

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KỲ II

Môn: Toán 11 - Năm học 2013- 2014

Phần I : Giải tích

Bài 1: Tính giới hạn của các dãy số sau:

$$1. u_n = \frac{5 \cdot 2^n - 6 \cdot 3^n}{3 \cdot 2^n + 23^n}$$

$$2. u_n = \frac{2 \cdot 3^{2n} + 6^{n+1} - 2^{2n-1}}{(2 \cdot 3^{n-1} - 3 \cdot 2^n)^2}$$

$$3. u_n = \frac{3^{2n+1} - 15^n + 5^{2n+2}}{4 \cdot 3^{2n} + 2 \cdot 15^n + 7 \cdot 5^{2n-1}}$$

$$4. u_n = \frac{(2n-1)(3n+1)^2}{(2n-4)^3}$$

$$5. u_n = \frac{4n^2 - n - 1}{(2n-1)^2(n+6)}$$

$$6. u_n = \frac{n^3 - n^2 + n + 8}{2n^2 + 7n + 9}$$

$$7. u_n = \frac{\sqrt[3]{8n^3 + n^2 + 1}}{\sqrt{n^2 + n}}$$

$$8. u_n = \frac{\sqrt{n^3 + n + 6}}{2n^2 + 1}$$

$$9. u_n = \frac{2n-4}{\sqrt[3]{n^2 + n + 1}}$$

$$10. u_n = \frac{1}{\sqrt{2n+3} - \sqrt{n+1}}$$

$$11. u_n = \sqrt{2n+3} - \sqrt{n+4}$$

$$12. u_n = \sqrt{n^3 + n} - n + 8$$

$$13. u_n = \sqrt{n^2 + n + 28} - \sqrt{n^2 - 4n + 5}$$

$$14. u_n = \sqrt{4n^2 + 20n + 1} - 2n - 5$$

$$15. u_n = \sqrt[3]{8n^3 + n^2 - 1} - 2n + 2007$$

$$16. u_n = n + 2 - \sqrt[3]{n^3 + 2n + 1}$$

$$17. u_n = \frac{n - \sqrt{n^2 + 5}}{2n + 1 - \sqrt{4n^2 + 4n + 3}}$$

$$18. u_n = \frac{n + \sqrt[3]{1 - n^3}}{\sqrt{n^4 + 1} - n^2}$$

$$19. u_n = \frac{\sqrt{n^2 + 3n - 1} - \sqrt{2n + 3}}{2n + 1}$$

$$20. u_n = \sqrt{4n^2 + n} - \sqrt[3]{8n^3 + 3n^2}$$

$$21. u_n = \sqrt{4n^2 + 1} \cdot \sqrt[3]{n^3 + 7} - 2n^2 + 1$$

Bài 2: Cho dãy số : $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{u_n} \end{cases} \quad (n \geq 1)$ Tìm công thức tính u_n theo n . Suy ra $\lim u_n$?

Bài 3: Tìm giới hạn các hàm số sau:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{-2x^2 + 6x - 4}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{x^4 - 8x^2 - 9}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right)$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 5x^5 + 4x^6}{(1 - x)^2}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2014} + 4x^4 + 3x^3 - 8}{x^{2014} + x^3 + 2x^2 - 4}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{49 - x^2}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+7} - 3}{x^3 - 4x^2 + 3}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^3 - 8}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{8+x}}{2x - \sqrt{5-x}}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 2 - \sqrt{4x^2 - x - 2}}{x^2 - 3x + 2}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{1-x}}{2x + x^2}$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2}{\sqrt{x} - 1}$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\sqrt[3]{x+1} - 1}$$

$$18) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+4} - 3}{x}$$

$$19) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} + \sqrt{x+16} - 7}{x}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} + \sqrt{x+4} - 3}{x}$$

$$21) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{3x+5}}{x^2 - 1}$$

$$22) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{8x+11} - \sqrt{x+7}}{x^2 - 3x + 2}$$

Bài 4: Tìm giới hạn các hàm số sau:

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KỲ II – MÔN TOÁN II – Năm học 2013 - 2014

$$1. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)}{1 - 2\sin x} \quad 2. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2}\sin x - 1}{2\cos^2 x - 1} \quad 3. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos x - \tan x} \quad 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$$

Bài 5: Tìm giới hạn các hàm số sau:

$$\begin{aligned} 1. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1}; & \quad 2. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1}{1-3x-5x^2} & 3. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}+1}{x^2+x+1}; & \quad 4. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3-2x^2-2}{3x^2-x-1}; \\ 5. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{3x-1} & \quad 6. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)^2(7x+2)^2}{(2x+1)^4} & 7. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-3x}+2x}{3x-1} & \quad 8. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+x+2}+3x+1}{\sqrt{4x^2+1}+1-x} \\ 9) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+x}-x); & \quad 10) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}) & 11) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-4x+3}-\sqrt{x^2-3x+2}) \\ 12) \lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{x^2+5}+x) & \quad 13) \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x-1-\sqrt{4x^2-4x-3}) & 14) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3+x^2}-x) \\ 15) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1}-\sqrt[3]{x^3-1}) & \quad 16) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3+2x-1}-\sqrt{x^2-3x}) \end{aligned}$$

Bài 6: Xét tính liên tục của hàm số sau tại điểm x_0

$$1. y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2}{x-\sqrt{2}} & \text{khi } x \neq \sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} & \text{khi } x = \sqrt{2} \end{cases} \quad \text{với } x_0 = \sqrt{2} \quad 2. y = f(x) = \begin{cases} x^2-x & \text{khi } x \geq 1 \\ \frac{x^2-1}{\sqrt{1-x}} & \text{khi } x < 1 \end{cases} \quad \text{với } x_0 = 1$$

Bài 7: Tìm a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$

$$1) y = f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x-1}+x-1}{\sqrt{x^2+2x-3}} & \text{khi } x > 1 \\ ax+2 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases} \quad 2) y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{2x+4}-2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ ax-a+4 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$$

Bài 8: Tính đạo hàm của các hàm số sau:

$$\begin{aligned} 1) y = (2x^3 - 3x^2 - 6x + 1)^2 & \quad 2) y = \frac{2x+3}{x^2-5x+5} & 3) y = \frac{1}{(x^2-2x+5)^2} & \quad 4) y = \sqrt{\frac{x^2+1}{x}} \\ 5) y = (x-2)\sqrt{x^2+3} & \quad 6) y = \sqrt{(x-2)^3} & 7) y = (1+\sqrt{1-2x})^3 & \quad 8) y = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} \\ 9) y = \sin(x^2-3x+2) & \quad 10) y = (\sin x + \cos x)^3 & 11) y = \cos \sqrt{2x+1} & \quad 12) y = \sqrt{x} \tan x \\ 13) y = \left(\frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x}\right)^2 & \quad 14) y = \cot^3\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) & 15) y = \frac{1+\tan^2 3x}{1-\tan^2 3x} & \quad 16) y = \tan(\sin x) \end{aligned}$$

Bài 9: Chứng minh các hệ thức sau với các hàm số được chỉ ra:

$$\begin{aligned} 1. \begin{cases} y = x \sin x \\ xy'' - 2(y' - \sin x) + xy = 0 \end{cases} & \quad 2. \begin{cases} y = \sqrt{2x-x^2} \\ y^3 y'' + 1 = 0 \end{cases} & 3. \begin{cases} y = x \tan x \\ x^2 y'' - 2(x^2 + y^2)(1+y) = 0 \end{cases} & \quad 4. \begin{cases} y = \frac{x-3}{x+4} \\ 2y'^2 = (y-1)y'' \end{cases} \\ 5. y = (x + \sqrt{x^2+1})^3 & \quad \text{c/m: } (1+x)^2 \cdot y'' + xy' - 9y = 0. \end{aligned}$$

Bài 10: Giải phương trình $f'(x) = 0$ với:

$$1) f(x) = 3\cos x - 4\sin x + 5x \quad 2) f(x) = \sin^2 x + 2\cos x \quad 3) f(x) = \sin x - \frac{\cos 4x}{4} - \frac{\cos 6x}{6}$$

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KỲ II – MÔN TOÁN II – Năm học 2013 - 2014

4) $f(x) = 1 - \sin(\pi + x) + 2 \cos \frac{3\pi + x}{2}$ 5) $f(x) = \sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x + 3(\cos x - \sqrt{3} \sin x)$

Bài 11: Giải phương trình $f'(x) = g(x)$ với:

1) $\begin{cases} f(x) = \sin^3 2x \\ g(x) = 4 \cos 2x - 5 \sin 4x \end{cases}$ 2) $\begin{cases} f(x) = 2x^2 \cos^2 \frac{x}{2} \\ g(x) = x - x^2 \sin x \end{cases}$ 3) $\begin{cases} f(x) = 4x \cos^2 \frac{x}{2} \\ g(x) = 8 \cos \frac{x}{2} - 3 - 2x \sin x \end{cases}$

Bài 12: Giải bất phương trình $f'(x) > g'(x)$ với:

1) $f(x) = x^3 + x - \sqrt{2}$, $g(x) = 3x^2 + x + \sqrt{2}$ 2) $f(x) = 2x^3 - x^2 + \sqrt{3}$, $g(x) = x^3 + \frac{x^2}{2} - \sqrt{3}$
3) $f(x) = \frac{2}{x}$, $g(x) = x - x^3$

Bài 13: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2 - x + x^2}{x - 1}$ (C).

- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M(2; 4).
- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -1$.
- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm A(0; 1).

Bài 14: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3x + 1}{1 - x}$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C):

- Tại điểm A(2; -7).
- Tại giao điểm của (C) với trục hoành.
- Tại giao điểm của (C) với trục tung.
- Biết tiếp tuyến song song với d: $y = \frac{1}{2}x + 100$.
- Biết tiếp tuyến vuông góc với $\Delta: 2x + 2y - 5 = 0$.
- Biết tiếp tuyến cắt Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông cân.
- Biết tiếp tuyến cắt Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho $OA = 3OB$.
- Biết tiếp tuyến cắt Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho ΔOAB có diện tích $\frac{1}{4}$ (đvdt)

Bài 15: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết TT:

a) Song song với đường thẳng $3x + y + 1 = 0$.

b) Vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{7}x - 4$

c) Đi qua điểm A(1; -2)

d) Tìm m để (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = mx + 2$.

Bài 16: Cho hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ (C). Viết PT tiếp tuyến của (C) biết:

a) tại điểm có tung độ bằng 2.

b) Tiếp tuyến song song với trục hoành.

c) Biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $x + 8y - 2014 = 0$.

d) Đi qua điểm A(0; 6).

Phần II : Hình học

Bài 1: Cho tứ diện S.ABC có tam giác ABC vuông tại C, cạnh SA vuông góc với (ABC).

1) CMR : $BC \perp (SAC)$.

2) Gọi E là hình chiếu vuông góc của A lên SC. CMR : $AE \perp (SBC)$.

3) (α) qua AE và vuông góc với (SAB) cắt SB tại D. CMR : $SD \perp (\alpha)$.

4) Gọi DE cắt BC tại F. CMR : $AF \perp (SAB)$.

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KỲ II – MÔN TOÁN II – Năm học 2013 - 2014

Bài 2: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O. SA $\perp$ (ABCD). Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC, SD.

- 1) CMR : BC $\perp$ (SAB), CD $\perp$ (SAD), BD $\perp$ (SAC).
- 2) CMR : SC $\perp$ (AHK) và I thuộc mặt phẳng (AHK).
- 3) CMR : HK $\perp$ AI.

Bài 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O và SA = SC, SB = SD.

- 1) CMR : SO $\perp$ (ABCD).
- 2) Gọi I, K là trung điểm của AB, BC. CMR : IK $\perp$ SD.
- 3) Gọi (α) là mặt phẳng chứa IK và song song với SO. Tìm thiết diện của hình chóp S.ABCD với (α). CMR : BD $\perp$ (α).

Bài 4: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A, D. Cho AB = 2a, AD = DC = a. SA vuông góc với (ABCD), SA = a.

- 1) CMR : (SAD) $\perp$ (SDC), (SAC) $\perp$ (SBC).
- 2) Tính góc giữa SC và AB.
- 3) Tính góc giữa (SBC) và (ABCD).
- 4) Dựng thiết diện của hình chóp S.ABCD khi cắt bởi (α) qua SD và vuông góc với (SAC). Tính diện tích thiết diện.

Bài 5: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, góc BAD = 60° . Cạnh bên SA = SB =

$$SD = a\sqrt{\frac{7}{12}}.$$

- 1) CM : Hình chiếu vuông góc của S lên (ABCD) là trọng tâm G của tam giác ABD.
- 2) Tính góc giữa SC và (ABCD).
- 3) Tính góc giữa (SAB), (SAC) và (ABCD).
- 4) Tính khoảng cách từ G đến (SAB), khoảng cách giữa SB và AD.

Bài 6: Cho hình lăng trụ tam giác đều ABC. A'B'C' có cạnh bên AA' = a. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC, CC'.

- 1) CMR : AI vuông góc với (BCC'B'); (AB'I) vuông góc với (A'BJ).
- 2) Tìm hình chiếu của B lên (AB'I).
- 3) Tính góc giữa A'B và B'C.
- 4) Tính khoảng cách từ A đến B'C và khoảng cách giữa A'B với B'C.

Bài 7: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, AB = a, AD = 2a, SA = a, SA vuông góc với (ABCD). Gọi I, M lần lượt là trung điểm của SC và CD.

- 1) Tính khoảng cách từ A, I đến (SBD).
- 2) Tính khoảng cách từ A đến (SBM).
- 3) Tính khoảng cách giữa BC và SD, giữa SM và AB.

Bài 8: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của AB.

- 1) CMR : (SAD) vuông góc với (SAB).
- 2) Gọi F là trung điểm của AD. CMR : (SCF) vuông góc với (SID).
- 3) Tính góc giữa SA và ID, góc giữa SF và (ABCD), góc giữa (SCD) và (ABCD).
- 4) Tính khoảng cách giữa AB và SD, SA và BD.

Bài 9: < Khối B- 2007 > Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a. Gọi E là điểm đối xứng với D qua trung điểm của SA, M là trung điểm của AE, N là trung điểm của BC. CMR : MN $\perp$ BD và tính khoảng cách giữa MN và BC.

Bài 10: < Khối D- 2007 > Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A, B, BA = BC = a, AD = 2a. SA = $a\sqrt{2}$ và vuông góc với đáy. Gọi H là hình chiếu của vuông góc của A lên SB.

- 1) Tính khoảng cách từ H đến (SCD), khoảng cách giữa SB và AC.
- 2) Tính góc giữa (SBC) và (SCD).