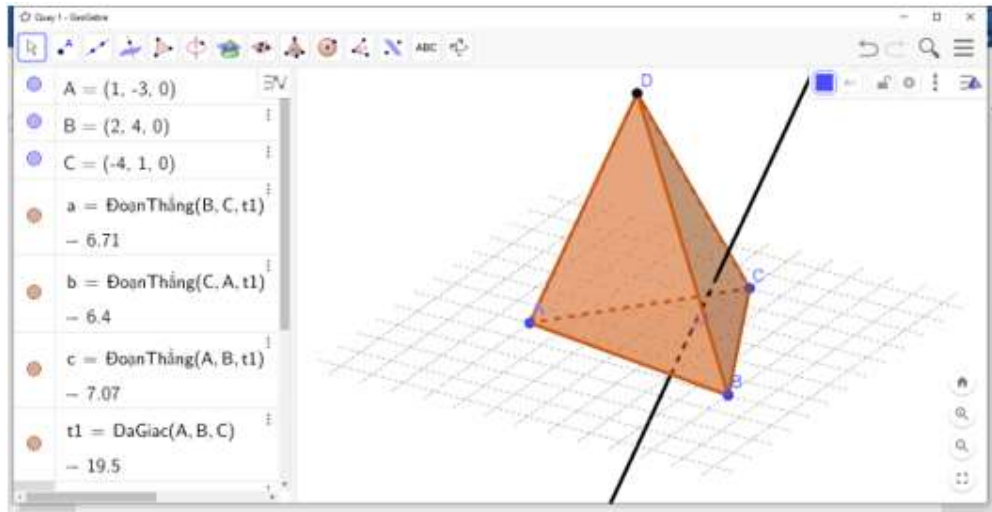


Sau khi quan sát trên màn chiếu với kích thước lớn, học sinh dễ dàng phát hiện chính xác vị trí tương đối của hai đường thẳng BD và EF .

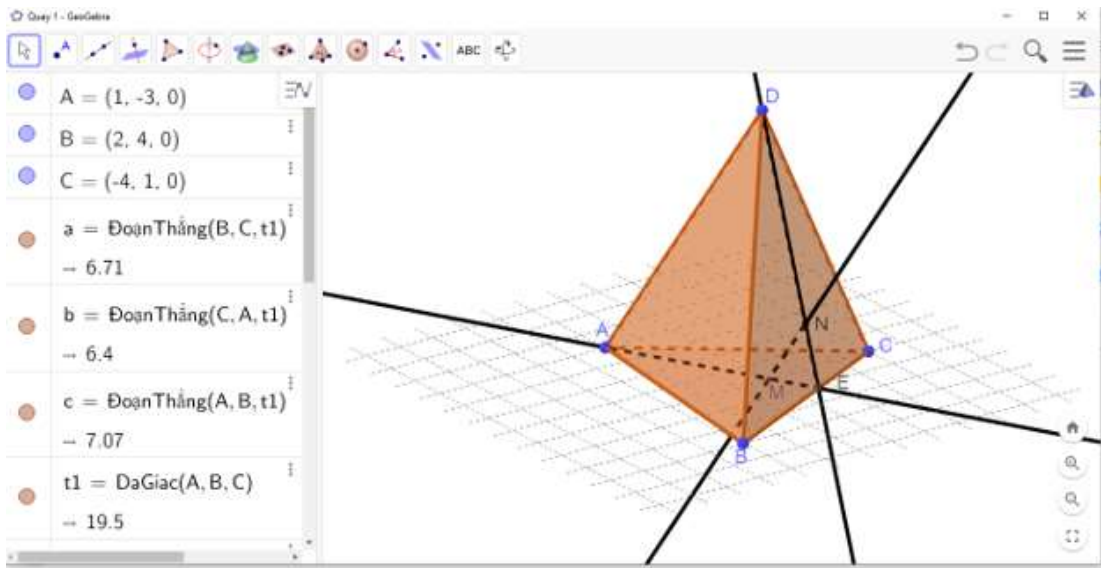
Hoạt động 4. Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

Bài toán 1.1: Cho tứ diện $ABCD$ có M thuộc miền trong tam giác ABC . Qua M kẻ đường thẳng Δ song song với AD cắt mặt phẳng (BCD) tại điểm N . Xác định điểm N .

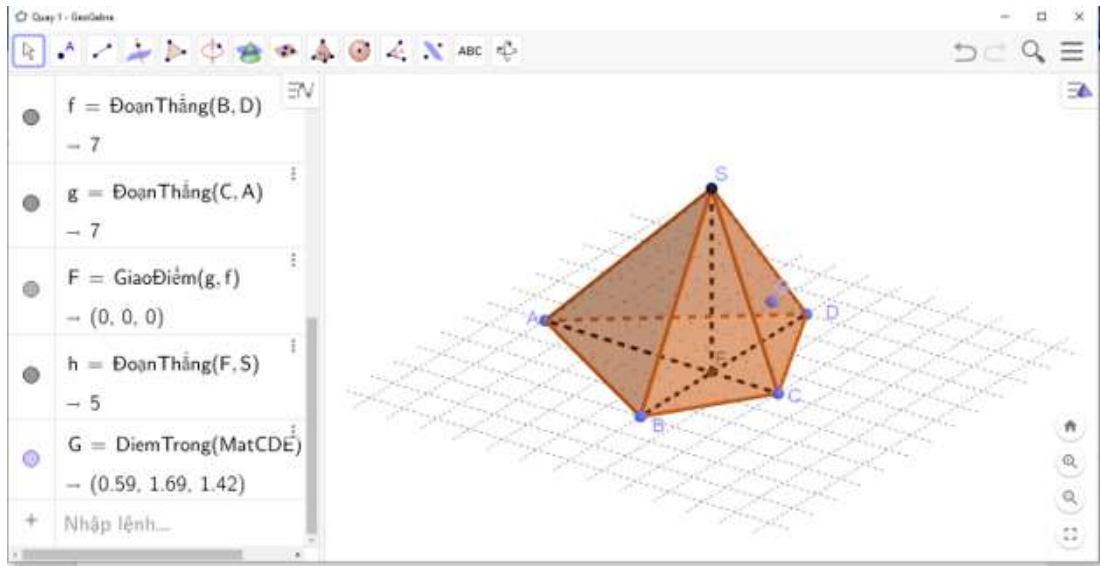
Nhận xét: Để xác định giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) , ta cần xác định giao điểm của Δ và đường thẳng d nào đó thuộc (α) . Tuy nhiên, khi biểu diễn trong mặt phẳng như trong hình ảnh sau đây, ta rất khó để biết chính xác vị trí của điểm N :



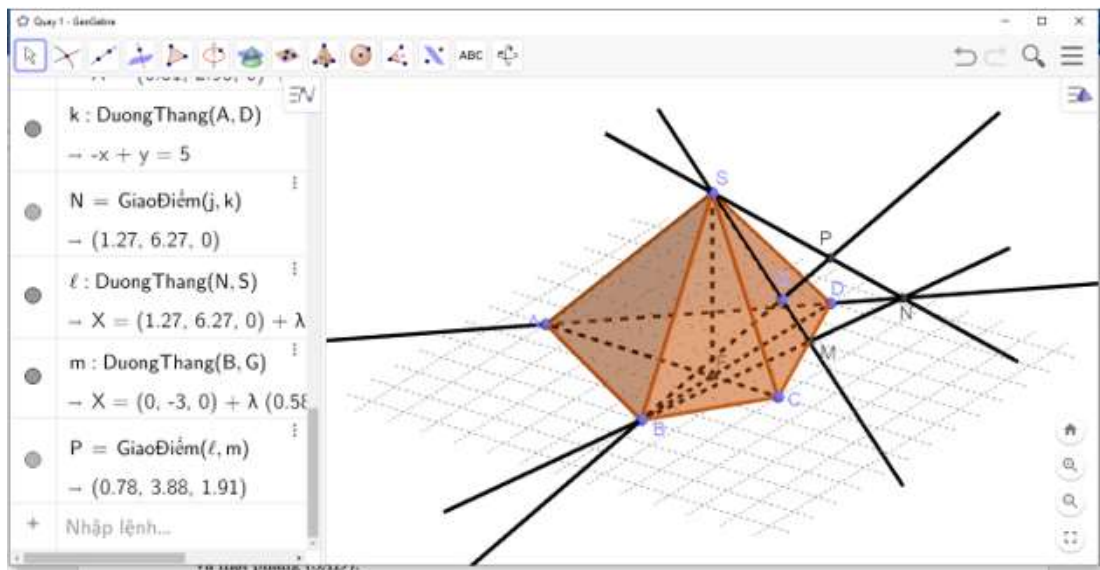
Hướng dẫn: Trong mặt phẳng (ABC) nối AM kéo dài cắt BC tại E . Trong mặt phẳng (BCD) nối D với E . Trong mặt phẳng (BCD) , qua M kẻ đường thẳng song song với AD cắt DE tại N . Vậy N là giao điểm của Δ và (BCD) . Tuy nhiên, để có hình ảnh trực quan cho học sinh mới học, tôi đã vẽ hình trong GeoGebra và cho hình ảnh quay trong không gian 3D để học sinh quan sát ở các góc khác nhau như hình ảnh sau đây:



Bài toán 1.2: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có G là điểm thuộc miền trong tam giác (SCD) . Tìm giao điểm của BG với mặt phẳng (SAD) , và giao điểm của AG với mặt phẳng (SBD) .



Hướng dẫn: Trong mặt phẳng (SCD) nối SG kéo dài cắt CD tại M . Trong mặt phẳng $(ABCD)$ nối BM kéo dài cắt AD tại N . Trong mặt phẳng (SBN) nối BG cắt SN tại P . Vậy P là giao điểm của BG và mặt phẳng (SAD) . Sử dụng chức năng vẽ hình và di chuyển góc nhìn cho học sinh quan sát, ta có hình ảnh sau đây:



Yêu cầu: Học sinh tìm lời giải tương tự, tìm giao điểm AG và mặt phẳng (SBC) .

Bài tập ở nhà:

Bài toán 1.3 Cho tứ diện $S.ABC$. Trên các cạnh SA, SB lấy hai điểm M, N tùy ý. Gọi O là điểm thuộc miền trong tam giác ABC . Tìm giao điểm của (OMN) với các cạnh của của tứ diện.

Bài toán 1.4 Cho bốn điểm không đồng phẳng A, B, C, D . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, BC . Tìm giao điểm của CD với (MNP) .

Bài toán 1.5 Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J là các điểm lần lượt nằm trên AB, AD sao cho $AI = \frac{1}{2}IB$, $AJ = \frac{3}{2}JD$. Tìm giao điểm của IJ với (BCD) .

Bài toán 1.6 Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J và L lần lượt là các điểm trên các cạnh AB, BC và CD sao cho $AI = \frac{1}{3}AB$, $BJ = \frac{2}{3}BC$, $CK = \frac{4}{5}CD$. Tìm giao điểm của (IJK) với AD .

Bài toán 1.7 Cho hình chóp $S.ABCD$. Lấy M, N, P lần lượt là các điểm trên SA, AB và BC sao cho chúng không trùng với trung điểm của các đoạn ấy. Tìm giao điểm (nếu có) của mặt phẳng (MNP) với các đường thẳng BD, CD .

Bài toán 1.8 Cho bốn điểm không đồng phẳng A, B, C, D . Gọi I, K theo thứ tự là hai điểm trong của tam giác ABC và BCD . Giả sử IK cắt (ACD) tại J . Hãy xác định điểm J .

Tiết 2.

CÁC BÀI TOÁN TÌM GIAO TUYẾN VÀ THIẾT DIỆN

Hoạt động 1.

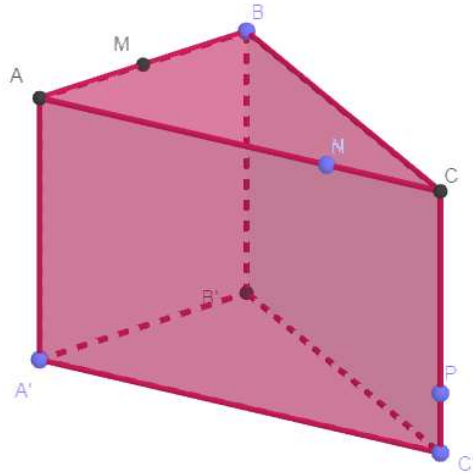
Bài 2.1 Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P thứ tự thuộc các cạnh AB, AC, CC' sao cho $MA = MB, NA = 2NC, PC = 3PC'$.

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với các mặt của lăng trụ.

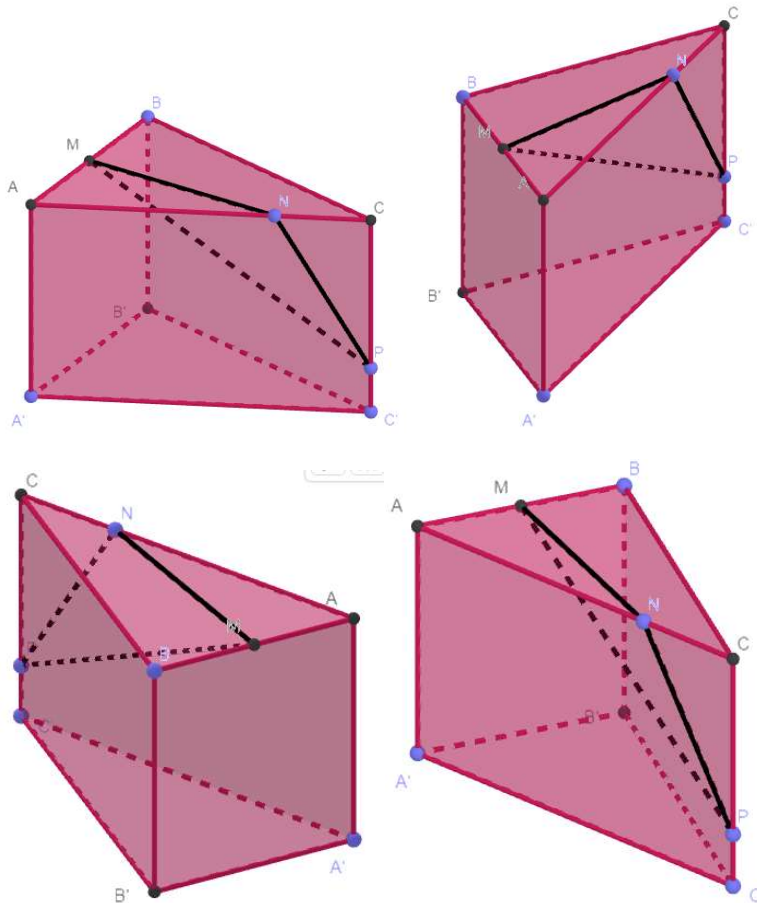
b) Tìm thiết diện của lăng trụ khi cắt bởi mặt phẳng (MNP) .

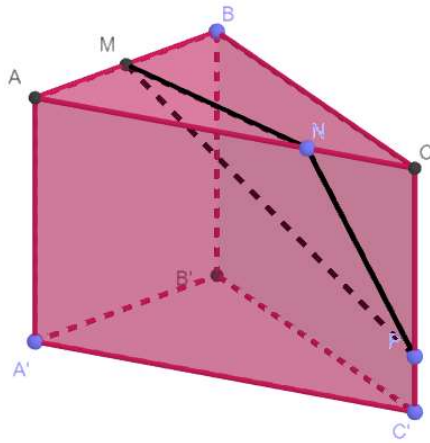
Hướng dẫn:

Vẽ hình trong không gian 3D bằng phần mềm GeoGebra.

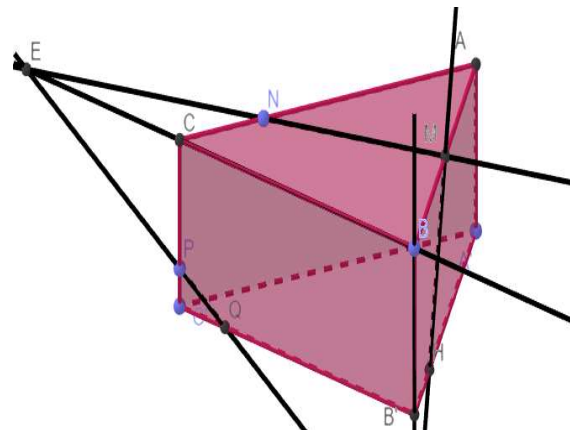
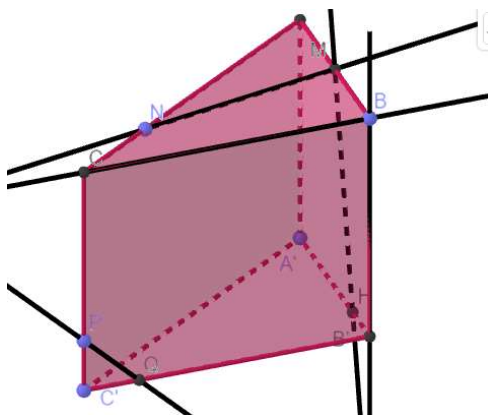
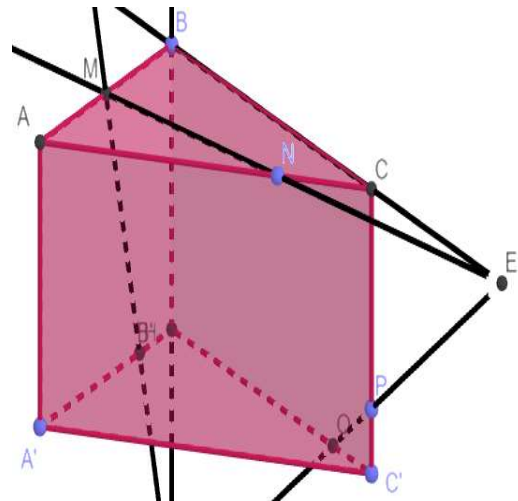
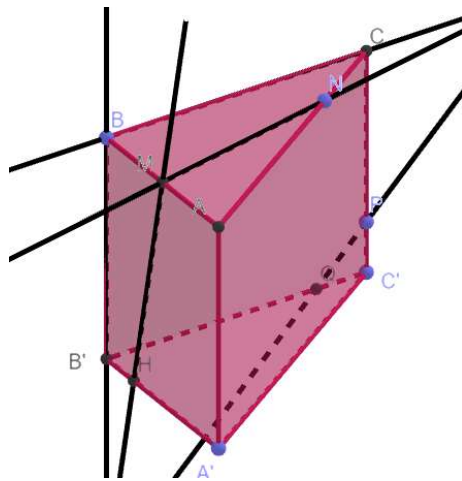


Nối các đoạn thẳng MN, NP, PM và thực hiện chức năng quay hình, để học sinh quan sát từ các phía, có góc nhìn khác nhau từ mọi hướng như sau:

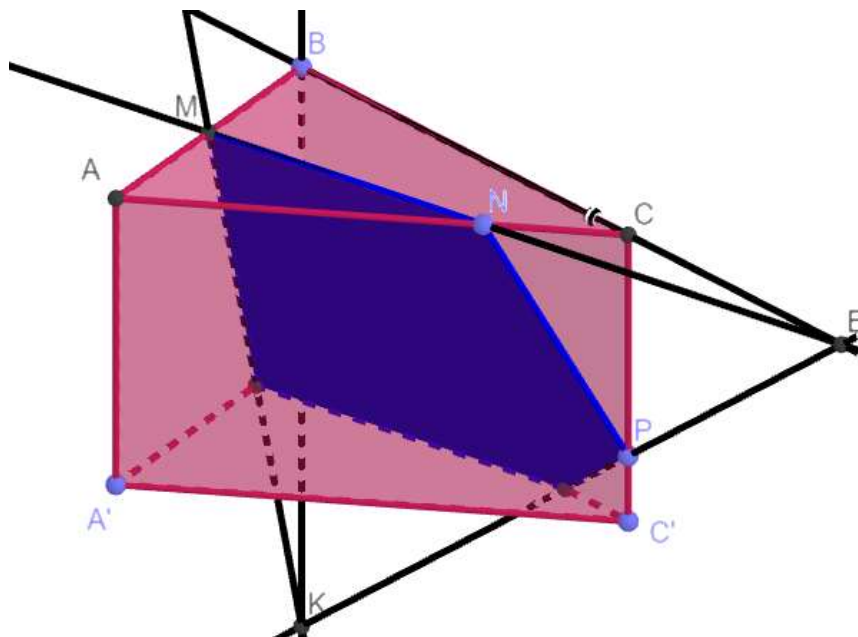




a) Trên mặt phẳng (ABC) nối MN kéo dài cắt BC tại E . Trên mặt phẳng $(BCC'B')$ nối EP cắt $B'C'$ tại Q và cắt BB' tại K . Trong mặt phẳng $(ABB'A')$ nối MK cắt $A'B'$ tại H . Thực hiện chức năng quay hình trong không gian 3D để học sinh quan sát rõ ở các góc nhìn khác nhau, sau đây là một số hình ảnh minh họa:



Đến đây, học sinh dễ dàng phát hiện giao tuyến của mặt phẳng (MNP) và các mặt của lăng trụ.



$$(MNP) \cap (ABC) = MN$$

$$\cap (ACC'A') = NP$$

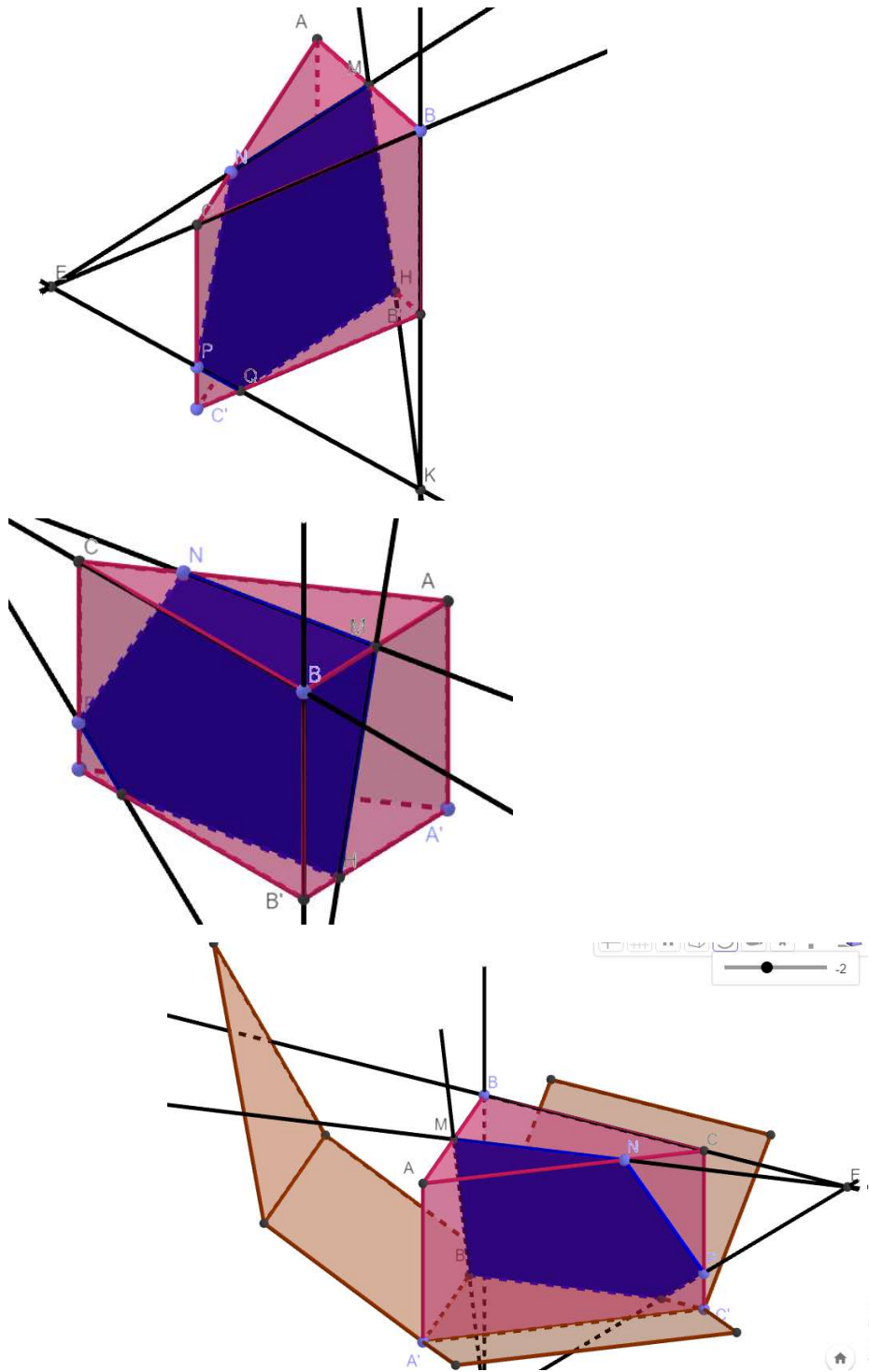
Học sinh quan sát và chỉ ra:

$$\cap (BCC'B') = PQ$$

$$\cap (A'B'C') = QH$$

$$\cap (ABB'A') = HM$$

b) Học sinh cũng dễ dàng chỉ ra thiết diện của lăng trụ khi cắt bởi mặt phẳng (MNP) là ngũ giác $MNPQH$. Tuy nhiên, sau khi chọn và tô màu ngũ giác thiết diện, một phần không gian phía sau bị che khuất, do đó ta chọn chức năng quay hình 3D để học sinh xem lại cả phần không gian phía sau, cụ thể ta có một số hình ảnh sau đây:



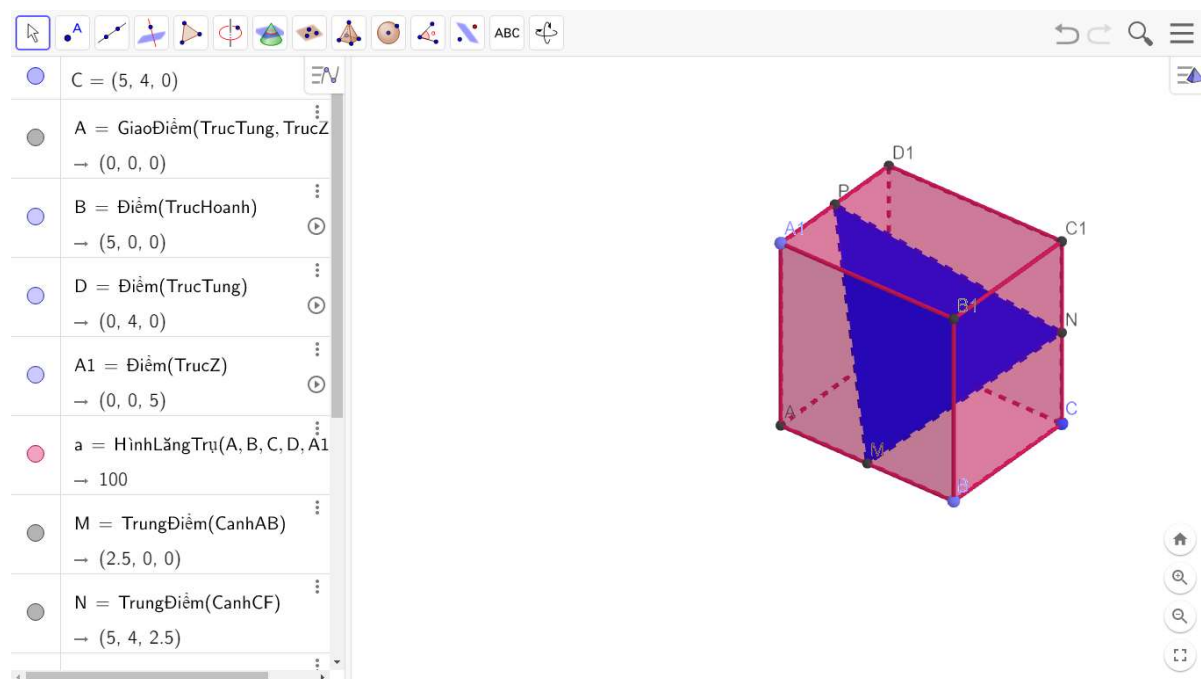
(Hình ảnh quay và khai triển lăng trụ)

Bài 2.2 Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M, N, P thứ tự là trung điểm các cạnh AB, CC_1, A_1D_1 .

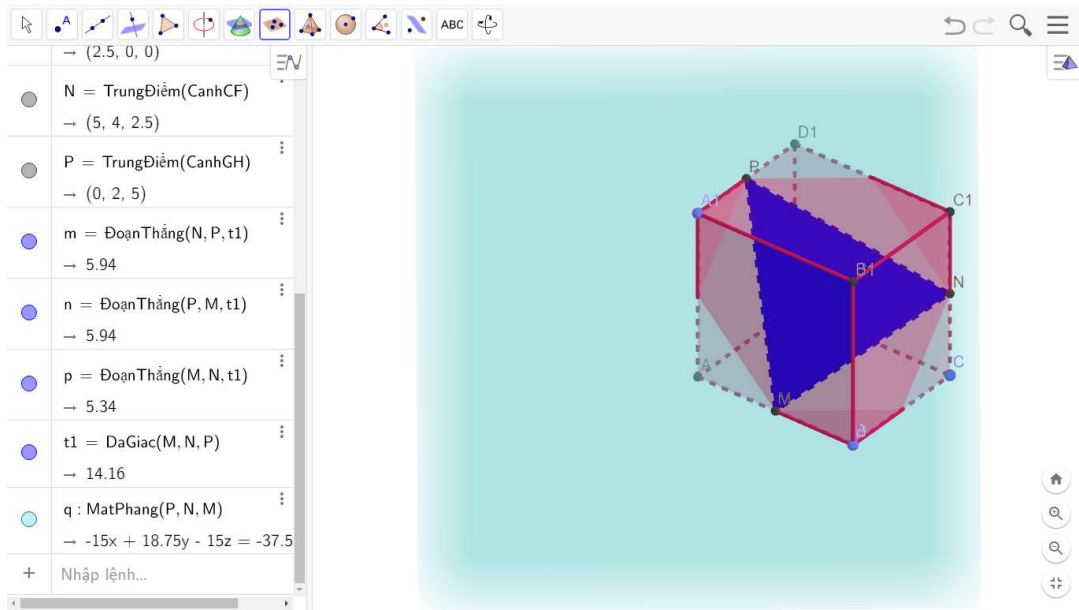
- Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với các mặt của hình hộp.
- Tìm thiết diện của hình hộp khi cắt bởi mặt phẳng (MNP) .

Hướng dẫn:

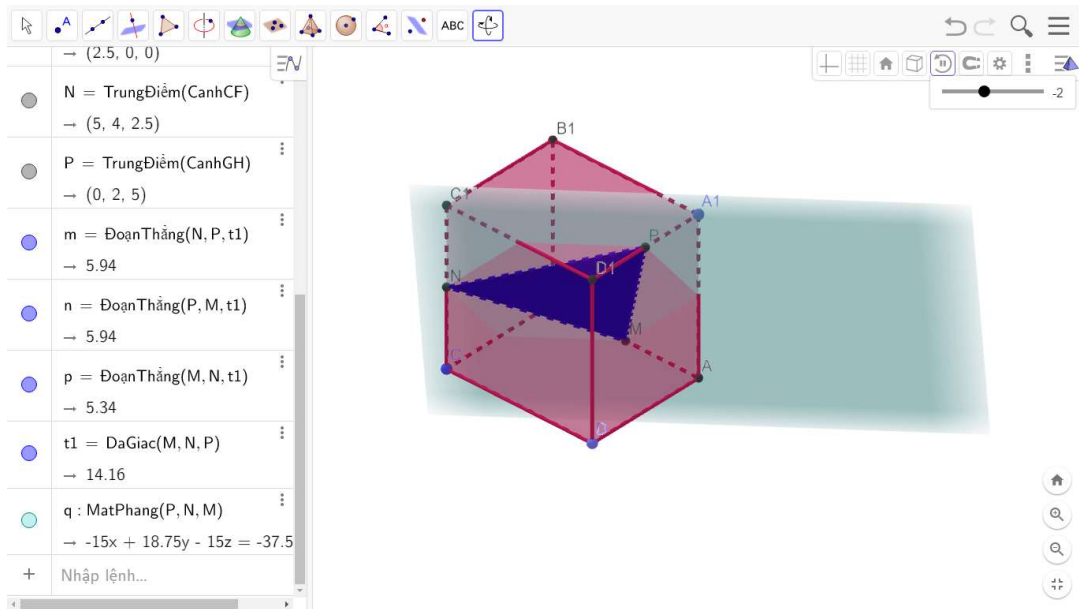
Trước hết ta vẽ hình hộp trong không gian 3D bằng phần mềm GeoGebra. Nối ba điểm M, N, P để tạo thành một tam giác. Chọn chức năng quay hình để học sinh nhìn ở các góc khác nhau.

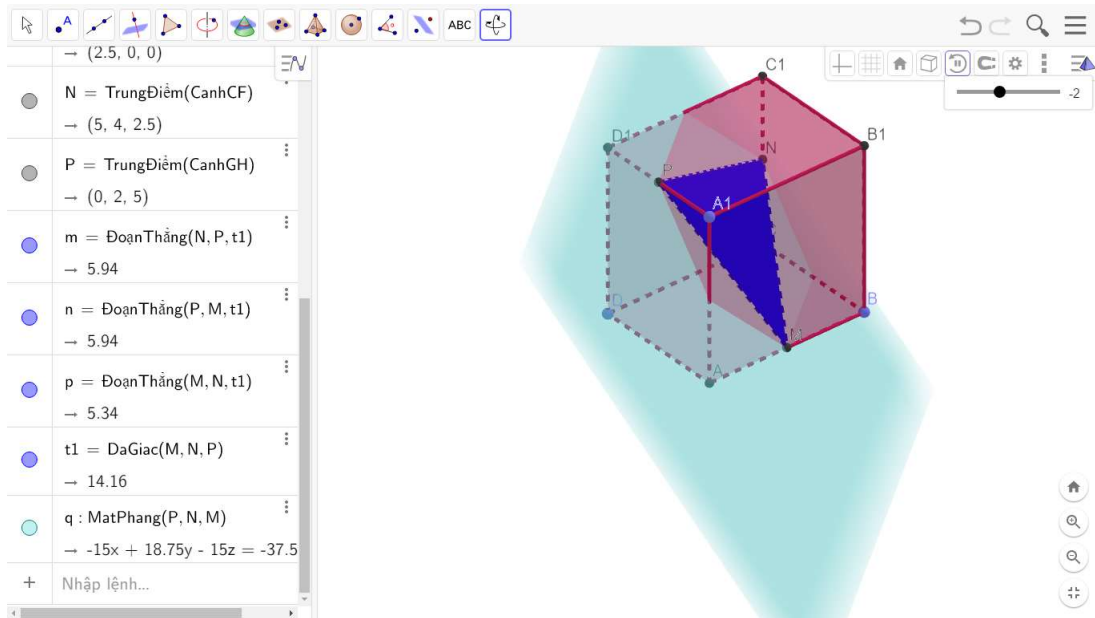


Với hình ảnh trên đây, khi mới học xong Bài 4-Hai mặt phẳng song song và các khái niệm, các tính chất cơ bản về hình lăng trụ và hình hộp, học sinh rất khó để tìm ra lời giải bài toán, cho dù có thể quan sát hình vẽ ở mọi góc độ. Một câu hỏi đặt ra là: Khi mở rộng tam giác MNP về các phía thì mặt phẳng (MNP) sẽ cắt các cạnh của hình hộp ở đâu? Phần mềm GeoGebra cũng tích hợp sẵn tính năng vẽ mặt phẳng đi qua ba điểm. Chọn chức năng vẽ mặt phẳng đi qua ba điểm M, N, P ta có hình ảnh sau:



Bây giờ ta tiếp tục quay hình để học sinh quan sát phần không gian bị che khuất từ các góc nhìn khác nhau:



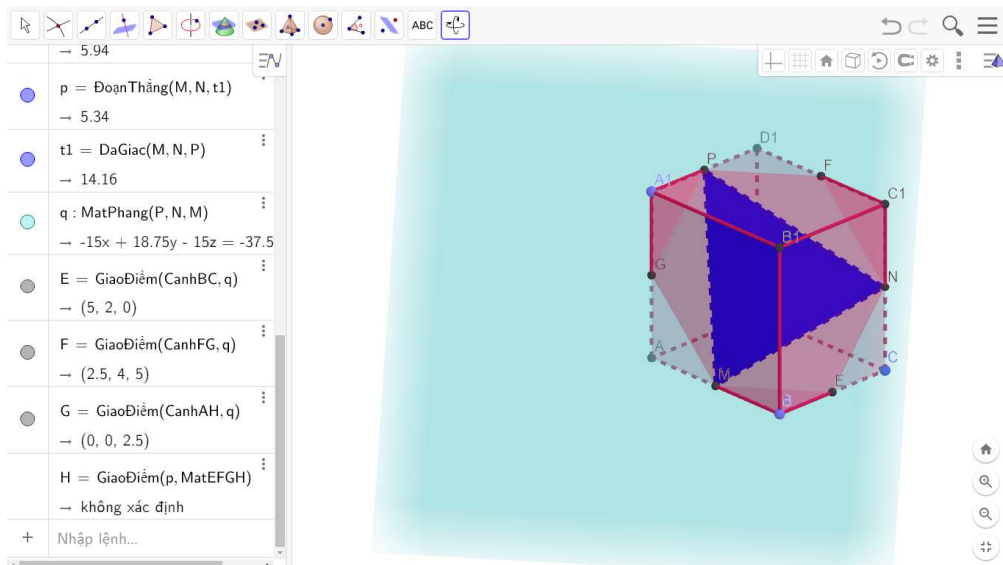


Từ các góc nhìn khác nhau đó, học sinh thấy được giao điểm của mặt phẳng (MNP) và các cạnh của hình hộp (lúc này các giao điểm vẫn chưa đặt tên), từ đó phán đoán giao tuyến của (MNP) với các mặt của hình hộp và suy ra thiết diện của hình hộp khi cắt bởi mặt phẳng (MNP).

Các hướng giải quyết bài toán:

- Hướng thứ nhất: Phán đoán và chứng minh

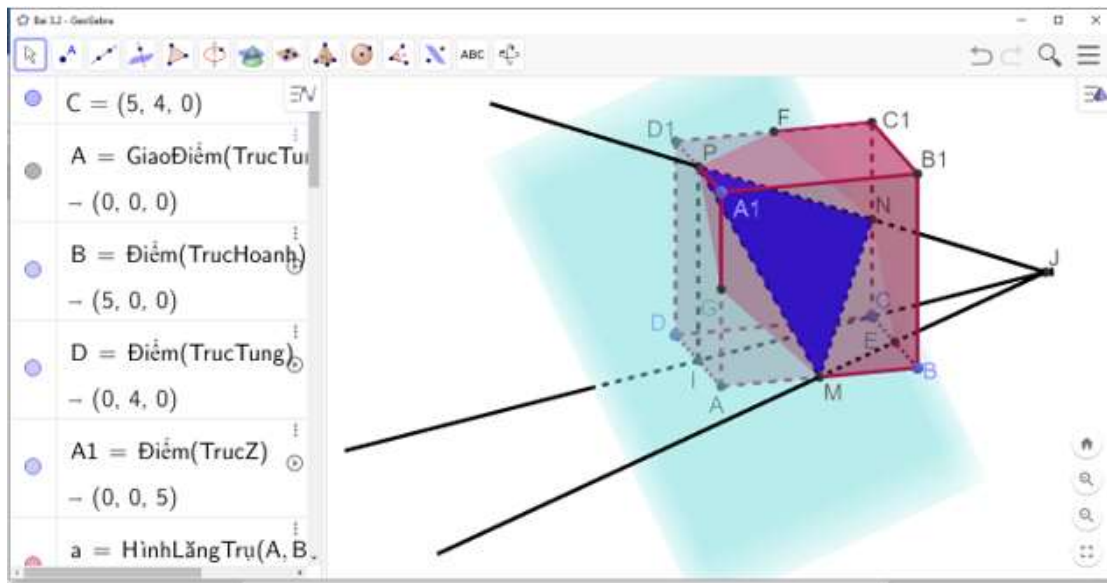
Từ quan sát thực tiễn, ta phán đoán (MNP) cắt BC, C_1D_1, AA_1 thứ tự tại E, F, G là trung điểm của chúng (Chọn chức năng Giao điểm của hai đối tượng, sau đó chọn lần lượt mặt phẳng rồi đường thẳng, ta sẽ có các giao điểm tương ứng).



Chứng minh: Vì $ME \parallel GN$ nên tồn tại mặt phẳng (α) đi qua ME, NG . Hay bốn điểm M, E, N, G cùng thuộc mặt phẳng (α) . Lại có $MG \parallel NF$ nên M, G, N, F đồng phẳng. Mà qua ba điểm không thẳng hàng M, N, G có duy nhất một mặt phẳng nên F cũng thuộc (α) . Tương tự suy ra P cũng thuộc (α) . Hay sáu điểm M, N, P, E, F, G đồng phẳng.

- Hướng thứ hai: Xây dựng giao tuyến và thiết diện qua dựng hình

Gọi I là trung điểm A_1D_1 , ta thấy $PI \parallel NC$. Trong mặt phẳng $(PICN)$ nối PN cắt IC tại J , suy ra J thuộc mặt phẳng (MNP) . Trong mặt phẳng $(ABCD)$ nối MJ cắt BC tại E . Suy ra E thuộc mặt phẳng (MNP) . Việc xác định các giao điểm tiếp theo ta có thể làm tương tự như hướng thứ nhất (hoặc qua M, N ta kẻ các đường thẳng song song với EP thứ tự cắt AA_1, C_1D_1 tại G, F):



Bài tập ở nhà:

Bài 2.3 Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. **Bài 3.3** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB và SAD , M là điểm trên cạnh SA sao cho $MA = 2MS$. Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (MIJ) .

Bài 2.4 Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và BCC' . M là điểm trên cạnh AA' sao cho $MA = 2MA'$. Xác định thiết diện của lăng trụ khi cắt bởi mặt phẳng (MIJ) .

Bài 2.5 Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và BCC' , M là điểm trên cạnh AA' sao cho $MA = 2MA'$. Xác định thiết diện của hình hộp khi cắt bởi mặt phẳng (MIJ) .

4. Về khả năng áp dụng của sáng kiến:

Sáng kiến này dễ áp dụng đối với cả giáo viên và học sinh. Các phần mềm sử dụng trong sáng kiến có lịch sử trên 10 năm xây dựng và phát triển ngày càng thân thiện với người dùng. Các yêu cầu về cơ sở vật chất cũng không quá cao, chỉ cần có máy tính, máy chiếu là có thể áp dụng được.

Nếu giáo viên hạn chế về ngoại ngữ thì có thể sử dụng bản Việt hóa, đặc biệt phần mềm GeoGebra là miễn phí, còn phần mềm Geometry Sketchpad có thể dùng bản Demo.

Tuy nhiên, để thành thạo các tính năng của phần mềm để có thể khai thác triệt để, giáo viên cần nhiều thời gian nghiên cứu và thử nghiệm, đồng thời nên sử dụng thường xuyên trong các giờ hình học.

Phần 3. Kết luận và khuyến nghị

1. Kết luận

Trước đây, khi mới dạy lí thuyết hình học không gian cho học sinh các lớp 11 tôi nhận thấy các em thường gặp khó khăn trong các bài toán tìm giao điểm, giao tuyến, thiết diện. Việc đó gây cản trở rất lớn cho quá trình tiếp cận các bài toán khó. Từ đó tôi luôn trăn trở đi tìm giải pháp phù hợp giúp học sinh học tốt hình học không gian. Sau khi áp dụng sáng kiến này, tôi nhận thấy các ưu điểm nổi bật là:

- Không khí giờ học sôi nổi, học sinh tích cực tham gia vào các hoạt động do giáo viên tổ chức.
- Hầu hết học sinh nhiệt tình chủ động tìm hiểu các lĩnh vực trong thực tiễn có liên quan tới nội dung bài học, nâng cao năng lực tư duy và hiểu biết toàn diện.

- Thời gian học sinh làm quen và thành thạo kỹ năng vẽ hình ngắn (Trước đây phải qua từ 7 đến 10 tiết thì nay chỉ cần khoảng 2-3 tiết).

2. Khuyến nghị

Sáng kiến này giúp cho học sinh hình thành và phát triển các phẩm chất và năng lực theo các mục tiêu của chương trình phổ thông tổng thể và chương trình môn Toán năm 2018. Đặc biệt, việc ứng dụng CNTT, khai thác triệt để các phần mềm dạy học giúp cho học sinh có cách nhìn trực quan, sinh động tạo hứng thú cho học sinh khi mới học hình học không gian, một môn học mà đa số các học sinh trung bình và yếu thường gặp khó khăn. Sáng kiến giúp cho học sinh phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực mô hình hóa toán học. Từ đó các em yêu thích môn học, yêu lao động sản xuất, có xu thế vận dụng kiến thức các môn học vào nâng cao chất lượng lao động sản xuất. Ngoài ra, sáng kiến này còn giúp cho các em nâng cao năng lực tư duy trừu tượng, năng lực suy luận. Sáng kiến này có thể áp dụng cho nhiều đối tượng học sinh ở các mức độ nhận thức khác nhau từ nhận biết, thông hiểu đến vận dụng cao, đặc biệt là đối tượng học sinh khi mới học xong lý thuyết mỗi bài hình học không gian trên lớp, trước khi bắt đầu các bài toán khó.

Đối với cơ quan quản lý Giáo dục:

Đưa việc giảng dạy các phần mềm ứng dụng dạy học hình học không gian vào chương trình môn Toán.

Mở các lớp bồi dưỡng và khuyến khích giáo viên môn Toán dùng các phần mềm hỗ trợ giảng dạy môn Toán.

Có nguồn học liệu mở hỗ trợ giảng dạy môn Toán nói chung và Hình học nói riêng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Sách giáo khoa Hình học lớp 11 – Trần Văn Hạo.
2. Tài liệu hướng dẫn dùng Geometry Sketchpad