SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT XUÂN ĐỈNH

NÂNG CAO KỸ NĂNG GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC CHO HỌC SINH LỚP 10

Lĩnh vực/ Môn: Toán

Cấp học: THPT

Tên Tác giả: NGUYỄN TUẤN PHƯƠNG

Đơn vị công tác: THPT XUÂN ĐỈNH

Chức vụ: Giáo viên

NĂM HỌC 2022-2023

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

ĐƠN YÊU CẦU CÔNG NHẬN SÁNG KIẾN

Kính gửi: Hội đồng khoa học ngành Giáo dục và Đào tạo

Họ và tên	Ngày tháng năm sinh	Nơi công tác	Chức danh	Trình độ chuyên môn	Tên sáng kiến
Nguyễn Tuấn Phương	14/09/1986	THPT Xuân Đỉnh	Giáo viên	Thạc sỹ	Nâng cao kỹ năng giải một số bài toán viết phương trình đường thẳng liên quan đến các yếu tố trong tam giác cho học sinh lớp 10

- Lĩnh vực áp dụng sáng kiến (*nêu rõ lĩnh vực có thể áp dụng sáng kiến và vấn đề mà sáng kiến giải quyết*) Toán lớp 10
- Ngày sáng kiến được áp dụng lần đầu hoặc áp dụng thử, (ghi ngày nào sớm hơn) 01/02/2023
- Mô tả bản chất của sáng kiến (*Mô tả ngắn gọn, đầy đủ và rõ ràng các bước thực hiện giải pháp cũng như các điều kiện cần thiết để áp dụng giải pháp; nếu là giải pháp cải tiến giải pháp đã biết trước đó tại cơ sở thì cần nêu rõ tình trạng của giải pháp đã biết, những nội dung đã cải tiến, sáng tạo để khắc phục những nhược điểm của giải pháp đã biết. Bản mô tả nội dung sáng kiến có thể minh họa bằng các bản vẽ, thiết kế, sơ đồ, ảnh chụp mẫu sản phẩm... nếu cần thiết)* Sáng kiến kinh nghiệm nhằm đưa ra giải pháp khắc phục khó khăn của học sinh trong việc viết phương trình đường thẳng liên quan đến các yếu tố trong tam giác.
- Những thông tin cần được bảo mật (nếu có): không
- Các điều kiện cần thiết để áp dụng sáng kiến: học sinh lớp 10 đã học xong các kiến thức về phương trình đường thẳng
- Đánh giá lợi ích thu được hoặc dự kiến có thể thu được do áp dụng sáng kiến theo ý kiến của tác giả (*So sánh lợi ích kinh tế, xã hội thu được khi áp dụng giải pháp so với trường hợp không áp dụng giải pháp đó, hoặc so với những giải pháp tương tự đã biết ở cơ sở*) Sáng kiến kinh nghiệm này giúp học sinh tự tin khi viết phương trình đường thẳng liên quan đến các yếu tố trong tam giác. Học sinh có thể chủ động tìm ra lời giải thông qua việc nắm vững các dạng toán cơ bản.
- Đánh giá lợi ích thu được hoặc dự kiến có thể thu được do áp dụng sáng kiến theo ý kiến của tổ chức, cá nhân đã tham gia áp dụng sáng kiến lần đầu hoặc áp dụng thử nếu có: (*So sánh lợi ích kinh tế, xã hội thu được khi áp dụng giải pháp so với trường hợp không áp dụng giải pháp đó, hoặc so với những giải pháp tương tự đã biết ở cơ sở*) Việc áp dụng sáng kiến kinh nghiệm không chỉ thu được lợi ích trong quá trình dạy học sinh đại trà mà còn có tác dụng hiệu quả trong việc bồi dưỡng học sinh giỏi
Danh sách những người đã tham gia áp dụng thử hoặc áp dụng sáng kiến lần đầu (nếu có): không

Tôi xin cam đoan mọi thông tin nêu trong đơn là trung thực, đúng sự thật và hoàn toàn chịu trách nhiệm trước pháp luật.

Hà Nội, ngày 05 tháng 03 năm 2023
Người nộp đơn
(Ký và ghi rõ họ tên)

Nguyễn Tuấn Phương

TRƯỜNG THPT XUÂN ĐỈNH
HỘI ĐỒNG SÁNG KIẾN

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

PHIẾU NHẬN XÉT ĐÁNH GIÁ

Họ tên tác giả: **NGUYỄN TUẤN PHƯƠNG**

Tên đề tài: **Nâng cao kỹ năng giải một số bài toán viết phương trình đường thẳng liên quan đến các yếu tố trong tam giác cho học sinh lớp 10**

Lĩnh vực: Chuyên môn Toán

STT	Tiêu chuẩn	Điểm tối đa
1	**Sáng kiến có tính mới**	
1.1	Hoàn toàn mới, được áp dụng đầu tiên	25
1.2	Có cải tiến so với giải pháp trước đây với mức độ khá	
1.3	Có cải tiến so với giải pháp trước đây với mức độ trung bình	
1.4	Không có tính mới hoặc sao chép từ các giải pháp đã có trước đây	
Nhận xét: Tác giả đã đưa ra cách viết phương trình đường thẳng liên quan đến các yếu tố trong tam giác thành 9 dạng toán cụ thể và phương pháp giải chi tiết rõ ràng ở mỗi dạng toán đó.		
2	**Sáng kiến có tính áp dụng**	
2.1	Có khả năng áp dụng trong phạm vi toàn ngành hoặc rộng hơn	25
2.2	Có khả năng áp dụng trong đơn vị và có thể nhân ra một số đơn vị có cùng điều kiện	
2.3	Có khả năng áp dụng trong đơn vị	
2.4	Không có khả năng áp dụng trong đơn vị	
Nhận xét: Sáng kiến có thể áp dụng rộng rãi trong công tác giảng dạy môn Toán cấp THPT đối với học sinh đại trà và bồi dưỡng học sinh giỏi.		
3	**Sáng kiến có tính hiệu quả**	
3.1	Có hiệu quả, đem lại lợi ích kinh tế - xã hội, có tính lan tỏa	28
3.2	Có hiệu quả, đem lại lợi ích kinh tế - xã hội	
3.3	Có hiệu quả, lợi ích phù hợp với mức độ phù hợp tại đơn vị	
3.4	Không có hiệu quả cụ thể	
Nhận xét: Sáng kiến có tính hiệu quả và có tính lan tỏa khá		
4	**Điểm trình bày**	
4.1	Trình bày khoa học, hợp lý	10
4.2	Trình bày chưa khoa học, chưa hợp lý	
Nhận xét: Trình bày khoa học, hợp lý đúng qui định		
Tổng cộng: 88	**Đánh giá:** ☐ Đạt (≥*70 điểm*) ☐ Không đạt	

CHỦ TỊCH HỘI ĐỒNG SÁNG KIẾN CƠ SỞ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÀNH PHỐ HÀ NỘI
TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG XUÂN ĐỈNH

HIỆU TRƯỞNG
Lê Ngọc Hoa

MỤC LỤC **Trang**

I. ĐẶT VẤN ĐỀ 2

1. Lý do chọn đề tài 2

2. Thời gian, đối tượng, phạm vi nghiên cứu 2

II. GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ 4

1. Cơ sở lí luận 4

2. Thực trạng của đề tài 6

3. Các biện pháp đã tiến hành 7

4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm 23

III. KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ 24

1. Kết luận 24

2. Khuyến nghị 24

IV. TÀI LIỆU THAM KHẢO

I. ĐẶT VẤN ĐỀ

1. Lí do chọn đề tài.

Các bài toán phương pháp tọa độ trong mặt phẳng là một nội dung khó lấy điểm đối với học sinh đồng thời cũng là nội dung khó để giáo viên có thể giảng dạy đem lại hứng thú cho học sinh. Trong phần này có 3 đối tượng chính đó là đường thẳng, đường tròn và ba đường conic, trong 3 nội dung trên thì đường thẳng được coi là nội dung quan trọng nhất vì nó vừa là nội dung khó vừa là nội dung xuất hiện nhiều hơn cả trong các đề kiểm tra cũng như đề thi. Trong phần đường thẳng thì bài toán tìm tọa độ đỉnh, viết phương trình các cạnh trong tam giác khi biết trước một số yếu tố của tam giác là dạng toán hay và tương đối khó, để giải bài toán dạng này đòi hỏi học sinh phải nắm vững kiến thức hình học phẳng, mối quan hệ giữa các yếu tố trong tam giác và các điểm đặc biệt của tam giác như: Trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và các tính chất khác của hình học phẳng ở cấp THCS.

Hiện tại đã có rất nhiều tài liệu viết về nội dung này, tuy nhiên các tài liệu phù hợp với đối tượng học sinh lớp 10 theo chương trình SGK mới thì chưa nhiều . Do vậy năm học 2022 – 2023 tôi được giao nhiệm vụ giảng dạy tại hai lớp 10D4 và 10A01, tôi đã trăn trở tìm hiểu tài liệu và phân loại bài tập phần đường thẳng trong tam giác đồng thời chọn làm nội dung làm sáng kiến kinh nghiệm trong năm học này với tên gọi ***"Nâng cao kỹ năng giải một số bài toán viết phương trình đường thẳng liên quan đến các yếu tố trong tam giác cho học sinh lớp 10"***.

Với mục đích giúp học sinh không cảm thấy khó khăn khi gặp dạng toán này tôi đưa ra phương pháp phân loại bài tập từ dễ đến khó để học sinh tiếp cận một cách đơn giản, dễ nhớ và từng bước giúp học sinh hình thành lối tư duy giải quyết vấn đề. Qua đó giúp các em học tốt hơn về phần phương pháp tọa độ trong mặt phẳng nói chung và phần đường thẳng nói riêng, tạo cho các em tự tin hơn khi làm các bài tập hình học và tạo tâm lý không "sợ" khi giải bài tập hình tọa độ trong mặt phẳng

2. Thời gian, đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Thời gian: Tháng 2/2023 đến 03/2023

Đối tượng nghiên cứu: Các dạng bài tập và phương pháp giải các dạng toán về phương trình đường thẳng và tìm điểm trong tam giác.

Phạm vi nghiên cứu: Đề tài này được thực hiện trong phạm vi các lớp 10A01, 10D4 ở trường THPT Xuân Đỉnh. Nghiên cứu những tài liệu có liên quan đến đề tài: Sách giáo khoa toán 10 tập 2; Các tài liệu tham khảo khác về phương pháp tọa độ trong mặt phẳng.

II. GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ

1. Cơ sở lí luận của sáng kiến kinh nghiệm.

Nhằm giúp học sinh có kiến thức, kỹ năng làm bài tập phần phương trình đường thẳng trong chương trình giáo dục phổ thông mới. Bản thân tôi đã nghiên cứu chương trình SGK, tài liệu tham khảo và phân thành các dạng toán và gắn với phương pháp giải cụ thể. Trong bài toán viết phương đường thẳng thì phương pháp chung nhất là đi xác định véc tơ chỉ phương hoặc vetơ pháp tuyến của đường thẳng và toạ độ một điểm mà đường thẳng đi qua sau đó áp dụng các dạng phương trình đường thẳng trên để viết phương trình, tùy theo kỹ năng ra đề của người ra đề mà họ sẽ dấu đi 1 trong 2 yếu tố trên hay cả hai buộc học sinh phải vận dụng kiến thức đã học để tìm các yếu tố đó thì mới giải quyết được bài toán trên.

Sau đây là một số đề mục mà giáo viên khi dạy phần phương trình đường thẳng cần chú ý hệ thống hóa lại cho học sinh:

a. Véctơ chỉ phương của đường thẳng d

Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ có giá song song hoặc trùng với d thì $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của d.

Nếu $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của d thì $k.\vec{u}$ cũng là vectơ chỉ phương của d $(k \neq 0)$

b. Véctơ pháp tuyến của đường thẳng d

Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ và có giá vuông góc với d thì $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của d.

Nếu $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của d thì $k\vec{n}$ cũng là vectơ pháp tuyến của d $(k \neq 0)$.

c. Phương trình của đường thẳng

Nếu đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ và có véctơ chỉ phương là $\vec{u}(a;b)$ với $a^2+b^2 \neq 0$ thì:

+ Phương trình tham số của đường thẳng d là : $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ ($t \in R$ là tham số)

+ Phương trình chính tắc của đường thẳng d là : $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b}$ $(a.b \neq 0)$

+ Phương trình tổng quát của đường thẳng d có dạng: $Ax + By + C = 0$

+ Phương trình đường thẳng d qua $M(x_0;y_0)$, có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(A;B)$ với $A^2+B^2\neq 0$ là: $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$

+Phương trình đường thẳng d qua $M(x_0;y_0)$ có hệ số góc k: $y=k(x-x_0)+y_0$

+ Phương trình đoạn thẳng chắn trên các trục tọa độ: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ (đi qua 2 điểm $A(a;0)\in Ox;\ \ B(0;b)\in Oy$, $a\neq 0;b\neq 0$)

+ Phương trình đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: Ax+By+C=0$ có dạng $Ax+By+m=0\ (m\neq C)$

+ Phương trình đường thẳng d vuông góc với đường thẳng $\Delta: Ax+By+C=0$ có dạng $Bx-Ay+m=0$

+ Công thức tính cosin góc giữa hai đường thẳng.

d. Các kiến thức khác

Cho $A(x_A;y_A);\ B(x_B;y_B);\ C(x_C;y_C)$

- Véc tơ $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A;y_B-y_A)$

- Toạ độ trung điểm I của AB là $I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$

- Độ dài vectơ $\overrightarrow{AB}$ là $\left|\overrightarrow{AB}\right|=AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

- Nếu điểm $M(x_M;y_M)$ chia đoạn thẳng AB theo tỉ số $k\neq 1$ thì

$$\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB}\Leftrightarrow\begin{cases}x_M=\dfrac{x_A-kx_B}{1-k}\\ y_M=\dfrac{y_A-ky_B}{1-k}\end{cases}$$

- A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B-x_A=k(x_C-x_A)\\ y_B-y_A=k(y_C-y_A)\end{cases}$

- Nếu A, B, C là 3 đỉnh 1 tam giác, gọi G là trọng tâm tam giác ABC thì ta có:

$$G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3};\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)$$

Quy ước: Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng ký hiệu là $\vec{n}$; Véc tơ chỉ phương của đường thẳng ký hiệu là $\vec{u}$

Đặc biệt, đối với phần hướng dẫn bài tập về nhà phải dành một thời gian nhất định, hướng dẫn chu đáo, cụ thể và có yêu cầu cao với học sinh. Từ đó giúp các em có sự chủ động cao trong việc xác định các yếu tố như điểm mà đường thẳng đi qua, Véc tơ chỉ phương, véc tơ pháp tuyến của đường thẳng.

2. Thực trạng vấn đề

Trong năm học 2022 – 2023 tôi đã tiến hành kiểm tra kiến thức phần này đối với 2 lớp khối 10 của năm học đó là lớp 10A01 và 10D4 và nhận được kết quả không mấy khả quan cụ thể.

Bài 1: Tìm tọa độ các đỉnh A, B của tam giác ABC biết đỉnh $C(-1;-2)$; đường trung tuyến kẻ từ A có phương trình: $5x+y-9=0$ và đường cao kẻ từ B có phương trình là: $x+3y-5=0$

Bài 2: Lập phương trình các cạnh của ΔABC nếu cho $C(-4;-5)$ và 2 đường cao xuất phát từ A và B có phương trình lần lượt là $2x-y+1=0$ và $3x+8y+13=0$

Bài 3: Theo Google Maps, sân bay Nội Bài có vĩ độ là $21,2^0$ Bắc, kinh độ $105,8^0$ đông sân bay Đà Nẵng có vĩ độ là $16,1^0$ Bắc, kinh độ $108,2^0$ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng. Tại thời điểm t giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ x^0 Bắc, kinh độ y^0 Đông được tính theo công thức

$$\begin{cases} x = 21,2 - \dfrac{153}{40}t \\ y = 105,8 + \dfrac{9}{5}t \end{cases}$$

a) Hỏi chuyến từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ?

b) Tại thời điểm 1 giờ kể từ lúc cất cánh, máy bay đã bay qua vĩ tuyến 17 (17^0 Bắc) chưa?

Số liệu cụ thể trước khi thực hiện đề tài :

Kết quả của lớp 10A01 (sĩ số 46)

	Làm đúng	Làm sai	Không có lời giải

Bài 1	12	13	21
Bài 2	20	20	6
Bài 3	10	20	16

Kết quả của lớp 10D4 (sĩ số 48)

	Làm đúng	Làm sai	Số h/s không có lời Lời giải
Bài 1	8	22	18
Bài 2	15	25	6
Bài 3	2	18	28

Kết quả các bài kiểm tra cho thấy, không có học sinh nào làm được trọn vẹn 3 bài tập trên. Nhiều em ngay từ đầu đã không tìm ra phương hướng để giải các bài tập này. Một số em giải được nhưng mất quá nhiều thời gian để tư duy tìm ra lời giải do đó không làm được trọn vẹn các bài tập đưa ra. Với bài số 3 tuy là một bài hết sức đơn giản nhưng các em chưa làm quen nhiều với các dạng toán thực tế nên còn lúng túng khi giải.

3. Các biện pháp đã tiến hành

Để khắc phục những khó khăn này của các em học sinh ở các lớp mà tôi đang giảng dạy tôi đã thực hiện đề tài này qua 9 dạng toán trong tam giác và một số ví dụ minh họa từ các đề thi của bộ giáo dục và đào tạo các năm gần đây, trong mỗi phần tôi trình bày theo trình tự: Dạng toán và các phương pháp giải, một số ví dụ có lời giải cụ thể và bài tập tương tự.

Dạng 1: Tam giác ABC biết đỉnh A và 2 đường cao BH, CK. Tìm tọa độ các đỉnh B; C và lập phương trình các cạnh của tam giác ABC.

Phương pháp:

- B1: Lập phương trình cạnh AB đi qua A và vuông góc với CK
- Lập phương trình cạnh AC đi qua A và vuông góc với BH
- B2: Tìm toạ độ điểm B, C.
- B3: Lập phương trình cạnh BC

Ví dụ 1. Lập phương trình các cạnh của ΔABC biết $A(2;-1)$ và 2 đường cao xuất phát từ B và C có phương trình lần lượt là: $2x-y+1=0$ và $3x+y+2=0$.

Bài giải:

Vì $BH \perp AC$ nên cạnh AC có phương trình $x + 2y + m = 0$, AC qua A nên $2 - 2 + m = 0 \Leftrightarrow m = 0$. Phương trình cạnh AC là: $x + 2y = 0$

Vì $CK \perp AB$ nên cạnh AB có phương trình $x - 3y + n = 0$, AB qua A nên $2 + 3 + n = 0 \Leftrightarrow n = -5$. Phương trình cạnh AB là: $x - 3y - 5 = 0$

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{4}{5} \\ y = \dfrac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow C\left(-\dfrac{4}{5};\dfrac{2}{5}\right)$

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - 3y - 5 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{8}{5} \\ y = -\dfrac{11}{5} \end{cases} \Rightarrow B\left(-\dfrac{8}{5};-\dfrac{11}{5}\right)$

Khi đó $\overrightarrow{BC} = \left(\dfrac{4}{5};\dfrac{13}{5}\right) = \dfrac{1}{5}(4;13)$ nên vectơ pháp tuyến của BC là $\overrightarrow{n_{BC}} = (13;-4)$.

Phương trình cạnh BC có dạng: $13\left(x + \dfrac{8}{5}\right) - 4\left(y + \dfrac{11}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow 13x - 4y + 12 = 0$

Ví dụ 2. Tam giác ABC có $A(1;2)$ và phương trình hai đường cao lần lượt là BH: $x + y + 1 = 0$ và CK: $2x + y - 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C của tam giác ABC

Bài giải:

Cạnh AB đi qua $A(1;2)$ và vuông góc với CK: $2x + y - 2 = 0$ nên AB có phương trình: $1(x-1) - 2(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3 = 0$

Tương tự cạnh AC đi qua $A(1;2)$ và vuôn`g góc với BH: $x + y + 1 = 0$ nên AC có phương trình: $1(x-1) - 1(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$

Toạ độ điểm B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{5}{3} \\ y = \dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow B\left(-\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3}\right)$

Toạ độ điểm C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x-y+1=0 \\ 2x+y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{3} \\ y=\dfrac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow C\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3}\right)$

Bài tập tương tự:

1. Lập phương trình các cạnh của ΔABC nếu cho $A(1;3)$ và 2 đường cao xuất phát từ B và C có phương trình lần lượt là $5x+3y-2=0$ và $3x-2y-1=0$

2. Cho ΔABC có phương trình cạnh AB: $5x-3y+2=0$ và 2 đường cao xuất phát từ A và B có phương trình lần lượt là $4x+y-1=0$ và $7x-3y-12=0$

Dạng 2: Tam giác ABC biết đỉnh A, biết hai trung tuyến xuất phát từ 2 đỉnh còn lại BM, CN. Tìm toạ độ B; C, viết phương trình các cạnh của tam giác.

Phương pháp:

Cách 1:

- B1: Tìm toạ độ trọng tâm $G(x_G;y_G)$ của ABC
- B2: Tham số hoá toạ độ của $B(x_B;y_B)$; $C(x_C;y_C)$ theo phương trình BM, CN.
- B3: Tìm toạ độ của B, C: áp dụng công thức:
- $x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}$; $y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}$
- B4: Viết phương trình các cạnh.

Cách 2:

- B1: Tìm toạ độ trọng tâm $G(x_G;y_G)$ của ABC
- B2: Xác định điểm H đối xứng với A qua G theo công thức trung điểm.
- Khi đó tứ giác BGCH là hình bình hành.
- B3: Lập phương trình đường thẳng HC qua H và song song với trung tuyến BM.
- C là giao điểm của HC với CN.
- B4: Lập phương trình đường thẳng HB qua H và song song với trung tuyến CN.

- B là giao điểm của HB với BM.
- B5: Viết phương trình các cạnh.

Ví dụ: Cho tam giác ABC có $A(-2;3)$ và hai đường trung tuyến BM: $x-2y+1=0$ và CN: $x+y-4=0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C của tam giác ABC

Lời giải

Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}2x-y+1=0\\x+y-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}\Rightarrow G(1;3)$$

Vì B thuộc đường thẳng BM nên giả sử $B(x_B;y_B)$ thì:

$x_B-2y_B+1=0\Leftrightarrow y_B=\dfrac{x_B+1}{2}\Rightarrow B\left(x_B;\dfrac{x_B+1}{2}\right)$. Tương tự $C(x_C;4-x_C)$

Mặt khác vì $G(1;3)$ là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có:

$$\begin{cases}1=\dfrac{-2+x_B+x_C}{3}\\3=\dfrac{3+\dfrac{x_B+1}{2}+4-x_C}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B+x_C=5\\x_B-2x_C=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B=\dfrac{2}{3}\\x_C=\dfrac{13}{3}\end{cases}$$

Vậy $B\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{6}\right)$; $C\left(\dfrac{13}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$

Bài tập tương tự: Cho tam giác ABC có $A(-3;1)$ và hai đường trung tuyến BM: $2x+y-1=0$ và CN: $3x+y-1=0$. Lập phương trình các cạnh của tam giác ABC

Dạng 3: Tam giác ABC biết hai cạnh AB, AC và biết trọng tâm G. Xác định tọa độ các đỉnh, lập phương trình cạnh còn lại.

Phương pháp:

B1. (Chung cho 2 cách): Tìm toạ độ điểm A là giao điểm của AB và AC

Suy ra toạ độ điểm M là trung điểm của BC nhờ : $\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{GM}$ hoặc $\overrightarrow{AM}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AG}$

Cách 1:

B2: Tham số hoá toạ độ của $B(x_B;y_B)$; $C(x_C;y_C)$ theo phương trình AB, AC

B3: Tìm toạ độ của B; C nhờ: $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_B + x_C}{2} \\ y_M = \dfrac{y_B + y_C}{2} \end{cases}$

B4: Lập phương trình của BC.

Cách 2:

B2: Viết phương trình đường thẳng MN qua M và song song với AC với N là trung điểm của AB. Tìm tọa độ điểm N.

B3: Từ $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AN}$ suy ra tọa độ điểm B. Phương trình cạnh BC qua B và nhận $\overrightarrow{BM}$ làm vectơ chỉ phương. Từ đó tìm tọa độ C.

Ví dụ 1. Tam giác ABC biết phương trình AB: $4x + y + 15 = 0$; AC: $2x + 5y + 3 = 0$ và trọng tâm $G(-2;-1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, viết phương trình BC.

Bài giải

Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 4x + y + 15 = 0 \\ 2x + 5y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(-4;1)$$

Gọi $M(x;y)$ là trung điểm của BC, vì G là trọng tâm tam giác ABC nên:

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - x_A = \dfrac{3}{2}(x_G - x_A) \\ y_M - y_A = \dfrac{3}{2}(y_G - y_A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = -2 \end{cases} \Rightarrow M(-1;-2)$$

Gọi N là trung điểm của AB. Phương trình đường thẳng MN // AC có dạng: $2x + 5y + m = 0$. Điểm $M \in MN \Rightarrow -2 - 10 + m = 0 \Leftrightarrow m = 12$.

Phương trình MN là: $2x + 5y + 12 = 0$

Tọa độ điểm N là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x + 5y + 12 = 0 \\ 4x + y + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{7}{2} \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow N\left(-\dfrac{7}{2};-1\right)$

Ta có $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AN} \Rightarrow \begin{cases} x_B - x_A = 2(x_N - x_A) \\ y_B - y_A = 2(y_N - y_A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = -3 \\ y_B = -3 \end{cases} \Rightarrow B(-3;-3)$

Đường thẳng BC qua B và nhận $\overrightarrow{BM}=(2;1)$ làm vectơ chỉ phương có dạng:

$$\frac{x+3}{2}=\frac{y+3}{1}\Leftrightarrow x-2y-3=0$$

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x-2y-3=0\\2x+5y+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}\Rightarrow C(1;-1)$

Ví dụ 2. Tam giác ABC biết phương trình AB: $x+y-1=0$; AC: $x-y+3=0$ và trọng tâm $G(1;2)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC

Bài giải

Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}x+y+1=0\\x-y+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases}\Rightarrow A(-2;1)$$

Gọi $M(x;y)$ là trung điểm của BC, vì G là trọng tâm nên:

$$\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{GM}\Leftrightarrow\begin{cases}3=2(x-1)\\1=2(y-2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{5}{2}\\y=\frac{5}{2}\end{cases}\Rightarrow M\left(\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$$

Vì B thuộc AB nên toạ độ $B(x_B;y_B)$ với $x_B+y_B-1=0\Leftrightarrow y_B=1-x_B$

nên $B(x_B;1-x_B)$. Tương tự $C(x_C;x_C+3)$

Mà $M\left(\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của BC nên ta có:

$$\begin{cases}x_M=\frac{x_B+x_C}{2}\\y_M=\frac{y_B+y_C}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{5}{2}=\frac{x_B+x_C}{2}\\\frac{5}{2}=\frac{1-x_B+x_C+3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B+x_C=5\\-x_B+x_C=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B=1\\x_C=4\end{cases}$$

nên $B(1;0);\ C(4;7)$

Bài tập tương tự: Tam giác ABC biết phương trình AB: $2x-3y-7=0$; AC: $x+9y+28=0$ và trọng tâm $G(4;-2)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC

Dạng 4: Tam giác ABC biết 1 đỉnh A, phương trình đường cao BH và trung tuyến xuất CK. Xác định tọa độ đỉnh B, C; lập phương trình các cạnh.

Phương pháp:

- B1: Lập phương trình cạnh AC đi qua A và vuông góc với BH.
- Từ đó tìm được tọa độ điểm C là giao điểm của AC và trung tuyến CK.
- B2: Tham số hoá toạ độ $B(x_B;y_B)$; $K(x_K;y_K)$ (với K là trung điểm của AB) theo phương trình BH, CK. Tìm toạ độ B nhờ: $\begin{cases} x_K=\dfrac{x_A+x_B}{2} \\ y_K=\dfrac{y_A+y_B}{2} \end{cases}$
- B3: Lập phương trình cạnh AB; BC

Ví dụ 1: Xác định tọa độ của các đỉnh A; C của ΔABC biết $B(0;-2)$ và đường cao $(AH):x-2y+1=0$; trung tuyến $(CM):2x-y+2=0.$

Bài giải:

Theo bài ra BC đi qua $B(0;-2)$ và vuông góc với $(AH):x-2y+1=0$ nên phương trình cạnh BC là: $2x+y+2=0$

Suy ra toạ độ C là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x+y+2=0 \\ 2x-y+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases} \text{ vậy } C(-1;0)$$

Giả sử $A(x_A;y_A)$ ta có: $\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2} \\ y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+0}{2} \\ y_M=\dfrac{y_A-2}{2} \end{cases}$

Vì M thuộc trung tuyến CM nên $2.\dfrac{x_A}{2}-\dfrac{y_A-2}{2}+2=0 \Leftrightarrow 2x_A-y_A+6=0$

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x_A-2y_A+1=0 \\ 2x_A-y_A+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A=-\dfrac{11}{3} \\ x_A=-\dfrac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow A\left(-\frac{11}{3};-\frac{4}{3}\right)$$

Vậy $A\left(-\frac{11}{3};-\frac{4}{3}\right)$; $C(-1;0)$

Ví dụ 2. Xác định tọa độ của các đỉnh B; C của ΔABC biết $A(4;-1)$ và đường cao $(BH):2x-3y=0$; trung tuyến $(CK):2x+3y=0.$

Bài giải:

Theo bài ra AC đi qua $A(4;-1)$ và vuông góc với $(BH):2x-3y=0$ nên phương trình cạnh AC là: $3x+2y-10=0$

Suy ra toạ độ C là nghiệm của hệ: $\begin{cases}3x+2y-10=0\\2x+3y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=6\\y=-4\end{cases}\Rightarrow C(6;-4)$

Giả sử $B(x_B;y_B)$ ta có: $2x_B-3y_B=0$. Tương tự toạ độ của $K\left(x_K;-\frac{2}{3}x_K\right)$.

Vì K là trung điểm của AB nên ta có:

$$\begin{cases}x_K=\frac{x_A+x_B}{2}\\y_K=\frac{y_A+y_B}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_K=\frac{4+x_B}{2}\\-\frac{2x_K}{3}=\frac{-1+\frac{2}{3}x_B}{2}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2x_K-x_B=4\\4x_K+2x_B=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_K=\frac{11}{8}\\x_B=-\frac{5}{4}\end{cases}\Rightarrow B\left(-\frac{5}{4};-\frac{5}{6}\right)$$

Bài tập tương tự: Lập phương trình các cạnh của ΔABC biết $C(3;-2)$ và phương trình đường cao và đường trung tuyến xuất phát từ 1 đỉnh lần lượt là $5x+2y-3=0$ và $4x+3y-7=0$

Dạng 5: Tam giác ABC biết hai cạnh AB, AC và trực tâm H. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, viết phương trình cạnh BC.

Phương pháp:

- B1: Tìm toạ độ điểm A là giao điểm của AB và AC
- B2: Tham số hoá toạ độ của B(x_B ; y_B) theo AB
- B3: Tìm toạ độ của B:

- Vì H là trực tâm nên $\overrightarrow{HB}$ là vectơ pháp tuyến của AC. Vậy $\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{u_{AC}} = 0$
- B4: Phương trình cạnh BC qua B và có $\overrightarrow{HA}$ là véc tơ pháp tuyến.

Ví dụ: Tam giác ABC biết phương trình cạnh AB: $5x - 2y + 6 = 0$ và cạnh AC: $4x + 7y - 21 = 0$ và $H(0;0)$ là trực tâm của tam giác. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình cạnh BC.

Bài giải:

Toạ độ của A là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 5x - 2y + 6 = 0 \\ 4x + 7y - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow A(0;3)$$

Vì $B(x_B;y_B) \in AB \Rightarrow 5x_B - 2y_B + 6 = 0 \Leftrightarrow y_B = \dfrac{5x_B + 6}{2} \Rightarrow B\left(x_B; \dfrac{5x_B + 6}{2}\right)$

Mặt khác vì H là trực tâm nên $HB \perp AC$ Suy ra $\overrightarrow{HB}$ là vectơ pháp tuyến của AC.

Suy ra: $\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{u_{AC}} = 0 \Leftrightarrow 7x_B - 4\dfrac{5x_B + 6}{2} = 0 \Leftrightarrow x_B = -4 \Rightarrow B(-4;-7)$

Tương tự, $\overrightarrow{HA}$ là vectơ pháp tuyến của BC. Vậy phương trình cạnh BC là:

$0(x + 4) + 3(y + 7) = 0 \Leftrightarrow y + 7 = 0$

Tọa độ đỉnh C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} y + 7 = 0 \\ 4x + 7y - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{35}{2} \\ y = -7 \end{cases} \Rightarrow C\left(\dfrac{35}{2};-7\right)$

Bài tập tương tự: Tam giác ABC biết phương trình cạnh AB: $3x + y - 1 = 0$ và cạnh AC: $x + 2y - 3 = 0$ và $H(2;-4)$ là trực tâm của tam giác. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình cạnh BC.

Dạng 6: Tam giác ABC biết đỉnh A, hai đường phân giác trong của góc B và góc C. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình các cạnh của tam giác.

Phương pháp:

- B1: Tìm điểm A_1 là điểm đối xứng của A qua đường phân giác trong của góc B.
- Suy ra A_1 thuộc đường thẳng BC

- B2: Tìm điểm A_2 là điểm đối xứng của A qua đường phân giác trong của góc C.
- Suy ra A_2 thuộc BC
- B3: Lập phương trình đường thẳng BC đi qua $A_1; A_2$
- B4: Tìm tọa độ của B là giao điểm của BC với đường phân giác trong của góc B
- Tìm tọa độ của C là giao điểm của BC với đường phân giác trong của góc C

Chú ý: Bài toán: Tìm điểm đối xứng M' của M qua đường thẳng Δ

Phương pháp:

- B1: Lập phương trình của d qua M và d vuông góc với Δ
- B2: Gọi I là giao điểm của d với Δ. Tìm được I
- B3: Gọi M' là điểm đối xứng với M qua Δ. Khi đó I là trung điểm của MM'
- Vậy tìm được M' nhờ: $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_M + x_{M'}}{2} \\ y_I = \dfrac{y_M + y_{M'}}{2} \end{cases}$

Ví dụ 1: Cho $\Delta: x + 3y + 2 = 0$ và $M(-1;3)$. Tìm điểm M' đối xứng với M qua Δ

Bài giải:

Gọi d là đường thẳng qua M và vuông góc với Δ. Ta có $\overrightarrow{n_d} = \overrightarrow{u_\Delta} = (3;-1)$

Vậy phương trình tổng quát của d: $3(x+1) - 1(y-3) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 6 = 0$

Gọi I là giao điểm của d với Δ, toạ độ của I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x + 3y + 2 = 0 \\ 3x - y + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow I(-2;0)$$

Giả sử $M'(x_{M'}; y_{M'})$ là điểm đối xứng với M qua Δ.Ta có:

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_M + x_{M'}}{2} \\ y_I = \dfrac{y_M + y_{M'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = \dfrac{-1 + x_{M'}}{2} \\ 0 = \dfrac{3 + y_{M'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = -3 \\ y_{M'} = -3 \end{cases} \Rightarrow M'(-3;-3)$$

Ví dụ 2: Tam giác ABC biết $A(2;-1)$ và phương trình hai đường phân giác trong của góc B là $(d_B): x - 2y + 1 = 0$ và của góc C là $(d_C): 2x - 3y + 6 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình các cạnh của tam giác.

Bài giải:

Gọi A_1 là điểm đối xứng của A qua $(d_B): x - 2y + 1 = 0$. Vì AA_1 qua A và vuông góc với d_B nên AA_1 có phương trình: $2(x-2) + 1(y+1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3 = 0$.

Khi đó tọa độ giao điểm I của d_B và AA_1 là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I(1;1)$$ và I là trung điểm của A A_1.

Từ đó suy ra $A_1(0;3)$

Gọi A_2 là điểm đối xứng của A qua $(d_C): 2x - 3y + 6 = 0$.

Phương trình đường thẳng AA_2 qua A và vuông góc với d_C có dạng:

$3(x-2) + 2(y+1) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 4 = 0$.

Khi đó tọa độ giao điểm J của d_C và AA_2 là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 3x + 2y - 4 = 0 \\ 2x - 3y + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow J(0;2).$$ Toạ độ của $A_2(-2;5)$

Khi đó A_1và A_2 thuộc BC.

Vậy phương trình cạnh BC: (A_1A_2) là: $1(x-0) - 1(y-3) = 0 \Leftrightarrow x - y + 3 = 0$

Suy ra toạ độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow B(-5;-2)$

toạ độ C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - 3y + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow C(-3;0)$

Bài tập tương tự: Tam giác ABC biết $A(2;-1)$ và phương trình hai đường phân giác trong của góc B là $(d_B): x-2y+1=0$ và của góc C là $(d_C): x+y+3=0$. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình các cạnh của tam giác.

Dạng 7: Tam giác ABC biết hai cạnh AB, AC và I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. Xác định tọa độ các đỉnh và lập phương trình cạnh BC.

Phương pháp:

- B1: Tìm toạ độ điểm A là giao của AB và AC
  Gọi M là trung điểm cạnh AB. Vì I là trực tâm nên $IM \perp AB \Rightarrow M$
  Tìm toạ độ của B nhờ M là trung điểm của AB
- B2: Gọi N là trung điểm của AC. Vì I là trực tâm nên $IN \perp AC \Rightarrow N$
  Tìm toạ độ của C nhờ N là trung điểm của AC
- B3: Lập phương trình cạnh BC

Ví dụ: Tam giác ABC biết phương trình cạnh $AB: x+y-1=0$; cạnh AC: $2x-y-2=0$ và $I(1;1)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. Xác định tọa độ các đỉnh.

Bài giải:

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-1=0 \\ 2x-y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow A(1;0)$

Gọi $M(x_M;y_M)$ là trung điểm của AB. Ta có

$x_M+y_M-1=0 \Leftrightarrow y_M=1-x_M \Rightarrow M(x_M;1-x_M)$

Vì $IM \perp AB$ nên $\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{u_{AB}}=0 \Leftrightarrow -1(x_M-1)+(-x_M)=0 \Leftrightarrow x_M=\frac{1}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

Tương tự $N(x_N;2x_N-2)$ trung điểm của AC

Ta có: $\overrightarrow{IN}.\overrightarrow{u_{AC}}=0 \Leftrightarrow 1(x_N-1)+2(2x_N-3)=0 \Leftrightarrow x_N=\frac{7}{5} \Rightarrow N\left(\frac{7}{5};\frac{4}{5}\right)$

Mặt khác vì M là trung điểm của AB nên suy ra $B(0;1)$

Tương tự vì N là trung điểm của AC nên suy ra $C\left(\frac{9}{5};\frac{8}{5}\right)$

Dạng 8: Tam giác ABC biết A, đường cao BH, đường phân giác trong của góc C. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình các cạnh của tam giác.

Phương pháp:

- B1: Lập phương trình cạnh AC vuông góc với BH và đi qua A.
  Suy ra toạ độ điểm C
- B2: Tìm điểm đối xứng A' của A qua đường phân giác trong của góc C.
  Suy ra A' thuộc BC.
- B3: Lập phương trình cạnh BC đi qua 2 điểm C, A'
- B4: Tìm toạ độ điểm B là giao điểm của BH và BC. Lập phương trình cạnh AB.

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC biết $A(-1;3)$, đường cao BH: $x-y=0$. Đường phân giác trong của góc C nằm trên đường thẳng $\Delta: x+3y+2=0$. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình các cạnh của tam giác.

Bài giải:

Theo bài AC vuông góc với BH. Vậy phương trình cạnh AC:

$$1(x+1)+1(y-3)=0 \Leftrightarrow x+y-2=0$$

Toạ độ C là nghiệm hệ: $\begin{cases} x+3y+2=0 \\ x+y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases} \Rightarrow C(4;-2)$

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua đường phân giác $\Delta: x+3y+2=0$

Phương trình đường thẳng AA': $3(x+1)-1(y-3)=0 \Leftrightarrow 3x-y+6=0$

Ta có trung điểm I của AA' là giao của AA' với Δ.

Tọa độ trung điểm I là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x-y+6=0 \\ x+3y+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow I(-2;0)$

Vậy $I(-2;0)$ nên $A'(-3;-3)$ và A' thuộc BC.

Vậy phương trình BC chính là phương trình CA':

$$1(x+3)-7(y+3)=0 \Leftrightarrow x-7y-18=0$$

Suy ra toạ độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-y=0 \\ x-7y-18=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-3 \end{cases} \Rightarrow B(-3;-3) \equiv A'$

Phương trình cạnh AB: $3x-y+6=0$

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC biết $B(2;-1)$, đường cao AH: $3x-4y+27=0$. Đường phân giác trong của góc C nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x-y+5=0$. Tìm tọa độ đỉnh C và lập phương trình các cạnh BC, AC của tam giác.

Bài giải:

Theo bài BC vuông góc với AH. Vậy phương trình cạnh BC:

$4(x-2)+3(y-1)=0 \Leftrightarrow 4x+3y-5=0$

Toạ độ C là nghiệm hệ: $\begin{cases} 4x+3y-5=0 \\ 2x-y+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow C(-1;3)$

Gọi K là điểm đối xứng của B qua đường phân giác $\Delta: 2x-y+5=0$

Phương trình đường thẳng BK: $1(x-2)+2(y+1)=0 \Leftrightarrow x+2y=0$

Ta có trung điểm I của BK là giao của BK với Δ.

Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+2y=0 \\ 2x-y+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow I(-2;1)$

Vậy $I(-2;1)$ nên $K(-6;3)$ và K thuộc AC. Vậy phương trình AC chính là phương trình CK: $0(x+6)-5(y-3)=0 \Leftrightarrow y-3=0$

Bài tập tương tự: Lập phương trình các cạnh của tam giác MNP biết $N(2;-1)$; đường cao hạ từ M xuống NP có phương trình là: $3x-4y+27=0$; đường phân giác trong hạ từ đỉnh P có phương trình là: $x+2y-5=0$

Dạng 9: Tam giác ABC biết đỉnh A, đường trung tuyến hạ từ đỉnh B, đường phân giác trong của góc C. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình các cạnh của tam giác.

Phương pháp:

- B1: Tìm A’ là điểm đối xứng của A qua đường phân giác trong của góc C.

- B2: Tham số hoá toạ độ của $C(x_C;y_C)$ theo đường phân giác trong của góc C. Tham số hoá toạ độ của $B_1(x_{B_1};y_{B_1})$ theo đường trung tuyến hạ từ B.
- B3: Tìm toạ độ của C nhờ B là trung điểm của AC.

Ví dụ 1. Tam giác ABC biết $A(4;4)$; trung tuyến BB_1: $x-3y-2=0$, đường phân giác trong của góc C có phương trình: Δ: $x-2y-1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác.

Bài giải:

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua Δ: $x-2y-1=0$.

Phương trình đường thẳng AA' là $2(x-4)+1(y-4)=0 \Leftrightarrow 2x+y-12=0$

Trung điểm I của AA' là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}2x+y-12=0\\x-2y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\y=2\end{cases}\Rightarrow I(5;2)$$ Ta có $A'(6;0)$

Giả sử $C(x_C;y_C)$ vì $C\in\Delta$ nên: $x_C-2y_C-1=0\Rightarrow C(2y_C+1;y_C)$

Tương tự điểm $B_1(x_{B_1};y_{B_1})$ thuộc BB_1: $x-3y-2=0$ nên $B_1(3y_{B_1}+2;y_{B_1})$

Mà B_1 là trung điểm của AC nên:

$$\begin{cases}x_{B_1}=\dfrac{x_A+x_C}{2}\\y_{B_1}=\dfrac{y_A+y_C}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3y_{B_1}+2=\dfrac{4+2y_C+1}{2}\\y_{B_1}=\dfrac{4+y_C}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6y_{B_1}-2y_C=1\\2y_{B_1}-y_C=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y_{B_1}=-\dfrac{7}{2}\\y_C=-11\end{cases}$$

Vậy $B_1\left(-\dfrac{17}{2};-\dfrac{7}{2}\right)$ và $C(-21;-11)$

Phương trình cạnh BC đi qua C và A_1 có dạng:

$3(x+21)-5(y+11)=0\Leftrightarrow 3x-5y+8=0$

Tọa độ đỉnh B là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x-3y-2=0\\3x-5y+8=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{17}{2}\\y=-\dfrac{7}{2}\end{cases}\Rightarrow B\left(-\dfrac{17}{2};-\dfrac{7}{2}\right)$

Ví dụ 2. Tam giác ABC biết $C(4;3)$; đường phân giác trong và đường trung tuyến của góc A có phương trình lần lượt là $x+2y-5=0$ và $4x+13y-10=0$. Tìm tọa độ các đỉnh và lập phương trình các cạnh của tam giác.

Bài giải:

Ta có $AD \cap AM = \{A\}$ nên tọa độ điểm A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x+2y-5=0 \\ 4x+13y-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=-2 \end{cases} \Rightarrow A(9;-2)$$

Phương trình cạnh AC là: $1(x-4)+1(y-3)=0 \Leftrightarrow x+y-7=0$

Gọi $N(x_1;y_1)$ là điểm đối xứng với C qua phân giác AD. Suy ra $N \in AB$

Phương trình đường thẳng CN là: $2x-y-5=0$.

$CN \cap AD = \{I\}$ nên tọa độ điểm I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x-y-5=0 \\ x+2y-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow I(3;1)$$

Vì I là trung điểm của CN nên $N(2;-1)$

Phương trình cạnh AB qua A và N nên có phương trình là:

$1(x-9)+7(y+2)=0 \Leftrightarrow x+7y+5=0$

M là trung điểm của BC nên $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_B+x_C}{2} = \dfrac{x_B+4}{2} \\ y_M = \dfrac{y_B+y_C}{2} = \dfrac{y_B+3}{2} \end{cases}$

$B(x_B;y_B) \in AB$ và M thuộc đường trung tuyến nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_B+7y_B+5=0 \\ 4\left(\dfrac{x_B+4}{2}\right)+13\left(\dfrac{y_B+3}{2}\right)-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B+7y_B=-5 \\ 4x_B+13y_B=-35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B=-12 \\ y_B=1 \end{cases} \Rightarrow B(-12;1)$$

Phương trình cạnh BC là: $1(x-4)-8(y-3)=0 \Leftrightarrow x-8y+20=0$

Bài tập tương tự: Lập phương trình các cạnh của tam giác ABC biết $C(-1;3)$; đường trung tuyến hạ từ A có phương trình là: $x+2y-5=0$; đường phân giác trong hạ từ đỉnh A có phương trình là: $4x+13y-10=0$

4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm

Đây là mảng kiến thức đòi hỏi tư duy cao, nên nội dung đề tài được tác giả thực nghiệm sư phạm trong luyện thi đại học và bồi dưỡng học sinh giỏi. Kết quả cho thấy:

1) Sau khi giảng dạy chuyên đề này học sinh nắm sâu hơn về kiến thức về lập phương trình đường thẳng trong tam giác nói riêng và trong phần phương pháp tọa độ trong mặt phẳng nói chung…

2) Cách phân dạng bài tập giúp học sinh dễ hiểu, định hướng vấn đề, giải quyết vấn đề một cách lôgic hơn. Học sinh vận dụng làm tốt một số đề thi đại học, cao đẳng và đề thi học sinh giỏi các năm gần đây.

Các bài toán về phương trình đường thẳng và các dạng toán có liên quan là loại bài toán khó, đòi hỏi tư duy cao. Vì vậy, trong quá trình giảng dạy, giáo viên cần phải phân dạng bài tập một cách có hệ thống và trình bày rõ ràng.

Để kiểm nghiệm SKKN này tôi đã tổ chức cho các em học sinh lớp 10A01, 10D4 kiểm tra 45 phút với nội dung là các bài toán viết phương trình các đường thẳng thuộc dạng có trong SKKN. Kết quả là đa số các em đã nắm vững được phương pháp giải các dạng bài tập trên và nhiều em có lời giải chính xác, điểm tối đa với 10A01 . Qua đó các em có thêm hứng thú và tự tin vào bản thân khi chuẩn bị bước vào kỳ thi quan trọng.

Đồng thời nội dung sáng kiến này được các đồng nghiệp trong tổ đánh giá cao về chất lượng chuyên môn và được chọn là tài liệu cho chuyên đề hình giải tích phẳng trong ôn học sinh giỏi.

III. KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ

1. Kết luận

Để tiết học thành công và học sinh biết vận dụng kiến thức vào giải toán giáo viên cần soạn bài chu đáo, có hệ thống câu hỏi dẫn dắt học sinh xây dựng bài. Các câu hỏi khó có thể chẻ nhỏ để học sinh yếu nhận biết kiến thức.Cần quan tâm tới tất cả các đối tượng học sinh trong lớp. Sau mỗi phần lý thuyết giáo viên cần có ví dụ minh hoạ cho học sinh và củng cố lại phương pháp từng dạng bài. Với các phương pháp cụ thể mà tôi nêu ra trong SKKN đã giúp các em phân loại được bài tập, nắm khá vững phương pháp làm và trình bầy bài, giúp các em tự tin hơn trong học tập cũng như khi đi thi. Mong muốn lớn nhất của tôi khi thực hiện SKKN này là học hỏi, đồng thời giúp các em học sinh bớt đi sự khó khăn khi gặp các bài toán tìm tọa độ đỉnh và viết phương trình các cạnh trong tam giác, đồng thời ôn luyện lại cho học sinh về mối quan hệ của đường thẳng, từ đó các em say mê học toán . Qua cách phân loại và hình thành phương pháp giải đã trình bày trong sáng kiến tôi thấy học sinh chủ động trong kiến thức, nắm bài chắc hơn. Học sinh yêu môn toán và thích học toán hình hơn.

Giáo viên trong nhà trường nắm chắc và nghiên cứu sâu một chuyên đề cụ thể. Có thêm kinh nghiệm trong giảng dạy bộ môn.

Từ việc phân dạng và gắn với phương pháp giải tôi thấy học sinh nắm chắc kiến thức,không lúng túng trong giải bài tập. Học sinh phát huy được tính tự lực, phát triển khả năng sáng tạo của các em. Qua đó các em hiểu rõ bản chất kiến thức phần bài tập tìm toạ độ đỉnh và viết phương trình đường thẳng trong mặt phẳng. Giáo viên thấy rõ điểm mạnh, điểm yếu của học sinh để giúp các em điều chỉnh và có điểm cao trong các kỳ thi.

2. Khuyến nghị.

Với sở: Phổ biến rộng rãi các SKKN có giải để các giáo viên trong thành phố Hà Nội tham khảo và học tập.

Với trường: Tổ chức các lớp ôn tập theo chuyên đề, ôn luyện, kiểm tra, đánh giá việc ôn tập của học sinh.

Mặc dù đã rất cố gắng, nhưng do thời gian và trình độ năng lực của bản thân còn hạn chế, nguồn tài liệu tham khảo cũng chưa nhiều. Chính vì vậy SKKN chắc chắn vẫn còn nhiều thiếu sót. Rất mong nhận được sự động viên, chia sẻ của quý thầy cô và các bạn đồng nghiệp để tôi có thể rút kinh nghiệm và hoàn thiện để cho SKKN này được hoàn chỉnh hơn cũng như trong quá trình giảng dạy của bản thân.

IV. TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. *Sách giáo khoa Toán 10 tập 1,2 Kết nối tri thức*, Nhà xuất bản Giáo dục.

2. *Sách giáo viên toán 10 Kết nối tri thức,* Nhà xuất bản giáo dục.

3. *Một số tài liệu, chuyên đề ôn thi tốt nghiệp THPT Quốc gia.*