

CHƯƠNG 1: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

BÀI 1: GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC LƯỢNG GIÁC

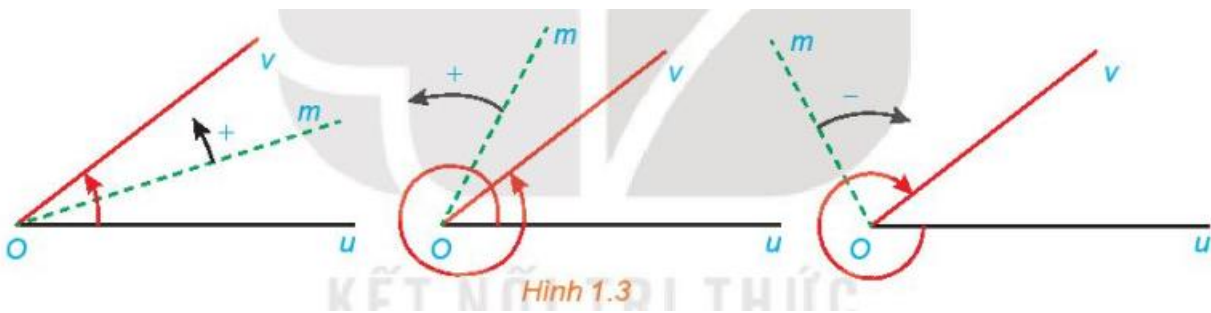
A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. GÓC LƯỢNG GIÁC

a) Khái niệm về góc lượng giác và số đo của góc lượng giác

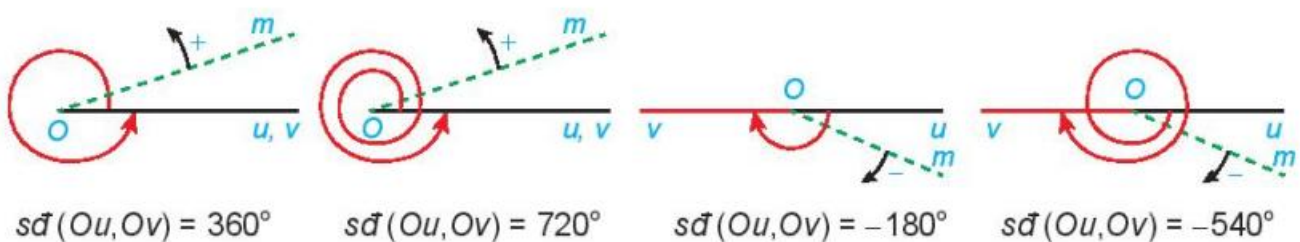
Trong mặt phẳng, cho hai tia Ou, Ov . Xét tia Om cùng nằm trong mặt phẳng này. Nếu tia Om quay quanh điểm O , theo một chiều nhất định từ Ou đến Ov , thì ta nói nó quét một góc lượng giác với tia đầu Ou , tia cuối Ov và kí hiệu là (Ou, Ov) .

Góc lượng giác (Ou, Ov) chỉ được xác định khi ta biết được chuyển động quay của tia Om từ tia đầu Ou đến tia cuối Ov (H.1.3). Ta quy ước: Chiều quay ngược với chiều quay của kim đồng hồ là chiều dương, chiều quay cùng chiều kim đồng hồ là chiều âm.



Khi đó, nếu tia Om quay theo chiều dương đúng một vòng ta nói tia Om quay góc 360° , quay đúng 2 vòng ta nói nó quay góc 720° ; quay theo chiều âm nửa vòng ta nói nó quay góc -180° , quay theo chiều âm 1,5 vòng ta nói nó quay góc $-1,5 \cdot 360^\circ = -540^\circ, \dots$

Khi tia Om quay góc α° thì ta nói góc lượng giác mà tia đó quét nên có số đo α° . **Số đo của góc lượng giác** có tia đầu Ou , tia cuối Ov được kí hiệu là $sđ(Ou, Ov)$.



Mỗi góc lượng giác gốc O được xác định bởi tia đầu Ou , tia cuối Ov và số đo của nó.

Chú ý. Cho hai tia Ou, Ov thì có vô số góc lượng giác tia đầu Ou , tia cuối Ov . Mỗi góc lượng giác như thế đều kí hiệu là (Ou, Ov) . Số đo của các góc lượng giác này sai khác nhau một bội nguyên của 360° .

b) Hệ thức Chasles

Hệ thức Chasles: Với ba tia Ou, Ov, Ow bất kì, ta có

$$sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z}).$$

Nhận xét. Từ hệ thức Chasles, ta suy ra:

Với ba tia tùy ý Ox, Ou, Ov ta có

$$sd(Ou, Ov) = sd(Ox, Ov) - sd(Ox, Ou) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z}).$$

Hệ thức này đóng vai trò quan trọng trong việc tính toán số đo của góc lượng giác.

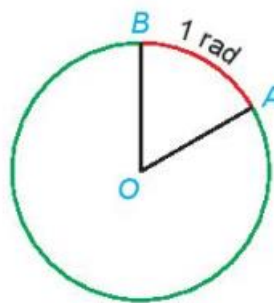
2. ĐƠN VỊ ĐO GÓC VÀ ĐỘ DÀI CUNG TRÒN

a) Đơn vị đo góc và cung tròn

Đơn vị độ: Để đo góc, ta dùng đơn vị độ. Ta đã biết: Góc 1° bằng $\frac{1}{180}$ góc bẹt.

Đơn vị độ được chia thành những đơn vị nhỏ hơn: $1^\circ = 60'; 1' = 60''$.

Đơn vị radian: Cho đường tròn (O) tâm O , bán kính R và một cung AB trên (O) (H.1.6).



Hình 1.6

Ta nói cung tròn AB có số đo bằng 1 radian nếu độ dài của nó đúng bằng bán kính R .

Khi đó ta cũng nói rằng góc AOB có số đo bằng 1 radian và viết: $AOB = 1 \text{ rad}$.

Quan hệ giữa độ và radian: Do đường tròn có độ dài là $2\pi R$ nên nó có số đo $2\pi \text{ rad}$. Mặt khác, đường tròn có số đo bằng 360° nên ta có $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$.

Do đó ta viết:

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad và } 1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ.$$

Chú ý. Khi viết số đo của một góc theo đơn vị radian, người ta thường không viết chữ rad sau số đo.

Chẳng hạn góc $\frac{\pi}{2}$ được hiểu là góc $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$.

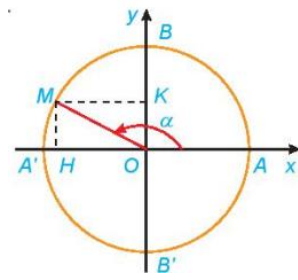
b) Độ dài cung tròn

Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo $\alpha \text{ rad}$ thì có độ dài $l = R\alpha$.

3. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

a) Đường tròn lượng giác

- Đường tròn lượng giác là đường tròn có tâm tại gốc toạ độ, bán kính bằng 1, được định hướng và lấy điểm $A(1;0)$ làm điểm gốc của đường tròn.
- Điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo α (độ hoặc radian) là điểm M trên đường tròn lượng giác sao cho số $(OA, OM) = \alpha$.



b) Giá trị lượng giác của góc lượng giác

- Hoành độ x của điểm M được gọi là cosin của α , kí hiệu là $\cos \alpha$.

$$\cos \alpha = x.$$

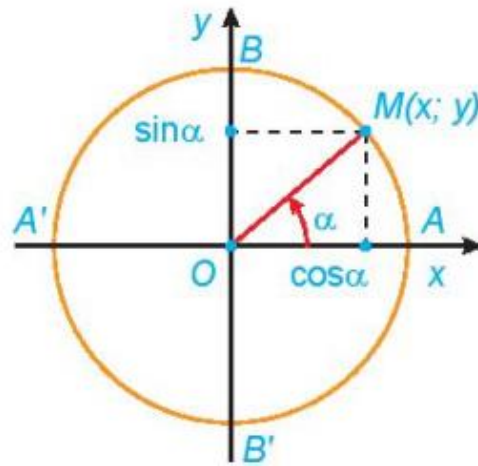
- Tung độ y của điểm M được gọi là sin của α , kí hiệu là $\sin \alpha$.

$$\sin \alpha = y$$

- Nếu $\sin \alpha \neq 0$, tỉ số $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ được gọi là cotang của α , kí hiệu là $\cot \alpha$.

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{x}{y} (y \neq 0)$$

- Các giá trị $\cos \alpha, \sin \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ được gọi là các giá trị lượng giác của α .



Chú ý

- a) Ta còn gọi trục tung là **trục sin**, trục hoành là **trục cosin**.

- b) Từ định nghĩa ta suy ra:

- * $\sin \alpha, \cos \alpha$ xác định với mọi giá trị của α và ta có:

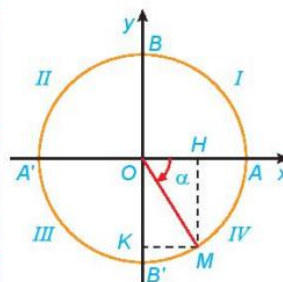
$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1; \quad -1 \leq \cos \alpha \leq 1; \quad \sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha; \quad \cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

- * $\tan \alpha$ xác định khi $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

- * $\cot \alpha$ xác định khi $\alpha \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

- Dấu của các giá trị lượng giác của một góc lượng giác phụ thuộc vào vị trí điểm biểu diễn M trên đường tròn lượng giác (H.1.10).

Góc phần tư \ Giá trị lượng giác	I	II	III	IV
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-



c) Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

Góc α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Không xác định
$\cot \alpha$	Không xác định	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

d) Sử dụng MTCT để đổi số đo và tìm giá trị lượng giác của góc

Tùy thuộc dòng máy tính, gv có thể hướng dẫn trực tiếp cho học sinh

4. QUAN HỆ GIỮA GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

a) Các công thức lượng giác cơ bản

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right).$$

b) Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt

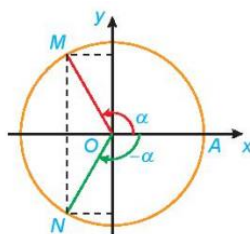
- Góc đối nhau (α và $-\alpha$)

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$



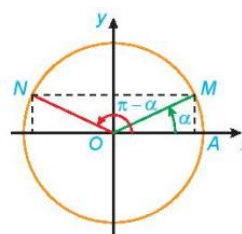
Góc bù nhau (α và $\pi - \alpha$)

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$



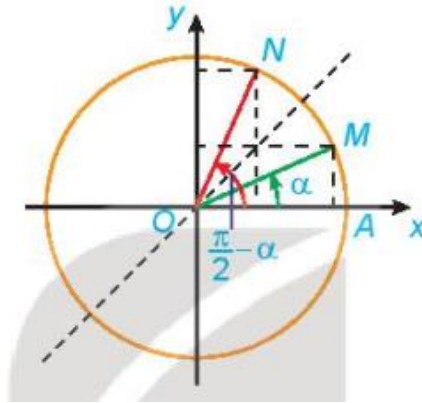
Góc phụ nhau (α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$)

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cot\alpha$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\tan\alpha.$$



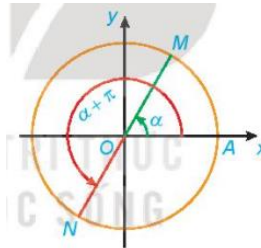
- Góc hơn kém π (α và $\pi + \alpha$)

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$$

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan\alpha$$

$$\cot(\pi + \alpha) = \cot\alpha.$$



Chú ý. Nhờ các công thức trên, ta có thể đưa việc tính giá trị lượng giác của một góc lượng giác bất kì về việc tính giá trị lượng giác của góc α với $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1 : Đơn vị đo độ và radian

1. Phương pháp

Dùng mối quan hệ giữa độ và radian: $180^\circ = \pi \text{ rad}$

□ Đổi cung a có số đo từ radian sang độ $a \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$

□ Đổi cung x° có số đo từ độ ra radian $x^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$

2. Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: a) Đổi số đo của các góc sau ra radian: $72^\circ, 600^\circ, -37^\circ 45' 30''$.

b) Đổi số đo của các góc sau ra độ: $\frac{5\pi}{18}, \frac{3\pi}{5}, -4$.

□ **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2: Đổi số đo cung tròn sang số đo độ:

a) $\frac{3\pi}{4}$

b) $\frac{5\pi}{6}$

c) $\frac{32\pi}{3}$

d) $\frac{3\pi}{7}$

e) 2,3

f) 5,6

□ LỜI GIẢI

Ví dụ 3: Đổi số đo cung tròn sang số đo radian:

- a) 45° b) 150° c) 72° d) 75°

□ LỜI GIẢI

Dạng 2: Biểu diễn cung lượng giác trên đường tròn lượng giác

1. Phương pháp

Để biểu diễn cung lượng giác có số đo trên đường tròn lượng giác ta thực hiện như sau:

- Chọn điểm $A(1;0)$ làm điểm đầu của cung.
- Xác định điểm cuối M của cung sao cho $\overset{\text{Đ}}{số} AM = \alpha$

Lưu ý:

- + Số đo của các cung lượng giác có cùng điểm đầu và điểm cuối sai khác nhau một bội của 2π là:

$$\overset{\text{Đ}}{số} AM = \alpha + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$$

Ngoài ra, ta cũng có thể viết số đo bằng độ:

$$\overset{\text{Đ}}{số} AM = x^\circ + k360^\circ; k \in \mathbb{Z}$$

- + Nếu ta có $\overset{\text{Đ}}{số} AM = \alpha + k\frac{2\pi}{n}; k, n \in \mathbb{Z}$ thì sẽ có n điểm ngọn.

2. Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Biểu diễn trên đường tròn lượng giác điểm ngọn của cung lượng giác có số đo là $\frac{25\pi}{4}$

□ LỜI GIẢI

Ví dụ 2: Biểu diễn trên đường tròn lượng giác các điểm ngọn của cung lượng giác có số đo là -1485°

□ **Lời giải**

Ví dụ 3: Biểu diễn trên đường tròn lượng giác các điểm ngọn của cung lượng giác có số đo là

$$\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

□ **Lời giải**

Ví dụ 4: Biểu diễn trên đường tròn lượng giác các điểm ngọn của cung lượng giác có số đo là

$$k\frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$$

□ **Lời giải**

Dạng 3. Độ dài của một cung tròn

1. Phương pháp giải

Cung có số đo α rad của đường tròn bán kính R có độ dài là $|l| = R\alpha$

2. Các ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Một đường tròn có bán kính 30 cm. Tìm độ dài của các cung trên đường tròn có số đo sau đây:

$$\frac{\pi}{15} \text{ rad}; 70^\circ$$

□ **Lời giải**

Ví dụ 2: Một cung lượng giác trên đường tròn định hướng có độ dài bằng một nửa bán kính. Số đo theo radian của cung đó là

A. $\frac{1}{2}$ rad

B. 1 rad

C. $\frac{3}{2}$ rad

D. 2 rad

□ **Lời giải**

Dạng 4 : Tính giá trị của góc còn lại hoặc của một biểu thức lượng giác khi biết một giá trị lượng giác.

1. Phương pháp giải.

- Từ hệ thức lượng giác cơ bản là mối liên hệ giữa hai giá trị lượng giác, khi biết một giá trị lượng giác ta sẽ suy ra được giá trị còn lại. Cần lưu ý tới dấu của giá trị lượng giác để chọn cho phù hợp.
- Sử dụng các hằng đẳng thức đáng nhớ trong đại số.

2. Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Tính giá trị lượng giác còn lại của góc α biết:

a) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

b) $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

c) $\tan \alpha = -2\sqrt{2}$ và $0 < \alpha < \pi$

d) $\cot \alpha = -\sqrt{2}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

□ **Lời giải**

Ví dụ 2: a) Tính giá trị lượng giác còn lại của góc α biết $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ và $\tan \alpha + \cot \alpha < 0$

b) Cho $3\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $A = 2\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$.

□ **Lời giải**

Ví dụ 3: a) Cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Tính $A = \frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

b) Cho $\tan \alpha = 3$. Tính $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha}$

c) Cho $\cot \alpha = \sqrt{5}$. Tính $C = \sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha$

□ **Lời giải**

Ví dụ 4: Biết $\sin x + \cos x = m$

a) Tìm $\sin x \cos x$ và $|\sin^4 x - \cos^4 x|$

b) Chứng minh rằng $|m| \leq \sqrt{2}$

□ **Lời giải**

Dạng 5: Xác định giá trị của biểu thức chứa góc đặc biệt, góc liên quan đặc biệt và dấu của giá trị lượng giác của góc lượng giác.

1. Phương pháp giải.

- Sử dụng định nghĩa giá trị lượng giác
- Sử dụng tính chất và bảng giá trị lượng giác đặc biệt
- Sử dụng các hệ thức lượng giác cơ bản và giá trị lượng giác của góc liên quan đặc biệt
- Để xác định dấu của các giá trị lượng giác của một cung (góc) ta xác định điểm ngọn của cung (tia cuối của góc) thuộc góc phần tư nào và áp dụng bảng xét dấu các giá trị lượng giác.

2. Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \sin \frac{7\pi}{6} + \cos 9\pi + \tan\left(-\frac{5\pi}{4}\right) + \cot \frac{7\pi}{2}$

b) $B = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$

c) $C = \sin^2 25^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 65^\circ$

d) $D = \tan^2 \frac{\pi}{8} \cdot \tan \frac{3\pi}{8} \cdot \tan \frac{5\pi}{8}$

□ **Lời giải**

Ví dụ 2: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xác định dấu của các biểu thức sau:

a) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$

b) $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

c) $\cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \tan(\pi - \alpha)$

d) $\sin\frac{14\pi}{9} \cdot \cot(\pi + \alpha)$

□ **Lời giải**

Dạng 6: Chứng minh đẳng thức lượng giác, chứng minh biểu thức không phụ thuộc góc x , đơn giản biểu thức.

1. Phương pháp giải.

Sử dụng các hệ thức lượng giác cơ bản, các hằng đẳng thức đáng nhớ và sử dụng tính chất của giá trị lượng giác để biến đổi

+ Khi chứng minh một đẳng thức ta có thể biến đổi vế này thành vế kia, biến đổi tương đương, biến đổi hai vế cùng bằng một đại lượng khác.

+ Chứng minh biểu thức không phụ thuộc góc x hay đơn giản biểu thức ta cố gắng làm xuất hiện nhân tử chung ở tử và mẫu để rút gọn hoặc làm xuất hiện các hạng tử trái dấu để rút gọn cho nhau.

2. Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Chứng minh các đẳng thức sau(giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $\cos^4 x + 2\sin^2 x = 1 + \sin^4 x$

b) $\frac{\sin x + \cos x}{\sin^3 x} = \cot^3 x + \cot^2 x + \cot x + 1$

c) $\frac{\cot^2 x - \cot^2 y}{\cot^2 x \cdot \cot^2 y} = \frac{\cos^2 x - \cos^2 y}{\cos^2 x \cdot \cos^2 y}$

d) $\sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x} = 3\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\tan\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$

□ **Lời giải**

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC. Chứng minh rằng

$$\frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos\left(\frac{A+2B+C}{2}\right)} - \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin\left(\frac{A+2B+C}{2}\right)} = \tan A \cdot \cot(B+C)$$

□ **Lời giải**

Ví dụ 3: Đơn giản các biểu thức sau(giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $A = \cos(5\pi - x) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cot(3\pi - x)$

b) $B = \frac{\sin(900^\circ + x) - \cos(450^\circ - x) + \cot(1080^\circ - x) + \tan(630^\circ - x)}{\cos(450^\circ - x) + \sin(x - 630^\circ) - \tan(810^\circ + x) - \tan(810^\circ - x)}$

c) $C = \sqrt{2} - \frac{1}{\sin(x + 2013\pi)} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x}}$ với $\pi < x < 2\pi$

□ **Lời giải**

Ví dụ 4: Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào x .

a) $A = \frac{\sin^6 x + \cos^6 x + 2}{\sin^4 x + \cos^4 x + 1}$

b) $B = \frac{1 + \cot x}{1 - \cot x} - \frac{2 + 2 \cot^2 x}{(\tan x - 1)(\tan^2 x + 1)}$

c) $C = \sqrt{\sin^4 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos^4 x} + \sqrt{\cos^4 x + 6 \sin^2 x + 3 \sin^4 x}$

□ **Lời giải**

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1.1. Hoàn thành bảng sau:

Số đo độ	15°	?	0°	1900°	?	?
Số đo radian	?	$\frac{3\pi}{8}$	?	?	$-\frac{7\pi}{12}$	$-\frac{11\pi}{8}$

□ **Lời giải**

Bài 1.2. Một đường tròn có bán kính. Tìm độ dài của các cung trên đường tròn đó có số đo sau:

- a) $\frac{\pi}{12}$; b) 1,5; c) 35° ; d) 315° .

□ **Lời giải**

Bài 1.3. Trên đường tròn lượng giác, xác định điểm M biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau:

- a) $\frac{2\pi}{3}$; b) $-\frac{11\pi}{4}$; c) 150° ; d) -225° . □ **Lời giải**

Bài 1.4. Tính các giá trị lượng giác của góc α , biết:

a) $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

b) $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

c) $\tan \alpha = \sqrt{5}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

□ **Lời giải**

Bài 1.5. Chứng minh các đẳng thức:

a) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1;$

b) $\frac{\cos^2 \alpha + \tan^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha} = \tan^2 \alpha .$

□ **Lời giải**

Bài 1.6. Bánh xe của người đi xe đạp quay được 11 vòng trong 5 giây.

a) Tính góc (theo độ và radian) mà bánh xe quay được trong 1 giây.

b) Tính độ dài quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 1 phút, biết rằng đường kính của bánh xe đạp là 680 mm .

□ **Lời giải**

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là **đúng** khi nói về "đường tròn định hướng"?

- A. Mỗi đường tròn là một đường tròn định hướng.
- B. Mỗi đường tròn đã chọn một điểm là gốc đều là một đường tròn định hướng.
- C. Mỗi đường tròn đã chọn một chiều chuyển động và một điểm là gốc đều là một đường tròn định hướng.
- D. Mỗi đường tròn trên đó ta đã chọn một chiều chuyển động gọi là chiều dương và chiều ngược lại được gọi là chiều âm là một đường tròn định hướng.

□ **Lời giải**

Câu 2: Quy ước chọn chiều dương của một đường tròn định hướng là:

- A. Luôn cùng chiều quay kim đồng hồ.
- B. Luôn ngược chiều quay kim đồng hồ.
- C. Có thể cùng chiều quay kim đồng hồ mà cũng có thể là ngược chiều quay kim đồng hồ.
- D. Không cùng chiều quay kim đồng hồ và cũng không ngược chiều quay kim đồng hồ.

□ **Lời giải**

Câu 3: Trên đường tròn định hướng, mỗi cung lượng góc $\overset{b}{AB}$ xác định:

- A. Một góc lượng góc tia đầu OA , tia cuối OB .
- B. Hai góc lượng góc tia đầu OA , tia cuối OB .
- C. Bốn góc lượng góc tia đầu OA , tia cuối OB .
- D. Vô số góc lượng góc tia đầu OA , tia cuối OB .

□ **Lời giải**

Câu 4: Khẳng định nào sau đây là **đúng** khi nói về "góc lượng góc"?

- A. Trên đường tròn tâm O bán kính $R=1$, góc hình học AOB là góc lượng góc.
- B. Trên đường tròn tâm O bán kính $R=1$, góc hình học AOB có phân biệt điểm đầu A và điểm

cuối B là góc lượng giác.

C. Trên đường tròn định hướng, góc hình học AOB là góc lượng giác.

D. Trên đường tròn định hướng, góc hình học AOB có phân biệt điểm đầu A và điểm cuối B là góc lượng giác.

□ **Lời giải**

Câu 5: Khẳng định nào sau đây là **đúng** khi nói về "**đường tròn lượng giác**"?

A. Mọi đường tròn là một đường tròn lượng giác.

B. Mọi đường tròn có bán kính $R=1$ là một đường tròn lượng giác.

C. Mọi đường tròn có bán kính $R=1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.

D. Mọi đường tròn định hướng có bán kính $R=1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.

□ **Lời giải**

Câu 6: Trên đường tròn cung có số đo 1 rad là?

A. Cung có độ dài bằng 1.

B. Cung tương ứng với góc ở tâm 60° .

C. Cung có độ dài bằng đường kính.

D. Cung có độ dài bằng nửa đường kính.

□ **Lời giải**

Câu 7: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $p \text{ rad} = 1^\circ$.

B. $p \text{ rad} = 60^\circ$.

C. $p \text{ rad} = 180^\circ$.

D. $p \text{ rad} = \frac{180^\circ}{p}$.

□ **Lời giải**

Câu 8: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $1 \text{ rad} = 1^\circ$.

B. $1 \text{ rad} = 60^\circ$.

C. $1 \text{ rad} = 180^\circ$.

D. $1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{p}$.

□ **Lời giải**

Câu 9: Nếu một cung tròn có số đo là a° thì số đo radian của nó là:

A. $180pa$.

B. $\frac{180p}{a}$.

C. $\frac{ap}{180}$.

D. $\frac{p}{180a}$.

□ **Lời giải**

Câu 10: Nếu một cung tròn có số đo là $3a^\circ$ thì số đo radian của nó là:

A. $\frac{ap}{60}$.

B. $\frac{ap}{180}$.

C. $\frac{180}{ap}$.

D. $\frac{60}{ap}$.

□ **Lời giải**

Câu 11: Đổi số đo của góc 70° sang đơn vị radian.

A. $\frac{70}{p}$.

B. $\frac{7}{18}$.

C. $\frac{7p}{18}$.

D. $\frac{7}{18p}$.

□ LỜI GIẢI

Câu 12: Đổi số đo của góc 108° sang đơn vị radian.

A. $\frac{3p}{5}$.

B. $\frac{p}{10}$.

C. $\frac{3p}{2}$.

D. $\frac{p}{4}$.

□ LỜI GIẢI

Câu 13: Đổi số đo của góc $45^\circ 32'$ sang đơn vị radian với độ chính xác đến hàng phần nghìn.

A. 0,7947.

B. 0,7948.

C. 0,795.

D. 0,794.

□ LỜI GIẢI

Câu 14: Đổi số đo của góc $40^\circ 25'$ sang đơn vị radian với độ chính xác đến hàng phần trăm.

A. 0,705.

B. 0,70.

C. 0,7054.

D. 0,71.

□ LỜI GIẢI

Câu 15: Đổi số đo của góc $-125^\circ 45'$ sang đơn vị radian.

A. $-\frac{503p}{720}$.

B. $\frac{503p}{720}$.

C. $\frac{251p}{360}$.

D. $-\frac{251p}{360}$.

□ LỜI GIẢI

Câu 16: Đổi số đo của góc $\frac{p}{12}$ rad sang đơn vị độ, phút, giây.

A. 15° .

B. 10° .

C. 6° .

D. 5° .

□ LỜI GIẢI

Câu 17: Đổi số đo của góc $-\frac{3p}{16}$ rad sang đơn vị độ, phút, giây.

A. $33^\circ 45'$.

B. $-29^\circ 30'$.

C. $-33^\circ 45'$.

D. $-32^\circ 55'$.

□ LỜI GIẢI

Câu 18: Đổi số đo của góc - 5 rad sang đơn vị độ, phút, giây.

A. - 286°44'28".

B. - 286°28'44".

C. - 286°.

D. 286°28'44".

□ **Lời giải**

Câu 19: Đổi số đo của góc $\frac{3}{4}$ rad sang đơn vị độ, phút, giây.

A. 42°97'48"

B. 42°58'

C. 42°97'

D. 42°58'48"

□ **Lời giải**

Câu 20: Đổi số đo của góc - 2 rad sang đơn vị độ, phút, giây.

A. - 114°59'45"

B. - 114°35'

C. - 114°35'29"

D. - 114°59'

□ **Lời giải**

Câu 21: Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Số đo của cung tròn tỉ lệ với độ dài cung đó.

B. Độ dài của cung tròn tỉ lệ với bán kính của nó.

C. Số đo của cung tròn tỉ lệ với bán kính của nó.

D. Độ dài của cung tròn tỉ lệ nghịch với số đo của cung đó.

□ **Lời giải**

Câu 22: Tính độ dài l của cung trên đường tròn có bán kính bằng 20cm và số đo $\frac{p}{16}$.

A. $l = 3,93\text{cm}$.

B. $l = 2,94\text{cm}$.

C. $l = 3,39\text{cm}$.

D. $l = 1,49\text{cm}$.

□ **Lời giải**

Câu 23: Tính độ dài của cung trên đường tròn có số đo 1,5 và bán kính bằng 20 cm.

A. 30cm.

B. 40cm.

C. 20cm.

D. 60cm.

□ **Lời giải**

Câu 24: Một đường tròn có đường kính bằng 20cm. Tính độ dài của cung trên đường tròn có số đo 35° (lấy 2 chữ số thập phân).

A. 6,01cm.

B. 6,11cm.

C. 6,21cm.

D. 6,31cm.

□ **Lời giải**

Câu 25: Tính số đo cung có độ dài của cung bằng $\frac{40}{3}cm$ trên đường tròn có bán kính $20cm$.

A. $1,5rad$.

B. $0,67rad$.

C. 80° .

D. 88° .

□ Lời giải

Câu 26: Một cung tròn có độ dài bằng 2 lần bán kính. Số đo radian của cung tròn đó là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

□ Lời giải

Câu 27: Trên đường tròn bán kính R , cung tròn có độ dài bằng $\frac{1}{6}$ độ dài nửa đường tròn thì có số đo (tính bằng radian) là:

A. $p/2$.

B. $p/3$.

C. $p/4$.

D. $p/6$.

□ Lời giải

Câu 28: Một cung có độ dài $10cm$, có số đo bằng radian là $2,5$ thì đường tròn của cung đó có bán kính là:

A. $2,5cm$.

B. $3,5cm$.

C. $4cm$.

D. $4,5cm$.

□ Lời giải

Câu 29: Bánh xe đạp của người đi xe đạp quay được 2 vòng trong 5 giây. Hỏi trong 2 giây, bánh xe quay được 1 góc bao nhiêu?

A. $\frac{8}{5}p$.

B. $\frac{5}{8}p$.

C. $\frac{3}{5}p$.

D. $\frac{5}{3}p$.

□ Lời giải

Câu 30: Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là:

A. 30° .

B. 40° .

C. 50° .

D. 60° .

□ Lời giải

Câu 31: Cho góc lượng giác $(Ox, Oy) = 22^\circ 30' + k360^\circ$. Với giá trị k bằng bao nhiêu thì góc $(Ox, Oy) = 1822^\circ 30'$?

A. $k \in \mathbb{Z}$

B. $k = 3$.

C. $k = -5$.

D. $k = 5$.

□ Lời giải

Câu 32: Cho góc lượng giác $a = \frac{p}{2} + k2p$. Tìm k để $10p < a < 11p$.

A. $k = 4$.

B. $k = 5$.

C. $k = 6$.

D. $k = 7$.

□ Lời giải

Câu 33: Một chiếc đồng hồ, có kim chỉ giờ OG chỉ số 9 và kim phút OP chỉ số 12. Số đo của góc lượng giác (OG, OP) là

A. $\frac{p}{2} + k2p, k \in \mathbb{Z}$. B. $-270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. C. $270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. D. $\frac{9p}{10} + k2p, k \in \mathbb{Z}$.

□ Lời giải

Câu 34: Trên đường tròn lượng giác có điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 45° . Gọi N là điểm đối xứng với M qua trục Ox , số đo cung lượng giác AN bằng

A. -45° .

B. 315° .

C. 45° hoặc 315° .

D.

$-45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

□ Lời giải

Câu 35: Trên đường tròn với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 60° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục Oy , số đo cung AN là:

A. 120° .

B. -240° .

C. -120° hoặc 240° .

D. $120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

□ Lời giải

Câu 36: Trên đường tròn lượng giác với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 75° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua gốc tọa độ O , số đo cung lượng giác AN bằng:

A. 255° .

B. -105° .

C. -105° hoặc 255° .

D. $-105^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

□ Lời giải

Câu 37: Cho bốn cung (trên một đường tròn định hướng): $a = -\frac{5p}{6}$, $b = \frac{p}{3}$, $g = \frac{25p}{3}$, $d = \frac{19p}{6}$. Các cung nào có điểm cuối trùng nhau?

- A.** a và b ; g và d . **B.** b và g ; a và d . **C.** a, b, g . **D.** b, g, d .

□ **Lời giải**

Câu 38: Các cặp góc lượng giác sau ở trên cùng một đường tròn đơn vị, cùng tia đầu và tia cuối. Hãy nêu kết quả **SAI** trong các kết quả sau đây:

- A.** $\frac{p}{3}$ và $-\frac{35p}{3}$. **B.** $\frac{p}{10}$ và $\frac{152p}{5}$. **C.** $-\frac{p}{3}$ và $\frac{155p}{3}$. **D.** $\frac{p}{7}$ và $\frac{281p}{7}$.

□ **Lời giải**

Câu 39: Trên đường tròn lượng giác gốc A , cung lượng giác nào có các điểm biểu diễn tạo thành tam giác đều?

- A.** $\frac{k2p}{3}$. **B.** kp . **C.** $\frac{kp}{2}$. **D.** $\frac{kp}{3}$.

□ **Lời giải**

Câu 40: Trên đường tròn lượng giác gốc A , cung lượng giác nào có các điểm biểu diễn tạo thành hình vuông?

- A.** $\frac{kp}{2}$. **B.** kp . **C.** $\frac{k2p}{3}$. **D.** $\frac{kp}{3}$.

□ **Lời giải**

Câu 41: Cho α thuộc góc phần tư thứ nhất của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

- A.** $\sin \alpha > 0$. **B.** $\cos \alpha < 0$. **C.** $\tan \alpha < 0$. **D.** $\cot \alpha < 0$.

□ **Lời giải**

Câu 42: Cho α thuộc góc phần tư thứ hai của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

- A.** $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha > 0$. **B.** $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha < 0$.
C. $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha < 0$. **D.** $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha > 0$.

□ LỜI GIẢI

Câu 43: Cho α thuộc góc phần tư thứ ba của đường tròn lượng giác. Khẳng định nào sau đây là sai ?
A. $\sin \alpha > 0$. **B.** $\cos \alpha < 0$. **C.** $\tan \alpha > 0$. **D.** $\cot \alpha > 0$.

□ LỜI GIẢI

Câu 44: Cho α thuộc góc phần tư thứ tư của đường tròn lượng giác. Khẳng định nào sau đây là đúng ?
A. $\sin \alpha > 0$. **B.** $\cos \alpha > 0$. **C.** $\tan \alpha > 0$. **D.** $\cot \alpha > 0$.

□ LỜI GIẢI

Câu 45: Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ cùng dấu?
A. Thứ II. **B.** Thứ IV.
C. Thứ II hoặc IV. **D.** Thứ I hoặc III.

□ LỜI GIẢI

Câu 46: Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sin \alpha$, $\tan \alpha$ trái dấu?
A. Thứ I. **B.** Thứ II hoặc IV.
C. Thứ II hoặc III. **D.** Thứ I hoặc IV.

□ LỜI GIẢI

Câu 47: Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$.
A. Thứ II. **B.** Thứ I hoặc II.
C. Thứ II hoặc III. **D.** Thứ I hoặc IV.

□ LỜI GIẢI

Câu 48: Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sqrt{\sin^2 \alpha} = \sin \alpha$.
A. Thứ III. **B.** Thứ I hoặc III. **C.** Thứ I hoặc II. **D.** Thứ III hoặc IV.

□ LỜI GIẢI

Câu 49: Cho $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan \alpha > 0$; $\cot \alpha > 0$. **B.** $\tan \alpha < 0$; $\cot \alpha < 0$.

C. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha < 0.$

D. $\tan \alpha < 0; \cot \alpha > 0.$

□ Lời giải

Câu 50: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin(\alpha - \pi) \geq 0.$

B. $\sin(\alpha - \pi) \leq 0.$

C. $\sin(\alpha - \pi) < 0.$

D. $\sin(\alpha - \pi) < 0.$

□ Lời giải

Câu 51: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0.$

B. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \geq 0.$

C. $\tan(\alpha + \pi) < 0.$

D. $\tan(\alpha + \pi) > 0.$

□ Lời giải

Câu 52: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị lượng giác nào sau đây luôn dương?

A. $\sin(\pi + \alpha).$

B. $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right).$

C. $\cos(-\alpha).$

D. $\tan(\pi + \alpha).$

□ Lời giải

Câu 53: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0.$

B. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0.$

C. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \leq 0.$

D. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \geq 0.$

□ Lời giải

Câu 54: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xác định dấu của biểu thức $M = \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \tan(\pi - \alpha)$.

A. $M \geq 0$.

B. $M > 0$.

C. $M \leq 0$.

D. $M < 0$.

□ **Lời giải**

Câu 55: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Xác định dấu của biểu thức $M = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cot(\pi + \alpha)$.

A. $M \geq 0$.

B. $M > 0$.

C. $M \leq 0$.

D. $M < 0$.

□ **Lời giải**

Câu 56: Tính giá trị của $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right]$.

A. $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = -\frac{1}{2}$.

D. $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

□ **Lời giải**

Câu 57: Tính giá trị của $\cos\left[\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi\right]$.

A. $\cos\left[\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi\right] = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\cos\left[\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi\right] = \frac{1}{2}$.

C. $\cos\left[\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi\right] = -\frac{1}{2}$.

D. $\cos\left[\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi\right] = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

□ **Lời giải**

Câu 58: Tính giá trị biểu thức $P = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ$.

- A. $P = 0$. B. $P = 2$. C. $P = 4$. D. $P = 8$.

□ **Lời giải**

Câu 59: Tính giá trị biểu thức $P = \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \dots \tan 80^\circ$.

- A. $P = 0$. B. $P = 1$. C. $P = 4$. D. $P = 8$.

□ **Lời giải**

Câu 60: Tính giá trị biểu thức $P = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$.

- A. $P = 0$. B. $P = 1$. C. $P = 2$. D. $P = 3$.

□ **Lời giải**

Câu 61: Với góc α bất kì. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$. B. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.
C. $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = 1$. D. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1$.

□ **Lời giải**

Câu 62: Với góc α bất kì. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin 2\alpha^2 + \cos^2 2\alpha = 1$. B. $\sin(\alpha^2) + \cos(\alpha^2) = 1$.
C. $\sin^2 \alpha + \cos^2(180^\circ - \alpha) = 1$. D. $\sin^2 \alpha - \cos^2(180^\circ - \alpha) = 1$.

□ **Lời giải**

Câu 63: Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$; $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$. B. $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ($\cos \alpha \neq 0$).
C. $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ ($\sin \alpha \neq 0$). D. $\sin^2(2018\alpha) + \cos^2(2018\alpha) = 2018$.

□ **Lời giải**

Câu 64: Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$. B. $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.
C. $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$. D. $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$.

□ LỜI GIẢI

Câu 65: Để $\tan x$ có nghĩa khi

- A. $x = \pm \frac{\pi}{2}$. B. $x = 0$. C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. D. $x \neq k\pi$.

□ LỜI GIẢI

Câu 66: Điều kiện trong đẳng thức $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ là

- A. $\alpha \neq k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

□ LỜI GIẢI

Câu 67: Điều kiện để biểu thức $P = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \cot\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ xác định là

- A. $\alpha \neq \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $\alpha \neq \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\alpha \neq \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $\alpha \neq -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

□ LỜI GIẢI

Câu 68: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\sin 60^\circ < \sin 150^\circ$. B. $\cos 30^\circ < \cos 60^\circ$.
C. $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$. D. $\cot 60^\circ > \cot 240^\circ$.

□ LỜI GIẢI

Câu 69: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\tan 45^\circ > \tan 46^\circ$. B. $\cos 142^\circ > \cos 143^\circ$.
C. $\sin 90^\circ 13' < \sin 90^\circ 14'$. D. $\cot 128^\circ > \cot 126^\circ$.

□ LỜI GIẢI

Câu 70: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$. B. $\sin(\pi + \alpha) = \sin \alpha$.

C. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha.$

D. $\tan(\pi + 2\alpha) = \cot(2\alpha).$

□ **Lời giải**

Câu 71: Với mọi số thực α , ta có $\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right)$ bằng

A. $-\sin \alpha.$

B. $\cos \alpha.$

C. $\sin \alpha.$

D. $-\cos \alpha.$

□ **Lời giải**

Câu 72: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Khi đó $\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$ bằng

A. $-\frac{2}{3}.$

B. $-\frac{1}{3}.$

C. $\frac{1}{3}.$

D. $\frac{2}{3}.$

□ **Lời giải**

Câu 73: Với mọi $\alpha \in \mathbb{R}$ thì $\tan(2017\pi + \alpha)$ bằng

A. $-\tan \alpha.$

B. $\cot \alpha.$

C. $\tan \alpha.$

D. $-\cot \alpha.$

□ **Lời giải**

Câu 74: Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)$, ta được

A. $A = \cos \alpha + \sin \alpha.$

B. $A = 2 \sin \alpha.$

C. $A = \sin \alpha \cos \alpha.$

D. $A = 0.$

□ **Lời giải**

Câu 75: Rút gọn biểu thức $S = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \sin(\pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cos(\pi - x)$ ta được

A. $S = 0.$

B. $S = \sin^2 x - \cos^2 x.$

C. $S = 2 \sin x \cos x.$

D. $S = 1.$

□ **Lời giải**

Câu 76: Cho $P = \sin(\pi + \alpha) \cdot \cos(\pi - \alpha)$ và $Q = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.** $P + Q = 0$. **B.** $P + Q = -1$. **C.** $P + Q = 1$. **D.** $P + Q = 2$.

□ **Lời giải**

Câu 77: Biểu thức lượng giác $\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(10\pi + x) \right]^2 + \left[\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(8\pi - x) \right]^2$ có giá trị bằng?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

□ **Lời giải**

Câu 78: Giá trị biểu thức $P = \left[\tan \frac{17\pi}{4} + \tan\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) \right]^2 + \left[\cot \frac{13\pi}{4} + \cot(7\pi - x) \right]^2$ bằng

- A.** $\frac{1}{\sin^2 x}$. **B.** $\frac{1}{\cos^2 x}$. **C.** $\frac{2}{\sin^2 x}$. **D.** $\frac{2}{\cos^2 x}$.

□ **Lời giải**

Câu 79: Biết rằng $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin \frac{13\pi}{2} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ thì giá trị đúng của $\cos x$ là

A. 1.

B. -1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

□ Lời giải

Câu 80: Nếu $\cot 1,25 \cdot \tan(4\pi + 1,25) - \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos(6\pi - x) = 0$ thì $\tan x$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. 0.

D. Một giá trị khác.

□ Lời giải

Câu 81: Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng:

A. $\sin(A+C) = -\sin B$.

B. $\cos(A+C) = -\cos B$.

C. $\tan(A+C) = \tan B$.

D. $\cot(A+C) = \cot B$.

□ Lời giải

Câu 82: Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó

A. $\sin C = -\sin(A+B)$.

B. $\cos C = \cos(A+B)$.

C. $\tan C = \tan(A+B)$.

D. $\cot C = \cot(A+B)$.

□ Lời giải

Câu 83: Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\sin \frac{A+C}{2} = \cos \frac{B}{2}$.

B. $\cos \frac{A+C}{2} = \sin \frac{B}{2}$.

C. $\sin(A+B) = \sin C$.

D. $\cos(A+B) = \cos C$.

□ **Lời giải**

Câu 84: A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy tìm hệ thức **sai**:

A. $\sin A = -\sin(2A+B+C)$.

B. $\sin A = -\cos \frac{3A+B+C}{2}$.

C. $\cos C = \sin \frac{A+B+3C}{2}$.

D. $\sin C = \sin(A+B+2C)$.

□ **Lời giải**

Câu 85: Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{1}{13}$.

B. $\cos \alpha = \frac{5}{13}$.

C. $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$.

D. $\cos \alpha = -\frac{1}{13}$.

□ **Lời giải**

Câu 86: Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính $\tan \alpha$.

A. $\tan \alpha = -\frac{3}{\sqrt{5}}$.

B. $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

C. $\tan \alpha = -\frac{4}{\sqrt{5}}$.

D. $\tan \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$.

□ **Lời giải**

Câu 87: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$ và $\frac{2017\pi}{2} < \alpha < \frac{2019\pi}{2}$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$.

B. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

C. $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$.

D. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.

□ **Lời giải**

Câu 88: Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\tan \alpha$.

- A. $\tan \alpha = -\frac{12}{5}$. B. $\tan \alpha = \frac{5}{12}$. C. $\tan \alpha = -\frac{5}{12}$. D. $\tan \alpha = \frac{12}{5}$.

□ Lời giải

Câu 89: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Tính $P = \cos \alpha + \sin \alpha$.

- A. $P = -\frac{3\sqrt{5}}{5}$. B. $P = 1 - \sqrt{5}$. C. $P = \frac{3\sqrt{5}}{2}$. D. $P = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

□ Lời giải

Câu 90: Cho góc α thỏa $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cot \alpha = -\frac{4}{5}$. B. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. C. $\tan \alpha = \frac{5}{4}$. D. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

□ Lời giải

Câu 91: Cho góc α thỏa $\cot \alpha = \frac{3}{4}$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$. B. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. C. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. D. $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$.

□ Lời giải

Câu 92: Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $P = \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$.

- A. $P = -3$. B. $P = \frac{3}{7}$. C. $P = \frac{12}{25}$. D. $P = -\frac{12}{25}$.

□ Lời giải

Câu 93: Cho góc α thỏa $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $P = \frac{2 \tan \alpha + 3 \cot \alpha + 1}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

A. $P = \frac{19+2\sqrt{2}}{9}$. **B.** $P = \frac{19-2\sqrt{2}}{9}$. **C.** $P = \frac{26-2\sqrt{2}}{9}$. **D.** $P = \frac{26+2\sqrt{2}}{9}$.

□ **Lời giải**

Câu 94: Cho góc α thỏa mãn $\sin(\pi + \alpha) = -\frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $P = \tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$.

A. $P = 2\sqrt{2}$. **B.** $P = -2\sqrt{2}$. **C.** $P = \frac{\sqrt{2}}{4}$. **D.** $P = -\frac{\sqrt{2}}{4}$.

□ **Lời giải**

Câu 95: Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ và $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Tính $P = \sqrt{5+3\tan \alpha} + \sqrt{6-4\cot \alpha}$.

A. $P = 4$. **B.** $P = -4$. **C.** $P = 6$. **D.** $P = -6$.

□ **Lời giải**

Câu 96: Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $P = \sqrt{\tan^2 \alpha - 2 \tan \alpha + 1}$.

A. $P = -\frac{1}{3}$.

B. $P = \frac{1}{3}$.

C. $P = \frac{7}{3}$.

D. $P = -\frac{7}{3}$.

□ Lời giải

Câu 97: Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ và $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 1$. Tính $P = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin \alpha$.

A. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $P = \frac{\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{4}$.

C. $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $P = \frac{\sqrt{6} - 3\sqrt{2}}{4}$.

□ Lời giải

Câu 98: Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ và $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) + \cos \alpha.$$

A. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

□ Lời giải

Câu 99: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $P = \frac{\sin^2 \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos^2 \alpha}$.

A. $P = \frac{30}{11}$.

B. $P = \frac{31}{11}$.

C. $P = \frac{32}{11}$.

D. $P = \frac{34}{11}$.

□ Lời giải

Câu 100: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2$. Tính $P = \frac{3\sin \alpha - 2\cos \alpha}{5\cos \alpha + 7\sin \alpha}$.

A. $P = -\frac{4}{9}$.

B. $P = \frac{4}{9}$.

C. $P = -\frac{4}{19}$.

D. $P = \frac{4}{19}$.

□ Lời giải

Câu 101: Cho góc α thỏa mãn $\cot \alpha = \frac{1}{3}$. Tính $P = \frac{3\sin \alpha + 4\cos \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$.

A. $P = -\frac{15}{13}$.

B. $P = \frac{15}{13}$.

C. $P = -13$.

D. $P = 13$.

□ Lời giải

Câu 102: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2$. Tính $P = \frac{2\sin^2 \alpha + 3\sin \alpha \cdot \cos \alpha + 4\cos^2 \alpha}{5\sin^2 \alpha + 6\cos^2 \alpha}$.

A. $P = \frac{9}{13}$.

B. $P = \frac{9}{65}$.

C. $P = -\frac{9}{65}$.

D. $P = \frac{24}{29}$.

□ Lời giải

Câu 103: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $P = \frac{2\sin^2 \alpha + 3\sin \alpha \cdot \cos \alpha - 4\cos^2 \alpha}{5\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$.

A. $P = -\frac{8}{13}$.

B. $P = \frac{2}{19}$.

C. $P = -\frac{2}{19}$.

D. $P = -\frac{8}{19}$.

□ LỜI GIẢI

Câu 104: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 5$. Tính $P = \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$.

A. $P = \frac{9}{13}$.

B. $P = \frac{10}{13}$.

C. $P = \frac{11}{13}$.

D. $P = \frac{12}{13}$.

□ LỜI GIẢI

Câu 105: Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{5}{4}$. Tính $P = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

A. $P = \frac{9}{16}$.

B. $P = \frac{9}{32}$.

C. $P = \frac{9}{8}$.

D. $P = \frac{1}{8}$.

□ LỜI GIẢI

Câu 106: Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{12}{25}$ và $\sin \alpha + \cos \alpha > 0$. Tính $P = \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$.

A. $P = \frac{91}{125}$.

B. $P = \frac{49}{25}$.

C. $P = \frac{7}{5}$.

D. $P = \frac{1}{9}$.

□ Lời giải

Câu 107: Cho góc α thỏa mãn $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ và $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Tính $P = \sin \alpha - \cos \alpha$.

A. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $P = \frac{1}{2}$.

C. $P = -\frac{1}{2}$.

D. $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

□ Lời giải

Câu 108: Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha + \cos \alpha = m$. Tính $P = |\sin \alpha - \cos \alpha|$.

A. $P = 2 - m$.

B. $P = 2 - m^2$.

C. $P = m^2 - 2$.

D. $P = \sqrt{2 - m^2}$.

□ Lời giải

Câu 109: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$. Tính $P = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$.

A. $P = 1$.

B. $P = 2$.

C. $P = 3$.

D. $P = 4$.

□ Lời giải

Câu 110: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha + \cot \alpha = 5$. Tính $P = \tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha$.

A. $P = 100$.

B. $P = 110$.

C. $P = 112$.

D. $P = 115$.

□ **Lời giải**

Câu 111: Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Tính $P = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$.

A. $P = 12$.

B. $P = 14$.

C. $P = 16$.

D. $P = 18$.

□ **Lời giải**

Câu 112: Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\tan \alpha - \cot \alpha = 1$. Tính $P = \tan \alpha + \cot \alpha$.

A. $P = 1$.

B. $P = -1$.

C. $P = -\sqrt{5}$.

D. $P = \sqrt{5}$.

□ **Lời giải**

Câu 113: Cho góc α thỏa mãn $3\cos \alpha + 2\sin \alpha = 2$ và $\sin \alpha < 0$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$.

B. $\sin \alpha = -\frac{7}{13}$.

C. $\sin \alpha = -\frac{9}{13}$.

D. $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$.

□ Lời giải

Câu 114: Cho góc α thỏa mãn $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ và $\sin \alpha - 2\cos \alpha = 1$. Tính $P = 2\tan \alpha - \cot \alpha$.

A. $P = \frac{1}{2}$.

B. $P = \frac{1}{4}$.

C. $P = \frac{1}{6}$.

D. $P = \frac{1}{8}$.

□ Lời giải

Câu 115: Rút gọn biểu thức $M = (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$.

A. $M = 1$.

B. $M = 2$.

C. $M = 4$.

D. $M = 4\sin x \cdot \cos x$.

□ Lời giải

Câu 116: Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cos 4x.$

B. $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x.$

C. $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x.$

D. $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 4x.$

□ Lời giải

Câu 117: Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2 \cos^2 x.$

B. $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x.$

C. $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x.$

D. $\sin^4 x - \cos^4 x = 2 \cos^2 x - 1.$

□ Lời giải

Câu 118: Rút gọn biểu thức $M = \sin^6 x + \cos^6 x.$

A. $M = 1 + 3 \sin^2 x \cos^2 x.$

B. $M = 1 - 3 \sin^2 x.$

C. $M = 1 - \frac{3}{2} \sin^2 2x.$

D. $M = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x.$

□ Lời giải

Câu 119: Rút gọn biểu thức $M = \tan^2 x - \sin^2 x.$

A. $M = \tan^2 x.$

B. $M = \sin^2 x.$

C. $M = \tan^2 x \cdot \sin^2 x.$

D. $M = 1.$

□ Lời giải

Câu 120: Rút gọn biểu thức $M = \cot^2 x - \cos^2 x$.

A. $M = \cot^2 x$.

B. $M = \cos^2 x$.

C. $M = 1$.

D. $M = \cot^2 x \cdot \cos^2 x$.

□ **Lời giải**

Câu 121: Rút gọn biểu thức $M = (1 \sin^2 x) \cot^2 x + (1 \cot^2 x)$.

A. $M = \sin^2 x$.

B. $M = \cos^2 x$.

C. $M = \sin^2 x$.

D. $M = \cos^2 x$.

□ **Lời giải**

Câu 122: Rút gọn biểu thức $M = \sin^2 \alpha \tan^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha - \tan^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha$.

A. $M = 1 + \sin^2 \alpha$.

B. $M = \sin \alpha$.

C. $M = 2 \sin \alpha$.

D. $M = 3$.

□ **Lời giải**

Câu 123: Rút gọn biểu thức $M = (\sin^4 x + \cos^4 x - 1)(\tan^2 x + \cot^2 x + 2)$.

A. $M = -4$.

B. $M = -2$.

C. $M = 2$.

D. $M = 4$.

□ **Lời giải**

Câu 124: Đơn giản biểu thức $P = \sqrt{\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$.

A. $P = |\sin \alpha|$.

B. $P = \sin \alpha$.

C. $P = \cos \alpha$.

D. $P = |\cos \alpha|$.

□ **Lời giải**

Câu 125: Đơn giản biểu thức $P = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$.

A. $P = 1 + 2 \tan^2 \alpha$.

B. $P = 1 - 2 \tan^2 \alpha$.

C. $P = -1 + 2 \tan^2 \alpha$.

D. $P = -1 - 2 \tan^2 \alpha$.

□ LỜI GIẢI

.....

.....

.....

Câu 126: Đơn giản biểu thức $P = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{1}{1 + \cos \alpha}$.

A. $P = -\frac{2 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}$.

B. $P = \frac{2}{\sin^2 \alpha}$.

C. $P = \frac{2}{1 + \cos \alpha}$.

D. $P = 0$.

□ LỜI GIẢI

.....

.....

.....

Câu 127: Đơn giản biểu thức $P = \frac{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \cos^2 \alpha$.

A. $P = \tan^2 \alpha$.

B. $P = 1$.

C. $P = -\cos^2 \alpha$.

D. $P = \cot^2 \alpha$.

□ LỜI GIẢI

.....

.....

.....

Câu 128: Đơn giản biểu thức $P = \frac{2 \cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$.

A. $P = \cos x + \sin x$.

B. $P = \cos x - \sin x$.

C. $P = \cos 2x - \sin 2x$.

D. $P = \cos 2x + \sin 2x$.

□ LỜI GIẢI

.....

.....

.....

Câu 129: Đơn giản biểu thức $P = \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}{\cot \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}$.

A. $P = 2 \tan^2 \alpha$.

B. $P = \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha}$.

C. $P = 2 \cot^2 \alpha$.

D. $P = \frac{2}{\cos^2 \alpha}$.

□ LỜI GIẢI

.....

.....

.....

Câu 130: Đơn giản biểu thức $P = \left(\frac{\sin \alpha + \tan \alpha}{\cos \alpha + 1} \right)^2 + 1$.

A. $P = 2$.

B. $P = 1 + \tan \alpha$.

C. $P = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.

D. $P = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$.

□ **Lời giải**

Câu 131: Đơn giản biểu thức $P = \tan \alpha \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - \sin \alpha \right)$.

A. $P = 2$.

B. $P = 2 \cos \alpha$.

C. $P = 2 \tan \alpha$.

D. $P = 2 \sin \alpha$.

□ **Lời giải**

Câu 132: Đơn giản biểu thức $P = \frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cos x}{\cot x}$.

A. $P = 1$.

B. $P = -1$.

C. $P = \frac{1}{2}$.

D. $P = -\frac{1}{2}$.

□ **Lời giải**

File word và đáp án chi tiết vui lòng liên hệ zalo: 0834 332 133

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9,10 11,12 và bộ đề kiểm tra kết thúc chuyên đề, giữa kì, cuối kì có lời giải chi tiết của Thầy giáo, Tác giả Trần Đình Cư vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa. Ủng hộ chính chủ để được bảo hành và nhiều ưu đãi khác

Tránh mua các trang và cá nhân khác