

4.4. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VỚI HỆ SỐ THỰC

MỨC ĐỘ 1: NHẬN BIẾT

□ Dạng 01: Câu hỏi lý thuyết về phương trình phức

Câu 130. Cho phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. phương trình đã cho có 2 nghiệm phức.
- B. Phương trình đã cho không có nghiệm nào là số ảo.
- C.** Phương trình đã cho không có nghiệm phức.
- D. Phương trình đã cho không có nghiệm thực.

Lời giải

Chọn C

$$z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + i \\ z_2 = 1 - i \end{cases} \text{ . Chọn đáp án A}$$

Câu 131. Cho phương trình bậc hai trên tập số phức: $az^2 + bz + c = 0$ và $\Delta = b^2 - 4ac$. Chọn khẳng định **sai**

- A. Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép.
- B. Nếu phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 thì $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}$.
- C. Nếu $\Delta \neq 0$ thì phương trình có hai nghiệm.
- D.** Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Lời giải

Chọn D

Phương trình bậc hai trên tập số phức: $az^2 + bz + c = 0$ có $\Delta < 0$ thì có hai nghiệm phức.

Câu 132. Gọi n là số nghiệm của phương trình $z^5 + az^2 + bz + c = 0$ (a, b, c là các số thực) trong tập số phức $\square$. Tìm giá trị của số n .

- A. 3.
- B.** 5.
- C. 4.
- D. 2.

Lời giải

Chọn B

Trên tập số phức, phương trình bậc n có n nghiệm. Do đó phương trình trên có 5 nghiệm.

Câu 133. Giải phương trình $z^2 - z + 2 = 0$ trên tập số phức ta được các nghiệm:

A. $z_1 = \frac{\sqrt{7}}{2} + \frac{1}{2}i; z_2 = \frac{\sqrt{7}}{2} - \frac{1}{2}i.$

B. $z_1 = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i; z_2 = \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i.$

C. $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i; z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i.$

D. $z_1 = \frac{-\sqrt{7}}{2} + \frac{1}{2}i; z_2 = \frac{-\sqrt{7}}{2} - \frac{1}{2}i.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z^2 - z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i \end{cases}.$

Câu 134. Trong các số sau, số nào là nghiệm của phương trình $z^2 + 1 = z (z \in \mathbb{C})$?

A. $\frac{1 + \sqrt{2}i}{2}.$

B. $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}.$

C. $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}.$

D. $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\begin{aligned} z^2 + 1 = z (z \in \mathbb{C}) &\Leftrightarrow z^2 - 2z \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3i^2}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} z - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}i}{2} \\ z - \frac{1}{2} = \frac{-\sqrt{3}i}{2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \\ z = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 135. Biết z là số phức có phần ảo âm và là nghiệm của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = \frac{z}{z}$.

A. $\frac{1}{5}.$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{4}{5}.$

D. $\frac{7}{5}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z^2 - 6z + 10 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 - i \\ z = 3 + i \end{cases}. \text{ Vì } z \text{ là số phức có phần ảo âm nên } \Leftrightarrow z = 3 - i$$

$$\text{Suy ra } w = \frac{z}{z} = \frac{3-i}{3+i} = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$$

$$\text{Tổng phần thực và phần ảo: } \frac{4}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{1}{5}.$$

Câu 136. Trên tập số phức $\mathbb{C}$, cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a, b, c \in \mathbb{C}, a \neq 0)$. Chọn khẳng định **sai**.

A. Phương trình luôn có nghiệm.

B. Tổng hai nghiệm bằng $-\frac{b}{a}$.

C. Tích hai nghiệm bằng $\frac{c}{a}$.

D. $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Lời giải

Chọn D

Trên tập số phức $\mathbb{C}$, phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a, b, c \in \mathbb{C}, a \neq 0)$ luôn có nghiệm. Ta chọn đáp án D

Câu 137. Giải phương trình $z^2 - 10z + 29 = 0$ trong tập số phức $\mathbb{C}$ ta được tập nghiệm là

A. $S = \{5 - 2i; 5 + 2i\}$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \{5 + 2i\}$.

D. $S = \{5 - 2i\}$.

Lời giải

Chọn A

$$z^2 - 10z + 29 = 0.$$

$$\Delta' = 25 - 29 = -4 = 4i^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2i.$$

$\Rightarrow$ Phương trình có nghiệm:

$$\begin{cases} x = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = 5 + 2i \\ x = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = 5 - 2i \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{5 - 2i; 5 + 2i\}$.

□ Dạng 02: Tính toán biểu thức nghiệm

Câu 138. Gọi z_0 là nghiệm có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 4z + 8 = 0$. Môđun của số phức $z_0 + i$ bằng?

- A. 13. B. $\sqrt{13}$. C. 5. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z^2 - 4z + 8 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 4z + 4 = -4 \Leftrightarrow (z - 2)^2 = (2i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z - 2 = 2i \\ z - 2 = -2i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + 2i \\ z = 2 - 2i \end{cases}$$

Vì z_0 là nghiệm có phần ảo âm nên $z_0 = 2 - 2i \Rightarrow z_0 + i = 2 - 2i + i = 2 - i$

$$\text{Suy ra } |z_0 + i| = |2 - i| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 139. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 7 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1 + z_2 - z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. 5. B. -2. C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Áp dụng định lí Vi-et ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{-b}{a} = \frac{3}{2} \\ z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } z_1 + z_2 - z_1 \cdot z_2 = \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = -2.$$

Câu 140. Hai số phức $\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i$ và $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i$ là nghiệm của phương trình nào sau đây ?

- A. $z^2 + 3z + 4 = 0$. B. $z^2 - 3z + 4 = 0$. C. $z^2 + 3z - 4 = 0$ D. $z^2 - 3z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z_1 = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i$, $z_2 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i$. Ta có $S = z_1 + z_2 = 3$; $P = z_1 z_2 = 4 \Rightarrow z_1, z_2$ là 2 nghiệm của phương trình : $z^2 - 3z + 4 = 0$.

Câu 141. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là

A. -6; 1.

B. -1; -6.

C. -6; -1.

D. 6; 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 2z^2 + 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{i}{2} \\ z_2 = -\frac{3}{2} - \frac{i}{2} \end{cases}. \text{ Suy ra } z_1 + 3z_2 = -6 - i$$

Vậy Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là -6; -1.

Câu 142. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Giá trị $|z_1 - z_2|$ bằng

A. 3.

B. 8.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét phương trình } z^2 - 8z + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 4 + 3i \\ z_2 = 4 - 3i \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z_1 - z_2| = |(4 + 3i) - (4 - 3i)| = |6i| = 6.$$

Câu 143. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Khi đó phần thực của $z_1^2 + z_2^2$ là:

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ có hai nghiệm phức là $z_1 = 2 - i$, $z_2 = 2 + i$.

$$z_1^2 + z_2^2 = (2 - i)^2 + (2 + i)^2 = 6.$$

Vậy, phần thực của $z_1^2 + z_2^2$ là 6.

Cách 2: Ta có $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = 16 - 2.5 = 6$.

Vậy, phần thực của $z_1^2 + z_2^2$ là 6.

Câu 144. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 7 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1 + z_2 - z_1.z_2$ bằng

- A.** -2. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{5}{2}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lí Vi-et ta có
$$\begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{-b}{a} = \frac{3}{2} \\ z_1.z_2 = \frac{c}{a} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

Vậy $z_1 + z_2 - z_1.z_2 = \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = -2$.

Câu 145. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $3z^2 - z + 2 = 0$. Giá trị của biểu thức $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- A.** $P = \frac{4}{3}$. **B.** $P = \frac{2}{3}$. **C.** $P = \frac{8}{3}$. **D.** $P = \frac{11}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Giải phương trình $3z^2 - z + 2 = 0$ ta được hai nghiệm là $z_1 = \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{23}}{6}i$ và $z_2 = \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{23}}{6}i$.

Khi đó $P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = \left| \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{23}}{6}i \right|^2 + \left| \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{23}}{6}i \right|^2 = \frac{4}{3}$.

Vậy $P = \frac{4}{3}$.

MỨC ĐỘ 2: THÔNG HIỂU

□ Dạng 01: Câu hỏi lý thuyết về phương trình phức

Câu 146. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ và M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Độ dài đoạn thẳng MN là

A. 2.

B. 4.

C. $\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + i \\ z = 2 - i \end{cases}$. Suy ra tọa độ điểm $M(2;1)$, $N(2;-1)$.

Khi đó $MN = 2$.

Câu 147. Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, $b^2 - 4ac < 0$. Tìm số nghiệm phức của phương trình $az^2 + bz + c = 0$ (với ẩn là z).

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$az^2 + bz + c = 0 \Leftrightarrow z = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}.$$

Phương trình $az^2 + bz + c = 0$ có $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ nên có 2 nghiệm phức $z_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.

Câu 148. (Gia Bình I Bắc Ninh - L3 - 2018) Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức bằng $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } z^2 - z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{3}$$

Vậy $|z_1| + |z_2| = 2\sqrt{3}$.

□ Dạng 02: Tính toán biểu thức nghiệm

Câu 149. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Đặt $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100}$. Khi đó

A. $w = -2^{50}i$

B. $w = 2^{50}i$.

C. $w = -2^{51}$.

D. $w = 2^{51}$.

Lời giải

Chọn C

$$z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases}. \text{ Khi đó } w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100} = (-1 + i)^{100} + (-1 - i)^{100}$$

$$= \left[(-1 + i)^2 \right]^{50} + \left[(-1 - i)^2 \right]^{50} = (-2i)^{50} + (2i)^{50} = 2.2^{50} i^{4.12+2} = -2^{51}. \text{ Chọn đáp án}$$

B.

Câu 150. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$

A. 19.

B. 20.

C. 15.

D. 17.

Lời giải

Chọn B

$$z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)^2 = -9 \Leftrightarrow (z + 1)^2 = 9i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}$$

$$z_1 = -1 + 3i \Rightarrow |z_1| = \sqrt{10}$$

$$z_2 = -1 - 3i \Rightarrow |z_2| = \sqrt{10}$$

$$\text{Vậy } A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2 = 20$$

Câu 151. Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 11 = 0$. Khi đó giá trị biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng:

A. 22.

B. 11.

C. 24.

D. $2\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Từ phương trình } z^2 + 2z + 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 - i\sqrt{10} \\ z = -1 + i\sqrt{10} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = |-1 - i\sqrt{10}|^2 + |-1 + i\sqrt{10}|^2 = 22.$$

Câu 152. Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $P = \frac{2\sqrt{3}}{3} \times$

B. $P = \frac{2}{3} \times$

C. $P = \frac{\sqrt{14}}{3} \times$

D. $P = \frac{\sqrt{3}}{3} \times$

Lời giải

Chọn A

$$3z^2 - z + 1 = 0 \quad \hat{U} \quad \begin{cases} z_1 = \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{11}}{6}i \\ z_2 = \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{11}}{6}i \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } P = |z_1| + |z_2| = \left| \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{11}}{6}i \right| + \left| \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{11}}{6}i \right| = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 153. Ký hiệu z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị của $|z_1| \cdot |z_2|$ bằng

A. 20.

B. 5.

C. $\frac{5}{2}$.

D. 10.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}. \text{ Vậy } z_1 = -1 + 3i, z_2 = -1 - 3i.$$

$$\text{Suy ra } |z_1| \cdot |z_2| = \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 10.$$

Câu 154. Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 26.

B. 8.

C. 16.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

$$\Delta' = b'^2 - ac = 4 - 5 = -1$$

$$\text{Phương trình có 2 nghiệm phức } z_1 = -2 + i, z_2 = -2 - i$$

$$\text{nên } z_1^2 + z_2^2 = (-2 + i)^2 + (-2 - i)^2 = 4 - 4i + i^2 + 4 + 4i + i^2 = 8 + 2i^2 = 8 - 2 = 6$$

Câu 155. Cho phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. phương trình đã cho có 2 nghiệm phức.

B. Phương trình đã cho không có nghiệm nào là số ảo.

C. Phương trình đã cho không có nghiệm phức.

D. Phương trình đã cho không có nghiệm thực.

Lời giải

Chọn C

$$z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1+i \\ z_2 = 1-i \end{cases}. \text{ Chọn đáp án A}$$

Câu 156. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 3 = 0$. Khi đó $\frac{1}{|z_1|^2} + \frac{1}{|z_2|^2}$ bằng :

A. $\frac{2}{9}$.

~~B.~~ $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải:

Chọn B

Ta có:

$$z^2 - 3z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \\ z_2 = \frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{3}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{|z_1|^2} + \frac{1}{|z_2|^2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

Vậy chọn A.

Câu 157. Trên tập số phức $\mathbb{C}$, cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a, b, c \in \mathbb{C}, a \neq 0)$. Chọn khẳng định **sai**.

A. $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình vô nghiệm. B. Tổng hai nghiệm bằng $-\frac{b}{a}$.

C. Tích hai nghiệm bằng $\frac{c}{a}$. D. Phương trình luôn có nghiệm.

Lời giải

Chọn A

Trên tập số phức $\mathbb{C}$, phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a, b, c \in \mathbb{C}, a \neq 0)$ luôn có nghiệm.

Ta chọn đáp án
D.

□ **Dạng 03: Định lí Viet và ứng dụng**

Câu 158. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 3z + 5 = 0$. Tính $|z_1 + z_2|$.

- A.** 5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Theo định lý Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = -3 \Rightarrow |z_1 + z_2| = |-3| = 3$.

Câu 159. Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết $z_1 = w - 2i$ và $z_2 = 2w - 4$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính $T = |z_1| + |z_2|$.

- A.** $T = 5$. **B.** $T = \frac{2\sqrt{37}}{3}$. **C.** $T = \frac{8\sqrt{10}}{3}$. **D.** $T = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $w = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow z_1 = x + (y - 2)i$ và $z_2 = 2x - 4 + 2yi$ là hai nghiệm phức của phương trình bậc hai với hệ số thực, nên z_1, z_2 là hai số phức liên hợp

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2x - 4 \\ y - 2 = -2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 4 - \frac{4}{3}i \\ z_2 = 4 + \frac{4}{3}i \end{cases} \Rightarrow T = |z_1| + |z_2| = \frac{8\sqrt{10}}{3}.$$

Câu 160. Phương trình bậc hai nào dưới đây nhận hai số phức $2 - 3i$ và $2 + 3i$ làm nghiệm?

- A.** $z^2 + 4z + 13 = 0$. **B.** $z^2 - 4z + 13 = 0$. **C.** $z^2 - 4z + 3 = 0$. **D.** $z^2 + 4z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} (2 - 3i) + (2 + 3i) = 4 \\ (2 - 3i)(2 + 3i) = 13 \end{cases}$. Sử dụng định lý Vi-ét, suy ra $2 - 3i$ và $2 + 3i$ là nghiệm của phương trình bậc hai $z^2 - 4z + 13 = 0$.

Câu 161. Biết số phức $z = -3 + 4i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$, trong đó a, b là các số thực. Tính $a - b$.

- A.** 1. **B.** -11. **C.** -31. **D.** -19.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Do $z = -3 + 4i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ nên ta có:

$$(-3 + 4i)^2 + a(-3 + 4i) + b = 0 \Leftrightarrow -7 - 24i - 3a + 4ai + b = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -7 - 3a + b = 0 \\ -24 + 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 25 \end{cases}.$$

Vậy $a - b = 6 - 25 = -19$.

Cách 2:

Do $z = -3 + 4i$ là nghiệm phương trình bậc hai $z^2 + az + b = 0$ nên $z = -3 - 4i$ cũng là nghiệm. Theo định lý Viét ta có:

$$\begin{cases} (-3 + 4i) + (-3 - 4i) = -a \\ (-3 + 4i)(-3 - 4i) = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 = -a \\ 25 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 25 \end{cases}.$$

Vậy $a - b = 6 - 25 = -19$.

Câu 162. Tích các nghiệm của phương trình $\log^2 x - \log(2020x) - 1 = 0$ bằng

- A.** 1. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\log 2020 - 1$. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x > 0$

$\log^2 x - \log(2020x) - 1 = 0 \Leftrightarrow \log^2 x - \log x - \log 2020 - 1 = 0$ (1). Do phương trình (1) có $a, c < 0$ nên luôn có hai nghiệm phân biệt.

Theo định lý Vi-ét có $\log x_1 + \log x_2 = 1 \Leftrightarrow \log(x_1 x_2) = 1 \Leftrightarrow x_1 x_2 = 10$.

Câu 163. Phương trình bậc hai nào dưới đây nhận hai số phức $2 - 3i$ và $2 + 3i$ làm nghiệm?

- A.** $z^2 + 4z + 13 = 0$. **B.** $z^2 - 4z + 13 = 0$. **C.** $z^2 - 4z + 3 = 0$. **D.** $z^2 + 4z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Vì $(2 - 3i) + (2 + 3i) = 4$ và $(2 - 3i)(2 + 3i) = 13$ nên $2 - 3i$ và $2 + 3i$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$.

Câu 164. Cho số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 3 - 2i$. Phương trình bậc hai nào sau đây có hai nghiệm z_1, z_2 ?

- A.** $z^2 - 6z + 13 = 0$. **B.** $z^2 - 6z - 13 = 0$. **C.** $z^2 + 6z + 13 = 0$. **D.** $z^2 + 6z - 13 = 0$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } S = z_1 + z_2 = (3 + 2i) + (3 - 2i) = 6$$

$$P = z_1 z_2 = (3 + 2i)(3 - 2i) = 13$$

Khi đó z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - Sz + P = 0 \Leftrightarrow z^2 - 6z + 13 = 0$.

Câu 165. Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết $z_1 = w + 2i$ và $z_2 = 2w - 3$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính $T = |z_1| + |z_2|$.

A. $T = \frac{2\sqrt{97}}{3}$.

B. $T = \frac{2\sqrt{85}}{3}$.

C. $T = 4\sqrt{13}$.

D. $T = 2\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $w = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow z_1 = x + (y + 2)i$ và $z_2 = 2x - 3 + 2yi$ là hai nghiệm phức của phương trình bậc hai với hệ số thực, nên z_1, z_2 là hai số phức liên hợp

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2x - 3 \\ y + 2 = -2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 3 + \frac{4}{3}i \\ z_2 = 3 - \frac{4}{3}i \end{cases} \Rightarrow T = |z_1| + |z_2| = \frac{2\sqrt{97}}{3}.$$

□ Dạng 04: Phương trình quy về bậc hai, phương trình bậc cao

Câu 166. Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 + z^2 - 20 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

A. $2 + \sqrt{5}$.

B. $4 + 3\sqrt{5}$.

C. $4 + 2\sqrt{5}$.

D. 4 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình trùng phương } z^4 + z^2 - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -5 \end{cases}.$$

$$\text{+) } z^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 2 \\ z_2 = -2 \end{cases}.$$

$$+) z^2 = -5 \Leftrightarrow z^2 = (i\sqrt{5})^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_3 = i\sqrt{5} \\ z_4 = -i\sqrt{5} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = |2| + |-2| + |i\sqrt{5}| + |-i\sqrt{5}| = 4 + 2\sqrt{5}.$$

Câu 167. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 9 = 0$. Số phức $z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1z_2$ bằng

A. -2 .

B. 10 .

C. $2i$.

D. $10i$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Vì z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 9 = 0$ nên $z_1 = \bar{z}_2$ và $z_2 = \bar{z}_1$.

Hơn nữa $z_1 + z_2 = -4$ và $z_1z_2 = 9$.

Do đó $z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1z_2 = z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = (-4)^2 - 2.9 = -2$.

Cách 2:

$$\text{Ta có: } z^2 + 4z + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 - \sqrt{5}i \\ z_2 = -2 + \sqrt{5}i \end{cases}.$$

$$\Rightarrow z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1z_2 = (-2 - \sqrt{5}i)^2 + (-2 + \sqrt{5}i)^2 = -2.$$

Câu 168. Kí hiệu $z_1; z_2; z_3$ là ba nghiệm của phương trình phức $z^3 + 2z^2 + z - 4 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = |z_1| + |z_2| + |z_3|$.

A. $T = 5$.

B. $T = 4 + \sqrt{5}$.

C. $T = 4\sqrt{5}$.

D. $T = 4$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } z^3 + 2z^2 + z - 4 = 0 \Leftrightarrow (z-1)(z^2 + 3z + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 \\ z^2 + 3z + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 \\ z = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i \\ z = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i \end{cases}$$

$$\text{Vậy } T = |1| + \left| -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i \right| + \left| -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i \right| = 5$$

Câu 169. Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4 + z^2 - 6 = 0$. Tính $S = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A.** $S = 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})$. **B.** $S = 2\sqrt{2}$. **C.** $S = 2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$. **D.** $S = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } z^4 + z^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 2 \\ z^2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm\sqrt{2} \\ z = \pm i\sqrt{3} \end{cases}.$$

Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình, ta có:

$$S = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 2(\sqrt{2} + \sqrt{3}).$$

Câu 170. Phương trình $z^3 = \bar{z}$ có bao nhiêu nghiệm trong tập số phức

- A.** 4 nghiệm **B.** 3 nghiệm. **C.** 1 nghiệm. **D.** 5 nghiệm.

Lời giải

Chọn D

Cách 1

Giả sử $z = a + ib (a, b \in \mathbb{R})$

Khi đó

$$\begin{aligned} z^3 = \bar{z} &\Leftrightarrow (a + ib)^3 = a - ib \\ &\Leftrightarrow (a^3 - 3ab^2) + i(3a^2b - b^3) = a - ib \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a^3 - 3ab^2 = a & (1) \\ 3a^2b - b^3 = -b & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Từ ta xét các trường hợp

+ Nếu $a = 0$ thay vào suy ra $b = 0; b = \pm 1$

+ Nếu $a \neq 0$ thì từ ta suy ra $a^2 = 1 + 3b^2$

Thay vào ta được $8b^3 = -4b \Leftrightarrow b = 0 \Rightarrow a = \pm 1$.

Vậy phương trình $z^3 = \bar{z}$ có 5 nghiệm.

Cách 2

$$\text{Ta có: } z^3 = \bar{z} \Rightarrow |z^3| = |\bar{z}| \Leftrightarrow |z|^3 = |z| \Leftrightarrow \begin{cases} |z| = 0 \\ |z| = 1 \end{cases}$$

$$+, |z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$$

$$+, |z| = 1. \text{ Từ phương trình } z^3 = \bar{z} \Leftrightarrow z^4 = \bar{z}.z = |z|^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} z = \pm 1 \\ z = \pm i \end{cases}$$

Câu 171. Số nghiệm phức của phương trình $(z+1)^2 + (z+2)^2 + (z+3)^2 = 0$

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = z + 2$

$$\text{Khi đó ta có phương trình: } (t-1)^2 + t^2 + (t+1)^2 = 0 \Leftrightarrow t^2 = -\frac{2}{3} \Rightarrow (z+2)^2 = -\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow (z+2)^2 = \frac{2}{3}i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z+2 = \frac{\sqrt{6}}{3}i \\ z+2 = -\frac{\sqrt{6}}{3}i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 + \frac{\sqrt{6}}{3}i \\ z = -2 - \frac{\sqrt{6}}{3}i \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm.

Câu 172. Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

A. $T = 2\sqrt{3}$.

B. $T = 4 + 2\sqrt{3}$.

C. $T = 2 + 2\sqrt{3}$.

D. $T = 4$.

Lời giải

Chọn B

$$z^4 - z^2 - 12 = 0 \hat{=} \begin{cases} z = \pm 2 \\ z = \pm \sqrt{3}i \end{cases}$$

$$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 2 + 2 + \sqrt{3} + \sqrt{3} = 4 + 2\sqrt{3}.$$

□ Dạng 05: Các bài toán biểu diễn hình học nghiệm của phương trình

Câu 173. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 4z + 10 = 0$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức iz_0 ?

- A.** $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. **B.** $N\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. **C.** $P\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **D.** $Q\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 4z^2 - 4z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i \\ z = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i \end{cases} \Rightarrow z_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i \Rightarrow iz_0 = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i.$$

Điểm biểu diễn của số phức iz_0 là $P\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 174. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A.** 2. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 2i \\ z = -1 - 2i \end{cases} \text{ suy ra } A(-1; 2) \text{ và } B(-1; -2). \text{ Vậy } AB = 4.$$

Câu 175. Cho hai số thực b và c ($c > 0$). Kí hiệu A, B là hai điểm của mặt phẳng phức biểu diễn hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2bz + c = 0$. Tìm điều kiện của b và c để tam giác OAB là tam giác vuông (O là gốc tọa độ).

- A.** $2b^2 = c$. **B.** $b = c$. **C.** $b^2 = 2c$. **D.** $b^2 = c$.

Lời giải

Chọn A

$$z^2 + 2bz + c = 0.$$

$$\text{TH1. } \Delta' = b^2 - c > 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -b + \sqrt{b^2 - c} \\ z_2 = -b - \sqrt{b^2 - c} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-b + \sqrt{b^2 - c}; 0) \\ B(-b - \sqrt{b^2 - c}; 0) \end{cases}$$

Vậy ba điểm A, O, B thẳng hàng nên loại

$$\text{TH2. } \Delta' = b^2 - c < 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -b + i\sqrt{b^2 - c} \\ z_2 = -b - i\sqrt{b^2 - c} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-b; \sqrt{b^2 - c}) \\ B(-b; -\sqrt{b^2 - c}) \end{cases}$$

Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua Ox nên tam giác OAB vuông cân tại O.

Để tam giác OAB vuông tại O thì $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow b^2 - |b^2 - c| = 0 \Leftrightarrow b^2 - c + b^2 = 0 \Leftrightarrow c = 2b^2$

(Vì $b^2 - c < 0 \Rightarrow |b^2 - c| = c - b^2$).

Câu 176. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$ sao cho z_0 có phần ảo là số thực âm. Điểm M biểu diễn số phức $w = -2z_0$ thuộc góc phần tư nào trên mặt phẳng phức?

A. Góc phần tư (IV).

B. Góc phần tư (I).

C. Góc phần tư (II).

D. Góc phần tư (III).

Lời giải

Chọn C

$$4z^2 - 4z + 3 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i.$$

$$\text{Do đó } z_0 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \Rightarrow w = -2z_0 = -1 + \sqrt{2}i.$$

$\Rightarrow w$ có điểm biểu diễn là $M(-1; \sqrt{2})$ nằm ở góc phần tư thứ (II).

Câu 177. Trên mặt phẳng tọa độ, gọi A, B, C, D lần lượt là bốn điểm biểu diễn bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$. Tính giá trị của $P = OA + OB + OC + OD$ (O là gốc tọa độ)

A. $P = 2 + 2\sqrt{2}$

B. $P = 2\sqrt{2}$

C. $P = 4$

D. $P = 4 + 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

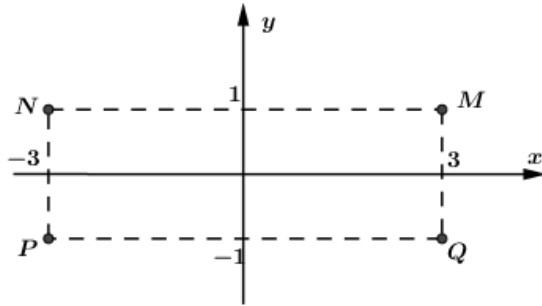
Ta có phương trình: $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$. (1)

$$\text{Đặt: } t = z^2 \Rightarrow PT(1) \Leftrightarrow t^2 - 2t - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -2 = 2i^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 2 \\ z_2 = -2 \\ z_3 = i\sqrt{2} \\ z_4 = -i\sqrt{2} \end{cases}$$

Điểm $A(2;0)$, Điểm $B(-2;0)$, Điểm $C(0;\sqrt{2})$, Điểm $D(0;-\sqrt{2})$.

Vậy giá trị của $P = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = |2| + |-2| + |i\sqrt{2}| + |-i\sqrt{2}| = 4 + 2\sqrt{2}$.

Câu 178. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình: $z^2 - 2z + 5 = 0$. Hỏi điểm biểu diễn của $w = (1+i)z_1$ là điểm nào trong các điểm trong các điểm M, N, P, Q ở hình dưới?



A. Điểm Q .

B. Điểm P .

C. Điểm N .

D. Điểm M .

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 - 2i \\ z_2 = 1 + 2i \end{cases}$. Suy ra $w = (1+i)z_1 = (1+i)(1-2i) = 3-i$.

Vậy tọa độ điểm biểu diễn số phức $w = (1+i)z_1$ là điểm $Q(3;-1)$.

Câu 179. Ký hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 7 = 0$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm nào sau đây biểu diễn số phức $w = iz_1 + \sqrt{6}$.

A. $M(1;-\sqrt{6})$.

B. $N(2\sqrt{6};1)$.

C. $P(0;1)$.

D. $Q(2\sqrt{6};0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z^2 - 2z + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 - i\sqrt{6} \\ z_2 = 1 + i\sqrt{6} \end{cases}$.

$w = iz_1 + \sqrt{6} = i(1 - i\sqrt{6}) + \sqrt{6} = 2\sqrt{6} + i$.

Suy ra điểm biểu diễn số phức $w = iz_1 + \sqrt{6}$ là $N(2\sqrt{6};1)$.

□ Dạng 09: Các bài toán khác về phương trình

Câu 180. Biết phương trình $z^2 + mz + n = 0$ (với m, n là các tham số thực) có một nghiệm phức là $z = 1 + i$. Tính môđun của số phức $w = m + ni$.

A. $2\sqrt{2}$.

B. 16.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Vì phương trình $z^2 + mz + n = 0$ nhận $z = 1 + i$ là nghiệm nên ta có:

$$(1+i)^2 + m(1+i) + n = 0.$$

$$\Leftrightarrow 2i + m + mi + n = 0.$$

$$\Leftrightarrow (m+n) + (m+2)i = 0.$$

$$\text{Vì } m, n \in \mathbb{R} \text{ nên } \begin{cases} m+n=0 \\ m+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=2 \\ m=-2 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } |w| = \sqrt{m^2 + n^2} = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

Vậy đáp án **C**

Câu 181. Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 8 = 0$, trong đó z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương. Số phức liên hợp của số phức $w = iz_1 - z_2$ là:

A. $-4 + 4i$.

B. $4 - 4i$.

C. $-4 - 4i$.

D. $4 + 4i$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Giải phương trình: } z^2 - 4z + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 2 + 2i \\ z_2 = 2 - 2i \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } w = iz_1 - z_2 = i(2 + 2i) - (2 - 2i) = -4 + 4i.$$

$$\text{Vậy: } \bar{w} = -4 - 4i.$$

Câu 182. Biết z là một nghiệm của phương trình $z + \frac{1}{z} = 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = z^3 + \frac{1}{z^3}$.

A. $P = \frac{7}{4}$.

B. $P = -2$.

C. $P = 0$.

D. $P = 4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z + \frac{1}{z} = 1 \Leftrightarrow z^2 - z + 1 = 0$, do $z \neq 1$ nên $z^3 + 1 = 0 \Rightarrow z^3 = -1$. Vậy $P = -2$.