

ÔN TẬP CHƯƠNG I: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Hệ thống các kiến thức về hàm số lượng giác và phương trình lượng giác đã học.
- Giải các bài tập liên quan đến hàm số lượng giác.
- Giải được phương trình lượng giác cơ bản và một số dạng phương trình lượng giác khác.
- Tìm điều kiện để phương trình có nghiệm, tìm tham số để nghiệm của phương trình thỏa mãn điều kiện cho trước, tìm số nghiệm của phương trình trên khoảng, đoạn..

2. Năng lực

- **Về năng lực chung:**
 - + **Năng lực tự chủ, tự học:** Học sinh xác định đúng đắn động cơ, thái độ học tập, làm chủ cảm xúc của bản thân; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
 - + **Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo:** Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phát hiện và phân tích được các tình huống trong học tập và thực thi được các hoạt động giải quyết vấn đề đó.
 - + **Năng lực giao tiếp và hợp tác:** Trao đổi, học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp. Xác định nhiệm vụ của nhóm, biết quản lý nhóm, biết phân công nhiệm vụ cụ thể, biết đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- **Về năng lực chuyên môn:**
 - + **Năng lực tư duy và lập luận:** Thực hiện được tương đối thành thạo các thao tác tư duy: Phân tích, tổng hợp, khái quát hóa, tương tự hóa. Nêu và trả lời được các câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề.
 - + **Năng lực mô hình hóa toán học:** Thiết lập được phương trình lượng giác, giải quyết một số bài toán có yếu tố thực tế.
 - + **Năng lực giải quyết vấn đề toán học:** Xác định được tình huống có vấn đề; lựa chọn và thiết lập được cách thức, quy trình giải quyết vấn đề.
 - + **Năng lực giao tiếp toán học:** Học sinh nghe, đọc hiểu và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất:

- **Trách nhiệm:** Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác, biết được nhiệm vụ và trách nhiệm của bản thân trong từng hoạt động nhóm, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.
- **Trung thực:** Trung thực, nghiêm túc trong các hoạt động học tập, giao tiếp với bạn bè, thầy cô giáo. Tôn trọng lẽ phải, lên án sự gian lận.
- **Chăm chỉ:** Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- **Nhân ái:** Sẵn sàng hòa nhập, giúp đỡ bạn bè, thầy cô. Biết lắng nghe, chia sẻ, cảm thông, tôn trọng ý kiến của mọi người.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Kiến thức về hàm số lượng giác và phương trình lượng giác.
- Máy chiếu
- Bảng phụ
- Phiếu học tập số 1,2,3,4.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC :

1. HOẠT ĐỘNG 1: MỞ ĐẦU

a) Mục tiêu: Giúp học sinh ôn tập lại lý thuyết chương I, đồng thời vận dụng làm 1 số bài tập đơn giản về hàm số và phương trình lượng giác.

b) Nội dung: GV hướng dẫn, tổ chức học sinh ôn tập các kiến thức đã học trong chương và kiến thức liên quan.

GV nêu các phiếu học tập và yêu cầu các nhóm cử đại diện lên bảng trả lời yêu cầu (mỗi bàn là 1 nhóm).

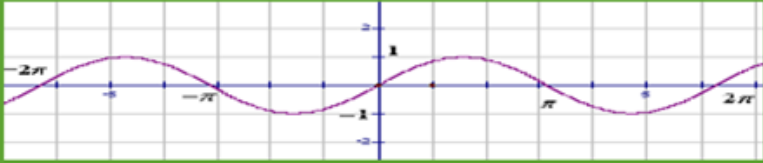
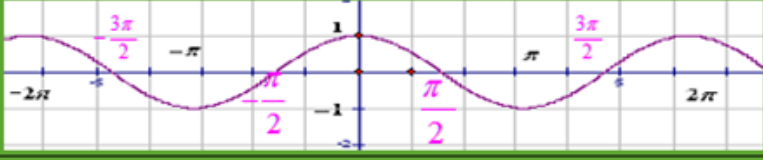
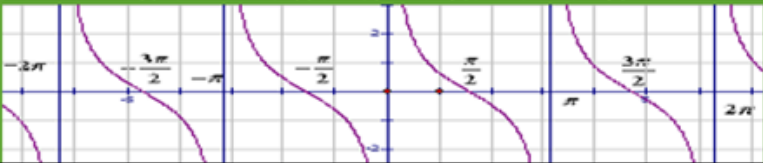
PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Điền vào ô trống tương ứng với các dòng và các cột trong bảng sau.

$\begin{matrix} \text{TC} \\ \text{HSLG} \end{matrix}$	TXĐ	TGT	Tính chẵn lẻ	Tính tuần hoàn	Các khoảng ĐB, NB
$y = \sin x$					
$y = \cos x$					
$y = \tan x$					
$y = \cot x$					

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Hãy nối mỗi ô ở cột bên trái với một ô thích hợp ở cột bên phải để được đồ thị của hàm số tương ứng.

Hàm số	Đồ thị
$y = \cos x$	1) 
$y = \tan x$	2) 
$y = \cot x$	3) 
$y = \sin x$	4) 

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3

Điền vào ô trống tương ứng với các dòng và các cột trong bảng sau.

PTLG \ Tính chất	Điều kiện có nghiệm	Công thức nghiệm
$\sin x = a$		
$\cos x = a$		
$\tan x = a$		
$\cot x = a$		

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 4

- Nêu các giải phương trình bậc nhất, bậc hai đối với một hàm số lượng giác.
- Nêu cách giải phương trình dạng $a \sin x + b \cos x = c$.

c) Sản phẩm: Dự kiến sản phẩm của học sinh:

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

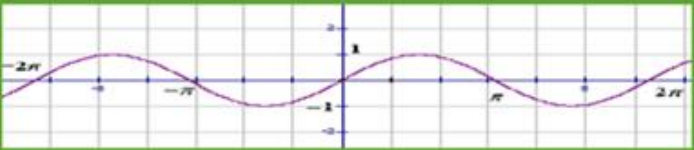
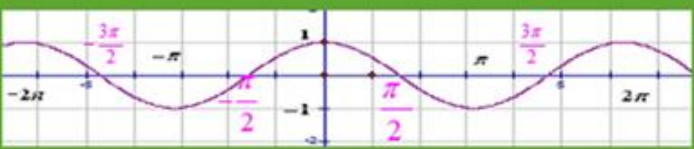
Điền vào ô trống tương ứng với các dòng và các cột trong bảng sau.

TC \ HSLG	TXĐ	TGT	Tính chẵn lẻ	Tính tuần hoàn	Các khoảng ĐB, NB
$y = \sin x$	$\mathbb{R}$	$[-1; 1]$	Lẻ	Chu kì 2π	ĐB $(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi)$ NB $(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi)$
$y = \cos x$	$\mathbb{R}$	$[-1; 1]$	Chẵn	Chu kì 2π	ĐB $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ NB $(k2\pi; \pi + k2\pi)$
$y = \tan x$	$\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \right\}$	$\mathbb{R}$	Lẻ	Chu kì π	Luôn đồng biến trên $(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi)$

$y = \cot x$	$\mathbb{R} \setminus \{k\pi (k \in \mathbb{Z})\}$	$\mathbb{R}$	Lẻ	Chu kì π	Luôn nghịch biến trên $(k\pi; \pi + k\pi) (k \in \mathbb{Z})$
--------------	--	--------------	----	--------------	---

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Hãy nối mỗi ô ở cột bên trái với một ô thích hợp ở cột bên phải để được đồ thị của hàm số tương ứng.

Hàm số	Đồ thị
$y = \cos x$	1) 
$y = \tan x$	2) 
$y = \cot x$	3) 
$y = \sin x$	4) 

Note: Arrows in the original image connect y=cos x to 1, y=tan x to 2, y=cot x to 3, and y=sin x to 4.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3

Điền vào ô trống tương ứng với các dòng và các cột trong bảng sau.

Tính chất PTLG	Điều kiện có nghiệm	Công thức nghiệm
$\sin x = a$	$ a \leq 1$	$\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}), \text{ với } \sin \alpha = a$
$\cos x = a$	$ a \leq 1$	$x = \pm \alpha + k2\pi (k \in \mathbb{Z}), \text{ với } \cos \alpha = a$
$\tan x = a$	$a \in \mathbb{R}$	$x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \text{ với } \tan \alpha = a$
$\cot x = a$	$a \in \mathbb{R}$	$x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \text{ với } \cot \alpha = a$

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 4

1. Nêu cách giải phương trình bậc nhất, phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác.

a. Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác

- Cách giải: Đưa về phương trình lượng giác cơ bản.

b. Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác

- Cách giải:

+ Đặt biểu thức lượng giác làm ẩn phụ và đặt điều kiện cho ẩn phụ (nếu có).

- Giải phương trình theo ẩn phụ.

- Giải phương trình lượng giác cơ bản.

2. Nêu cách giải phương trình dạng $a \sin x + b \cos x = c$. Với $a, b, c \in \mathbb{R}, a^2 + b^2 \neq 0$.

- Cách giải;

+ Chia cả 2 vế của phương trình cho $\sqrt{a^2 + b^2}$

+ Đặt $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \alpha; \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin \alpha$

Đưa về phương trình lượng giác cơ bản rồi giải.

d) Tổ chức thực hiện:

***) Chuyển giao nhiệm vụ :** Hôm trước thầy/cô đã yêu cầu cả lớp về xem lại và nghiên cứu trước phần bài tập ôn tập chương I. Bây giờ yêu cầu các em hãy trả lời một số câu hỏi vào phiếu học tập.

***) Thực hiện:** HS suy nghĩ thảo luận theo cặp đôi và trả lời.

***) Báo cáo, thảo luận:**

- GV gọi HS đại diện các nhóm lên bảng trình bày câu trả lời của mình.

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

***) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

2. HOẠT ĐỘNG 2: LUYỆN TẬP

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức về hàm số lượng giác và phương trình lượng giác vào các bài tập cụ thể.

b) Nội dung:

PHIẾU HỌC TẬP 1

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$.

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 2. Hàm số $y = \tan x$ xác định khi nào?

A. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$.

B. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$.

C. Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$.

Câu 4. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. Không có một giá trị nào của $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ để $\cos x = -\frac{1}{2}$.

B. Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

C. Hàm số $y = \cos x$ luôn có giá trị dương với mọi $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

D. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Câu 5. Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = \cos x + \sin^2 x$. **B.** $y = \sin 2x$. **C.** $y = \sin x + \cos x$. **D.** $y = -\cos x$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn và có chu kì bằng π ?

A. $y = \tan x$. **B.** $y = \tan \frac{x}{2}$. **C.** $y = \sin x$. **D.** $y = \sin \frac{x}{2}$.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ là

A. 0. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 8. Phương trình $\cos x = 1$ có nghiệm là

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 9. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos 2x = 0$.

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 10. Phương trình $\sqrt{3} \tan x - 3 = 0$ có nghiệm là

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 11. Phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[0; 20\pi]$?

A. 10.

B. 11.

C. 21.

D. 20.

Câu 12. Tích các nghiệm trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right)$ của phương trình $\cos 2x - 3\cos x + 2 = 0$ là

A. $\frac{4}{3}\pi^2.$

B. $\pi^2.$

C. $\frac{5}{9}\pi^2.$

D. $\frac{5}{3}\pi^2.$

Câu 13. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right) + \cos x = 0$ trên $[0; \pi]$ là

A. $\frac{13\pi^2}{25}.$

B. $\frac{11\pi^3}{64}.$

C. $\frac{23\pi^2}{48}.$

D. $\frac{\pi^3}{6}.$

Câu 14. Phương trình $\sqrt{3} \cos x + \sin x - 2 = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1.$

C. $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2.$

B. $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -2.$

D. $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1.$

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $2m\sin^2 x + 3\sin 2x = 4$ vô nghiệm.

A. $m > -\frac{9}{8}.$

B. $m < \frac{7}{8}.$

C. $-\frac{\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{7}}{2}.$

D. $\begin{cases} m \leq -\frac{\sqrt{7}}{2} \\ m \geq \frac{\sqrt{7}}{2} \end{cases}.$

c) Sản phẩm: học sinh thể hiện trên bảng nhóm kết quả bài làm của mình.

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Phát phiếu học tập 1 HS: Nhận nhiệm vụ,
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ HS: 4 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.

$$\text{Vậy } -\frac{1}{2} \leq \frac{(a+b)(1-ab)}{(1+a^2)(1+b^2)} \leq \frac{1}{2}.$$

Phần 3. Vận dụng giải quyết bài toán liên môn, thực tế.

Câu 1. Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(\text{m})$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(\text{h})$ được cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$. Tìm thời gian ngắn nhất để mực nước của kênh dâng lên cao nhất kể từ thời điểm $t = 0$ (h).

A. $t = 22(\text{h})$.

B. $t = 15(\text{h})$.

C. $t = 14(\text{h})$.

D. $t = 10(\text{h})$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } -1 \leq \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Leftrightarrow 9 \leq h \leq 15.$$

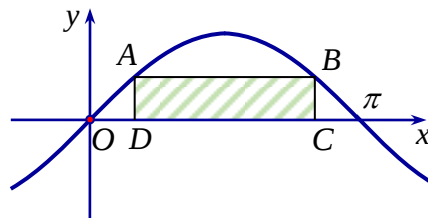
Do đó mực nước cao nhất của kênh là 15m đạt được khi

$$\cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3} = k2\pi \Leftrightarrow t = -2 + 12k.$$

$$\text{Vì } t > 0 \Leftrightarrow -2 + 12k > 0 \Leftrightarrow k > \frac{1}{6}.$$

Chọn số k nguyên dương nhỏ nhất thỏa $k > \frac{1}{6}$ là $k = 1 \Rightarrow t = 10$.

Câu 2. Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$. Các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn $ABCD$ là hình chữ nhật và $CD = \frac{2\pi}{3}$. Độ dài cạnh BC bằng



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_B - x_A = \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x_B = x_A + \frac{2\pi}{3} & (1) \\ y_B = y_A \Leftrightarrow \sin x_B = \sin x_A & (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2), ta được:

$$\sin\left(x_A + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin x_A \Leftrightarrow x_A + \frac{2\pi}{3} = \pi - x_A + k2\pi \Leftrightarrow x_A = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Do } x \in [0; \pi] \text{ nên } x_A = \frac{\pi}{6} \Rightarrow BC = AD = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$$

c) Sản phẩm: Sản phẩm trình bày của 4 nhóm học sinh

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Phát phiếu học tập 2 cuối tiết của tiết trước HS: Nhận nhiệm vụ,
Thực hiện	Các nhóm HS thực hiện tìm tòi, nghiên cứu và làm bài ở nhà.

<i>Báo cáo thảo luận</i>	HS cử đại diện nhóm trình bày sản phẩm vào tiết tiếp theo Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.
<i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i>	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. - Chốt kiến thức tổng thể trong bài học. - Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.