

ÔN TẬP CHƯƠNG III

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Ôn tập các kiến thức cơ bản trong chương III:

- Phương pháp quy nạp toán học.
- Định nghĩa và các tính chất của dãy số.
- Định nghĩa, các công thức số hạng tổng quát, tính chất và các công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng và cấp số nhân.

2. Năng lực

- *Năng lực tự học*: Học sinh xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.

- *Năng lực giải quyết vấn đề*: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.

- *Năng lực tự quản lý*: Làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập vào trong cuộc sống; trưởng nhóm biết quản lý nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể cho từng thành viên nhóm, các thành viên tự ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành được nhiệm vụ được giao.

- *Năng lực giao tiếp*: Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.

- *Năng lực hợp tác*: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.

- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất:

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Năng động, trung thực sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.
- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ, và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Hệ thống hóa kiến thức bài học, chọn lọc một số bài tập thông qua các phiếu học tập;
- Máy chiếu
- Bảng phụ
- Phiếu học tập

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC :

1. HOẠT ĐỘNG 1: MỞ ĐẦU

a) Mục tiêu: Nắm lại toàn bộ lý thuyết đã học về Phương pháp quy nạp toán học; Định nghĩa và các tính chất của dãy số; Cấp số cộng và cấp số nhân.

b) Nội dung:

H1- Nhắc lại cách chứng minh bằng quy nạp?

H2- Nhắc lại các tính chất cơ bản của dãy số?

H3- Nhắc lại các tính chất cơ bản của cấp số cộng?

H4- Nhắc lại các tính chất cơ bản của cấp số nhân?

c) Sản phẩm:

Câu trả lời của HS

L1- Để chứng minh một mệnh đề đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ bằng phương pháp quy nạp toán học, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Kiểm tra mệnh đề đúng với $n=1$.

Bước 2: Giả sử mệnh đề đúng với $n=k \geq 1$ (giả thiết quy nạp).

Bước 3: Cần chứng minh mệnh đề đúng với $n = k + 1$.

L2-

$$u : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}$$

$$n \mapsto u(n) = u_n$$

Đặt $u(n) = u_n$ và gọi là số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

Dãy (u_n) được gọi là dãy tăng nếu $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Dãy (u_n) được gọi là dãy giảm nếu $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Dãy (u_n) được gọi là dãy bị chặn trên nếu tồn tại số M sao cho: $u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Dãy (u_n) được gọi là dãy bị chặn dưới nếu tồn tại số m sao cho: $u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Dãy (u_n) được gọi là dãy bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức tồn tại hai số m, M sao cho: $m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

L3- Dãy (u_n) là cấp số cộng $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + d$, với $n \in \mathbb{N}^*, d$ là công sai.

Số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d, (n \geq 2)$.

Tính chất: $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}, (k \geq 2)$.

Tổng n số hạng đầu: $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}, (n \in \mathbb{N}^*)$.

L4- Dãy (u_n) là cấp số nhân $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n \cdot q, n \in \mathbb{N}^*, q$ là công bội.

Số hạng tổng quát: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}, (n \geq 2)$

Tính chất: $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}, (k \geq 2)$.

Tổng n số hạng đầu: $S_n = \frac{u_1(q^n - 1)}{q - 1}, (q \neq 1)$.

d) Tổ chức thực hiện:

***) Chuyển giao nhiệm vụ :** GV nêu câu hỏi (trình chiếu câu hỏi)

- GV mời 4 học sinh lần lượt trả lời câu hỏi

***) Thực hiện:** HS làm theo nhóm

***) Báo cáo, thảo luận:**

- GV gọi lần lượt 4 hs, lên bảng trình bày câu trả lời của mình

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

***) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

- Sau khi nhắc qua lại một số kiến thức đã học, GV yêu cầu học sinh làm bài tập SGK.

B. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC, LUYỆN TẬP

*** Mục tiêu:** Giúp học sinh củng cố kiến thức và rèn luyện cho học sinh kỹ năng giải bài tập.

*** Nội dung, phương thức tổ chức:**

+ *Chuyển giao:*

L1. HS nhắc lại kiến thức.

L2. Học sinh hoạt động cá nhân, trả lời các câu hỏi và giải các bài tập.

1. Phương pháp quy nạp toán học:

Để chứng minh mệnh đề chứa biến $A(n)$ là mệnh đề đúng với mọi số nguyên dương n ($n \in \mathbb{N}^*$), ta làm như sau:

Bước 1: Kiểm tra rằng mệnh đề đúng với $n = 1$

Bước 2: Giả sử mệnh đề đúng với số tự nhiên bất kỳ $n = k (k \geq 1)$ (gọi là giả thiết quy nạp)

Bước 3: Chứng minh rằng mệnh đề cũng đúng với $n = k + 1$

Bài tập 1: Chứng minh $1+3+5+\dots+(2n+1) = (n+1)^2 \forall n \in \mathbb{N}^*$

2. Dãy số:

- Định nghĩa: dãy số Một hàm số u xác định trên tập các số nguyên dương N^* được gọi là một dãy số vô hạn (gọi tắt là dãy số).

Ký hiệu $u: N^* \rightarrow R$

$$n \mapsto u(n)$$

Một hàm số u xác định trên tập $M = \{1, 2, 3, \dots, m\}$, $m \in N^*$ được gọi là một dãy số hữu hạn.

Kí hiệu $u: M \rightarrow R$

$$n \mapsto u(n)$$

- Cách cho một dãy số:

Dãy số cho bằng công thức của số hạng tổng quát;

Dãy số cho bằng phương pháp mô tả;

Dãy số cho bằng phương pháp truy hồi.

- Dãy số tăng, dãy số giảm:

Định nghĩa: dãy số (u_n) là dãy số tăng nếu $u_{n+1} > u_n, \forall n \in N^*$

dãy số (u_n) là dãy số giảm nếu $u_{n+1} < u_n, \forall n \in N^*$

Phương pháp khảo sát: Xét hiệu $H = u_{n+1} - u_n$ ($H > 0$ dãy số tăng, $H < 0$ dãy số giảm)

$$\text{Xét tỉ số } T = \frac{u_{n+1}}{u_n} \left(\begin{matrix} u_n > 0 \\ \forall n \in N^* \end{matrix} \right) (T > 1 \text{ dãy số tăng, } T < 1 \text{ dãy số giảm})$$

Dự đoán tính tăng, giảm của dãy số và chứng minh bằng phương pháp quy nạp.

- Dãy số bị chặn:

Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại số M sao cho $u_n \leq M, \forall n \in N^*$

Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại số m sao cho $u_n \geq m, \forall n \in N^*$

Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới tức là tồn tại số m ,

M sao cho: $m \leq u_n \leq M, \forall n \in N^*$

Bài tập 2: Cho dãy số (u_n) xác định bởi công thức $u_n = \frac{2n+3}{3n+2}$

A, chứng minh dãy số bị chặn.

B, khảo sát tính tăng, giảm của dãy số.

3. Cấp số cộng – Cấp số nhân

	Cấp số cộng	Cấp số nhân
Định Nghĩa	$u_{n+1} = u_n + d (n \in N^*)$	$u_{n+1} = u_n \cdot q (n \in N^*)$
Số hạng tổng quát	$u_n = u_1 + (n-1)d (n \geq 2)$	$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} (n \geq 2)$
Tính chất các số hạng	$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2} (k \geq 2)$	$u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1} (k \geq 2)$
Tổng N số hạng đầu	$S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d]$	$S_n = u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} (q \neq 1)$

Bài tập 3: Tìm ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 15 và tổng bình phương của chúng bằng 83.

Bài tập 4: Gọi (S_n) là tổng của n số hạng đầu của dãy số (u_n) Biết $S_n = n(n+1)$, chứng minh (u_n) là cấp số cộng.

Bài tập 5: Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$

a) Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân.

b) Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân.

* **Thực hiện:**

- Học sinh làm việc cá nhân và lên bảng giải các bài tập.

- Giáo viên theo dõi, đảm bảo tất cả học sinh đều tự giác làm việc.

*** Báo cáo, thảo luận:**

- GV đưa ra đáp án cho từng bài tập, các nhóm thống kê số học sinh làm đúng từng bài.
- GV yêu cầu học sinh trình bày cách làm cụ thể cho từng bài.
- GV nhận xét và lựa chọn cách làm nhanh nhất cho từng bài tập.

*** Sản phẩm:**

- Kết quả cho từng bài tập.

C. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG, TÌM TÒI, MỞ RỘNG

*** Câu hỏi trắc nghiệm:**

Câu hỏi 1: Chọn khẳng định **Đúng** trong các khẳng định: Nếu a,b,c lập thành CSC (khác không)

- A. Nghịch đảo của chúng cũng lập thành một CSC
- B. Bình Phương của chúng cũng lập thành CSC
- C. c,b,a theo thứ tự đó cũng lập thành CSC
- D. Tất cả các khẳng định trên đều sai

Câu hỏi 2: Chọn khẳng định **Sai** trong các khẳng định: Nếu a,b,c lập thành CSN (khác không)

- A. Nghịch đảo của chúng cũng lập thành một CSN
- B. Bình Phương của chúng cũng lập thành CSN
- C. c,b,a theo thứ tự đó cũng lập thành CSC
- D. Tất cả các khẳng định trên đều sai

Câu hỏi 3: Trong các dãy số sau, dãy số nào thỏa mãn

$$u_0 = 1, u_1 = 2, u_n = 3u_{n-1} - 2u_{n-2}, n = 2, 3, 4, \dots$$

- A. 1;2;4;8;16;36.....
- B. 1;2;8;16;24;54...
- C. $u_n = 2^n + 1$
- D. $u_n = 2^n$ ($n=0;1;2;\dots$)

Câu hỏi 4: Cho dãy số có $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3u_{n-2} \end{cases} (n \in N^*)$. Khi đó số hạng thứ n+3 là?

- A. $u_{n+3} = 2u_{n+2} + 3u_{n+1}$
- B. $u_{n+3} = 2u_{n+2} + 3u_n$
- C. $u_{n+3} = 2u_{n-2} + 3u_{n+1}$ $u_{n+3} = 2u_{n+2} + 3u_{n-1}$

Câu hỏi 5: Cho dãy số có công thức tổng quát là $u_n = 2^n$ thì số hạng thứ n+3 là?

- A. $u_{n+3} = 2^3$
- B. $u_{n+3} = 8.2^n$
- C. $u_{n+3} = 6.2^n$ D. $u_{n+3} = 6^n$

Câu hỏi 6: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy số trên là?

- A. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$
- B. $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$
- C. $u_n = 5 + \frac{n(n+1)}{2}$
- D. $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

Câu hỏi 7: Tính tổng $S(n) = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$. Khi đó công thức của $S(n)$ là?

A. $S(n) = \frac{n}{n+2}$

B. $S(n) = \frac{n}{n+1}$

C. $S(n) = \frac{2n}{2n+1}$

D. $S(n) = \frac{1}{2^n}$

Câu hỏi 8: Trong các dãy số sau, dãy số nào là CSN.

A. $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$ B. $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$ C. $u_n = n + \frac{1}{3}$ D. $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$

Câu hỏi 9: Xác định x để 3 số $2x-1$; x ; $2x+1$ lập thành CSN?

A. $x = \pm \frac{1}{3}$

B. $x = \pm \sqrt{3}$

C. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

D. Không có giá trị nào của x

Câu hỏi 9: Cho CSN có $u_2 = \frac{1}{4}$; $u_5 = 16$. Tìm q và số hạng đầu tiên của CSN?

A. $q = \frac{1}{2}$; $u_1 = \frac{1}{2}$

B. $q = -\frac{1}{2}$; $u_1 = -\frac{1}{2}$

C. $q = 4$; $u_1 = \frac{1}{16}$

D. $q = -4$; $u_1 = -\frac{1}{16}$

* **Bài tập mở rộng:**

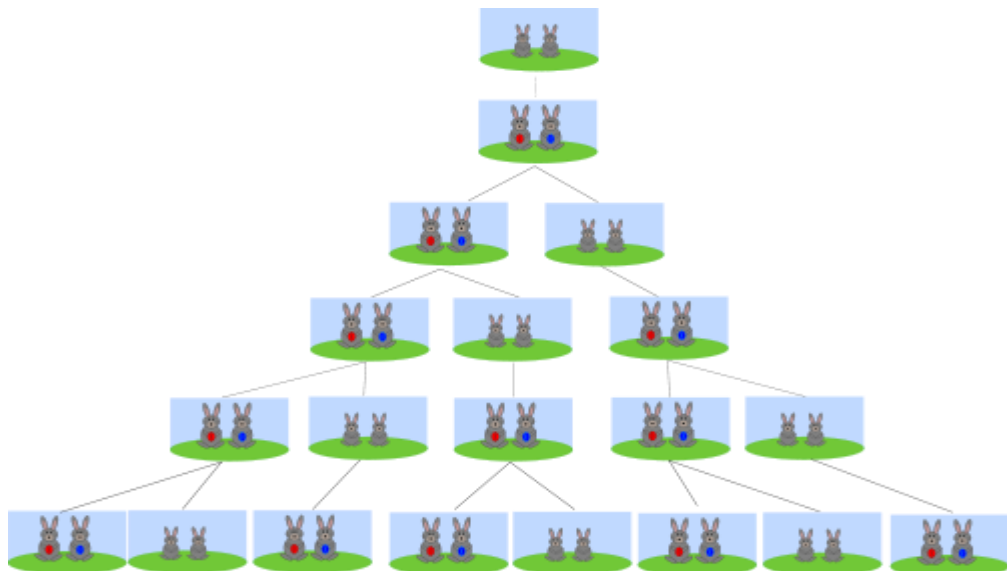




Hiệu ứng domino Khi xếp các quân cờ domino đứng cạnh nhau với khoảng cách giữa hai quân cờ không quá xa, ta có thể đẩy đổ một quân cờ domino đầu tiên, quân cờ đó sẽ đổ vào quân cờ đứng cạnh khiến nó đổ theo, quá trình này tiếp diễn đến khi toàn bộ loạt quân cờ domino đều đổ. Các thay đổi đối với những quân cờ là giống nhau, vì vậy chúng tạo ra một chuỗi thay đổi tuyến tính, điều này có được khi ta coi hệ quân cờ domino là độc lập và sự thay đổi của hệ chỉ gây ra bởi tác động tới quân cờ đầu tiên, điều này khác với hiệu ứng cánh bướm khi thay đổi của hệ còn phụ thuộc nhiều điều kiện khác và vì thế chúng là phi tuyến tính.

Bài toán con thỏ

"Một đôi thỏ (gồm một thỏ đực và một thỏ cái) cứ mỗi tháng đẻ được một đôi thỏ con (cũng gồm một thỏ đực và thỏ cái); một đôi thỏ con, khi tròn 2 tháng tuổi, sau mỗi tháng đẻ ra một đôi thỏ con, và quá trình sinh nở cứ thế tiếp diễn. Hỏi n tháng bao nhiêu đôi thỏ, nếu đầu năm (tháng Giêng) có một đôi thỏ sơ sinh?



Trong hình vẽ trên, ta quy ước:

- Cặp thỏ nâu là cặp thỏ có độ tuổi 1 tháng.
- Cặp thỏ được đánh dấu (màu đỏ và màu xanh) là cặp thỏ có khả năng sinh sản.

Nhìn vào hình vẽ trên ta nhận thấy:

- Tháng Giêng và tháng Hai: Chỉ có 1 đôi thỏ.
- Tháng Ba: đôi thỏ này sẽ đẻ ra một đôi thỏ con, do đó trong tháng này có 2 đôi thỏ.
- Tháng Tư: chỉ có đôi thỏ ban đầu sinh con nên đến thời điểm này có 3 đôi thỏ.

- Tháng Năm: có hai đôi thỏ (đôi thỏ đầu và đôi thỏ được sinh ra ở tháng Ba) cùng sinh con nên ở tháng này có $2 + 3 = 5$ đôi thỏ.
- Tháng Sáu: có ba đôi thỏ (2 đôi thỏ đầu và đôi thỏ được sinh ra ở tháng Tư) cùng sinh con ở thời điểm này nên đến đây có $3 + 5 = 8$ đôi thỏ.

Khái quát, nếu n là số tự nhiên khác 0, gọi $f(n)$ là số đôi thỏ có ở tháng thứ n , ta có:

- Với $n = 1$ ta được $f(1) = 1$.
- Với $n = 2$ ta được $f(2) = 1$.
- Với $n = 3$ ta được $f(3) = 2$.

Do đó với $n > 3$ ta được: $f(n) = f(n-1) + \text{Số đôi thỏ ở tháng thứ } n-2$.

Điều đó có thể được giải thích như sau: Các đôi thỏ sinh ra ở tháng $n-1$ không thể sinh con ở tháng thứ n , và ở tháng này đôi thỏ tháng thứ $n-2$ sinh ra một đôi thỏ con nên số đôi thỏ được sinh ra ở tháng thứ n chính là giá trị của $f(n-2)$.

*** Tìm hiểu thêm về lịch sử toán học**

Những nhà toán học đã đặt nền móng cho sự phát triển và Phương pháp quy nạp toán học, dãy số, cấp số cộng – cấp số nhân

		
Fermat (1601-1665)	Fibonacci (1170-1250)	H.von Koch (1879-1924)