

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT XUÂN ĐỈNH

**SỬ DỤNG CÔNG THỨC DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG,
THỂ TÍCH VẬT THỂ ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ
BÀI TOÁN THỰC TIỄN LỚP 12**

Lĩnh vực/ Môn : Toán
Cấp học : THPT
Tên Tác giả : Nguyễn Tiến Tùng
Đơn vị công tác : Trường THPT Xuân Đỉnh
Chức vụ : Giáo Viên

NĂM HỌC 2022-2023

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

ĐƠN YÊU CẦU CÔNG NHẬN SÁNG KIẾN

Kính gửi: Hội đồng khoa học ngành Giáo dục và Đào tạo

Họ và tên	Ngày tháng năm sinh	Nơi công tác	Chức danh	Trình độ chuyên môn	Tên sáng kiến
Nguyễn Tiến Tùng	27/12/1997	Trường THPT Xuân Đỉnh	Giáo viên	Đại học	Sử dụng công thức diện tích hình phẳng, thể tích vật thể để giải quyết một số bài toán thực tiễn lớp 12

- Lĩnh vực áp dụng sáng kiến (*nêu rõ lĩnh vực có thể áp dụng sáng kiến và vấn đề mà sáng kiến giải quyết*) : **Môn toán.**

- Ngày sáng kiến được áp dụng lần đầu hoặc áp dụng thử, (ghi ngày nào sớm hơn):
ngày 1/3/2023.

- Mô tả bản chất của sáng kiến (*Mô tả ngắn gọn, đầy đủ và rõ ràng các bước thực hiện giải pháp cũng như các điều kiện cần thiết để áp dụng giải pháp; nếu là giải pháp cải tiến giải pháp đã biết trước đó tại cơ sở thì cần nêu rõ tình trạng của giải pháp đã biết, những nội dung đã cải tiến, sáng tạo để khắc phục những nhược điểm của giải pháp đã biết. Bản mô tả nội dung sáng kiến có thể minh họa bằng các bản vẽ, thiết kế, sơ đồ, ảnh chụp mẫu sản phẩm... nếu cần thiết*): Giúp học sinh áp dụng các công thức diện tích hình phẳng, thể tích vật thể để giải quyết một số bài toán thực tiễn lớp 12.

- Những thông tin cần được bảo mật (nếu có): **Không**

- Các điều kiện cần thiết để áp dụng sáng kiến: **Học sinh đã trang bị kiến thức về tích phân và ứng dụng của tích phân.**

- Đánh giá lợi ích thu được hoặc dự kiến có thể thu được do áp dụng sáng kiến theo ý kiến của tổ chức, cá nhân đã tham gia áp dụng sáng kiến lần đầu hoặc áp dụng thử nếu có: (*So sánh lợi ích kinh tế, xã hội thu được khi áp dụng giải pháp so với trường hợp không áp dụng giải pháp đó, hoặc so với những giải pháp tương tự đã biết ở cơ sở*): **Giúp cho các em nắm vững kiến thức cơ bản mà còn giúp các em có thói quen tư**

duy vận dụng kiến thức một cách linh hoạt đặc biệt giúp học sinh giải nhanh bài toán trắc nghiệm phù hợp với cách thi trắc nghiệm THPT quốc gia hiện nay

Danh sách những người đã tham gia áp dụng thử hoặc áp dụng sáng kiến lần đầu (nếu có): Danh sách học sinh lớp 12D3 Trường THPT Xuân Đình

Tôi xin cam đoan mọi thông tin nêu trong đơn là trung thực, đúng sự thật và hoàn toàn chịu trách nhiệm trước pháp luật.

Hà Nội, ngày 12 tháng 03 năm 2023

Người nộp đơn

(Ký và ghi rõ họ tên)

Tung
Nguyễn Tiến Tung

TRƯỜNG THPT XUÂN ĐÌNH
HỘI ĐỒNG SÁNG KIẾN

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

PHIẾU NHẬN XÉT ĐÁNH GIÁ

Họ tên tác giả: NGUYỄN TIẾN TÙNG

Tên đề tài: **Sử dụng công thức diện tích hình phẳng, thể tích vật thể để giải quyết một số bài toán thực tiễn lớp 12**

Lĩnh vực: Chuyên môn Toán

STT	Tiêu chuẩn	Điểm tối đa
1	Sáng kiến có tính mới	
1.1	Hoàn toàn mới, được áp dụng đầu tiên	25
1.2	Có cải tiến so với giải pháp trước đây với mức độ khá	
1.3	Có cải tiến so với giải pháp trước đây với mức độ trung bình	
1.4	Không có tính mới hoặc sao chép từ các giải pháp đã có trước đây	
Nhận xét: Sáng kiến đã đưa ra được từng giải pháp cụ thể rõ ràng giúp học sinh định hướng và chuyển hóa từ bài toán thực tế về bài toán Toán học phù hợp.		
2	Sáng kiến có tính áp dụng	
2.1	Có khả năng áp dụng trong phạm vi toàn ngành hoặc rộng hơn	30
2.2	Có khả năng áp dụng trong đơn vị và có thể nhân ra một số đơn vị có cùng điều kiện	
2.3	Có khả năng áp dụng trong đơn vị	
2.4	Không có khả năng áp dụng trong đơn vị	
Nhận xét: Sáng kiến có thể áp dụng rộng rãi trong công tác giảng dạy môn Toán ở phạm vi toàn ngành.		
3	Sáng kiến có tính hiệu quả	
3.1	Có hiệu quả, đem lại lợi ích kinh tế - xã hội, có tính lan tỏa	30
3.2	Có hiệu quả, đem lại lợi ích kinh tế - xã hội	
3.3	Có hiệu quả, lợi ích phù hợp với mức độ phù hợp tại đơn vị	
3.4	Không có hiệu quả cụ thể	
Nhận xét: Sáng kiến có tính hiệu quả cao, đem lại lợi ích kinh tế - xã hội và có tính lan tỏa tốt		
4	Điểm trình bày	
4.1	Trình bày khoa học, hợp lý	10
4.2	Trình bày chưa khoa học, chưa hợp lý	
Nhận xét: Trình bày khoa học, hợp lý đúng qui định		
Tổng cộng: 95		Đánh giá: ☐ Đạt (≥ 70 điểm) ☐ Không đạt

CHỦ TỊCH HỘI ĐỒNG SÁNG KIẾN CƠ SỞ



HIỆU TRƯỞNG
Lê Ngọc Hoa

MỤC LỤC

I. MỞ ĐẦU	1
1.1. Lý do chọn đề tài	1
1.2. Thời gian, đối tượng, phạm vi nghiên cứu	1
II NỘI DUNG CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM.....	1
2.1.Cơ sở lí luận	1
2.1.1.Công thức tính diện tích xung quanh hình nón, hình trụ và thể tích khối nón, thể tích khối trụ	2
2.1.2. Công thức tính diện tích hình phẳng và thể tích vật thể dựa vào tích phân...2	
.....3	
2.1.3 Phương trình thường gặp:	
2.1.4. Một số công thức thường gặp	4
2.2. Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm	5
2.3. Các biện pháp đã tiến hành	8
2.3.1. Biện pháp 1: Toán học hóa bài toán thực tế:	8
2.3.2 Biện pháp 2: Sử dụng một số công thức tính diện tích hình phẳng và thể tích vật thể thường gặp để giải quyết nhanh bài toán	8
2.3.3 Biện pháp 3: Tổ chức giảng dạy một số bài tập minh họa trên cơ sở vận dụng biện pháp 1, biện pháp 2.....	9
2.3.4. Biện pháp 4: Thực nghiệm sư phạm.	13
2.4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục ,với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường.....	15
III.KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ.....	16
IV. TÀI LIỆU THAM KHẢO	17

I. MỞ ĐẦU

1.1. Lý do chọn đề tài

- Ta đã biết nội dung chương trình môn Toán ở chương trình phổ thông mới sẽ tinh giản nhiều so với chương trình hiện hành, chú trọng tính ứng dụng thiết thực, gần với đời sống thực tế .

- Theo Ban Phát triển các chương trình môn học (Bộ GD-ĐT), ở chương trình phổ thông mới, môn Toán là môn học bắt buộc và được phân chia theo hai giai đoạn:

Giai đoạn giáo dục cơ bản: giúp học sinh nắm được một cách có hệ thống các khái niệm , nguyên lý, quy tắc toán học cần thiết nhất cho tất cả mọi người, làm nền tảng cho việc học tập ở các trình độ học tập tiếp theo hoặc có thể sử dụng trong đời sống hàng ngày.

Giai đoạn giáo dục định hướng nghề nghiệp: giúp học sinh có cái nhìn tương đối tổng quát về Toán học, hiểu được vai trò và những ứng dụng của Toán học trong đời sống thực tế...

Nói tóm lại: Toán học sẽ rất gần gũi với cuộc sống hàng ngày và sử dụng Toán học để giải quyết các vấn đề nảy sinh trong cuộc sống, đó cũng là mục tiêu cơ bản.

Tuy nhiên, trong chương trình và sách Giáo khoa Toán lớp 12 hiện hành có ít bài toán có nội dung thực tiễn và chỉ đưa ra một số công thức tính diện tích của một số hình và thể tích một số khối quen thuộc.

Vì lẽ đó tác giả chọn đề tài “**Sử dụng công thức diện tích hình phẳng, thể tích vật thể để giải quyết một số bài toán thực tiễn lớp 12**” nhằm giúp học sinh có cái nhìn thêm về một dạng toán trong các đề thi kiểm tra đánh giá và trang bị cho học sinh những công thức tính nhanh, những thủ thuật, kỹ năng làm bài thi trắc nghiệm hiệu quả

1.2. Thời gian, đối tượng, phạm vi nghiên cứu

a) Thời gian: Từ tháng 9 năm 2022 đến tháng 5 năm 2023

b) Đối tượng nghiên cứu: Các bài toán thực tế về Ứng dụng của tích phân để tính diện tích hình phẳng và thể tích vật thể

c) Phạm vi nghiên cứu: Giảng dạy tại lớp 12D3

II .NỘI DUNG CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

2.1.Cơ sở lý luận

Để thực hiện đề tài này tôi sử dụng một số công thức và lý thuyết về ứng dụng của tích phân trong Sách giáo khoa môn Toán lớp 12 .

2.1.1. Công thức tính diện tích xung quanh hình nón, hình trụ và thể tích khối nón, thể tích khối trụ

- Đối với hình nón, khối nón: $S_{xq} = \pi.R.l$ và $V_{nón} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

- Đối với hình trụ, khối trụ: $S_{xq} = 2\pi.R.l$ và $V_{trụ} = \pi R^2 h$.

Trong đó R, h, l lần lượt là bán kính đáy, chiều cao, độ dài đường sinh của hình nón, hình trụ.

2.1.2. Công thức tính diện tích hình phẳng và thể tích vật thể dựa vào tích phân

- Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức:

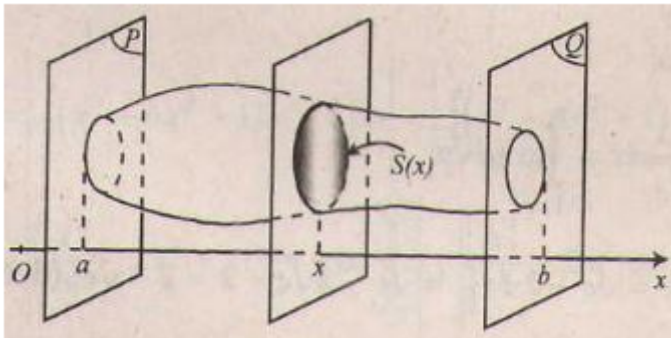
$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

- Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f_1(x)$ và $y = f_2(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức:

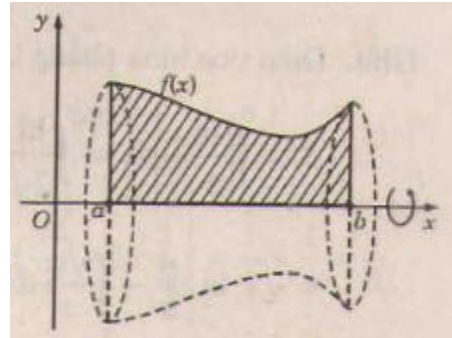
$$S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx.$$

- Thể tích vật thể :

Cắt một vật thể (T) bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox tại $x = a, x = b$ ($a < b$). Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm x ($a \leq x \leq b$) cắt (T) theo thiết diện có diện tích $S(x)$ (Hình 1).



Hình 1



Hình 2

Giả sử $S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó thể tích vật thể (T) được tính theo công

thức : $V = \int_a^b S(x) dx$.

- Thể tích vật thể tròn xoay:

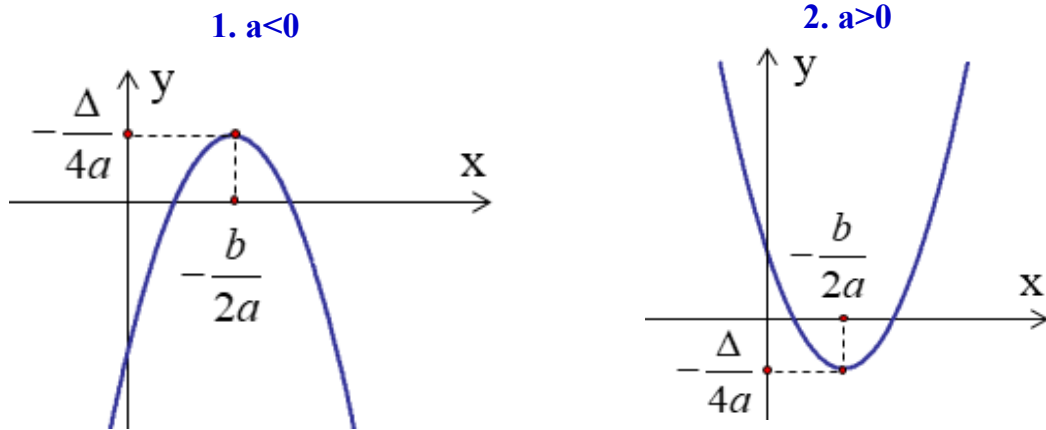
+ Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay xung quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay (Hình 2). Thể tích V của nó được tính

theo công thức : $V_{ox} = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

+ Cho hàm số $x = g(y)$ liên tục trên $[a; b]$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $x = g(y)$ liên tục trên $[a; b]$, trục tung và hai đường thẳng $y = a, y = b$ quay xung quanh trục Oy tạo thành một khối tròn xoay. Thể tích V của nó được tính theo công thức: $V_{Oy} = \pi \int_a^b g^2(y) dy$.

2.1.3 Phương trình thường gặp:

+) **Đồ thị của hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)**



- Đồ thị của hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) là một đường parabol có đỉnh $I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$, có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{-b}{2a}$

- Parabol này quay bề lõm lên trên nếu $a > 0$, xuống dưới nếu $a < 0$.

+) **Phương trình Elip (E):** $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

☑ Trong mặt phẳng tọa độ Oxy với

$$F_1(-c; 0), F_2(c; 0):$$

$$M(x; y) \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

Trong đó $b^2 = a^2 - c^2$ và $a > b > 0$.

Phương trình (1) được gọi là phương trình chính tắc của Elip

☑ Elip có phương trình (1) nhận các trục tọa độ làm trục đối xứng và gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

- Tiêu điểm: Tiêu điểm trái $F_1(-c; 0)$, tiêu điểm phải $F_2(c; 0)$.

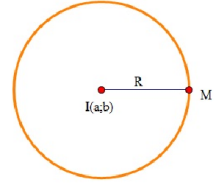
- Các đỉnh $A_1(-a;0), A_2(a;0), B_1(0;-b), B_2(0;b)$.
- Trục lớn $A_1A_2 = 2a$ nằm trên trục Ox , trục nhỏ $B_1B_2 = 2b$ nằm trên trục Oy .
- Hình chữ nhật cơ sở là hình chữ nhật tạo bởi đường thẳng $x = \pm a$ và $y = \pm b$. Từ đó ta thấy hình chữ nhật cơ sở có chiều dài là $2a$ và chiều rộng là $2b$.

Tâm sai $e = \frac{c}{a} < 1$ +) Phương trình đường tròn:

$$(C): \begin{cases} \bullet \text{ Tâm } I(a;b) \\ \bullet \text{ Bán kính : } R \end{cases} \Rightarrow (C): \boxed{(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2} \quad (1)$$

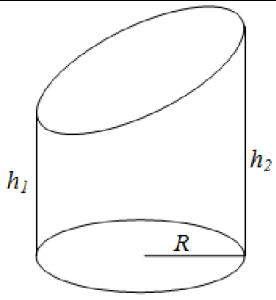
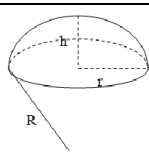
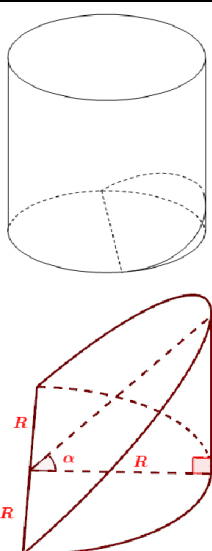
$$(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \quad (2) \text{ với}$$

$$\text{Với điều kiện: } R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} > 0.$$



2.1.4. Một số công thức thường gặp

	Công thức	Hình vẽ
Diện tích Elip và Thể tích khối tròn xoay sinh bởi Elip quay xung quanh Ox, Oy	$\begin{cases} S_{elip} = \pi ab & (1) \\ V_{quay\ quanh\ Ox} = \frac{4}{3} \pi ab^2 & (2) \\ V_{quay\ quanh\ Oy} = \frac{4}{3} \pi a^2 b & (3) \end{cases}$	
Diện tích Parabol và Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi Parabol	$S_{Parabol} = \frac{4}{3} Rh \quad (4)$	
	$V = \frac{1}{2} \pi R^2 h = \frac{1}{2} V_{trui} \quad (5)$	
Hình nón cụt	$\begin{cases} S_{xq} = \pi l (R + r) & (6) \\ V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr) & (7) \end{cases}$	

Hình trụ cụt -Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng ta được một khối (H) như hình vẽ bên. -Hình không gian còn lại người ta thường gọi là hình trụ cụt.	$\begin{cases} S_{xq} = \pi R(h_1 + h_2) & (8) \\ V = \pi R^2 \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) & (9) \end{cases}$	
Hình chỏm cầu	$\begin{cases} S_{xq} = 2\pi Rh & (10) \\ V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) & (11) \end{cases}$	
Hình nêm -Cho một vật thể có dạng khối trụ với bán kính đáy bằng R. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng có giao tuyến với đáy là một đường kính của đáy và tạo với đáy một góc α. -Hình không gian bị cắt đi người ta thường gọi là hình nêm.	$V = \frac{2}{3} R^3 \tan \alpha \quad (12)$	

2.2. Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm

Chủ đề Sử dụng công thức diện tích hình phẳng, thể tích vật thể để giải quyết một số bài toán thực tiễn lớp 12 là một chủ đề khó, đặc biệt để giải quyết được bài toán này học sinh cần được trang bị nhiều kiến thức như tính tích phân, khảo sát và vẽ đồ thị, bài toán tương giao, hình học phẳng, hình học không gian. Do đó, nhiều học sinh thường có cảm giác “sợ” bài toán tính diện tích hình phẳng cũng như bài toán tính thể tích của vật thể.

Khi học vấn đề này, nhìn chung học sinh thường vận dụng công thức một cách máy móc, chưa có sự phân tích, thiếu tư duy thực tế và trực quan nên các em hay bị nhầm lẫn, hoặc không giải được, đặc biệt là những bài toán cần phải có hình vẽ để “chia nhỏ” diện tích mới tính được.

Thêm vào đó, trong sách giáo khoa cũng như sách tham khảo có rất ít ví dụ minh họa chi tiết giúp học sinh học tập và khắc phục những sai lầm đó”. Càng khó khăn hơn cho những học sinh có kỹ năng tính tích phân còn yếu và kỹ năng “đọc đề thi” còn hạn chế.

Nhìn chung khi học vấn đề này, đại đa số học sinh(kể cả học sinh khá giỏi)thường gặp những khó khăn, sai lầm sau:

- Nếu không có hình vẽ thì học sinh thường không hình dung được hình phẳng(hay vật thể tròn xoay). Do đó học sinh có cảm giác “xa lạ” hơn so với khi học về diện tích của hình phẳng đã học trước đây (diện tích đa giác, thể tích các khối đa diện). Học sinh không vận dụng được kiểu “tư duy liên hệ cũ với mới” vốn có của mình khi nghiên cứu vấn đề này.

- Hình vẽ minh họa ở các sách giáo khoa cũng như sách bài tập còn ít “chưa đủ” để giúp học sinh rèn luyện tư duy từ trực quan đến trừu tượng. Từ đó học sinh chưa thấy sự gần gũi và thấy tính thực tế của các hình phẳng, vật thể tròn xoay đang học

- Học sinh chưa thực sự hứng thú và có cảm giác nhẹ nhàng khi học vấn đề này, trái lại học sinh có cảm giác nặng nề, khó hiểu.

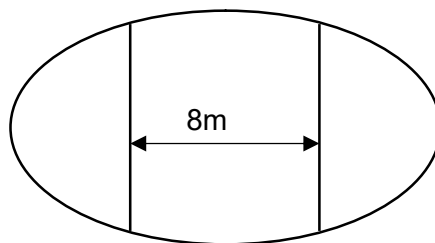
- Học sinh thường chỉ nhớ công thức tính diện tích hình phẳng (thể tích vật tròn xoay) một cách máy móc, khó phát huy tính linh hoạt sáng tạo để tính, kỹ năng cộng, trừ diện tích; cộng, trừ thể tích.

- Đặc biệt là kỹ năng đọc đề thi để xét dấu các biểu thức, kỹ năng “chia nhỏ” hình phẳng để tính, kỹ năng cộng, trừ diện tích; cộng, trừ thể tích. Đây là một khó khăn rất lớn mà học sinh thường gặp phải.

Để khảo sát chất lượng học sinh trước khi áp dụng đề tài này tôi tiến hành kiểm tra học sinh lớp 12D3

Đề kiểm tra trắc nghiệm khách quan lần 1 (Thời gian:20 phút- 5 câu)

Câu 1: Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng 16m và độ dài trục bé bằng 10m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8m và nhận trục bé của



elip làm trục đối xứng (như hình vẽ bên dưới).

Biết kinh phí để trồng hoa là 100000 đồng/1 m^2 . Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó (số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 7862000 đồng.

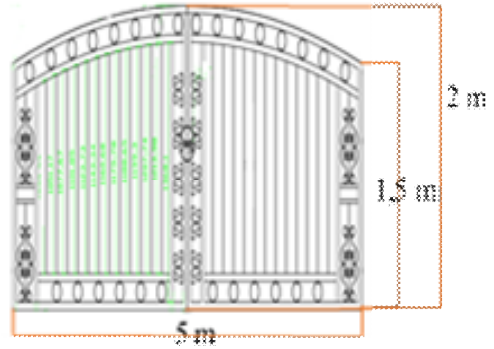
B. 7653000 đồng.

C. 7128000 đồng.

D. 7826000 đồng.

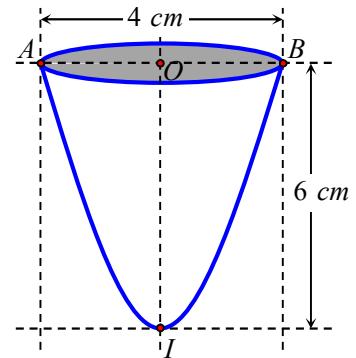
Câu 2. Ông An muốn làm một cổng sắt có hình dạng và kích thước giống như hình vẽ 4, biết đường cong phía trên là một parabol. Giá $1m^2$ cổng sắt có giá là 700.000 đồng. Vậy ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cổng sắt như vậy. (làm tròn đến hàng nghìn)

- A. 6.423.000 đồng.
B. 6.320.000 đồng.
C. 6.523.000 đồng.
D. 6.417.000 đồng.



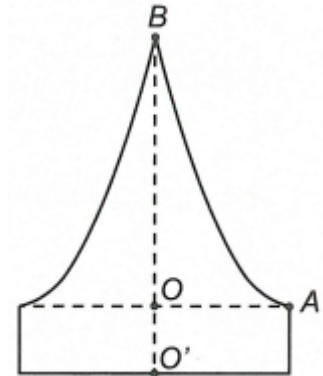
Câu 3. Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ 5. Người ta đo được đường kính của miệng ly là $4cm$ và chiều cao là $6cm$. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng qua trục đối xứng là một parabol. Tính thể tích $V(cm^3)$ của vật thể đã cho.

- A. $V = 12\pi$. B. $V = 12$.
C. $V = \frac{72}{5}\pi$. D. $V = \frac{72}{5}$.



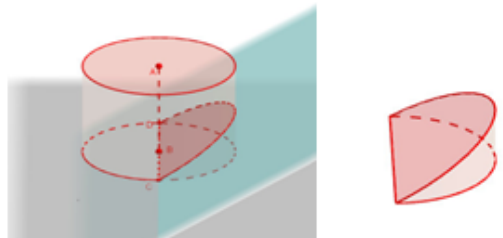
Câu 4: Để chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn An đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên. Biết rằng $OO' = 5cm$, $OA = 10cm$, $OB = 20cm$, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A . Thể tích của chiếc mũ bằng

- A. $\frac{2750\pi}{3}cm^3$. B. $\frac{2500\pi}{3}cm^3$.
C. $\frac{2050\pi}{3}cm^3$. D. $\frac{2250\pi}{3}cm^3$.



Câu 5. Một vật thể bằng gỗ có dạng khối trụ với bán kính đáy bằng $20(cm)$ (hình 8). Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng có giao tuyến với đáy là một đường kính của đáy và tạo với đáy góc 45° . Thể tích của khối gỗ bé là.

- A. $\frac{16000}{3}(cm^3)$. B. $\frac{32000}{3}(cm^3)$.
C. $\frac{32000}{7}(cm^3)$. D. $\frac{20000}{9}(cm^3)$.



Đáp án:

Câu	1	2	3	4	5
Đáp án	B	D	A	B	A

2.3. Các biện pháp đã tiến hành

Để khắc phục những tình trạng trên nhằm nâng cao hiệu quả làm bài trắc nghiệm nhanh, chính xác đồng thời tạo cho học sinh yêu thích và hứng thú với những bài Toán có nội dung thực tế. Tôi đã tiến hành các biện pháp sư phạm sau đây.

2.3.1. Biện pháp 1: Toán học hóa bài toán thực tế:

- Bước 1: Chọn hệ trục tọa độ Oxy phù hợp
- Bước 2: Phân tích đặc điểm, nhận dạng hình để tìm ra được dạng hàm biểu diễn hình vẽ đó
- Bước 3: Sử dụng kiến thức toán học và giả thiết bài toán đã giải quyết bài toán

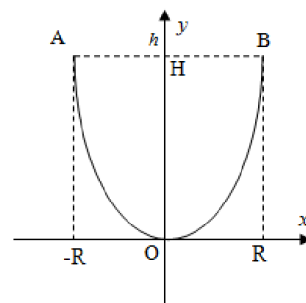
2.3.2 Biện pháp 2: Sử dụng một số công thức tính diện tích hình phẳng và thể tích vật thể thường gặp để giải quyết nhanh bài toán

Trong phạm vi một sáng kiến nên tôi chỉ chứng minh một số công thức thường gặp và sử dụng trong sáng kiến này.

- Chứng minh công thức tính diện tích Elip và thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay Elip xung quanh trục một đối xứng của nó.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy đặt gốc tọa độ O vào tâm của hình Elip.

Phương trình là (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Phần đồ thị của (E) nằm



phía trên trục hoành có phương trình $y = b\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} = f_1(x)$.

+ Do tính đối xứng của Elip nên diện tích (E) là: $S = 4 \int_0^a b\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} dx$.

Bằng cách đặt $x = a \sin t, \left(-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$ ta tính được $S = \pi ab$

+ Thể tích khối tròn xoay tạo thành do (E) quay xung quanh Ox là

$$V_{Ox} = \pi \int_{-a}^a y^2 dx = \pi \frac{b^2}{a^2} \int_{-a}^a (a^2 - x^2) dx = \frac{4}{3} \pi ab^2.$$

+ Chứng minh tương tự ta có thể tích khối tròn xoay tạo thành do (E) quay xung quanh Oy là $V_{Oy} = \frac{4}{3} \pi a^2 b$.

- Chứng minh công thức tính diện tích Parabol và thể tích khối tròn xoay sinh bởi Parabol (Chảo Parabol)

Chọn hệ trục tọa độ như hình. Khi đó Parabol có đỉnh là $O(0;0)$ và đi qua điểm

$$A(-R;h), B(R;h) \text{ nên có phương trình: } y = \frac{h}{R^2}x^2$$

+ Do tính đối xứng của (P) qua Ox nên diện tích (P) là

$$S_{\text{parabol}} = 2 \int_0^R \left(h - \frac{h}{R^2}x^2 \right) dx = \frac{4}{3}Rh$$

$$+ \text{ Khi đó thể tích của chảo Parabol là } V = \pi \int_0^h x^2 dy = \pi \int_0^h \left(\frac{R^2}{h}y \right) dy = \frac{1}{2} \pi R^2 h.$$

- *Chứng minh công thức tính thể tích khối nón cụt:*

Giả sử khối nón cụt có chiều cao h bán kính đáy lớn, đáy nhỏ lần lượt là R, r ($R > r$).

Gọi V, V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối nón cụt, khối nón lớn có bán kính đáy R , khối nón nhỏ bán kính đáy r và có chung đỉnh S .

Gọi h_1, h_2 lần lượt là chiều cao khối lớn và khối nón nhỏ.

$$\text{Ta có } \frac{h_2}{h_1} = \frac{r}{R} \Leftrightarrow \frac{h_2}{h_2 + h} = \frac{r}{R} \Rightarrow h_2 = \frac{hr}{R-r} \Rightarrow h_1 = h_2 + h = \frac{hR}{R-r}$$

$$V = V_1 - V_2 = \frac{1}{3} \pi R^2 h_1 - \frac{1}{3} \pi r^2 h_2 = \frac{1}{3} \pi \left(R^2 \cdot \frac{hR}{R-r} - r^2 \cdot \frac{hr}{R-r} \right) = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + Rr + r^2).$$

- *Chứng minh công thức tính thể tích hình nêm.*

Chọn hệ trục tọa độ như hình 11. Khi đó nửa hình

tròn có phương trình: $y = \sqrt{R^2 - x^2}$, $x \in [-R, R]$.

Một mặt phẳng cắt vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , $x \in [-R, R]$ cắt hình nêm

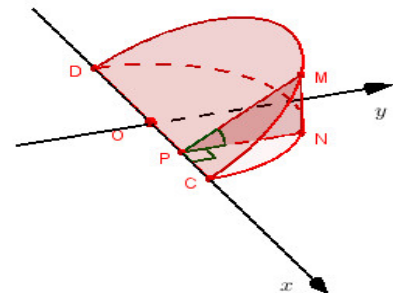
theo thiết diện có diện tích là $S(x)$

Để thấy $NP = y$ và

$$MN = NP \tan \alpha = y = \sqrt{R^2 - x^2} \tan \alpha.$$

$$\text{Suy ra } S(x) = \frac{1}{2} MN \cdot PN = \frac{1}{2} (R^2 - x^2) \tan \alpha$$

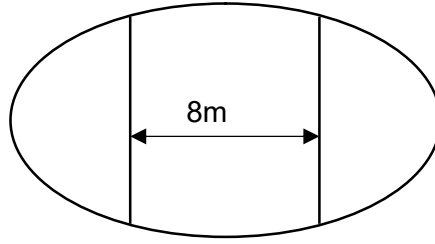
$$\text{Khi đó thể tích hình nêm là } V = \int_{-R}^R S(x) dx = \frac{1}{2} \int_{-R}^R (R^2 - x^2) \tan \alpha dx = \frac{2}{3} R^3 \tan \alpha.$$



2.3.3 Biện pháp 3: Tổ chức giảng dạy một số bài tập minh họa trên cơ sở vận dụng biện pháp 1, biện pháp 2

Phần này tôi sử dụng các câu trong bài kiểm tra lần 1 đã đưa ra ở phần 2.2 để tổ chức hướng dẫn học sinh phát hiện và toán học hóa các tình huống thực tiễn đồng thời gợi ý giải bằng hai cách. Trên cơ sở đó thấy rõ tính ưu việt của việc hiểu, nhớ công thức và vận dụng linh hoạt công thức vào bài toán thực tế.

Câu 1: Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng 16m và độ dài trục bé bằng 10m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8m và nhận trục bé của



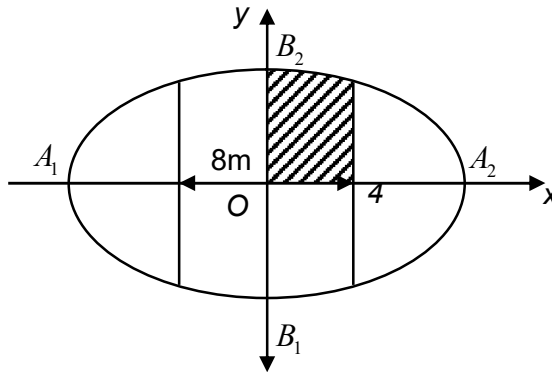
elip làm trục đối xứng (như hình vẽ bên dưới).

Biết kinh phí để trồng hoa là 100000 đồng/1 m^2 . Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó (số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 7862000 đồng. B. 7653000 đồng. C. 7128000 đồng. D. 7826000 đồng.

Hướng dẫn giải

Bước 1: Chọn hệ trục tọa độ phù hợp



Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ bên trên.

Bước 2: Phân tích đặc điểm, nhận dạng hình để tìm ra được dạng hàm biểu diễn hình vẽ đó

Diện tích dải đất trồng hoa chính là diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi (E) và các đường thẳng $x = -4$ và $x = 4$.

Từ giả thiết ta có: $a = 8$ và $b = 5$.

Vậy phương trình của elip là $(E): \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$ hay $y = \pm \frac{5}{8} \sqrt{64 - x^2}$.

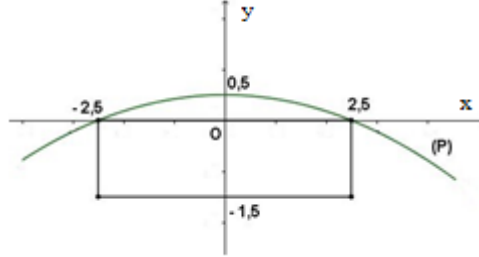
Bước 3: Sử dụng kiến thức toán học và giả thiết bài toán đã giải quyết bài toán

Khi đó, diện tích dải đất trồng hoa chính là diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi (E) và các đường thẳng $x = -4$ và $x = 4$.

$$\text{Ta có: } S = 4 \int_0^4 \frac{5}{8} \sqrt{64 - x^2} dx = \frac{5}{2} \int_0^4 \sqrt{64 - x^2} dx = 80 \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

Khi đó số tiền cần để trồng hoa trên dải đất là

$$T = 100000.S = 7652891,82 \approx 7653000 \text{ (đồng)}.$$

Câu 2:***Hướng dẫn giải:******Cách 1:******Bước 1: Chọn hệ trục tọa độ Oxy phù hợp***

Mô hình cổng sắt trong mặt phẳng tọa độ như hình.

Bước 2: Phân tích đặc điểm, nhận dạng hình để tìm ra được dạng hàm biểu diễn hình vẽ đó

Diện tích cổng gồm diện tích hình chữ nhật và diện tích phần giới hạn bởi parabol (P) và trục hoành.

Từ tọa độ 3 điểm thuộc parabol (P) ta tìm được phương trình của parabol (P) là:

$$(P): y = -\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2}$$

- Bước 3: Sử dụng kiến thức toán học và giả thiết bài toán đã giải quyết bài toán

$$\Rightarrow S = \int_{-2,5}^{2,5} \left(-\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2} \right) dx + 5.1,5 = \frac{5}{3} + \frac{15}{2} = \frac{55}{6} \text{ (m}^2\text{)}$$

Cách 2: Áp dụng công thức (4) ta có

$$S = S_{\text{parabol}} + S_{\text{hcn}} = \frac{4}{3}Rh + 5.1,5 = \frac{4}{3}.2,5.0,5 + 5.1,5 = \frac{55}{6} \text{ (Parabol có } R = 2,5; h = 0,5 \text{)}$$

Số tiền ông An phải trả là: $\frac{55}{6}.700000 = 6417000$ (đồng). **Đáp án D.**

Câu 3:***Hướng dẫn giải:******Cách 1:******Bước 1: Chọn hệ trục tọa độ Oxy phù hợp***

Chọn gốc tọa độ O trùng với đỉnh I của parabol (P).

Bước 2: Phân tích đặc điểm, nhận dạng hình để tìm ra được dạng hàm biểu diễn hình vẽ đó

Vì parabol (P) đi qua các điểm $A(-2;6)$, $B(2;6)$ và $I(0;0)$ nên parabol (P) có phương trình $y = \frac{3}{2}x^2$.

Bước 3: Sử dụng kiến thức toán học và giả thiết bài toán đã giải quyết bài toán

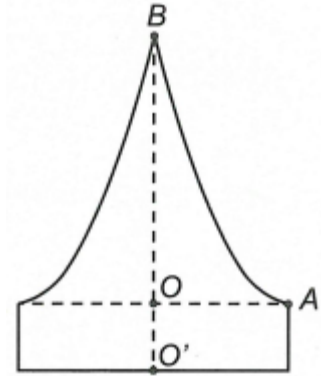
Ta có $y = \frac{3}{2}x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{2}{3}y$. Khi đó thể tích của vật thể đã cho là

$$V = \pi \int_0^6 \left(\frac{2}{3}y \right) dy = 12\pi (cm^3).$$

Cách 2: Chiếc ly có dạng chảo Parabol .Áp dụng công thức (5) ta có

$$V = \frac{1}{2}\pi R^2 h = \frac{1}{2}\pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 12\pi . \text{ **Đáp án A.**}$$

Câu 4: Để chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn An đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên. Biết rằng $OO' = 5\text{ cm}$, $OA = 10\text{ cm}$, $OB = 20\text{ cm}$, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A . Thể tích của chiếc mũ bằng

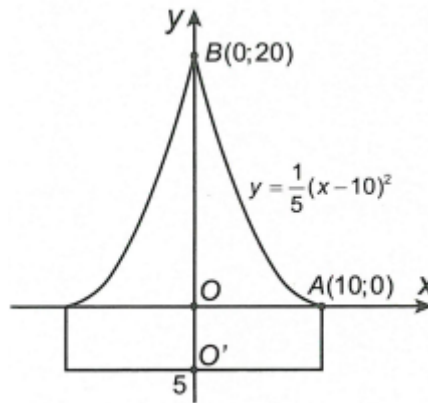


- A. $\frac{2750\pi}{3}cm^3$. B. $\frac{2500\pi}{3}cm^3$.
C. $\frac{2050\pi}{3}cm^3$. D. $\frac{2250\pi}{3}cm^3$.

Hướng dẫn giải

Bước 1: Chọn hệ trục tọa độ Oxy phù hợp

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Bước 2: Phân tích đặc điểm, nhận dạng hình để tìm ra được dạng hàm biểu diễn hình vẽ đó

Ta gọi:

+) Thể tích của chiếc mũ là V .

+) Thể tích của khối trụ có bán kính đáy bằng $OA = 10\text{ cm}$ và đường cao $OO' = 5\text{ cm}$ là V_1 .

+) Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong AB và hai trục tọa độ quanh trục Oy là V_2 .

Khi đó $V_1 = 5.10^2 \pi = 500\pi$ và $V = V_1 + V_2$.

Do parabol có đỉnh A nên nó có phương trình dạng $(P): y = a(x-10)^2$.

Vì (P) qua điểm $B(0;20)$ nên $a = \frac{1}{5}$.

Do đó $(P): y = \frac{1}{5}(x-10)^2$. Từ đó suy ra $x = 10 - \sqrt{5y}$ (do $x < 10$).

Bước 3: Sử dụng kiến thức toán học và giả thiết bài toán đã giải quyết bài toán

$$\text{Suy ra } V_2 = \pi \int_0^{20} (10 - \sqrt{5y})^2 dy = \pi \left(3000 - \frac{8000}{3} \right) = \frac{1000}{3} \pi (cm^3).$$

$$\text{Vậy } V = V_1 + V_2 = \frac{1000}{3} \pi + 500\pi = \frac{2500}{3} \pi (cm^3)$$

Chọn B.

Câu 5.

Hướng dẫn giải:

Khúc gỗ bé có dạng hình nêm sử dụng công thức (12) ta có:

$$V = \frac{2}{3} R^3 \tan 45^\circ = \frac{16000}{3} (cm^3) \quad \text{Đáp án A.}$$

2.3.4. Biện pháp 4: Thực nghiệm sư phạm.

2.3.4.1. Mục đích thử nghiệm

Bước đầu kiểm tra tính khả thi và hiệu quả của việc sử dụng công thức tính diện tích và thể tích đã nêu ở biện pháp 1.

2.3.4.2. Tổ chức thử nghiệm

Lớp thực nghiệm: 12D3 Trường THPT Xuân Đỉnh

2.3.4.3 Nội dung thử nghiệm

Thông qua bài kiểm tra trắc nghiệm.

Đề kiểm tra trắc nghiệm khách quan lần 2 (Thời gian: 25 phút - 10 câu)

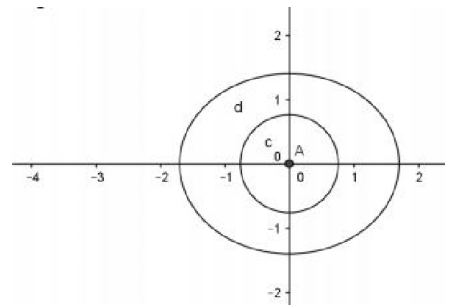
Câu 1. Người ta cần trồng hoa tại phần đất nằm phía ngoài đường tròn tâm gốc tọa độ O , bán kính bằng

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ và phía trong của Elip có độ dài trục lớn bằng

$2\sqrt{2}$ và độ dài trục nhỏ bằng 2 (hình 22). Trong mỗi

một đơn vị diện tích cần bón $\frac{100}{(2\sqrt{2}-1)\pi}$ kg phân hữu

cơ. Hỏi cần sử dụng bao nhiêu kg phân hữu cơ để bón



cho hoa?

A. 30kg.

B. 40kg.

C. 50kg.

D. 45kg.

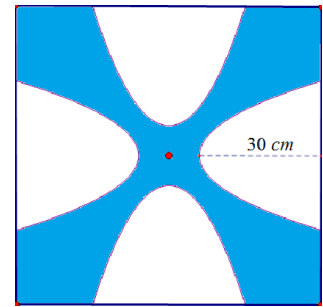
Câu 2. Một loại gạch lát có dạng hình vuông cạnh bằng 80 cm như hình vẽ 23. Người ta tráng men trắng vào các phần Parabol và tráng men màu vào phần còn lại như hình vẽ. Các Parabol cắt các cạnh của viên gạch theo một đoạn có độ dài bằng 40 cm. Chi phí để tráng men trắng là 40 nghìn đồng/ m^2 ; chi phí để tráng men màu là 60 nghìn đồng/ m^2 . Tính chi phí để tráng men theo yêu cầu cho 1000 viên gạch lát nói trên.

A. 30 triệu đồng.

B. 32 triệu đồng.

C. 35 triệu đồng.

D. 28 triệu đồng.



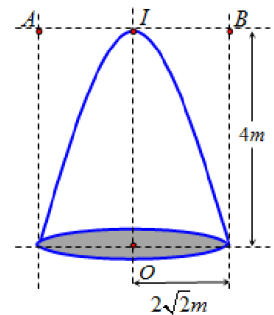
Câu 3. Một cái chuông có dạng như hình vẽ 21. Giả sử khi cắt chuông bởi mặt phẳng qua trục của chuông, được thiết diện có đường viền là một phần Parabol. Biết chuông cao 4m và bán kính của miệng chuông là $2\sqrt{2}m$. Tính thể tích cái chuông.

A. 6π .

B. 12π .

C. 2π .

D. 16π .



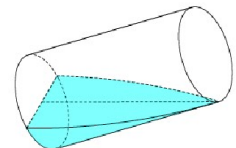
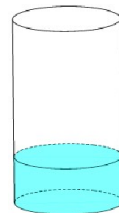
Hình 3

Câu 4. Một thùng chứa rượu làm bằng gỗ là một hình tròn xoay như hình bên có hai đáy là hai hình tròn bằng nhau, khoảng cách giữa hai đáy bằng 8 dm. Đường cong mặt bên của thùng là một phần của đường Elip có độ dài trục lớn bằng 10 dm, độ dài trục bé bằng 6 dm. Hỏi chiếc thùng gỗ đó đựng được bao nhiêu lít rượu?



A. $\frac{1316\pi}{25}$ (lít). B. $\frac{1416\pi}{25}$ (lít). C. $\frac{1516\pi}{25}$ (lít). D. $\frac{1616\pi}{25}$ (lít).

Câu 5. Bạn có một cốc thủy tinh hình trụ, đường kính trong lòng đáy cốc là 6 cm chiều cao trong lòng cốc là 10 cm đang đựng một lượng nước. Bạn A nghiêng cốc nước, vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy (hình 19). Tính thể tích lượng nước trong cốc.



A. $15\pi cm^3$.

B. $60\pi cm^3$.

C. $60 cm^3$.

D. $10 cm^3$.

Đáp án:

Câu	1	2	3	4	5
Đáp án	C	B	D	B	C

Hướng dẫn một số câu trong đề kiểm tra lần 2

Câu 1. Gọi S, S_1, S_2 lần lượt là diện tích trồng hoa, diện tích Elip, diện tích hình tròn.

(E) có bán trục lớn $a = \sqrt{2}$, bán trục nhỏ $b = 1$ nên $S_1 = \pi ab = \sqrt{2}\pi$ còn

$$S_2 = \pi R^2 = \frac{1}{2}\pi \Rightarrow S = S_1 - S_2 = \frac{\pi(2\sqrt{2}-1)}{2} \quad (\text{đvdt})$$

Vậy số kg phân hữu cơ cần bón cho hoa là $\frac{\pi(2\sqrt{2}-1)}{2} \cdot \frac{100}{(2\sqrt{2}-1)} = 50(kg)$.

Đáp án C

Câu 2. Gọi $S; S_{hv}; S_p$ lần lượt là diện tích của bề mặt hoa văn, viên gạch hình vuông và một phần hình có dạng parabol tráng men trắng.

Áp dụng công thức (4) ta có

$$S_{(p)} = \frac{4}{3} \cdot R \cdot h = \frac{4}{3} \cdot 2 \cdot 3 = 8(dm^2) \Rightarrow S = S_{hv} - 4S_{(p)} = 8^2 - 4 \cdot 8 = 32(dm^2) = 0,32(m^2)$$

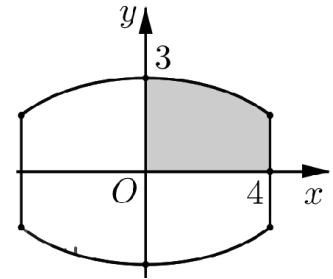
Chi phí tráng men 1 viên gạch là $(4.0,08) \cdot 40 + 0,32 \cdot 60 = 32$ nghìn đồng.

Do đó chi phí tráng men 1000 viên gạch là: 32 triệu đồng. **Đáp án B.**

Câu 4. Elip có $a = 5, b = 3$. Suy ra (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Chọn hệ trục tọa độ đi qua hai trục của thùng rượu như hình.

Vì thùng rượu có tính đối xứng nên thể tích thùng rượu gấp hai lần thể tích khối tròn xoay khi quay phần tô đậm quanh trục Ox .



Thể tích cần tính: $V = 2 \times \pi \int_0^4 \frac{225-9x^2}{25} dx = \frac{1416\pi}{25}$. **Chọn B.**

Câu 5. Phần nước trong cốc sau khi nghiêng cốc có dạng hình nêm.

Ta có $\tan \alpha = \tan \widehat{AOB} = \frac{AB}{OB} = \frac{10}{3}$. Nên $V = \frac{2}{3} R^3 \tan \alpha = 60(cm^3)$. **Đáp án C.**

2.4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục, với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường

Thông qua việc đưa ra các công thức tính diện tích một số hình, thể tích một số khối thường gặp đồng thời chứng minh cho học sinh hiểu rõ bản chất, yêu cầu học sinh nhớ và biết cách áp dụng vào những bài toán cụ thể tôi thấy học sinh thoải mái hơn, hứng thú học tập hơn, tính nhanh và độ chính xác cao hơn. Từ đó kết quả kiểm tra tốt hơn rõ rệt.

Qua kiểm tra thử nghiệm với hai lần kiểm tra học sinh của lớp 12D3 mặc dù đề kiểm tra lần 2 ra mức độ khó hơn nhưng thời gian làm bài ngắn hơn và kết quả tốt hơn rõ rệt. Kết quả khảo sát và thực nghiệm cụ thể như sau.

Kết quả kiểm tra Lần 1

Lớp	Số HS thực nghiệm	Điểm dưới 5		Điểm 5-6		Điểm 7-8		Điểm 9-10	
		SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
12D3	49	11	22,4%	20	40,8%	15	30,6%	3	6,2%

Kết quả kiểm tra lần 2

Lớp	Số HS thực nghiệm	Điểm dưới 5		Điểm 5-6		Điểm 7-8		Điểm 9-10	
		SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
12D3	49	0	0	20	40,8%	22	44,9%	7	14,3%

III.KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

Trên đây là một vài điều tôi đã làm và nhận thấy có kết quả rõ rệt. Không những giúp cho các em nắm vững kiến thức cơ bản mà còn giúp các em có thói quen tư duy vận dụng kiến thức một cách linh hoạt đặc biệt giúp học sinh giải nhanh bài toán trắc nghiệm phù hợp với cách thi trắc nghiệm THPT quốc gia hiện nay. Tuy nhiên không có công thức nào vạn năng theo nghĩa có thể áp dụng cho mọi bài toán. Song cách làm trên đã mang lại cho tôi cũng như học sinh những kết quả nhất định, giúp học sinh cảm thấy yêu quý Toán ứng dụng thực tế đồng thời chúng tôi cũng thu được nhiều điều bổ ích phục vụ tốt hơn cho quá trình dạy Toán trắc nghiệm.

Vì thời gian có hạn, với phạm vi một sáng kiến kinh nghiệm đề tài mà tôi nghiên cứu vẫn còn những hạn chế, chắc chắn không tránh khỏi những sai sót, rất mong được độc giả góp ý kiến để đề tài hoàn thiện hơn.

Qua đây tôi xin có một số đề xuất như sau:

Đối với giáo viên cần tự giác chủ động tự bồi dưỡng, tích cực tìm tòi các phương pháp, công thức, thủ thuật giải nhanh những bài Toán trắc nghiệm nhằm đáp ứng yêu cầu đổi mới phương pháp dạy học hiện nay.

Tôi hy vọng rằng những vấn đề đã được trình bày trong sáng kiến này có thể dùng làm tài liệu tham khảo cho các đồng nghiệp đang giảng dạy ở lớp 12 ở các trường phổ thông và dạy bồi dưỡng ôn thi Toán trắc nghiệm.

Tôi xin chân thành cảm ơn!

IV. TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. *Trần Văn Hạo, 2008, SGK Giải tích lớp 12, NXB Giáo dục.*
2. *Đoàn Quỳnh, 2008, SGK Giải tích nâng cao lớp 12, NXB Giáo dục.*
3. *Trần Văn Hạo, 2009, SGK Hình học lớp 12, NXB Giáo dục.*
4. *Đề thi thử THPT Quốc gia môn Toán năm 2016-2017 của các trường THPT chuyên KHTN Hà Nội, THPT chuyên Ngoại ngữ Hà Nội, THPT Từ Đà-Phú Ninh-Phú Thọ.*

Hà Nội, ngày 10 tháng 3 năm 2023

NGƯỜI VIẾT SÁNG KIẾN.

Tùng
Nguyễn² Tiến¹ Tùng