

ĐƠN YÊU CẦU CÔNG NHẬN SÁNG KIẾN

(Ban hành kèm theo Thông tư số 18/TT-BKHCN ngày 01 tháng 8 năm 2013 của Bộ trưởng Bộ Khoa học và Công nghệ)

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM

Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

ĐƠN YÊU CẦU CÔNG NHẬN SÁNG KIẾN

Kính gửi: HỘI ĐỒNG KHOA HỌC CÁC CẤP

Họ và tên	Ngày tháng năm sinh	Nơi công tác	Chức danh	Trình độ chuyên môn	Tên sáng kiến
Vũ Thị Thu Hiền	27/01/1978	THPT Đồng Đa	Tổ trưởng tổ Toán – Tin – Công nghệ.	Thạc sĩ toán học	Sử dụng phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực hướng dẫn HS vận dụng phương pháp hàm số để chinh phục một số câu hỏi vận dụng cao trong đề thi tốt nghiệp THPT

- **Lĩnh vực áp dụng sáng kiến:** Môn Toán lớp 12.
- **Ngày sáng kiến được áp dụng lần đầu hoặc áp dụng thử:** Ngày 10/12/2020
- **Mô tả bản chất của sáng kiến:**
 - + Nghiên cứu về phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực. So sánh các thành tố giữa hai phương pháp giáo dục: Tiếp cận nội dung (phương pháp giáo dục truyền thống) và Tiếp cận năng lực (phương pháp giáo dục mới) để thấy rõ ưu điểm mà phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực mang lại.
 - + Với mong muốn nâng cao chất lượng giáo dục môn Toán lớp 12, cụ thể là nâng cao số HS đạt điểm giỏi trong kì thi TN THPT, tôi đã thiết kế các bài giảng nâng cao dành cho HS khá giỏi môn Toán lớp 12 bằng phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực. Trong khuôn khổ đề tài này, tôi đưa ra hai bài giảng minh họa, đó là “Vận dụng phương pháp hàm số để chinh phục một số câu hỏi vận dụng cao trong đề thi tốt nghiệp THPT”.
- **Các điều kiện cần thiết để áp dụng sáng kiến:** HS khá giỏi môn Toán lớp 12.
- **Đánh giá lợi ích thu được hoặc dự kiến có thể thu được do áp dụng sáng kiến theo ý kiến của tác giả:**

Khi áp dụng phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực cho thấy tính hiệu quả rõ rệt trong giáo dục. Trước đây, khi giảng dạy vấn đề “sử dụng phương pháp hàm số” giải quyết các câu hỏi vận dụng cao bằng phương pháp giáo dục truyền thống thì số lượng học sinh làm được những bài thi đó còn rất khiêm tốn. Nhưng khi sử dụng phương pháp tiếp cận năng lực vào giảng dạy thì số lượng học sinh chinh phục được câu hỏi này trong đề thi tăng lên rõ rệt. Các học sinh được thử nghiệm đã chủ động, tích cực, tự tin, linh hoạt, sáng tạo hơn trong học tập và giải quyết các tình huống xuất hiện trong các câu hỏi vận dụng cao. Nên chắc chắn, khi quá trình áp dụng phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực tiếp tục được tiến hành trong thời gian còn lại của năm học thì số học sinh đạt điểm giỏi trong kì thi tốt nghiệp THPT sắp tới sẽ tăng lên rõ rệt.

- Đánh giá lợi ích thu được hoặc dự kiến có thể thu được do áp dụng sáng kiến theo ý kiến của tổ chức, cá nhân đã tham gia áp dụng sáng kiến lần đầu hoặc áp dụng thử nếu có:

Kết quả bài kiểm tra đánh giá năng lực có sự tiến bộ rõ rệt so với khi áp dụng phương pháp giáo dục truyền thống. các đồng chí tham gia dạy thử nghiệm đều đánh giá hiệu quả mang lại rất tích cực. Hi vọng kết quả kì thi TN THPT năm 2021 sẽ có nhiều HS chinh phục được các câu hỏi vận dụng cao trong đề thi cũng như đạt điểm giỏi môn Toán trong kì thi sắp tới.

- Danh sách những người đã tham gia áp dụng thử hoặc áp dụng sáng kiến lần đầu:

Số TT	Họ và tên	Ngày tháng năm sinh	Nơi công tác	Chức danh	Trình độ chuyên môn	Nội dung công việc hỗ trợ
1	Nguyễn Thị Hiệp	26/4/1977	THPT Đồng Đa	Giáo viên	Cử nhân	Dạy thử nghiệm
2	Ngô Phương Hải	06/09/1984	THPT Đồng Đa	Giáo viên	Cử nhân	Dạy thử nghiệm
3	Trần Thị Hạnh	20/4/1982	THPT Đồng Đa	Giáo viên (NT Toán 12)	Thạc sĩ	Dạy thử nghiệm
4	Nguyễn Hương Ly	10/9/1982	THPT Đồng Đa	Giáo viên	Thạc sĩ	Dạy thử nghiệm
5	Vũ Thị Phương Nam	18/8/1978	THPT Đồng Đa	Giáo viên	Thạc sĩ	Dạy thử nghiệm

6	Nguyễn Thị Xuân Diễm	18/8/1982	THPT Đổng Đa	Giáo viên	Cử nhân	Dạy thử nghịệm
---	-------------------------------	-----------	-----------------	-----------	---------	-------------------

Tôi xin cam đoan mọi thông tin nêu trong đơn là trung thực, đúng sự thật và hoàn toàn chịu trách nhiệm trước pháp luật.

Hà Nội, ngày 17 tháng 03 năm 2021.

Người nộp đơn
(Ký và ghi rõ họ tên)

Vũ Thị Thu Hiền

MỤC LỤC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ	1
1) Lý do chọn đề tài:	1
2) Mục đích, yêu cầu:	2
3) Đối tượng, phạm vi và thời gian nghiên cứu:.....	2
4) Nhiệm vụ nghiên cứu:	2
5) Phương pháp nghiên cứu:.....	2
B. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM	3
I/ Cơ sở lý luận của đề tài.....	3
II. Giải quyết vấn đề	5
Bài giảng số 1 : SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP HÀM ĐẠI DIỆN ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ CÂU HỎI VẬN DỤNG CAO LIÊN QUAN ĐẾN HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT.....	6
<i>Bài giảng số 2 : SỬ DỤNG ĐỒ THỊ HÀM SỐ - BẢNG BIẾN THIÊN HÀM SỐ ĐỂ ĐỌC SỐ NGHIỆM CỦA MỘT PHƯƠNG TRÌNH CHO BỞI HÀM HỢP.</i>	<i>22</i>
C - KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ	38

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

1) Lý do chọn đề tài:

Nghị quyết Hội nghị Trung ương 8 khóa XI về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo nêu rõ: “Tiếp tục đổi mới mạnh mẽ phương pháp dạy và học theo hướng hiện đại; phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo và vận dụng kiến thức, kỹ năng của người học; khắc phục lối truyền thụ áp đặt một chiều, ghi nhớ máy móc. Tập trung dạy cách học, cách nghĩ, khuyến khích tự học, tạo lập cơ sở để người học tự cập nhật và đổi mới tri thức, kỹ năng, phát triển năng lực.”

Đổi mới PPDH đang thực hiện bước chuyển từ chương trình giáo dục tiếp cận nội dung sang tiếp cận năng lực người học, nghĩa là từ chỗ quan tâm đến việc “học sinh học được cái gì” đến chỗ quan tâm đến việc “học sinh vận dụng được cái gì qua việc học”. Để đảm bảo được điều đó, phải thực hiện chuyển từ phương pháp dạy học theo lối “truyền thụ một chiều” sang dạy “cách học, cách vận dụng kiến thức, rèn luyện kỹ năng, hình thành năng lực và phẩm chất”. Tăng cường học tập trong nhóm, đổi mới quan hệ giáo viên – học sinh theo hướng cộng tác, có ý nghĩa quan trọng nhằm phát triển năng lực xã hội.

Trong các kì thi THPTQG vài năm trước và kì thi TN THPT năm vừa qua, đề thi môn Toán xuất hiện nhiều câu hỏi khó ở cấp độ vận dụng cao. Bằng kinh nghiệm giảng dạy ôn luyện cho học sinh cuối cấp nhiều năm, tôi nhận thấy một vấn đề: Nếu sử dụng phương pháp giảng dạy tiếp cận nội dung truyền thống thì có thể giúp học sinh hiểu ngay các lời giải mà thầy cô vừa trình bày. Đổi lại, học sinh sẽ quên rất nhanh, dẫn đến tình trạng, khi đi thi dù các con gặp đúng dạng bài cô đã dạy, đã chữa nhiều lần nhưng các con cũng không thể nhớ hoặc vận dụng phương pháp đó để tìm ra lời giải cho bài tương tự xuất hiện trong đề thi. Nguyên nhân nằm ở chỗ: với cách học truyền thống, học sinh ghi nhớ một cách thụ động, máy móc, thiếu sự kết nối kiến thức giữa các phần đã học để vận dụng linh hoạt chúng vào giải quyết tình huống. Hơn nữa, ở mức độ câu hỏi vận dụng cao trong đề thi, thì yêu cầu các học sinh phải vững vàng về kiến thức, linh hoạt, sáng tạo trong tư duy để giải quyết tình huống. Để đạt được điều đó, tất yếu học sinh phải làm chủ kiến thức, các phẩm chất năng lực tư duy thì học sinh mới chinh phục được. Vì vậy, kể từ năm học 2018 – 2019 đến nay, tôi đã thay đổi phương pháp tiếp cận cũ bằng

phương pháp tiếp cận mới, đó là sử dụng phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực để nâng cao chất lượng dạy học. Một trong những vấn đề tôi rất quan tâm đó là làm thế nào để học sinh dễ dàng chinh phục những câu hỏi vận dụng cao trong đề thi tốt nghiệp THPT?

Do đó, nay tôi chọn đề tài: ***“Sử dụng phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực để hướng dẫn học sinh vận dụng phương pháp hàm số vào chinh phục một số câu hỏi vận dụng cao trong đề thi tốt nghiệp THPT”*** để chia sẻ về kinh nghiệm giảng dạy của mình.

2) Mục đích, yêu cầu:

- Hiểu được bản chất của phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực của người học.
- Nắm được vai trò và nội dung căn bản của phương pháp dạy học tiếp cận năng lực của người học.
- Thực hành được phương pháp dạy học tiếp cận năng lực của người học trong một số bài giảng.

3) Đối tượng, phạm vi và thời gian nghiên cứu:

- Khách thể: Học sinh khá giỏi môn Toán lớp 12.
- Đối tượng, phạm vi nghiên cứu: Sử dụng phương pháp hàm số để chinh phục một số câu hỏi vận dụng cao trong đề thi tốt nghiệp THPT.
- Thời gian nghiên cứu: Học kì I năm học 2020 - 2021

4) Nhiệm vụ nghiên cứu:

- Hệ thống kiến thức về hàm số: tính đơn điệu, cực trị, min – max, tương giao... trong chương I Giải tích 12 cùng các kiến thức liên quan: Lượng giác, Hàm số mũ, hàm số Logarit,...
- Cùng HS chinh phục một số câu hỏi vận dụng cao trong đề thi tốt nghiệp THPT hiện nay.

5) Phương pháp nghiên cứu:

- Khảo sát năng lực tư duy, kỹ năng giải toán của học sinh.
- Phân tích và tổng hợp các vấn đề liên quan theo từng chuyên đề cụ thể.
- Tổng kết kinh nghiệm, tìm ra những khó khăn, thuận lợi khi giải quyết các bài toán vận dụng cao.

B. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

I/ Cơ sở lý luận của đề tài.

Việc đổi mới giáo dục là cấp bách và cần thiết để đáp ứng nhu cầu phát triển của xã hội. Việc nâng cao chất lượng giảng dạy luôn là nỗi trăn trở của những nhà giáo tâm huyết.

Có một câu danh ngôn giáo dục rất nổi tiếng của Uylyam Bato Dit: ***“Nhà giáo không phải là người nhồi nhét kiến thức mà đó là công việc của người khơi dậy ngọn lửa cho tâm hồn”***. Qua câu nói này, chúng ta thấy rằng vai trò của nhà giáo không phải là truyền đạt kiến thức một cách thụ động, “bắt ép” người học tiếp nhận tri thức một cách khiên cưỡng mà vai trò quan trọng của người thầy là biết khơi dậy niềm đam mê, sự chủ động, hứng thú trong lĩnh hội kiến thức, biết “khai phá” năng lực tiềm năng của người học. Từ đây, người học biết vận dụng kiến thức, kỹ năng, thái độ một cách linh hoạt, sáng tạo vào giải quyết các vấn đề thực tiễn đặt ra.

Để đạt được điều này, tất yếu các nhà giáo phải thay đổi phương pháp giáo dục và phương pháp giáo dục theo hướng tiếp cận năng lực người học (gọi tắt là phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực) là phương pháp phù hợp nhất.

Để thấy được tầm quan trọng và hiểu rõ về phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực, tôi xin đưa ra một vài so sánh về sự khác biệt giữa phương pháp giáo dục ***tiếp cận nội dung*** (phương pháp giáo dục truyền thống) và phương pháp giáo dục ***tiếp cận năng lực*** (phương pháp giáo dục mới) được mô tả qua bảng sau:

Các thành tố	Tiếp cận nội dung (phương pháp giáo dục truyền thống)	Tiếp cận năng lực (phương pháp giáo dục mới)
<i>Quan niệm</i>	Học là quá trình tiếp thu và lĩnh hội tri thức qua đó hình thành kỹ năng.	Học là quá trình kiến tạo, HS tìm tòi, khám phá, phát hiện, tự hình thành hiểu biết, năng lực.
<i>Mục tiêu dạy học</i>	Chú trọng cung cấp tri thức, kỹ năng, kỹ xảo, thái độ, giá trị môn học.	Chú trọng hình thành các năng lực (sáng tạo, hợp tác,...). Hình thành cho người học những năng lực phù hợp với định

		hướng nghề nghiệp sau này.
Mục tiêu học tập	Học để đối phó với thi cử. Sau khi thi xong, những điều đã học thường bị quên, ít dùng đến	Học để đáp ứng yêu cầu công việc. Những điều đã học cần thiết, bổ ích cho cuộc sống và công việc sau này; thực hành sau đó thực nghiệp
Nội dung dạy học	Được quy định chi tiết trong chương trình, từ giáo trình và người dạy. Chương trình được xác định là chuẩn, không được phép xê dịch.	Được lựa chọn nhằm đạt được chuẩn đầu ra. Giảm bớt tri thức hàn lâm, tăng cường tri thức thực tiễn. Tăng cường các nội dung có tính thực hành và tổ chức cho người học được thực hành. Gắn kết học lý thuyết với thực hành, thực tập; tri thức lý luận và tri thức thực tiễn, tri thức khoa học với tri thức kinh nghiệm theo hướng tiếp cận năng lực người học.
Phương pháp tổ chức dạy học	Diễn giảng; giáo viên là người truyền thụ kiến thức, HS tiếp thu thụ động.	Đa dạng và chuẩn mực các phương pháp, kĩ thuật, hình thức tổ chức, phương tiện dạy học. GV là người tổ chức, hỗ trợ HS tự lực và lĩnh hội tri thức. Dạy học tương tác. Thiết kế nội dung dạy học thành các nhiệm vụ học tập cho người học, thay đổi vai trò của người dạy và người học. Vai trò của người học từ tiếp nhận thông tin một cách thụ động (nghe, ghi chép,...) sang trải nghiệm tích cực, trực tiếp tham gia vào các hoạt động dạy học để đạt được mục tiêu hoạt động đặt ra...

Qua bảng so sánh trên, ta thấy rõ sự khác nhau giữa hai phương pháp dạy học và từ đây chất lượng giáo dục cũng khác nhau.

Trước thực tế ở trường THPT Đồng Đa, số HS làm được các câu hỏi VDC trong đề thi THPTQG những năm trước (nay là kì thi TN THPT) chỉ dừng lại ở con số rất khiêm tốn làm tôi trăn trở. Với mong muốn nâng cao chất lượng dạy học

trong nhà trường, nâng cao số HS đạt điểm giỏi môn Toán trong các kì thi tôi đã thay đổi phương pháp giảng dạy. Để chinh phục được các câu hỏi VDC, yêu cầu HS phải trang bị một nền tảng kiến thức sâu, rộng và kèm theo là những kĩ năng giải toán tốt, sự linh hoạt, sáng tạo trong tư duy, sự kiên trì, bền bỉ, không ngại khó, không nản chí,...trong quá trình học tập. Và để đạt được điều đó thì thay đổi phương pháp giảng dạy theo hướng tiếp cận năng lực là điều tất yếu phải thực hiện.

II. Giải quyết vấn đề

Dạy học tiếp cận năng lực học sinh là một mô hình giáo dục giúp phát triển kiến thức và các kĩ năng liên quan thông qua những nhiệm vụ mang tính mở. Học là quá trình kiến tạo, học sinh tìm tòi, khám phá, phát hiện, tự hình thành hiểu biết, năng lực.

Giờ đây, thay vì cho rằng thầy cô làm trung tâm trong hoạt động dạy học và thực hiện truyền tải kiến thức một chiều thì thầy cô cần chuyển vị trí trung tâm cho HS để phát huy tính chủ động của người học. Vì vậy, GV cần có quan điểm dạy học mới: Giảng dạy là khai thác và nuôi dưỡng nội lực của HS để HS tạo ra thói quen rèn luyện tư duy, kĩ năng phân tích vấn đề, giải quyết vấn đề, khả năng diễn đạt, tổ chức và xử lý thông tin,...

Bên cạnh sự nỗ lực đổi mới của GV thì để có sự thành công của phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực rất cần sự hợp tác của HS. Bản thân HS phải xác định được mục tiêu, nhiệm vụ học tập; cần từ bỏ thói quen chây ì trong học tập, thói quen “chờ đợi” tiếp nhận tri thức một chiều. Thay vào đó HS phải chủ động, tích cực trong lĩnh hội tri thức, tự giác trong học tập và nghiên cứu.

Trong những năm học vừa qua, tôi bền bỉ theo đuổi phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực ở các lớp tôi phụ trách. Với mục tiêu nâng cao số lượng HS đạt điểm giỏi của trường THPT Đống Đa trong kì thi TN THPT, tôi đã xây dựng nhiều bài giảng theo phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực để giúp HS chinh phục những câu hỏi VDC trong đề thi.

Trong khuôn khổ đề tài này, tôi xin được minh họa bằng hai bài giảng sau đây:

Bài giảng số 1 : SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP HÀM ĐẠI DIỆN ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ CÂU HỎI VẬN DỤNG CAO LIÊN QUAN ĐẾN HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT.

I – THỜI GIAN, ĐỊA ĐIỂM, MÔ HÌNH LỚP HỌC

- 1. Thời gian:** 02 tiết học.
- 2. Địa điểm:** lớp tăng cường buổi chiều.
- 3. Sĩ số:** tối đa 20 học sinh.
- 4. Đối tượng:** Học sinh khá giỏi môn Toán.

II – MỤC TIÊU

1. Về kiến thức :

- HS nắm vững phương pháp khảo sát sự biến thiên của hàm số, tìm Min – max của hàm số.
- HS nắm vững các kiến thức liên quan đến, hàm số mũ, hàm số logarit.

2. Về kĩ năng :

- củng cố kĩ năng khảo sát sự biến thiên hàm số, tìm min – max của hàm số và giải quyết thành thạo các bài toán liên quan.
- HS có kĩ năng nghiên cứu, tìm tòi, phát hiện, xử lý thông tin và giải quyết tình huống.

3. Về tư duy, thái độ:

- HS hứng thú, tự tin, chủ động, linh hoạt và sáng tạo trong giờ học.

III – CHUẨN BỊ

1. Học sinh:

- Ôn tập lại các kiến thức về hàm số: tính biến thiên của hàm số, GTLN – GTNN của hàm số.
- Ôn tập các kiến thức về hàm số mũ, hàm số logarit.
- Ôn tập lại phương pháp hàm ẩn đã sử dụng để giải phương trình, bất phương trình vô tỷ, hệ phương trình.
- Đồ dùng học tập, giấy A0, bút dạ bảng.

2. Giáo viên:

- Chuẩn bị nội dung bài giảng.
- Chuẩn bị chuỗi hoạt động phù hợp với mục tiêu đề ra.
- Chuẩn bị cơ sở vật chất : phòng học, máy chiếu, phấn, bảng,...

IV – TIẾN TRÌNH:

1. Kiểm diện.

2. Chia nhóm: 20 HS chia làm 4 nhóm, mỗi nhóm tối đa 5 HS (bao gồm 1 nhóm trưởng, 1 thư kí và 3 thành viên). Nhóm trưởng chịu trách nhiệm tổ chức nhóm và phân công nhiệm vụ cho các thành viên.

3. Nhắc lại kiến thức (GV đã giao cho HS chuẩn bị trước ở nhà)

HOẠT ĐỘNG GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH	GHI CHÚ
Yêu cầu đại diện nhóm I trình bày phương pháp khảo sát tính biến thiên của hàm số ?	Đại diện nhóm I trình bày. Sử dụng định lý: Giả sử hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K. - Nếu $f'(x) \geq 0$ với mọi $x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm của K (hoặc tại vô số điểm rời rạc trên K) thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K. - Nếu $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm của K (hoặc tại vô số điểm rời rạc trên K) thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên K.	GV yêu cầu các HS còn lại nhận xét phần trình bày của Nhóm I.
Yêu cầu đại diện nhóm II trình bày cơ sở lý thuyết để sử dụng phương pháp hàm đại diện?	Đại diện nhóm II trình bày. Sử dụng một trong số các kết quả sau: Kết quả 1: Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) và liên tục trên khoảng $(a;b)$ thì PT $f(x) = m$ có không nhiều hơn một nghiệm trên khoảng $(a;b)$ và $\forall u, v \in (a;b): f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v.$ Kết quả 2: Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến và liên tục trên khoảng $(a;b)$ thì $\forall u, v \in (a;b): f(u) < f(v) \Leftrightarrow u < v.$	GV yêu cầu các HS còn lại nhận xét phần trình bày của Nhóm II.

	Kết quả 3: Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn nghịch biến và liên tục trên khoảng $(a;b)$ thì $\forall u, v \in (a;b): f(u) < f(v) \Leftrightarrow u > v.$	
--	--	--

4. GV phát phiếu học tập và giao nhiệm vụ cho HS

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Ví dụ 1. Cho x và y là những số thực không âm thỏa mãn

$x^2 + 2x + \frac{y^2}{2} - 3 = \log_2 \frac{\sqrt{9-y^2}}{x+1}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = x + y$ thuộc tập nào dưới đây ?

- A. $\left[2; \frac{5}{2}\right)$. B. $\left[\frac{5}{2}; 3\right)$. C. $\left[3; \frac{7}{2}\right)$. D. $\left[\frac{7}{2}; 4\right)$.

Ví dụ 2. Cho x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-9) + y(y-9) + xy$. Giá trị lớn

nhất của $P = \frac{3x+2y-9}{x+y+10}$ khi x, y thay đổi là:

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Ví dụ 3. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số k để phương trình

$$4^{-|x-k|} \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \log_{\frac{1}{2}}(2|x-k| + 2) = 0$$

có ba nghiệm phân biệt. Số phần tử

của S là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. vô số.

Ví dụ 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho tồn tại duy nhất cặp số thực (x, y) thỏa mãn $x^2 + y^2 = 18$ và $x - y + m = \log_3(y - 2m) - \log_3(x - m)$?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

Giáo viên tổ chức hoạt động cho học sinh.

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH	GHI CHÚ
Phân công nhiệm vụ cho từng nhóm : Nhóm 1 và nhóm 3: nghiên cứu ví dụ 1. Nhóm 2 và nhóm 4 nghiên cứu ví dụ 2. Yêu cầu các nhóm trả lời các câu hỏi ở cột bên.	HS Thảo luận, trả lời các câu hỏi sau : <i>Nhận dạng bài toán, nghiên cứu giả thiết, khai thác giả thiết theo hướng thuận lợi?</i> <i>Nêu lên những khó khăn khi gặp phải khi tiếp cận bài toán?</i> <i>Sử dụng kiến thức gì, phương pháp nào để khai thác giả thiết, định hướng lời giải?</i>	-Các nhóm thảo luận trong khoảng thời gian 10', sau đó GV vấn đáp đại diện nhóm (hoặc cá nhân). GV và HS cùng thảo luận, từ đó xây dựng định hướng giải.

Sau khi nghiên cứu đề bài, đa số HS đều đưa ra ý kiến : biểu thức giả thiết cho chứa logarit nhưng không sử dụng các phép biến đổi thông thường như: đưa về cùng cơ số, đặt ẩn phụ, hay sử dụng phương pháp mũ hóa,...để giải quyết được nên thực sự khó khăn.

GV yêu cầu HS nghiên cứu kĩ biểu thức giả thiết, phát hiện xem giả thiết cung cấp thông tin gì? Sau khi GV cho HS thêm 5' để phát hiện yếu tố thuận lợi trong giả thiết thì đã có nhóm phát hiện ra vấn đề. Đó là có mối liên quan đặc biệt giữa biểu thức lấy logarit và biểu thức không nằm trong Logarit. Thêm 5' cho HS giải quyết thông tin đề bài, nhóm 1 đã vỡ òa khi tìm thấy sự liên hệ giữa hai biểu thức đó. Và chìa khóa của bài toán đã được tìm thấy. Tiếp theo đó là nhóm 2 với ví dụ 2.

Sau khi các nhóm đều tìm ra hướng đi cho bài toán, GV cho mỗi nhóm 10' để trình bày lời giải.

PHẦN TRÌNH BÀY VÀ ĐÁNH GIÁ LỜI GIẢI

Ví dụ 1. Cho x và y là những số thực không âm thỏa mãn

$x^2 + 2x + \frac{y^2}{2} - 3 = \log_2 \frac{\sqrt{9-y^2}}{x+1}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = x + y$ thuộc tập nào dưới đây ?

- A.** $\left[2; \frac{5}{2}\right)$. **B.** $\left[\frac{5}{2}; 3\right)$. **C.** $\left[3; \frac{7}{2}\right)$. **D.** $\left[\frac{7}{2}; 4\right)$.

Lời giải của nhóm 1.

Chọn B

Điều kiện: $9 - y^2 > 0 \Rightarrow 0 \leq y < 3$.

$$(x+1)^2 + \frac{y^2-8}{2} = \log_2 \frac{\sqrt{9-y^2}}{x+1} \Leftrightarrow (x+1)^2 + \frac{y^2-8}{2} = \frac{1}{2} \log_2 (9-y^2) - \log_2 (x+1)$$

$$2(x+1)^2 + y^2 - 8 = \log_2 (9-y^2) - \log_2 (x+1)^2$$

$$\Leftrightarrow 2(x+1)^2 + \log_2 (x+1)^2 = \log_2 \left(\frac{9-y^2}{2} \right) + 2 \frac{9-y^2}{2}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + 2t$ ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2 > 0 \forall t > 0$.

Từ đó suy ra $\frac{9-y^2}{2} = (x+1)^2 \Leftrightarrow 2(x+1)^2 + y^2 = 9$.

$$\text{Ta có } (x+1+y)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}(x+1) + y \right)^2 \leq (2(x+1)^2 + y^2) \left(\frac{1}{2} + 1 \right) = \frac{27}{2}$$

$$\text{Suy ra } x+1+y \leq \frac{3\sqrt{6}}{2} \Leftrightarrow x+y \leq \frac{3\sqrt{6}}{2} - 1.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } 2(x+1) = y = \sqrt{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{6}}{2} - 1 \\ y = \sqrt{6} \end{cases}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $T = x + y \approx 2,67$ khi $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{6}}{2} - 1 \\ y = \sqrt{6} \end{cases}$.

*****Sau khi HS hoàn thiện lời giải, GV yêu cầu cả lớp đánh giá lời giải, bằng cách trả lời ba câu hỏi sau:**

Câu hỏi 1: Kinh nghiệm gì để nhận dạng bài toán sử dụng phương pháp hàm đại diện và biến đổi thế nào để xuất hiện hàm đại diện?

Câu hỏi 2: Có cách giải khác không? Lời giải trên đã tối ưu chưa?

Câu hỏi 3: Phát triển bài toán?

* Ở câu hỏi 1, đa số HS đều đưa ra được kinh nghiệm nhận dạng và kinh nghiệm biến đổi, vì các con đã được tiếp cận với phương pháp này khi học về chuyên đề “sử dụng phương pháp hàm số để giải phương trình, bất phương trình vô tỷ”.

* Ở câu hỏi 2, nhóm 3 đã đề cập đến phương pháp tam thức bậc hai để giải quyết bài toán thu được sau khi đã sử dụng hàm đại diện, đó là bài toán: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = x + y$ với x, y là những số thực không âm thỏa mãn: $2(x+1)^2 + y^2 = 9$ (*).

Nhóm 3 trình bày như sau: Vì $T = x + y \Rightarrow y = T - x$, thay vào (*), thu được phương trình bậc hai, ẩn x : $3x^2 + 2(2-T)x + T^2 - 7 = 0$ (**). Ta nhận thấy

$$\Delta = -2T^2 - 4T + 25 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-3\sqrt{6}-2}{2} \leq T \leq \frac{3\sqrt{6}-2}{2}$$

Như vậy, giá trị lớn nhất của T để phương trình (**) có nghiệm là $T = \frac{3\sqrt{6}-2}{2}$, khi đó $T^2 - 7 < 0$ nên theo định lý Vi - et suy ra phương trình (**) chắc chắn có một nghiệm x dương (điều kiện y không âm đã được kiểm soát từ phần đầu lời giải).

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức T là $T = \frac{3\sqrt{6}-2}{2}$.

GV nên lưu ý với HS: Lời giải này có ưu điểm là quen thuộc và gần gũi với đa số HS, là thuận lợi lớn đối với những HS không mạnh về bất đẳng thức Cô – si, Bunhia – copxki,... Tuy nhiên, nó có nhược điểm là hơi dài và việc kiểm soát điều kiện để phương trình (**) có nghiệm không âm không phải lúc nào cũng đơn giản. Nếu muốn sử dụng phương pháp này an toàn, hiệu quả thì yêu cầu HS phải rất vững vàng về các tình huống của bài toán khi áp dụng định lý Vi – et cũng như áp dụng định lý dấu tam thức bậc hai.

*Ở câu hỏi 3, một số HS đưa ra ý kiến có thể phát triển bài toán (hay dạng bài) theo hướng: sử dụng một hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) trên một khoảng D nào đó, từ đó thay biến x bằng các biểu thức tương ứng của Logarit hay biểu thức của lũy thừa (lưu ý điều kiện để áp dụng phương pháp hàm

đại diện, đó là hàm số đó chỉ luôn đồng biến (hoặc chỉ luôn nghịch biến) trên một khoảng D đã xét) ta thu được một bài toán tương tự. Mức độ khó hay dễ phụ thuộc vào biểu thức và yêu cầu đưa ra.

Ngoài cách phát triển bài toán nêu trên, còn có HS nêu ý kiến, có thể giữ nguyên giả thiết bài toán, thay đổi biểu thức T , chẳng hạn $T = 2x + 3y, \dots$ thì vẫn áp dụng bất đẳng thức Bunhia copxki như lời giải trên.

Ví dụ 2. Cho x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-9) + y(y-9) + xy$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = \frac{3x+2y-9}{x+y+10}$ khi x, y thay đổi.

A. 2

B. 3.

C. 1.

D. 0

Lời giải của nhóm 2.

Chọn C

Điều kiện: $x+y > 0$ (do $x^2 + y^2 + xy + 2 = \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4} + 2 > 0$).

Đẳng thức đã cho tương đương với:

$$\log_3 \frac{9(x+y)}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-9) + y(y-9) + xy + 2 \quad (*)$$

Đặt $u = x^2 + y^2 + xy + 2 > 0$, $v = 9x + 9y > 0$, ta có.

$$(*) \Leftrightarrow \log_3 \frac{v}{u} = u - v \Leftrightarrow u + \log_3 u = v + \log_3 v.$$

Mà hàm số $f(t) = t + \log_3 t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên suy ra

$$(*) \Leftrightarrow u = v \Leftrightarrow x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0.$$

$$\text{Ta có: } x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 - 9\left(x + \frac{y}{2}\right) = -\frac{3}{4}y^2 + \frac{9}{2}y - 2 = -\frac{3}{4}(y-3)^2 + \frac{19}{4}$$

$$\text{Dẫn đến } \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 - 9\left(x + \frac{y}{2}\right) \leq \frac{19}{4} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x + \frac{y}{2} \leq \frac{19}{2} \Rightarrow -1 \leq 2x + y \leq 19.$$

$$\text{Suy ra: } P = \frac{3x+2y-9}{x+y+10} = \frac{x+y+10+2x+y-19}{x+y+10} = 1 + \frac{2x+y-19}{x+y+10} \leq 1.$$

$$P=1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=19 \\ y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}. \text{ Vậy } \max P=1.$$

*****Sau khi HS hoàn thiện lời giải, GV yêu cầu cả lớp đánh giá lời giải, bằng cách trả lời câu hỏi 2 và câu hỏi 3 (trong ba câu hỏi đã nêu trên):**

Câu hỏi 2: Có cách giải khác không? Lời giải trên đã tối ưu chưa?

Nhóm 4 nêu cách giải khác, như sau:

Sau khi sử dụng hàm đại diện, ta thu được biểu thức $x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0$ (**)

Ta thấy $x=8, y=3$ thỏa mãn (**), đặt $x=a+8, y=b+3$ khi đó:

$$x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + ab + 10a + 5 = 0 \Leftrightarrow 10a + 5b = -(a^2 + ab + b^2)$$

$$\Rightarrow 10a + 5b \leq 0 \Leftrightarrow 2a + b \leq 0$$

$$\text{Ta có: } P = \frac{3x+2y-9}{x+y+10} = \frac{3a+2b+21}{a+b+21} = 1 + \frac{2a+b}{a+b+21} \leq 1$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x=8, y=3$. Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng 1.

Cách giải này của nhóm 4 ngắn hơn, có sự sáng tạo trong cách sử dụng giả thiết.

Câu hỏi 3: Phát triển bài toán?

Ngoài cách phát triển bằng cách xây dựng đề bài từ một hàm số mình chọn sẵn như đã thảo luận khi kết thúc ví dụ 1. Ở ví dụ này, HS đưa ra ý kiến thay đổi biểu thức P bằng định dạng tương tự hoặc xuất hiện bậc hai đối với x, y , chẳng hạn:

$$P = \frac{(2x+y)^2 - (2x+y) + 1}{(2x+y)^2 + 1}, \text{ sau đó đặt } t = 2x+y, t \in [-1; 9]. \text{ Khảo sát hàm số thu được}$$

với biến t sẽ tìm được min – max. Tất nhiên, khi đưa về đề thi thì biểu thức P sẽ khai triển ra để đảm bảo tính khái quát và tăng độ khó. **Đây cũng là một ý tưởng phát triển bài toán hay.**

*****Sau khi thảo luận nghiên cứu sâu về ví dụ 1 và ví dụ 2, HS đã rèn thêm được nhiều kĩ năng quan trọng như:**

1. Phương pháp nhận dạng bài toán: Khi nào biểu thức của giá thiết có thể đưa về hàm đại diện? Đó là khi biểu thức đã cho dù chứa biểu thức Logarit nhưng không thể sử dụng các phép biến đổi quen thuộc như: phương pháp đưa về cùng cơ số, phương pháp đặt ẩn phụ, phương pháp mũ hóa,.. để phân tích. Mà trong biểu thức, ngoài phần chứa logarit còn có phần chứa đa thức hay phân thức hữu tỷ, căn thức,.. một cách độc lập với biểu thức chứa Logarit. Kinh nghiệm để biến đổi về hàm đại diện đó là linh hoạt biết đổi, thêm bớt các biểu thức không

nằm trong Logarit về các định dạng tỷ lệ với biểu thức đứng trong Logarit. Khi đó ta sẽ thu được biểu thức mong muốn.

Chẳng hạn, trong ví dụ 1, khi giả thiết cho: $(x+1)^2 + \frac{y^2-8}{2} = \log_2 \frac{\sqrt{9-y^2}}{x+1}$, thì HS phải biết biến đổi về phải thành hiệu hai loga, tức là giả thiết trở thành: $(x+1)^2 + \frac{y^2-8}{2} = \frac{1}{2} \log_2 (9-y^2) - \log_2 (x+1)$. Đến bước này, bằng kinh nghiệm và sự linh hoạt, HS dễ dàng xử lý vế trái của biểu thức để đưa về những định dạng tương ứng với biểu thức sau loga ở vế phải.

$$2(x+1)^2 + y^2 - 8 = \log_2 (9-y^2) - \log_2 (x+1)^2$$

$$\Leftrightarrow 2(x+1)^2 + \log_2 (x+1)^2 = \log_2 \left(\frac{9-y^2}{2} \right) + 2 \frac{9-y^2}{2}$$

Đến đây, ta xét hàm đại diện của hai vế $f(t) = \log_2 t + 2t$, với $t > 0$ và bài toán trở nên đơn giản hơn nhiều. Nếu không sử dụng hàm đại diện thì bài toán này sẽ không giải được khi biểu thức ở giả thiết phức tạp như vậy.

2. Rèn kĩ năng tìm GTNN – GTLN của biểu thức nhiều biến.

3. Rèn tư duy phản biện cho học sinh.

4. Khi cho học sinh thảo luận về hướng phát triển bài toán phát triển bài toán rồi cả lớp tổng kết các cách phát triển đề, HS đã có cái nhìn bao quát hơn, chủ động hơn đối với bài toán. Điều đó giúp cho học sinh “nâng tầm” tư duy khi giải toán, tạo động lực, hứng thú tìm tòi, sáng tạo của học sinh. Khi tham gia giờ học là học sinh đã tham gia vào một quá trình kiến tạo, tìm tòi, khám phá, phát hiện, tự hình thành hiểu biết, năng lực. Đây là lợi ích mà phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực mang lại.

Tiếp tục với mạch tư duy đang có, GV giao nhiệm vụ cho HS.

HOẠT ĐỘNG CỦA GV	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH	GHI CHÚ
Nhóm 1 và nhóm 3 thực hiện nhiệm vụ cho ví dụ 3. Nhóm 2 và nhóm 4 thực hiện nhiệm vụ cho ví dụ 4.	HS thảo luận, trả lời các câu hỏi sau : 1. Nhận dạng bài toán, nghiên cứu giả thiết, khai thác giả thiết theo hướng thuận lợi? 2. Nêu lên những khó khăn khi gặp phải khi tiếp cận bài toán? 3. Sử dụng kiến thức gì, phương pháp nào để khai thác giả thiết, định hướng lời giải ?	-Các nhóm thảo luận trong khoảng thời gian 10', sau đó GV vấn đáp đại diện nhóm (hoặc cá nhân) rồi từ đó xây dựng định hướng giải.

PHẦN TRÌNH BÀY VÀ ĐÁNH GIÁ LỜI GIẢI

Ví dụ 3. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số k để phương trình $4^{-|x-k|} \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \log_{\frac{1}{2}}(2|x-k|+2) = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. vô số.

Lời giải của nhóm 3.

Chọn C

Ta có: $4^{-|x-k|} \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \log_{\frac{1}{2}}(2|x-k|+2) = 0$

$$\Leftrightarrow 2^{-2|x-k|+1} \log_2(x^2 - 2x + 3) - 2^{-x^2+2x} \log_2(2|x-k|+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-2x+3} \log_2(x^2 - 2x + 3) = 2^{2|x-k|+2} \log_2(2|x-k|+2) \quad (1)$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 \\ v = 2|x-k| + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u \geq 2 \\ v \geq 2 \end{cases},$$

phương trình (1) trở thành $2^u \cdot \log_2 u = 2^v \cdot \log_2 v \quad (2)$

Xét hàm số $f(t) = 2^t \cdot \log_2 t$ liên tục trên nửa khoảng $[2; +\infty)$

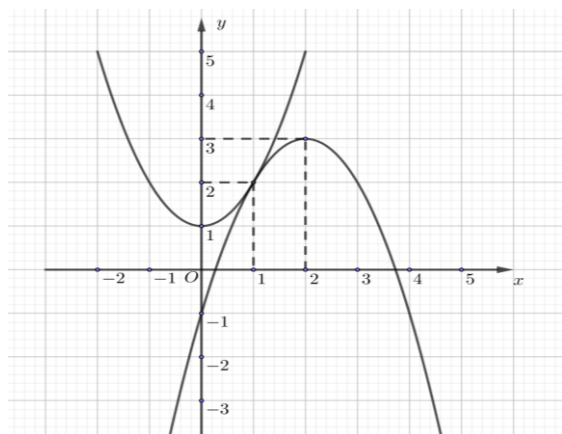
$f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 \cdot \log_2 t + 2^t \cdot \frac{1}{t \ln 2} > 0, \forall t \geq 2$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[2; +\infty)$.

Phương trình (2) có dạng $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$ (vì $u, v \in [2; +\infty)$).

Thay lại theo cách đặt ta được: $x^2 - 2x + 3 = 2|x - k| + 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2k = x^2 - 2x + 1 \\ 2x - 2k = -x^2 + 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 4x - 1 = 2k & (3) \\ x^2 + 1 = 2k & (4) \end{cases}$$

Vẽ đồ thị hai hàm số $y = -x^2 + 4x - 1$ và $y = x^2 + 1$ trên cùng một hệ trục tọa độ, ta có hình vẽ sau:



Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt khi hợp hai tập nghiệm của hai phương trình (3) và (4) có ba phân tử $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = 2k$ cắt hai đồ thị hàm số

$$y = -x^2 + 4x - 1 \text{ và } y = x^2 + 1 \text{ tại ba điểm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} 2k = 3 \\ 2k = 2 \\ 2k = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{2} \\ k = 1 \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Suy ra $S = \left\{ \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2} \right\}$. Vậy S có ba phân tử.

*****Nhận xét đánh giá sau khi giải xong bài toán:**

Câu hỏi 2: Có cách giải khác không? Lời giải trên đã tối ưu chưa?

Trong khoảng thời gian 10', cả hai nhóm đều đưa đúng được về hàm đại diện để

dùng, và thu được bài toán: Tìm k để phương trình $\begin{cases} -x^2 + 4x - 1 = 2k & (3) \\ x^2 + 1 = 2k & (4) \end{cases}$ có đúng ba

nghiệm phân biệt. Tuy nhiên, để có lời giải tối ưu cho bài toán này thì không phải nhóm nào cũng làm được. Nhóm 1 không sử dụng đồ thị mà sử dụng tính chất nghiệm của phương trình bậc hai, bằng cách chia các trường hợp:

**Trường hợp 1: PT (3) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ và PT (4) có nghiệm kép $x_3 \neq \{x_1; x_2\}$.*

**Trường hợp 2: PT (4) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ và PT (3) có nghiệm kép $x_3 \neq \{x_1; x_2\}$.*

**Trường hợp 3: PT (3) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ và PT (4) có hai nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm trùng với một nghiệm của PT (3).*

Với thời gian 10', nhóm 1 chỉ đưa ra được ý tưởng đến đây chứ chưa thể hoàn thành được lời giải vì để hoàn thiện ba trường hợp trên quả thực quá dài.

Lời giải của nhóm 3 trình bày phía trên là tối ưu nhất. Đây cũng là một kinh nghiệm quý báu khi giải những bài toán kiểu thế này.

Câu hỏi 3: Phát triển bài toán?

Sau khi thấy được tính tối ưu của lời giải của nhóm 3, đa số HS đều nhận thấy rằng: có thể thay đổi câu hỏi thành: tìm k để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt? có 4 nghiệm phân biệt?

Ví dụ 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho tồn tại duy nhất cặp số thực (x, y) thỏa mãn $x^2 + y^2 = 18$ và $x - y + m = \log_3(y - 2m) - \log_3(x - m)$?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5

Lời giải của nhóm 4.

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x > m \\ y > 2m \end{cases}$.

Ta có: $x - y + m = \log_3(y - 2m) - \log_3(x - m)$

$$\Leftrightarrow \log_3(x - m) + x - m = \log_3(y - 2m) + y - 2m \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ với $t > 0$.

Ta có: $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$ nên hàm số f đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Do đó: $(1) \Leftrightarrow x - m = y - 2m \Leftrightarrow y = x + m$.

Sử dụng phương pháp hình học để giải bài toán thu được.

Để tồn tại duy nhất cặp số thực (x, y) thỏa mãn $x^2 + y^2 = 18$ và $x - y + m = 0$ cần đường thẳng (Δ) : $x - y + m = 0$ sẽ tiếp xúc với đường tròn (C) : $x^2 + y^2 = 18$, tức là ta có: $d(O, (\Delta)) = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|m|}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow m = \pm 6$. Vậy $m = 6$ hoặc $m = -6$.

*****Nhận xét, đánh giá sau khi giải xong bài toán:**

Nhóm 2 cho rằng lời giải nhóm 4 đã sai vì với cách giải này thì giá trị m tìm được vừa thừa lại vừa thiếu. Vì khi sử dụng phương pháp này, các bạn đã bỏ qua điều kiện của bài toán. Nếu các bạn có quan tâm đến điều kiện bài toán thì cũng rất khó có thể giải quyết được triệt để, cụ thể:

Trường hợp 1: đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn (C) tại điểm có hoành độ $x > m$.

Trường hợp 2: đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt, trong đó có một điểm có hoành độ thỏa mãn $x > m$.

Nhóm 2 đề xuất sử dụng phương pháp tam thức bậc hai để giải quyết bài toán này, cụ thể như sau:

Lời giải của nhóm 2.

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} x > m \\ y > 2m \end{cases}$.

Ta có: $x - y + m = \log_3(y - 2m) - \log_3(x - m)$

$$\Leftrightarrow \log_3(x - m) + x - m = \log_3(y - 2m) + y - 2m \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ với $t > 0$.

Ta có: $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$ nên hàm số f đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Do đó: $(1) \Leftrightarrow x - m = y - 2m \Leftrightarrow y = x + m$.

Theo giả thiết: $x^2 + y^2 = 18 \Leftrightarrow x^2 + (x + m)^2 = 18 \Leftrightarrow g(x) = 2x^2 + 2mx + m^2 - 18 = 0 \quad (2)$

Để tồn tại duy nhất cặp số thực (x, y) thỏa yêu cầu bài toán thì phương trình (2) phải có duy nhất một nghiệm $x > m$ (khi đó $y > 2m$ do $y = x + m$).

Trường hợp 1: (2) có nghiệm kép $x > m \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = -m^2 + 36 = 0 \\ y = -\frac{m}{2} > 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 6 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -6.$

Trường hợp 2: (2) có hai nghiệm phân biệt $x_1 \leq m < x_2$

• Nếu $x_1 = m$ thì thay vào (2) ta được $5m^2 - 18 = 0 \Leftrightarrow m = \pm \frac{3\sqrt{10}}{5}$ (loại do $m \in \mathbb{Z}$)

• Nếu $x_1 < m < x_2 \Leftrightarrow a.g(m) < 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 18 < 0 \Leftrightarrow -\frac{3\sqrt{10}}{5} < m < \frac{3\sqrt{10}}{5}$

Từ các trường hợp trên và $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-6; -1; 0; 1\}$.

Cả lớp đều đồng thuận với lời giải của nhóm 4 và nhận thấy rằng, vì phải kiểm soát điều kiện $x > m$ nên phương pháp hình học sẽ khó giải quyết, nếu có giải quyết được cũng rất phức tạp. Như vậy, với tình huống này phương pháp tam thức bậc hai là tối ưu nhất. Tuy nhiên, có thể có HS bỏ sót trường hợp 1 nên các phương án nhiều trong câu hỏi này đều rất có “giá trị” khi đánh giá HS.

Phân tích phương án nhiều

Phương án nhiều A: Học sinh không xét trường hợp 1.

Phương án nhiều B: Học sinh sử dụng phương pháp hình học và không kiểm tra điều kiện.

Phương án nhiều D: Học sinh xác định điều kiện sai, chỉ loại cặp $(x, y) = (0, 0)$ và không thử lại.

*****Củng cố cuối buổi chuyên đề:**

- GV cho mỗi nhóm 10' để tự ra một đề bài tương tự như dạng bài vừa nghiên cứu, sau đó GV sẽ tổng kết 4 đề bài này lại, giao cho cả lớp về giải và đánh giá tính chuẩn mực của đề bài (phản biện đề), mỗi nhóm làm 3 bài (không kể bài của nhóm mình).
- GV chốt lại các vấn đề cần lưu ý, rút kinh nghiệm khi giải các bài tập VDC thuộc nhóm bài tập vừa nghiên cứu. Bên cạnh việc trau dồi kỹ năng, kinh nghiệm để nhận dạng hàm đại diện, HS còn phải trau dồi kiến thức kỹ năng về bất đẳng thức, tam thức bậc hai, phương pháp hình học, phương pháp hàm số,... để giải toán.

3. Giao nhiệm vụ về nhà: phiếu học tập số 2 kèm theo 03 bài mà các nhóm vừa tự ra đề.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2
(Bài tập về nhà)

Câu 1. Cho các số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x, y \leq 1$ và $\log_3 \left(\frac{x+y}{1-xy} \right) + (x+1)(y+1) - 2 = 0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của P với $P = 2x + y$.

- A. 2. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.

Câu 2. Xét các số dương x, y thỏa mãn $2020^{2(x^2-y+1)} = \frac{2x+y}{(x+1)^2}$. Giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $P = 2y - x$ thuộc tập nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $\left[1; \frac{5}{3}\right)$. C. $[2; 3)$. D. $\left[\frac{5}{3}; 2\right)$.

Câu 3 . Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

- A. $P = 8$. B. $P = 10$ C. $P = 4$. D. $P = 6$.

Câu 4. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ với $x \leq 2020$ thỏa mãn điều kiện

$$\log_2 \frac{x+2}{y+1} = 4y^2 - x^2 - 4x + 8y + 1$$

- A. 2020. B. vô số. C. 1010. D. 4040.

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tồn tại cặp số $(x; y)$ thỏa mãn

$$3^{5x+7y} - 3^{3x+5y+2} + 2(x+y-1) = 0, \quad \text{đồng thời} \quad \ln^2(4x+3y-3) - (m+2)\ln x + m^2 - 1 = 0?$$

- A. 2019. B. 6. C. 2020. D. 4.

Câu 6. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Tìm giá trị

nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = x + y$.

- A. $P_{\min} = \frac{-3+2\sqrt{11}}{3}$. B. $P_{\min} = \frac{-1+\sqrt{11}}{3}$.

C. $P_{\min} = \frac{-3+2\sqrt{11}}{9}$.

D. $P_{\min} = \frac{-2+9\sqrt{11}}{3}$.

Câu 7. Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

A. $P = 8$.

B. $P = 10$

C. $P = 4$.

D. $P = 6$.

Câu 8. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 x + xy = \log_3(8-y) + x(8-x)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^3 - (x^2 + y^2) - 16x$ bằng?

A. $-\frac{196}{3}$.

B. $-\frac{586}{9}$.

C. $-\frac{1814}{27}$.

D. $-\frac{1760}{27}$.

Câu 9. Cho các số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x, y \leq 1$ và $\log_3 \left(\frac{x+y}{1-xy} \right) + (x+1)(y+1) - 2 = 0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của P với $P = 2x + y$.

A. 2.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Bài giảng số 2 : SỬ DỤNG ĐỒ THỊ HÀM SỐ - BẢNG BIẾN THIÊN HÀM SỐ ĐỂ ĐỌC SỐ NGHIỆM CỦA MỘT PHƯƠNG TRÌNH CHO BỞI HÀM HỢP.

I – THỜI GIAN, ĐỊA ĐIỂM, MÔ HÌNH LỚP HỌC

1. Thời gian: 02 tiết học.
2. Địa điểm: Lớp tăng cường buổi chiều.
3. Sĩ số: Tối đa 20 học sinh.
4. Đối tượng: Học sinh khá giỏi môn Toán.

II – MỤC TIÊU

1. Về kiến thức :

- HS nắm vững phương pháp khảo sát sự tương giao hai đồ thị, tính biến thiên của hàm số.
- HS nắm vững các tính chất nghiệm của phương trình lượng giác và biểu diễn nghiệm trên đường tròn, biểu diễn cung trên đường tròn lượng giác.

2. Về kĩ năng :

- Củng cố kĩ năng khảo sát sự biến thiên hàm số, khảo sát sự tương giao giữa hai đồ thị hàm số, kĩ năng đọc bảng biến thiên hàm số và giải quyết thành thạo các bài toán liên quan.
- HS có kĩ năng đọc nghiệm phương trình trên đường tròn lượng giác.
- HS thành thạo giải quyết các bài toán về hàm hợp.

3. Về tư duy, thái độ:

- HS hứng thú, tự tin, chủ động, linh hoạt và sáng tạo trong giờ học.

III - CHUẨN BỊ

1. Học sinh:

- Ôn tập lại các kiến thức về hàm số: tính biến thiên của hàm số, tương giao của đồ thị hai hàm số.
- Ôn tập các kiến thức về phương trình lượng giác, biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác.
- Đồ dùng học tập, giấy A0, bút dạ bảng.

2. Giáo viên:

- Chuẩn bị nội dung bài giảng.
- Chuẩn bị chuỗi hoạt động phù hợp với mục tiêu đề ra.
- Chuẩn bị cơ sở vật chất : phòng học, máy chiếu, phấn, bảng,...

IV – TIẾN TRÌNH BÀI GIẢNG:

1. Kiểm diện.
2. Chia nhóm: 20 HS chia làm 4 nhóm, mỗi nhóm 5 HS (bao gồm 1 nhóm trưởng, 1 thư kí và 3 thành viên). Nhóm trưởng chịu trách nhiệm tổ chức nhóm và phân công nhiệm vụ cho các thành viên.
3. Nhắc lại kiến thức (GV đã yêu cầu chuẩn bị trước)

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH	GHI CHÚ
Yêu cầu đại diện nhóm III trình bày phương pháp khảo sát sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = g(x)$?	Đại diện nhóm III trình bày bằng sile Power Point trình chiếu đã chuẩn bị sẵn.	GV yêu cầu các HS còn lại nhận xét phần trình bày của Nhóm III
Yêu cầu đại diện nhóm IV trình bày công thức nghiệm PTLG cơ bản và biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác?	Đại diện nhóm IV trình bày bằng sile Power Point trình chiếu đã chuẩn bị sẵn.	GV yêu cầu các HS còn lại nhận xét phần trình bày của Nhóm IV

4. GV phát phiếu học tập và giao nhiệm vụ cho HS.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1			
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-1	2	$-\infty$		

Số nghiệm thuộc $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ của phương trình $|f(\cos 2x)| = 1$ là

- A. 9. B. 5 C. 7. D. 10.

Ví dụ 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$					$+\infty$
		-4	2	4	2	

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(\sin x) + (5-m) \cdot f(\sin x) + 2m - 14 = 0$ có đúng 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}\right]$ là: **A. 5.** **B. 6.** **C. 7.** **D. 4.**

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

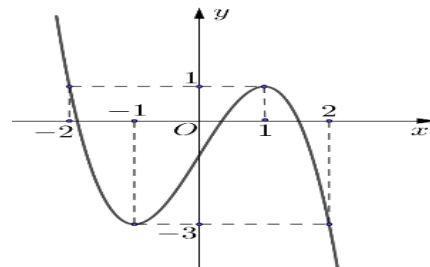
x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	1	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x^3 - 3x) - 3 = 0$ là

A. 3 **B. 4** **C. 5** **D. 6**

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(1-f(x)) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 4 **C. 6**
B. 5 **D. 7**



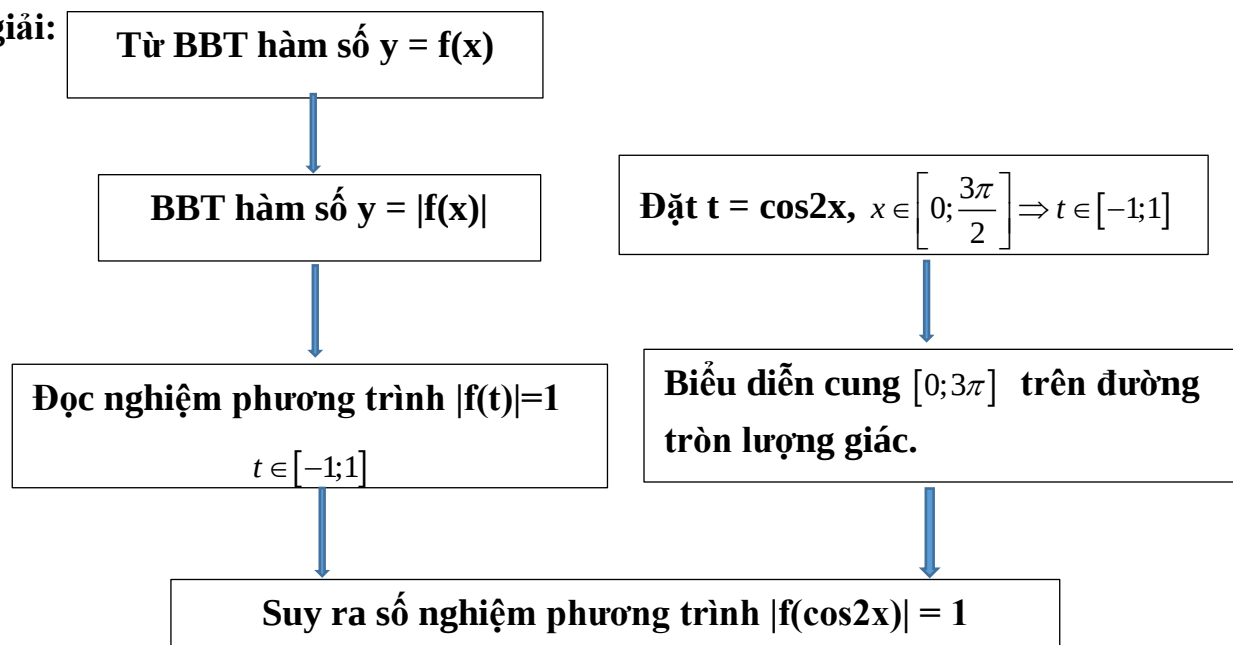
GV tổ chức hoạt động cho học sinh.

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH	GHI CHÚ
Phân công nhiệm vụ cho từng nhóm : Cả lớp cùng nghiên cứu ví dụ 1 và trả lời 3 câu hỏi ở cột bên.	HS thảo luận, trả lời các câu hỏi sau : 1. Nhận dạng bài toán, nghiên cứu giả thiết? 2. Khai thác giả thiết bài toán theo thứ tự ưu tiên như thế nào? 3. Sử dụng kiến thức gì, phương pháp nào để khai thác giả thiết, định hướng lời giải?	-Các nhóm thảo luận trong khoảng thời gian 10', sau đó GV vấn đáp đại diện nhóm.GV và HS cùng thảo luận, từ đó xây dựng sơ đồ giải.

Sau khi nghiên cứu đề bài, cả lớp đã chỉ ra định dạng bài toán: Từ bài toán tương giao giữa hai đồ thị, suy ra số nghiệm của một phương trình lượng giác (cho bởi hàm hợp). Và sau khi thảo luận, HS đã xây dựng được sơ đồ giải.

GV yêu cầu một nhóm HS lên trình bày sơ đồ giải.

Sơ đồ giải:



Sau khi nhận xét đánh giá và thống nhất sơ đồ giải, giáo viên cho cả lớp 5' để trình bày lời giải.

PHẦN TRÌNH BÀY VÀ ĐÁNH GIÁ LỜI GIẢI VÍ DỤ 1

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-1	2	$-\infty$

Số nghiệm thuộc $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ của phương trình $|f(\cos 2x)| = 1$ là

A. 9.

B. 5.

C. 7.

D. 10.

Sau đây là lời giải của nhóm 1 .

Chọn A

Từ bảng biến thiên của $f(x)$ ta suy ra bảng biến thiên của $|f(x)|$ như sau:

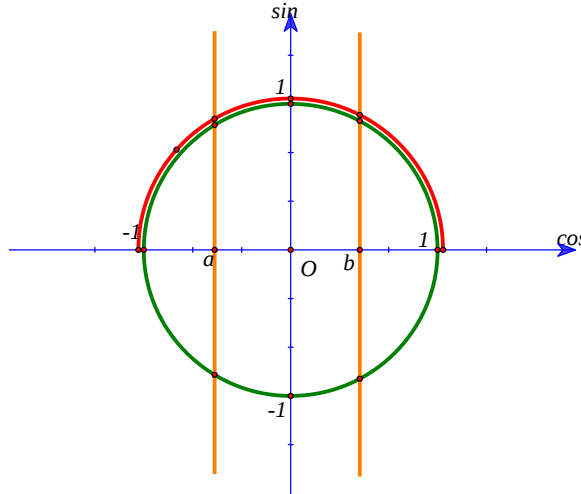
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$ f(x) $	$+\infty$	0	1	0	$+\infty$

Đặt $t = \cos 2x \in [-1; 1]$.

Dựa vào bảng biến thiên trên, phương trình $|f(t)| = 1$ chỉ có 3 nghiệm thuộc $(-1; 1)$.

Ta có $|f(t)| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a \in (-1; 0) \\ t = 0 \\ t = b \in (0; 1) \end{cases}$. Do $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right] \Leftrightarrow 2x \in [0; 3\pi]$.

Xét đường tròn lượng giác



Phương trình $\cos 2x = a$, $a \in (-1; 0)$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Phương trình $\cos 2x = b$, $a \in (0; 1)$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Phương trình $\cos 2x = 0$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Nhận thấy, không có hai nghiệm bất kì nào trong 9 nghiệm này trùng nhau, do đó số nghiệm thuộc $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ của phương trình $|f(\cos 2x)| = 1$ là 9 nghiệm phân biệt.

*****Sau khi HS hoàn thiện lời giải, GV yêu cầu cả lớp đánh giá lời giải, bằng cách trả lời các câu hỏi sau:**

Câu hỏi 1: Các kiến thức, kỹ năng cần có để giải quyết bài toán?

Câu hỏi 2: Nhận xét, đánh giá lời giải?

Câu hỏi 3: Phát triển bài toán?

Sau khi thảo luận, mỗi nhóm đều có câu trả lời của mình.

Câu hỏi 1: Cần biết đọc các thông tin mà một đồ thị (hay BBT) của hàm số cung cấp. Nắm vững phép biến đổi đồ thị chứa giá trị tuyệt đối và kỹ năng đọc số nghiệm phương trình lượng giác.

Câu hỏi 2: Nhận xét, đánh giá lời giải?

- Lời giải đúng và tối ưu. Tuy nhiên, nhóm 3 đưa ra cách khác để đọc số nghiệm phương trình sau khi đã thực hiện xong phần đọc nghiệm t từ BBT hàm số $y = |f(t)|$.

Nhóm 3 không sử dụng đường tròn lượng giác mà vẽ bảng biến thiên của hàm số $t = \cos 2x$ trên miền $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$, như sau:

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$
Cos2x	1				1		
		0		0		0	
			-1				-1

$t = a$
 $t = 0$
 $t = b$

Nhìn vào BBT nêu trên, dễ dàng suy ra:

Phương trình $\cos 2x = a$, $a \in (-1; 0)$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Phương trình $\cos 2x = b$, $a \in (0; 1)$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Phương trình $\cos 2x = 0$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ta thấy, không có hai nghiệm bất kì nào trong 9 nghiệm này trùng nhau.

Vậy phương trình đã cho có 9 nghiệm x phân biệt trên miền $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Nghiên cứu bài toán, GV và HS cần phải khắc sâu các vấn đề sau:

Đây là bài toán liên quan đến sự tương giao của hai đồ thị hàm số có sử dụng hàm hợp. Trong bài toán trên ta cần lưu ý một số yếu tố sau:

1. Phải biết đặt ẩn phụ t phù hợp, tìm điều kiện cho ẩn t và chuyển phương trình ẩn x đã cho sang phương trình mới với ẩn t và miền chạy của ẩn t mới.
2. Phải có kỹ năng dựng đồ thị hàm số chứa giá trị tuyệt đối từ đồ thị của hàm số đã cho.
3. Phải có kỹ năng quan sát bảng biến thiên để chỉ ra được số nghiệm t và khoảng chứa nghiệm t . Đây là mục đích chính của ý tưởng mà bài này muốn hướng đến. Nếu học sinh quên không chỉ rõ cụ thể khoảng nghiệm t nhận giá trị thì sẽ dẫn đến chọn số nghiệm sai. Đó là phản tương đối trừu tượng và là một trở ngại đối với đa số học sinh có lực học trung bình khá trở xuống, vì vậy ta sẽ thấy được mục đích của câu hỏi này trong đề thi của BGD là để phân loại học sinh.

4. Sau khi chỉ ra được số nghiệm $|f(t)|=1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a \in (-1;0) \\ t = 0 \\ t = b \in (0;1) \end{cases}$ Nếu học sinh dùng

đường tròn lượng giác để suy ra số nghiệm x mà không hiểu rõ bản chất nghiệm trên đường tròn lượng giác thì rất dễ đến tìm số nghiệm bị sai và do đó chọn đáp án sai. Vì vậy, học sinh cần phải hiểu cách biểu diễn cung, biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác để tìm đúng được số nghiệm x ứng với mỗi giá trị t tương ứng. Trong tình huống này, học sinh có thể lựa chọn cách mô tả tính biến thiên của hàm $t = \cos 2x$ như cách của nhóm 3 trình bày sẽ an toàn hơn (nếu học sinh không thành thạo trong việc biểu diễn cung và nghiệm trên đường tròn lượng giác). Tuy nhiên, cách mô tả bằng bảng biến thiên hàm số lượng giác sẽ gặp nhiều khó khăn nếu khoảng biến x chạy là lớn, chẳng hạn thay vì cho $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ thì cho $x \in \left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$. Khi đó, đường tròn lượng giác lại là một lựa chọn tối ưu. Vì vậy, để

có một lời giải tối ưu, học sinh cần trang bị nhiều phương pháp, kỹ năng để khi gặp đề bài một bài toán ta sẽ có khả năng lựa chọn được phương pháp tối ưu nhất.

Câu hỏi 3: Phát triển bài toán? Giáo viên yêu cầu học sinh thảo luận đưa ra các hướng phát triển bài toán.

Các nhóm thảo luận và đưa ra các hướng mở rộng bài toán như sau:

- Giữ nguyên bảng biến thiên, thay đổi hàm hợp hoặc thay đổi đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ bởi một đoạn tùy ý ta sẽ thu được bài toán mới.
- Ta có thể để nguyên dạng câu hỏi và thay việc cho bảng biến thiên $y = f(x)$ bằng việc cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$.
- Ta có thể thay dạng câu hỏi về sự tương giao của 2 đồ thị hàm số bằng việc tìm khoảng đồng biến hoặc nghịch biến, tìm cực trị, tìm giá trị lớn nhất giá trị nhỏ nhất (bao gồm cả việc sử dụng tích phân và không sử dụng tích phân) của hàm hợp trên một miền nào đó.

Phân tích phương án nhiều:

B: Học sinh nhầm $|f(\cos 2x)|=1$ chỉ có 5 nghiệm phân biệt khi HS chỉ xét nghiệm

PT trên miền $2x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ mà quên rằng giả thiết cho $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right] \Rightarrow 2x \in [0; 3\pi]$.

C: Học sinh nhầm $|f(\cos 2x)|=1$ có 7 nghiệm phân biệt dựa vào BBT sau khi lấy đối xứng mà quên chuyển về độ nghiệm phương trình lượng giác.

D: Học sinh nhầm $|f(\cos 2x)|=1$ có 10 nghiệm phân biệt do nhầm lẫn $\sin 2x$ và $\cos 2x$.

Sau khi phân tích và đánh giá kĩ lời giải ví dụ 1, HS tích lũy thêm nhiều kinh nghiệm giải toán. Bằng hình thức cho HS thảo luận cùng nhau, phản biện lẫn nhau, cùng xây dựng sơ đồ giải, cùng tham gia vào việc thực hiện lời giải, cùng nhận xét, đánh giá rút kinh nghiệm,...HS đã tham gia vào một quá trình kiến tạo, tìm tòi, khám phá, phát hiện, tự hình thành hiểu biết, năng lực, phẩm chất tư duy, kĩ năng giải quyết tình huống. Phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực đã thực sự mang hiệu quả thiết thực.

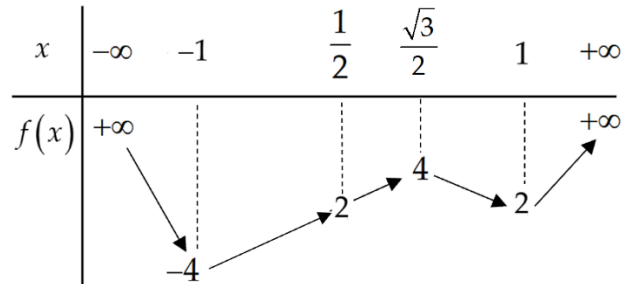
Để củng cố thêm về những gì vừa đạt được, GV giao nhiệm vụ tiếp theo cho HS.

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH	GHI CHÚ
Phân công nhiệm vụ cho từng nhóm : Nhóm 1 , nhóm 3 : Nghiên cứu ví dụ 2. Nhóm 2, nhóm 4 nghiên cứu ví dụ 3. Yêu cầu các nhóm thực hiện theo bốn bước nêu ở cột bên.	HS Thảo luận, trả lời các câu hỏi sau : 1. Nhận dạng bài toán, nghiên cứu giả thiết? 2. Khai thác giả thiết bài toán theo thứ tự ưu tiên như thế nào? 3. Sử dụng kiến thức gì, phương pháp nào để khai thác giả thiết, định hướng lời giải?	-Các nhóm thảo luận trong khoảng thời gian 10', sau đó GV vấn đáp đại diện nhóm (hoặc cá nhân). GV và HS cùng thảo luận, từ đó xây dựng sơ đồ giải.

Sau khi nghiên cứu đề bài, bằng kinh nghiệm tích lũy được sau khi giải quyết xong ví dụ 1, đa số học sinh đều nhanh chóng đưa ra được định hướng cho lời giải của ví dụ 2 và ví dụ 3. Giáo viên yêu cầu đại diện hai nhóm lên trình bày lời giải ví dụ 2 và ví dụ 3.

PHẦN TRÌNH BÀY VÀ ĐÁNH GIÁ LỜI GIẢI VÍ DỤ 2 và VÍ DỤ 3

Ví dụ 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(\sin x) + (5-m) \cdot f(\sin x) + 2m - 14 = 0$ có đúng 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}\right]$ là:

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 4.

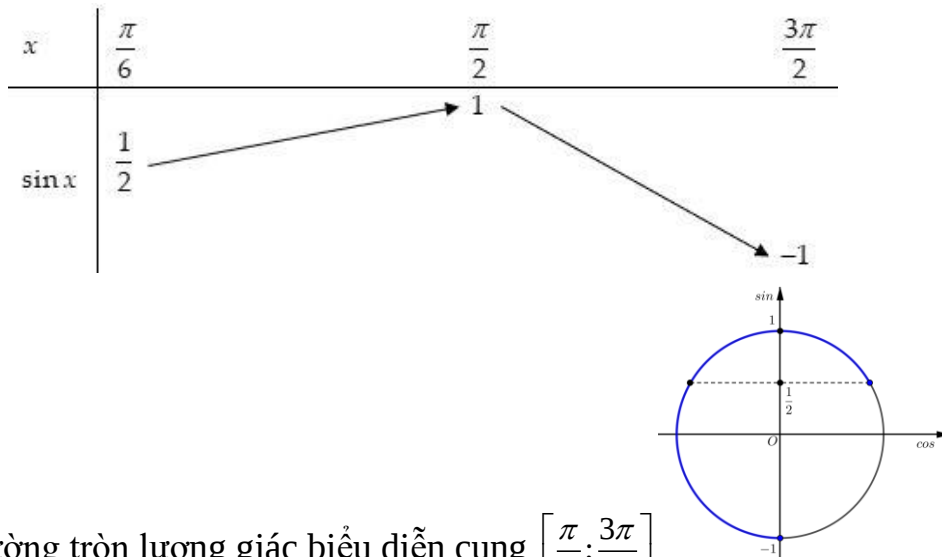
Lời giải của nhóm 1

Chọn B

Đặt $t = f(\sin x)$ thì phương trình $t^2 + (5-m)t + 2m - 14 = 0 \Leftrightarrow m(2-t) + \underbrace{t^2 + 5t - 14}_{(t-2)(t-7)} = 0$.

$$\Leftrightarrow [f(\sin x) - 2][f(\sin x) + 7 - m] = 0.$$

Ta có bảng biến thiên của $\sin x$

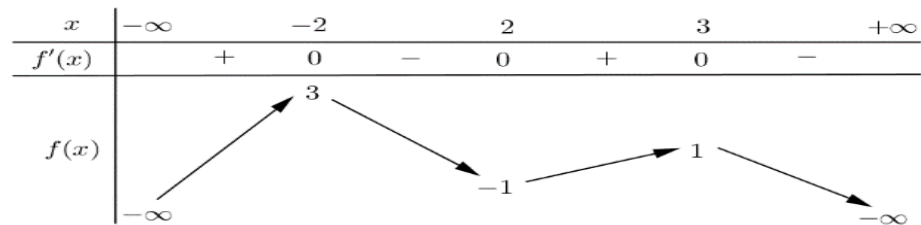


Hoặc đường tròn lượng giác biểu diễn cung $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}\right]$

Như vậy $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \\ x = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$ và $(2) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ tìm m để phương trình (3) có đúng 1 nghiệm x thỏa mãn $\sin x \notin \left\{\frac{1}{2}; 1\right\} \Leftrightarrow -4 \leq m - 7 < 2 \Leftrightarrow 3 \leq m < 9$. Vậy $m \in \{3; 4; 5; 6; 7; 8\}$.

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:



Số nghiệm của phương trình $2f(x^3 - 3x) - 3 = 0$ là

A. 3

B. 4

C. 5

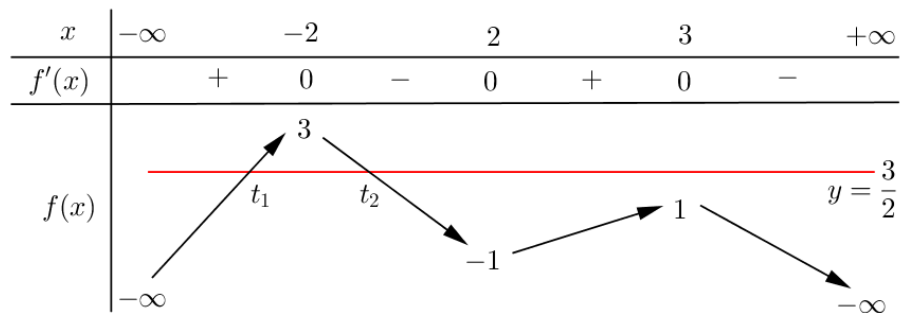
D. 6

Lời giải của nhóm 4

Chọn B

Đặt $t = x^3 - 3x$, ta có $2f(t) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(t) = \frac{3}{2} (*)$

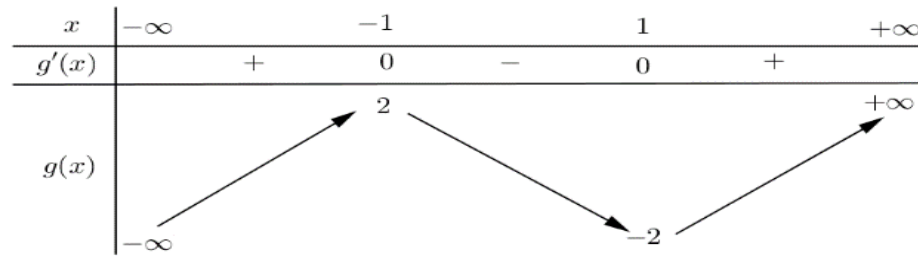
Dựa vào bảng biến thiên



Ta thấy phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $t_1 < -2 < t_2 < 2$.

Do đó ta có $\begin{cases} x^3 - 3x = t_1 (1) \\ x^3 - 3x = t_2 (2) \end{cases}$

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x \Rightarrow g'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$, ta có BBT:



Dựa vào BBT ta có:

+ Phương trình (1) có 1 nghiệm.

+ Phương trình (2) có 3 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

*****Sau khi HS hoàn thiện lời giải, GV yêu cầu cả lớp đánh giá lời giải.**

Câu hỏi 2: Nhận xét đánh giá lời giải? Lời giải đã chính xác chưa? Đã tối ưu chưa?

Các nhóm đều làm tốt hai ví dụ này vì các tình huống cần giải quyết đã được thảo luận, nghiên cứu và giải quyết kỹ càng ở ví dụ 1. Riêng đối với ví dụ 3, biểu thức hàm hợp không phải là biểu thức lượng giác nữa mà là một đa thức. Khi đó, HS phát hiện ra rằng, cần phải lập bảng biến thiên của hàm số $t = x^3 - 3x$, từ đó ta sử dụng phương pháp tương giao để đọc số nghiệm của phương trình (1) và (2).

Từ kinh nghiệm có được sau khi nghiên cứu, đánh giá đề bài và lời giải của ví dụ 1 thì học sinh sẽ tự tìm giải quyết các yêu cầu của ví dụ 2 và ví dụ 3 một cách đơn giản

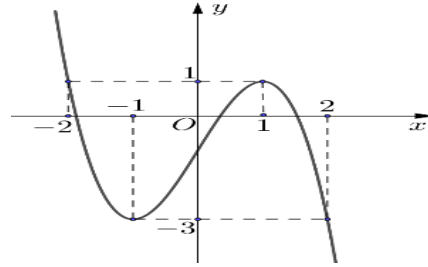
Câu hỏi 3: Phát triển bài toán?

Hướng mở rộng:

Ở ví dụ 3, ta có thể thay biểu thức $(x^3 - 3x)$ bằng một biểu thức tùy ý, chức căn, chứa trị tuyệt đối, chứa logarit, chứa lũy thừa, chứa lượng giác, ... thì ta hoàn toàn thu được bài toán mới. Mức độ khó dễ của bài toán tùy thuộc vào biểu thức u mà ta đưa vào trong hàm $f(u)$. Hoặc ta có thể sử dụng BBT (hoặc đồ thị) của một hàm số $g(x)$ nào đó rồi đưa vào một biểu thức hàm hợp $u = u(x)$ là ta sẽ thu được một bài toán hay.

Để củng cố kỹ năng sử dụng đồ thị giải các bài toán liên quan đến số nghiệm phương trình, GV giao nhiệm vụ cho các nhóm cùng thảo luận, nghiên cứu để đưa ra lời giải ví dụ 4.

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(1-f(x)) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Nhóm 3 có lời giải nhanh nhất, GV mời một đại diện nhóm 3 lên trình bày.

Chọn D

Đặt $1 - f(x) = t$, Phương trình trở thành: $f(t) = 0$.

Quan sát vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy:

$$f(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = a \\ t = b \\ t = c \end{cases} \quad \text{Với } -2 < a < -1; \quad 0 < b < 1; \quad 1 < c < 2$$

Khi đó ta có

Trường hợp 1: $1 - f(x) = a \Leftrightarrow f(x) = 1 - a, (1)$

$$\forall -2 < a < -1 \Rightarrow 2 < 1 - a < 3$$

Nhìn vào đồ thị, suy ra PT (1) có 1 nghiệm.

Trường hợp 2: $1 - f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = 1 - b, (2)$

$$\forall 0 < b < 1 \Rightarrow 0 < 1 - b < 1$$

Nhìn vào đồ thị, ta thấy phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt không trùng với nghiệm của (1).

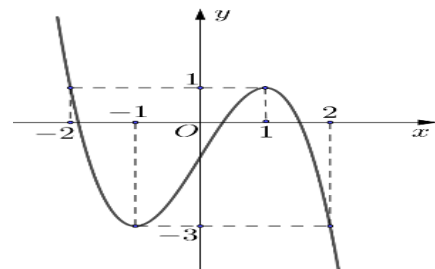
Trường hợp 3: $1 - f(x) = c \Leftrightarrow f(x) = 1 - c, (3)$

$$\forall 1 < c < 2 \Rightarrow -1 < 1 - c < 0$$

Nhìn vào đồ thị, ta thấy phương trình (3) có 3 nghiệm phân biệt không trùng với các nghiệm của (1) và (2).

Vì vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm phân biệt.

*****GV yêu cầu HS nhận xét và đánh giá lời giải.**



*** Nhận xét chung:** Các nhóm đều có định hướng và lời giải tốt ở ví dụ 4. Với các kinh nghiệm đã tích lũy được của buổi học, HS đã tự tin, chủ động hơn khi giải quyết các bài toán thuộc dạng này. Đa số HS thấy hứng thú với buổi học,

Để củng cố cuối buổi học, GV yêu cầu HS xây dựng sơ đồ giải chung cho dạng bài. Và đây là kết quả của các nhóm sau khi đã thảo luận thống nhất.

*** Sơ đồ giải bài toán:** Tìm số nghiệm của phương trình dựa vào BBT hàm số (hoặc đồ thị hàm số) đã cho trước.

Bước 1: Đặt ẩn phụ và đưa phương trình đã cho về dạng $f(t) = a$.

Bước 2: Căn cứ vào BBT (hoặc đồ thị hàm số), HS đọc số nghiệm t cũng như miền chứa nghiệm t .

Bước 3: Dựa vào BBT(đồ thị) của hàm số $t = t(x)$ (hoặc đường tròn lượng giác nếu t là biểu thức lượng giác) để tìm ra số nghiệm x tương ứng mới mỗi nghiệm t tìm được ở bước 2.

Bước 4: Kết luận số nghiệm phương trình đã cho.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

(Bài tập về nhà)

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	-2	0	$-\infty$

Số nghiệm phương trình $f(\cos x) = -1$ thuộc đoạn $\left[\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ là:

A. 2.

B. 6.

C. 7.

D. 4.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$y = f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$y = f(x)$	$+\infty$	-4	2	1	$+\infty$

Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $f(2\sin 2x - 1) - m = 0$ có 11 nghiệm trên đoạn $\left[-\frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}\right]$. Số phần tử của S là:

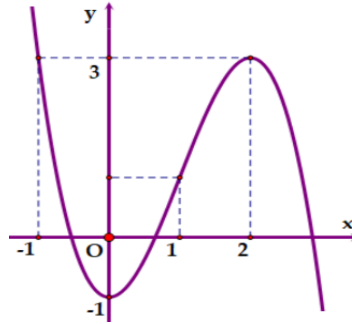
A. 5.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(\cos x) + (m - 2019)f(\cos x) + m - 2020 = 0$ có đúng 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là



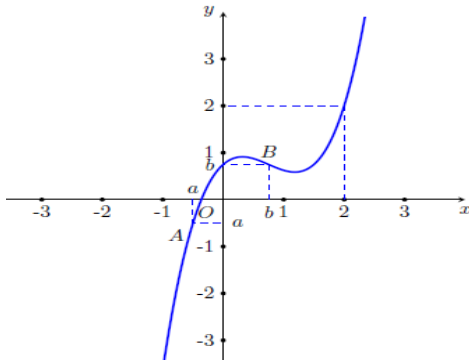
A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 5.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm nằm trong $\left(\frac{-\pi}{2}; 3\pi\right)$ của PT $f(\cos x + 1) = \cos x + 1$ là:



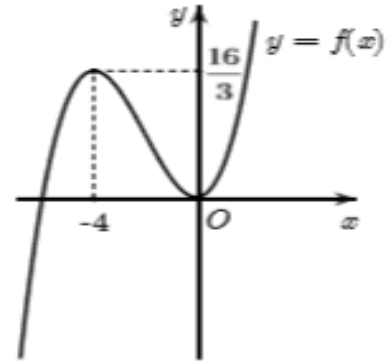
A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

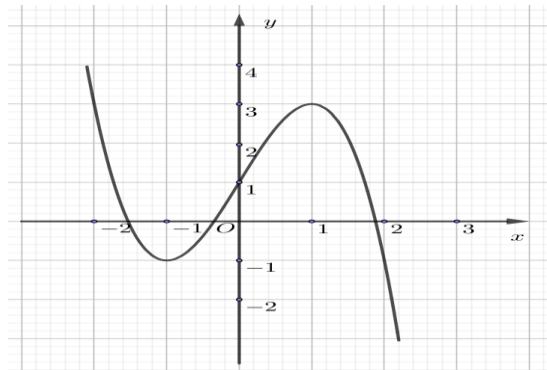
Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình


$$f\left(\left|\frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4}\right|\right) = f(m^2 + 4m + 4) \text{ c\u00f3}$$

nghiệm?

- A. 2.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 5.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Số nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$ của phương trình $[f(\cos x)]^2 - 3f(\cos x) + 2 = 0$ là:

- A.** 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + x^2 - 8x + 7$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $\sqrt{f(f(x) - 3) + m} = 2f(x) - 5$ có 6 nghiệm thực phân biệt. Tổng các phần tử của S bằng:

- A.** 25. **B.** -66. **C.** 105. **D.** 91.

C - KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

Khi giải các câu hỏi vận dụng cao trong đề thi, học sinh thường gặp khó khăn trong việc xác định hướng đi cho bài toán, các kĩ năng giải quyết tình huống... Để chinh phục được nó, đòi hỏi học sinh phải có một nền tảng kiến thức tốt, kĩ năng giải quyết các tình huống tốt, sự linh hoạt, sáng tạo và vận dụng, tổng hợp các kiến thức đã học để đưa vào lời giải của mình một cách hợp lý nhất. Để đạt được điều đó, nếu giáo viên vẫn dạy học sinh theo lối mòn của phương pháp truyền thống thì học sinh chỉ sẽ hiểu vấn đề một cách thụ động, ghi nhớ máy móc, thiếu sự linh hoạt trong tư duy, mềm dẻo trong việc vận dụng các kiến thức đã có. Như vậy thì việc chinh phục được các câu hỏi vận dụng cao trong các đề thi là bất khả thi. Nhưng khi vận dụng phương pháp dạy học tiếp cận năng lực một cách bền bỉ, kiên trì của cả thầy và trò thì hiệu quả sẽ rất khác biệt. Tất cả những khó khăn nêu trên đều được khắc phục theo thời gian. Giáo dục là một quá trình, và quá trình đó đã và đang mang lại nhiều kết quả tích cực.

Sau một thời gian bền bỉ áp dụng phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực học sinh thì đến nay đa số học sinh trong lớp đã thay đổi quan điểm học môn toán. Học sinh thấy hứng thú hơn, tự tin hơn, linh hoạt, sáng tạo hơn, chủ động tích cực hơn và cũng sẵn sàng “đương đầu” với các câu hỏi khó. Học sinh cũng rèn được tính bền bỉ, kiên cường trong học tập, đó là ko bỏ cuộc, kiên trì suy nghĩ, tìm tòi để đưa ra lời giải cho các bài toán khó.

Để kiểm tra tính hiệu quả của phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực mang lại, giáo viên chia lớp 12A1 (lớp chất lượng cao ban A của trường) làm hai nhóm đồng đều về trình độ. Giáo viên thực hiện hai bài giảng đã nêu trong phần nội dung đề tài với hai nhóm theo hai phương pháp khác nhau.

Nhóm Năng lực 1: Sử dụng phương pháp giáo dục truyền thống (phương pháp giáo dục tiếp cận nội dung).

Nhóm Năng lực 2: Sử dụng phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực.

Sau khi thực hiện hai bài giảng xong, giáo viên cho học sinh cả hai nhóm một tuần ôn tập rồi giáo viên cho học sinh làm bài kiểm tra đánh giá năng lực gồm 10 câu cấp độ vận dụng cao trong thời gian 45', kết quả thu được như sau:

Nhóm	Điểm Giỏi	Điểm Khá	Điểm Trung bình	Điểm Yếu - Kém
Nhóm Năng lực 1	2/20	7/20	11/20	0/20
Nhóm Năng lực 2	9/20	10/20	1/20	0/20

Qua kết quả nêu trên, ta nhận thấy thì phương pháp dạy học truyền thống quả thực rất khó giúp học sinh chinh phục được các câu hỏi ở cấp độ vận dụng cao. Nếu sử dụng phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực thì kết quả thu được khả quan hơn nhiều. Từ đó, tôi hiểu rằng, để nâng cao số lượng học sinh đạt điểm giỏi trong kì thi tốt nghiệp THPT thì việc sử dụng phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực là một lựa chọn cần thiết.

Tôi xin đưa ra một vài kiến nghị sau đây:

*** Đối với giáo viên:**

- Cần tích cực, mạnh dạn và chủ động đổi mới phương pháp giảng dạy. Tìm hiểu rõ năng lực tư duy của học sinh lớp mình phụ trách, từ đó đưa ra những phương pháp giáo dục phù hợp.

- Tăng cường hướng dẫn học sinh phương pháp tự học, tự nghiên cứu cũng như phương pháp làm việc nhóm. Động viên học sinh chủ động, tích cực khai phá năng lực bản thân.

- Giáo viên phải luôn tìm tòi, trau dồi và học hỏi từ các tài liệu nghiên cứu về đổi mới giáo dục cũng như học hỏi từ các đồng nghiệp trong và ngoài nhà trường. Tham gia các diễn đàn giáo viên Toán để trao đổi về chuyên môn.

*** Đối với tổ nhóm chuyên môn và Nhà trường:**

- Trong các buổi sinh hoạt tổ nhóm chuyên môn, thường xuyên đưa vấn đề đổi mới phương pháp giảng dạy ra thảo luận, cùng xây dựng, thiết kế bài giảng theo phương pháp giáo dục tiếp cận năng lực để từ đó đúc rút ra những kinh nghiệm.

- Đẩy mạnh phong trào hội giảng, thực tập tổ, giờ dạy bán hội đồng để giáo viên có điều kiện trao đổi và học hỏi lẫn nhau. Tạo nên phong trào “cùng nhau đổi mới” thiết thực và hiệu quả.

- Sau mỗi giờ dạy hội giảng, thực tập tổ, giờ dạy bán hội đồng cần tổ chức rút kinh nghiệm một cách nghiêm túc, thẳng thắn, có tinh thần xây dựng,... để từ đó mỗi giáo viên có điều kiện hoàn thiện mình hơn.

Trên đây là một số kinh nghiệm nhỏ rút ra trong thực tế giảng dạy của bản thân. Rất mong các đồng nghiệp góp ý để đề tài được hoàn thiện và áp dụng hiệu quả hơn trong giảng dạy.

Trân trọng cảm ơn!

Hà Nội, ngày 15 tháng 3 năm 2021

*Tôi cam đoan SKKN này là của mình viết,
không sao chép từ bất kì người nào.*

Xác nhận của Hiệu Trưởng

Người viết

Trần Thị Bích Hợp

Vũ Thị Thu Hiền.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- 1. Tạp chí Giáo dục và Thời đại.**
- 2. Giải tích 12. Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên) – Vũ Tuấn (Chủ biên) – Lê Thị Thiên Hương – Nguyễn Tiến Tài – Cấn Văn Tuất, NXB Giáo dục – Năm 2020..**
- 3. Tuyển tập đề thi thử tốt nghiệp THPT – 2020 của Diễn Đàn Giáo Viên Toán.**

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.