4.2. CÁC PHÉP TOÁN VỀ SỐ PHỨC

MỨC ĐỘ 1: NHẬN BIẾT

☑ Dạng 01: Câu hỏi lý thuyết về phép toán số phức

Câu 29. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+4z+29=0$.Tính giá trị của biểu thức $|z_1|^4+|z_2|^4$.

A. 58. **B.** 841. **C.** 1682. **D.** 1282.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $z^2+4z+29=0\Leftrightarrow(z+2)^2=-25\Leftrightarrow(z+2)^2=(5i)^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=-2-5i\\z_2=-2+5i\end{array}\right.$.

Suy ra $|z_1|=|z_2|=\sqrt{(-2)^2+5^2}=\sqrt{29}$.

Vậy $|z_1|^4+|z_2|^4=\left(\sqrt{29}\right)^4+\left(\sqrt{29}\right)^4=1682$.

Câu 30. Xác định các điểm biểu diễn cho số phức z sao cho số phức $\frac{1}{z}$ là số thuần ảo

A. trục tung. **B.** trục tung bỏ điểm O.

C. trục hoành bỏ điểm O. **D.** trục hoành.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi\ \left(x,y\in R^*\right)$

$\frac{1}{z}$ là số thuần ảo nên x = 0 và kết hợp với điều kiện $z\neq 0$.

Câu 31. Xác định các điểm biểu diễn cho số phức z sao cho số phức $\frac{1}{z}$ là số thuần ảo

A. trục tung bỏ điểm O. **B.** trục hoành bỏ điểm O.

C. trục hoành. **D.** trục tung.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = x + yi \left(x, y \in R^* \right)$

$\frac{1}{z}$ là số thuần ảo nên x = 0 và kết hợp với điều kiện $z \neq 0$.

☑ Dạng 02: Thực hiện các phép toán cơ bản về số phức

Câu 32. Cho các số phức $z_1 = 2+3i$, $z_2 = 4+5i$. Số phức liên hợp của số phức $w = 2\left(z_1 + z_2\right)$ là

A. $\overline{w} = 28i$. **B.** $\overline{w} = 8+10i$. **C.** $\overline{w} = 12-16i$. **D.** $\overline{w} = 12+8i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $w = 2\left(6+8i\right) = 12+16i \Rightarrow \overline{w} = 12-16i$.

Câu 33. Cho số phức $z = -2+3i$. Số phức $\frac{\overline{z}}{z}$ bằng

A. $\frac{5}{13} - \frac{12}{13}i$. **B.** $\frac{5}{13} + \frac{12}{13}i$. **C.** $-\frac{5}{13} + \frac{12}{13}i$. **D.** $-\frac{5}{13} - \frac{12}{13}i$.

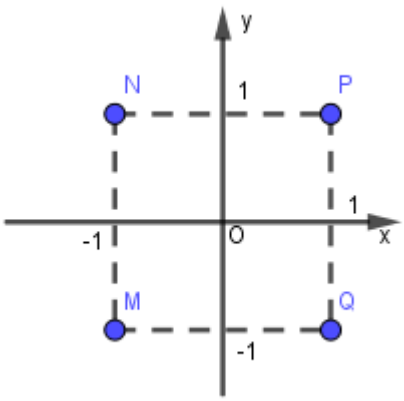
Lời giải.

Chọn C

Ta có: $\frac{\overline{z}}{z} = \frac{-2-3i}{-2+3i} = -\frac{5}{13} + \frac{12}{13}i$.

Câu 34. Cho các số phức $z = -1+2i$, $w = 2-i$. Điểm nào trong hình bên biểu diễn số phức $z + w$?

A. N. **B.** P. **C.** Q. **D.** M.



Lời giải

Chọn B

Ta có $z+\mathrm{w}=\left(-1+2i\right)+\left(2-i\right)=1+i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $z+\mathrm{w}$ là điểm $P\left(1;1\right)$.

Câu 35. Cho số phức $\overline{z}=i(-6-3i)$. Số phức z là

A. $z=3+6i$. **B.** $z=-3+6i$. **C.** $z=3-6i$. **D.** $z=6-3i$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có $\overline{z}=i(-6-3i)=3-6i\Rightarrow z=3+6i$.

Câu 36. Cho hai số phức $z=3-2i$, khi đó số phức $w=2z-3\overline{z}$ là

A. $11+2i$. **B.** $-3+2i$. **C.** $-3-2i$. **D.** $-3-10i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $w=2(3-2i)-3(3+2i)=6-4i-9-6i=-3-10i\rightarrow$ đáp án C.

Câu 37. Cho số phức $z=5-2i$. Tìm số phức $w=iz+\overline{z}$.

A. $w=7+7i$. **B.** $w=-3-3i$. **C.** $w=3+3i$. **D.** $w=-7-7i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w=iz+\overline{z}=i\left(5-2i\right)+5+2i=7+7i$.

Câu 38. Số phức nghịch đảo của số phức $z=3+4i$ là

A. $\frac{1}{z}=3-4i$.

B. $\frac{1}{z}=\frac{3}{25}+\frac{4}{25}i$.

C. $\frac{1}{z}=4+3i$.

D. $\frac{1}{z}=\frac{3}{25}-\frac{4}{25}i$.

Lời giải

Chọn D

Số phức nghịch đảo của số phức $z=3+4i$ là $\frac{1}{z}=\frac{1}{3+4i}=\frac{3}{25}-\frac{4}{25}i$.

Câu 39. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=3-4i$. Số phức $2z_1+3z_2-z_1z_2$ là số phức nào sau đây?

A. $10i$.

B. $-10i$.

C. $11+8i$.

D. $11-10i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2z_1+3z_2-z_1z_2=2(1+2i)+3(3-4i)-(1+2i)(3-4i)=-10i$.

☑ Dạng 03: Xác định các yếu tố của số phức (phần thực, ảo, mô đun, liên hợp,...) qua các phép toán

Câu 40. Cho số phức $z=a+bi$ khác 0 $(a,b\in\mathbb{R})$. Tìm phần ảo của số phức z^{-1}.

A. $\frac{-bi}{a^2+b^2}$.

B. $\frac{-b}{a^2+b^2}$.

C. $\frac{a}{a^2+b^2}$.

D. $\frac{b}{a^2+b^2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z^{-1}=\frac{1}{z}=\frac{1}{a+bi}=\frac{a-bi}{a^2+b^2}=\frac{a}{a^2+b^2}+\frac{-b}{a^2+b^2}i$. Vậy phần ảo của z^{-1} là $\frac{-b}{a^2+b^2}$.

Câu 41. Phần ảo của số phức z thỏa mãn $(1+i)z=3-i$ là

A. 2.

B. $-2i$.

C. $2i$.

D. -2.

Lời giải

Chọn D

Có $(1+i)z=3-i \Leftrightarrow z=\dfrac{3-i}{1+i} \Leftrightarrow z=1-2i$.

Vậy phần ảo của số phức z là -2.

Câu 42. Cho số phức $z=3+2i$. Tìm phần thực của số phức z^2.

A. 13. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z=3+2i \Rightarrow z^2=5+12i$.

Vậy phần thực của số z^2 là 5.

Câu 43. Cho hai số phức $z_1=3+i$ và $z_2=2-4i$. Modul của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. 10. **B.** $10\sqrt{2}$. **C.** -10. **D.** 20.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1.z_2=(3+i).(2-4i)=10-10i$. Vậy $|z_1.z_2|=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}$

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $(1+3i)z-5=7i$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\bar{z}=-\dfrac{13}{5}+\dfrac{4}{5}i$. **B.** $\bar{z}=-\dfrac{13}{5}-\dfrac{4}{5}i$. **C.** $\bar{z}=\dfrac{13}{5}+\dfrac{4}{5}i$. **D.** $\bar{z}=\dfrac{13}{5}-\dfrac{4}{5}i$.

Lời giải

Chọn C

$$(1+3i)z-5=7i \Leftrightarrow z=\frac{5+7i}{1+3i} \Leftrightarrow z=\frac{13}{5}-\frac{4}{5}i \Rightarrow \bar{z}=\frac{13}{5}+\frac{4}{5}i.$$

Câu 45. Cho các số phức $z_1=a_1+b_1i$ và $z_2=a_2+b_2i$. Số phức $z=z_1.z_2$ là số thực thì

A. $a_1b_2+b_1a_2=0$. **B.** $a_1a_2-b_1b_2=0$. **C.** $a_1b_2-b_1a_2=0$. **D.** $a_1a_2+b_1b_2=0$.

Lời giải

Chọn A

$$z=z_1.z_2=(a_1+b_1i)(a_2+b_2i)=(a_1a_2-b_1b_2)+(a_1b_2+b_1a_2)i.$$

Số phức $z=z_1.z_2$ là số thực thì $a_1b_2+b_1a_2=0$.

Câu 46. Phần thực và phần ảo của số phức $z=(1+2i)i$ lần lượt là

A. -2 và 1. **B.** 1 và -2. **C.** 2 và 1. **D.** 1 và 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=i+2i^2=i-2=-2+i$ suy ra phần thực -2 và phần ảo 1.

Câu 47. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z=(1+i)^2-(3+3i)$ là.

A. -4. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 4. **D.** $-3-i$.

Lời giải

Chọn A

$z=(1+i)^2-(3+3i)=1+2i+i^2-3-3i=-3-i$.

Tổng phần thực và phân ảo của z là $-3+(-1)=-4$.

Câu 48. Tính môđun của số phức z biết $\bar{z}=(5+3i)(1-i)$.

A. $|z|=\sqrt{10}$. **B.** $|z|=\sqrt{66}$.

C. $|z|=2\sqrt{17}$. **D.** $|z|=\sqrt{17}$.

Lời giải

Chọn C

$\bar{z}=8-2i\Rightarrow z=8+2i\Rightarrow|z|=\sqrt{8^2+2^2}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$.

☑ Dạng 04: Tìm số phức thỏa mãn đk cho trước

Câu 49. Cho số phức $\bar{z}=(2-i)(3+2i)$. Số phức z bằng:

A. $z=-8-i$. **B.** $z=8+i$. **C.** $z=-8+i$. **D.** $z=8-i$.

Lời giải.

Chọn D

Ta có: $\bar{z}=(2-i)(3+2i)=8+i\Rightarrow z=8-i$.

Câu 50. Cho số phức $\bar{z}=(2-i)(3+2i)$. Số phức z bằng:

A. $z=-8-i$. **B.** $z=8-i$. **C.** $z=8+i$. **D.** $z=-8+i$.

Lời giải.

Chọn B

Ta có: $\bar{z}=(2-i)(3+2i)=8+i\Rightarrow z=8-i$.

Câu 51. Cho hai số phức $z_1=1-2i$, $z_2=x-4+yi\left(x,y\in\right)$. Tìm cặp $(x;y)$ để $z_2=2\bar{z}_1$.

A. $(2;4)$. **B.** $(2;-4)$. **C.** $(6;4)$. **D.** $(6;-4)$.

Lời giải

Chọn C

$$z_2=2\bar{z}_1\Leftrightarrow x-4+yi=2(1+2i).$$
$$\Leftrightarrow x-4+yi=2+4i$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}x-4=2\\y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=6\\y=4\end{cases}.$$

Vậy chọn cặp $(x;y)=(6;4)$.

Câu 52. Cho số phức $z=1-2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=iz$ trên mặt phẳng tọa độ ?

A. $N(2;1)$. **B.** $M(1;-2)$. **C.** $P(-2;1)$. **D.** $Q(1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=1-2i\Rightarrow w=iz=i(1-2i)=2+i$. Suy ra điểm biểu diễn của số phức w là $N(2;1)$.

MỨC ĐỘ 2: THÔNG HIỂU

☑ **Dạng 01: Câu hỏi lý thuyết về phép toán số phức**

Câu 53. Cho số phức $z=2+5i$. Tìm số phức $\mathrm{w}=iz+\bar{z}$.

A. $\mathrm{w}=-3-3i$. **B.** $\mathrm{w}=7-3i$. **C.** $\mathrm{w}=-7-7i$. **D.** $\mathrm{w}=3+7i$.

Lời giải

Chọn A

$\bar{z} = 2 - 5i$

$w = iz + \bar{z} = i(2 + 5i) + 2 - 5i = 2i - 5 + 2 - 5i = -3 - 3i.$

Câu 54. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $(z - 3 + i)^2 - 4z - 4i + 25 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $A = 50.$ **B.** $A = 70.$ **C.** $A = 13.$ **D.** $A = 8.$

Lời giải

Chọn B

Có $(z - 3 + i)^2 - 4z - 4i + 25 = 0 \Leftrightarrow [(z + i) - 3]^2 - 4(z + i) + 25 = 0$

$\Leftrightarrow (z + i)^2 - 10(z + i) + 34 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z + i = 5 + 3i \\ z + i = 5 - 3i \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 5 + 2i \\ z_2 = 5 - 4i \end{array}\right.$

$A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = |5 + 2i|^2 + |5 - 4i|^2 = 70.$

☑ Dạng 02: Thực hiện các phép toán cơ bản về số phức

Câu 55. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x + yi) + (4 - 2i) = 5x + 2i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x = -2; y = 0.$ **B.** $x = -2; y = 4.$

C. $x = 2; y = 0.$ **D.** $x = 2; y = 4.$

Lời giải

Chọn D

$(3x + yi) + (4 - 2i) = 5x + 2i \Leftrightarrow 3x + 4 + (y - 2)i = 5x + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4 = 5x \\ y - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}.$

Vậy $x = 2; y = 4.$

Câu 56. Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết rằng $2w + i$ và $3w - 5$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tìm phần thực của số phức w

A. 5 . **B.** 3. **C.** 4 . **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Đặt $w = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow z_1 = 2x + (2y+1)i$ và $z_2 = 3x - 5 + 3y$ là hai nghiệm của phương trình phương trình bậc hai với hệ số thực, nên z_1, z_2 là hai số phức liên hợp

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 3x - 5 \\ 2y + 1 = 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy phần thực của số phức w bằng 5.

Câu 57. **(Chuyên Bắc Giang - tháng 20/2018-2019)** Cho số phức z thỏa mãn phương trình $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4 + i$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức z.

A. $M(-1;1)$. **B.** $M(-1;-1)$. **C.** $M(1;1)$. **D.** $M(1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình: $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4 + i \Leftrightarrow (3+2i)z = -(2-i)^2 + 4 + i$

$\Leftrightarrow (3+2i)z = 1 + 5i \Leftrightarrow z = \dfrac{1+5i}{3+2i} \Leftrightarrow z = 1 + i$.

Vậy điểm M biểu diễn số phức z có tọa độ là $M(1;1)$.

Câu 58. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức iz_0 ?

A. $M_1\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $M_3\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $M_2\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $M_4\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Giải phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$ ta được $z = \dfrac{3}{2} \pm \dfrac{1}{2}i$ suy ra $z_0 = \dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2}i$.

Ta có $iz_0 = i\left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2}i\right) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức iz_0 là điểm có tọa độ $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. Ta chọn đáp án

B.

Câu 59. Cho i là đơn vị ảo. Nghiệm của phương trình $3z + i - 1 = \dfrac{i+2}{i-2}$ là

A. $-\frac{2}{15}+\frac{3}{5}i.$ **B.** $\frac{2}{15}-\frac{3}{5}i.$ **C.** $\frac{2}{15}+\frac{3}{5}i.$ **D.** $-\frac{2}{15}-\frac{2}{5}i.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3z+i-1=\frac{i+2}{i-2}\Leftrightarrow 3z+i-1=\frac{(i+2)(-i-2)}{5}$

$\Leftrightarrow 3z=\frac{-3-4i}{5}-i+1$

$\Leftrightarrow 3z=\frac{2-9i}{5}$

$\Leftrightarrow z=\frac{2}{15}-\frac{3}{5}i.$

☑ Dạng 03: Xác định các yếu tố của số phức (phần thực, ảo, mô đun, liên hợp,...) qua các phép toán

Câu 60. Tìm môđun của số phức z biết $(1-i)z=6+8i$.

A. $7\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z=\frac{6+8i}{1-i}=\frac{(6+8i)(1+i)}{2}=\frac{-2+14i}{2}=-1+7i$.

Vậy $|z|=\sqrt{(-1)^2+7^2}=5\sqrt{2}$.

Câu 61. Tìm phần ảo của số phức z, biết $(1+i)z=3-i$.

A. -2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(1+i)z=3-i\Leftrightarrow z=\frac{3-i}{1+i}\Leftrightarrow z=\frac{(3-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}\Leftrightarrow z=1-2i$.

Vậy phần ảo của số phức z bằng -2.

Câu 62. Cho số phức $z=(1-2i)^2$. Tính mô đun của số phức $\frac{1}{z}$.

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\frac{1}{25}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Ta có $z=(1-2i)^2=1-4i+4i^2=-3-4i \Rightarrow \frac{1}{z}=\frac{1}{-3-4i}=-\frac{3}{25}+\frac{4}{25}i$.

Do đó $\left|\frac{1}{z}\right|=\sqrt{\left(-\frac{3}{25}\right)^2+\left(\frac{4}{25}\right)^2}=\frac{1}{5}$.

Cách 2:

Ta có $\left|\frac{1}{z}\right|=\left|\frac{1}{(1-2i)^2}\right|=\frac{1}{|1-2i|^2}=\frac{1}{5}$.

Câu 63. Tính môđun $|z|$ của số phức $z=(2+i)(1+i)^2+1$.

A. $|z|=\sqrt{17}$. **B.** $|z|=\sqrt{15}$. **C.** $|z|=17$. **D.** $|z|=3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=(2+i)(1+i)^2+1=(2+i)(1+2i+i^2)+1=(2+i)2i+1=4i-2+1=4i-1$.

Suy ra $|z|=\sqrt{4^2+(-1)^2}=\sqrt{17}$.

Câu 64. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=\sqrt{3}$ và $|z_1-z_2|=2$. Môđun $|z_1+z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\begin{cases} z_1=a_1+b_1i \\ z_2=a_2+b_2i \end{cases} (a_1, a_2, b_2, b_2 \in \mathbb{R})$.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} a_1^2+b_1^2=a_2^2+b_2^2=3 \\ 2\left(a_1a_2+b_1b_2\right)=2 \end{cases}$.

Suy ra $\left|z_1+z_2\right|^2=\left(a_1+a_2\right)^2+\left(b_1+b_2\right)^2=8$.

Vậy $\left|z_1+z_2\right|=2\sqrt{2}$.

Câu 65. Cho số phức z thoả mãn $2z+3\bar{z}=10+i$. Tính $|z|$.

A. $|z|=3$. **B.** $|z|=\sqrt{3}$. **C.** $|z|=\sqrt{5}$. **D.** $|z|=5$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=a+bi$, $a,\ b\in\mathbb{R}$ ta có

$$2z+3\bar{z}=10+i\Leftrightarrow 2(a+bi)+3(a-bi)=10+i\Leftrightarrow 5a-bi=10+i\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}.$$

Do đó $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$.

Câu 66 Cho số phức $z=1-3i$. Tìm modun của số phức $w=\left(1+i\right)z-\bar{z}$.

A. $|w|=3$. **B.** $|w|=\sqrt{7}$. **C.** $|w|=-4$. **D.** $|w|=5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $w=\left(1+i\right)\left(1-3i\right)-2-3i=2-i+3-2-3i=3-4i\Rightarrow|w|=\sqrt{3^2+\left(-4\right)^2}=5$.

Câu 67. Cho số phức $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $2z+\bar{z}=3+i$. Giá trị của biểu thức $3a+b$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Với $z=a+bi\Rightarrow\bar{z}=a-bi$ thay vào phương trình $2z+\bar{z}=3+i$, ta được

$2z+\bar{z}=3+i\Leftrightarrow 2(a+bi)+(a-bi)=3+i\Leftrightarrow 3a+bi=3+i\Rightarrow a=1,b=1$

Vậy $3a+b=3.1+1=4$

Câu 68. Cho số phức z thỏa mãn: $\bar{z}=\dfrac{\left(1+\sqrt{3}i\right)^3}{1-i}$. Tìm môđun của $\bar{z}+iz$.

A. 4. **B.** $8\sqrt{2}$. **C.** 8. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$\bar{z}=\dfrac{\left(1+\sqrt{3}i\right)^3}{1-i} \Leftrightarrow \bar{z}=-4-4i \Rightarrow z=-4+4i$

$iz=i\left(-4-4i\right)=-4-4i$

$\bar{z}+iz=-4-4i+\left(-4-4i\right)=-8-8i$

$\left|\bar{z}+iz\right|=\sqrt{\left(-8\right)^2+\left(-8\right)^2}=8\sqrt{2}$

☑ Dạng 04: Tìm số phức thỏa mãn đk cho trước

Câu 69. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=1$ và $\left|z^3+2024z+\bar{z}\right|-2\sqrt{3}\left|z+\bar{z}\right|=2019$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

+) Đặt $z=a+bi\ \left(a,b\in\mathbb{R}\right)$

+) Do $|z|=1$ nên ta có $\begin{cases}a^2+b^2=1\\ \dfrac{1}{z}=\bar{z}\end{cases}$.

+) Ta có: $\left|z^3+2024z+\bar{z}\right|-2\sqrt{3}\left|z+\bar{z}\right|=2019$

$\Leftrightarrow |z|\left|z^2+2024+\bar{z}^2\right|-2\sqrt{3}\left|z+\bar{z}\right|=2019 \Leftrightarrow \left|2\left(a^2-b^2\right)+2024\right|-2\sqrt{3}|2a|-2019=0$

$\Leftrightarrow \left|4a^2+2022\right|-4\sqrt{3}|a|-2019=0 \Leftrightarrow 4a^2-4\sqrt{3}|a|+3=0$

$\Leftrightarrow \left(2|a|-\sqrt{3}\right)^2=0 \Leftrightarrow 2|a|-\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow a=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

+) Với $a=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ta có $b=\pm\dfrac{1}{2}$.

Vậy có 4 số phức z thỏa ycbt là $\frac{\sqrt{3}}{2}\pm\frac{1}{2}i$ và $-\frac{\sqrt{3}}{2}\pm\frac{1}{2}i$.

Câu 70 Biết số phức z thỏa mãn. $\begin{cases}\left|\frac{z-1}{z-i}\right|=1\\ \left|\frac{z-3i}{z+i}\right|=1\end{cases}$. Số phức $\overline{z}$ bằng:

A. $\overline{z}=-1+i$ **B.** $\overline{z}=1+i$. **C.** $\overline{z}=1-i$. **D.** $\overline{z}=-1-i$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Giả sử $z=a+bi,\ a,b\in\mathbb{R}$, $i^2=-1$.

Ta có:

$$\begin{cases}\left|\frac{z-1}{z-i}\right|=1\\ \left|\frac{z-3i}{z+i}\right|=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|z-1|=|z-i|\\ |z-3i|=|z+i|\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(a-1)^2+b^2=a^2+(b-1)^2\\ a^2+(b-3)^2=a^2+(b+1)^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-2a+2b=0\\ 8b-8=0\end{cases}\Rightarrow a=b=1$$

Do đó $z=1+i\Rightarrow\overline{z}=1-i$

Cách 2: Thử trực tiếp từng đáp án.

Câu 71. Tìm số phức z thỏa mãn $|z-2|=|z|$ và $(z+1)(\overline{z}-i)$ là số thực.

A. $z=1-2i$. **B.** $z=2-i$. **C.** $z=-1-2i$. **D.** $z=1+2i$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Giả sử $z=a+bi;(a,b\in\mathbb{R})$, khi đó ta có:

-Với $|z-2|=|z|\Leftrightarrow(a-2)^2+b^2=a^2+b^2\Leftrightarrow a=1$. Do vậy $z=1+bi$.

-Với $(z+1)(\overline{z}-i)\in\mathbb{R}\Leftrightarrow(2+bi)[1-(b+1)i]\in\mathbb{R}\Leftrightarrow b-2(b+1)=0\Leftrightarrow b=-2$.

Vậy số phức cần tìm là $z=1-2i$.

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay thay trực tiếp.

Câu 72 Số phức z thỏa mãn phương trình $\frac{z}{\bar{z}}+z=2$ là

A. $1-i$. **B.** i. **C.** 1. **D.** $1+i$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $z\neq 0$. Đặt $z=a+bi\ \left(a,b\in\mathbb{R}\right)$.

Khi đó:

$$\frac{z}{\bar{z}}+z=2\Rightarrow z+z.\bar{z}=2\bar{z}$$
$$\Leftrightarrow (a+bi)+\left(a^2+b^2\right)=2(a-bi)\Leftrightarrow a^2+b^2-a+3bi=0$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2-a=0\\ b=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=0\\ b=0\end{cases}\\ \begin{cases}a=1\\ b=0\end{cases}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}z=0\\ z=1\end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm $z=1$.

Câu 73. Số phức z nào sau đây thỏa mãn $|z|=\sqrt{5}$ và z là số thuần ảo ?

A. $z=-\sqrt{5}i$. **B.** $z=\sqrt{5}$. **C.** $z=5i$. **D.** $z=\sqrt{2}+\sqrt{3}i$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa số thuần ảo có dạng: $z=bi$ .Khi đó mô đun của z là: $|z|=\sqrt{b^2}=|b|$.

Câu 74. Tìm số phức z biết rằng $\frac{1}{\bar{z}}=\frac{1}{1-2i}-\frac{1}{(1+2i)^2}$.

A. $z=\frac{8}{25}+\frac{14}{25}i$. **B.** $z=\frac{10}{13}-\frac{14}{25}i$. **C.** $z=\frac{8}{25}-\frac{14}{25}i$. **D.** $z=\frac{10}{13}+\frac{35}{26}i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\frac{1}{\bar{z}}=\frac{1}{1-2i}-\frac{1}{(1+2i)^2}\Leftrightarrow\frac{1}{\bar{z}}=\frac{8+14i}{25}\Rightarrow\bar{z}=\frac{25}{8+14i}=\frac{10}{13}-\frac{35}{26}i\Rightarrow z=\frac{10}{13}+\frac{35}{26}i.$$

Câu 75. Tìm các số thực x và y thỏa mãn điều kiện $(2x+1)+(3y-2)i=(x+2)+(y+4)i$

A. $\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1\\y=3\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1\\y=-3\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=-3\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$(2x+1)+(3y-2)i=(x+2)+(y+4)i \Leftrightarrow \begin{cases}2x+1=x+2\\3y-2=y+4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\2y=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}.$$

Câu 76. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z-4(\overline{z}-i)=-8+19i$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 13. **C.** 5. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z=a+bi$; $(a,b\in\mathbb{R})$.

Có $(2+i)z-4(\overline{z}-i)=-8+19i$

$$\Leftrightarrow (2+i)(a+bi)-4(a-bi-i)=-8+19i \Leftrightarrow -2a-b+(a+6b+4)i=-8+19i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}-2a-b=-8\\a+6b+4=19\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=3\\b=2\end{cases}.$$

Vậy $z=3+2i$ suy ra $|z|=\sqrt{13}$.

Câu 77. Biết số phức z thỏa mãn. $\begin{cases}\left|\dfrac{z-1}{z-i}\right|=1\\\left|\dfrac{z-3i}{z+i}\right|=1\end{cases}$. Số phức $\overline{z}$ bằng:

A. $\overline{z}=1+i$. **B.** $\overline{z}=1-i$. **C.** $\overline{z}=-1-i$. **D.** $\overline{z}=-1+i$

Lời giải

Chọn B

Cách 1: (Phương pháp tự luận)

Giả sử $z=a+bi,\ \ a,b\in\mathbb{R}$, $i^2=-1$.

Ta có:

$$\begin{cases}\left|\dfrac{z-1}{z-i}\right|=1\\ \left|\dfrac{z-3i}{z+i}\right|=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|z-1|=|z-i|\\ |z-3i|=|z+i|\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(a-1)^2+b^2=a^2+(b-1)^2\\ a^2+(b-3)^2=a^2+(b+1)^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-2a+2b=0\\ 8b-8=0\end{cases}\Rightarrow a=b=1$$

Do đó $z=1+i\Rightarrow\bar{z}=1-i$

Cách 2: (Phương pháp trắc nghiệm) Thử trực tiếp từng đáp án.

☑ Dạng 07: Tính giá trị của biểu thức theo các số phức thỏa mãn đk về phép toán

Câu 78. Cho số phức $z=1-\dfrac{1}{3}i$. Tính số phức $w=i\bar{z}+3z$.

A. $\dfrac{10}{3}$. **B.** $w=\dfrac{8}{3}$. **C.** $w=\dfrac{8}{3}+i$. **D.** $w=\dfrac{10}{3}+i$.

Lời giải

Chọn B

$$w=i\left(1+\frac{1}{3}i\right)+3\left(1-\frac{1}{3}i\right)=i-\frac{1}{3}+3-i=\frac{8}{3}.$$

Câu 79. Tính $P=\left|1+\sqrt{3}i\right|^{2020}-\left|1-\sqrt{3}\right|^{2018}$.

A. $P=2^{1010}$. **B.** $P=2^{1009}$. **C.** $P=3.2^{2018}$. **D.** $P=4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $P=\left|1+\sqrt{3}i\right|^{2020}-\left|1-\sqrt{3}i\right|^{2018}=2^{2020}-2^{2018}=2^{2018}\left(2^2-1\right)=3.2^{2018}$.

Câu 80. Cho hai số phức $z_1=-1+2i$, $z_2=1+2i$. Tính $T=\left|z_1\right|^2+\left|z_2\right|^2$

A. $T=4$. **B.** $T=7$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $|z_1|=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}\Rightarrow|z_1|^2=5$ và $|z_2|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}\Rightarrow|z_2|^2=5$

Vậy $T=|z_1|^2+|z_2|^2=5+5=10$

Câu 81. Cho các số thực a,b thỏa mãn đẳng thức $2a+3+(3b-2i)i=4-3i$ với i là đơn vị ảo. Giá trị biểu thức $P=2a-b$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** $\frac{-3}{2}$. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

$2a+3+(3b-2i)i=4-3i$

$\Leftrightarrow 2a+3+3bi+2=4-3i \Leftrightarrow 2a+5+3bi=4-3i$

Vậy ta có $\begin{cases}2a+5=4\\3b=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{-1}{2}\\b=-1\end{cases}\Rightarrow 2a-b=0$