

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT HỢP THANH

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

TÊN ĐỀ TÀI :

MỘT SỐ GIẢI PHÁP GIÚP HỌC SINH VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT
PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

Bộ môn: Toán Học.

Tên tác giả: Phạm Thị Hiền

Chức vụ: Giáo viên

Đơn vị công tác: Trường THPT Hợp Thanh

NĂM HỌC 2023 - 2024

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

ĐƠN YÊU CẦU CÔNG NHẬN SÁNG KIẾN

Kính gửi: Sở giáo dục đào tạo Hà Nội

Họ và tên	Ngày tháng năm sinh	Nơi công tác	Chức danh	Trình độ chuyên môn	Tên sáng kiến
Phạm Thị Hiền	15/01/1986	THPT Hợp Thanh	Giáo viên	Đại học	Một số giải pháp giúp học sinh viết Phương trình mặt phẳng trong không gian.

- Lĩnh vực áp dụng sáng kiến: **Toán học**.
- Ngày sáng kiến được áp dụng lần đầu hoặc áp dụng thử: 5/4/2023
- **Mô tả bản chất của sáng kiến:** Xuất phát từ những thuận lợi, khó khăn của học sinh, tôi đưa ra giải pháp giúp các em vừa học tập tốt, nắm chắc các kiến thức cơ bản, vừa đạt được kết quả cao trong các bài kiểm tra quan trọng. Đề tài là “**Một số giải pháp giúp học sinh viết phương trình mặt phẳng trong không gian**” được chia làm hai phần chính: phần 1 giúp học sinh ghi nhớ lại cả kiến thức cơ bản. Phần 2 chia các dạng và có ví dụ minh họa, hướng dẫn học sinh thực hiện các bài tập và sau cùng có các bài tập tương tự để học sinh áp dụng.
- **Đánh giá lợi ích thu được hoặc dự kiến có thể thu được do áp dụng sáng kiến theo ý kiến của tác giả:** Sau khi thực hiện đề tài học sinh nắm tốt kiến thức cơ bản, các bài tập ở mức độ nhận biết và thông hiểu 100% học sinh lớp tôi dạy thực hiện tốt, số lượng học sinh làm các bài tập mức độ vận dụng, vận dụng cao tăng lên rất nhiều.

Học sinh có ý thức học tập tốt hơn, tự tin hơn trong các bài kiểm tra.

Danh sách những người đã tham gia áp dụng thử hoặc áp dụng sáng kiến lần đầu (nếu có):

Số TT	Học sinh lớp	Ngày tháng năm sinh	Nơi công tác (hoặc nơi thường trú)	Chức danh	Trình độ chuyên môn	Nội dung công việc hỗ trợ
1	12A3					
2	12A4					
3	12A7					

Tôi xin cam đoan mọi thông tin nêu trong đơn là trung thực, đúng sự thật và hoàn toàn chịu trách nhiệm trước pháp luật.

Mỹ Đức, ngày 28 tháng 02 năm 2024

Người nộp đơn
(Ký và ghi rõ họ tên)

Phạm Thị Hiền

PHIẾU NHẬN XÉT ĐÁNH GIÁ

Họ tên tác giả: Phạm Thị Hiền
Tên đề tài: Một số giải pháp giúp học sinh mất phương hướng mặt phẳng trong thực tiễn
Lĩnh vực: Toán học

STT	Tiêu chuẩn	Điểm SKKN
1	Sáng kiến có tính mới	
1.1	Hoàn toàn mới, được áp dụng đầu tiên	
1.2	Có cải tiến so với giải pháp trước đây với mức độ khá	30
1.3	Có cải tiến so với giải pháp trước đây với mức độ trung bình	
1.4	Không có tính mới hoặc sao chép từ các giải pháp đã có trước đây	
Nhận xét: <u>SKKN được áp dụng đầu tiên tại cơ quan</u>		
2	Sáng kiến có tính áp dụng	
2.1	Có khả năng áp dụng trong phạm vi toàn ngành hoặc rộng hơn	
2.2	Có khả năng áp dụng trong đơn vị và có thể nhân ra một số đơn vị có cùng điều kiện	20
2.3	Có khả năng áp dụng trong đơn vị	
2.4	Không có khả năng áp dụng trong đơn vị	
Nhận xét: <u>Có khả năng nhân ra một số đơn vị có cùng điều kiện</u>		
3	Sáng kiến có tính hiệu quả	
3.1	Có hiệu quả, đem lại lợi ích kinh tế - xã hội, có tính lan tỏa	
3.2	Có hiệu quả, đem lại lợi ích kinh tế - xã hội	20
3.3	Có hiệu quả, lợi ích phù hợp với mức độ phù hợp tại đơn vị	
3.4	Không có hiệu quả cụ thể	
Nhận xét: <u>Đã thực hiện và phát huy rất rộng rãi</u> <u>trong đơn vị và các đơn vị khác</u>		
4	Điểm trình bày	
4.1	Trình bày khoa học, hợp lý	10
4.2	Trình bày chưa khoa học, chưa hợp lý	
Nhận xét: <u>Trình bày khoa học, hợp lý</u>		
Tổng cộng: <u>80</u>		

Đánh giá: ☒ Đạt (≥ 70 điểm) ☐ Không đạt

CHỖ TÍCH HỢP ĐỒNG SÁNG KIẾN CƠ SỞ



Nguyễn Khắc Thuật

MỤC LỤC	Trang
1. Đặt vấn đề	1
1.1. Lý do chọn đề tài	1
2. Nội dung sáng kiến kinh nghiệm	3
2.1 Cơ sở lý luận của vấn đề	3
2.2 Thực trạng của vấn đề	3
2.3 Một số giải pháp	4
2.3.1. Kiến thức cơ bản học sinh cần nắm	4
2.3.2. Bài toán cơ bản	7
a) Phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và vuông góc với một vecto	7
b) Phương trình mặt phẳng song song với 2 vecto không cùng phương	11
c) Phương trình mặt phẳng song song với một mặt phẳng cho trước	15
3. Kết luận và kiến nghị	17
Tài liệu tham khảo	20

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

1.1 LÍ DO CHỌN ĐỀ TÀI:

Quan điểm chung về đổi mới phương pháp dạy học môn toán hiện nay ở trường trung học phổ thông (THPT) là phải tổ chức cho học sinh được học tập trong hoạt động và bằng hoạt động tự giác, tích cực, chủ động và sáng tạo. Theo đó, một tiết học có thể xem là thành công nếu ở đó chính học sinh là người bắt đầu nỗ lực phấn đấu và sẽ cần một sự giúp đỡ thích đáng để có thể tiến sâu hơn vào các kiến thức của toán học.

Thực trạng dạy và học toán hiện nay ở một số trường phổ thông là một số rất lớn học sinh học toán nhưng không hiểu, gặp phải nhiều khó khăn trong quá trình học toán và có xu thế ngày càng yếu dần về môn toán.

Về mặt kiến thức về hình học cũng không khá hơn so với các phần kiến thức khác về toán. Học sinh thuộc định nghĩa nhưng vẫn không hiểu nhiều về nó. Như chúng ta đã biết, việc học sinh phổ thông học hình học không gian rất khó khăn bởi những nguyên nhân chủ yếu sau:

- + Hình không gian vốn đã rất khó nhìn khi biểu diễn nó trên mặt phẳng.
- + Nhiều định lý dài khó nhớ mà học sinh thì rất lười học lý thuyết.
- + Đa số học sinh chỉ học đại số hay giải tích mà không quan tâm môn hình học.

Với những lý do đó mà môn hình học trong chương trình toán phổ thông ngày càng khó cho người dạy và người học. Tuy nhiên đối với môn hình học giải tích trong không gian thì tình hình có khá hơn, vì trong phần hình học này học sinh tiếp cận các đối tượng hình học bằng phương trình của nó, bằng những bộ số mà không phải vẽ hình.

Thực tế giảng dạy tại trường phổ thông, chúng tôi thấy rằng ở môn hình học giải tích trong không gian này giúp cho học sinh giảm nhẹ việc phải tiếp cận các đối tượng hình học khó như đường thẳng, mặt phẳng... thay vào đó là những phương trình đại số, phương trình có chứa tham số hay chỉ là những bộ số. Với những đối tượng này học sinh tiếp nhận dễ hơn nhiều so với hình cổ điển.

Với bối cảnh như thế và yêu cầu thực tế về mặt kiến thức dạy cho học sinh tại trường phổ thông nên việc lựa chọn nghiên cứu môn này là rất cần thiết. Việc nghiên cứu thành công môn này sẽ là cải thiện tình hình học tập hình học của học sinh trong trường phổ thông tốt hơn và chuẩn bị kiến thức cơ bản để vượt qua các kỳ thi quan trọng của đời học sinh.

Trong những năm gần đây, đề thi THPTQG đã đi vào một cấu trúc chung. Trong đó luôn có bài toán viết phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng và phương trình mặt cầu. Đây là những dạng bài tập tương đối phù hợp với học sinh. Nhằm giúp học sinh làm tốt bài thi THPTQG hằng năm và nhất là phần hình học giải tích trong không gian, tôi đưa ra đề tài: “MỘT SỐ GIẢI PHÁP GIÚP HỌC SINH VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN”.

Mục tiêu, nhiệm vụ của đề tài.

- Mục tiêu: Giúp học sinh nắm vững kiến thức và có những phương pháp thích hợp cho dạng toán lập phương trình mặt phẳng trong không gian.
- Nhiệm vụ nghiên cứu: Phân dạng bài tập và đưa ra phương pháp giải các dạng toán lập phương trình mặt phẳng trong không gian

Đối tượng nghiên cứu.

- Học sinh các lớp 12A3, 12A4, 12A7 (năm học 2023-2024)

Phạm vi nghiên cứu.

- Lập phương trình phương trình mặt phẳng trong không gian hình học lớp 12.

Phương pháp nghiên cứu.

- Nghiên cứu lý thuyết, phân tích, tổng hợp, rút ra phương pháp và áp dụng vào bài học.
- Thực nghiệm sư phạm nhằm kiểm nghiệm tính khả thi của đề tài đã được nghiên cứu.

2. NỘI DUNG ĐỀ TÀI

2.1. Cơ sở lý luận của đề tài

Phương pháp giáo dục, phải khuyến khích tự học, phải áp dụng những phương pháp giáo dục hiện đại để bồi dưỡng cho học sinh năng lực tư duy sáng tạo, năng lực giải quyết vấn đề. Đó là những phương pháp chung cho giáo dục. Tuy nhiên với tình hình thực tế hiện nay, mục tiêu giáo dục cụ thể là phải làm sao cho học sinh nắm được kiến thức và giải được bài toán đó là vấn đề quan trọng.

Nhằm phục vụ cho lý luận này tôi dựa theo lý luận rằng: Bồi dưỡng cho học sinh những kiến thức cơ bản nhất của vấn đề rồi sau đó mới tạo cho học sinh khả năng tự học và độc lập trong suy nghĩ. Có như thế thì học sinh mới dễ dàng làm được các bài tập trong các đề thi và vượt qua nó một cách dễ dàng.

2.2. Thực trạng của đề tài

2.2.1. Tình hình thực tế của học sinh trường THPT Hợp Thanh

- Thuận lợi:

- Hiện nay giáo viên phổ thông được trao quyền nhiều hơn trong việc phân bổ chương trình dạy học, do đó sự phân bố thời gian cũng được chủ động hơn và phù hợp hơn với thực tiễn dạy học. Việc kết hợp với các phương tiện dạy học như máy chiếu, các video, hình ảnh minh họa cho bài học cũng trở nên phổ biến hơn trong các nhà trường.

- Khó khăn:

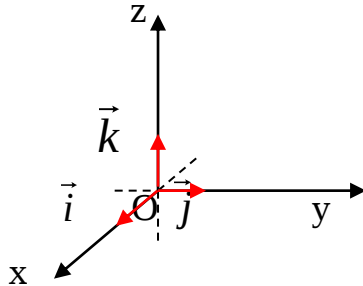
- Học sinh có kiến thức không đồng đều nhau
- Học sinh có thái độ học tập chưa đúng đắn, ý thức học tập chưa cao.
- Học sinh nhà xa trường nên có phần ảnh hưởng đến việc học.

2.3 MỘT SỐ GIẢI PHÁP:

2.3.1 Kiến thức cơ bản học sinh cần nắm

HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN.

Hệ gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc được gọi là hệ trục tọa độ vuông góc Oxyz trong không gian



• O (0;0;0) gọi là gốc tọa độ . • Các trục tọa độ: • Ox : trục hoành. • Oy : trục tung. • Oz : trục cao. • Các mặt phẳng tọa độ: • (Oxy), (Oyz), (Oxz) đôi một vuông góc với nhau.	• $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz. • $\vec{i} = (1;0;0), \vec{j} = (0;1;0), \vec{k} = (0;0;1).$ • $\vec{i} = \vec{j} = \vec{k} = 1$ và $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1.$ • $\vec{i} \perp \vec{j}, \vec{j} \perp \vec{k}, \vec{k} \perp \vec{i}.$ • $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0, \vec{j} \cdot \vec{k} = 0, \vec{k} \cdot \vec{i} = 0.$ • $[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}, [\vec{j}, \vec{k}] = \vec{i}, [\vec{k}, \vec{i}] = \vec{j}$
CÁC TRƯỜNG HỢP ĐẶC BIỆT CẦN NHỚ	
• $M \in Ox \Leftrightarrow M(x;0;0)$ • $M \in Oy \Leftrightarrow M(0;y;0)$ • $M \in Oz \Leftrightarrow M(0;0;z)$	• $M \in (Oxy) \Leftrightarrow M(x;y;0)$ • $M \in (Oyz) \Leftrightarrow M(0;y;z)$ • $M \in (Oxz) \Leftrightarrow M(x;0;z)$
• Tọa độ của điểm: $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow M(x; y; z)$	
• Tọa độ của vector: $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$	

CÁC TÍNH CHẤT CẦN NHỚ VỀ VECTOR.

Cho $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$, $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ và số k tùy ý, ta có:

1. Tổng và Hiệu hai vector là một vector.

- $\vec{a} \pm \vec{b} = (x_1 \pm x_2; y_1 \pm y_2; z_1 \pm z_2)$

2. Tích của vector với một số thực là một vector.

- $k \cdot \vec{a} = k \cdot (x_1; y_1; z_1) = (kx_1; ky_1; kz_1)$

4. Độ dài vector

- $|\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$.

5. Vector không có tọa độ là: $\vec{0} = (0; 0; 0)$.

6. Hai vector bằng nhau: Tọa độ tương ứng bằng nhau.

- $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \\ z_1 = z_2 \end{cases}$

7. Tích vô hướng của hai vector:

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$ $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

8. Góc giữa hai vector: Bằng tích vô hướng chia tích độ dài.

- $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$

CÁC CÔNG THỨC CẦN NHỚ

Trong hệ trục tọa độ Oxyz.

Cho $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$. Khi đó:

1) Tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$ là:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$$

2) Độ dài đoạn thẳng AB bằng độ dài $\overrightarrow{AB}$:

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$$

Chú ý: Độ dài đoạn thẳng AB hay còn gọi là khoảng cách giữa hai điểm A và B.

3) Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}, \frac{z_A + z_B}{2}\right)$$

4) Tọa độ trọng tâm của tam giác:

Cho ΔABC với $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B), C(x_C; y_C; z_C)$.

Khi đó tọa độ trọng tâm G của ΔABC là:

$$\Rightarrow G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}, \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$$

5) Tích có hướng và tính chất của tích có hướng:

Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } [\vec{a}, \vec{b}] &= \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right) \\ &= (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1) \end{aligned}$$

- Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$.
- Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \neq \vec{0}$
- Ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.
- Ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} \neq 0$.

Phương trình mặt phẳng:

Vector $\vec{n} = (A; B; C) \neq \vec{0}$ được gọi là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) nếu giá của nó vuông góc với mặt phẳng (P)

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận vector $\vec{n} = (A; B; C)$ làm vector pháp tuyến có dạng

$$\boxed{A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.}$$

Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng (P): $Ax + By + Cz + D = 0$ và (Q): $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

$$(P) \text{ cắt } (Q) \Leftrightarrow A : B : C \neq A' : B' : C'$$

$$(P) // (Q) \Leftrightarrow A : A' = B : B' = C : C' \neq D : D'$$

$$(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow A : B : C : D = A' : B' : C' : D'$$

Phương trình đường thẳng:

Vector $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3) \neq \vec{0}$ được gọi là vector chỉ phương của đường thẳng d nếu giá của nó song song hoặc trùng với đường thẳng d.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0, y_0, z_0)$ và có vector chỉ phương là

$$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3) \neq \vec{0} \text{ thì } d \text{ có phương trình tham số là: } d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

Nếu $a_1 \neq 0, a_2 \neq 0, a_3 \neq 0$ thì đường thẳng d có phương trình chính tắc là:

$$d : \frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}$$

2.3.2. Những bài toán cơ bản

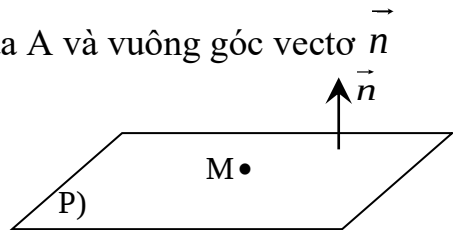
a) PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC VỚI 1 VECTOR

* Kiến thức cần nắm:

Trước khi giải bài tập về dạng viết phương trình mặt phẳng trong không gian cần chú ý cho học sinh: Muốn viết được phương trình mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán ta cần xác định hai yếu tố là điểm mà mặt phẳng đi qua và vector pháp tuyến của mặt phẳng. Cụ thể ta vào các dạng:

Bài toán 1: Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc vector $\vec{n}$

Hình minh họa :



* Phương pháp giải

- + Gọi (α) là mặt phẳng qua A và vuông góc vector $\vec{n}$
 - + Xác định điểm thuộc (α) (ở đây là điểm A)
 - + Xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}$
 - + Viết phương trình mặt phẳng
- $$(\alpha) : a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

Trước khi cho ví dụ minh họa cần chú ý cho học sinh là a, b, c là tọa độ vector pháp tuyến của mặt phẳng. x_0, y_0, z_0 là tọa độ điểm mà mặt phẳng đi qua hay điểm thuộc mặt phẳng.

* Ví dụ minh họa:

Viết phương trình mặt phẳng đi qua M (2,-3,-1) và vuông góc với $\vec{n} = (4, -3, 1)$

Giải:

- + Gọi (α) là mặt phẳng qua M và vuông góc vector $\vec{d}$
 - + Điểm thuộc (α) : M (2,-3,-1)
 - + Do (α) vuông góc với $\vec{a}$ nên ta có vector pháp tuyến $\vec{n} = (4, -3, 1)$
 - + Phương trình (α) : $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$
- $$(\alpha): 4(x - 2) - 3(y + 3) + (z + 1) = 0$$
- $$4x - 3y + z - 16 = 0$$

Đây là ví dụ đầu tiên nên khi dạy cần làm chậm từng bước để học sinh nắm được các phương pháp giải.

Bằng cách thay đổi các yếu tố của bài toán ta có các bài toán tương tự nhằm giúp học sinh rèn luyện kỹ năng giải toán cũng như hiểu sâu hơn về phương pháp giải của bài toán dạng này.

*** Các bài toán tương tự**

Viết phương trình mặt phẳng

- a. Đi qua M (3;5;2) và vuông góc với $\vec{n} = (-2; 1; 4)$
- b. Đi qua N (4;-5;1) và vuông góc với $\vec{n} = (2; -1; 6)$

Bài toán 2: Viết phương trình mặt phẳng đi qua M và vuông góc với AB (ở đây ta thay vector $\vec{d}$ thành đoạn thẳng AB)

*** Phương pháp giải**

- + Gọi (α) là mặt phẳng qua M và vuông góc AB
- + Xác định điểm thuộc (α) (là điểm M)
- + Xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $(\vec{n} = \overrightarrow{AB})$
- + Viết phương trình mặt phẳng (α) : $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

*** Ví dụ:**

Viết phương trình mặt phẳng đi qua M (2,-1,3) và vuông góc với AB. Với A(3,-1,-4), B(-1,4,5)

Giải:

- + Gọi (α) là mặt phẳng qua M và vuông góc AB
- + Điểm thuộc (α) : M (2,-1,3)

+ Do (α) vuông góc với AB nên ta có vector pháp tuyến

$$\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (-4; 5; 9)$$

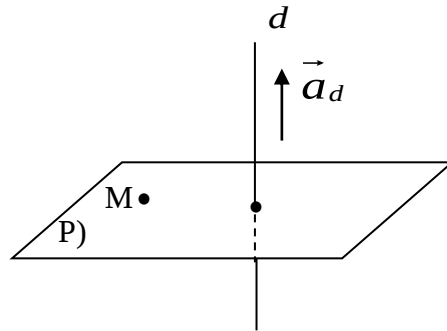
+ Phương trình $(\alpha): a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

$$(\alpha): -4(x - 2) + 5(y + 1) + 9(z - 3) = 0$$

$$-4x + 5y + 9z - 14 = 0$$

Bài toán 3:

Viết phương trình mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng d (ở đây ta thay vector $\vec{d}$ thành đường thẳng d)



* Phương pháp giải

+ Gọi (α) là mặt phẳng qua M và vuông góc đường thẳng d

+ Xác định điểm thuộc (α) (là điểm M)

+ Xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) ($\vec{n} = \vec{a}_d$ là vector chỉ phương của d)

+ Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha): a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

* **Ví dụ:** Viết phương trình mặt phẳng đi qua M (2,-1,3) và vuông góc với

$$\text{đường thẳng } d : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Giải:

+ Gọi (α) là mặt phẳng qua M và vuông góc đường thẳng d

+ Điểm thuộc (α) : M (2,-1,3)

+ Do (α) vuông góc với d nên ta có vector pháp tuyến $\vec{n} = \vec{a}_d = (-1, 2, 1)$

+ Phương trình $(\alpha): a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

$$(\alpha): -(x-2) + 2(y+1) + (z-3) = 0$$

$$-x + 2y + z + 1 = 0$$

Ví dụ này giúp cho học sinh trung bình yếu hiểu thêm lần nữa về phương pháp viết phương trình mặt phẳng, đối với học sinh khá hơn thì có thêm nhiều dạng bài tập để rèn luyện

Bài tập tương tự:

Trong không gian cho điểm A(1,-2,3) và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với d

Bài toán 4:

Viết phương trình mặt phẳng là mặt trung trực của đoạn thẳng AB
(ta thấy điểm đi qua là trung điểm của AB)

*** Phương pháp giải**

- + Gọi (α) là mặt phẳng là mặt trung trực của đoạn thẳng AB
- + Xác định điểm thuộc (α) (ở đây là điểm M là trung điểm của AB)
- + Xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) ($\vec{n} = \overrightarrow{AB}$)
- + Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha): a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

*** Ví dụ:**

Viết phương trình mặt phẳng là mặt trung trực của đoạn thẳng AB biết A(-1,2,3) và B(3,-4,1)

Giải:

- + Gọi (α) là mặt trung trực của đoạn thẳng AB
- + Điểm thuộc (α) : M (1,-1,2) là trung điểm của AB
- + Do (α) là mặt trung trực của đoạn thẳng AB nên ta có vector pháp tuyến

$$\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (4, -6, -2)$$

- + Phương trình $(\alpha): a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

$$(\alpha): 4(x-1) - 6(y+1) - 2(z-2) = 0$$

$$4x - 6y - 2z - 6 = 0$$

*** Bài tập tương tự**

Trong không gian Oxyz, cho 2 điểm A(3;-2;-2), B(3;2;0). Viết phương trình mặt phẳng trung trực của AB.

b) PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG SONG SONG GÓC VỚI 2 VECTO KHÔNG CÙNG PHƯƠNG

*** Kiến thức cần nắm**

Dạng bài tập này xuất hiện nhiều kiến thức mới nên yêu cầu học sinh cần nắm được cách tìm vector tích có hướng của hai vector

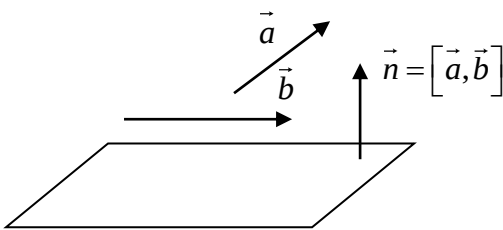
Tính theo công thức : cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Khi đó:

$$\begin{aligned} [\vec{a}, \vec{b}] &= \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right) \\ &= (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1) \end{aligned}$$

Bài toán 1:

Viết phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với $\vec{a}$ và song song $\vec{b}$

Hình minh họa:



*** Phương pháp giải**

- + Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với $\vec{a}$ và song song $\vec{b}$
- + Xác định điểm thuộc (α) là điểm M
- + Xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) : Do (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với $\vec{a}$ và song song $\vec{b}$ nên có vector pháp tuyến là $(\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}])$
- + Viết phương trình mặt phẳng (α) : $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

*** Ví dụ minh họa**

Viết phương trình mặt phẳng đi qua M(2,-1,3) và song song với $\vec{a} = (1; -4; -1)$ và song song $\vec{b} = (2; 1; 3)$

Giải:

- + Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với $\vec{a}$ và song song $\vec{b}$
- + Điểm thuộc (α) M(2,-1,3)

+ Do(α) song song với $\vec{a}$ và song song $\vec{b}$ nên có vector pháp tuyến là
 $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (-11, -5, 9)$

+ Viết phương trình mặt phẳng

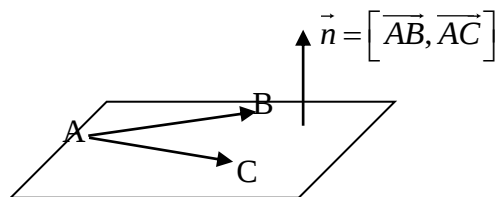
$$\begin{aligned}(\alpha): -11(x - 2) - 5(y + 1) + 9(z - 3) &= 0 \\ 11x + 5y - 9z + 10 &= 0\end{aligned}$$

* Mở rộng bài toán 1 thêm một chút ta có bài toán 2 như sau:

Bài toán 2:

Viết phương trình mặt phẳng qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng

Hình minh họa:



* Phương pháp giải

- + Gọi (α) là mặt phẳng đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng
- + Xác định điểm thuộc(α) (ở đây là điểm A, B, C)
- + Xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng (α): Do(α) là mặt phẳng đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng nên có vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$
- + Viết phương trình mặt phẳng (α): $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

* Ví dụ minh họa

Viết phương trình mặt phẳng qua 3 điểm A(1,0,1), B(-1,2,1), C(2,1,0)

Giải: + Gọi (α) là mặt phẳng đi qua 3 điểm A, B, C

+ Điểm thuộc(α): A(1,0,1)

+ Do(α) là mặt phẳng đi qua 3 điểm A, B, C nên có vector pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-2, -2, -4)$$

+ Viết phương trình mặt phẳng

$$\begin{aligned}(\alpha): (x - 1) + (y - 0) + 2(z - 1) &= 0 \\ x + y + 2z - 3 &= 0\end{aligned}$$

Thay đổi một vector thành một vector không nằm trong mặt phẳng ta có bài toán khác như sau:

Bài toán 3:

Viết phương trình mặt phẳng qua A, B và song song CD

*** Phương pháp giải**

- + Gọi (α) là mặt phẳng qua A, B và song song CD
- + Xác định điểm thuộc (α) (ở đây là điểm A hoặc B)
- + Xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) : Do (α) là mặt phẳng mặt phẳng qua A, B và song song CD nên có vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}]$
- + Viết phương trình mặt phẳng (α) : $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

*** Ví dụ minh họa**

Viết phương trình mặt phẳng qua A(1,2,0), B(2,-1,1) và song song CD biết

C(2,3,-1), D(-1,0,3)

Giải:

- + Gọi (α) là mặt phẳng qua A, B và song song CD
- + Điểm thuộc (α) : A(1,2,0)
- + Do (α) là mặt phẳng mặt phẳng qua A, B và song song CD nên có vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}] = (-9, -7, -12)$
- + Viết phương trình mặt phẳng

$$(\alpha): 9(x - 1) + 7(y - 2) + 12(z - 0) = 0$$

$$(\alpha): 9x + 7y + 12z - 23 = 0$$

*** Các bài toán tương tự**

Bài 1: Viết phương trình mặt phẳng qua M và song song lần lượt hai đường thẳng d_1 và d_2

HD: + Điểm thuộc mặt phẳng là M

+ Vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{a}_1, \vec{a}_2]$ (Với $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ lần lượt là vector chỉ phương của d_1 và d_2)

Bài 2: Viết phương trình mặt phẳng qua M và lần lượt vuông góc với 2 mặt phẳng (P) và (Q)

HD: + Điểm thuộc mặt phẳng là M

+ Vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{a}_p, \vec{a}_q]$ (Với $\vec{a}_p, \vec{a}_q$ lần lượt là vector pháp tuyến của (P) và (Q))

Bài 3: Viết phương trình mặt phẳng chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P)

HD: + Điểm thuộc mặt phẳng là A hoặc B

+ Vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_p]$ (Với $\vec{a}_p, \vec{a}_q$ lần lượt là vector pháp tuyến của (P) và (Q))

Bài 4: Viết phương trình mặt phẳng qua A và chứa Ox.

HD: + Điểm thuộc mặt phẳng là A

+ Vector pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{OA}, \vec{i}]$, $\vec{i} = (1; 0; 0)$

Bài 5: Viết phương trình mặt phẳng qua A và chứa Oy.

HD: + Điểm thuộc mặt phẳng là A

+ Vector pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{OA}, \vec{j}]$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$

Bài 6: Viết phương trình mặt phẳng qua A và chứa Oz.

HD: + Điểm thuộc mặt phẳng là A

+ Vector pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{OA}, \vec{k}]$, $\vec{k} = (0; 0; 1)$

*** Các bài tập tương tự**

Bài 1: Trong không gian Oxyz, cho bốn điểm A(3;-2;-2), B(3;2;0), C(0;2;1) và D(-1;1;2).

- Viết phương trình mặt phẳng (ABC)
- Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa AB và song song với CD.
- Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa CD và vuông góc với mp(ABC).

Bài 2: Trong không gian Oxyz viết phương trình mặt phẳng:

- Đi qua M(1, 2, 3) và song song $\vec{a} = (4, 6, 3)$, và song song $\vec{b} = (2, 7, 5)$
- Đi qua 2 điểm E(4,-1,1), F(3,1,-1) và song song với trục Ox.

c) PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG CHO TRƯỚC

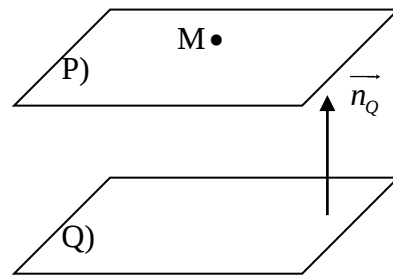
* Kiến thức cần nắm

Đây là dạng bài tập có phần nâng cao so với các dạng trước nên cầu yêu cầu học sinh nắm vững các kiến thức sau:

- Hai mặt phẳng song song có cùng vectơ pháp tuyến

Bài toán :

Viết phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P)



* Phương pháp giải

- + Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (P)
- + Xác định điểm thuộc (α) (là điểm M)
- + Xác định vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) : Do (α) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{n}_p$
- + Viết phương trình mặt phẳng (α) : $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

* Ví dụ minh họa

Viết phương trình mặt phẳng đi qua M (5,1,-3) và song song với mặt phẳng (P): $2x - 3y + z - 5 = 0$

Giải:

- + Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (P)
- + Điểm thuộc (α) : M (5,1,-3)
- + Do (α) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{n}_p = (2, -3, 1)$
- + Viết phương trình mặt phẳng

$$(\alpha): 2(x - 5) - 3(y - 1) + (z + 3) = 0$$

$$2x - 3y + z - 4 = 0$$

Các dạng tương tự

Dạng 1: Mặt phẳng (α) qua A và // (Oxy). Thì mp (α) có:

* Điểm thuộc (α) là A

* $\forall \text{tpt } \vec{n} = \vec{k} = (0; 0; 1)$

Dạng 2: Mặt phẳng (α) qua A và // (Oxz). Thì mp (α) có:

* Điểm thuộc (α) là A

* $\forall \text{tpt } \vec{n} = \vec{j} = (0; 1; 0)$

Dạng 3: Mặt phẳng (α) qua A và // (Oyz). Thì mp (α) có:

* Điểm thuộc (α) là A

* $\forall \text{tpt } \vec{n} = \vec{i} = (1; 0; 0)$

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VỀ PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Bài 1: Cho tứ diện có các đỉnh A(5,1,3), B(1,6,2), C(5,0,4), D(4,0,6)

a) Lập phương trình mp (ACD)

b) Lập phương trình mp (α) đi qua A, B và song song CD

Bài 2: Lập phương trình của mp:

a) MP (α) đi qua M(2,1,-1) và vuông góc với đường thẳng AB

biết A(-1,0,4), B (0,-2,-1).

b) MP (β) là mặt trung trực của đoạn thẳng CD, với C(1,3,-4), D(-1,2,2)

Bài 3: Lập phương trình mp (α) đi qua hai điểm A(2,-1,4), B(3,2,-1) và vuông góc với đường thẳng (β) : $x + y + 2z - 3 = 0$

Bài 4: Lập phương trình mp (α) đi qua M(3,-1,-5) và đồng thời vuông góc với 2 mp (P): $3x - 2y + 2z + 7 = 0$, (Q): $5x - 4y + 3z + 1 = 0$.

Bài 5: Trong không gian Oxyz, cho một mặt phẳng (P): $2x + y - z - 6 = 0$.

Viết phương trình mp (Q) đi qua gốc tọa độ và song song với mp (P).

3. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ:

3.1. Bài học kinh nghiệm:

* Với học sinh:

- Đây là phần kiến thức mới về hình học nên có một bộ phận không nhỏ học sinh chưa nắm bắt kịp, gây ra những khó khăn như:

- + Không hiểu vector pháp tuyến là vector như thế nào.
- + Không phân biệt được tích vô hướng và tích có hướng của hai vector
- + Không thuộc được hết các công thức trong phần hình học giải tích trong không gian.

* Với giáo viên:

- Khi dạy cần chú ý các kiến thức mới cho học sinh, đặc biệt là các khái niệm về vector trong không gian.

- Cần dạy học sinh thực hành nhiều hơn để thông qua thực hành có thể nhớ công thức tính toán.

- Phân dạng toán cụ thể để học sinh có thể nhận biết dễ dàng.

3.2. Ý nghĩa của sáng kiến kinh nghiệm và khả năng ứng dụng:

Đề tài này cho chúng ta một phương pháp tốt để giảng dạy học sinh trong phần kiến thức hình học giải tích trong không gian nói chung và phần mặt phẳng nói riêng.

Đề tài không những giúp học sinh học dễ dàng mà còn giúp giáo viên trường có thêm nguồn tài liệu để nghiên cứu và giảng dạy tốt hơn.

Nếu thực hiện đúng theo các phương pháp trên, người viết đề tài hy vọng sẽ nâng cao chất lượng bộ môn toán của trường.

Tóm lại đề tài “MỘT SỐ GIẢI PHÁP GIÚP HỌC SINH VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN” rất có hữu ích cho học sinh trên con đường học tập của mình. Và là tài liệu tham khảo cho giáo viên đồng nghiệp

Phiếu điều tra thực nghiệm đề tài

1. Điều tra đối tượng thực hiện đề tài:

Với tinh thần thực hiện theo sáng kiến kinh nghiệm trên trong năm qua đạt được những kết quả như sau:

Bảng 1: Kết quả kiểm tra 1 tiết:

Lớp	Điểm				
	Kém (từ 0- dưới 3)	Yếu (Từ 3- dưới 5)	Trung bình (Từ 5- dưới 7)	Khá (từ 7- dưới 8)	Giỏi (từ 8- 10)
12A3	2	5	14	13	2
12A4	3	6	15	12	2
12A7	5	9	15	13	1

2. Kết quả thực hiện đề tài.

Sau khi dạy, tôi tiến hành kiểm tra 1 tiết bằng hình thức tự luận gồm các câu hỏi các mức độ nhận biết, thông hiểu, vận dụng, vận dụng cao thu được kết quả sau:

Bảng 2: Kết quả kiểm tra 1 tiết

Lớp	Điểm				
	Kém (từ 0- dưới 3)	Yếu (Từ 3- dưới 5)	Trung bình (Từ 5- dưới 7)	Khá (từ 7- dưới 8)	Giỏi (từ 8- 10)
12A3	0	0	12	15	9
12A4	0	0	15	14	9
12A7	0	0	19	18	6

Vậy ta có: 100% học sinh tiếp cận với tài liệu này đã hoàn thành các bài tập với các mức độ nhận biết thông hiểu. Các em đã biết cách lập phương trình mặt phẳng trong không gian.

Mặc dù cố gắng tìm tòi, nghiên cứu song chắc chắn vẫn còn nhiều thiếu sót và hạn chế. Tôi rất mong được sự quan tâm của tất cả các đồng nghiệp bổ sung và góp ý cho đề sáng kiến kinh nghiệm của tôi được hoàn thiện hơn.

Tôi xin chân thành cảm ơn!

Xác nhận của thủ trưởng đơn vị

Người thực hiện

Phạm Thị Hiền

(Tôi xin cam đoan đề tài trên không sao chép ở đâu; nếu sai tôi hoàn toàn chịu trách nhiệm)



DANH MỤC SÁCH THAM KHẢO

- 1) Sách giáo khoa Hình học 12
- 2) Sách bài tập hình học 12
- 3) Hình học giải tích _ Phan Huy Khải
- 4) Hình học phương pháp tọa độ trong không gian

