

☑ Dạng 01: Định nghĩa, tính chất của nguyên hàm

Câu 1. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $\int f'(x)dx = f(x) + C$ với mọi hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$.
- B.** $\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$, với mọi hàm số $f(x); g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
- C.** $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ với mọi hằng số k và với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
- D.** $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$, với mọi hàm số $f(x); g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

k phải là hằng số khác 0 thì biểu thức này mới đúng.

Khi ta có $\int kf(x)dx = \int 0dx = C$ còn $k \int f(x)dx = 0$.

Câu 2. Giả sử $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số bất kỳ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $k \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $\int f'(x)dx = f(x) + C$.
- B.** $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$.
- C.** $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
- D.** $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề: $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ với $k \in \mathbb{R}$; và hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ là mệnh đề sai vì khi $k = 0$ thì $\int kf(x)dx \neq k \int f(x)dx$.

Các phương án B, C, D đúng theo tính chất nguyên hàm.

Câu 3. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ (C là hằng số, α là hằng số).

B. $\int e^x dx = e^x + C$ (C là hằng số).

C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ (C là hằng số, $x \neq 0$).

D. Mọi hàm số $f(x) \neq 0$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ đều có nguyên hàm trên đoạn $[a; b]$.

Lời giải

Chọn A

$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ (C là hằng số, α là hằng số khác -1).

Câu 4. Nếu $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + e^x + C$ thì $f(x)$ bằng:

A. $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x$.

B. $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x$.

C. $f(x) = 3x^2 + e^x$.

D. $f(x) = x^2 + e^x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + e^x + C \Rightarrow f(x) = \left(\frac{x^3}{3} + e^x + C \right)' = x^2 + e^x$.

Câu 5. Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm $I = \int [2f(x) - 1]dx$.

A. $I = 2F(x) - 1 + C$.

B. $I = 2F(x) - x + C$.

C. $I = 2xF(x) - x + C$.

D. $I = 2xF(x) - 1 + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I = \int [2f(x) - 1]dx = \int 2f(x)dx - \int 1dx = 2F(x) - x + C$.

Câu 6. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K . Tìm nguyên hàm của hàm số $g(x) = 2f(x)$.

A. $2F(x)$.

B. $2xF(x) + C$.

C. $2xF(x)$.

D. $2F(x) + C$.

Lời giải.

Chọn D

Ta có: $G(x) = \int [2f(x)]dx = 2 \int f(x)dx = 2F(x) + C$.

Câu 7. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì $\int f(u)du = F(u) + C$.

B. $\int [f_1(x) + f_2(x)]dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx$.

C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$.

D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ (k là hằng số và $k \neq 0$).

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy A sai vì $G(x) = F(x) + C$ với $C \in \mathbb{R}$.

B, C, D đúng theo tính chất.

Câu 8. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $f(x) = 2xe^{x^2}$.

B. $f(x) = x^2e^{x^2} - 1$.

C. $f(x) = e^{2x}$.

D. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = F'(x) = (e^{x^2})' = 2xe^{x^2}$.

☑ Dạng 02: Nguyên hàm của hs cơ bản, gần cơ bản

Câu 9. Nguyên hàm $\int \pi^3 dx$ bằng

A. $\frac{\pi^3}{3} + C$.

B. $\frac{\pi^4}{4} + C$.

C. $\frac{x^4}{\pi} + C$.

D. $\pi^3 x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int \pi^3 dx = \pi^3 \int dx = \pi^3 x + C$.

Câu 10. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2020x + 3x^2$ là:

A. $-2020 \cos 2020x + 6x + C$.

B. $\frac{-1}{2020} \cos 2020x + x^3 + C$.

C. $\frac{1}{2020} \cos 2020x + x^3 + C$.

D. $2020 \cos 2020x + 6x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x) dx = \int (\sin 2020x + 3x^2) dx = \int \sin 2020x dx + \int 3x^2 dx = \frac{-1}{2020} \cos 2020x + x^3 + C$.

Câu 11. Nguyên hàm $\int e^{-2x+1} dx$ bằng:

A. $-\frac{1}{2} e^{-2x+1} + c$.

B. $e^{-2x+1} + c$.

C. $-2e^{-2x+1} + c$.

D. $\frac{1}{2} e^{-2x+1} + c$.

Lời giải

Chọn A

$\int e^{-2x+1} dx = -\frac{1}{2} e^{-2x+1} + c$.

Câu 12. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int 2^x dx = 2^x + C$.

B. $\int \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{x} + C$.

C. $\int \frac{dx}{x+1} = \ln|x| + C$.

D. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$.

Lời giải

Chọn D

Xét A có $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$ là mệnh đề đúng.

Xét B có $\int \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{x} + C$ sai vì $\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$.

Xét C có $\int \frac{dx}{x+1} = \ln|x| + C$ sai vì $\int \frac{dx}{x+1} = \ln|x+1| + C$.

Xét D có $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$ sai vì $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 13. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 1$ là

A. $x^5 - x + C$.

B. $20x^3 + C$.

C. $20x^5 - x + C$.

D. $x^5 + x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int (5x^4 - 1) dx = 5 \cdot \frac{x^5}{5} - x + C = x^5 - x + C$.

Câu 14. Nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$.

D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức nguyên hàm ta có $\int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

Câu 15. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$ là

- A.** $x^2 + C$. **B.** $2x^2 + C$. **C.** $x^2 + 3x + C$. **D.** $2x^2 + 3x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int (2x + 3) dx = x^2 + 3x + C$.

Câu 16. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$.

- A.** $\int f(x) dx = 6 \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$. **B.** $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$.
C. $\int f(x) dx = 3 \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$. **D.** $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức: $\int \cos(ax + b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + C$.

Câu 17. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - x + 1$ là

- A.** $F(x) = x^4 - x^2 + 1 + C$. **B.** $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + x$.
C. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + x + C$. **D.** $F(x) = 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn C

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - x + 1$ là $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + x + C$.

Câu 18. Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}$.

- A.** $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. **B.** $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - 3\sqrt{x^3} + C$.
C. $\int f(x) dx = 2x - \frac{3}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x}} + C$. **D.** $\int f(x) dx = x - \frac{3}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x}} + C$.

Lời giải

Chọn A

$\int f(x) dx = \int x^2 dx + \int \frac{3}{x} dx - \int 2\sqrt{x} dx = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$.

TÍCH PHÂN MỨC ĐỘ 1

☑ Dạng 01: Kiểm tra định nghĩa, tính chất của tích phân

Câu 19. Cho hai số thực $a < b$ tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a).$

B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

C. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$

D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a).$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x) dx = 9$, $F(0) = 3$. Tính $F(9)$.

A. 12.

B. -12.

C. -6.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^9 f(x) dx = F(x) \Big|_0^9 = F(9) - F(0) \Leftrightarrow 9 = F(9) - 3 \Leftrightarrow F(9) = 12.$

Câu 21. Cho các hàm số thực a, b ($a < b$). Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thì

A. $\int_a^b f(x) dx = f'(b) - f'(a).$

B. $\int_a^b f'(x) dx = f(a) - f(b).$

C. $\int_a^b f(x) dx = f'(a) - f'(b).$

D. $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a).$

Lời giải

Chọn D

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 3]$, $f(3) = 5$ và $\int_1^3 f'(x) dx = 6$. Khi đó $f(1)$ bằng

A. -1.

B. 11.

C. 1.

D. 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^3 f'(x) dx = 6 \Leftrightarrow f(x) \Big|_1^3 = f(3) - f(1) = 5 - f(1) = 6 \Leftrightarrow f(1) = -1.$

Vậy $f(1) = -1.$

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx.$

B. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$

C. $\int_a^b tf(t) dt = t \int_a^b f(t) dt.$

D. $\int_a^a kf(t) dt = 0.$

Lời giải

Chọn C

Câu 24. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Giá trị của $\int_{-1}^2 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

A. -7.

B. 1.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng tính chất của tích phân ta có $\int_{-1}^2 [2f(x) + 3g(x)]dx = 2\int_{-1}^2 f(x)dx + 3\int_{-1}^2 g(x)dx = 4 - 3 = 1$.

Câu 25. Cho $\int_1^5 h(x)dx = 4$ và $\int_1^7 h(x)dx = 10$, khi đó $\int_5^7 h(x)dx$ bằng

- A.** 7. **B.** 2 **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\begin{aligned}\int_1^5 h(x)dx + \int_5^7 h(x)dx &= \int_1^7 h(x)dx \\ \Leftrightarrow \int_5^7 h(x)dx &= \int_1^7 h(x)dx - \int_1^5 h(x)dx \\ \Leftrightarrow \int_5^7 h(x)dx &= 10 - 4 = 6\end{aligned}$$

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.** $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, \forall c \in (a; b)$ **B.** $\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx.$
C. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt.$ **D.** $\int_a^b kdx = k(a - b), \forall k \in R$

Lời giải

Chọn D

Vì $\int_a^b kdx = kx \Big|_a^b = k(b - a).$

☑ Dạng 02: Tích phân cơ bản(a), kết hợp tính chất (b)

Câu 27. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_1^6 f(x)dx = 5$. Khi đó $\int_0^6 f(x)dx$ bằng

- A.** 10. **B.** -3. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^6 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^6 f(x)dx = 2 + 5 = 7.$$

Câu 28. Cho $\int_1^2 f(x)dx = -3$ và $\int_2^3 f(x)dx = 4$, khi đó tích phân $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A.** -12. **B.** 7. **C.** 1. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = -3 + 4 = 1.$

Câu 29. Tích phân $I = \int_0^1 e^{2x}dx$ bằng

- A.** $\frac{e^2 - 1}{2}.$ **B.** $e + \frac{1}{2}.$ **C.** $e^2 - 1.$ **D.** $e - 1.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I = \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_0^1 = \frac{e^2 - 1}{2}.$

Câu 30. Giá trị của tích phân $\int_0^{2021} e^x dx$ bằng

A. $\frac{e^{2022}}{2022}.$

B. $\frac{e^{2022}-1}{2022}.$

C. $e^{2021} - 1.$

D. 0.

Lời giải

Chọn C

• Ta có: $\int_0^{2021} e^x dx = e^x \Big|_0^{2021} = e^{2021} - 1.$

Câu 31. Cho $\int_0^1 f(x) dx = -3$ và $\int_0^1 g(x) dx = 2$, khi đó $\int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx$ bằng:

A. 5.

B. 1.

C. -1.

D. -7.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx + 2 \int_0^1 g(x) dx = -3 + 2 \cdot 2 = 1.$

Câu 32. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx$ bằng.

A. $\sqrt{2} - 1.$

B. $\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}.$

C. $1 - \sqrt{2}.$

D. $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}.$

Câu 33. Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(t) dt = -4$. Tính $\int_2^4 f(y) dy$.

A. $I = -5.$

B. $I = 3.$

C. $I = -3.$

D. $I = 5.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_{-2}^2 f(x) dx = 1 \Leftrightarrow \int_{-2}^2 f(y) dy = 1.$

$\int_{-2}^4 f(t) dt = -4 \Leftrightarrow \int_{-2}^4 f(y) dy = -4.$

Khi đó $\int_2^4 f(y) dy = \int_{-2}^4 f(y) dy - \int_{-2}^2 f(y) dy = -4 - 1 = -5.$

Câu 34. Tích phân $\int_1^e \frac{1}{x} dx$ có giá trị bằng

A. 2.

B. 1.

C. $1 - e.$

D. $e - 1.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^e = \ln e - \ln 1 = 1.$

Đạng 04: PP đổi biến t = u(x)-hàm công thức xđ (ngắn gọn là vi phân)

Câu 35. Xét $\int_0^1 (x+1)e^{x^2+2x} dx$ nếu đặt $t = x^2 + 2x$ thì $\int_0^1 (x+1)e^{x^2+2x} dx$ bằng

A. $\frac{1}{2} \int_1^3 e^t dt.$

B. $\int_1^2 e^t dt.$

C. $\int_1^2 (t+1)e^t dt.$

D. $\int_0^1 (t+1)e^t dt.$

Lời giải.

Chọn A

Đặt $t = x^2 + 2x \Rightarrow dt = (2x + 2)dx \Rightarrow (x+1)dx = \frac{dt}{2}$. Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=0, x=1 \Rightarrow t=3$

Nên $I = \frac{1}{2} \int_0^3 e^t dt$

Câu 36. Cho $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^3} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{1-x^3}$ thì ta được I bằng

A. $\frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt.$

B. $-\frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt.$

C. $\frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt.$

D. $-\frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^3} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 \sqrt{1-x^3} d(x^3).$

Nếu đặt $t = \sqrt{1-x^3} \Rightarrow x^3 = 1-t^2.$

Đổi cận: khi $x=0 \Rightarrow t=1$ và khi $x=1 \Rightarrow t=0$

$\Rightarrow I = \frac{1}{3} \int_1^0 t d(1-t^2) = -\frac{1}{3} \int_0^1 t \cdot (-2t) dt = \frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt.$

Câu 37. Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du.$

B. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du.$

C. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du.$

D. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du.$

Lời giải

Chọn B

Đặt $u = x^2 - 1 \Rightarrow du = 2x dx.$

Khi $x=1 \Rightarrow u=0; x=2 \Rightarrow u=3.$

Do đó $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx = \int_0^3 \sqrt{u} du = 2\sqrt{3}.$

Câu 38. Xét $\int_0^1 (x+1)e^{x^2+2x} dx$ nếu đặt $t = x^2 + 2x$ thì $\int_0^1 (x+1)e^{x^2+2x} dx$ bằng

A. $\int_0^1 (t+1)e^t dt.$

B. $\frac{1}{2} \int_1^3 e^t dt.$

C. $\int_1^2 e^t dt.$

D. $\int_1^2 (t+1)e^t dt.$

Lời giải.

Chọn B

Đặt $t = x^2 + 2x \Rightarrow dt = (2x + 2)dx \Rightarrow (x + 1)dx = \frac{dt}{2}$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0, x = 1 \Rightarrow t = 3$

Nên $I = \frac{1}{2} \int_0^3 e^t dt$

Câu 39. Tích phân $I = \int_0^1 e^{x+1} dx$ bằng

A. $e - e^2$.

B. $e^2 - 1$.

C. $e^2 - e$.

D. $e^2 + e$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I = \int_0^1 e^{x+1} dx = e^{x+1} \Big|_0^1 = e^2 - e$.

Câu 40. Tính tích phân $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$ được kết quả.

A. $\ln 2 - \frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{6} - \ln 2$.

C. $\frac{4 - 2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{2} + 4}{3}$.

Lời giải:

Chọn C

Cách làm trắc nghiệm:

Bấm máy tính tích phân: $I = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$ ta được kết quả lưu vào biến A ta được $A = 0.390524...$

Thử các đáp án ta thấy **đáp án là B**

Cách làm tự luận:

Đặt

$$t = \sqrt{x+1} (t > 0) \Leftrightarrow t^2 = x+1.$$

$$\Rightarrow 2tdt = dx.$$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = \sqrt{2}$

$$I = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{t^2 - 1}{t} 2tdt = 2 \int_1^{\sqrt{2}} (t^2 - 1) dt = 2 \left(\frac{t^3}{3} - t \right) \Big|_1^{\sqrt{2}} = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 41. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cos^2 x dx$, khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $0 < I < \frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{2} < I < \frac{2}{3}$.

C. $\frac{2}{3} < I < 1$.

D. $\frac{1}{3} < I < \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cos^2 x dx$

Đặt $u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow u = 1, x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow u = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow I = -\int_1^{\frac{1}{2}} u^2 \cdot du = \int_{\frac{1}{2}}^1 u^2 \cdot du = \frac{u^3}{3} \Big|_{\frac{1}{2}}^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{24} = \frac{7}{24}.$$

Vậy $0 < I < \frac{1}{3}$.

Cách 2: $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cdot \cos^2 x \cdot dx = -\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 x \cdot d(\cos x) = -\frac{\cos^3 x}{3} \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{7}{24}.$

Vậy $0 < I < \frac{1}{3}$.

Câu 42. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \cdot \sin x dx$ bằng.

A. $e+1$.

B. e .

C. $1-e$.

D. $e-1$.

Lời giải

Chọn D

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \cdot \sin x dx = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} d(\cos x) = e^{\cos x} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^0 = e-1.$$

Câu 43. Bằng cách đổi biến số $t = 1 + \ln x$ thì tích phân $\int_1^e \frac{(1 + \ln x)^2}{x} dx$ trở thành

A. $\int_1^4 t^2 dt$.

B. $\int_1^2 (1+t)^2 dt$.

C. $\int_1^e t^2 dt$.

D. $\int_1^2 t^2 dt$.

Lời giải

Chọn D

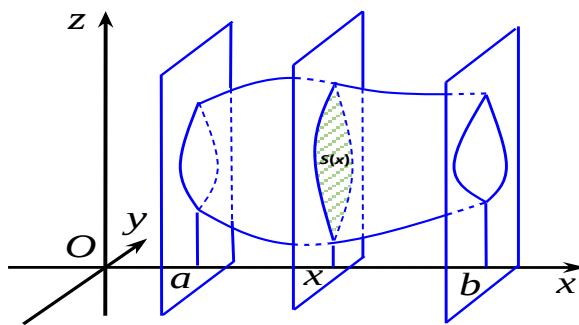
Với $t = 1 + \ln x \Rightarrow dt = \frac{dx}{x}$. Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = 1; x = e \Rightarrow t = 2$.

Vậy $\int_1^e \frac{(1 + \ln x)^2}{x} dx = \int_1^2 t^2 dt$.

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

☑ Dạng 01: Câu hỏi lý thuyết

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể được giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) , (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x , ($a \leq x \leq b$) cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là $S(x)$ với $y = S(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$. Thể tích V của thể tích đó được tính theo công thức



A. $V = \int_a^b S(x) dx.$

B. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx.$

C. $V = \pi \int_a^b S(x) dx.$

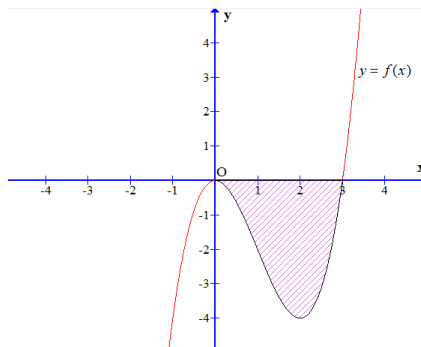
D. $V = \int_a^b S^2(x) dx.$

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa ta có: $V = \int_a^b S(x) dx$

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích hình phẳng phần tô đậm được tính theo công thức nào?



A. $\int_3^1 |f(x)| dx.$

B. $\int_0^3 [-f(x)] dx.$

C. $\int_1^2 f(x) dx.$

D. $\int_1^3 f(x) dx.$

Lời giải

Chọn B

Vì $f(x) \leq 0$ trên đoạn $[0; 3]$ nên $S_{hp} = \int_0^3 [-f(x)] dx.$

Câu 46. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$ và $x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

B. $S = \pi \int_a^b f(x) dx.$

C. $S = \int_a^b f(x) dx.$

D. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

Lời giải

Chọn D

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức.

$$\text{A. } S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$$

$$\text{B. } S = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$

$$\text{C. } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

$$\text{D. } S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$

Lời giải

Chọn C

Câu 48. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

$$\text{A. } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

$$\text{B. } S = \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$$

$$\text{C. } S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

$$\text{D. } S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$

Lời giải

Chọn A

Câu 49. Với hàm số $f(x)$ tùy ý liên tục trên $\mathbf{R}$, $a < b$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ được xác định theo công thức

$$\text{A. } S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

$$\text{B. } S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$$

$$\text{C. } S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$$

$$\text{D. } S = \pi \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$$

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ được xác định theo công thức $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 50. Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đó và các đường thẳng $x = a$; $x = b$ được tính theo công thức

$$\text{A. } S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$

$$\text{B. } S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$$

$$\text{C. } S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$$

$$\text{D. } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Lời giải

Chọn D

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, các đường thẳng $x = a$; $x = b$ được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Câu 51. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ quay quanh trục hoành tạo nên một khối tròn xoay. Thể tích khối tròn xoay là:

A. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$

B. $V = \int_a^b |f(x)| dx.$

C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

D. $V = \int_a^b (\pi f(x))^2 dx.$

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối tròn xoay là: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Câu 52. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, các đường thẳng $x = a$; $x = b$ và trục Ox là

A. $-\int_a^b f(x) dx.$

B. $\int_a^b f(x) dx.$

C. $\pi \int_a^b f(x) dx.$

D. $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$, các đường thẳng $x = a$; $x = b$ và trục Ox là: $\int_a^b |f(x)| dx = \int_a^b f(x) dx.$

☑ Dạng 02: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị hàm xác định

Câu 53. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + x - 2$ và trục hoành bằng

A. $\frac{9}{2}.$

B. $\frac{3}{2}.$

C. $9.$

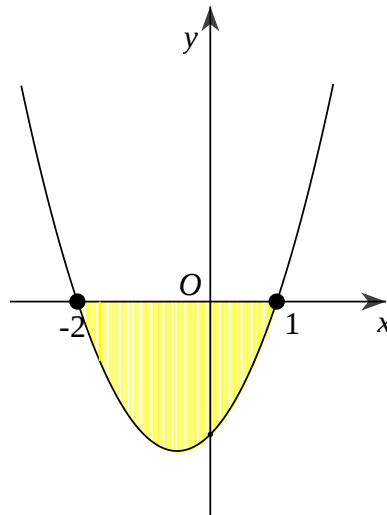
D. $\frac{13}{6}.$

Lời giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là nghiệm của phương trình:

$$x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}.$$



Diện tích hình phẳng $S = \int_{-2}^1 |x^2 + x - 2| dx = -\int_{-2}^1 (x^2 + x - 2) dx = \frac{9}{2}.$

Câu 54. Gọi S diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 1$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$.

A. $S = \int_0^1 (1 - x^3) dx$.

B. $S = \int_0^1 (x^3 - 1) dx + \int_1^2 (x^3 - 1) dx$.

C. $S = \int_0^2 (x^3 - 1) dx$.

D. $S = \int_0^1 (1 - x^3) dx + \int_1^2 (x^3 - 1) dx$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = x^3 - 1$ trên đoạn $[0; 2]$.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng xét dấu

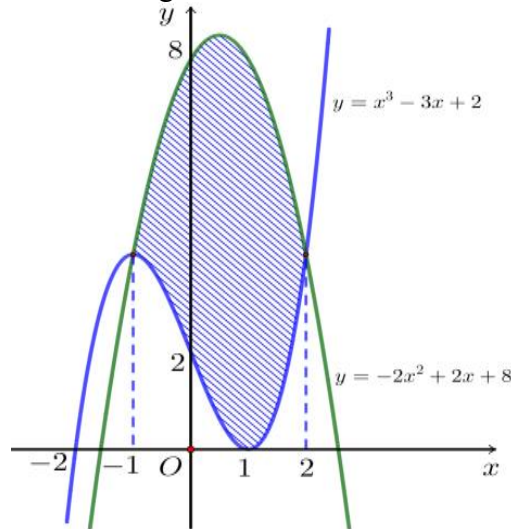
x	0	1	2
$x^3 - 1$	-	0	+

Khi đó, diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^2 |x^3 - 1| dx = \int_0^1 |x^3 - 1| dx + \int_1^2 |x^3 - 1| dx = \int_0^1 (1 - x^3) dx + \int_1^2 (x^3 - 1) dx$$

$$= \left(x - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{x^4}{4} - x \right) \Big|_1^2 = \frac{7}{2}.$$

Câu 55. Diện tích hình phẳng phần gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào sau đây?



A. $S = \int_{-1}^2 (-x^3 - 2x^2 + 5x + 6) dx$.

B. $S = \int_{-1}^2 (x^3 - 2x^2 - x + 10) dx$.

C. $S = \int_{-1}^2 (x^3 + 2x^2 - 5x - 6) dx$.

D. $S = \int_{-1}^2 (x^3 + 2x^2 - x - 10) dx$.

Lời giải

Chọn A

$$S = \int_{-1}^2 [(-2x^2 + 2x + 8) - (x^3 - 3x + 2)] dx = \int_{-1}^2 (-x^3 - 2x^2 + 5x + 6) dx.$$

Câu 56. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x$ và $y = e^x$, trục tung và đường thẳng $x = 1$ được tính theo công thức

A. $S = \int_{-1}^1 |e^x - x| dx.$

B. $S = \int_0^1 |e^x - 1| dx.$

C. $S = \int_0^1 (e^x - x) dx.$

D. $S = \int_0^1 (x - e^x) dx.$

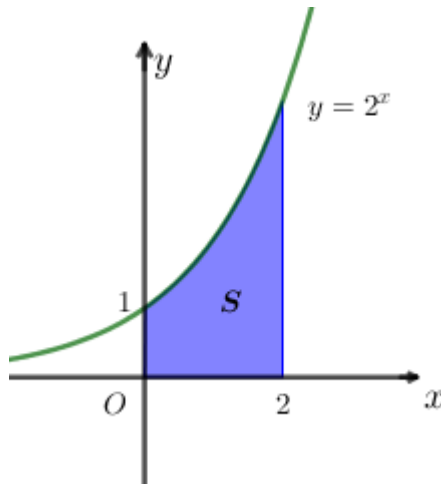
Lời giải

Chọn C

Vì trong khoảng $(0;1)$ phương trình $e^x = x$ không có nghiệm và $e^x > x, \forall x \in (0;1)$ nên

$$S = \int_0^1 |e^x - x| dx = \int_0^1 (e^x - x) dx.$$

Câu 57. Cho hàm số $y = 2^x$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Diện tích S của hình phẳng trong hình bằng



A. $S = \int_1^2 2^x dx.$

B. $S = \int_0^2 2^{2x} dx.$

C. $S = \pi \int_0^2 2^x dx.$

D. $S = \int_0^2 2^x dx.$

Lời giải

Chọn D

Diện tích S của hình phẳng trong hình trên bằng $S = \int_0^2 2^x dx.$

Câu 58. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x-2)^2 - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1, x=2$ bằng

A. $\frac{1}{3}.$

B. $\frac{7}{3}.$

C. $\frac{2}{3}.$

D. $\frac{3}{2}.$

Lời giải

Chọn C

$$S = \int_1^2 |(x-2)^2 - 1| dx = \frac{2}{3}.$$

Câu 59. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x, y=0, x=0, x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 3^{2x} dx.$

B. $S = \int_0^2 3^x dx.$

C. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx.$

D. $S = \pi \int_0^2 3^x dx.$

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng đã cho được tính bởi công thức $S = \int_0^2 3^x dx$

Câu 60. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$, đồ thị hàm số $y = \cos x$ và trục Ox là

- A.** $S = \int_0^{\pi} |\cos x| dx$. **B.** $S = \pi \int_0^{\pi} |\cos x| dx$. **C.** $S = \int_0^{\pi} \cos x dx$. **D.** $S = \int_0^{\pi} \cos^2 x dx$.

Lời giải

Chọn A

Lý thuyết.

Câu 61. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $S = \int_0^2 e^{2x} dx$. **B.** $S = \int_0^2 e^x dx$. **C.** $S = \pi \int_0^2 e^x dx$. **D.** $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S = \int_0^2 |e^x| dx = \int_0^2 e^x dx$.

Đang 03: Thể tích giới hạn bởi các đồ thị (tròn xoay) hàm xác định

Câu 62. Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay xung quanh trục Ox .

- A.** $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$. **B.** $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$.
C. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$ **D.** $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Vậy thể tích khối tròn xoay được tính $V = \pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$.

Câu 63. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x \ln x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$; $x = 2$. Thể tích vật thể tròn xoay sinh bởi (H) khi nó quay quanh trục hoành có thể tích V được xác định bởi

- A.** $V = \pi \int_1^2 (x \ln x) dx$. **B.** $V = \pi \int_1^2 (x \ln x)^2 dx$.
C. $V = \int_1^2 (x \ln x) dx$. **D.** $V = \int_1^2 (x \ln x)^2 dx$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích vật thể tròn xoay sinh bởi (H) :
$$\begin{cases} y = x \cdot \ln x \\ y = 0 \\ x = 1; x = 2 \end{cases}$$
 khi nó quay quanh trục hoành có thể tích

V được xác định bởi $V = \pi \int_1^2 (x \cdot \ln x)^2 dx$.

Câu 64. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành, quanh trục hoành.

A. $\frac{8\pi}{7}$ (đvtt).

B. $\frac{85\pi}{10}$ (đvtt).

C. $\frac{41\pi}{7}$ (đvtt).

D. $\frac{81\pi}{10}$ (đvtt).

Lời giải

Chọn D

Ta có $3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là:

$$V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi \left(3x^3 - \frac{3x^4}{2} + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^3 = \frac{81\pi}{10} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 65. Cho hàm số $y = \pi^x$ có đồ thị (C) . Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = 2$, $x = 3$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính bởi công thức:

A. $V = \pi^2 \int_2^3 \pi^x dx$.

B. $V = \pi \int_3^2 \pi^{2x} dx$.

C. $V = \pi^3 \int_2^3 \pi^x dx$.

D. $V = \pi \int_2^3 \pi^{2x} dx$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính bởi công thức:

$$V = \pi \int_2^3 (\pi^x)^2 dx = \pi \int_2^3 \pi^{2x} dx.$$

Câu 66. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox bằng

A. $\frac{\pi(\pi + 2)}{8}$.

B. $\frac{\pi^2 + 1}{4}$.

C. $\frac{\pi(\pi + 2)}{4}$.

D. $\frac{\pi + 2}{8}$.

Lời giải

Chọn A

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2x) dx = \frac{\pi}{2} \left(x + \frac{\sin 2x}{2} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi(\pi + 2)}{8}.$$

Câu 67. Cho miền phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành.

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{2\pi}{3}$.

C. $\frac{3\pi}{2}$.

D. 3π .

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành: $V = \pi \int_1^2 (\sqrt{x})^2 dx = \frac{3\pi}{2}$.

Câu 68. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3x - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$. Quay (H) xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là

A. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$.

B. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2|^2 dx$.

C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx$.

D. $V = \pi \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$.

Lời giải

Chọn C

Câu 69. Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi phép quay trục hoành hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{\frac{x}{2}}$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$ bằng

A. $e^2 - 1$.

B. $\pi(e^2 - 1)$.

C. $\pi(e - 1)$.

D. πe^2 .

Lời giải

Chọn B

Ta có. $V = \pi \int_0^2 e^x dx = \pi \cdot e^x \Big|_0^2 = \pi(e^2 - 1)$.

Câu 70. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 3$; $y = 2$; trục hoành và trục tung. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi (H) quay quanh trục hoành bằng:

A. $V = 12\pi$.

B. $V = 24\pi$.

C. $V = 36\pi$.

D. $V = 18\pi$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1. Dựa vào công thức tính thể tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục

Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) khi quay quanh trục Ox là: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

Suy ra $V = \pi \int_0^3 (2)^2 dx = 12\pi$.

Cách 2. Khối tròn xoay sinh bởi (H) quay quanh trục hoành là khối trụ có chiều cao $h = 3$, bán kính đường tròn đáy $R = 2$ nên thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V = \pi R^2 h = \pi 2^2 \cdot 3 = 12\pi$.

KHÁI NIỆM SỐ PHỨC MỨC ĐỘ 1

☑ Dạng 01: Các yếu tố và thuộc tính cơ bản của số phức

Câu 71. Số phức đối của $z = 5 + 7i$ là?

A. $\bar{z} = 5 + 7i$.

B. $-z = -5 - 7i$.

C. $-z = -5 + 7i$.

D. $-z = 5 - 7i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức đối của z là $-z$. Suy ra $-z = -5 - 7i$.

Câu 72. Cho số phức $z = \sqrt{7} - 3i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = 5$.

B. $|z| = 3$.

C. $|z| = 4$.

D. $|z| = -4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z| = \sqrt{7+9} = 4$.

Câu 73. Số phức z nào sau đây thỏa $|z| = \sqrt{5}$ và z là số thuần ảo?

A. $z = \sqrt{5}$.

B. $z = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$.

C. $z = 5i$.

D. $z = -\sqrt{5}i$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = bi$, với $b \neq 0$, $b \in \mathbb{R}$ là số thuần ảo $\Rightarrow$ loại A,

Ta có $|z| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |b| = \sqrt{5} \Rightarrow$ Chọn D

Câu 74. Môđun của số phức $z = -1 + 2i$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. 5.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Môđun của số phức $z = -1 + 2i$ bằng $|z| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Câu 75. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .

B. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-2i$.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2 .

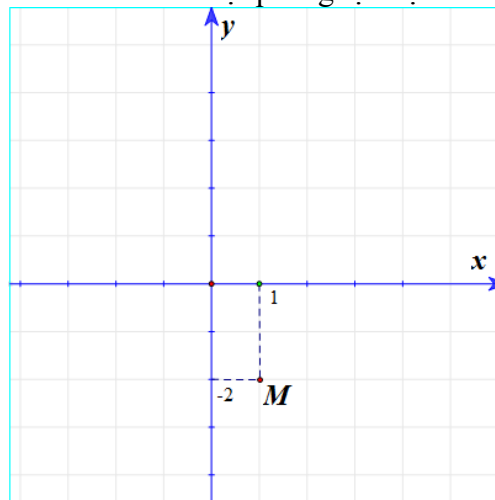
Lời giải

Chọn D

Ta có $z = 3 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 2i$.

Vậy phần thực của $\bar{z}$ bằng 3 và phần ảo bằng -2 .

Câu 76. Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình vẽ bên?



A. $1 + 2i$.

B. $1 - 2i$.

C. $i + 2$.

D. $i - 2$.

Lời giải

Chọn B

Vì $M(1; -2) \Rightarrow M$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 1 - 2i$.

Câu 77. Số phức z thỏa mãn $z = 5 - 8i$ có phần ảo là

- A. 8. B. $-8i$. **C. -8.** D. 5.

Lời giải

Chọn C

Số phức $z = 5 - 8i$ có phần ảo là -8 .

Câu 78. Cho số phức z có số phức liên hợp $\bar{z} = 3 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng.

- A. 5.** B. -1 . C. 1. D. -5 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = 3 + 2i$. Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng 5.

Câu 79. Phần ảo của số phức $z = 2 + 3i$ là

- A. 3.** B. $3i$. C. 2. D. $2i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = 2 + 3i$. Phần ảo của số phức z là 3.

Vậy khẳng định đúng là

☑ Dạng 02: Hai số phức bằng nhau và ứng dụng hai số phức bằng nhau

Câu 80. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $-2i$. **B. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.**
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $2i$. D. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .

Lời giải

Chọn B

$\bar{z} = 3 + 2i$.

Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Câu 81. Cho số phức $z = 2 + 3i$. Phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là

- A. 2 và -3 .** B. -2 và -3 . C. 2 và $-3i$. D. 2 và 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\bar{z} = 2 - 3i$.

$\bar{z}$ có: Phần thực 2, phần ảo -3 .

Câu 82. Số phức liên hợp của số phức $3 - 4i$ là

- A. $-4 + 3i$. B. $-3 - 4i$. C. $-3 + 4i$. **D. $3 + 4i$.**

Lời giải

Chọn D

$z = 3 - 4i \Rightarrow \bar{z} = 3 + 4i$.

Câu 83. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$?

- A. $M(-2; 3)$. B. $M(-2; -3)$. C. $M(2; -3)$. **D. $M(2; 3)$.**

Lời giải

Chọn D

Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là $\bar{z} = 2 + 3i$ có điểm biểu diễn là $M(2; 3)$.

Câu 84. Cho hai số thực x, y thỏa mãn phương trình $x + 2i = 3 + 4iy$. Khi đó, giá trị của x và y là

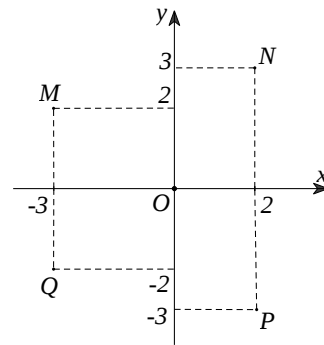
- A.** $x = 3i, y = \frac{1}{2}$. **B.** $x = 3, y = 2$. **C.** $x = 3, y = \frac{1}{2}$. **D.** $x = 3, y = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$x + 2i = 3 + 4iy \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 2 = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 85. Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn số phức liên hợp của $z = 2i - 3$?



- A.** N . **B.** P . **C.** Q . **D.** M .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z = 2i - 3 = -3 + 2i \Rightarrow \bar{z} = -3 - 2i$

$\Rightarrow$ Điểm biểu diễn của $\bar{z}$ là $Q(-3; -2)$

Câu 86. Các số thực x, y thỏa mãn đẳng thức $x(3 + 5i) - y(1 + 2i) = 9 + 16i$ trong đó $i^2 = -1$. Giá trị của biểu thức $T = |x - y|$ là

- A.** 5. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x(3 + 5i) - y(1 + 2i) = 9 + 16i \Leftrightarrow (3x - y - 9) + (5x - 2y - 16)i = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - 9 = 0 \\ 5x - 2y - 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

Suy ra $T = |x - y| = 5$.

Câu 87. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A.** $\bar{z} = 2 + 3i$. **B.** $\bar{z} = -2 + 3i$. **C.** $\bar{z} = 3 + 2i$. **D.** $\bar{z} = 3 - 2i$.

Lời giải

Chọn A

Hai số phức liên hợp có phần thực bằng nhau và phần ảo đối nhau nên $z = 2 - 3i$ suy ra $\bar{z} = 2 + 3i$.

Câu 88. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a + (b + i)i = 1 + 2i$ với i là đơn vị ảo.

- A.** $a = 0, b = 1$. **B.** $a = 1, b = 2$. **C.** $a = 0, b = 2$. **D.** $a = \frac{1}{2}, b = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$2a + (b + i)i = 1 + 2i \Leftrightarrow 2a - 1 + bi = 1 + 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-1=1 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}.$$

CÁC PHÉP TOÁN SỐ PHỨC

☑ Dạng 01: Câu hỏi lý thuyết về phép toán số phức

Câu 89. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 29 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1|^4 + |z_2|^4$.

- A. 58. B. 841. **C. 1682.** D. 1282.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình } z^2 + 4z + 29 = 0 \Leftrightarrow (z+2)^2 = -25 \Leftrightarrow (z+2)^2 = (5i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2-5i \\ z_2 = -2+5i \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } |z_1| = |z_2| = \sqrt{(-2)^2 + 5^2} = \sqrt{29}.$$

$$\text{Vậy } |z_1|^4 + |z_2|^4 = (\sqrt{29})^4 + (\sqrt{29})^4 = 1682.$$

Câu 90. Xác định các điểm biểu diễn cho số phức z sao cho số phức $\frac{1}{z}$ là số thuần ảo

- A. trục tung. **B. trục tung bỏ điểm O.**
C. trục hoành bỏ điểm O. **D. trục hoành.**

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } z = x + yi \quad (x, y \in \mathbb{R}^*)$$

$$\frac{1}{z} \text{ là số thuần ảo nên } x = 0 \text{ và kết hợp với điều kiện } z \neq 0.$$

Câu 91. Xác định các điểm biểu diễn cho số phức z sao cho số phức $\frac{1}{z}$ là số thuần ảo

- A. trục tung bỏ điểm O.** B. trục hoành bỏ điểm O.
C. trục hoành. **D. trục tung.**

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi } z = x + yi \quad (x, y \in \mathbb{R}^*)$$

$$\frac{1}{z} \text{ là số thuần ảo nên } x = 0 \text{ và kết hợp với điều kiện } z \neq 0.$$

☑ Dạng 02: Thực hiện các phép toán cơ bản về số phức

Câu 92. Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 4 + 5i$. Số phức liên hợp của số phức $w = 2(z_1 + z_2)$ là

- A. $\bar{w} = 28i$. B. $\bar{w} = 8 + 10i$. **C. $\bar{w} = 12 - 16i$.** D. $\bar{w} = 12 + 8i$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } w = 2(6 + 8i) = 12 + 16i \Rightarrow \bar{w} = 12 - 16i.$$

Câu 93. Cho số phức $z = -2 + 3i$. Số phức $\frac{\bar{z}}{z}$ bằng

A. $\frac{5}{13} - \frac{12}{13}i$.

B. $\frac{5}{13} + \frac{12}{13}i$.

C. $-\frac{5}{13} + \frac{12}{13}i$.

D. $-\frac{5}{13} - \frac{12}{13}i$.

Lời giải.

Chọn C

Ta có: $\frac{\bar{z}}{z} = \frac{-2-3i}{-2+3i} = -\frac{5}{13} + \frac{12}{13}i$.

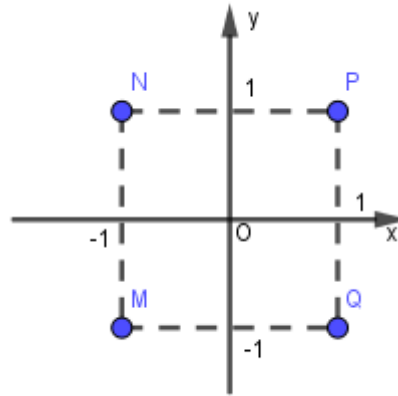
Câu 94. Cho các số phức $z = -1 + 2i$, $w = 2 - i$. Điểm nào trong hình bên biểu diễn số phức $z + w$?

A. N.

B. P.

C. Q.

D. M.



Lời giải

Chọn B

Ta có $z + w = (-1 + 2i) + (2 - i) = 1 + i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $z + w$ là điểm $P(1;1)$.

Câu 95. Cho số phức $\bar{z} = i(-6 - 3i)$. Số phức z là

A. $z = 3 + 6i$.

B. $z = -3 + 6i$.

C. $z = 3 - 6i$.

D. $z = 6 - 3i$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có $\bar{z} = i(-6 - 3i) = 3 - 6i \Rightarrow z = 3 + 6i$.

Câu 96. Cho hai số phức $z = 3 - 2i$, khi đó số phức $w = 2z - 3\bar{z}$ là

A. $11 + 2i$.

B. $-3 + 2i$.

C. $-3 - 2i$.

D. $-3 - 10i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $w = 2(3 - 2i) - 3(3 + 2i) = 6 - 4i - 9 - 6i = -3 - 10i \rightarrow$ đáp án C.

Câu 97. Cho số phức $z = 5 - 2i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

A. $w = 7 + 7i$.

B. $w = -3 - 3i$.

C. $w = 3 + 3i$.

D. $w = -7 - 7i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w = iz + \bar{z} = i(5 - 2i) + 5 + 2i = 7 + 7i$.

Câu 98. Số phức nghịch đảo của số phức $z = 3 + 4i$ là

A. $\frac{1}{z} = 3 - 4i$.

B. $\frac{1}{z} = \frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$.

C. $\frac{1}{z} = 4 + 3i$.

D. $\frac{1}{z} = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$.

Lời giải

Chọn D

Số phức nghịch đảo của số phức $z = 3 + 4i$ là $\frac{1}{z} = \frac{1}{3+4i} = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$.

Câu 99. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Số phức $2z_1 + 3z_2 - z_1z_2$ là số phức nào sau đây?

- A. $10i$. B. $-10i$. C. $11 + 8i$. D. $11 - 10i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2z_1 + 3z_2 - z_1z_2 = 2(1 + 2i) + 3(3 - 4i) - (1 + 2i)(3 - 4i) = -10i$.

☑ Dạng 03: Xác định các yếu tố của số phức (phần thực, ảo, mô đun, liên hợp,...) qua các phép toán

Câu 100. Cho số phức $z = a + bi$ khác 0 ($a, b \in \mathbb{R}$). Tìm phần ảo của số phức z^{-1} .

- A. $\frac{-bi}{a^2 + b^2}$. B. $\frac{-b}{a^2 + b^2}$. C. $\frac{a}{a^2 + b^2}$. D. $\frac{b}{a^2 + b^2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{a + bi} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2} = \frac{a}{a^2 + b^2} + \frac{-b}{a^2 + b^2}i$. Vậy phần ảo của z^{-1} là $\frac{-b}{a^2 + b^2}$.

Câu 101. Phần ảo của số phức z thỏa mãn $(1 + i)z = 3 - i$ là

- A. 2 . B. $-2i$. C. $2i$. D. -2 .

Lời giải

Chọn D

Có $(1 + i)z = 3 - i \Leftrightarrow z = \frac{3 - i}{1 + i} \Leftrightarrow z = 1 - 2i$.

Vậy phần ảo của số phức z là -2 .

Câu 102. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm phần thực của số phức z^2 .

- A. 13 . B. 9 . C. 12 . D. 5 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z = 3 + 2i \Rightarrow z^2 = 5 + 12i$.

Vậy phần thực của số z^2 là 5 .

Câu 103. Cho hai số phức $z_1 = 3 + i$ và $z_2 = 2 - 4i$. Modul của số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. 10 . B. $10\sqrt{2}$. C. -10 . D. 20 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1 \cdot z_2 = (3 + i)(2 - 4i) = 10 - 10i$. Vậy $|z_1 \cdot z_2| = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$

Câu 104. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 3i)z - 5 = 7i$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$. B. $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$. C. $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$. D. $\bar{z} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$.

Lời giải

Chọn C

$(1 + 3i)z - 5 = 7i \Leftrightarrow z = \frac{5 + 7i}{1 + 3i} \Leftrightarrow z = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

Câu 105. Cho các số phức $z_1 = a_1 + b_1i$ và $z_2 = a_2 + b_2i$. Số phức $z = z_1.z_2$ là số thực thì

- A.** $a_1b_2 + b_1a_2 = 0$. **B.** $a_1a_2 - b_1b_2 = 0$. **C.** $a_1b_2 - b_1a_2 = 0$. **D.** $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

$$z = z_1.z_2 = (a_1 + b_1i)(a_2 + b_2i) = (a_1a_2 - b_1b_2) + (a_1b_2 + b_1a_2)i.$$

Số phức $z = z_1.z_2$ là số thực thì $a_1b_2 + b_1a_2 = 0$.

Câu 106. Phần thực và phần ảo của số phức $z = (1 + 2i)i$ lần lượt là

- A.** -2 và 1 . **B.** 1 và -2 . **C.** 2 và 1 . **D.** 1 và 2 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = i + 2i^2 = i - 2 = -2 + i$ suy ra phần thực -2 và phần ảo 1 .

Câu 107. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = (1 + i)^2 - (3 + 3i)$ là.

- A.** -4 . **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 4 . **D.** $-3 - i$.

Lời giải

Chọn A

$$z = (1 + i)^2 - (3 + 3i) = 1 + 2i + i^2 - 3 - 3i = -3 - i.$$

Tổng phần thực và phần ảo của z là $-3 + (-1) = -4$.

Câu 108. Tính môđun của số phức z biết $\bar{z} = (5 + 3i)(1 - i)$.

- A.** $|z| = \sqrt{10}$. **B.** $|z| = \sqrt{66}$.
C. $|z| = 2\sqrt{17}$. **D.** $|z| = \sqrt{17}$.

Lời giải

Chọn C

$$\bar{z} = 8 - 2i \Rightarrow z = 8 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{8^2 + 2^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}.$$

☑ Dạng 04: Tìm số phức thỏa mãn đk cho trước

Câu 109. Cho số phức $\bar{z} = (2 - i)(3 + 2i)$. Số phức z bằng:

- A.** $z = -8 - i$. **B.** $z = 8 + i$. **C.** $z = -8 + i$. **D.** $z = 8 - i$.

Lời giải.

Chọn D

$$\text{Ta có: } \bar{z} = (2 - i)(3 + 2i) = 8 + i \Rightarrow z = 8 - i.$$

Câu 110. Cho số phức $\bar{z} = (2 - i)(3 + 2i)$. Số phức z bằng:

- A.** $z = -8 - i$. **B.** $z = 8 - i$. **C.** $z = 8 + i$. **D.** $z = -8 + i$.

Lời giải.

Chọn B

$$\text{Ta có: } \bar{z} = (2 - i)(3 + 2i) = 8 + i \Rightarrow z = 8 - i.$$

Câu 111. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = x - 4 + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Tìm cặp $(x; y)$ để $z_2 = 2\bar{z}_1$.

- A.** $(2; 4)$. **B.** $(2; -4)$. **C.** $(6; 4)$. **D.** $(6; -4)$.

Lời giải

Chọn C

$$z_2 = 2\bar{z}_1 \Leftrightarrow x - 4 + yi = 2(1 + 2i).$$

$$\Leftrightarrow x - 4 + yi = 2 + 4i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = 2 \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}.$$

Vậy chọn cặp $(x; y) = (6; 4)$.

Câu 112. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. $N(2; 1)$.

B. $M(1; -2)$.

C. $P(-2; 1)$.

D. $Q(1; 2)$.

Lời giải

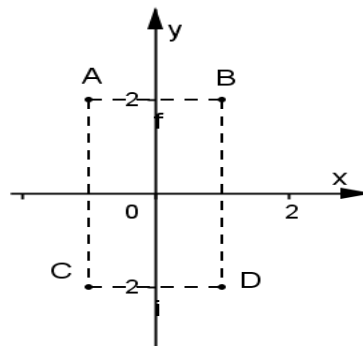
Chọn A

Ta có $z = 1 - 2i \Rightarrow w = iz = i(1 - 2i) = 2 + i$. Suy ra điểm biểu diễn của số phức w là $N(2; 1)$.

BIỂU DIỄN HÌNH HỌC CỦA SỐ PHỨC

Đang 00: Câu hỏi lý thuyết, biểu diễn liên quan đến 1 số phức

Câu 113. Cho số phức $z = 1 + 2i$, điểm biểu diễn của số phức liên hợp $\bar{z}$ là



A. A.

B. D.

C. C.

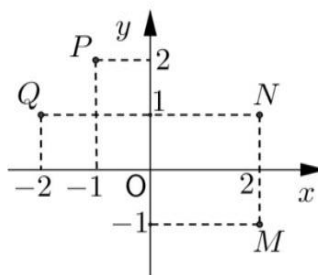
D. B.

Lời giải

Chọn B

Với $z = 1 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 1 - 2i$, vậy điểm biểu diễn của số phức liên hợp $\bar{z}$ là D

Câu 114. Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = 2 + i$?



A. N.

B. P.

C. Q.

D. M.

Lời giải

Chọn A

Điểm biểu diễn của số phức $z = 2 + i$ là điểm $N(2; 1)$.

Câu 115. Cho số phức $z = 3 + i$. Điểm biểu diễn của z có tọa độ là

A. $(3; i)$.

B. $(-3; 1)$.

C. $(3; -1)$.

D. $(3; 1)$.

Lời giải

Chọn D

$z = 3 + i \Leftrightarrow z = 3 + 1i \Rightarrow$ điểm biểu diễn của z có tọa độ là $(3; 1)$.

Câu 116. Trên mặt phẳng tọa độ, cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 3i - 1$, điểm biểu diễn số phức z là

A. $P(-1;-3)$

B. $N(1;-3)$

C. $M(-1;3)$.

D. $Q(3;-1)$

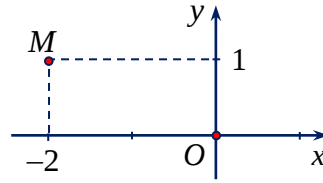
Lời giải

Chọn A

Ta có

$\bar{z} = 3i - 1 \Rightarrow z = -1 - 3i$ nên điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ là điểm $P(-1;-3)$.

Câu 117. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức



A. $z = 1 + 2i$.

B. $z = -2 + i$.

C. $z = 1 - 2i$.

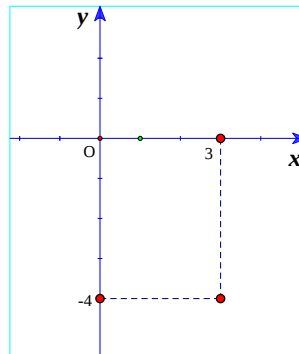
D. $z = 2 + i$.

Lời giải

Chọn B

Điểm $M(-2;1)$ biểu diễn số phức $z = -2 + i$.

Câu 118. Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức z .



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Số phức z phần thực là -4 và phần ảo là 3 .

B. Số phức z phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

C. Số phức z có phần thực là 3 và phần ảo là -4 .

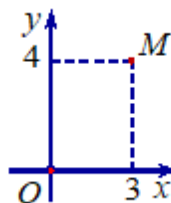
D. Số phức z phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.

Lời giải

Chọn C

Điểm M biểu diễn cho số phức $z = 3 - 4i$.

Câu 119. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z .



Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $4i$.

B. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3 .

C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $3i$.

D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 .

Lời giải

Chọn D

Từ hình vẽ ta có $M(3;4)$ nên $z = 3 + 4i$.

Vậy Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4.

Câu 120. Điểm $M(1; -3)$ trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức

A. $-3 + i$.

B. $3 - i$.

C. $1 - 3i$.

D. $1 + 3i$.

Lời giải

Chọn C

Điểm $M(1; -3)$ trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức $1 - 3i$.

☑ Dạng 03: Tìm tâm, bán kính của đường tròn biểu diễn số phức z độc lập

Câu 121. Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 5$ là

A. Một đường Elip.

B. Một đường thẳng.

C. Một đường parabol.

D. Một đường tròn.

Lời giải

Chọn D

Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z là đường tròn tâm $I(3; -4)$, bán kính $R = 5$.

Câu 122. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 4$. Chọn phát biểu đúng

A. Tập hợp biểu diễn số phức z là một đường Parabol.

B. Tập hợp biểu diễn số phức z là một đường thẳng.

C. Tập hợp biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 4.

D. Tập hợp biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 2.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), khi đó

$$|z - 1 + i| = \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 1)^2} = 4$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 16$$

Tập hợp biểu diễn điểm số phức z là đường tròn tâm $I(1, -1)$ bán kính bằng 4.

Câu 123. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 4$. Chọn phát biểu đúng

A. Tập hợp biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 4.

B. Tập hợp biểu diễn số phức z là một đường Parabol.

C. Tập hợp biểu diễn số phức z là một đường thẳng.

D. Tập hợp biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 2.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), khi đó

$$|z - 1 + i| = \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 1)^2} = 4$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 16$$

Tập hợp biểu diễn điểm số phức z là đường tròn tâm $I(1, -1)$ bán kính bằng 4.

Câu 124. Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 5$ là

A. Một đường Elip.

B. Một đường tròn.

C. Một đường thẳng.

D. Một đường parabol.

Lời giải

Chọn B

Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z là đường tròn tâm $I(3; -4)$, bán kính $R = 5$.

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VỚI HỆ SỐ THỰC**☑ Dạng 01: Câu hỏi lý thuyết về phương trình phức**

Câu 125. Cho phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** phương trình đã cho có 2 nghiệm phức.
B. Phương trình đã cho không có nghiệm nào là số ảo.
C. Phương trình đã cho không có nghiệm phức.
D. Phương trình đã cho không có nghiệm thực.

Lời giải

Chọn C

$$z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + i \\ z_2 = 1 - i \end{cases}. \text{ Chọn đáp án A}$$

Câu 126. Cho phương trình bậc hai trên tập số phức: $az^2 + bz + c = 0$ và $\Delta = b^2 - 4ac$. Chọn khẳng định **sai**

- A.** Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép.
B. Nếu phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 thì $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}$.
C. Nếu $\Delta \neq 0$ thì phương trình có hai nghiệm.
D. Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Lời giải

Chọn D

Phương trình bậc hai trên tập số phức: $az^2 + bz + c = 0$ có $\Delta < 0$ thì có hai nghiệm phức.

Câu 127. Gọi n là số nghiệm của phương trình $z^5 + az^2 + bz + c = 0$ (a, b, c là các số thực) trong tập số phức

$\square$. Tìm giá trị của số n .

- A.** 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Trên tập số phức, phương trình bậc n có n nghiệm. Do đó phương trình trên có 5 nghiệm.

Câu 128. Giải phương trình $z^2 - z + 2 = 0$ trên tập số phức ta được các nghiệm:

- A.** $z_1 = \frac{\sqrt{7}}{2} + \frac{1}{2}i; z_2 = \frac{\sqrt{7}}{2} - \frac{1}{2}i$. **B.** $z_1 = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i; z_2 = \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i$.
C. $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i; z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i$. **D.** $z_1 = \frac{-\sqrt{7}}{2} + \frac{1}{2}i; z_2 = \frac{-\sqrt{7}}{2} - \frac{1}{2}i$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } z^2 - z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i \end{cases}.$$

Câu 129. Trong các số sau, số nào là nghiệm của phương trình $z^2 + 1 = z$ ($z \in \square$)?

- A.** $\frac{1 + \sqrt{2}i}{2}$. **B.** $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$. **C.** $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$z^2 + 1 = z \left(z \in \mathbb{C} \right) \Leftrightarrow z^2 - 2z \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow \left(z - \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{3i^2}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} z - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}i}{2} \\ z - \frac{1}{2} = \frac{-\sqrt{3}i}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \\ z = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \end{cases}$$

Câu 130. Biết z là số phức có phần ảo âm và là nghiệm của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = \frac{z}{z}$.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{7}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z^2 - 6z + 10 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 - i \\ z = 3 + i \end{cases}. \text{ Vì } z \text{ là số phức có phần ảo âm nên } \Leftrightarrow z = 3 - i$$

$$\text{Suy ra } w = \frac{z}{z} = \frac{3 - i}{3 + i} = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$$

$$\text{Tổng phần thực và phần ảo: } \frac{4}{5} + \left(-\frac{3}{5} \right) = \frac{1}{5}.$$

Câu 131. Trên tập số phức $\mathbb{C}$, cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a, b, c \in \mathbb{C}, a \neq 0)$. Chọn khẳng định **sai**.

A. Phương trình luôn có nghiệm.

B. Tổng hai nghiệm bằng $-\frac{b}{a}$.

C. Tích hai nghiệm bằng $\frac{c}{a}$.

D. $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Lời giải

Chọn D

Trên tập số phức $\mathbb{C}$, phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a, b, c \in \mathbb{C}, a \neq 0)$ luôn có nghiệm. Ta chọn đáp án D

Câu 132. Giải phương trình $z^2 - 10z + 29 = 0$ trong tập số phức $\mathbb{C}$ ta được tập nghiệm là

A. $S = \{5 - 2i; 5 + 2i\}$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \{5 + 2i\}$.

D. $S = \{5 - 2i\}$.

Lời giải

Chọn A

$$z^2 - 10z + 29 = 0.$$

$$\Delta' = 25 - 29 = -4 = 4i^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 2i.$$

$\Rightarrow$ Phương trình có nghiệm:

$$\begin{cases} x = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = 5 + 2i \\ x = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = 5 - 2i \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{5 - 2i; 5 + 2i\}$.

☑ Dạng 02: Tính toán biểu thức nghiệm

Câu 133. Gọi z_0 là nghiệm có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 4z + 8 = 0$. Môđun của số phức $z_0 + i$ bằng?

A. 13.

B. $\sqrt{13}$.

C. 5.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z^2 - 4z + 8 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 4z + 4 = -4 \Leftrightarrow (z-2)^2 = (2i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z-2 = 2i \\ z-2 = -2i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2+2i \\ z = 2-2i \end{cases}$$

Vì z_0 là nghiệm có phần ảo âm nên $z_0 = 2-2i \Rightarrow z_0 + i = 2-2i+i = 2-i$

$$\text{Suy ra } |z_0 + i| = |2-i| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 134. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 7 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1 + z_2 - z_1 \cdot z_2$ bằng

A. 5.

B. -2.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $-\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Áp dụng định lí Vi-et ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{-b}{a} = \frac{3}{2} \\ z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } z_1 + z_2 - z_1 \cdot z_2 = \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = -2.$$

Câu 135. Hai số phức $\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i$ và $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i$ là nghiệm của phương trình nào sau đây ?

A. $z^2 + 3z + 4 = 0$.

B. $z^2 - 3z + 4 = 0$.

C. $z^2 + 3z - 4 = 0$.

D. $z^2 - 3z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z_1 = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i$, $z_2 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i$. Ta có $S = z_1 + z_2 = 3$; $P = z_1 z_2 = 4 \Rightarrow z_1, z_2$ là 2 nghiệm của phương trình : $z^2 - 3z + 4 = 0$.

Câu 136. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là

A. -6; 1.

B. -1; -6.

C. -6; -1.

D. 6; 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 2z^2 + 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{i}{2} \\ z_2 = -\frac{3}{2} - \frac{i}{2} \end{cases}. \text{ Suy ra } z_1 + 3z_2 = -6 - i$$

Vậy Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là -6; -1.

Câu 137. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Giá trị $|z_1 - z_2|$ bằng

A. 3.

B. 8.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét phương trình } z^2 - 8z + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 4 + 3i \\ z_2 = 4 - 3i \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z_1 - z_2| = |(4 + 3i) - (4 - 3i)| = |6i| = 6.$$

Câu 138. Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Khi đó phần thực của $z_1^2 + z_2^2$ là:

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ có hai nghiệm phức là $z_1 = 2 - i, z_2 = 2 + i$.

$$z_1^2 + z_2^2 = (2 - i)^2 + (2 + i)^2 = 6.$$

Vậy, phần thực của $z_1^2 + z_2^2$ là 6.

Cách 2: Ta có $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = 16 - 2.5 = 6$.

Vậy, phần thực của $z_1^2 + z_2^2$ là 6.

Câu 139. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 7 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1 + z_2 - z_1.z_2$ bằng

A. -2.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{5}{2}$.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Áp dụng định lí Vi-et ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{-b}{a} = \frac{3}{2} \\ z_1.z_2 = \frac{c}{a} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } z_1 + z_2 - z_1.z_2 = \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = -2.$$

Câu 140. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $3z^2 - z + 2 = 0$. Giá trị của biểu thức $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. $P = \frac{4}{3}$.

B. $P = \frac{2}{3}$.

C. $P = \frac{8}{3}$.

D. $P = \frac{11}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Giải phương trình $3z^2 - z + 2 = 0$ ta được hai nghiệm là $z_1 = \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{23}}{6}i$ và $z_2 = \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{23}}{6}i$.

$$\text{Khi đó } P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = \left| \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{23}}{6}i \right|^2 + \left| \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{23}}{6}i \right|^2 = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Vậy } P = \frac{4}{3}.$$

1C	2B	3A	4D	5B	6D	7C	8A	9D	10B	11A	12D	13A	14B
16B	17C	18A	19B	20A	21D	22A	23C	24B	25C	26D	27D	28C	29A
31B	32D	33A	34B	35A	36A	37B	38B	39C	40C	41A	42D	43D	44A
46D	47C	48A	49A	50D	51C	52B	53A	54D	55A	56C	57D	58C	59B

