

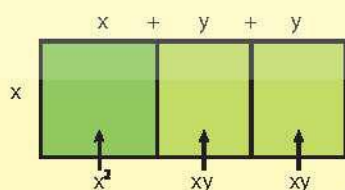
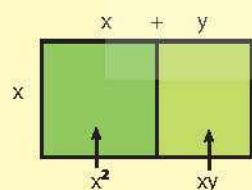
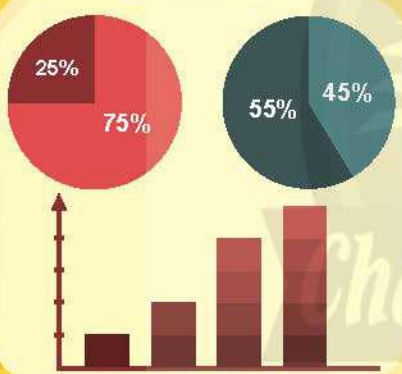


TRẦN ĐỨC HUYỀN – NGUYỄN THÀNH ANH (đồng Chủ biên)
NGUYỄN VĂN HIỂN – NGÔ HOÀNG LONG – NGUYỄN ĐẶNG TRÍ TÍN

Bài tập TOÁN

8

TẬP MỘT



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TRẦN ĐỨC HUYỀN – NGUYỄN THÀNH ANH (đồng Chủ biên)
NGUYỄN VĂN HIỂN – NGÔ HOÀNG LONG – NGUYỄN ĐẶNG TRÍ TÍN

Bài tập

TOÁN

8

Chân trời sáng tạo

TẬP MỘT

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM



Lời nói đầu

Cùng với **Sách giáo khoa Toán 8** và **Sách giáo viên Toán 8** (bộ sách Chân trời sáng tạo), nhóm tác giả bộ sách giáo khoa biên soạn cuốn **Bài tập Toán 8** (tập một, tập hai) nhằm giúp học sinh rèn luyện kiến thức và các kĩ năng cơ bản, phù hợp với *Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán* của Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành năm 2018.

Nội dung sách **Bài tập Toán 8** bám sát theo sách giáo khoa, đặc biệt thể hiện tinh thần tích hợp, phát triển phẩm chất và năng lực của học sinh.

Cấu trúc sách tương ứng với Sách giáo khoa Toán 8. Tập một bao gồm bốn chương:

Chương 1: Biểu thức đại số

Chương 2: Các hình khối trong thực tiễn

Chương 3: Định lí Pythagore. Các loại tứ giác thường gặp

Chương 4: Một số yếu tố thống kê

Mỗi chương bao gồm nhiều bài học. Mỗi bài học gồm các phần như sau:

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

BÀI TẬP MẪU

BÀI TẬP

Cuối mỗi chương là phần LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ.

Rất mong nhận được góp ý của quý thầy cô giáo, phụ huynh và các em học sinh để sách ngày càng hoàn thiện hơn.

CÁC TÁC GIẢ

Mục lục

PHẦN SỐ VÀ ĐẠI SỐ

CHƯƠNG 1. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ 5

Bài 1. Đơn thức và đa thức nhiều biến	5
Bài 2. Các phép toán với đa thức nhiều biến	8
Bài 3. Hằng đẳng thức đáng nhớ	11
Bài 4. Phân tích đa thức thành nhân tử	15
Bài 5. Phân thức đại số.....	17
Bài 6. Cộng, trừ phân thức	20
Bài 7. Nhân, chia phân thức	23
Bài tập cuối chương 1	26
Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số	28

PHẦN HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG

HÌNH HỌC TRỰC QUAN

CHƯƠNG 2. CÁC HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN 38

Bài 1. Hình chóp tam giác đều – Hình chóp tứ giác đều	38
Bài 2. Diện tích xung quanh và thể tích của hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều	41
Bài tập cuối chương 2	44
Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số	47

HÌNH HỌC PHẪNG

CHƯƠNG 3. ĐỊNH LÝ PYTHAGORE.

CÁC LOẠI TỨ GIÁC THƯỜNG GẶP 50

Bài 1. Định lý Pythagore	50
Bài 2. Tứ giác	53
Bài 3. Hình thang – Hình thang cân	58
Bài 4. Hình bình hành – Hình thoi	61
Bài 5. Hình chữ nhật – Hình vuông	66
Bài tập cuối chương 3	72
Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số	75

PHẦN MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

CHƯƠNG 4. MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ 92

Bài 1. Thu thập và phân loại dữ liệu	92
Bài 2. Lựa chọn dạng biểu đồ để biểu diễn dữ liệu	97
Bài 3. Phân tích dữ liệu	104
Bài tập cuối chương 4.....	108
Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số	112

Phần SỐ VÀ ĐẠI SỐ

Chương 1.

BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

Bài 1. ĐƠN THỨC VÀ ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đơn thức, đơn thức thu gọn, đơn thức đồng dạng

– *Đơn thức* là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.

– *Đơn thức thu gọn* là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến mà mỗi biến chỉ xuất hiện một lần dưới dạng nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương.

Số nói trên gọi là *hệ số*, phần còn lại gọi là *phần biến* của đơn thức thu gọn. Tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức (có hệ số khác 0) gọi là *bậc* của đơn thức đó.

– *Hai đơn thức đồng dạng* là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến. Để cộng, trừ (hay tìm *tổng, hiệu*) hai đơn thức đồng dạng, ta cộng, trừ hệ số của chúng và giữ nguyên phần biến.

2. Đa thức, đa thức thu gọn

– *Đa thức* là một tổng của những đơn thức. Mỗi đơn thức trong tổng gọi là một *hạng tử* của đa thức đó.

Chú ý:

- Mỗi đơn thức cũng là một đa thức (có một hạng tử).
- Số 0 được gọi *đơn thức không*, cũng gọi là *đa thức không*.

– *Đa thức thu gọn* là đa thức không chứa hai hạng tử nào đồng dạng.

Để *thu gọn* một đa thức, ta nhóm các hạng tử đồng dạng với nhau và cộng các hạng tử đồng dạng đó với nhau.

Bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức gọi là *bậc của đa thức* đó.

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Thu gọn và tìm bậc của mỗi đơn thức sau:

a) $-6xy \frac{1}{2} x^2 yz$;

b) $\frac{2}{3} y^2 xz \left(-\frac{1}{4}\right) x^2 z$.

Giải

a) $-6xy \frac{1}{2} x^2 yz = -6 \cdot \frac{1}{2} x x^2 y y z = -3x^3 y^2 z$; bậc của $-3x^3 y^2 z$ là 6.

b) $\frac{2}{3} y^2 xz \left(-\frac{1}{4}\right) x^2 z = \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{4}\right) x x^2 y^2 z z = -\frac{1}{6} x^3 y^2 z^2$; bậc của $-\frac{1}{6} x^3 y^2 z^2$ là 7.

Bài 2. Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

a) $9a - 8b - 7a + 6b$;

b) $5a^2 + 2ab^2 - 2ab + a^2 - ab$.

Giải

a) $9a - 8b - 7a + 6b = (9a - 7a) + (-8b + 6b) = (9 - 7)a + (-8 + 6)b = 2a - 2b$.

Hai hạng tử $2a$; $2b$ đều có bậc là 1. Do đó, bậc của $2a - 2b$ là 1.

b) $5a^2 + 2ab^2 - 2ab + a^2 - ab = (5a^2 + a^2) + 2ab^2 + (-2ab - ab)$

$$= (5 + 1)a^2 + 2ab^2 + (-2 - 1)ab = 6a^2 + 2ab^2 - 3ab.$$

Ba hạng tử $6a^2$; $2ab^2$; $-3ab$ lần lượt có bậc là 2; 3; 2. Do đó, $6a^2 + 2ab^2 - 3ab$ có bậc là 3.

Bài 3. Thu gọn rồi tính giá trị của đa thức.

a) $P = 7x - 4y + \frac{1}{2} - y - 4x$ tại $x = \frac{1}{6}$ và $y = \frac{2}{5}$;

b) $Q = x \cdot 9xy - xy - y \cdot 5x^2 + x \cdot 2xy^2$ tại $x = -2$ và $y = \frac{1}{2}$.

Giải

a) $P = (7x - 4x) + (-4y - y) + \frac{1}{2} = 3x - 5y + \frac{1}{2}$.

Với $x = \frac{1}{6}$ và $y = \frac{2}{5}$, ta có:

$$P = 3 \cdot \frac{1}{6} - 5 \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - 2 + \frac{1}{2} = -1.$$

b) $Q = 9x^2y - xy - 5x^2y + 2x^2y^2$

$$= (9x^2y - 5x^2y) - xy + 2x^2y^2$$

$$= 4x^2y - xy + 2x^2y^2.$$

Với $x = -2$ và $y = \frac{1}{2}$, ta có:

$$Q = 4 \cdot (-2)^2 \cdot \frac{1}{2} - (-2) \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot (-2)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8 + 1 + 2 = 11.$$

C. BÀI TẬP

1. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

$$-2x^2yz; \frac{-2}{5}; \frac{1}{2}(3+x^2); \frac{1}{xy}; xyzxyz; \sqrt{2}x^2y.$$

2. Lập bốn biểu thức có các biến là x, y , trong đó hai biểu thức là đơn thức, hai biểu thức không phải là đơn thức.
3. Hãy sắp xếp các đơn thức sau thành nhóm các đơn thức đồng dạng với nhau.

$$2x^2y; -x^2yz; \frac{1}{3}xy^2; -\frac{2}{5}zx^2y; -10yx^2; 0,25y^2x.$$

4. Cho bốn ví dụ về đơn thức bậc 3, có các biến là x, y .

5. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đa thức?

$$a^4 - 2a^2 + 1; \frac{1}{2}ah; \frac{x}{x-2}; 2ab + \sqrt{2}bc - \frac{1}{3}ac; \pi r; xyz + \frac{1}{xyz}.$$

6. Thu gọn và tìm bậc của mỗi đơn thức sau:

$$\text{a) } 2a^2b(-2)ab; \quad \text{b) } -\frac{1}{4}b^2ca\left(1\frac{1}{2}\right)ab; \quad \text{c) } 0,2ab^3c \cdot 0,5bac^2.$$

7. Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

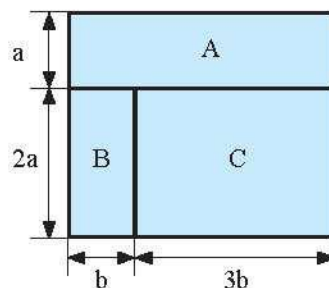
$$\begin{aligned} \text{a) } 6x - 3y - 4x - y + 3x - 1; & \quad \text{b) } 3x^2y + 2xy^2 - 3xy^2 - 2x^2y; \\ \text{c) } x^2yz - \frac{1}{2}zyx^2 + \frac{1}{2}yxz^2; & \quad \text{d) } -2xyx + 6yx^2y + 5x^2y - 4x^2y^2 - 5xy^2x. \end{aligned}$$

8. Tính giá trị của đa thức:

$$\text{a) } 2a^2 + 3a + 2ab - 2a^2 + 2a - ab \text{ tại } a = \frac{2}{5} \text{ và } b = -\frac{1}{2};$$

$$\text{b) } 4a^2b - b - a^3b^2 + a \cdot 6ab + ab^2a^2 \text{ tại } a = -2 \text{ và } b = 5.$$

9. Cho ba hình chữ nhật A, B, C với các kích thước như Hình 1. Tính diện tích của mỗi hình chữ nhật này và tổng diện tích của chúng.



Hình 1

Bài 2. CÁC PHÉP TOÁN VỚI ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Cộng, trừ hai đa thức

- Muốn cộng hay trừ hai đa thức ta làm như sau:
- + Viết hai đa thức trong ngoặc và nối với nhau bằng dấu cộng (+) hay trừ (–).
- + Bỏ dấu ngoặc rồi thu gọn đa thức thu được.

2. Nhân hai đa thức

- Để nhân hai đơn thức, ta nhân các hệ số với nhau, nhân các lũy thừa cùng biến, rồi nhân các kết quả đó với nhau.
- Để nhân đơn thức với đa thức, ta nhân đơn thức đó với từng hạng tử của đa thức, rồi cộng các kết quả với nhau.
- Để nhân hai đa thức, ta nhân từng hạng tử của đa thức này với đa thức kia, rồi cộng các kết quả với nhau.

3. Chia đa thức cho đơn thức

- Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (với A chia hết cho B), ta làm như sau:
- + Chia hệ số của A cho hệ số của B.
- + Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa của cùng biến đó trong B.
- + Nhân các kết quả tìm được với nhau.
- Muốn chia một đa thức cho một đơn thức (trường hợp chia hết), ta chia từng hạng tử của đa thức này cho đơn thức đó, rồi cộng các kết quả tìm được với nhau.

Chú ý: Khi nhân hai đa thức, chia đa thức cho đơn thức, ta thường sử dụng các tính chất sau của phép tính lũy thừa với số mũ tự nhiên:

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (nhân hai lũy thừa cùng cơ số);
- $a^m : a^n = a^{m-n}$ (chia hai lũy thừa cùng cơ số);
- $(ab)^n = a^n \cdot b^n$ (lũy thừa của một tích);
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ($b \neq 0$, lũy thừa của một thương);
- $(a^m)^n = a^{mn}$ (lũy thừa của lũy thừa).

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Tính:

a) $(3a + 5b - 2c) + (3c - 2b - 4a)$; b) $(2a^2 - 3ab + 2) - (2ab - 4 - 3a^2)$.

Giải

$$\begin{aligned} \text{a) } (3a + 5b - 2c) + (3c - 2b - 4a) &= 3a + 5b - 2c + 3c - 2b - 4a \\ &= (3a - 4a) + (5b - 2b) + (-2c + 3c) \\ &= -a + 3b + c; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (2a^2 - 3ab + 2) - (2ab - 4 - 3a^2) &= 2a^2 - 3ab + 2 - 2ab + 4 + 3a^2 \\ &= (2a^2 + 3a^2) + (-3ab - 2ab) + (2 + 4) \\ &= 5a^2 - 5ab + 6. \end{aligned}$$

Bài 2. Thực hiện các phép nhân:

a) $(5x^2 - 6y^2)(-2xy)$; b) $(2x - 3y)(x^2 - 5xy)$.

Giải

$$\text{a) } (5x^2 - 6y^2)(-2xy) = 5x^2(-2xy) - 6y^2(-2xy) = -10x^3y + 12xy^3;$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (2x - 3y)(x^2 - 5xy) &= 2x(x^2 - 5xy) - 3y(x^2 - 5xy) \\ &= 2x \cdot x^2 - 2x \cdot 5xy - 3y \cdot x^2 + 3y \cdot 5xy \\ &= 2x^3 - 10x^2y - 3x^2y + 15xy^2 \\ &= 2x^3 + (-10x^2y - 3x^2y) + 15xy^2 = 2x^3 - 13x^2y + 15xy^2. \end{aligned}$$

Bài 3. Tính giá trị của đa thức:

a) $P = 5x^2 - (3xy - 7x^2) + (5xy - 12x^2)$ tại $x = 15$ và $y = -\frac{1}{6}$;

b) $Q = x(x - y) - y(y^2 - x)$ tại $x = -5$ và $y = -3$.

Giải

$$\begin{aligned} \text{a) } P &= 5x^2 - (3xy - 7x^2) + (5xy - 12x^2) \\ &= 5x^2 - 3xy + 7x^2 + 5xy - 12x^2 \\ &= (5x^2 + 7x^2 - 12x^2) + (-3xy + 5xy) = 2xy. \end{aligned}$$

Với $x = 15$ và $y = -\frac{1}{6}$, ta có: $P = 2 \cdot 15 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = -5$.

$$\begin{aligned} \text{b) } Q &= x(x - y) - y(y^2 - x) = x^2 - xy - y^3 + xy \\ &= x^2 + (-xy + xy) - y^3 = x^2 - y^3. \end{aligned}$$

Với $x = -5$ và $y = -3$, ta có:

$$Q = (-5)^2 - (-3)^3 = 25 - (-27) = 52.$$

Bài 4. Thực hiện các phép chia:

a) $20a^3b^4c : (-5a^2b^2);$

b) $(12a^3b - 4a^2b + 2ab^2) : (4ab).$

Giải

a) $20a^3b^4c : (-5a^2b^2) = [20 : (-5)] \cdot (a^3 : a^2) \cdot (b^4 : b^2) \cdot c = -4ab^2c;$

b) $(12a^3b - 4a^2b + 2ab^2) : (4ab) = 12a^3b : (4ab) - 4a^2b : (4ab) + 2ab^2 : (4ab)$
 $= (12 : 4) \cdot (a^3 : a) \cdot (b : b) - (4 : 4) \cdot (a^2 : a) \cdot (b : b) + (2 : 4) \cdot (a : a) \cdot (b^2 : b)$
 $= 3a^2 - a + \frac{1}{2}b.$

C. BÀI TẬP

1. Tính:

a) $7x + (-3xy + 5x);$

b) $4x - 3y - (3 + 3x - y);$

c) $2xy - 4xy - (y - 3xy);$

d) $(x^2y - 3xy^2 - y^2) + (5xy^2 - 4y^2 + 5x^2y).$

2. Tính:

a) $2a + 4b + (-4b + 5a) - (6a - 9b);$

b) $6a - [b + 3a - (4a - b)].$

3. Thực hiện các phép nhân:

a) $(3ab) \cdot (5bc);$

b) $(-6a^2b) \cdot \left(-\frac{1}{2}ab^3\right).$

4. Thực hiện các phép nhân:

a) $(x + 3y)(x - 2y);$

b) $(2x - y)(y - 5x);$

c) $(2x - 5y)(y^2 - 2xy);$

d) $(x - y)(x^2 - xy - y^2).$

5. Thực hiện các phép chia:

a) $24xy^3 : (6xy);$

b) $-3x^2y^5z : (15xy^3);$

c) $(-4x^6y^2) : (-0,1x^3y^2).$

6. Thực hiện các phép chia:

a) $(6x^2y - 9xy^2) : (3xy);$

b) $(-xy^2 + 10y) : (-5y);$

c) $(5xy^2 + 2) : \frac{5}{2};$

d) $(2x^4y^2 - 3x^2y^3) : (-x^2y).$

7. Tính:

a) $3a(a - b) - b(b - 3a);$

b) $3a^2(2a + b) - 2b(4a^2 - b);$

c) $(a + b)(a - b) - (a - 1)(a - 2);$

d) $b(3b^2 - a^3) + (a^2 + 3b)(ab - b^2).$

8. Tính giá trị của đa thức:

a) $(3x - y) + (3y - x) - (x + y)$ tại $x = 2,7$ và $y = 1,3$;

b) $x(x + y) - y(x - y)$ tại $x = -0,5$ và $y = 0,3$;

c) $(1,3x^2y + 3,2xy + 1,5y^2) - (2,2xy - 1,2x^2y + 1,5y^2)$ tại $x = -2$ và $y = 5$.

9. Biết rằng $x = a + b$ và $y = 2a - b$. Tính các đa thức sau theo a và b .

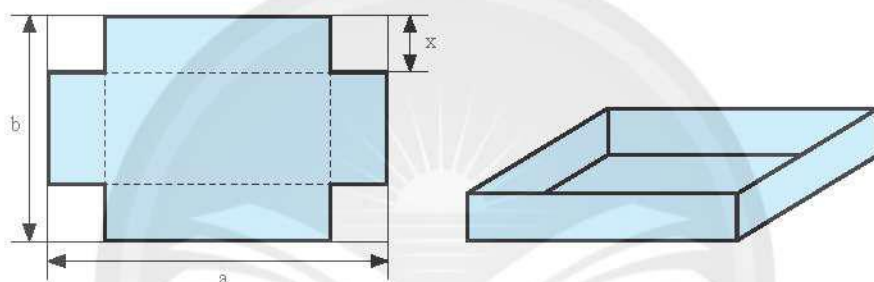
a) $A = 3x - 4y$;

b) $B = 2xy$.

10. Từ một tấm tôn hình chữ nhật có chiều dài bằng a (cm), chiều rộng bằng b (cm), người ta cắt bỏ bốn hình vuông cạnh bằng x (cm) ở bốn góc, rồi gấp và hàn thành thùng không có nắp (Hình 1). Viết biểu thức biểu thị:

a) Thể tích nước tối đa mà thùng có thể chứa được.

b) Tổng diện tích của năm mặt của chiếc thùng.



Hình 1

Bài 3. HẸNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Bảy hằng đẳng thức đáng nhớ:

- Bình phương của một tổng: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
- Bình phương của một hiệu: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
- Hiệu của hai bình phương: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$;
- Lập phương của một tổng: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;
- Lập phương của một hiệu: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$;
- Tổng của hai lập phương: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$;
- Hiệu của hai lập phương: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$.

Chú ý: $(a - b)^2 = (b - a)^2$ và $(-a - b)^2 = (a + b)^2$.

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Tính:

a) $\left(3x - \frac{1}{2}y\right)^2$;

b) $(-5x - 0,2)^2$;

c) $(-4x - y^2)(4x - y^2)$;

d) $(x + 4y)(x^2 - 4xy + 16y^2)$.

Giải

a) $\left(3x - \frac{1}{2}y\right)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot \frac{1}{2}y + \left(\frac{1}{2}y\right)^2 = 9x^2 - 3xy + \frac{1}{4}y^2$;

b) $(-5x - 0,2)^2 = (5x + 0,2)^2 = (5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 0,2 + 0,2^2 = 25x^2 + 2x + 0,04$;

c) $(-4x - y^2)(4x - y^2) = -(4x + y^2)(4x - y^2) = -[(4x)^2 - (y^2)^2]$
 $= -(16x^2 - y^4) = y^4 - 16x^2$;

d) $(x + 4y)(x^2 - 4xy + 16y^2) = (x + 4y)[x^2 - x \cdot 4y + (4y)^2]$
 $= x^3 + (4y)^3 = x^3 + 64y^3$.

Bài 2. Thu gọn các biểu thức sau:

a) $(3a - 4b)^2 - (3a - 4b)(3a + 4b)$;

b) $(a - 2b)^3 + 6ab(a - 2b)$.

Giải

a) $(3a - 4b)^2 - (3a - 4b)(3a + 4b) = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 4b + (4b)^2 - [(3a)^2 - (4b)^2]$
 $= 9a^2 - 24ab + 16b^2 - 9a^2 + 16b^2$
 $= 32b^2 - 24ab$;

b) $(a - 2b)^3 + 6ab(a - 2b) = a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot (2b) + 3 \cdot a \cdot (2b)^2 - (2b)^3 + 6ab \cdot a - 6ab \cdot 2b$
 $= a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3 + 6a^2b - 12ab^2$
 $= a^3 - 8b^3$.

Bài 3. Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = (2x + 2,5)^2 - (2x - 2,5)^2$ tại $x = -4,5$;

b) $B = (3x + 2y)^2 - 4y(3x + y)$ tại $x = 4$ và $y = -5,5$.

Giải

a) $A = (2x + 2,5)^2 - (2x - 2,5)^2$
 $= (2x + 2,5 + 2x - 2,5)(2x + 2,5 - 2x + 2,5)$
 $= 4x \cdot 5 = 20x$.

Với $x = -4,5$, ta có $A = 20x = 20(-4,5) = -90$.

$$\begin{aligned}
 \text{b) } B &= (3x + 2y)^2 - 4y(3x + y) \\
 &= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2y + (2y)^2 - 4y \cdot 3x - 4y \cdot y \\
 &= 9x^2 + 12xy + 4y^2 - 12xy - 4y^2 \\
 &= 9x^2.
 \end{aligned}$$

Với $x = 4$ và $y = -5,5$, ta có $B = 9x^2 = 9 \cdot 4^2 = 9 \cdot 16 = 144$.

Chú ý: Ở bài tập trên, ta đã thu gọn biểu thức trước khi thay giá trị của biến vào biểu thức thu gọn để tính giá trị của biểu thức.

Bài 4. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $(a - b)^2 + 4ab = (a + b)^2$;

b) $(a + 3)^3 + (a - 3)^3 = 2a^3 + 54a$.

Giải

a) Ta có:

$$(a - b)^2 + 4ab = a^2 - 2ab + b^2 + 4ab = a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2.$$

Vậy $(a - b)^2 + 4ab = (a + b)^2$.

b) Ta có:

$$\begin{aligned}
 (a + 3)^3 + (a - 3)^3 &= a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot 3 + 3 \cdot a \cdot 3^2 + 3^3 + a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot 3 + 3 \cdot a \cdot 3^2 - 3^3 \\
 &= a^3 + 9a^2 + 27a + 27 + a^3 - 9a^2 + 27a - 27 \\
 &= 2a^3 + 54a.
 \end{aligned}$$

Vậy $(a + 3)^3 + (a - 3)^3 = 2a^3 + 54a$.

Chú ý: Ở bài tập trên, để chứng minh đẳng thức, ta đã biến đổi vế trái thành vế phải (biến đổi biểu thức phức tạp về biểu thức đơn giản hơn). Đôi khi ta cũng có thể biến đổi vế phải thành vế trái hoặc biến đổi cả hai vế về cùng một biểu thức.

C. BÀI TẬP

1. Tính:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } (4x - 5)^2; & \text{b) } \left(3x + \frac{1}{3}y\right)^2; & \text{c) } (-x + 0,3)^2; \\
 \text{d) } (-x - 10y)^2; & \text{e) } (a^3 - 3a)^2; & \text{g) } \left(a^4 + \frac{1}{2}a^2\right)^2.
 \end{array}$$

2. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } (1 - 4x)(1 + 4x); & \text{b) } (-2x - 5y)(2x - 5y); \\
 \text{c) } (x^3 - 3x)(3x + x^3); & \text{d) } (1 + x + x^2)(1 + x - x^2).
 \end{array}$$

3. Tính nhanh:

a) $50,5^2 - 50,4^2$;

b) $202 \cdot 198$;

c) $10,2^2$;

d) $101^2 - 202 \cdot 71 + 71^2$.

4. Tính giá trị của biểu thức:

a) $P = (x - 10)^2 - x(x + 80)$ tại $x = 0,87$;

b) $Q = 4a^2 + 8ab + 4b^2$ tại $a = 65$ và $b = 35$;

c) $R = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ tại $x = 101$.

5. Thu gọn các biểu thức sau:

a) $20x^2 - (5x - 4)(4 + 5x)$;

b) $(x - y)^2 - x(x + 2y)$;

c) $(x + 3)^3 - (x - 3)^3$;

d) $x(x - 1)(x + 1) - (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$.

6. Biết rằng $x = 2a + b$ và $y = 2a - b$. Tính các biểu thức sau theo a và b .

a) $A = \frac{1}{2}xy$;

b) $B = x^2 + y^2$;

c) $C = x^2 - y^2$.

7. Chứng minh rằng:

a) $337^3 + 163^3$ chia hết cho 500; b) $234^3 - 123^3$ chia hết cho 3.

8. Chứng minh rằng, với mọi số nguyên n ,

a) $(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2$ chia hết cho 8;

b) $(8n + 4)^2 - (2n + 1)^2$ chia hết cho 15.

9. Thay mỗi dấu $*$ bằng một đơn thức thích hợp để nhận được một đồng nhất thức.

a) $(a + *)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2$;

b) $(x - *)^2 = x^2 - 8ax + 16a^2$;

c) $(* - 5y)^2 = 0,16x^2 - * + 25y^2$;

d) $(3x - 0,5y)^2 = 9x^2 + 0,25y^2 + *$.

10. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(x^2 + 4y^2)(x + 2y)(x - 2y)$;

b) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)$.

11. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$;

b) $a^3 + b^3 = (a + b)[(a - b)^2 + ab]$;

c) $2(a - b)(a + b) + (a + b)^2 + (a - b)^2 = 4a^2$;

d) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$.

Bài 4. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đã cho thành một tích của những đa thức. Mỗi đa thức này gọi là một *nhân tử* của đa thức đã cho.

Các phương pháp thường dùng:

- Đặt nhân tử chung;
- Sử dụng hằng đẳng thức;
- Nhóm hạng tử (để làm xuất hiện nhân tử chung, cũng thường sử dụng hằng đẳng thức để biến đổi).

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $18x^2 - 30xy$;

b) $x^2(x - 3) - x(3 - x)^2$.

Giải

a) $18x^2 - 30xy = 6x \cdot 3x - 6x \cdot 5y = 6x(3x - 5y)$;

b) $x^2(x - 3) - x(3 - x)^2 = x^2(x - 3) - x(x - 3)^2 = x \cdot x(x - 3) - x(x - 3) \cdot (x - 3)$
 $= x(x - 3)[x - (x - 3)] = x(x - 3)(x - x + 3)$
 $= 3x(x - 3)$.

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $25x^2 - y^2$;

b) $8xy - 2x^2 - 8y^2$;

c) $(x - y)^3 + (x + y)^3$;

d) $x^4 - 81$.

Giải

a) $25x^2 - y^2 = (5x)^2 - y^2 = (5x + y)(5x - y)$;

b) $8xy - 2x^2 - 8y^2 = -2(x^2 - 4xy + 4y^2) = -2(x - 2y)^2$;

c) $(x - y)^3 + (x + y)^3 = (x - y + x + y)[(x - y)^2 - (x - y)(x + y) + (x + y)^2]$
 $= 2x[x^2 - 2xy + y^2 - (x^2 - y^2) + x^2 + 2xy + y^2]$
 $= 2x(x^2 + 3y^2)$;

d) $x^4 - 81 = (x^2)^2 - 9^2 = (x^2 + 9)(x^2 - 9)$
 $= (x^2 + 9)(x^2 - 3^2) = (x^2 + 9)(x + 3)(x - 3)$.

Bài 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 5x + 2xy - 10y$;

b) $3x^2 + 5x - 3y^2 - 5y$.

Giải

a) $x^2 - 5x + 2xy - 10y = x(x - 5) + 2y(x - 5) = (x - 5)(x + 2y)$;

b) $3x^2 + 5x - 3y^2 - 5y = (3x^2 - 3y^2) + (5x - 5y) = 3(x^2 - y^2) + 5(x - y)$
 $= 3(x + y)(x - y) + 5(x - y) = (x - y)(3x + 3y + 5)$.

Bài 4. Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = x(y - x) - y(x - y) - 8(y - x)$ tại $x = 6$ và $y = -8$;

b) $B = 5a^2 - 5ab - 8a + 8b$ tại $a = 8$ và $b = -12$.

Giải

a) $A = x(y - x) - y(x - y) - 8(y - x)$
 $= x(y - x) + y(y - x) - 8(y - x)$
 $= (y - x)(x + y - 8)$.

Với $x = 6$ và $y = -8$, ta có $A = (-8 - 6)(6 - 8 - 8) = (-14) \cdot (-10) = 140$.

b) $B = 5a^2 - 5ab - 8a + 8b$
 $= (5a^2 - 5ab) + (-8a + 8b)$
 $= 5a(a - b) - 8(a - b)$
 $= (a - b)(5a - 8)$.

Với $a = 8$ và $b = -12$, ta có $B = [8 - (-12)](5 \cdot 8 - 8) = 20 \cdot 32 = 640$.

C. BÀI TẬP

1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $3x^2 + 6xy$;

b) $5(y - 3) - x(3 - y)$;

c) $2x^3 - 6x^2$;

d) $x^4y^2 + xy^3$;

e) $xy - 2xyz + x^2y$;

g) $(x + y)^3 - x(x + y)^2$.

2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $100 - x^2$;

b) $4x^2 - y^2$;

c) $(x + y)^2 - \frac{1}{4}y^2$;

d) $(x - y)^2 - (y - z)^2$;

e) $x^2 - (1 + 2x)^2$;

g) $x^4 - 16$.

3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $a^2 + 12a + 36$;

b) $-9 + 6a - a^2$;

c) $2a^2 + 8b^2 - 8ab$;

d) $16a^2 + 8ab^2 + b^4$.

4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3 - 1000$;

b) $8x^3 + (x - y)^3$;

c) $(x - 1)^3 - 27$;

d) $x^6 + y^9$.

5. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x + 2x(x - y) - y$;

b) $x^2 + xy - 3x - 3y$;

c) $xy - 5y + 4x - 20$;

d) $5xy - 25x^2 + 50x - 10y$.

6. Tính giá trị của biểu thức:

a) $P = 7(a - 4) - b(4 - a)$ tại $a = 17$ và $b = 3$;

b) $Q = a^2 + 2ab - 5a - 10b$ tại $a = 1,2$ và $b = 4,4$.

7. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4a^2 - 4b^2 - a - b$;

b) $9a^2 - 4b^2 + 4b - 1$;

c) $4x^3 - y^3 + 4x^2y - xy^2$;

d) $a^3 - b^3 + 4ab + 4a^2 + 4b^2$.

8. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^3 - 36x$;

b) $4xy^2 - 4x^2y - y^3$;

c) $x^6 - 64$.

Bài 5. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phân thức, điều kiện xác định, giá trị của phân thức

• *Phân thức đại số* (hay nói gọn là *phân thức*) là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, trong đó A, B là những đa thức và B khác đa thức không.

A được gọi là *tử thức* (hay *tử*), B được gọi là *mẫu thức* (hay *mẫu*) của phân thức.

• *Điều kiện xác định* của phân thức $\frac{A}{B}$ là điều kiện của biến để giá trị của mẫu thức B khác 0.

• Để tính *giá trị* của phân thức bằng các giá trị cho trước của biến (thỏa mãn điều kiện xác định), ta thay các biến của phân thức bằng giá trị đã cho của chúng, rồi tính giá trị của biểu thức số nhận được.

2. Hai phân thức bằng nhau

• Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ *bằng nhau*, viết $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$, nếu $A \cdot D = B \cdot C$.

3. Tính chất cơ bản của phân thức

- Khi nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức không thì được một phân thức bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C} \quad (C \text{ là một đa thức khác đa thức không}).$$

- Khi chia cả tử và mẫu của một phân thức cho cùng một nhân tử chung của chúng thì được một phân thức bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{A : D}{B : D} \quad (D \text{ là một nhân tử chung của } A \text{ và } B).$$

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Tìm giá trị của phân thức:

a) $P = \frac{5x-6}{3-2x}$ tại $x = 1$ và tại $x = \frac{3}{2}$;

b) $Q = \frac{x^2-4y^2}{x+2y}$ tại $x = 4, y = -2$ và tại $x = y = 1$.

Giải

a) Điều kiện xác định: $3 - 2x \neq 0$ hay $x \neq \frac{3}{2}$.

Khi $x = 1 \neq \frac{3}{2}$, điều kiện xác định được thoả mãn.

Khi đó, $P = \frac{5 \cdot 1 - 6}{3 - 2 \cdot 1} = \frac{-1}{1} = -1$.

Khi $x = \frac{3}{2}$, điều kiện xác định không được thoả mãn. Do đó, giá trị của phân thức không xác định.

b) Điều kiện xác định: $x + 2y \neq 0$.

Ta có $Q = \frac{x^2 - 4y^2}{x + 2y} = \frac{(x + 2y)(x - 2y)}{x + 2y} = x - 2y$.

Khi $x = 4, y = -2$, ta có $x + 2y = 4 + 2 \cdot (-2) = 0$ nên điều kiện xác định không được thoả mãn. Do đó, giá trị của phân thức không xác định.

Khi $x = y = 1$, ta có $x + 2y = 1 + 2 \cdot 1 = 3 \neq 0$ nên điều kiện xác định được thoả mãn. Khi đó, $Q = 1 - 2 \cdot 1 = -1$.

Chú ý: Như bài tập trên, đối với bài toán tính giá trị của phân thức, ta luôn phải viết điều kiện xác định và kiểm tra giá trị của biến có thoả mãn điều kiện xác định hay không. Ta nên rút gọn phân thức (nếu có thể), trước khi thay giá trị của các biến để việc tính toán trở nên đơn giản hơn.

Bài 2. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{-10xy^4}{15x^2y^2}$; b) $\frac{4x-6xy}{10x^2}$; c) $\frac{4x^2-9y^2}{4x-6y}$; d) $\frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$.

Giải

a) $\frac{-10xy^4}{15x^2y^2} = \frac{(-2) \cdot 5 \cdot xy^2 \cdot y^2}{3 \cdot 5 \cdot x \cdot xy^2} = \frac{-2y^2}{3x}$;

b) $\frac{4x-6xy}{10x^2} = \frac{2x(2-3y)}{2x \cdot 5x} = \frac{2-3y}{5x}$;

c) $\frac{4x^2-9y^2}{4x-6y} = \frac{(2x-3y)(2x+3y)}{2(2x-3y)} = \frac{2x+3y}{2}$;

d) $\frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3} = \frac{x^2-xy+y^2}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} = \frac{1}{x+y}$.

C. BÀI TẬP

1. Cho phân thức $P = \frac{2x+4}{x^2+2x}$.

a) Viết điều kiện xác định của phân thức đã cho.

b) Tìm giá trị của phân thức tại $x=0$ và tại $x=-1$.

2. Tìm giá trị của phân thức $Q = \frac{3x+3y}{x^2-y^2}$ tại:

a) $x=2$ và $y=1$;

b) $x=2$ và $y=-2$.

3. Chứng minh rằng mỗi cặp phân thức sau bằng nhau.

a) $\frac{6ab^2}{9a^3b}$ và $\frac{2b}{3a^2}$; b) $\frac{2y-2x}{(x-y)^2}$ và $\frac{2}{y-x}$; c) $\frac{a^2+ab}{2b^2+2ab}$ và $\frac{2ab}{4b^2}$.

4. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{6ab}{-4ac}$; b) $\frac{-a^4b}{-2a^2b^3}$; c) $\frac{5a(a-b)}{10b(b-a)}$; d) $\frac{3a(1-a)}{9(a-1)^2}$.

5. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{3x+3y}{6xy}$; b) $\frac{3x-6y}{12y-6x}$; c) $\frac{6x^2-18xy}{12x^2-6xy}$; d) $\frac{x^3+3x^2y}{x^2y+3x^3}$.

6. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{5y-xy}{x^2-25}$; b) $\frac{9+6x+x^2}{3x+9}$; c) $\frac{2x^3y+2xy^3}{x^4-y^4}$;
d) $\frac{2-4x}{4x^2-4x+1}$; e) $\frac{x-2}{x^3-8}$; g) $\frac{x^4y^2-x^2y^4}{x^2(x+y)}$.

Bài 6. CỘNG, TRỪ PHÂN THỨC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Cộng, trừ hai phân thức cùng mẫu thức

Muốn cộng (hoặc trừ) hai phân thức có cùng mẫu thức, ta cộng (hoặc trừ) các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức.

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A+C}{B}; \quad \frac{A}{B} - \frac{C}{B} = \frac{A-C}{B}.$$

2. Quy đồng mẫu thức

• *Quy đồng mẫu thức* hai phân thức là biến đổi hai phân thức đã cho thành hai phân thức mới có cùng mẫu thức và lần lượt bằng hai phân thức đã cho.

• Để quy đồng mẫu thức hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$, ta thường thực hiện các bước sau:

- Phân tích mẫu thức B và D thành nhân tử;
- Tìm các nhân tử chung của hai mẫu thức B, D và các nhân tử riêng của mỗi mẫu thức này;
- Tính mẫu thức chung bằng cách tính tích các nhân tử chung của hai mẫu thức với các nhân tử riêng của từng mẫu thức.

Một số trường hợp đặc biệt:

- + Nếu B và D không có nhân tử chung thì mẫu thức chung là tích của hai mẫu thức.
- + Nếu B chia hết cho D thì lấy mẫu thức chung là B.

3. Cộng, trừ hai phân thức khác mẫu thức

Muốn cộng, trừ hai phân thức khác mẫu thức, ta thực hiện các bước:

- Quy đồng mẫu thức;
- Cộng, trừ các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a) $\frac{a^2 + b^2}{ab} + \frac{a^2 - b^2}{ab};$

b) $\frac{a^2}{a-3} - \frac{9}{a-3}.$

Giải

$$a) \frac{a^2+b^2}{ab} + \frac{a^2-b^2}{ab} = \frac{a^2+b^2+a^2-b^2}{ab} = \frac{2a^2}{ab} = \frac{2a}{b};$$

$$b) \frac{a^2}{a-3} - \frac{9}{a-3} = \frac{a^2-9}{a-3} = \frac{(a+3)(a-3)}{a-3} = a+3.$$

Bài 2. Quy đồng mẫu thức của các cặp phân thức sau:

$$a) \frac{3}{x^2y} \text{ và } \frac{1}{2xy^2};$$

$$b) \frac{1}{x+5} \text{ và } \frac{x}{5-x};$$

$$c) \frac{x}{x^2-9} \text{ và } \frac{1}{2x+6};$$

$$d) \frac{1}{x^2-y^2} \text{ và } \frac{2}{(x+y)^2}.$$

Giải

a) Ta có $x^2y = xy \cdot x$ và $2xy^2 = xy \cdot 2y$ nên mẫu thức chung là $xy \cdot x \cdot 2y = 2x^2y^2$.

$$\frac{3}{x^2y} = \frac{3 \cdot 2y}{x^2y \cdot 2y} = \frac{6y}{2x^2y^2}; \quad \frac{1}{2xy^2} = \frac{x}{2xy^2 \cdot x} = \frac{x}{2x^2y^2}.$$

b) Mẫu thức chung là $(x+5)(5-x) = (5+x)(5-x)$.

$$\frac{1}{x+5} = \frac{5-x}{(5+x)(5-x)}; \quad \frac{x}{5-x} = \frac{x(5+x)}{(5-x)(5+x)}.$$

c) Ta có $x^2-9 = (x+3)(x-3)$ và $2x+6 = 2(x+3)$

nên mẫu thức chung là $2(x+3)(x-3)$.

$$\frac{x}{x^2-9} = \frac{2x}{2(x+3)(x-3)}; \quad \frac{1}{2x+6} = \frac{x-3}{2(x+3)(x-3)}.$$

d) Ta có $x^2-y^2 = (x-y)(x+y)$ và $(x+y)^2 = (x+y)(x+y)$ nên mẫu thức chung là $(x-y)(x+y)^2$.

$$\frac{1}{x^2-y^2} = \frac{1}{(x-y)(x+y)} = \frac{x+y}{(x-y)(x+y)^2}; \quad \frac{2}{(x+y)^2} = \frac{2(x-y)}{(x-y)(x+y)^2}.$$

Bài 3. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

$$a) \frac{3a+1}{4b} - \frac{3a-1}{6b};$$

$$b) \frac{b-a}{a} + \frac{a}{a+b};$$

$$c) \frac{a+2}{a^2+ab} - \frac{b-2}{ab+b^2}.$$

Giải

$$a) \frac{3a+1}{4b} - \frac{3a-1}{6b} = \frac{3(3a+1)}{12b} - \frac{2(3a-1)}{12b} = \frac{9a+3-6a+2}{12b} = \frac{3a+5}{12b};$$

$$b) \frac{b-a}{a} + \frac{a}{a+b} = \frac{(b-a)(a+b) + a \cdot a}{a(a+b)} = \frac{b^2 - a^2 + a^2}{a(a+b)} = \frac{b^2}{a(a+b)};$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{a+2}{a^2+ab} - \frac{b-2}{ab+b^2} &= \frac{a+2}{a(a+b)} - \frac{b-2}{b(a+b)} = \frac{b(a+2)}{ab(a+b)} - \frac{a(b-2)}{ab(a+b)} \\ &= \frac{ab+2b-ab+2a}{ab(a+b)} = \frac{2(a+b)}{ab(a+b)} = \frac{2}{ab}. \end{aligned}$$

C. BÀI TẬP

1. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

$$\text{a) } \frac{a-3b}{a+b} - \frac{5a+b}{a+b};$$

$$\text{b) } \frac{7a-b}{2a^3} + \frac{b-3a}{2a^3};$$

$$\text{c) } \frac{a^2}{(a-b)^2} - \frac{b^2}{(b-a)^2};$$

$$\text{d) } \frac{a^2+3}{a-2} - \frac{3a}{a-2} + \frac{a-1}{2-a}.$$

2. Quy đồng mẫu thức của các phân thức sau:

$$\text{a) } \frac{3x}{2x-1} \text{ và } \frac{3}{2x+1};$$

$$\text{b) } \frac{1}{xy+x} \text{ và } \frac{y}{xy-x};$$

$$\text{c) } \frac{xy}{2x+2y} \text{ và } \frac{x-y}{(x+y)^2};$$

$$\text{d) } \frac{1}{x-1}; \frac{2x}{x+1} \text{ và } \frac{1-2x}{x^2-1}.$$

3. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

$$\text{a) } \frac{x}{x+2} - \frac{x}{x-2};$$

$$\text{b) } \frac{3x}{2y} + \frac{5x}{3y};$$

$$\text{c) } \frac{y-1}{5y} - \frac{3x-1}{15x};$$

$$\text{d) } \frac{1-x}{x^3} + \frac{1}{x^2};$$

$$\text{e) } \frac{x-2y}{xy^2} - \frac{y-2x}{x^2y};$$

$$\text{g) } \frac{1-y^2}{3xy} + \frac{2y^3-1}{6xy^2}.$$

4. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

$$\text{a) } \frac{b}{a-b} + \frac{a^2-3ab}{a^2-b^2};$$

$$\text{b) } \frac{a+3}{a^2-1} - \frac{1}{a^2+a};$$

$$\text{c) } \frac{2a}{a^2-4a+4} + \frac{4}{2-a};$$

$$\text{d) } \frac{a+1}{a^3-1} - \frac{1}{a^2+a+1}.$$

5. Tính:

$$\text{a) } x - \frac{2x-y}{4} + \frac{x+4y}{12};$$

$$\text{b) } \frac{y}{x} - \frac{x}{y} - \frac{x^2+y^2}{xy};$$

$$\text{c) } \frac{4}{x+2} - \frac{3}{x-2} + \frac{12}{x^2-4};$$

$$\text{d) } \frac{x+y}{x^2-xy} - \frac{4x}{x^2-y^2} - \frac{x-y}{x^2+xy}.$$

6. Tính:

$$\text{a) } \frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc};$$

$$\text{b) } \frac{b-a}{ab} + \frac{c-b}{bc} - \frac{c-a}{ac}.$$

7. Tính giá trị của biểu thức:

a) $P = \frac{5}{a+b} + \frac{6}{a-b} - \frac{12b}{a^2-b^2}$ tại $a = 0,12$ và $b = -0,11$;

b) $Q = \frac{a^2+2a}{a^3-1} - \frac{1}{a^2+a+1}$ tại $a = 1,25$.

8. Cô Xuân đi bộ quãng đường dài 3 km với tốc độ trung bình x (km/h). Sau đó, cô đi tiếp quãng đường dài 2 km với tốc độ trung bình $x - 1$ (km/h). Tính tổng thời gian mà cô Xuân đã đi bộ theo x .

9. Một đội công nhân cần sửa x (m) đường. Dự kiến đội sửa được trung bình y (m) đường mỗi ngày. Tuy nhiên, do thời tiết không thuận lợi nên đội chỉ sửa được trung bình z (m) đường mỗi ngày ($z < y$). Dự án hoàn thành muộn hơn bao lâu so với kế hoạch ban đầu?

Bài 7. NHÂN, CHIA PHÂN THỨC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

• Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử thức với nhau, các mẫu thức với nhau.

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}.$$

• Muốn chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ (C khác đa thức không), ta nhân phân thức $\frac{A}{B}$ với phân thức $\frac{D}{C}$:

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}.$$

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

a) $\frac{2a^3}{5b^2} \cdot \frac{15b^2}{-12a^2}$;

b) $\frac{a-b}{6ab} \cdot \frac{3b}{ab-a^2}$;

c) $\frac{a^2-4a+4}{a^2-2a+1} \cdot \frac{a-1}{a^2-4}$.

Giải

a) $\frac{2a^3}{5b^2} \cdot \frac{15b^2}{-12a^2} = \frac{2a^3 \cdot 15b^2}{5b^2 \cdot (-12a^2)} = \frac{2 \cdot 15 \cdot a^3 \cdot b^2}{5 \cdot (-12) \cdot b^2 \cdot a^2} = -\frac{a}{2}$;

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{a-b}{6ab} \cdot \frac{3b}{ab-a^2} &= \frac{(a-b) \cdot 3b}{6ab(ab-a^2)} = \frac{3 \cdot (a-b) \cdot b}{6 \cdot a \cdot b \cdot a \cdot (b-a)} = -\frac{3 \cdot (a-b) \cdot b}{6 \cdot a^2 \cdot b \cdot (a-b)} = -\frac{1}{2a^2}; \\ \text{c) } \frac{a^2-4a+4}{a^2-2a+1} \cdot \frac{a-1}{a^2-4} &= \frac{(a-2)^2}{(a-1)^2} \cdot \frac{a-1}{(a+2)(a-2)} \\ &= \frac{(a-2)^2 \cdot (a-1)}{(a-1)^2 \cdot (a+2) \cdot (a-2)} = \frac{a-2}{(a-1)(a+2)}. \end{aligned}$$

Bài 2. Thực hiện các phép chia phân thức sau:

$$\text{a) } \frac{3x}{4y} : \frac{9x^2}{2y^2}; \quad \text{b) } (x^2 - y^2) : \frac{5x+5y}{xy}; \quad \text{c) } \frac{x+3y}{x} : (x^2 - 9y^2).$$

Giải

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3x}{4y} : \frac{9x^2}{2y^2} &= \frac{3x}{4y} \cdot \frac{2y^2}{9x^2} = \frac{3x \cdot 2y^2}{4y \cdot 9x^2} = \frac{3 \cdot 2 \cdot x \cdot y^2}{4 \cdot 9 \cdot x^2 \cdot y} = \frac{y}{6x}; \\ \text{b) } (x^2 - y^2) : \frac{5x+5y}{xy} &= (x^2 - y^2) \cdot \frac{xy}{5x+5y} = \frac{(x+y)(x-y)xy}{5(x+y)} = \frac{xy(x-y)}{5}; \\ \text{c) } \frac{x+3y}{x} : (x^2 - 9y^2) &= \frac{x+3y}{x} \cdot \frac{1}{x^2 - 9y^2} = \frac{x+3y}{x(x+3y)(x-3y)} = \frac{1}{x(x-3y)}. \end{aligned}$$

Bài 3. Tính:

$$\text{a) } \frac{x+2}{x^2+4} \cdot \left(\frac{x+2}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} \right); \quad \text{b) } \left(x+y - \frac{2xy}{x+y} \right) : \left(\frac{x-y}{x+y} + \frac{y}{x} \right).$$

Giải

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có: } \frac{x+2}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} &= \frac{(x+2)^2 + (x-2)^2}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 + 4x + 4 + x^2 - 4x + 4}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{2(x^2 + 4)}{(x-2)(x+2)}. \end{aligned}$$

$$\text{Từ đó, } \frac{x+2}{x^2+4} \cdot \left(\frac{x+2}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} \right) = \frac{x+2}{x^2+4} \cdot \frac{2(x^2+4)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2}{x-2}.$$

$$\text{b) Ta có: } x+y - \frac{2xy}{x+y} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{x+y} = \frac{x^2 + 2xy + y^2 - 2xy}{x+y} = \frac{x^2 + y^2}{x+y};$$

$$\frac{x-y}{x+y} + \frac{y}{x} = \frac{(x-y)x + y(x+y)}{(x+y)x} = \frac{x^2 - xy + yx + y^2}{(x+y)x} = \frac{x^2 + y^2}{x(x+y)}.$$

$$\begin{aligned} \text{Từ đó, } \left(x+y - \frac{2xy}{x+y} \right) : \left(\frac{x-y}{x+y} + \frac{y}{x} \right) &= \frac{x^2 + y^2}{x+y} : \frac{x^2 + y^2}{x(x+y)} \\ &= \frac{x^2 + y^2}{x+y} \cdot \frac{x(x+y)}{x^2 + y^2} = x. \end{aligned}$$

C. BÀI TẬP

1. Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

a) $\frac{3}{5a} \cdot \frac{2b}{5}$; b) $\frac{2a}{3} \cdot \frac{6}{4b}$; c) $\frac{a^2}{15} \cdot \frac{5}{a}$; d) $\frac{18}{a^3} \cdot \frac{a^2}{30a}$.

2. Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

a) $\frac{5x}{4y} \cdot \frac{6y}{5x^2}$; b) $\frac{3x^2}{21y^2} \cdot (-7y)$; c) $12xy \cdot \frac{1}{18xy^3}$; d) $\frac{-6x}{5y} \cdot \frac{10y^2}{-8x^3}$.

3. Tính:

a) $\frac{x^2 - 2xy}{y} \cdot \frac{y^2}{x}$; b) $\frac{x^2 - 9y^2}{3xy^2} \cdot \frac{xy}{x + 3y}$;
c) $\frac{1 - x^2}{2x + 4y} \cdot \frac{x^2 + 4xy + 4y^2}{3 - 3x}$; d) $\frac{x^3 - y^3}{x + y} \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy + y^2}$.

4. Thực hiện các phép chia phân thức sau:

a) $\frac{5x}{6y} : \frac{10x^2}{9}$; b) $\frac{-xy}{8} : \frac{x^2}{4y}$; c) $\frac{7}{9x^2} : \frac{-14y}{3x^3}$; d) $\frac{3x}{2y} : (6x^2y^2)$.

5. Tính:

a) $\frac{x^2 - 5x}{4y^2} : \frac{5x}{2y}$; b) $\frac{x^2 - 1}{y} : \frac{x + 1}{y^2}$;
c) $(x^2 - 2xy) : \frac{5x - 10y}{x}$; d) $\frac{x^2 - x}{x - y} : (x^2 + xy)$;
e) $(16 - x^2) : (x^2 - 4x)$; g) $\frac{4y^2 - x^2}{x^2 + 2xy + y^2} : \frac{x - 2y}{2x^2 + 2xy}$.

6. Năm ngoái, trên diện tích a (ha) nông trại thu hoạch được m (tấn) khoai lang. Năm nay so với năm ngoái, nông trại giảm 3 ha diện tích trồng khoai lang, nhưng nhờ cải tiến kĩ thuật, sản lượng khoai lang tăng thêm 4 tấn.

a) Năng suất khoai lang của nông trại năm nay gấp bao nhiêu lần so với năm ngoái? (Trả lời dưới dạng một phân thức.)

b) Tính giá trị của phân thức tìm được ở câu a) với $a = 13$ và $m = 156$.

7. Thu gọn các biểu thức sau:

a) $\frac{16 - a^2}{a^2 + 8a + 16} : \frac{a - 4}{2a + 4} \cdot \frac{a + 4}{a + 2}$; b) $\frac{a^2 - ab + b^2}{b^2 - a^2} \cdot \frac{a + b}{a^3 + b^3} : \frac{a + b}{a - b}$;
c) $\left(\frac{2a}{a - 2} - \frac{a}{a + 2} \right) \cdot \frac{a^2 - 4}{a}$; d) $\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{ab} \right) \cdot \frac{ab^2}{a - b}$.

8. Tính:

a) $\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{x - y} \right) \left(x - \frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$; b) $\left(\frac{x}{x + 1} + 1 \right) : \left(1 - \frac{3x^2}{1 - x^2} \right)$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 1

A. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Bậc của đơn thức $2x^2y(2y^2)^2$ là
A. 2. B. 5. C. 8. D. 7.
2. Kết quả của phép nhân $(4x - y)(y + 4x)$ là
A. $16x^2 - y^2$. B. $y^2 - 16x^2$. C. $4x^2 - y^2$. D. $16x^2 - 8xy + y^2$.
3. Thực hiện phép nhân $(a^2 - 2a + 4)(a + 2)$, ta nhận được
A. $a^3 - 8$. B. $a^3 + 8$. C. $(a - 2)^3$. D. $(a + 2)^3$.
4. Phân tích đa thức $16x^2 - y^4$ thành nhân tử, ta nhận được
A. $(4x^2 - y^2)(4x^2 + y^2)$. B. $x^2(2 - y)(2 + y)(4x + y^2)$.
C. $(y^2 + 4x)(y^2 - 4x)$. D. $(4x - y^2)(4x + y^2)$.
5. Phân tích đa thức $x^2(x + 1) - x(x + 1)$ thành nhân tử, ta nhận được
A. x . B. $x(x + 1)$. C. $x(x - 1)(x + 1)$. D. $x(x + 1)^2$.
6. Phân tích đa thức $5x - 5y + ax - ay$ thành nhân tử, ta nhận được
A. $(5 + a)(x - y)$. B. $(5 - a)(x + y)$.
C. $(5 + a)(x + y)$. D. $5(x - y + a)$.
7. Rút gọn phân thức $\frac{a(7 - b)}{b(b^2 - 49)}$, ta nhận được
A. $\frac{a}{b(b - 7)}$. B. $\frac{a}{b(b + 7)}$. C. $-\frac{a}{b(b + 7)}$. D. $\frac{a}{b(7 - b)}$.
8. Kết quả của phép trừ $\frac{a^2 + 2ab}{a - 2b} - \frac{6ab - 4b^2}{a - 2b}$ là
A. $a + 2b$. B. $a - 2b$. C. 2. D. $\frac{a^2 - 4ab - 4b^2}{a - 2b}$.
9. Kết quả của phép trừ $\frac{2b}{a^2 + ab} - \frac{2a}{b^2 + ab}$ là
A. $\frac{2(a + b)}{ab}$. B. $\frac{2(a^2 + b^2)}{ab}$. C. $\frac{2(a - b)}{ab}$. D. $\frac{2(b - a)}{ab}$.
10. Kết quả của phép chia $\frac{x^2 - y^2}{6xy} : \frac{x - y}{3y}$ là
A. $\frac{x + y}{2x}$. B. $\frac{x + y}{18x}$. C. $\frac{2(x + y)}{x}$. D. $\frac{x + y}{18xy^2}$.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

11. Thu gọn các đa thức sau:

a) $ab(3a - 2b) - ab(3b - 2a)$; b) $(a - 4b)(a + 2b) + a(a + 2b)$.

12. Thu gọn các biểu thức sau:

a) $(a - 4)(a + 4) + (2a - 1)^2$; b) $(3a - b)^2 - (a - 2b)(2b - a)$.

13. Thực hiện các phép nhân sau:

a) $(x + y + 1)(x + y - 1)$; b) $(x + y - 4)(x - y + 4)$.

14. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $3(a - b) + 2(a - b)^2$; b) $(a + 2)^2 - (4 - a^2)$;

c) $a^2 - 2ab - 4a + 8b$; d) $9a^2 - 4b^2 + 4b - 1$;

e) $a^2b^4 - 81a^2$; g) $a^6 - 1$.

15. Tính:

a) $\left(a + 1 + \frac{1 - 2a^2}{a - 1}\right) : \left(1 - \frac{1}{1 - a}\right)$; b) $\left(\frac{a}{b^2} - \frac{1}{a}\right) : \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a}\right)$;

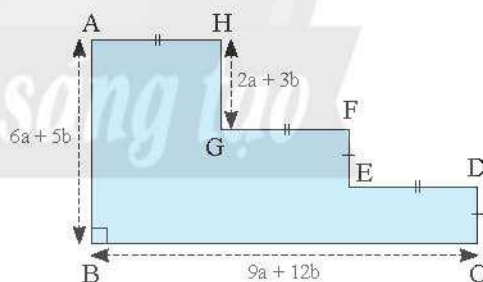
c) $\left(a - \frac{4ab}{a + b} + b\right) \cdot \left(a + \frac{4ab}{a - b} - b\right)$; d) $ab + \frac{ab}{a + b} \left(\frac{a + b}{a - b} - a - b\right)$.

16. Ở hình bên, độ dài các cạnh AB, BC và GH đã được cho theo a và b; hai cạnh CD và EF bằng nhau; ba cạnh AH, GF và ED bằng nhau.

a) Tìm độ dài các cạnh AH, GF, ED.

b) Tìm độ dài các cạnh CD, EF.

c) Tính chu vi của hình bên.



Hình 1

17. Lúc đầu người ta dự kiến thiết kế một chiếc hộp hình lập phương với độ dài mỗi cạnh là x (cm) ($x > 3$). Sau đó người ta điều chỉnh tăng chiều dài 3 cm, giảm chiều rộng 3 cm và giữ nguyên chiều cao. Sau khi điều chỉnh, thể tích của hộp giảm bao nhiêu, diện tích toàn phần của hộp giảm bao nhiêu so với dự kiến ban đầu? Áp dụng với $x = 15$ cm.

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài 1. ĐƠN THỨC VÀ ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

1. Các đơn thức: $-2x^2yz$; $\frac{-2}{5}$; $xyzxyz$; $\sqrt{2}x^2y$.
3. Nhóm 1: $2x^2y$; $-10yx^2$. Nhóm 2: $\frac{1}{3}xy^2$; $0,25y^2x$. Nhóm 3: $-x^2yz$; $-\frac{2}{5}zx^2y$.
5. Các đa thức gồm: $a^4 - 2a^2 + 1$; $\frac{1}{2}ah$; $2ab + \sqrt{2}bc - \frac{1}{3}ac$; πr .
6. a) $-4a^3b^2$, bậc là 5; b) $-\frac{3}{8}a^2b^3c$, bậc là 6; c) $0,1a^2b^4c^3$, bậc là 9.
7. a) $5x - 4y - 1$, bậc là 1; b) $x^2y - xy^2$, bậc là 3;
c) $\frac{1}{2}x^2yz + \frac{1}{2}xyz^2$, bậc là 4; d) $3x^2y - 3x^2y^2$, bậc là 4.
8. a) Đa thức thu gọn: $5a + ab$. Đáp số: $\frac{9}{5}$.
b) Đa thức thu gọn: $10a^2b - b$. Đáp số: 195.
9. $S_A = 4ab$; $S_B = 2ab$; $S_C = 6ab$; Tổng diện tích: $S = 12ab$.

Bài 2. CÁC PHÉP TOÁN VỚI ĐA THỨC NHIỀU BIẾN

1. a) $12x - 3xy$; b) $x - 2y - 3$;
c) $xy - y$; d) $6x^2y + 2xy^2 - 5y^2$.
2. a) $a + 9b$; b) $7a - 2b$.
3. a) $15ab^2c$; b) $3a^3b^4$.
4. a) $x^2 + xy - 6y^2$; b) $7xy - 10x^2 - y^2$;
c) $12xy^2 - 4x^2y - 5y^3$; d) $x^3 - 2x^2y + y^3$.
5. a) $4y^2$; b) $-\frac{1}{5}xy^2z$; c) $40x^3$.
6. a) $2x - 3y$; b) $\frac{1}{5}xy - 2$;
c) $2xy^2 + \frac{4}{5}$; d) $-2x^2y + 3y^2$.
7. a) $3a^2 - b^2$; b) $6a^3 - 5a^2b + 2b^2$;
c) $-b^2 + 3a - 2$; d) $3ab^2 - a^2b^2$.

8. a) Đa thức thu gọn: $x + y$. Đáp số: 4.
 b) Đa thức thu gọn: $x^2 + y^2$. Đáp số: 0,34.
 c) Đa thức thu gọn: $xy + 2,5x^2y$. Đáp số: 40.
9. a) $A = 3(a + b) - 4(2a - b) = 3a + 3b - 8a + 4b = -5a + 7b$;
 b) $B = 2(a + b)(2a - b) = 2(2a^2 - ab + 2ab - b^2)$
 $= 2(2a^2 + ab - b^2) = 4a^2 + 2ab - 2b^2$.
10. a) $V = (a - 2x)(b - 2x)x = abx - 2ax^2 - 2bx^2 + 4x^3$ (cm³);
 b) $S = (a - 2x)(b - 2x) + 2(b - 2x)x + 2(a - 2x)x = ab - 4x^2$ (cm²).

Bài 3. HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

1. a) $16x^2 - 40x + 25$; b) $9x^2 + 2xy + \frac{1}{9}y^2$;
 c) $x^2 - 0,6x + 0,09$; d) $(-x - 10y)^2 = (x + 10y)^2 = x^2 + 20xy + 100y^2$;
 e) $a^6 - 6a^4 + 9a^2$; g) $a^8 + a^6 + \frac{1}{4}a^4$.
2. a) $1 - 16x^2$;
 b) $(-2x - 5y)(2x - 5y) = -(2x + 5y)(2x - 5y) = -[(2x)^2 - (5y)^2]$
 $= -(4x^2 - 25y^2) = 25y^2 - 4x^2$;
 c) $x^6 - 9x^2$;
 d) $(1 + x + x^2)(1 + x - x^2) = (1 + x)^2 - (x^2)^2 = 1 + 2x + x^2 - x^4$.
3. a) $50,5^2 - 50,4^2 = (50,5 + 50,4)(50,5 - 50,4) = 100,9 \cdot 0,1 = 10,09$;
 b) $202 \cdot 198 = (200 + 2)(200 - 2) = 200^2 - 2^2 = 40\,000 - 4 = 39\,996$;
 c) $10,2^2 = (10 + 0,2)^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 0,2 + 0,2^2 = 100 + 4 + 0,04 = 104,04$;
 d) $101^2 - 202 \cdot 71 + 71^2 = 101^2 - 2 \cdot 101 \cdot 71 + 71^2 = (101 - 71)^2 = 30^2 = 900$.
4. a) Thu gọn biểu thức, ta được $P = 100(1 - x)$.
 Với $x = 0,87$, ta được $P = 100 \cdot 0,13 = 13$.
 b) Thu gọn biểu thức, ta được $Q = 4(a + b)^2$.
 Với $a = 65$ và $b = 35$, ta được $Q = 4(65 + 35)^2 = 40\,000$.
 c) Thu gọn biểu thức, ta được $R = (x - 1)^3$.
 Với $x = 101$, ta được $P = 1\,000\,000$.
5. a) $20x^2 - (5x - 4)(4 + 5x) = 20x^2 - (5x - 4)(5x + 4)$
 $= 20x^2 - (25x^2 - 16) = -5x^2 + 16$;

$$b) (x - y)^2 - x(x + 2y) = x^2 - 2xy + y^2 - x^2 - 2xy = y^2 - 4xy;$$

$$c) 18x^2 + 54;$$

$$d) -x + 27.$$

$$6. a) A = \frac{1}{2}(2a + b)(2a - b) = \frac{1}{2}(4a^2 - b^2) = 2a^2 - \frac{1}{2}b^2;$$

$$b) B = (2a + b)^2 + (2a - b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2 + 4a^2 - 4ab + b^2 = 8a^2 + 2b^2;$$

$$c) C = (2a + b)^2 - (2a - b)^2 = (2a + b + 2a - b)(2a + b - 2a + b) = 4a \cdot 2b = 8ab.$$

$$7. a) 337^3 + 163^3 = (337 + 163)(337^2 - 337 \cdot 163 + 163^2) \\ = 500 \cdot (337^2 - 337 \cdot 163 + 163^2) \text{ chia hết cho } 500 \\ (\text{do } 337^2 - 337 \cdot 163 + 163^2 \text{ là một số nguyên}).$$

Vậy $337^3 + 163^3$ chia hết cho 500.

$$b) 234^3 - 123^3 = (234 - 123)(234^2 + 234 \cdot 123 + 123^2) \\ = 111 \cdot (234^2 + 234 \cdot 123 + 123^2).$$

Ta có 111 chia hết cho 3 (do có tổng các chữ số $1 + 1 + 1 = 3$ chia hết cho 3) và $234^2 + 234 \cdot 123 + 123^2$ là một số nguyên.

Vậy $234^3 - 123^3$ chia hết cho 3.

$$8. a) (2n + 1)^2 - (2n - 1)^2 = (2n + 1 + 2n - 1)(2n + 1 - 2n + 1) = 4n \cdot 2 = 8n.$$

$8n$ chia hết cho 8 nên $(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2$ chia hết cho 8.

$$b) (8n + 4)^2 - (2n + 1)^2 = (8n + 4 + 2n + 1)(8n + 4 - 2n - 1) \\ = (10n + 5)(6n + 3) = 15(2n + 1)^2.$$

$15(2n + 1)^2$ chia hết cho 15 nên $(8n + 4)^2 - (2n + 1)^2$ chia hết cho 15.

$$9. a) 2b; \quad b) 4a; \quad c) 0, 4x \text{ và } 4xy; \quad d) -3xy.$$

$$10. a) (x^2 + 4y^2)(x + 2y)(x - 2y) = (x^2 + 4y^2)(x^2 - 4y^2) = x^4 - 16y^4;$$

$$b) (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) = (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) \\ = (x^4 - 1)(x^4 + 1) = x^8 - 1.$$

$$11. a) (a + b)^2 - (a - b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) = 4ab;$$

$$b) a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \\ = (a + b)(a^2 - 2ab + b^2 + ab) \\ = (a + b)[(a - b)^2 + ab];$$

$$c) 2(a - b)(a + b) + (a + b)^2 + (a - b)^2 = (a + b)^2 + 2(a - b)(a + b) + (a - b)^2 \\ = (a + b + a - b)^2 = (2a)^2 = 4a^2;$$

$$\begin{aligned}
 d) (a+b+c)^2 &= [(a+b)+c]^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 \\
 &= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 \\
 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.
 \end{aligned}$$

Bài 4. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

1. a) $3x(x+2y)$; b) $(y-3)(x+5)$;
 c) $2x^2(x-3)$; d) $xy^2(x^3+y)$;
 e) $xy(1-2z+x)$; g) $y(x+y)^2$.
2. a) $(10+x)(10-x)$; b) $(2x+y)(2x-y)$;
 c) $\left(x+\frac{3}{2}y\right)\left(x+\frac{1}{2}y\right)$; d) $(x-z)(x-2y+z)$;
 e) $-(3x+1)(x+1)$; g) $(x^2+4)(x+2)(x-2)$.
3. a) $(a+6)^2$; b) $-(a-3)^2$;
 c) $2a^2+8b^2-8ab=2(a^2-4ab+4b^2)=2(a-2b)^2$;
 d) $16a^2+8ab^2+b^4=(4a)^2+2 \cdot 4a \cdot b^2+(b^2)^2=(4a+b^2)^2$.
4. a) $x^3-1000=x^3-10^3=(x-10)(x^2+10x+100)$;
 b) $8x^3+(x-y)^3=(2x)^3+(x-y)^3$
 $= (2x+x-y)[(2x)^2-2x(x-y)+(x-y)^2]$
 $= (3x-y)(4x^2-2x^2+2xy+x^2-2xy+y^2)$
 $= (3x-y)(3x^2+y^2)$.
 c) $(x-1)^3-27=(x-1)^3-3^3=(x-1-3)[(x-1)^2+(x-1) \cdot 3+3^2]$
 $= (x-4)(x^2-2x+1+3x-3+9)$
 $= (x-4)(x^2+x+7)$;
 d) $x^6+y^9=(x^2)^3+(y^3)^3=(x^2+y^3)(x^4-x^2y^3+y^6)$.
5. a) $x+2x(x-y)-y=x-y+2x(x-y)=(x-y)(1+2x)$;
 b) $x^2+xy-3x-3y=x(x+y)-3(x+y)=(x+y)(x-3)$;
 c) $xy-5y+4x-20=y(x-5)+4(x-5)=(x-5)(y+4)$;
 d) $5xy-25x^2+50x-10y=5x(y-5x)-10(y-5x)=5(y-5x)(x-2)$.
6. a) $P=(a-4)(7+b)$.

Với $a=17$ và $b=3$, ta có $P=(17-4)(7+3)=13 \cdot 10=130$.

$$b) Q = a(a + 2b) - 5(a + 2b) = (a + 2b)(a - 5).$$

Với $a = 1,2$ và $b = 4,4$, ta có:

$$Q = (1,2 + 2 \cdot 4,4)(1,2 - 5) = (1,2 + 8,8)(-3,8) = 10 \cdot (-3,8) = -38.$$

$$7. a) 4a^2 - 4b^2 - a - b = 4(a^2 - b^2) - (a + b) = 4(a + b)(a - b) - (a + b) \\ = (a + b)(4a - 4b - 1);$$

$$b) 9a^2 - 4b^2 + 4b - 1 = 9a^2 - (4b^2 - 4b + 1) = (3a)^2 - (2b - 1)^2 \\ = (3a + 2b - 1)(3a - 2b + 1);$$

$$c) 4x^3 - y^3 + 4x^2y - xy^2 = (4x^3 + 4x^2y) + (-y^3 - xy^2) = 4x^2(x + y) - y^2(y + x) \\ = (x + y)(4x^2 - y^2) = (x + y)(2x + y)(2x - y);$$

$$d) a^3 - b^3 + 4ab + 4a^2 + 4b^2 = (a^3 - b^3) + (4a^2 + 4ab + 4b^2) \\ = (a - b)(a^2 + ab + b^2) + 4(a^2 + ab + b^2) \\ = (a^2 + ab + b^2)(a - b + 4).$$

$$8. a) 4x^3 - 36x = 4x(x^2 - 9) = 4x(x^2 - 3^2) = 4x(x + 3)(x - 3);$$

$$b) 4xy^2 - 4x^2y - y^3 = -y(4x^2 - 4xy + y^2) = -y(2x - y)^2;$$

$$c) x^6 - 64 = (x^3)^2 - 8^2 = (x^3 + 8)(x^3 - 8) = (x^3 + 2^3)(x^3 - 2^3) \\ = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x - 2)(x^2 + 2x + 4) \\ = (x + 2)(x - 2)(x^2 - 2x + 4)(x^2 + 2x + 4).$$

Bài 5. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

$$1. a) \text{ Điều kiện xác định: } x^2 + 2x \neq 0 \text{ hay } x \neq 0 \text{ và } x \neq -2.$$

b) Giá trị của P không xác định tại $x = 0$. Với $x = -1$, $P = -2$.

$$2. a) Q = 3; \quad b) \text{ Giá trị của Q không xác định.}$$

$$3. a) \frac{6ab^2}{9a^3b} = \frac{3ab \cdot 2b}{3ab \cdot 3a^2} = \frac{2b}{3a^2};$$

$$b) \frac{2y - 2x}{(x - y)^2} = \frac{-2(x - y)}{(x - y)^2} = \frac{-2}{x - y} = \frac{2}{y - x};$$

$$c) \frac{a^2 + ab}{2b^2 + 2ab} = \frac{a(a + b)}{2b(b + a)} = \frac{a}{2b} = \frac{a \cdot 2b}{2b \cdot 2b} = \frac{2ab}{4b^2}.$$

$$4. a) -\frac{3b}{2c}; \quad b) \frac{a^2}{2b^2}; \quad c) -\frac{a}{2b}; \quad d) -\frac{a}{3(a - 1)}.$$

$$5. a) \frac{3x + 3y}{6xy} = \frac{x + y}{2xy}; \quad b) \frac{3x - 6y}{12y - 6x} = \frac{3(x - 2y)}{-6(x - 2y)} = -\frac{1}{2};$$

$$c) \frac{6x^2 - 18xy}{12x^2 - 6xy} = \frac{6x(x-3y)}{6x(2x-y)} = \frac{x-3y}{2x-y};$$

$$d) \frac{x^3 + 3x^2y}{x^2y + 3x^3} = \frac{x^2(x+3y)}{x^2(y+3x)} = \frac{x+3y}{y+3x}.$$

$$6. a) \frac{5y - xy}{x^2 - 25} = \frac{y(5-x)}{(x+5)(x-5)} = -\frac{y}{x+5};$$

$$b) \frac{9 + 6x + x^2}{3x + 9} = \frac{(3+x)^2}{3(x+3)} = \frac{x+3}{3};$$

$$c) \frac{2x^3y + 2xy^3}{x^4 - y^4} = \frac{2xy(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)} = \frac{2xy}{x^2 - y^2};$$

$$d) \frac{2 - 4x}{4x^2 - 4x + 1} = \frac{2(1 - 2x)}{(2x - 1)^2} = -\frac{2}{2x - 1};$$

$$e) \frac{x-2}{x^3 - 8} = \frac{x-2}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{1}{x^2 + 2x + 4};$$

$$g) \frac{x^4y^2 - x^2y^4}{x^2(x+y)} = \frac{x^2y^2(x^2 - y^2)}{x^2(x+y)} = \frac{x^2y^2(x+y)(x-y)}{x^2(x+y)} = y^2(x-y).$$

Bài 6. CỘNG, TRỪ PHÂN THỨC

$$1. a) -4; \quad b) \frac{2}{a^2}; \quad c) \frac{a+b}{a-b}; \quad d) a-2.$$

$$2. a) \text{ Mẫu thức chung là } (2x+1)(2x-1).$$

$$\frac{3x}{2x-1} = \frac{3x(2x+1)}{(2x+1)(2x-1)}; \quad \frac{3}{2x+1} = \frac{3(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)}.$$

$$b) \text{ Ta có } xy + x = x(y+1) \text{ và } xy - x = x(y-1),$$

$$\text{nên mẫu thức chung là } x(y+1)(y-1).$$

$$\frac{1}{xy+x} = \frac{y-1}{x(y+1)(y-1)}; \quad \frac{y}{xy-x} = \frac{y(y+1)}{x(y+1)(y-1)}.$$

$$c) \text{ Ta có } 2x + 2y = 2(x+y) \text{ và } (x+y)^2 = (x+y)(x+y) \text{ nên mẫu thức chung là } 2(x+y)^2.$$

$$\frac{xy}{2x+2y} = \frac{xy(x+y)}{2(x+y)(x+y)} = \frac{xy(x+y)}{2(x+y)^2}; \quad \frac{x-y}{(x+y)^2} = \frac{2(x-y)}{2(x+y)^2}.$$

$$d) \text{ Ta có } x^2 - 1 = (x+1)(x-1). \text{ Do đó, mẫu thức chung là } (x+1)(x-1).$$

$$\frac{1}{x-1} = \frac{x+1}{(x+1)(x-1)}; \quad \frac{2x}{x+1} = \frac{2x(x-1)}{(x+1)(x-1)}; \quad \frac{1-2x}{x^2-1} = \frac{1-2x}{(x+1)(x-1)}.$$

$$3. a) \frac{-4x}{x^2-4}; \quad b) \frac{19x}{6y}; \quad c) \frac{y-3x}{15xy}; \quad d) \frac{1}{x^3};$$

$$e) \frac{x-2y}{xy^2} - \frac{y-2x}{x^2y} = \frac{(x-2y) \cdot x}{xy^2 \cdot x} - \frac{(y-2x) \cdot y}{x^2y \cdot y} = \frac{x^2-2xy-y^2+2xy}{x^2y^2} = \frac{x^2-y^2}{x^2y^2};$$

$$g) \frac{1-y^2}{3xy} + \frac{2y^3-1}{6xy^2} = \frac{(1-y^2) \cdot 2y}{3xy \cdot 2y} + \frac{2y^3-1}{6xy^2} = \frac{2y-2y^3+2y^3-1}{6xy^2} = \frac{2y-1}{6xy^2}.$$

$$4. a) \frac{b}{a-b} + \frac{a^2-3ab}{a^2-b^2} = \frac{b(a+b)}{(a+b)(a-b)} + \frac{a^2-3ab}{(a+b)(a-b)} = \frac{ab+b^2+a^2-3ab}{(a+b)(a-b)} \\ = \frac{a^2-2ab+b^2}{(a+b)(a-b)} = \frac{(a-b)^2}{(a+b)(a-b)} = \frac{a-b}{a+b};$$

$$b) \frac{a+3}{a^2-1} - \frac{1}{a^2+a} = \frac{a+3}{(a+1)(a-1)} - \frac{1}{a(a+1)} = \frac{a(a+3)}{a(a+1)(a-1)} - \frac{(a-1)}{a(a+1)(a-1)} \\ = \frac{a^2+2a+1}{a(a+1)(a-1)} = \frac{(a+1)^2}{a(a+1)(a-1)} = \frac{a+1}{a(a-1)};$$

$$c) \frac{2a}{a^2-4a+4} + \frac{4}{2-a} = \frac{2a}{(a-2)^2} - \frac{4}{a-2} = \frac{2a}{(a-2)^2} - \frac{4(a-2)}{(a-2)^2} \\ = \frac{2a-4a+8}{(a-2)^2} = \frac{8-2a}{(a-2)^2};$$

$$d) \frac{a+1}{a^3-1} - \frac{1}{a^2+a+1} = \frac{a+1}{(a-1)(a^2+a+1)} - \frac{1}{a^2+a+1} = \frac{a+1-(a-1)}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{2}{a^3-1}.$$

$$5. a) \frac{7x+7y}{12}; \quad b) -\frac{2x}{y};$$

$$c) \frac{4}{x+2} - \frac{3}{x-2} + \frac{12}{x^2-4} = \frac{4(x-2)-3(x+2)+12}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-2}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{x+2};$$

$$d) \frac{x+y}{x^2-xy} - \frac{4x}{x^2-y^2} - \frac{x-y}{x^2+xy} = \frac{x+y}{x(x-y)} - \frac{4x}{(x+y)(x-y)} - \frac{x-y}{x(x+y)} \\ = \frac{(x+y)^2-4x^2-(x-y)^2}{x(x+y)(x-y)} = \frac{-4}{x+y}.$$

$$6. a) \frac{a+b+c}{abc}; \quad b) 0.$$

$$7. a) \text{Điều kiện xác định: } a^2 - b^2 \neq 0.$$

$$\text{Rút gọn phân thức đã cho, ta được: } P = \frac{11}{a+b}.$$

Với $a=0,12$ và $b=-0,11$, ta có $a^2 - b^2 \neq 0$ (điều kiện xác định được thỏa mãn) và

$$P = \frac{11}{0,12+(-0,11)} = \frac{11}{0,01} = 1100.$$

b) Điều kiện xác định: $a^3 - 1 \neq 0$.

Rút gọn phân thức đã cho, ta được: $Q = \frac{1}{a-1}$.

Với $a = 1,25$, ta có $a^3 - 1 \neq 0$ (điều kiện xác định được thoả mãn) và

$$Q = \frac{1}{1,25-1} = \frac{1}{0,25} = 4.$$

8. $\frac{3}{x} + \frac{2}{x-1} = \frac{5x-3}{x(x-1)}$ (giờ).

9. $\frac{x}{z} - \frac{x}{y} = \frac{xy - xz}{yz}$ (ngày).

Bài 7. NHÂN, CHIA PHÂN THỨC

1. a) $\frac{6b}{25a}$; b) $\frac{a}{b}$; c) $\frac{a}{3}$; d) $\frac{3}{5a^2}$.

2. a) $\frac{3}{2x}$; b) $-\frac{x^2}{y}$; c) $\frac{2}{3y^2}$; d) $\frac{3y}{2x^2}$.

3. a) $(x-2y)y$;

b) $\frac{x^2 - 9y^2}{3xy^2} \cdot \frac{xy}{x+3y} = \frac{(x+3y)(x-3y)}{3xy \cdot y} \cdot \frac{xy}{x+3y} = \frac{x-3y}{3y}$;

c) $\frac{1-x^2}{2x+4y} \cdot \frac{x^2+4xy+4y^2}{3-3x} = \frac{(1+x)(1-x)}{2(x+2y)} \cdot \frac{(x+2y)^2}{3(1-x)} = \frac{(1+x)(x+2y)}{6}$;

d) $\frac{x^3 - y^3}{x+y} \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy + y^2} = \frac{(x-y)(x^2 + xy + y^2)}{x+y} \cdot \frac{(x+y)(x-y)}{x^2 + xy + y^2} = (x-y)^2$.

4. a) $\frac{3}{4xy}$; b) $-\frac{y^2}{2x}$; c) $-\frac{x}{6y}$; d) $\frac{1}{4xy^3}$.

5. a) $\frac{x^2 - 5x}{4y^2} \cdot \frac{5x}{2y} = \frac{x(x-5)}{2y \cdot 2y} \cdot \frac{2y}{5x} = \frac{x-5}{10y}$;

b) $\frac{x^2 - 1}{y} \cdot \frac{x+1}{y^2} = \frac{(x+1)(x-1)}{y} \cdot \frac{y^2}{x+1} = (x-1)y$;

c) $(x^2 - 2xy) : \frac{5x-10y}{x} = x(x-2y) \cdot \frac{x}{5(x-2y)} = \frac{x^2}{5}$;

d) $\frac{x^2 - x}{x-y} : (x^2 + xy) = \frac{x(x-1)}{x-y} \cdot \frac{1}{x(x+y)} = \frac{x-1}{x^2 - y^2}$;

$$e) (16 - x^2) : (x^2 - 4x) = \frac{(4+x)(4-x)}{x(x-4)} = -\frac{x+4}{x};$$

$$g) \frac{4y^2 - x^2}{x^2 + 2xy + y^2} : \frac{x-2y}{2x^2 + 2xy} = \frac{(2y+x)(2y-x)}{(x+y)^2} \cdot \frac{2x(x+y)}{x-2y} = -\frac{2x(2y+x)}{x+y}.$$

6. a) Năng suất năm ngoái: $P = \frac{m}{a}$ (tấn/ha). Năng suất năm nay: $P' = \frac{m+4}{a-3}$ (tấn/ha).

Ta có: $\frac{P'}{P} = \frac{m+4}{a-3} : \frac{m}{a} = \frac{a(m+4)}{m(a-3)}.$

b) Với $a = 13, m = 156$, ta có: $\frac{P'}{P} = \frac{13.(156+4)}{156.(13-3)} = \frac{13.16}{13.12} = \frac{4}{3}.$

7. a) $\frac{16-a^2}{a^2+8a+16} : \frac{a-4}{2a+4} \cdot \frac{a+4}{a+2} = \frac{(4+a)(4-a)}{(a+4)^2} \cdot \frac{2(a+2)}{a-4} \cdot \frac{a+4}{a+2} = -2;$

b) $\frac{a^2-ab+b^2}{b^2-a^2} \cdot \frac{a+b}{a^3+b^3} : \frac{a+b}{a-b} = -\frac{a^2-ab+b^2}{(a+b)(a-b)} \cdot \frac{a+b}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} \cdot \frac{a-b}{a+b}$
 $= \frac{-1}{(a+b)^2};$

c) $\left(\frac{2a}{a-2} - \frac{a}{a+2} \right) \cdot \frac{a^2-4}{a} = \frac{2a}{a-2} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{a} - \frac{a}{a+2} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{a}$
 $= 2(a+2) - (a-2) = a+6;$

d) $\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{ab} \right) \cdot \frac{ab^2}{a-b} = \frac{b-a}{a^2b} \cdot \frac{ab^2}{a-b} = -\frac{b}{a}.$

8. a) $\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{x-y} \right) \left(x - \frac{x^2+y^2}{x+y} \right) = \frac{x-y+2y}{y(x-y)} \cdot \frac{x(x+y)-x^2-y^2}{x+y}$
 $= \frac{x+y}{y(x-y)} \cdot \frac{y(x-y)}{x+y} = 1;$

b) $\left(\frac{x}{x+1} + 1 \right) : \left(1 - \frac{3x^2}{1-x^2} \right) = \frac{x+x+1}{x+1} : \frac{1-x^2-3x^2}{1-x^2} = \frac{2x+1}{x+1} : \frac{1-4x^2}{1-x^2}$
 $= \frac{2x+1}{x+1} \cdot \frac{(1+x)(1-x)}{(1+2x)(1-2x)} = \frac{x-1}{2x-1}.$

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 1

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. D 2. A 3. B 4. D 5. C
6. A 7. C 8. B 9. D 10. A

BÀI TẬP TỰ LUẬN

11. a) $5a^2b - 5ab^2$; b) $2a^2 - 8b^2$.
12. a) $5a^2 - 4a - 15$; b) $10a^2 - 10ab + 5b^2$.
13. a) $x^2 + 2xy + y^2 - 1$; b) $x^2 - y^2 + 8y - 16$.
14. a) $(a - b)(3 + 2a - 2b)$; b) $2a(a + 2)$;
c) $(a - 2b)(a - 4)$; d) $(3a + 2b - 1)(3a - 2b + 1)$;
e) $a^2(b + 3)(b - 3)(b^2 + 9)$; g) $(a + 1)(a - 1)(a^2 - a + 1)(a^2 + a + 1)$.
15. a) $-a$; b) $\frac{a-b}{b}$; c) $a^2 - b^2$; d) $\frac{ab}{a-b}$.
16. a) $AH = GF = ED = \frac{BC}{3} = 3a + 4b$;
b) $CD = EF = \frac{AB - GH}{2} = 2a + b$;
c) Chu vi của hình là $P = 30a + 34b$.
17. Theo dự kiến, thể tích và diện tích toàn phần của hộp lần lượt là
 $V = x^3 \text{ (cm}^3\text{)}$; $S = 6x^2 \text{ (cm}^2\text{)}$.
Sau khi điều chỉnh, thể tích và diện tích toàn phần của hộp lần lượt là
 $V' = (x + 3)(x - 3)x = x(x^2 - 9) \text{ (cm}^3\text{)}$;
 $S' = 2(x + 3)(x - 3) + 2x(x + 3) + 2x(x - 3) = 6(x^2 - 3) \text{ (cm}^2\text{)}$.
Từ đó, $V' - V = -9x \text{ (cm}^3\text{)}$ và $S' - S = -18 \text{ (cm}^2\text{)}$.
Với $x = 15$, $V' - V = -135 \text{ cm}^3$, $S' - S = -18 \text{ cm}^2$.

Phần HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG

HÌNH HỌC TRỰC QUAN

Chương 2. CÁC HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

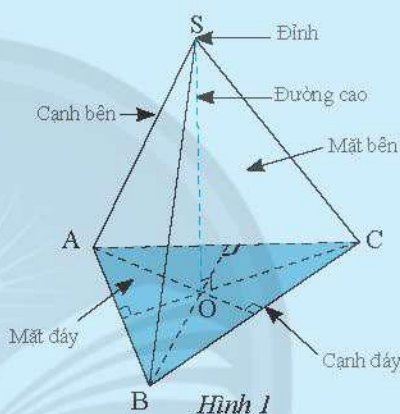
Bài 1. HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU – HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hình chóp tam giác đều

Hình $S.ABC$ (Hình 1) là một *hình chóp tam giác đều*. Trong hình này:

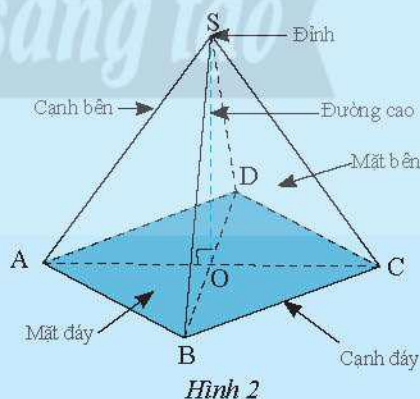
- S gọi là *đỉnh*.
- Mặt ABC là một tam giác đều và được gọi là *mặt đáy* (gọi tắt là *đáy*).
- Các đoạn thẳng SA, SB, SC bằng nhau và được gọi là các *cạnh bên*.
- Ba mặt SAB, SBC, SCA là các tam giác cân đỉnh S bằng nhau và được gọi là ba *mặt bên*.
- Các đoạn thẳng AB, BC, CA được gọi là *cạnh đáy*.
- Gọi O là trọng tâm của mặt đáy, khi đó SO gọi là *đường cao*, độ dài SO gọi là *chiều cao*.



2. Hình chóp tứ giác đều

Hình $S.ABCD$ (Hình 2) là một *hình chóp tứ giác đều*. Trong hình này:

- S gọi là *đỉnh*.
- Mặt $ABCD$ là một hình vuông và được gọi là *mặt đáy* (gọi tắt là *đáy*).
- Các đoạn thẳng SA, SB, SC, SD bằng nhau và được gọi là các *cạnh bên*.
- Bốn mặt SAB, SBC, SCD, SDA là các tam giác cân đỉnh S bằng nhau và được gọi là bốn *mặt bên*.
- Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA được gọi là *cạnh đáy*.
- Gọi O là giao điểm hai đường chéo của mặt đáy, khi đó SO là *đường cao*, độ dài SO là *chiều cao*.



B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Cho hình chóp tam giác đều $I.ABC$ (Hình 3).

Hãy cho biết tên các mặt bên, mặt đáy, đường cao; độ dài cạnh đáy và số đo mỗi góc trong tam giác đáy của hình chóp.

Giải

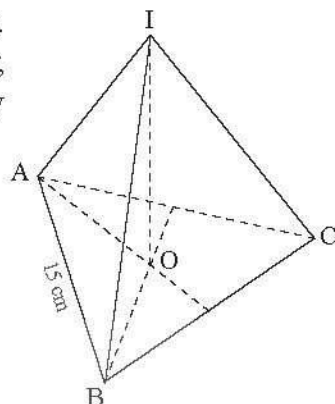
Mặt bên: IAB , IBC , ICA .

Mặt đáy: ABC .

Đường cao: IO .

Độ dài cạnh đáy là 15 cm .

Mặt đáy ABC có: $\widehat{ABC} = \widehat{BCA} = \widehat{CAB} = 60^\circ$.



Hình 3

Bài 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.MNPQ$ có $SM = 5\text{ cm}$, $MN = 3\text{ cm}$. Tìm độ dài các cạnh còn lại của hình chóp đó.

Giải

Độ dài các cạnh bên còn lại: $SN = SP = SQ = 5\text{ cm}$.

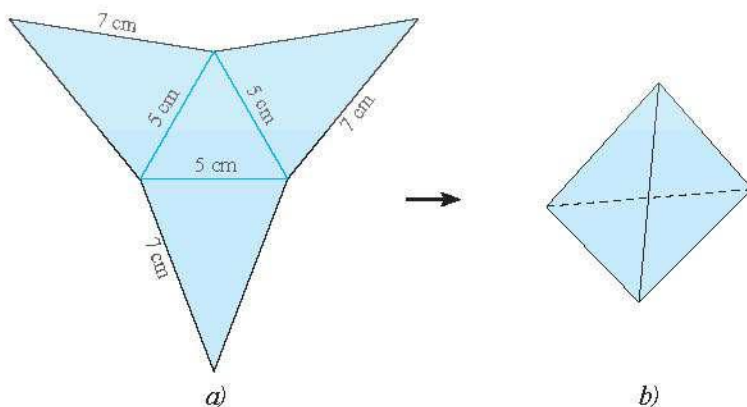
Độ dài các cạnh đáy còn lại: $NP = PQ = MQ = 3\text{ cm}$.

Bài 3. Tạo lập hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy là 5 cm , độ dài cạnh bên là 7 cm .

Giải

Trên một tấm bìa, vẽ một hình tam giác đều có độ dài cạnh là 5 cm và ba tam giác cân có độ dài hai cạnh bên là 7 cm , cạnh đáy là 5 cm (Hình 4a).

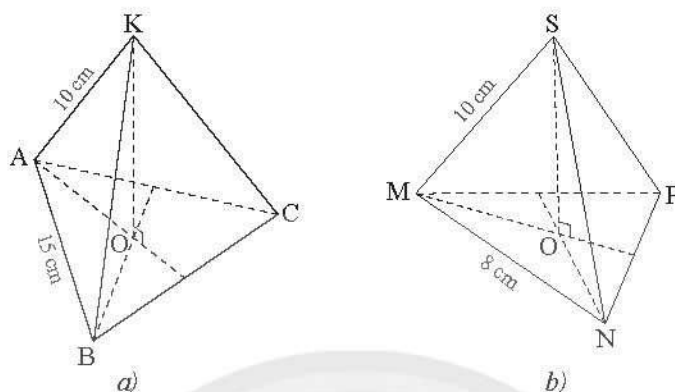
Cắt tấm bìa như hình vẽ, rồi gấp theo các cạnh tam giác đều ta được hình chóp tam giác đều như yêu cầu đề bài (Hình 4b).



Hình 4

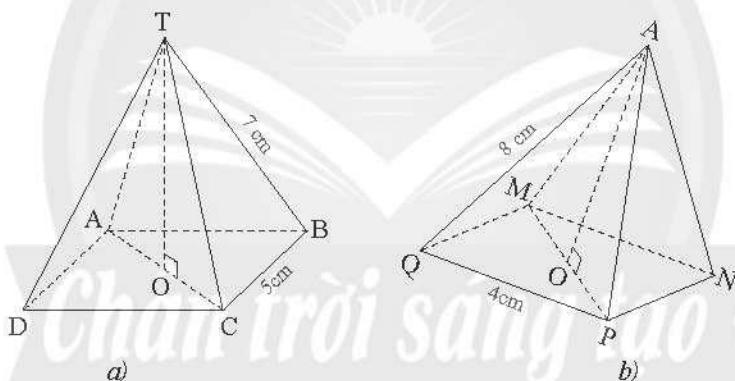
C. BÀI TẬP

1. Hãy cho biết tên các mặt bên, mặt đáy, đường cao và độ dài cạnh bên, cạnh đáy của mỗi hình chóp tam giác đều ở Hình 5.



Hình 5

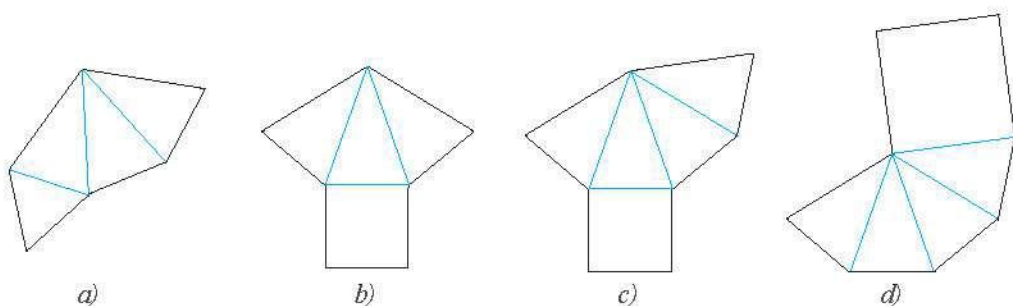
2. Hãy cho biết tên các mặt bên, mặt đáy, đường cao và độ dài cạnh bên, cạnh đáy của mỗi hình chóp tứ giác đều ở Hình 6.



Hình 6

3. Cho hình chóp tứ giác đều S.CDEF có $SD = 5$ cm, $EF = 3$ cm. Tìm độ dài các cạnh còn lại của hình chóp đó.
4. Cho hình chóp tam giác đều J.MNP có $JM = 8,2$ cm, $MN = 3,5$ cm. Tìm độ dài các cạnh còn lại của hình chóp đó.
5. Tạo lập hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy 4 cm, độ dài cạnh bên 6 cm.
6. Tạo lập hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy 4 cm, chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tứ giác đều bằng 5 cm.

7. Trong các hình khai triển sau, hình nào gấp theo đường màu xanh thì được một hình chóp tam giác đều hay một hình chóp tứ giác đều.



Hình 7

Bài 2. DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH CỦA HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU, HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều

Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng tổng diện tích của các mặt bên.

Chú ý: Diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy}$$

(S_{tp} là diện tích toàn phần, S_{xq} là diện tích xung quanh, $S_{đáy}$ là diện tích đáy).

2. Thể tích của hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều

Thể tích của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng

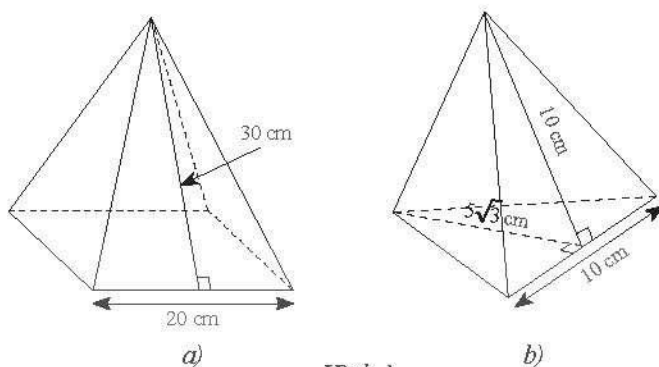
$\frac{1}{3}$ diện tích đáy nhân với chiều cao.

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{đáy} \cdot h$$

(V là thể tích, $S_{đáy}$ là diện tích đáy và h là chiều cao).

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều trong Hình 1. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)



Hình 1

Giải

Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều (Hình 1a) là:

$$S_{xq} = 4 \cdot \frac{20 \cdot 30}{2} = 1200 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều (Hình 1a) là:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = 1200 + 20 \cdot 20 = 1600 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

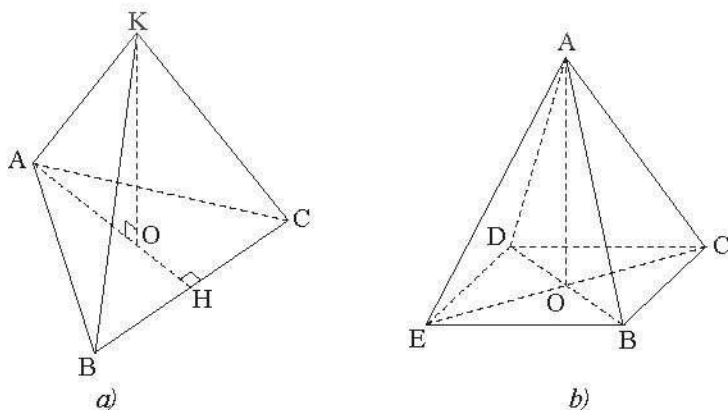
Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều (Hình 1b) là:

$$S_{xq} = 3 \cdot \frac{10 \cdot 10}{2} = 150 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều (Hình 1b) là:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = 150 + \frac{10 \cdot 5\sqrt{3}}{2} \approx 193,3 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Bài 2. Tính thể tích của hình chóp tam giác đều (Hình 2a) biết $KO = 12 \text{ m}$, $AB = 20 \text{ m}$, $AH = 10\sqrt{3} \text{ m}$; hình chóp tứ giác đều (Hình 2b) biết $BC = 12 \text{ cm}$, $AO = 9 \text{ cm}$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)



Hình 2

Giải

Thể tích của hình chóp tam giác đều (Hình 2a) là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{20 \cdot 10\sqrt{3}}{2} \cdot 12 \approx 692,82 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Thể tích của hình chóp tứ giác đều (Hình 2b) là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 12 \cdot 9 = 432 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Bài 3. Na muốn làm 10 chiếc lồng đèn hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy 30 cm, chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của lồng đèn bằng 25 cm. Hỏi Na cần dùng bao nhiêu mét vuông giấy để làm 10 chiếc lồng đèn? Biết rằng phần các mép dán và phần bỏ đi mất khoảng 10% tổng diện tích toàn phần của 10 chiếc lồng đèn.

Giải

Diện tích toàn phần của 1 chiếc lồng đèn là:

$$S_{\text{tp}} = S_{\text{xq}} + S_{\text{đáy}} = 4 \cdot \frac{25 \cdot 30}{2} + 30 \cdot 30 = 2400 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

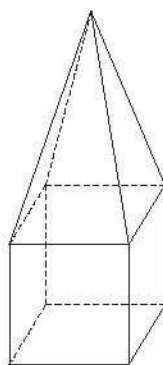
Diện tích giấy Na cần dùng để làm 10 chiếc lồng đèn là:

$$10 \cdot 2400 + 10 \cdot 2400 \cdot 10\% = 26400 \text{ (cm}^2\text{)} = 2,64 \text{ (m}^2\text{)}.$$

C. BÀI TẬP

1. Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều có cạnh đáy 10 cm và chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tam giác đều bằng 15 cm.
2. Tính diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy 30 cm và chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tứ giác đều bằng 35 cm.
3. Tính thể tích của hình chóp tam giác đều có chiều cao 34 cm và tam giác đáy có cạnh 16 cm, chiều cao $8\sqrt{3}$ cm. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)
4. Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều có chiều cao 24 cm, tứ giác đáy có cạnh 15 cm.
5. Một chiếc gàu có dạng hình chóp tam giác đều và một chiếc bình có dạng hình lăng trụ đứng tam giác có cùng diện tích đáy. Người ta đổ 6 gàu nước vào bình và đo được mực nước trong bình tăng thêm 1,2 m. Tính chiều cao của chiếc gàu.

6. Một khối gỗ gồm một hình chóp tứ giác đều và một hình lập phương có chung đáy (Hình 3). Tính thể tích của khối gỗ, biết chiều cao của hình chóp tứ giác đều là 50 cm và cạnh của hình lập phương là 40 cm. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)



Hình 3

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 2

CAU HỎI TRẮC NGHIỆM

- Hình nào sau đây là hình chóp tam giác đều?
 - Hình có đáy là tam giác.
 - Hình có đáy là tam giác đều.
 - Hình có đáy là tam giác đều và tất cả các cạnh đều vuông góc với mặt đáy.
 - Hình có đáy là tam giác đều và tất cả các cạnh bên bằng nhau.
- Hình nào sau đây là hình chóp tứ giác đều?
 - Hình có đáy là tứ giác.
 - Hình có đáy là hình vuông.
 - Hình có đáy là hình vuông và tất cả các cạnh bên bằng nhau.
 - Hình có đáy là tam giác đều và có một cặp cạnh bên vuông góc với nhau.
- Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 8 cm và chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tam giác đều bằng 10 cm. Diện tích xung quanh của hình chóp này là

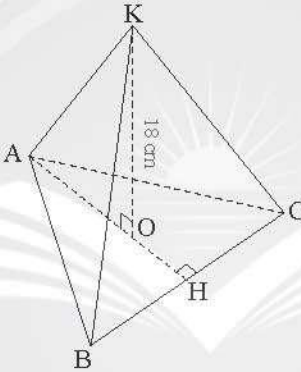
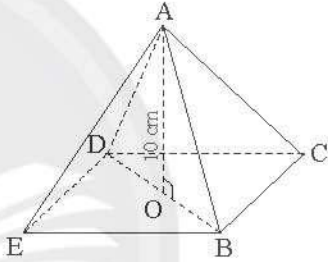
A. 80 cm^2 .	B. 120 cm^2 .	C. 240 cm^2 .	D. 320 cm^2 .
------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------
- Cho hình chóp tam giác đều có diện tích đáy bằng 36 cm^2 và chiều cao bằng 9 cm. Thể tích của hình chóp này là

A. 54 cm^3 .	B. 72 cm^3 .	C. 108 cm^3 .	D. 216 cm^3 .
------------------------	------------------------	-------------------------	-------------------------

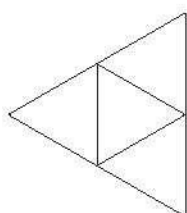
5. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 10 m và chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tứ giác đều bằng 12 m. Diện tích toàn phần của hình chóp này là
- A. 200 m^2 . B. 340 cm^2 . C. 400 m^2 . D. 340 m^2 .
6. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 5 m và chiều cao bằng 8 m. Thể tích của hình chóp này là
- A. $\frac{200}{3} \text{ m}^3$. B. 64 m^3 . C. 80 m^3 . D. $\frac{320}{3} \text{ m}^3$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

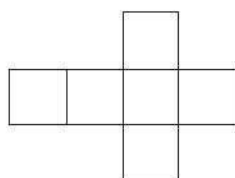
7. Hoàn thành bảng sau:

	Hình chóp tam giác đều	Hình chóp tứ giác đều
		
Đỉnh	?	?
Cạnh bên	?	?
Cạnh đáy	?	?
Mặt bên	?	?
Mặt đáy	?	?
Chiều cao	?	?

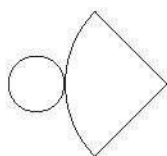
8. Trong các miếng bìa sau, miếng bìa nào gấp được hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều?



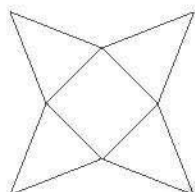
a)



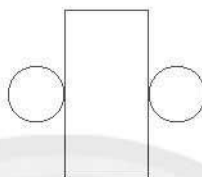
b)



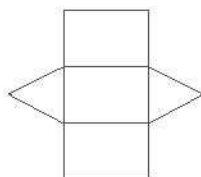
c)



d)



e)



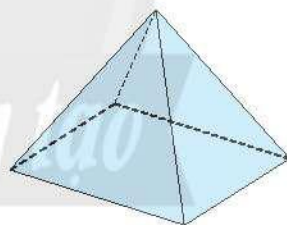
g)

Hình 1

9. Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều có cạnh đáy 2,3 cm và chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tam giác đều bằng 2,5 cm.
10. Tính diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy 25 m và chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tứ giác đều bằng 20 m.
11. Một mái che giếng trời có dạng hình chóp tứ giác đều (Hình 2) cạnh đáy 2,5 m, chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tứ giác đều bằng 2,2 m.

a) Tính diện tích xung quanh của mái che.

b) Chi phí cho mỗi mét vuông mái che bằng kính là 2 triệu đồng. Hỏi chi phí để hoàn thành mái che là bao nhiêu?



Hình 2

12. Một chiếc gàu có dạng hình chóp tứ giác đều và một chiếc bình có dạng hình lăng trụ đứng tứ giác có cùng diện tích đáy. Người ta múc đầy 10 gàu nước và đổ vào bình. Hỏi mực nước trong bình tăng thêm bao nhiêu? Cho biết chiều cao của chiếc gàu là 0,3 m.

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài 1. HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU – HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

1.

Hình 5a:

Mặt bên: KAB, KBC, KCA.

Mặt đáy: ABC.

Đường cao: KO.

Độ dài cạnh bên: 10 cm.

Độ dài cạnh đáy: 15 cm.

Hình 5b:

Mặt bên: SMN, SNP, SPM.

Mặt đáy: MNP

Đường cao: SO.

Độ dài cạnh bên: 10 cm.

Độ dài cạnh đáy: 8 cm.

2.

Hình 6a:

Mặt bên: TAB, TBC, TCD, TDA.

Mặt đáy: ABCD.

Đường cao: TO.

Độ dài cạnh bên: 7 cm.

Độ dài cạnh đáy: 5 cm.

Hình 6b:

Mặt bên: AMN, ANP, APQ, AQM.

Mặt đáy: MNPQ.

Đường cao: AO.

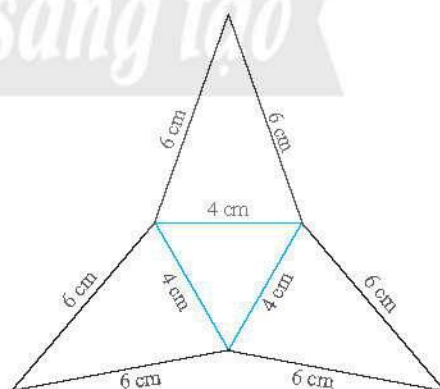
Độ dài cạnh bên: 8 cm.

Độ dài cạnh đáy: 4 cm.

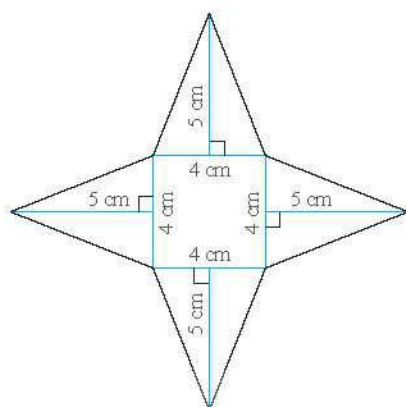
3. $SC = SE = SF = 5$ cm; $CD = DE = CF = 3$ cm.

4. $JN = JP = 8,2$ cm; $NP = MP = 3,5$ cm.

5. Cắt tấm bìa như hình bên rồi gấp lại theo các cạnh của tam giác đều, ta được hình chóp tam giác đều thoả mãn yêu cầu.



6. Cắt tấm bìa như hình bên rồi gấp lại theo các cạnh của hình vuông, ta được hình chóp tứ giác đều thỏa mãn yêu cầu.



7. Hình 7a gấp được một hình chóp tam giác đều; Hình 7c gấp được một hình chóp tứ giác đều.

Bài 2. DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH CỦA HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU, HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

1. $S_{xq} = 3 \cdot \frac{10 \cdot 15}{2} = 225 \text{ (cm}^2\text{)}.$

2. $S_{tp} = S_{\text{đáy}} + S_{xq} = 30 \cdot 30 + 4 \cdot \frac{30 \cdot 35}{2} = 3000 \text{ (cm}^2\text{)}.$

3. $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{16 \cdot 8\sqrt{3}}{2} \cdot 34 \approx 1256,3 \text{ (cm}^3\text{)}.$

4. $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 15 \cdot 24 = 1800 \text{ (cm}^3\text{)}.$

5. Gọi diện tích đáy của chiếc gàu là S , thể tích của chiếc gàu là V , chiều cao của chiếc gàu là h , ta có: $6V = 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = 2Sh.$

Do mực nước trong bình tăng lên 1,2 m nên $2Sh = S \cdot 1,2$, suy ra $h = 0,6 \text{ m}.$

6. Thể tích hình lập phương: $V_1 = 40 \cdot 40 \cdot 40 = 64000 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Thể tích của hình chóp tứ giác đều: $V_2 = \frac{1}{3} \cdot 40 \cdot 40 \cdot 50 \approx 26666,7 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Thể tích của khối gỗ: $V = V_1 + V_2 = 64000 + 26666,7 = 90666,7 \text{ (cm}^3\text{)}.$

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 2

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. D

2. C

3. B

4. C

5. D

6. A

BÀI TẬP TỰ LUẬN

7.

	Hình chóp tam giác đều	Hình chóp tứ giác đều
Đỉnh	K	A
Cạnh bên	KA, KB, KC	AB, AC, AD, AE
Cạnh đáy	AB, BC, CA	BC, CD, DE, EB
Mặt bên	KAB, KBC, KCA	ABC, ACD, ADE, AEB
Mặt đáy	ABC	BCDE
Chiều cao	18 cm	10 cm

8. Miếng bìa ở Hình 1a gấp được một hình chóp tam giác đều; miếng bìa ở Hình 1d gấp được một hình chóp tứ giác đều.

9. $S_{xq} = 3 \cdot \frac{2,5 \cdot 2,3}{2} = 8,625 \text{ (cm}^2\text{)}.$

10. $S_{tp} = 25 \cdot 25 + 4 \cdot \frac{25 \cdot 20}{2} = 1625 \text{ (m}^2\text{)}.$

11. a) $S_{xq} = 4 \cdot \frac{2,5 \cdot 2,2}{2} = 11 \text{ (m}^2\text{)}.$

b) Chi phí để hoàn thành mái che: $2 \cdot 11 = 22$ (triệu đồng).

12. Gọi diện tích đáy của chiếc gàu là S, thể tích của chiếc gàu là V, số đo của mực nước tăng thêm là h, ta có:

10. $\frac{1}{3} \cdot S \cdot 0,3 = Sh$, suy ra $h = 1 \text{ m}.$

HÌNH HỌC PHẪNG

Chương 3. ĐỊNH LÝ PYTHAGORE. CÁC LOẠI TỨ GIÁC THƯỜNG GẶP

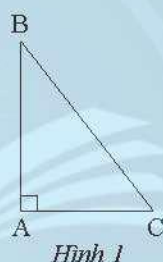
BÀI 1. ĐỊNH LÝ PYTHAGORE

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định lý Pythagore

Trong một tam giác vuông, bình phương độ dài của cạnh huyền bằng tổng các bình phương độ dài của hai cạnh góc vuông.

GT	$\triangle ABC, \widehat{A} = 90^\circ$
KL	$BC^2 = AB^2 + AC^2$

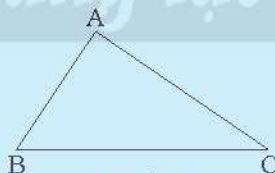


Hình 1

2. Định lý Pythagore đảo

Nếu một tam giác có bình phương độ dài của một cạnh bằng tổng các bình phương độ dài của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

GT	$\triangle ABC, BC^2 = AB^2 + AC^2$
KL	$\widehat{A} = 90^\circ$



Hình 2

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Cho tam giác MNP vuông tại M.

- Tính độ dài cạnh NP nếu biết $MN = 8$, $MP = 6$;
- Tính độ dài cạnh MP nếu biết $NP = \sqrt{33}$, $MN = \sqrt{17}$;
- Tính độ dài cạnh MN nếu biết $NP = 9$, $MP = \sqrt{56}$.

Giải

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác MNP vuông tại M, ta có $NP^2 = MN^2 + MP^2$. Khi đó:

a) $NP = \sqrt{MN^2 + MP^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = 10$.

b) $MP = \sqrt{NP^2 - MN^2} = \sqrt{(\sqrt{33})^2 - (\sqrt{17})^2} = \sqrt{33 - 17} = 4$.

c) $MN = \sqrt{NP^2 - MP^2} = \sqrt{9^2 - (\sqrt{56})^2} = \sqrt{81 - 56} = 5$.

Bài 2. Chứng minh tam giác EFG vuông trong các trường hợp sau:

a) $FG = 7, EF = \sqrt{22}, EG = \sqrt{27}$;

b) $FG = \sqrt{21}, EF = 8, EG = \sqrt{43}$;

c) $FG = 9, EF = \sqrt{7}, EG = \sqrt{88}$.

Giải

a) Ta có $FG^2 = 49 = 22 + 27 = EF^2 + EG^2$ nên tam giác EFG vuông tại E.

b) Ta có $EF^2 = 64 = 21 + 43 = FG^2 + EG^2$ nên tam giác EFG vuông tại G.

c) Ta có $EG^2 = 88 = 81 + 7 = FG^2 + EF^2$ nên tam giác EFG vuông tại F.

Bài 3. Tính chiều dài AB của cái thang trong Hình 3.

Cho biết chân thang cách chân tường 4 m và đầu thang cách chân tường 8 m.

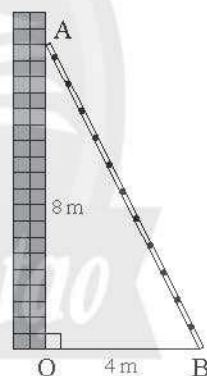
Giải

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác OAB vuông tại O, ta có

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = 64 + 16 = 80.$$

Suy ra $AB = \sqrt{80} \approx 9$ (m).

Vậy chiều dài AB của cái thang là khoảng 9 m.



Hình 3

Bài 4. Tính các độ dài x, y trong Hình 4.

Giải

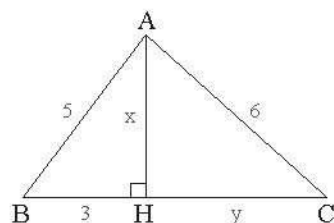
Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác ABH vuông tại H, ta có $AB^2 = HA^2 + HB^2$, suy ra

$$x^2 = HA^2 = AB^2 - HB^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \text{ hay } x = 4.$$

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác ACH vuông tại H, ta có $AC^2 = HA^2 + HC^2$, suy ra

$$y^2 = HC^2 = AC^2 - HA^2 = 6^2 - 4^2 = 20 \text{ hay } y = \sqrt{20}.$$

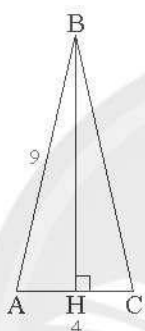
Vậy $x = 4$ và $y = \sqrt{20}$.



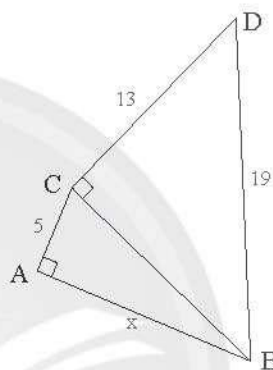
Hình 4

C. BÀI TẬP

- Cho tam giác MNP vuông tại M.
 - Tính độ dài cạnh NP nếu biết $MN = 7$, $MP = 24$.
 - Tính độ dài cạnh MP nếu biết $NP = 29$, $MN = 20$.
 - Tính độ dài cạnh MN nếu biết $NP = 61$, $MP = 11$.
- Chứng minh tam giác EFG vuông trong các trường hợp sau:
 - $FG = 12$, $EF = 35$, $EG = 37$;
 - $FG = 85$, $EF = 77$, $EG = 36$;
 - $FG = 12$, $EF = 13$, $EG = 5$.
- Tính chiều cao BH của tam giác ABC cân tại B (Hình 5), biết $AB = 9$ cm và $AC = 4$ cm.

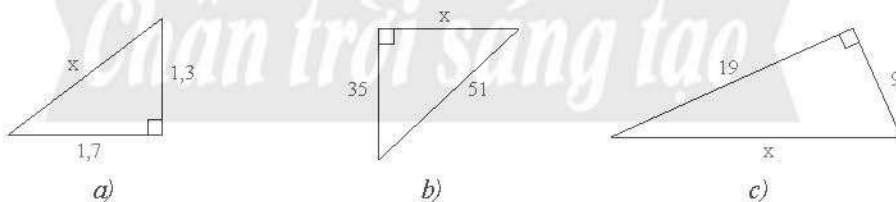


Hình 5



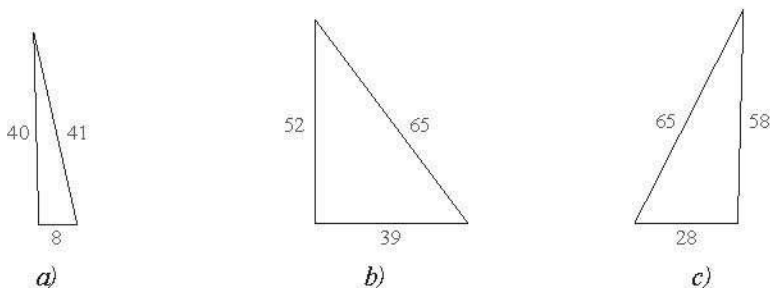
Hình 6

- Tính độ dài x trong Hình 6.
- Tính độ dài cạnh chưa biết của các tam giác vuông sau:



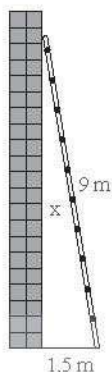
Hình 7

- Tìm tam giác vuông trong các tam giác sau:

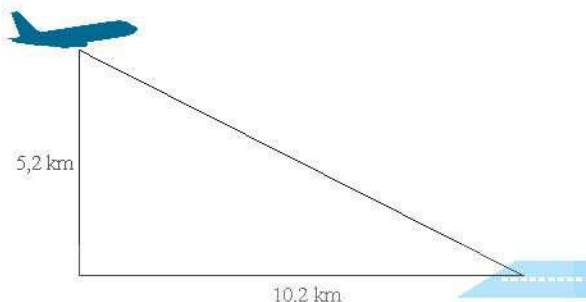


Hình 8

7. Tính khoảng cách x từ đầu thang đến chân tường (Hình 9).



Hình 9



Hình 10

8. Một máy bay đang ở độ cao 5,2 km. Khoảng cách từ hình chiếu vuông góc của máy bay xuống mặt đất đến vị trí A của sân bay là 10,2 km (Hình 10). Tính khoảng cách từ vị trí máy bay đến vị trí A của sân bay.

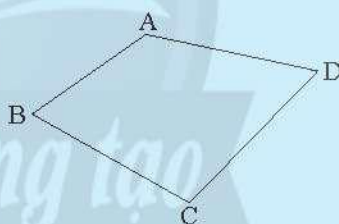
Bài 2. TỨ GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tứ giác

a) Tứ giác

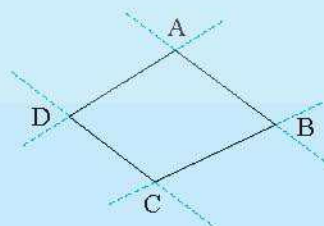
- *Tứ giác* ABCD là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD và DA, trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.
- Tứ giác ABCD có bốn đỉnh là A, B, C, D và bốn cạnh là AB, BC, CD, DA.



Hình 1

b) Tứ giác lồi

- *Tứ giác lồi* là tứ giác luôn nằm trong cùng một phần mặt phẳng được phân chia bởi đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.
- Từ đây về sau, khi nói đến tứ giác mà không chú thích gì thêm, ta hiểu đó là tứ giác lồi.



Hình 2

- Trong một tứ giác:

- + Hai cạnh kề nhau là hai cạnh có chung một đỉnh.
- + Hai cạnh kề nhau tạo thành một góc của tứ giác.

- + Hai cạnh đối nhau là hai cạnh không có chung đỉnh nào.
- + Hai đỉnh đối nhau là hai đỉnh không cùng nằm trên một cạnh.
- + Đường chéo là đoạn thẳng nối hai đỉnh đối nhau.

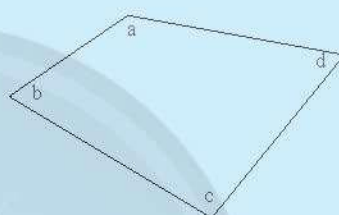
Ví dụ: Tứ giác ABCD (Hình 2) có:

- Bốn cặp cạnh kề nhau là AB và BC; BC và CD; CD và DA; DA và AB.
- Bốn góc là $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCD}$, $\widehat{CDA}$, $\widehat{DAB}$.
- Hai cặp cạnh đối nhau là AB và CD; BC và DA.
- Hai cặp đỉnh đối nhau là A và C; B và D.
- Hai đường chéo là AC và BD.

2. Tổng các góc của một tứ giác

Tổng số đo các góc của một tứ giác bằng 360° .

$$a + b + c + d = 360^\circ$$



Hình 3

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Tìm tứ giác lồi trong các hình sau:

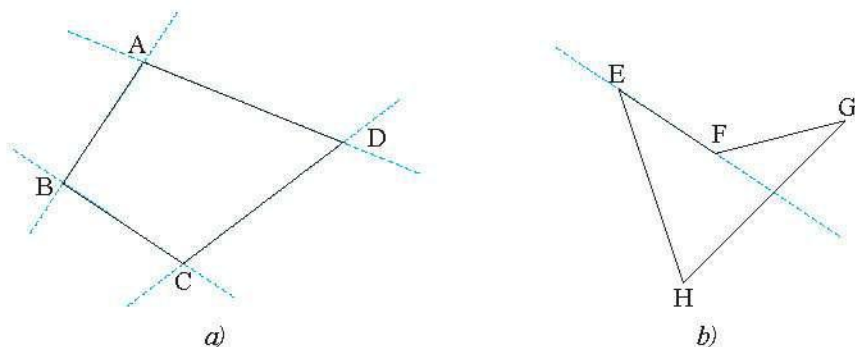


Hình 4

Giải

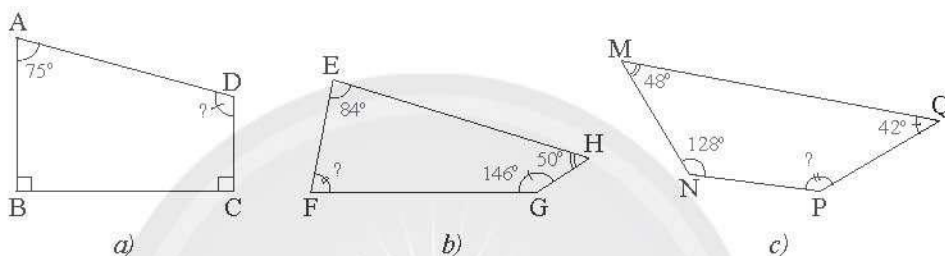
Kẻ các đường thẳng chứa các cạnh của tứ giác như Hình 5. Ta thấy:

- Tứ giác ABCD luôn nằm trong cùng một phần mặt phẳng được phân chia bởi đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác nên ABCD là tứ giác lồi.
- Đường thẳng đi qua cạnh EF của tứ giác EFGH chia tứ giác đó thành hai phần nên EFGH không phải là tứ giác lồi.



Hình 5

Bài 2. Tìm số đo góc chưa biết của các tứ giác sau:



Hình 6

Giải

Vì tổng số đo các góc của một tứ giác bằng 360° nên ta có:

Trong tứ giác ABCD: $\widehat{D} = 360^\circ - \widehat{A} - \widehat{B} - \widehat{C} = 360^\circ - 75^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 105^\circ$;

Trong tứ giác EFGH: $\widehat{F} = 360^\circ - \widehat{G} - \widehat{H} - \widehat{E} = 360^\circ - 146^\circ - 50^\circ - 84^\circ = 80^\circ$;

Trong tứ giác MNPQ: $\widehat{P} = 360^\circ - \widehat{N} - \widehat{M} - \widehat{Q} = 360^\circ - 128^\circ - 48^\circ - 42^\circ = 142^\circ$.

Bài 3. Tìm số đo x trong Hình 7.

Giải

Góc ngoài tại đỉnh B có số đo bằng 70° nên góc trong tại đỉnh B có số đo bằng 110° .

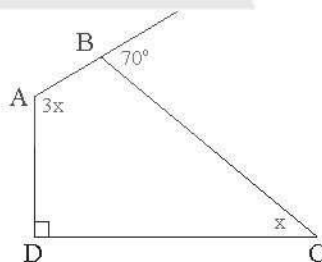
Xét tứ giác ABCD, ta có:

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 360^\circ$$

$$3x + 110^\circ + x + 90^\circ = 360^\circ$$

$$4x = 160^\circ$$

$$x = 40^\circ.$$



Hình 7

Vậy $x = 40^\circ$.

Bài 4. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{A} = 30^\circ$, $\widehat{B} = 90^\circ$, $\widehat{D} = 100^\circ$. Tính số đo góc C và góc ngoài tại đỉnh C của tứ giác đó.

Giải

Xét tứ giác ABCD ta có:

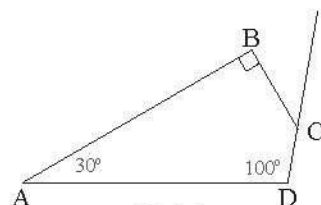
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$$

$$30^\circ + 90^\circ + \hat{C} + 100^\circ = 360^\circ$$

$$\hat{C} = 360^\circ - 30^\circ - 90^\circ - 100^\circ$$

$$\hat{C} = 140^\circ.$$

Số đo góc ngoài tại đỉnh C của tứ giác ABCD là: $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$.

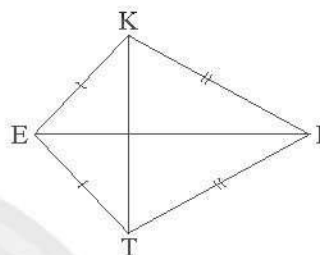


Hình 8

Bài 5. Cho tứ giác EKIT có $EK = ET$, $IK = IT$.

a) Hai tam giác EKI và ETI có bằng nhau không?
Vì sao?

b) Chứng minh tứ giác EKIT có hai đường chéo vuông góc.



Hình 9

Giải

a) Xét $\triangle EKI$ và $\triangle ETI$, ta có:

$EK = ET$, $IK = IT$ (giả thiết), EI là cạnh chung.

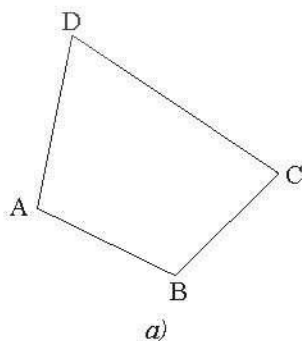
Suy ra $\triangle EKI = \triangle ETI$ (c.c.c).

b) Vì $EK = ET$ và $IK = IT$ nên EI là đường trung trực của đoạn thẳng KT , suy ra $KT \perp EI$.

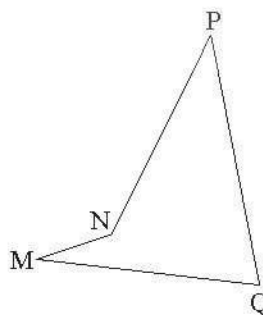
Vậy tứ giác EKIT có hai đường chéo vuông góc.

C. BÀI TẬP

1. Tìm tứ giác lồi trong các hình sau:



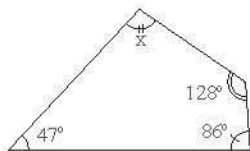
a)



b)

Hình 10

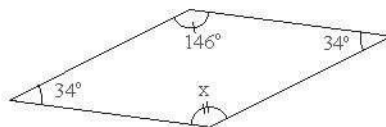
2. Tìm số đo x trong các tứ giác sau:



a)



b)



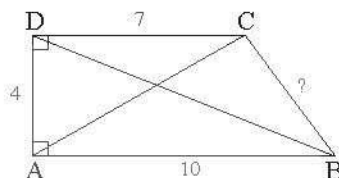
c)

Hình 11

3. Cho tứ giác ABCD như Hình 12.

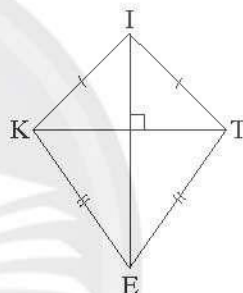
a) Tính độ dài hai đường chéo và cạnh còn lại của tứ giác ABCD.

b) Cho biết góc B bằng 53° . Tìm số đo góc C.



Hình 12

4. Bạn Hùng muốn làm một cái điều có dạng hình tứ giác KITE như Hình 13. Cho biết $\widehat{KIT} = 90^\circ$, $\widehat{KET} = 70^\circ$, $IK = IT$, $EK = ET$. Tìm số đo các góc còn lại của tứ giác KITE.



Hình 13

5. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{C} - \widehat{D} = 10^\circ$. Các tia phân giác của góc A và góc B cắt nhau tại I. Biết $\widehat{AIB} = 65^\circ$. Tính số đo góc C và góc D.

6. Cho tứ giác ABCD có $AB = AD$, $CB = CD$, $\widehat{C} = 65^\circ$, $\widehat{A} = 115^\circ$.

a) Chứng minh AC là đường trung trực của BD.

b) Tính số đo góc B và góc D.

7. Cho tứ giác ABCD có hai đường chéo vuông góc với nhau tại I. Cho biết $BC = 15$ cm, $CD = 24$ cm và $AD = 20$ cm. Tính độ dài AB.

8. Chứng minh rằng trong một tứ giác, tổng độ dài hai đường chéo lớn hơn nửa chu vi của tứ giác đó.

Bài 3. HÌNH THANG – HÌNH THANG CÂN

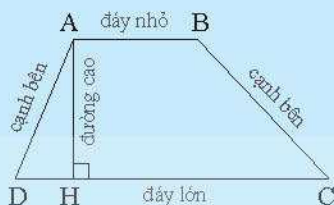
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hình thang

Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song.

Trong một hình thang:

- Hai cạnh song song gọi là hai *đáy*, hai cạnh còn lại gọi là hai *cạnh bên*.
- Đường vuông góc hạ từ một điểm trên một cạnh đáy đến cạnh đáy còn lại gọi là *đường cao* của hình thang, độ dài đường cao gọi là *chiều cao* của hình thang.

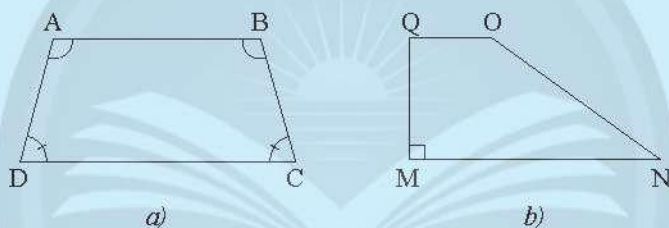


Hình 1

2. Hình thang cân

a) *Định nghĩa*

Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau (Hình 2a).



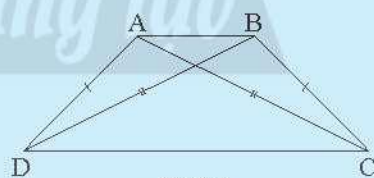
Hình 2

Hình thang có một góc vuông được gọi là *hình thang vuông* (Hình 2b).

b) *Tính chất*

Trong hình thang cân:

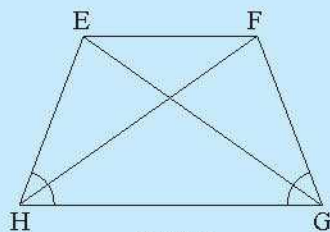
- Hai cạnh bên bằng nhau.
- Hai đường chéo bằng nhau.



Hình 3

c) *Dấu hiệu nhận biết*

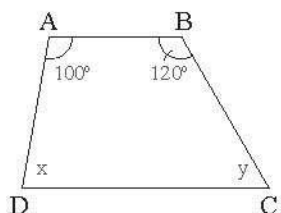
- Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân.
- Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.



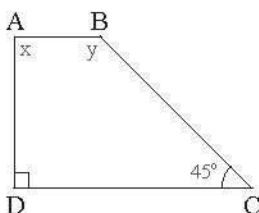
Hình 4

B. BÀI TẬP MẪU

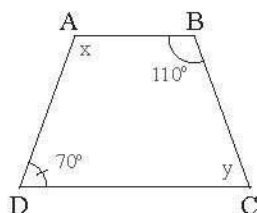
Bài 1. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Tìm x và y trong các hình thang sau:



a)



b)



c)

Hình 5

Giải

Hình 5a: Vì $AB \parallel CD$ nên $\widehat{A} + \widehat{D} = 180^\circ$ và $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$.

Do đó, $100^\circ + x = 180^\circ$ suy ra $x = 80^\circ$;

$120^\circ + y = 180^\circ$ suy ra $y = 60^\circ$.

Vậy $x = 80^\circ$ và $y = 60^\circ$.

Hình 5b: Vì $AB \parallel CD$ nên $\widehat{A} + \widehat{D} = 180^\circ$ và $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$.

Do đó, $x + 90^\circ = 180^\circ$ suy ra $x = 90^\circ$;

$y + 45^\circ = 180^\circ$ suy ra $y = 135^\circ$.

Vậy $x = 90^\circ$ và $y = 135^\circ$.

Hình 5c: Vì $AB \parallel CD$ nên $\widehat{A} + \widehat{D} = 180^\circ$ và $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$.

Do đó, $x + 70^\circ = 180^\circ$ suy ra $x = 110^\circ$;

$110^\circ + y = 180^\circ$ suy ra $y = 70^\circ$.

Vậy $x = 110^\circ$ và $y = 70^\circ$.

Bài 2. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Biết $\widehat{B} - \widehat{C} = 40^\circ$, $\widehat{C} - \widehat{D} = 20^\circ$. Tìm số đo các góc của hình thang ABCD.

Giải

Vì $AB \parallel CD$ nên $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$.

Mặt khác, $\widehat{B} - \widehat{C} = 40^\circ$.

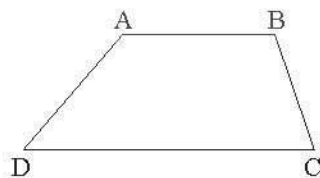
Do đó, $\widehat{B} = \frac{180^\circ + 40^\circ}{2} = 110^\circ$

và $\widehat{C} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$.

Ta có $\widehat{C} - \widehat{D} = 20^\circ$ suy ra $\widehat{D} = \widehat{C} - 20^\circ = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ$.

Khi đó $\widehat{A} = 180^\circ - \widehat{D} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

Vậy $\widehat{A} = 130^\circ$, $\widehat{B} = 110^\circ$, $\widehat{C} = 70^\circ$ và $\widehat{D} = 50^\circ$.



Hình 6

Bài 3. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$) có $\widehat{A} = 120^\circ$. Tìm số đo các góc còn lại của hình thang ABCD.

Giải

Trong hình thang cân ABCD, hai góc kề một đáy

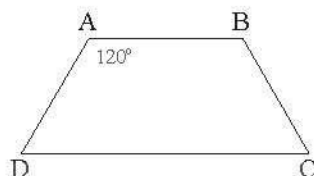
bằng nhau nên $\widehat{B} = \widehat{A} = 120^\circ$.

Vì $AB \parallel CD$ nên $\widehat{A} + \widehat{D} = 180^\circ$ hay

$\widehat{D} = 180^\circ - \widehat{A} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

Do đó $\widehat{C} = \widehat{D} = 60^\circ$.

Vậy $\widehat{A} = \widehat{B} = 120^\circ$, $\widehat{C} = \widehat{D} = 60^\circ$.



Hình 7

Bài 4. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{A} = \widehat{B}$, $\widehat{C} = \widehat{D}$. Chứng minh tứ giác ABCD là hình thang cân.

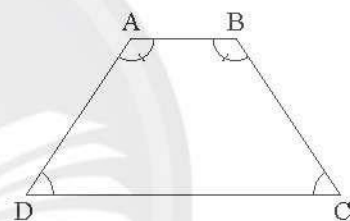
Giải

Ta có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 360^\circ$, mà $\widehat{A} = \widehat{B}$, $\widehat{C} = \widehat{D}$,

suy ra $2(\widehat{A} + \widehat{D}) = 360^\circ$, suy ra $\widehat{A} + \widehat{D} = 180^\circ$.

Do đó $AB \parallel CD$.

Vậy tứ giác ABCD là hình thang. Hình thang này có hai góc kề một đáy bằng nhau nên ABCD là hình thang cân.



Hình 8

C. BÀI TẬP

1. Cho tứ giác ABCD có $AB = BC$ và AC là tia phân giác của góc A. Chứng minh tứ giác ABCD là hình thang.
2. Tứ giác ABCD có $\widehat{A} + \widehat{D} = \widehat{B} + \widehat{C}$. Chứng minh tứ giác ABCD là hình thang.
3. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Vẽ ra phía ngoài của tam giác ABC một tam giác BCD vuông cân tại B. Tứ giác ABDC là hình gì? Vì sao?
4. Hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có $\widehat{ACD} = \widehat{BDC}$. Chứng minh tứ giác ABCD là hình thang cân.
5. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên tia đối của tia AB lấy điểm M, trên tia đối của tia AC lấy điểm N sao cho $AM = AN$. Chứng minh tứ giác MNBC là hình thang cân.
6. Cho tam giác ABC cân tại A, có hai đường cao là BE và CD ($D \in AB$, $E \in AC$). Chứng minh tứ giác BDEC là hình thang cân.

BÀI 4. HÌNH BÌNH HÀNH – HÌNH THOI

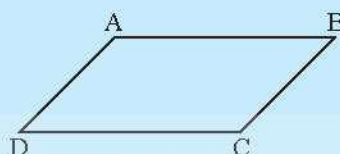
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hình bình hành

a) Định nghĩa

Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song.

Hình bình hành ABCD có $AB \parallel CD$ và $AD \parallel BC$.



Hình 1

b) Tính chất

Trong hình bình hành:

- Các cạnh đối bằng nhau.
- Các góc đối bằng nhau.
- Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

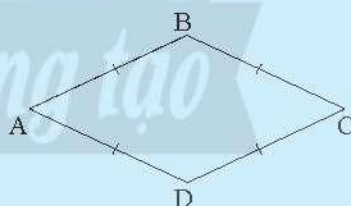
c) Dấu hiệu nhận biết

- Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành.
- Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.
- Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành.
- Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành.
- Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành.

2. Hình thoi

a) Định nghĩa

Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.

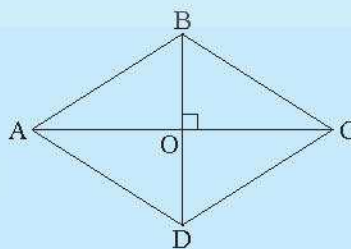


Hình 2

b) Tính chất

Trong hình thoi:

- Hai đường chéo vuông góc với nhau.
- Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc của hình thoi.



Hình 3

c) *Dấu hiệu nhận biết*

- Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.
- Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.
- Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Tính số đo các góc của hình bình hành ABCD biết $\widehat{A} - \widehat{B} = 30^\circ$.

Giải

Ta có $\widehat{A} + \widehat{B} = 180^\circ$ (do $AD \parallel BC$).

Mà $\widehat{A} - \widehat{B} = 30^\circ$ nên $\widehat{A} = (180^\circ + 30^\circ) : 2 = 105^\circ$;

$\widehat{B} = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$.

Vì ABCD là hình bình hành nên $\widehat{C} = \widehat{A} = 105^\circ$;

$\widehat{D} = \widehat{B} = 75^\circ$.



Hình 4

Bài 2. Cho hình bình hành ABCD có $\widehat{A} = 3\widehat{B}$. Tính số đo các góc của hình bình hành ABCD.

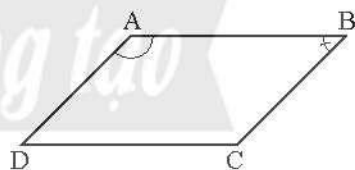
Giải

Tứ giác ABCD là hình bình hành nên $\widehat{A} + \widehat{B} = 180^\circ$.

Mặt khác $\widehat{A} = 3\widehat{B}$ nên $3\widehat{B} + \widehat{B} = 180^\circ$, suy ra $4\widehat{B} = 180^\circ$, hay $\widehat{B} = 45^\circ$.

Suy ra $\widehat{A} = 45^\circ \cdot 3 = 135^\circ$.

Hình bình hành ABCD có các góc đối bằng nhau nên $\widehat{C} = \widehat{A} = 135^\circ$; $\widehat{D} = \widehat{B} = 45^\circ$.



Hình 5

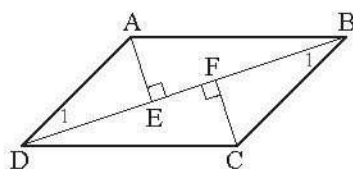
Bài 3. Cho hình bình hành ABCD. Vẽ AE và CF cùng vuông góc với BD. Chứng minh rằng $AE = CF$.

Giải

Xét $\triangle ADE$ vuông tại E và $\triangle CBF$ vuông tại F, ta có:

$AD = BC$ (hai cạnh đối của hình bình hành);

$\widehat{D_1} = \widehat{B_1}$ (hai góc so le trong).



Hình 6

Suy ra $\triangle ADE = \triangle CBF$ (cạnh huyền – góc nhọn). Vậy $AE = CF$.

Bài 4. Cho tam giác ABC có M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB, AC. Lấy điểm P đối xứng với M qua N. Chứng minh rằng:

- $\triangle ANM = \triangle CNP$;
- BMPC là hình bình hành;
- $MN = \frac{1}{2} BC$.

Giải

a) Xét $\triangle ANM$ và $\triangle CNP$, ta có:

$$NA = NC \text{ (giả thiết);}$$

$$\widehat{N}_1 = \widehat{N}_2 \text{ (hai góc đối đỉnh);}$$

$$NM = NP \text{ (giả thiết).}$$

Vậy $\triangle ANM = \triangle CNP$ (c.g.c).

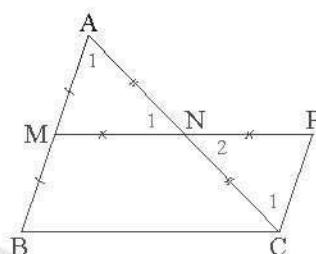
b) Vì $\triangle ANM = \triangle CNP$ nên $\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1$.

Mà $\widehat{C}_1$ và $\widehat{A}_1$ là hai góc so le trong nên $CP \parallel AB$ hay $CP \parallel BM$. (1)

Hơn nữa, $CP = AM = BM$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác BMPC là hình bình hành.

c) Vì BMPC là hình bình hành nên $MP = BC$. Do đó $MN = \frac{1}{2} MP = \frac{1}{2} BC$.



Hình 7

Bài 5. Cho hình thang ABCD với $AD \parallel BC$ ($AD < BC$). Qua điểm D vẽ đường thẳng DE song song với AB ($E \in BC$); gọi N, Q lần lượt là trung điểm của cạnh DC, DE, M là giao điểm của NQ và AB. Chứng minh rằng:

- Các tứ giác ADEB, ADQM, MQEB là các hình bình hành;
- $MA = MB$;
- $MN = \frac{AD + BC}{2}$.

Giải

a) Xét $\triangle DEC$ ta có N, Q lần lượt là trung điểm của DC, DE.

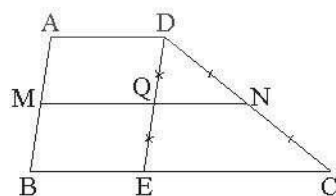
Do đó $NQ \parallel EC$ và $NQ = \frac{1}{2} EC$ (theo chứng minh ở Bài 4 trang 63).

Suy ra $MQ \parallel BE \parallel AD$. (1)

Ta lại có $DE \parallel AB$ (giả thiết). (2)

Từ (1) và (2) suy ra các tứ giác ADEB, ADQM, MQEB là các hình bình hành.

b) Ta có $MA = QD$, $MB = QE$ và $QD = QE$. Suy ra $MA = MB$.



Hình 8

c) Ta có $QN = \frac{EC}{2}$ (theo câu a) và $EC = BC - BE = BC - AD$.
 Do đó $MN = MQ + QN = AD + \frac{1}{2}EC = AD + \frac{1}{2}(BC - AD) = \frac{AD + BC}{2}$.
 Vậy $MN = \frac{AD + BC}{2}$.

Bài 6. Cho hình bình hành ABCD có $AB = 2AD$. Gọi M là trung điểm của AB, N là trung điểm của CD.

- a) Chứng minh rằng tứ giác AMCN là hình bình hành.
 b) Chứng minh rằng tứ giác AMND là hình thoi.

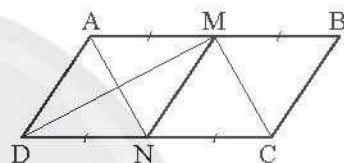
Giải

a) Ta có $AM \parallel NC$ và $AM = NC$, suy ra AMCN là hình bình hành.

b) Ta có $AM \parallel ND$ và $AM = ND$, suy ra AMND là hình bình hành.

Ta lại có $AM = AD = \frac{1}{2}AB$.

Do đó AMND là hình thoi.



Hình 9

Bài 7. Cho đoạn thẳng MN với O là trung điểm. Trên đường trung trực của MN lấy hai điểm P, Q sao cho O là trung điểm của PQ. Cho $OM = 3$ cm; $OP = 4$ cm.

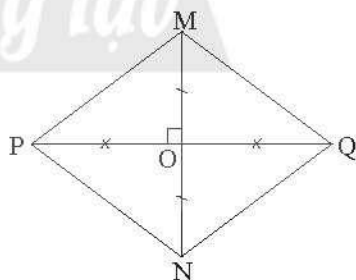
- a) Tứ giác MQNP là hình gì?
 b) Tính độ dài các cạnh của tứ giác MQNP.

Giải

a) Tứ giác MQNP có hai đường chéo MN và PQ vuông góc và cắt nhau tại trung điểm O của mỗi đường nên MQNP là hình thoi.

b) Áp dụng định lý Pythagore cho tam giác MOP vuông tại O, ta có:

$$MP = \sqrt{OM^2 + OP^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ (cm)}.$$



Hình 10

Do hình thoi có các cạnh bằng nhau nên $PN = NQ = QM = MP = 5$ cm.

C. BÀI TẬP

1. Cho hình bình hành ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại O. Qua O, vẽ một đường thẳng cắt AB và CD lần lượt tại M, N. Chứng minh rằng O là trung điểm của MN.
2. Cho hình bình hành ABCD. Gọi H và K lần lượt là chân đường cao hạ từ A và C đến BD.
 - a) Chứng minh rằng tứ giác AHCK là hình bình hành.
 - b) Gọi M là giao điểm của AK và BC, N là giao điểm của CH và AD. Chứng minh $AN = CM$.
 - c) Gọi O là trung điểm của HK. Chứng minh M, O, N thẳng hàng.
3. Cho hình bình hành ABCD. Trên các cạnh AB và CD, lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $AM = CN$. Gọi O là giao điểm của MN và AC. Chứng minh rằng ba điểm B, O, D thẳng hàng.
4. Cho hình bình hành ABCD. Trên đường chéo BD lấy hai điểm M và N sao cho $BM = DN = \frac{1}{3}BD$.
 - a) Chứng minh $\triangle AMB = \triangle CND$.
 - b) Chứng minh rằng tứ giác AMCN là hình bình hành.
 - c) Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là giao điểm của AM và BC. Chứng minh rằng $AM = 2MI$.
 - d) Gọi K là giao điểm của CN và AD. Chứng minh I và K đối xứng với nhau qua O.
5. Cho hình bình hành ABCD có $AD = 2AB$. Gọi M là trung điểm của AD. Kẻ CE vuông góc với AB tại E, MF vuông góc với CE tại F, MF cắt BC tại N. Chứng minh rằng:
 - a) Tứ giác MDCN là hình thoi;
 - b) Tam giác EMC là tam giác cân;
 - c) $\widehat{BAD} = 2\widehat{AEM}$.
6. Cho hình bình hành ABCD. Vẽ hình bình hành AECF ($E \in AB$; $F \in CD$). Chứng minh rằng ba đường thẳng EF, AC, BD đồng quy.
7. Cho tứ giác ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BD, DC, CA. Chứng minh rằng tứ giác MNPQ là hình bình hành.
8. Cho hình bình hành ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của OB và OD. Chứng minh tứ giác AMCN là hình bình hành.

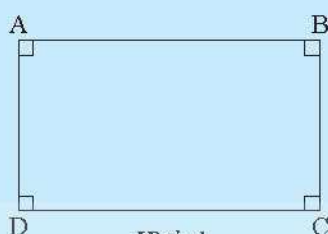
BÀI 5. HÌNH CHỮ NHẬT – HÌNH VUÔNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hình chữ nhật

a) Định nghĩa

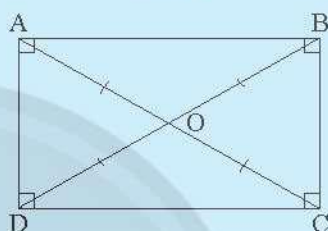
Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.



Hình 1

b) Tính chất

Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.



Hình 2

c) Dấu hiệu nhận biết

- Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
- Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

Chú ý:

- Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.
- Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.

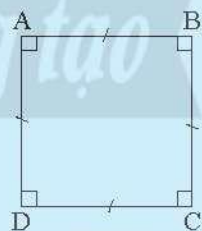
2. Hình vuông

a) Định nghĩa

Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.

b) Tính chất

Hình vuông có tất cả các tính chất của hình chữ nhật và hình thoi.



Hình 3

c) Dấu hiệu nhận biết

- Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.
- Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.
- Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.

Chú ý:

- Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.
- Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi E là trung điểm của AB. Từ E kẻ đường thẳng song song với AC và cắt BC tại M. Từ M kẻ đường thẳng song song với AB và cắt AC tại F.

a) Chứng minh rằng tứ giác AFME là hình chữ nhật.

b) Gọi AH là đường cao của tam giác ABC ($H \in BC$). Chứng minh EFMH là hình thang cân.

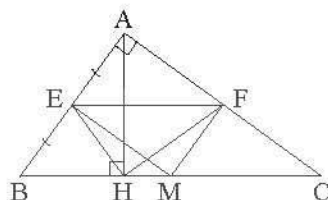
Giải

a) Tứ giác AFME có $AE \parallel FM$; $AF \parallel EM$.

Do đó AFME là hình bình hành.

Mà $\widehat{EAF} = 90^\circ$ (do $\triangle ABC$ vuông tại A).

Suy ra AFME là hình chữ nhật.



Hình 4

b) Xét $\triangle AEF$ và $\triangle EBM$ có: $AF = EM$; $\widehat{AEF} = \widehat{BEM} (= 90^\circ)$; $AE = EB$.

Suy ra $\triangle AEF = \triangle EBM$ (c.g.c).

Suy ra $\widehat{AEF} = \widehat{B}$, suy ra $EF \parallel BC$ hay $EF \parallel HM$.

Do đó EFMH là hình thang.

Xét $\triangle AEF$ và $\triangle FMC$, ta có: $\widehat{AEF} = \widehat{MFC} (= 90^\circ)$, $AE = FM$,

$\widehat{AEF} = \widehat{FMC} (= \widehat{EBM})$.

(1)

Suy ra $\triangle AEF = \triangle FMC$ (g.c.g), do đó $FA = FC$.

Suy ra HF là đường trung tuyến trong tam giác AHC vuông tại H, suy ra $AF = HF = \frac{AC}{2}$.

Mặt khác, ta có $EM = AF$. Do đó $EM = HF$.

(2)

Từ (1) và (2), suy ra EFMH là hình thang cân.

Bài 2. Cho tam giác nhọn ABC, đường cao BE và CF cắt nhau tại H ($E \in AC$, $F \in AB$). Lấy M là trung điểm của BC và I là điểm đối xứng của H qua M.

a) Chứng minh rằng $IC = BH$ và $IB \perp AB$.

b) Chứng minh rằng MEF là tam giác cân.

c) Vẽ $CQ \perp BI$ tại Q. Chứng minh rằng FEQ là tam giác vuông.

Giải

a) Xét tứ giác BHCI có:

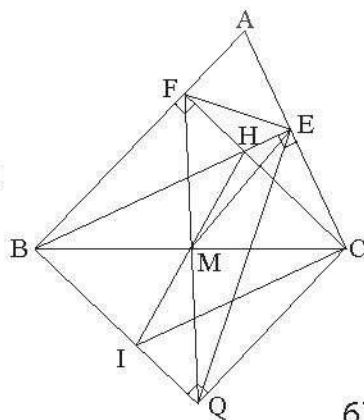
M là trung điểm của BC (giả thiết);

M là trung điểm của HI (I là điểm đối xứng của H qua M).

Do đó, tứ giác BHCI là hình bình hành.

Suy ra $IC = BH$.

Ta có $IB \parallel CH$ và $CH \perp AB$, suy ra $IB \perp AB$.



Hình 5

b) $\triangle EBC$ vuông tại E có EM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC.

$$\text{Do đó } EM = \frac{1}{2} BC. \quad (1)$$

$\triangle FBC$ vuông tại F có FM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC.

$$\text{Do đó } FM = \frac{1}{2} BC. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $EM = FM$. Do đó MEF là tam giác cân tại M.

c) Xét tứ giác CQBF có: $\widehat{CFB} = 90^\circ$ ($CF \perp AB$);

$$\widehat{CQB} = 90^\circ$$
 ($CQ \perp BI$);

$$\widehat{FBQ} = 90^\circ$$
 ($IB \perp AB$).

Do đó, tứ giác CQBF là hình chữ nhật.

Mà M là trung điểm của BC, suy ra M là trung điểm của FQ. Do đó $MF = \frac{1}{2} FQ$.

Ta lại có: $EM = MF$ (theo câu b). Suy ra $ME = \frac{1}{2} FQ$.

$\triangle EFQ$ có ME là đường trung tuyến ứng với cạnh FQ và $ME = \frac{1}{2} FQ$.

Do đó, $\triangle EFQ$ vuông tại E.

Bài 3. Cho tam giác nhọn ABC. Gọi M là trung điểm của AB. Từ M kẻ đường thẳng song song với BC và cắt AC tại N, từ N kẻ đường thẳng song song với AB và cắt BC tại P.

a) Chứng minh rằng tứ giác BMNP là hình bình hành.

b) Gọi Q là điểm đối xứng của P qua N. Chứng minh rằng tứ giác AQCP là hình bình hành.

c) Tam giác ABC cần thêm điều kiện gì để tứ giác AQCP là hình thoi.

Giải

a) Tứ giác BMNP có $MN \parallel BP$; $NP \parallel MB$.

Suy ra BMNP là hình bình hành.

b) Xét $\triangle AMN$ và $\triangle NPC$ có:

$$\widehat{MAN} = \widehat{PNC} \text{ (hai góc đối đỉnh);}$$

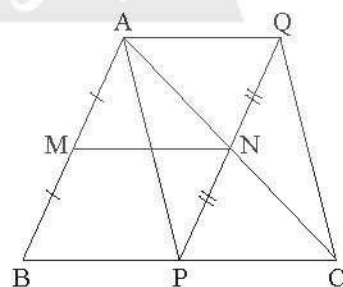
$$AM = NP (= MB);$$

$$\widehat{AMN} = \widehat{NPC} (= \widehat{MBP}).$$

Suy ra $\triangle AMN = \triangle NPC$ (g.c.g), suy ra $NA = NC$.

Mà $NP = NQ$ (do Q đối xứng với P qua N).

Vậy AQCP hình bình hành.



Hình 6

c) Nếu AQCP là hình thoi thì $AC \perp QP$.

Mà $AB \parallel QP$ (do $NP \parallel MB$).

Do đó $AC \perp AB$, suy ra $\triangle ABC$ vuông tại A.

Vậy nếu $\triangle ABC$ vuông tại A thì AQCP là hình thoi.

Bài 4. Cho tam giác ABC cân tại A có AM là đường phân giác của góc A ($M \in BC$). Từ M lần lượt kẻ các đường thẳng song song với AB và AC, các đường thẳng này cắt AC tại N, cắt AB tại E.

a) Chứng minh rằng tứ giác AEMN là hình thoi.

b) Gọi D là điểm đối xứng của M qua N. Chứng minh rằng tứ giác ADMB là hình bình hành.

c) Chứng minh rằng tứ giác ADCM là hình chữ nhật.

d) Tam giác ABC cần thêm điều kiện gì để tứ giác ADCM là hình vuông?

Giải

a) Tứ giác AEMN có $AE \parallel MN$; $AN \parallel ME$.

Do đó AEMN là hình bình hành.

Mà AM là đường phân giác của góc A.

Suy ra AEMN là hình thoi.

b) $\triangle ABC$ cân tại A có AM là đường phân giác của góc A nên AM cũng là đường cao, hay $AM \perp BC$.

Vì $EM = EA$ nên $\triangle EMA$ cân tại E, do đó $\widehat{EAM} = \widehat{EMA}$.

Mà $\widehat{EBM} + \widehat{EAM} = \widehat{EMB} + \widehat{EMA} = 90^\circ$.

Suy ra $\widehat{EBM} = \widehat{EMB}$ hay $\triangle EBM$ cân tại E. Do đó $EB = EM$.

Vì $EB = EM = AE = MN = ND$ nên $AB = DM$. (1)

Hơn nữa $AB \parallel DM$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác ADMB là hình bình hành.

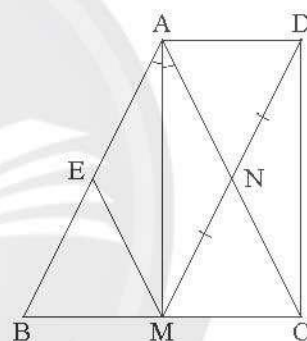
c) $\triangle ABC$ cân tại A có AM là đường phân giác của góc A nên AM cũng là đường trung tuyến của $\triangle ABC$, suy ra $BM = MC$.

Vì $AD = BM$ (do ADMB là hình bình hành) nên $AD = MC$.

Mặt khác $AD \parallel MC$ (do $AD \parallel BM$).

Suy ra ADCM là hình bình hành.

Hình bình hành ADCM có $\widehat{M} = 90^\circ$ nên ADCM là hình chữ nhật.



Hình 7

d) Hình chữ nhật ADCM là hình vuông khi $AC \perp MD$.

Mà $MD \parallel AB$, suy ra $AC \perp AB$. Do đó $\triangle ABC$ vuông tại A.

Vậy $\triangle ABC$ vuông cân tại A thì ADCM là hình vuông.

Bài 5. Cho hình chữ nhật ABCD ($AD < AB < 2AD$). Vẽ các tam giác vuông cân ABI, CDK ($\widehat{I} = \widehat{K} = 90^\circ$), I và K nằm trong ABCD. Gọi E là giao điểm của AI và DK, F là giao điểm của BI và CK. Chứng minh rằng:

a) EF song song với CD.

b) EKFI là hình vuông.

Giải

a) Tam giác CDK vuông cân tại K nên

$$\widehat{KDC} = \widehat{KCD} = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ.$$

Mà $\widehat{KDC} + \widehat{EDA} = 90^\circ$, suy ra $\widehat{EDA} = 45^\circ$;

$$\widehat{KCD} + \widehat{FCB} = 90^\circ, \text{ suy ra } \widehat{FCB} = 45^\circ.$$

Chứng minh tương tự, ta được:

$$\widehat{EAD} = 45^\circ \text{ và } \widehat{FBC} = 45^\circ.$$

Xét $\triangle EAD$ và $\triangle FBC$ có: $\widehat{EAD} = \widehat{FBC} = 45^\circ$;

$$AD = BC \text{ (ABCD là hình chữ nhật);}$$

$$\widehat{EDA} = \widehat{FCB} = 45^\circ.$$

Do đó $\triangle EAD = \triangle FBC$ (g.c.g). Suy ra $DE = CF$. (1)

Mặt khác, $\triangle CDK$ cân tại K nên $KD = KC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $KD - DE = KC - CF$ hay $KE = KF$.

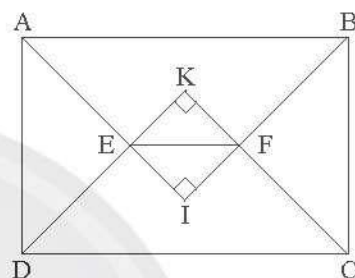
$\triangle KEF$ vuông tại K và có $KE = KF$ nên $\widehat{KEF} = 45^\circ$.

Ta lại có $\widehat{KDC} = 45^\circ$. Suy ra $EF \parallel CD$ (hai góc đồng vị bằng nhau).

b) $\triangle EAD$ có $\widehat{EDA} = \widehat{EAD} = 45^\circ$ nên $\widehat{AED} = 90^\circ$. Suy ra $\widehat{KEI} = \widehat{AED} = 90^\circ$ (hai góc đối đỉnh).

Tứ giác EKFI có $\widehat{KEI} = \widehat{EKF} = \widehat{EIF} = 90^\circ$ nên EKFI là hình chữ nhật.

Ta lại có $KE = KF$ (theo câu a), suy ra EKFI là hình vuông.



Hình 8

Bài 6. Cho tứ giác MNPQ có A, B, C, D theo thứ tự là trung điểm của các cạnh MN, NP, PQ, QM.

a) Chứng minh ABCD là hình bình hành.

b) Biết $MP \perp NQ$ và $MP = NQ$, chứng minh ABCD là hình vuông.

Giải

a) Theo Bài 4 trang 63, ta có:

$AB \parallel MP, AB = \frac{1}{2} MP$ và $DC \parallel MP, DC = \frac{1}{2} MP$.

Do đó $AB \parallel DC$ và $AB = DC$.

Vậy tứ giác ABCD là hình bình hành.

b) Theo Bài 4 trang 63, ta có $AD \parallel NQ$

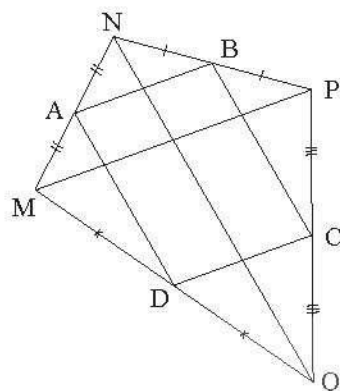
và $AD = \frac{1}{2} NQ$.

Vì $AB \parallel MP, AD \parallel NQ$ và $MP \perp NQ$ nên $AB \perp AD$
hay $\widehat{A} = 90^\circ$.

Hình bình hành ABCD có $\widehat{A} = 90^\circ$ nên ABCD là hình chữ nhật.

Vì $AB = \frac{1}{2} MP, AD = \frac{1}{2} NQ$ và $MP = NQ$ nên $AB = AD$.

Hình chữ nhật ABCD có hai cạnh kề bằng nhau nên ABCD là hình vuông.



Hình 9

C. BÀI TẬP

1. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Gọi M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$.

a) Chứng minh tứ giác ABDC là hình chữ nhật.

b) Gọi E là điểm đối xứng của A qua B. Chứng minh tứ giác BEDC là hình bình hành.

c) EM cắt BD tại K. Chứng minh $EK = 2KM$.

2. Cho tam giác DEF vuông tại D ($DE > DF$), DM là đường trung tuyến ($M \in EF$). Gọi MN là đường vuông góc kẻ từ M đến DE ($N \in DE$), MK là đường vuông góc kẻ từ M đến DF ($K \in DF$), H là điểm đối xứng với M qua N.

a) Tứ giác DKMN là hình gì? Vì sao?

b) Gọi O là trung điểm của DM. Chứng minh ba điểm H, O, F thẳng hàng.

c) Tam giác DEF cần thêm điều kiện gì để tứ giác DKMN là hình vuông?

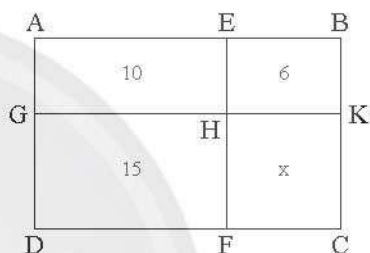
3. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 4$ cm, $AC = 8$ cm. Gọi E là trung điểm của AC, M là trung điểm của BC.

a) Tính EM.

b) Vẽ tia Bx song song với AC sao cho Bx cắt EM tại D. Chứng minh tứ giác ABDE là hình vuông.

c) Gọi I là giao điểm của BE và AD, K là giao điểm của BE và AM. Chứng minh tứ giác BDCE là hình bình hành và $DC = 6KI$.

4. Cho tam giác ABC cân tại A ($\hat{A} < 90^\circ$), các đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Tia phân giác của góc ABD cắt EC và AC lần lượt tại M và P. Tia phân giác của góc ACE cắt DB và AB lần lượt tại Q và N. Chứng minh rằng:
- $\widehat{ABD} = \widehat{ACE}$;
 - $BH = CH$;
 - Tam giác BOC vuông cân;
 - MNPQ là hình vuông.
5. Cho hình vuông ABCD. Lấy các điểm E, F, G, H theo thứ tự thuộc các cạnh AB, BC, CD, DA sao cho $AE = BF = CG = DH = a$, $BE = CF = DG = AH = b$.
- Tứ giác EFGH là hình gì?
 - Tính diện tích tứ giác EFGH theo a và b.
6. Trong hình chữ nhật có chu vi 100 m, hình nào có diện tích lớn nhất? Tính diện tích đó.
7. Hình chữ nhật ABCD được chia thành bốn hình chữ nhật nhỏ như Hình 10. Biết diện tích ba hình chữ nhật nhỏ lần lượt là 10 cm^2 , 15 cm^2 , 6 cm^2 . Tính diện tích x (cm^2) của hình chữ nhật nhỏ còn lại.



Hình 10

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 3

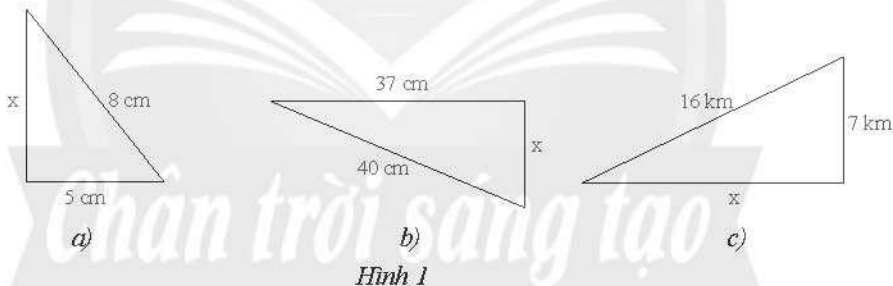
CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

- Cho tam giác MNP vuông tại M. Biết $MN = 40$, $MP = 9$. Độ dài cạnh NP bằng
A. 41. B. $\sqrt{1519}$. C. 1681. D. $\sqrt{41}$.
- Ba số nào sau đây không thể là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông?
A. 3; 4; 5. B. 5; 12; 13. C. 7; 24; 25. D. 9; 40; 42.
- Một tứ giác có số đo ba góc lần lượt bằng 80° , 40° , 100° . Số đo góc còn lại bằng
A. 80° . B. 120° . C. 240° . D. 140° .
- Cho hình thang cân có độ dài hai đáy lần lượt là 10 cm và 4 cm, độ dài cạnh bên là 5 cm. Hình thang đó có chiều cao là
A. 2 cm. B. 3 cm. C. 4 cm. D. 6 cm.
- Cho hình bình hành MNPQ có O là giao điểm của hai đường chéo. Biết $MN = 6$, $OM = 3$, $ON = 4$. Độ dài của MP, NQ, PQ lần lượt là
A. 6; 8; 6. B. 8; 6; 6. C. 6; 6; 8. D. 8; 8; 6.

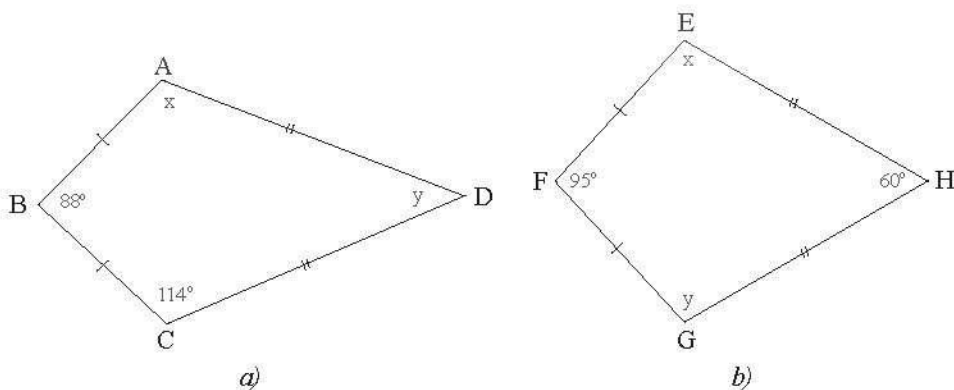
6. Cho hình thoi EFGH có hai đường chéo cắt nhau tại O. Biết $OE = 6$, $OF = 8$. Độ dài cạnh EF là
- A. 12. B. 16. C. 10. D. 100.
7. Một hình vuông có diện tích bằng diện tích của hình chữ nhật có hai cạnh bằng 2 cm và 18 cm. Độ dài cạnh của hình vuông bằng
- A. 9 cm. B. 6 cm. C. 36 cm. D. 12 cm.
8. Một hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{8}$ cm. Độ dài đường chéo của hình vuông bằng
- A. 4 cm. B. $2\sqrt{2}$ cm. C. 8 cm. D. $\sqrt{2}$ cm.
9. Một hình bình hành có thể không có tính chất nào sau đây?
- A. Hai cạnh đối bằng nhau.
B. Hai cạnh đối song song.
C. Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.
D. Hai đường chéo bằng nhau.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

10. Tính độ dài cạnh chưa biết của các tam giác vuông trong Hình 1.



11. Tìm số đo các góc chưa biết của các tứ giác trong Hình 2.



12. Cho tứ giác EKIT có $EK = ET$, $IK = IT$, $\widehat{KET} = 90^\circ$, $\widehat{EKI} = 105^\circ$. Gọi S là giao điểm của hai đường chéo. Tìm số đo các góc $\widehat{KIS}$, $\widehat{SKI}$.
13. Tính chiều cao của hình thang cân ABCD biết rằng cạnh bên $BC = 25$ cm và các cạnh đáy $AB = 10$ cm, $CD = 24$ cm.
14. Cho hình thang cân ABCD có $AB \parallel CD$, DB là tia phân giác của góc D, $DB \perp BC$. Biết $AB = 4$ cm. Tính chu vi hình thang đó.
15. Cho tam giác ABC cân tại A có $BC = 6$ cm. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC.
- Tính độ dài MN. Chứng minh MBCN là hình thang cân.
 - Gọi K là điểm đối xứng của B qua N. Chứng minh tứ giác ABCK là hình bình hành.
 - Gọi H là điểm đối xứng của P qua M. Chứng minh AHPB là hình chữ nhật.
 - Chứng minh AMPN là hình thoi.
16. Cho hình bình hành ABCD. Trên đường chéo BD lấy hai điểm M và N sao cho $BM = DN$.
- Chứng minh tứ giác AMCN là hình bình hành.
 - Xác định vị trí của điểm M để tia AM cắt BC tại trung điểm của BC.
17. Cho hình bình hành ABCD có O là giao điểm của hai đường chéo. Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AO, BO, CO, DO.
- Chứng minh tứ giác MNPQ là hình bình hành.
 - Chứng minh tứ giác ANCQ là hình bình hành.
18. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 2BC$. Gọi I là trung điểm của AB và K là trung điểm của CD. Chứng minh:
- AIKD và BIKC là hình vuông.
 - $IK = \frac{DC}{2}$ và $\widehat{DIK} = 90^\circ$.
19. Cho hình bình hành ABCD. Gọi DE, BK lần lượt là đường phân giác của hai góc $\widehat{ADB}$, $\widehat{DBC}$ ($E \in AB$, $K \in CD$)
- Chứng minh $DE \parallel BK$.
 - Giả sử $DE \perp AB$. Chứng minh $DA = DB$.
 - Trong trường hợp $DE \perp AB$, tìm số đo của $\widehat{ADB}$ để tứ giác DEBK là hình vuông.

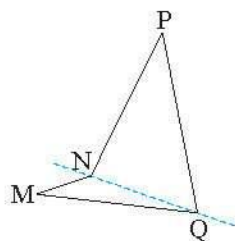
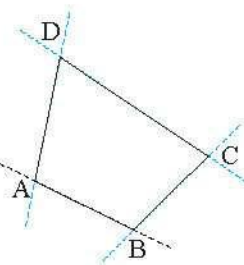
LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài 1. ĐỊNH LÝ PYTHAGORE

- $NP = \sqrt{MN^2 + MP^2} = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$;
 - $MP = \sqrt{NP^2 - MN^2} = \sqrt{29^2 - 20^2} = 21$;
 - $MN = \sqrt{NP^2 - MP^2} = \sqrt{61^2 - 11^2} = 60$.
- Ta có $EG^2 = 37^2 = 35^2 + 12^2 = EF^2 + FG^2$, suy ra tam giác EFG vuông tại F.
 - Ta có $FG^2 = 85^2 = 77^2 + 36^2 = EF^2 + EG^2$, suy ra tam giác EFG vuông tại E.
 - Ta có $EF^2 = 13^2 = 12^2 + 5^2 = FG^2 + EG^2$, suy ra tam giác EFG vuông tại G.
- Tam giác ABC cân tại B nên đường cao BH cũng là đường trung tuyến.
Suy ra $AH = \frac{AC}{2} = \frac{4}{2} = 2$ (cm).
Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác ABH vuông tại H, ta có:
 $BH^2 = BA^2 - AH^2 = 9^2 - 2^2 = 77$. Suy ra $BH = \sqrt{77}$ (cm).
- $x = \sqrt{167} \approx 13$ (cm).
- $x = \sqrt{1,7^2 + 1,3^2} \approx 2,1$;
 - $x = \sqrt{51^2 - 35^2} \approx 37$;
 - $x = \sqrt{19^2 + 9^2} \approx 21$.
- Vì $41^2 \neq 40^2 + 8^2$ nên Hình 8a không là tam giác vuông.
 - Vì $65^2 = 52^2 + 39^2$ nên Hình 8b là tam giác vuông.
 - Vì $65^2 \neq 58^2 + 28^2$ nên Hình 8c không là tam giác vuông.
- $x = \sqrt{9^2 - 1,5^2} \approx 8,9$ (m).
- $c = \sqrt{10,2^2 + 5,2^2} \approx 11,4$ (km).

Bài 2. TỨ GIÁC

- Tứ giác ABCD luôn nằm trong cùng một phần mặt phẳng được phân chia bởi đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác nên ABCD là tứ giác lồi.
 - Đường thẳng đi qua cạnh NQ của tứ giác MNPQ chia tứ giác thành hai phần nên MNPQ không phải là tứ giác lồi.



2. Hình 11a: $x = 360^\circ - 128^\circ - 86^\circ - 47^\circ = 99^\circ$;

Hình 11b: $x = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 67^\circ = 113^\circ$;

Hình 11c: $x = 360^\circ - 146^\circ - 34^\circ - 34^\circ = 146^\circ$.

3. a) $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65}$;

$BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = \sqrt{4^2 + 10^2} = \sqrt{116}$; $BC = 5$.

b) $\widehat{C} = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 53^\circ = 127^\circ$.

4. Ta có $\triangle IKE = \triangle ITE$ (c.c.c).

Suy ra $\widehat{EKI} = \widehat{ETI} = \frac{360^\circ - 90^\circ - 70^\circ}{2} = 100^\circ$.

5. Xét $\triangle AIB$, ta có:

$\widehat{AIB} + \widehat{IAB} + \widehat{IBA} = 180^\circ$.

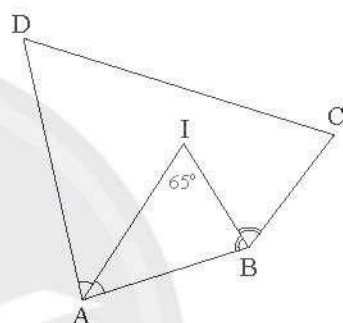
Mà $\widehat{AIB} = 65^\circ$ suy ra $\widehat{IAB} + \widehat{IBA} = 115^\circ$.

Do đó $\widehat{A} + \widehat{B} = \widehat{DAB} + \widehat{ABC} = 2 \cdot (\widehat{IAB} + \widehat{IBA}) = 230^\circ$.

Xét tứ giác ABCD, ta có: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 360^\circ$.

Suy ra $\widehat{C} + \widehat{D} = 130^\circ$. Mặt khác $\widehat{C} - \widehat{D} = 10^\circ$.

Do đó $\widehat{C} = (130^\circ + 10^\circ) : 2 = 70^\circ$ và $\widehat{D} = 70^\circ - 10^\circ = 60^\circ$.

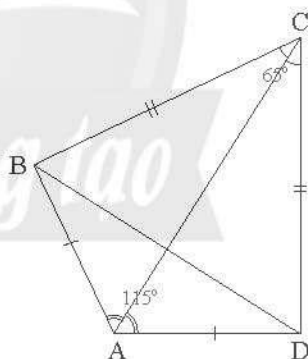


6. a) Ta có:

$AB = AD$ (giả thiết), suy ra A thuộc đường trung trực của BD;

$CB = CD$ (giả thiết), suy ra C thuộc đường trung trực của BD.

Vậy AC là đường trung trực của BD.



b) Xét $\triangle ABC$ và $\triangle ADC$, ta có: $AB = AD$ (giả thiết);

$BC = DC$ (giả thiết);

AC là cạnh chung.

Suy ra $\triangle ABC = \triangle ADC$ (c.c.c). Do đó $\widehat{B} = \widehat{D}$.

Xét tứ giác ABCD, ta có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 360^\circ$.

Suy ra $115^\circ + \widehat{B} + 65^\circ + \widehat{D} = 360^\circ$ hay $\widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$.

Mà $\widehat{B} = \widehat{D}$ (chứng minh trên) nên $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$.

7. Áp dụng định lý Pythagore vào bốn tam giác AIB, BIC, CID và DIA vuông tại I, ta có:

$$AB^2 + CD^2 = IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2$$

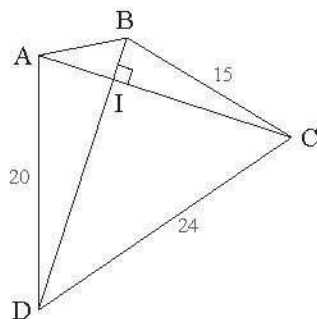
$$AB^2 + CD^2 = (IB^2 + IC^2) + (IA^2 + ID^2)$$

$$AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$$

$$AB^2 + 24^2 = 15^2 + 20^2$$

$$AB^2 = 49$$

$$AB = 7 \text{ (cm)}.$$



8. Vẽ tứ giác ABCD. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD.

Theo bất đẳng thức tam giác, ta có:

$$IA + IB > AB;$$

$$IB + IC > BC;$$

$$IC + ID > CD;$$

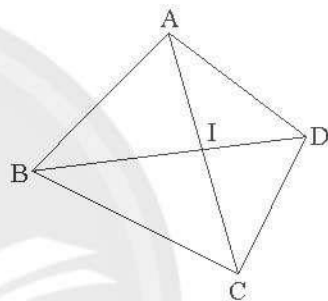
$$IA + ID > AD.$$

Suy ra

$$2(IA + IB + IC + ID) > AB + BC + CD + AD.$$

$$\text{Suy ra } 2(AC + BD) > AB + BC + CD + AD.$$

$$\text{Vậy } AC + BD > \frac{AB + BC + CD + DA}{2}.$$



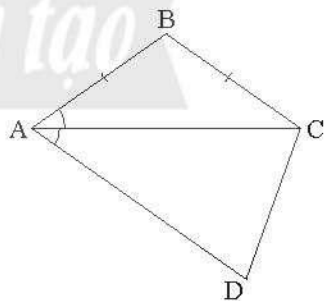
Bài 3. HÌNH THANG – HÌNH THANG CÂN

1. Ta có $AB = BC$ nên $\triangle ABC$ cân tại B, suy ra $\widehat{BAC} = \widehat{BCA}$.

Mặt khác, $\widehat{BAC} = \widehat{DAC}$ (AC là tia phân giác của $\widehat{BAD}$).

Suy ra $\widehat{BCA} = \widehat{DAC}$, do đó $BC \parallel AD$.

Vậy tứ giác ABCD là hình thang.



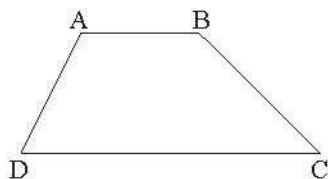
2. Ta có: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 360^\circ$;

$$\widehat{A} + \widehat{D} = \widehat{B} + \widehat{C}.$$

Do đó $2 \cdot (\widehat{A} + \widehat{D}) = 360^\circ$ hay $\widehat{A} + \widehat{D} = 180^\circ$.

Suy ra $AB \parallel CD$.

Vậy tứ giác ABCD là hình thang.

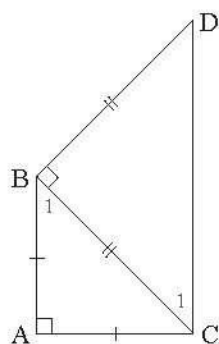


3. Ta có $\triangle ABC$ vuông cân tại A, $\triangle BCD$ vuông cân tại B suy ra $\widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 = 45^\circ$.

Vì $\widehat{B}_1$ và $\widehat{C}_1$ là hai góc ở vị trí so le trong nên $AB \parallel CD$.

Vậy tứ giác ABDC là hình thang.

Hình thang ABDC có $\widehat{A} = 90^\circ$ nên ABDC là hình thang vuông.



4. Gọi E là giao điểm của AC và BD.

Trong $\triangle ECD$, ta có $\widehat{C}_1 = \widehat{D}_1$ nên $\triangle ECD$ cân tại E, suy ra $EC = ED$. (1)

Ta có:

$\widehat{EBA} = \widehat{D}_1$ (hai góc so le trong);

$\widehat{EAB} = \widehat{C}_1$ (hai góc so le trong);

$\widehat{D}_1 = \widehat{C}_1$ (giả thiết).

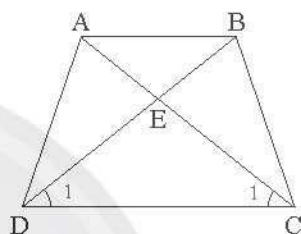
Suy ra $\widehat{EBA} = \widehat{EAB}$, do đó $\triangle BEA$ cân tại E.

Suy ra $AE = BE$. (2)

Ta có: $AC = AE + EC$; $BD = BE + ED$. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $AC = BD$.

Hình thang ABCD có hai đường chéo bằng nhau nên ABCD là hình thang cân.



5. Xét $\triangle AMN$ có $AM = AN$ (giả thiết).

Do đó $\triangle AMN$ cân tại A, suy ra $\widehat{M}_1 = \frac{180^\circ - \widehat{A}_2}{2}$.

Vì $\triangle ABC$ cân tại A nên $\widehat{B}_1 = \frac{180^\circ - \widehat{A}_1}{2}$.

Mặt khác $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$ (hai góc đối đỉnh) nên $\widehat{B}_1 = \widehat{M}_1$.

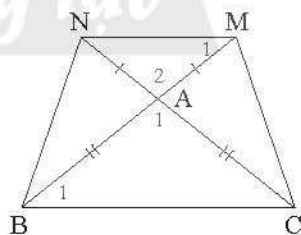
Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $MN \parallel BC$.

Vậy tứ giác MNBC là hình thang. (1)

Mặt khác, $AB = AC$; $AM = AN$.

Suy ra $AB + AM = AC + AN$, do đó $MB = NC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra MNBC là hình thang cân.



6. Xét $\triangle BEC$ vuông tại E và $\triangle CDB$ vuông tại D, ta có:

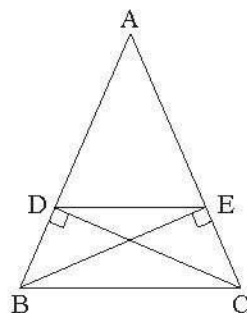
BC là cạnh chung; $\widehat{ECB} = \widehat{DBC}$.

Do đó $\triangle BEC = \triangle CDB$ (cạnh huyền – góc nhọn),

suy ra $EC = BD$.

Mà $AC = AB$ nên $AC - EC = AB - BD$

hay $AE = AD$.



$$\text{Do đó } \triangle ADE \text{ cân tại A suy ra } \widehat{ADE} = \widehat{AED} = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2}. \quad (1)$$

$$\text{Vì } \triangle ABC \text{ cân tại A nên } \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{C} = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ADE} = \widehat{ABC}$.

Do đó $DE \parallel BC$ (hai góc đồng vị bằng nhau). Suy ra tứ giác BDEC là hình thang.

Hình thang BDEC có $\widehat{B} = \widehat{C}$ nên là hình thang cân.

Bài 4. HÌNH BÌNH HÀNH – HÌNH THOI

1. Xét $\triangle DON$ và $\triangle BOM$, ta có:

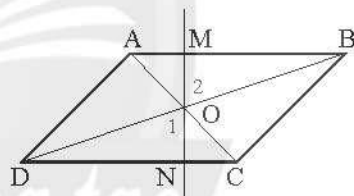
$\widehat{ODN} = \widehat{OBM}$ (hai góc so le trong);

$OD = OB$ (tính chất đường chéo của hình bình hành);

$\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$ (hai góc đối đỉnh).

Suy ra $\triangle DON = \triangle BOM$ (g.c.g).

Do đó $OM = ON$. Vậy O là trung điểm của MN.



2. a) Vì $AB \parallel CD$ nên $\widehat{ABD} = \widehat{CDB}$ (hai góc so le trong), suy ra $\widehat{ABH} = \widehat{CDK}$.

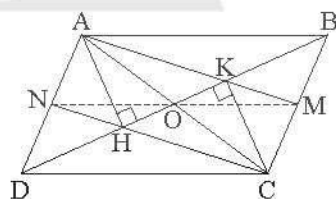
Xét $\triangle AHB$ vuông tại H và $\triangle CKD$ vuông tại K, ta có: $AB = CD$ (ABCD là hình bình hành);

$\widehat{ABH} = \widehat{CDK}$ (chứng minh trên).

Suy ra $\triangle AHB = \triangle CKD$ (cạnh huyền – góc nhọn), do đó $AH = CK$ (hai cạnh tương ứng).

Ta có: $AH \perp BD$, $CK \perp BD$ suy ra $AH \parallel CK$.

Tứ giác AHCK có: $AH \parallel CK$, $AH = CK$. Suy ra tứ giác AHCK là hình bình hành.



b) Vì AHCK là hình bình hành nên $AK \parallel CH$, suy ra $AM \parallel CN$. (1)

Hơn nữa, ABCD là hình bình hành và $N \in AD$, $M \in BC$, suy ra $AN \parallel CM$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra ANCM là hình bình hành. Vậy $AN = CM$.

c) Tứ giác AHCK là hình bình hành có hai đường chéo AC, HK cắt nhau tại trung điểm O của HK nên O cũng là trung điểm của AC.

Tứ giác ANCM là hình bình hành có hai đường chéo AC, NM cắt nhau tại trung điểm O của AC nên O cũng là trung điểm của MN. Vậy O, M, N thẳng hàng.

3. Xét $\triangle AOM$ và $\triangle CON$, ta có:

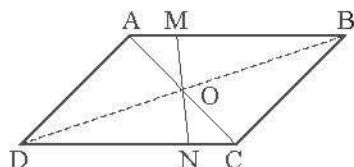
$\widehat{AMO} = \widehat{CNO}$ (hai góc so le trong);

$AM = CN$ (giả thiết);

$\widehat{MAO} = \widehat{NCO}$ (hai góc so le trong).

Do đó $\triangle AOM = \triangle CON$ (g.c.g). Suy ra $OA = OC$.

Xét hình bình hành ABCD có O là trung điểm của đường chéo AC nên O cũng là trung điểm của đường chéo BD. Do đó ba điểm B, O, D thẳng hàng.



4. a) Vì ABCD là hình bình hành nên $AB = CD$ và

$AB \parallel CD$.

Suy ra $\widehat{ABM} = \widehat{CDN}$ (hai góc so le trong).

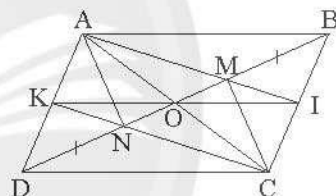
Xét $\triangle AMB$ và $\triangle CND$, ta có:

$AB = CD$ (chứng minh trên);

$\widehat{ABM} = \widehat{CDN}$ (chứng minh trên);

$BM = DN$ (giả thiết).

Suy ra $\triangle AMB = \triangle CND$ (c.g.c).



b) Ta có $\triangle AMB = \triangle CND$ (theo câu a), suy ra $AM = CN$ (hai cạnh tương ứng). (1)

Xét $\triangle ABN$ và $\triangle CDM$, ta có: $AB = CD$ (chứng minh trên);

$\widehat{ABN} = \widehat{CDM}$ (hai góc so le trong);

$BN = DM$ ($= \frac{2}{3} BD$).

Suy ra $\triangle ABN = \triangle CDM$ (c.g.c), suy ra $AN = CM$ (hai cạnh tương ứng). (2)

Từ (1) và (2) suy ra AMCN là hình bình hành.

c) Vì AMCN là hình bình hành nên $OA = OC$.

$\triangle ABC$ có $OA = OC$, suy ra BO là đường trung tuyến của $\triangle ABC$.

Ta lại có: $BM = \frac{1}{3}BD$, $BO = \frac{1}{2}BD$.

Suy ra $BM = \frac{2}{3}BO$, do đó M là trọng tâm của ΔABC .

Khi đó $AM = \frac{2}{3}AI$, $MI = \frac{1}{3}AI$. Vậy $AM = 2MI$.

d) Vì AMCN là hình bình hành nên $AM \parallel CN$. Mà $M \in AI$, $N \in CK$,
suy ra $AI \parallel CK$. (3)

Hơn nữa, $AD \parallel BC$ và $K \in AD$, $I \in BC$. Do đó $AK \parallel CI$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra AKCI là hình bình hành. Mà O là trung điểm của AC,
suy ra O cũng là trung điểm của KI hay I và K đối xứng với nhau qua O.

5. a) Ta có: $MF \perp CE$, $AB \perp CE$,

suy ra $MN \parallel AB \parallel CD$.

Xét tứ giác MDCN ta có: $MD \parallel NC$ ($AD \parallel BC$;
 $M \in AD$, $N \in BC$) và $MN \parallel CD$ (chứng minh trên).

Do đó tứ giác MDCN là hình bình hành.

Mặt khác $MD = \frac{1}{2}AD = CD$ (giả thiết).

Suy ra hình bình hành MDCN là hình thoi.

b) Xét tứ giác ADCE ta có $AE \parallel CD$ (theo câu a).

Do đó, tứ giác ADCE là hình thang với hai đáy AE và CD.

Xét hình thang ADCE có:

M là trung điểm AD (giả thiết);

$AE \parallel MF \parallel CD$ (theo câu a).

Theo chứng minh ở Bài 5 trang 63 ta có F là trung điểm của CE.

Xét ΔEMC có MF là đường trung tuyến ứng với cạnh CE và $MF \perp CE$ (giả thiết).

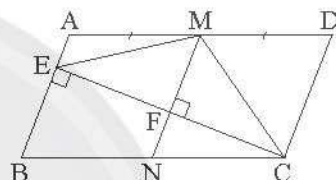
Do đó ΔEMC cân tại M.

c) Tứ giác MDCN là hình thoi nên $\widehat{NMD} = 2\widehat{NMC}$ (tính chất đường chéo của hình thoi).

Ta có $\widehat{BAD} = \widehat{NMD} = 2\widehat{NMC} = 2\widehat{EMF}$. (1)

Ta lại có $\widehat{AEM} = \widehat{EMF}$ (hai góc so le trong). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BAD} = 2\widehat{AEM}$.



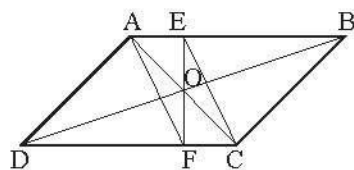
6. Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên O là trung điểm của AC và BD . (1)

Xét hình bình hành $AECF$ có O là trung điểm của AC (chứng minh trên).

Suy ra O là trung điểm của EF . (2)

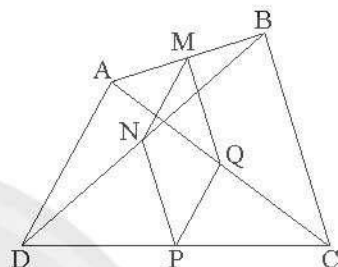
Từ (1) và (2) suy ra ba đường thẳng EF , AC , BD đồng quy tại O .



7. Xét $\triangle ABD$ ta có M , N lần lượt là trung điểm của AB , BD (giả thiết).

Theo Bài 4 trang 63, ta có $MN \parallel AD$ và $MN = \frac{AD}{2}$.

Xét $\triangle ACD$ ta có P , Q lần lượt là trung điểm của DC , AC (giả thiết).



Theo Bài 4 trang 63, ta có $PQ \parallel AD$ và $PQ = \frac{AD}{2}$.

Xét tứ giác $MNPQ$ ta có $MN \parallel PQ$ (vì cùng song song với AD)

và $MN = PQ (= \frac{AD}{2})$. Suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Nhận xét: Ta cũng có thể chứng minh tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành bằng cách chứng minh các cạnh đối song song hoặc các cạnh đối bằng nhau.

8. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $OA = OC$ và $OB = OD$.

Ta có: $ON = \frac{1}{2} OD$ (N là trung điểm của OD);

$OM = \frac{1}{2} OB$ (M là trung điểm của OB);

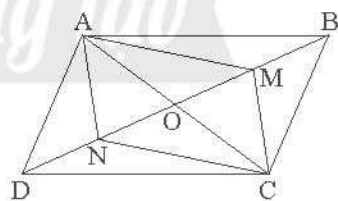
$OB = OD$ (chứng minh trên).

Suy ra $OM = ON$.

Xét tứ giác $AMCN$ ta có: $OM = ON$ (chứng minh trên);

$OA = OC$ (chứng minh trên).

Do đó, tứ giác $AMCN$ là hình bình hành.



Bài 5. HÌNH CHỮ NHẬT – HÌNH VUÔNG

1. a) Xét tứ giác ABDC có:

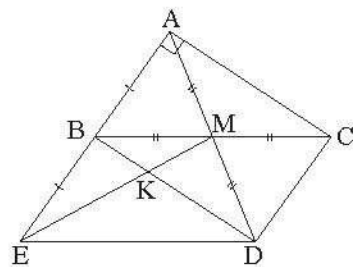
$$AM = MD \quad (M \in AD);$$

$$BM = MC \quad (M \in BC).$$

Suy ra tứ giác ABDC là hình bình hành.

Ta lại có $\widehat{BAC} = 90^\circ$ (giả thiết).

Do đó, tứ giác ABDC là hình chữ nhật.



b) Tứ giác ABDC là hình chữ nhật (theo câu a), suy ra $AB = CD$ và $AB \parallel CD$.

Do E đối xứng với A qua B nên B, A, E thẳng hàng và $AB = BE$.

Vì $AB \parallel CD$ nên $BE \parallel CD$.

Vì $AB = CD$ và $AB = BE$ nên $CD = BE$.

Xét tứ giác BEDC có $BE \parallel CD$ và $BE = CD$. Suy ra tứ giác BEDC là hình bình hành.

c) $\triangle AED$ có hai đường trung tuyến EM và DB cắt nhau tại K, nên K là trọng tâm của tam giác EAD. Suy ra $EK = \frac{2}{3}EM$ hay $EK = 2KM$.

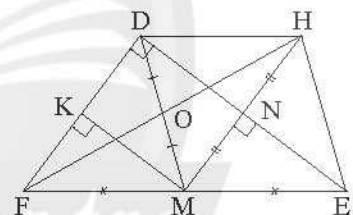
2. a) Tứ giác DKMN có $\widehat{KDN} = 90^\circ$; $\widehat{MKD} = 90^\circ$;
 $\widehat{MND} = 90^\circ$ nên DKMN là hình chữ nhật.

b) $\triangle DEF$ vuông tại D và DM là đường trung tuyến

ứng với cạnh huyền nên $MD = \frac{1}{2}EF = ME$.

Suy ra $\triangle MDE$ cân tại M.

Ta lại có $MN \perp DE$ tại N, suy ra $ND = NE = \frac{DE}{2}$.



Tứ giác DHEM có: $ND = NE = \frac{DE}{2}$;

$$NH = NM = \frac{HM}{2} \quad (H \text{ là điểm đối xứng với } M \text{ qua } N).$$

Suy ra DHEM là hình bình hành. Suy ra $DH \parallel ME$ và $DH = ME$.

Mà M là trung điểm EF nên $DH \parallel MF$ và $DH = MF$.

Do đó, tứ giác DHMF là hình bình hành.

Hơn nữa, O là trung điểm của DM, suy ra O cũng là trung điểm của HF.

Vậy H, O, F thẳng hàng.

4. a) Ta có:

$\triangle ABD$ vuông tại D, suy ra $\widehat{ABD} + \widehat{BAC} = 90^\circ$;

$\triangle AEC$ vuông tại E, suy ra $\widehat{ACE} + \widehat{BAC} = 90^\circ$.

Do đó $\widehat{ABD} = \widehat{ACE}$.

b) $\triangle ABC$ cân tại A nên $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

Mà $\widehat{ABD} = \widehat{ACE}$ (theo câu a).

Suy ra $\widehat{ABC} - \widehat{ABD} = \widehat{ACB} - \widehat{ACE}$

hay $\widehat{B}_3 = \widehat{C}_3$.

Suy ra $\triangle HBC$ cân tại H. Do đó $BH = CH$.

c) Ta có $\widehat{B}_2 = \frac{1}{2} \widehat{ABD}$ và $\widehat{C}_2 = \frac{1}{2} \widehat{ACE}$, mà $\widehat{ABD} = \widehat{ACE}$, suy ra $\widehat{B}_2 = \widehat{C}_2$.

$\triangle OBC$ có $\widehat{B}_3 = \widehat{C}_3$, $\widehat{B}_2 = \widehat{C}_2$ nên $\widehat{B}_3 + \widehat{B}_2 = \widehat{C}_3 + \widehat{C}_2$ hay $\widehat{OBC} = \widehat{OCB}$.

Suy ra $\triangle OBC$ cân tại O. (1)

Mặt khác, vì $\widehat{C}_2 = \widehat{B}_1$ nên ta có

$\widehat{B}_2 + \widehat{B}_3 + \widehat{C}_3 + \widehat{C}_2 = \widehat{B}_2 + \widehat{B}_3 + \widehat{B}_1 + \widehat{C}_3 = 180^\circ - \widehat{BEC} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

Suy ra $\widehat{BOC} = 90^\circ$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\triangle OBC$ vuông cân tại O.

d) Tam giác OBC cân tại O nên $OB = OC$. (3)

Xét $\triangle BMH$ và $\triangle CQH$ có: $\widehat{B}_2 = \widehat{C}_2$ (theo câu b);

$BH = HC$ ($\triangle HBC$ cân tại H);

$\widehat{BHM} = \widehat{CHQ}$ (hai góc đối đỉnh).

Do đó $\triangle BMH = \triangle CQH$ (g.c.g). Suy ra $BM = CQ$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra $OB - BM = OC - CQ$ hay $OM = OQ$. (5)

Mà $\triangle BNQ$ có BO là đường cao cũng đường phân giác nên $\triangle BNQ$ cân tại B.

Suy ra BO cũng là đường trung tuyến, nên O là trung điểm của QN

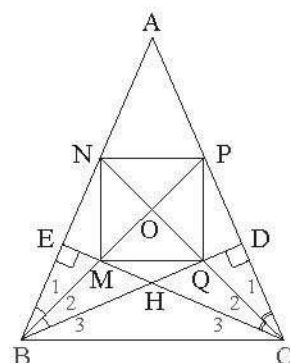
hay $ON = OQ$. (6)

Chứng minh tương tự, ta được $OP = OM$. (7)

Từ (5), (6), (7) suy ra $OM = ON = OQ = OP$.

Suy ra $ON + OQ = OM + OP$ hay $NQ = MP$.

Xét tứ giác $MNPQ$ có: $OM = OP$ và $OQ = ON$.



Do đó, tứ giác MNPQ là hình bình hành.

Mà $NQ = MP$ nên MNPQ là hình chữ nhật.

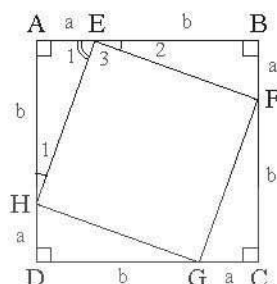
Ta lại có $MP \perp NQ$ nên MNPQ là hình vuông.

5. a) Ta có $\triangle HAE = \triangle EBF = \triangle FCG = \triangle GDH$ (c.g.c) nên

$HE = EF = FG = GH$, suy ra EFGH là hình thoi.

Ta lại có $\widehat{E}_1 + \widehat{E}_2 = \widehat{E}_1 + \widehat{H}_1 = 90^\circ$ nên $\widehat{E}_3 = 90^\circ$.

Hình thoi EFGH có $\widehat{E}_3 = 90^\circ$ nên EFGH là hình vuông.



b) $S_{ABCD} = AB^2 = (a+b)^2$.

(1)

$$S_{\triangle HAE} = \frac{1}{2} AE \cdot AH = \frac{1}{2} ab \text{ nên}$$

$$S_{\triangle HAE} + S_{\triangle EBF} + S_{\triangle FCG} + S_{\triangle GDH} = \frac{1}{2} ab \cdot 4 = 2ab.$$

(2)

Từ (1) và (2) suy ra $S_{EFGH} = (a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$.

6. Gọi một kích thước của hình chữ nhật là x (m), kích thước kia là $50 - x$ (m).

Diện tích hình chữ nhật là

$$S = x(50 - x) = -x^2 + 50x = -(x - 25)^2 + 625 \leq 625.$$

Giá trị lớn nhất của S bằng 625 tại $x = 25$.

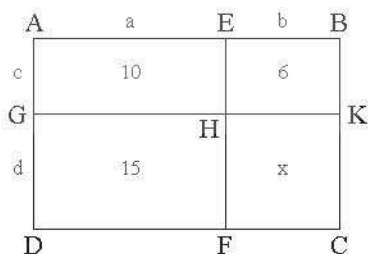
Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật bằng 625 m^2 , khi đó hình chữ nhật là hình vuông có cạnh dài 25 m.

7. Đặt $AE = a$; $EB = b$; $AG = c$; $GD = d$.

Ta có: $ac = 10$, $bc = 6$, $ad = 15$,

suy ra $(ac)^2 bd = 900$, suy ra $bd = 9$.

Vậy $x = bd = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$.



BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 3

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. A 2. D 3. D 4. C 5. A 6. C 7. B 8. A 9. D

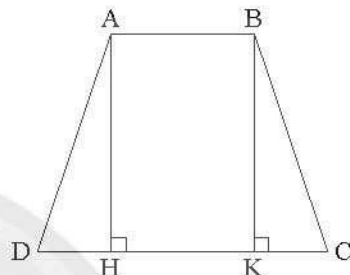
BÀI TẬP TỰ LUẬN

10. a) $x = \sqrt{39}$ (cm); b) $x = \sqrt{231}$ (cm); c) $x = 3\sqrt{23}$ (km).
 11. a) $x = 114^\circ$; $y = 44^\circ$; b) $x = y = 102,5^\circ$.
 12. $\widehat{SKI} = 60^\circ$, $\widehat{KIS} = 30^\circ$.

13. Từ A, B lần lượt kẻ AH, BK vuông góc với CD ($H, K \in CD$).

Xét tứ giác ABKH có: $AB \parallel HK$ (vì $AB \parallel CD$),
 $AH \parallel BK$ (cùng vuông góc với CD).

Do đó, tứ giác ABKH là hình bình hành. Suy ra
 $HK = AB = 10$ cm.



Xét $\triangle ADH$ vuông tại H và $\triangle BCK$ vuông tại K, ta có: $\widehat{D} = \widehat{C}$;
 $AD = BC$ (ABCD là hình thang cân).

Do đó $\triangle ADH = \triangle BCK$ (cạnh huyền – góc nhọn).

Suy ra $DH = CK$.

Ta có $DH + HK + CK = CD$ hay $10 + 2CK = 24$, suy ra $CK = 7$ cm.

Xét $\triangle BCK$ vuông tại K, ta có

$BC^2 = BK^2 + CK^2$ hay $25^2 = BK^2 + 7^2$, suy ra $BK = 24$ cm.

14. $AB \parallel CD$ nên $\widehat{B}_1 = \widehat{D}_2$ (hai góc so le trong).

DB là tia phân giác của góc D (giả thiết) nên
 $\widehat{D}_1 = \widehat{D}_2$. Do đó $\widehat{B}_1 = \widehat{D}_1$.

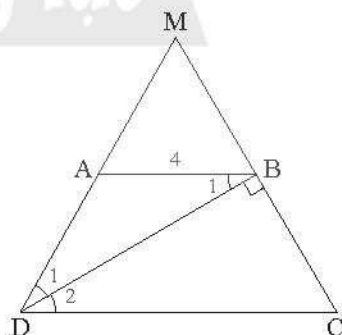
Suy ra $\triangle ABD$ cân tại A, suy ra $AD = AB = 4$ cm.

Mà ABCD là hình thang cân, nên $BC = AD = 4$ cm.

Gọi M là giao điểm của AD và BC. Xét $\triangle MDC$ có DB là tia phân giác của góc D và DB cũng là đường cao hạ từ đỉnh D nên $\triangle BDC$ là tam giác đều.

Suy ra $DC = MC = 2BC = 8$ cm.

Vậy chu vi hình thang là $AB + BC + CD + DA = 20$ cm.



15. a) ΔABC có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC (giả thiết). Theo Bài 4 trang 63, ta có:

$$MN \parallel BC \text{ và } MN = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3 \text{ (cm)}.$$

Xét tứ giác MBCN có $MN \parallel BC$ (chứng minh trên).

Do đó, tứ giác MBCN là hình thang có hai đáy là MN, BC.

Ta lại có $\widehat{B} = \widehat{C}$ (ΔABC cân tại A).

Suy ra hình thang MBCN là hình thang cân.

b) Xét tứ giác ABCK có:

N là trung điểm của AC (giả thiết);

N là trung điểm của BK (K là điểm đối xứng của B qua N).

Do đó, tứ giác ABCK là hình bình hành.

c) Xét tứ giác AHBP có:

M là trung điểm của AB (giả thiết);

M là trung điểm của HP (H là điểm đối xứng của P qua M).

Do đó, tứ giác AHBP là hình bình hành. (1)

ΔABC cân tại A có AP là đường trung tuyến ứng với cạnh BC.

Do đó $AP \perp BC$ tại P, suy ra $\widehat{APB} = 90^\circ$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra AHBP là hình chữ nhật.

d) ΔABC có M, P lần lượt là trung điểm của AB, BC (giả thiết).

Theo Bài 4 trang 63, ta có:

$$MP \parallel AC \text{ và } MP = \frac{1}{2}AC \text{ hay } MP \parallel AN \text{ (N} \in AC) \text{ và } MP = AN \text{ (= } \frac{1}{2}AC).$$

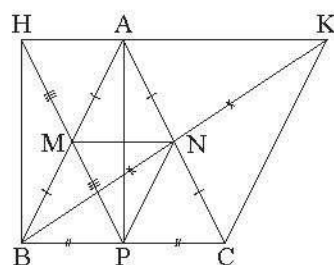
Xét tứ giác AMPN có: $MP = AN$ (chứng minh trên);

$MP \parallel AN$ (chứng minh trên).

Do đó, tứ giác AMPN là hình bình hành. (3)

Mặt khác, $AM = \frac{1}{2}AB$, $AN = \frac{1}{2}AC$ và $AB = AC$ nên $AM = AN$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra AMPN là hình thoi.



16. a) Xét $\triangle ABM$ và $\triangle CDN$ có:

$AB = CD$ (ABCD là hình bình hành);

$\widehat{B_1} = \widehat{D_1}$ (hai góc so le trong);

$BM = DN$ (giả thiết).

Vậy $\triangle ABM = \triangle CDN$ (c.g.c). Suy ra $AM = CN$.

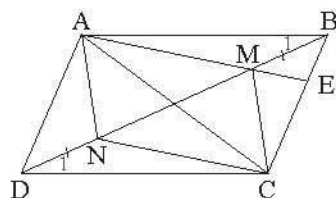
Chứng minh tương tự, ta được $\triangle AND = \triangle CMB$ (c.g.c). Suy ra $AN = CM$.

Xét tứ giác AMCN có: $AM = CN$ (chứng minh trên) và $AN = CM$ (chứng minh trên).

Do đó, tứ giác AMCN là hình bình hành.

b) Gọi E là giao điểm của tia AM và BC. Xét $\triangle BNC$ có $ME \parallel CN$.

Để $EB = EC$ thì $BM = MN$ hay $BM = \frac{1}{3}BD$ (vì $BM = DN$).



17. a) Ta có M, N lần lượt là trung điểm của AO, BO.

Theo Bài 4 trang 63, ta có:

$$MN \parallel AB, MN = \frac{1}{2}AB. \quad (1)$$

$$\text{Tương tự, ta cũng có } QP \parallel DC, QP = \frac{1}{2}DC. \quad (2)$$

$$\text{Mà } AB \parallel DC, AB = DC \text{ (tứ giác ABCD là hình bình hành).} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra $MN \parallel QP, MN = QP$.

Vậy tứ giác MNPQ là hình bình hành.

b) Xét $\triangle ANB$ và $\triangle CQD$ có:

$AB = CD$ (ABCD là hình bình hành);

$\widehat{ABN} = \widehat{CDQ}$ (hai góc so le trong);

$BN = DQ (= \frac{1}{4}BD)$ (vì $OB = OD, NO = NB, QO = QD$).

$$\text{Do đó } \triangle ANB = \triangle CQD \text{ (c.g.c). Suy ra } AN = CQ. \quad (4)$$

Xét $\triangle AQD$ và $\triangle CNB$ có:

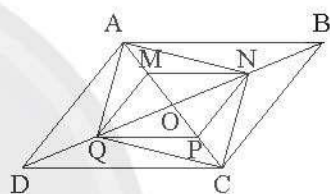
$AD = BC$ (ABCD là hình bình hành);

$\widehat{ADQ} = \widehat{CBN}$ (hai góc so le trong);

$$DQ = BN (= \frac{1}{4}BD).$$

$$\text{Do đó } \triangle AQD = \triangle CNB \text{ (c.g.c). Suy ra } AQ = CN. \quad (5)$$

Từ (4) và (5) suy ra ANCQ là hình bình hành.



18. a) Vì I là trung điểm của AB nên

$$IA = IB = \frac{1}{2} AB. \quad (1)$$

Vì K là trung điểm của CD nên

$$KD = KC = \frac{1}{2} CD. \quad (2)$$

Vì ABCD là hình chữ nhật nên $AB = CD$. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $IA = IB = KC = KD (= \frac{1}{2} AB)$.

Ta có $AB = 2BC$,

suy ra $BC = \frac{1}{2} AB$, suy ra $IA = IB = KC = KD = BC = AD (= \frac{1}{2} AB)$.

Xét tứ giác AIKD có: $AI \parallel DK$ (vì ABCD là hình chữ nhật);

$AI = DK$ (chứng minh trên).

Suy ra tứ giác AIKD là hình bình hành.

Ta lại có $IA = AD$ nên AIKD là hình thoi.

Mà $\widehat{A} = 90^\circ$ nên AIKD là hình vuông.

Xét tứ giác BIKC có: $BI \parallel CK$ (vì ABCD là hình chữ nhật);

$BI = CK$ (chứng minh trên).

Nên tứ giác BIKC là hình bình hành.

Lại có $IB = BC$ nên BIKC là hình thoi.

Mà $\widehat{B} = 90^\circ$ nên BIKC là hình vuông.

b) Vì AIKD là hình vuông nên $IK = AD = BC = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} CD$.

Suy ra $IK = \frac{1}{2} CD$.

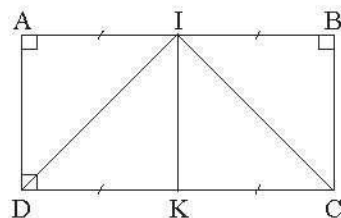
Vì AIKD là hình vuông nên ID là đường phân giác của $\widehat{AIK}$.

$$\text{Suy ra } \widehat{DIK} = \frac{\widehat{AIK}}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ.$$

Vì BIKC là hình vuông nên IC là đường phân giác của $\widehat{BIK}$.

$$\text{Suy ra } \widehat{CIK} = \frac{\widehat{BIK}}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ. \text{ Do đó } \widehat{DIC} = \widehat{DIK} + \widehat{CIK} = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ.$$

Vậy $\widehat{DIC} = 90^\circ$.



19. a) Ta có ABCD là hình bình hành nên $AD \parallel BC$. Suy ra $\widehat{ADB} = \widehat{DBC}$ (hai góc so le trong).

$$\text{Do đó } \frac{\widehat{ADB}}{2} = \frac{\widehat{DBC}}{2},$$

suy ra $\widehat{EDB} = \widehat{KBD}$.

Vậy $DE \parallel BK$.

- b) Xét $\triangle DAB$ có DE vừa là đường cao vừa là đường phân giác, suy ra $\triangle DAB$ cân tại D. Khi đó, $DA = DB$.

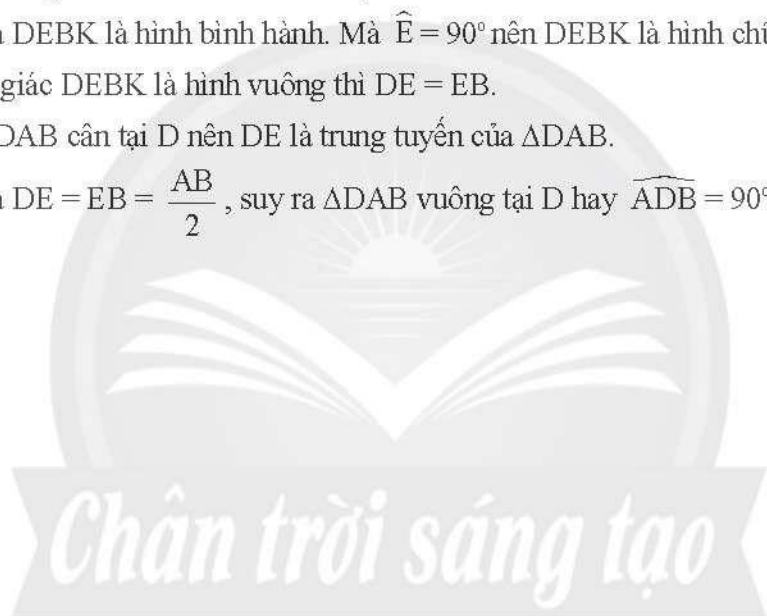
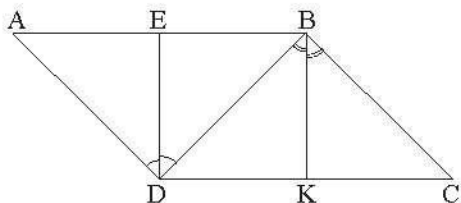
- c) Xét tứ giác DEBK có: $DE \parallel BK$, $EB \parallel DK$.

Suy ra DEBK là hình bình hành. Mà $\widehat{E} = 90^\circ$ nên DEBK là hình chữ nhật.

Để tứ giác DEBK là hình vuông thì $DE = EB$.

Mà $\triangle DAB$ cân tại D nên DE là trung tuyến của $\triangle DAB$.

Suy ra $DE = EB = \frac{AB}{2}$, suy ra $\triangle DAB$ vuông tại D hay $\widehat{ADB} = 90^\circ$.



Phần MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

Chương 4. MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ

Bài 1. THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Thu thập dữ liệu

Có nhiều cách để thu thập dữ liệu, chẳng hạn như:

- Quan sát trực tiếp, làm thí nghiệm, ...
- Phỏng vấn, lập phiếu thăm dò, ...
- Thu thập từ những nguồn có sẵn như sách, báo, Internet, ...

2. Phân loại dữ liệu theo các tiêu chí

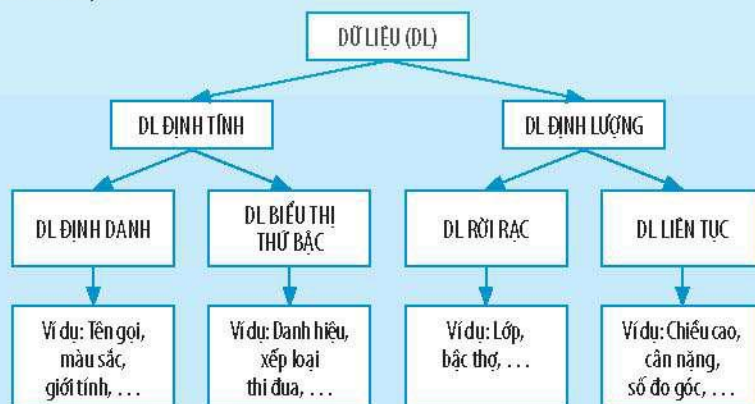
Dữ liệu định tính được chia thành hai loại:

- Dữ liệu định danh là dữ liệu thể hiện cách gọi tên. Ví dụ: giới tính, màu sắc, nơi ở, nơi sinh, ...
- Dữ liệu biểu thị thứ bậc là dữ liệu thể hiện sự hơn kém. Ví dụ: mức độ hài lòng, trình độ tay nghề, khối lớp, ...

Dữ liệu định lượng nhận giá trị thực và được chia thành hai loại:

- Loại rời rạc là dữ liệu chỉ nhận hữu hạn giá trị hoặc biểu thị số đếm. Ví dụ: cỡ giày, số học sinh, số ngày công, số vật nuôi, ...
- Loại liên tục là dữ liệu có thể nhận mọi giá trị trong một khoảng nào đó. Ví dụ: chiều dài, khối lượng, thu nhập, thời gian, ...

Sơ đồ dữ liệu:



3. Tính hợp lí của dữ liệu

Có thể kiểm tra định dạng của dữ liệu hoặc mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu thống kê để nhận biết tính hợp lí của dữ liệu và các kết luận dựa trên các dữ liệu thống kê đó.

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu cho các vấn đề sau:

- Số lần gieo được mặt có số chấm là số lẻ khi gieo một con xúc xắc 60 lần.
- So sánh sản lượng cà phê của Việt Nam và Brazil.
- Ý kiến học sinh trường Trung học cơ sở Kết Đoàn về bài Hành Khúc của trường.
- Dân số các tỉnh khu vực Tây Bắc của Việt Nam.

Giải

Dữ liệu về	Phương pháp có thể sử dụng
Số lần gieo được mặt có số chấm là số lẻ khi gieo một con xúc xắc 60 lần.	Quan sát trực tiếp, làm thí nghiệm.
So sánh sản lượng cà phê của Việt Nam và Brazil.	Thu thập từ các nguồn có sẵn như sách, báo, Internet.
Ý kiến học sinh trường Trung học cơ sở Kết Đoàn về bài Hành Khúc của trường.	Phỏng vấn, lập phiếu thăm dò.
Dân số các tỉnh khu vực Tây Bắc của Việt Nam.	Thu thập từ các nguồn có sẵn như sách, báo, Internet.

Bài 2. Xét tính hợp lí của dữ liệu trong bảng thống kê sau:

Thống kê số học sinh lớp 8B tham gia các câu lạc bộ âm nhạc (mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ)	
Câu lạc bộ âm nhạc	Số học sinh
Guitar	14
Organ	6
Thanh nhạc	Cả lớp
Sáo trúc	129

Giải

Dữ liệu Cả lớp không hợp lí vì không đúng định dạng (dữ liệu phải là số).

Số liệu 129 không hợp lí vì vượt quá phạm vi sĩ số của một lớp trong trường trung học cơ sở.

Bài 3. Thông tin về bốn học sinh trong đội chạy tiếp sức của lớp 8A được cho bởi bảng thống kê sau:

Họ và tên	Cân nặng (kg)	Cự li chạy (m)	Kỹ thuật chạy	Số nội dung thi đấu
Lê Kinh Điền	50	200	Tốt	2
Trần Việt Dã	48	200	Tốt	2
Nguyễn Đức Nhanh	52	400	Khá	3
Đinh Đức Huy	51	100	Trung bình	1

a) Phân loại dữ liệu trong bảng thống kê trên dựa theo hai tiêu chí định tính và định lượng.

b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào là định danh, dữ liệu nào biểu thị thứ bậc?

c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là liên tục, dữ liệu nào là rời rạc?

Giải

a) Dữ liệu định tính: Họ và tên, kỹ thuật chạy.

Dữ liệu định lượng: Cân nặng, cự li chạy, số nội dung thi đấu.

b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, họ và tên là dữ liệu định danh, kỹ thuật chạy là dữ liệu biểu thị thứ bậc.

c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, cân nặng là dữ liệu liên tục, cự li chạy và số nội dung thi đấu là dữ liệu rời rạc.

Bài 4. Bảng thống kê sau cho biết sự lựa chọn của 100 khách hàng về bốn nhãn hiệu mì ăn liền X, Y, Z, T (mỗi khách hàng chỉ chọn một nhãn hiệu mì ăn liền).

Nhãn hiệu mì ăn liền	Số người chọn
X	7
Y	11
Z	40
T	42

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu mì ăn liền T:

- a) Là sự lựa chọn của mọi người.
- b) Là sự lựa chọn hàng đầu của người tiêu dùng.

Giải

- a) Quảng cáo không hợp lí so với số liệu thống kê vì khách hàng chọn nhãn hiệu T ít hơn 50 người trong tổng số 100 người.
- b) Quảng cáo hợp lí vì phản ánh đúng dữ liệu của bảng thống kê.

C. BÀI TẬP

- 1.** Hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu cho các vấn đề sau:

- a) Số lần gieo được hai mặt có tổng số chấm bằng 12 khi gieo hai con xúc xắc 20 lần.
- b) So sánh số lần ghi bàn của Lionel Messi và Kylian Mbappé Lottin trong World Cup 2022.
- c) Ý kiến của cha mẹ học sinh trường Trung học cơ sở Thống Nhất về hoạt động trải nghiệm của nhà trường.
- d) Diện tích các tỉnh khu vực Tây Nam Bộ của Việt Nam.

- 2.** Thông tin về bốn học sinh trong đội thi Hùng biện tiếng Anh của trường Trung học cơ sở Nguyễn Du được cho bởi bảng thống kê sau:

Họ và tên	Tuổi	Khối	Điểm trung bình môn tiếng Anh	Kĩ năng giao tiếp
Lê Kinh Luân	14	9	9,2	Tốt
Trần Đăng Khoa	13	8	9,4	Khá
Nguyễn Trọng Luận	14	9	8,8	Tốt
Hồ Liên Biện	12	7	9,8	Tốt

- a) Phân loại dữ liệu trong bảng thống kê trên dựa theo hai tiêu chí định tính và định lượng.
- b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào là định danh, dữ liệu nào biểu thị thứ bậc?
- c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là liên tục, dữ liệu nào là rời rạc?

3. Xét tính hợp lí của dữ liệu trong bảng thống kê sau:

Thống kê số học sinh có sử dụng mạng xã hội của bốn lớp khối 8	
Lớp	Số học sinh
8A1	12
8A2	6
8A3	Cả lớp
8A4	80

4. Bảng thống kê sau cho biết sự lựa chọn của 100 khách hàng về bốn nhãn hiệu sữa hộp A, B, C, D (mỗi khách hàng chỉ chọn một nhãn hiệu sữa hộp).

Nhãn hiệu sữa hộp	Số người chọn
A	35
B	38
C	14
D	13

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu sữa hộp A:

- a) Là sự lựa chọn của đa số khách hàng.
 - b) Là sự lựa chọn hàng đầu của khách hàng.
 - c) Là một trong các nhãn hiệu đứng đầu được lựa chọn cao.
5. Bảng thống kê sau cho biết tỉ số phần trăm thị phần của bốn nhãn hiệu kem đánh răng M, N, P, Q trên thị trường.

Nhãn hiệu kem đánh răng	Thị phần
M	8%
N	12%
P	29%
Q	51%

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu kem đánh răng Q:

- a) Là sự lựa chọn của mọi người.
- b) Là sự lựa chọn hàng đầu của người tiêu dùng.

Bài 2. LỰA CHỌN DẠNG BIỂU ĐỒ ĐỂ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Lựa chọn dạng biểu đồ để biểu diễn dữ liệu

Biểu đồ cho chúng ta hình ảnh cụ thể về số liệu. Việc chọn loại biểu đồ phù hợp sẽ giúp chúng ta thể hiện số liệu thống kê một cách rõ ràng, trực quan, dễ đọc và dễ hiểu.

- Ta thường chọn biểu đồ tranh khi số liệu ở dạng đơn giản và muốn tạo sự lôi cuốn, thu hút bằng hình ảnh.
- Với những số liệu phức tạp hơn, số liệu lớn, sự sai khác giữa các số liệu cũng lớn và để thuận tiện trong việc so sánh thì ta thường chọn biểu đồ cột.
- Nếu muốn có sự so sánh một cách trực quan từng cặp số liệu của hai bộ dữ liệu cùng loại, người ta ghép hai biểu đồ cột thành một biểu đồ cột kép.
- Để biểu thị tỉ lệ phần trăm của từng loại số liệu so với toàn thể, ta thường sử dụng biểu đồ hình quạt tròn.
- Khi biểu diễn sự thay đổi số liệu của một đối tượng theo thời gian, ta thường dùng biểu đồ đoạn thẳng.

2. Chuyển đổi dữ liệu giữa các dạng

Một tập dữ liệu có thể biểu diễn dưới các dạng khác nhau. Chuyển đổi dữ liệu giữa các dạng giúp công việc thuận lợi và đạt hiệu quả hơn.

B. BÀI TẬP MẪU

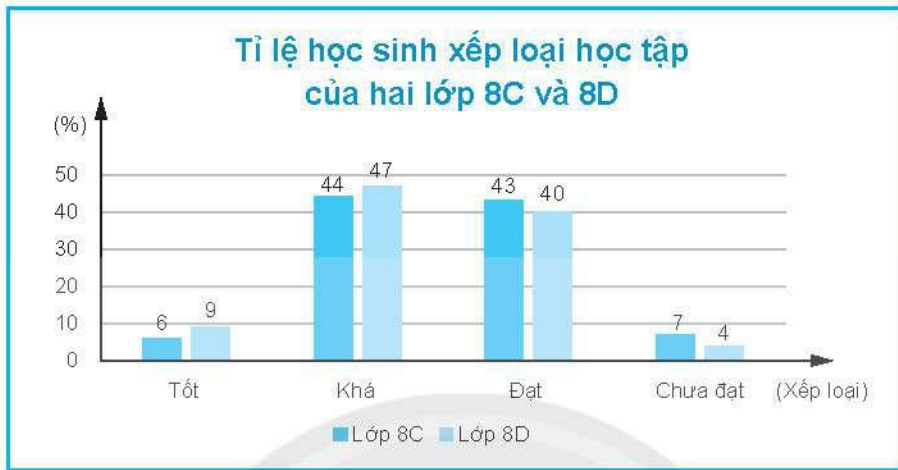
Bài 1. Quan sát bảng thống kê sau:

Xếp loại học tập	Tốt	Khá	Đạt	Chưa đạt
Lớp 8C	6%	44%	43%	7%
Lớp 8D	9%	47%	40%	4%

- Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu từ bảng thống kê trên.
- So sánh tỉ lệ học sinh xếp loại Tốt và Chưa đạt của hai lớp 8C và 8D.
- So sánh tỉ lệ học sinh xếp loại từ Khá trở lên của hai lớp 8C và 8D.

Giải

a) Biểu đồ cột kép là thích hợp để biểu diễn dữ liệu từ bảng thống kê trên.



b) Tỉ lệ học sinh xếp loại Tốt của lớp 8C thấp hơn lớp 8D và tỉ lệ học sinh xếp loại Chưa đạt của lớp 8C cao hơn lớp 8D.

c) Tỉ lệ học sinh xếp loại từ Khá trở lên của lớp 8D (56%) cao hơn lớp 8C (50%).

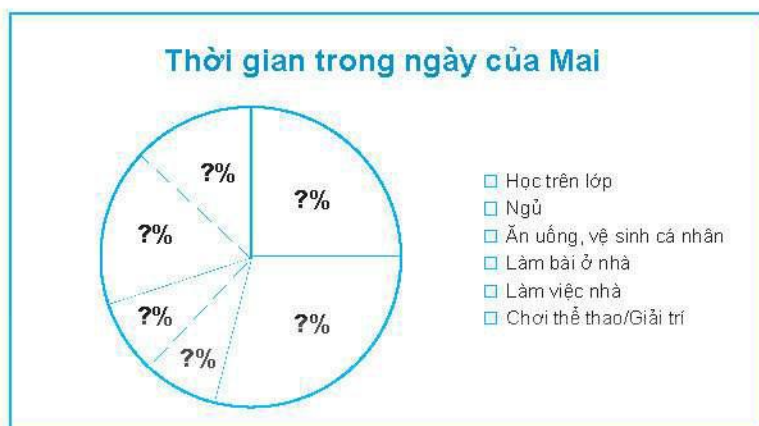
Bài 2. Bảng thống kê sau cho biết việc sử dụng thời gian của Mai trong ngày.

Thống kê việc sử dụng thời gian trong ngày của Mai	
Công việc	Thời gian (giờ)
Học trên lớp	6
Ngủ	7
Ăn uống, vệ sinh cá nhân	2
Làm bài ở nhà	2
Làm việc nhà	4
Chơi thể thao/Giải trí	3

Hãy biểu diễn dữ liệu trong bảng thống kê trên vào hai dạng biểu đồ sau:

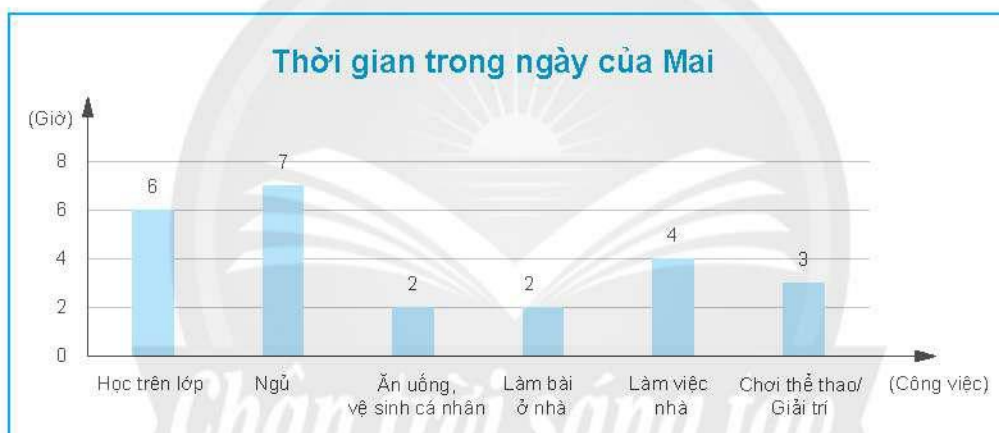
a) Biểu đồ cột.

b) Biểu đồ hình quạt tròn.

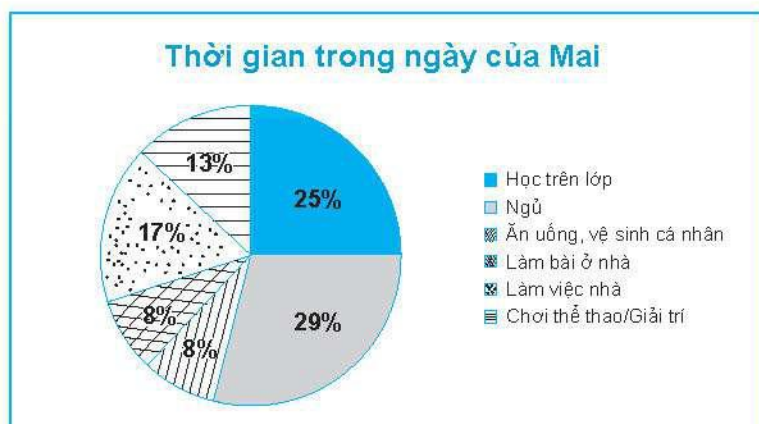


Giải

a) Biểu đồ cột:



b) Biểu đồ hình quạt tròn:



Bài 3. Giá trị xuất khẩu gạo của Việt Nam qua các năm được biểu diễn trong biểu đồ cột dưới đây:



(Nguồn: <https://infographics.vn/>)

a) Hãy chuyển đổi dữ liệu từ biểu đồ trên thành dạng bảng thống kê theo mẫu sau.

Năm	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Giá trị xuất khẩu gạo (tỷ USD)	?	?	?	?	?	?	?

b) Hãy chuyển đổi dữ liệu từ biểu đồ trên thành dạng biểu đồ đoạn thẳng.

c) So sánh ý nghĩa của hai loại biểu đồ đang sử dụng.

Giải

a) Bảng thống kê tương ứng với biểu đồ cột trên là:

Năm	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Giá trị xuất khẩu gạo (tỷ USD)	2,16	2,63	3,06	2,81	3,12	3,29	4

b) Biểu đồ đoạn thẳng tương ứng với biểu đồ cột trên là:



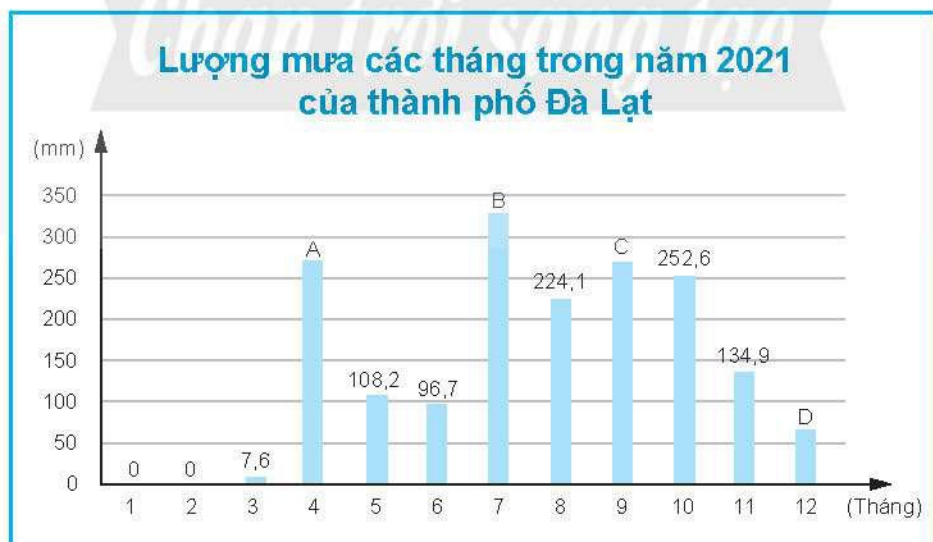
c) Biểu đồ cột có mục đích so sánh sự hơn kém của giá trị xuất khẩu gạo giữa các năm. Biểu đồ đoạn thẳng có mục đích biểu diễn sự biến thiên của giá trị xuất khẩu gạo theo thời gian (năm).

Bài 4. Lượng mưa các tháng trong năm 2021 của thành phố Đà Lạt được cho trong bảng thống kê sau.

Lượng mưa các tháng trong năm 2021 của thành phố Đà Lạt	
Tháng	Lượng mưa (mm)
1	0
2	0
3	7,6
4	270,3
5	108,2
6	96,7
7	328,3
8	224,1
9	269,6
10	252,6
11	134,9
12	66,2

(Nguồn: Niên giám thống kê năm 2021)

a) Số liệu từ bảng thống kê trên được biểu diễn vào biểu đồ cột sau. Hãy tìm các giá trị của A, B, C, D trong biểu đồ.



b) Hãy biểu diễn dữ liệu trong biểu đồ trên dưới dạng biểu đồ đoạn thẳng.

Giải

a) $A = 270,3$; $B = 328,3$; $C = 269,6$; $D = 66,2$.

b) Biểu đồ đoạn thẳng:



C. BÀI TẬP

1. Lượng gạo nhập khẩu gạo từ Việt Nam của năm quốc gia nhiều nhất trong năm tháng đầu năm 2021 được biểu diễn dưới dạng biểu đồ sau:



(Nguồn: vioit.org.vn)

a) Hãy chuyển dữ liệu từ biểu đồ trên thành dạng bảng thống kê theo mẫu sau.

Quốc gia	Philippines	Trung Quốc	Malaysia	Ghana	Bờ Biển Ngà
Lượng gạo nhập khẩu từ Việt Nam (nghìn tấn)	?	?	?	?	?

b) Tính tỉ số phần trăm lượng gạo nhập khẩu từ Việt Nam của mỗi quốc gia.

2. Bảng thống kê sau cho biết số giờ luyện tập cầu lông các ngày trong tuần của bạn Hùng để chuẩn bị tham dự hội thao cấp trường.

Ngày	Thứ Hai	Thứ Ba	Thứ Tư	Thứ Năm	Thứ Sáu	Thứ Bảy	Chủ nhật
Số giờ	1	2	1	2	1	3	5

Hãy biểu diễn dữ liệu trong bảng trên vào hai dạng biểu đồ sau:

- a) Biểu đồ cột;
b) Biểu đồ đoạn thẳng.
3. Tốc độ tăng năng suất lúa của Việt Nam qua một số năm tính từ năm 1990 được cho trong bảng thống kê sau:

Năm	Năng suất lúa (%)
1990	100,0
1993	126,9
1995	116,0
1997	120,9
1999	129,0
2002	144,3
2003	145,9
2005	153,7

(Nguồn: <https://infographics.vn/>)

Hãy tìm biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu trong bảng thống kê trên.

4. Bảng thống kê sau cho biết tỉ lệ phần trăm các yếu tố ảnh hưởng đến sự phát triển chiều cao của trẻ em.

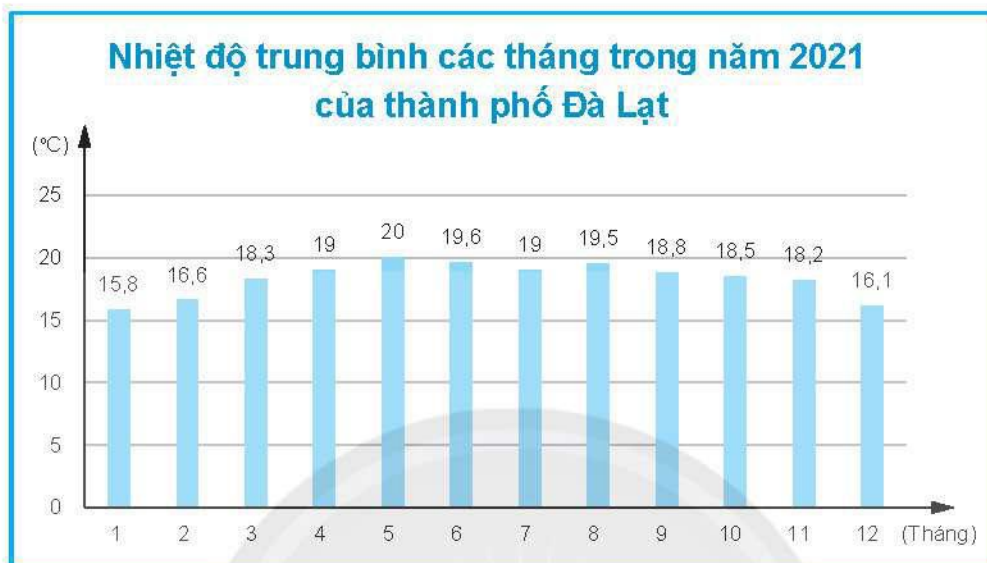
Yếu tố	Tỉ lệ phần trăm
Vận động	22%
Di truyền	23%
Dinh dưỡng	32%
Yếu tố khác (môi trường sống, ...)	23%

(Nguồn: <https://soyte.hanoi.gov.vn/>)

Hãy biểu diễn dữ liệu trong bảng trên vào hai dạng biểu đồ sau:

- a) Biểu đồ cột;
b) Biểu đồ hình quạt tròn.

5. Nhiệt độ trung bình các tháng trong năm 2021 của thành phố Đà Lạt được biểu diễn qua biểu đồ thống kê sau.



(Nguồn: Niên giám thống kê năm 2021)

Hãy biểu diễn dữ liệu trong biểu đồ trên dưới dạng:

- Bảng thống kê;
- Biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 3. PHÂN TÍCH DỮ LIỆU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phát hiện vấn đề qua phân tích dữ liệu thống kê

Phân tích dữ liệu thống kê giúp phát hiện các vấn đề trọng tâm cần giải quyết và các thông tin hữu ích có liên quan đến các vấn đề đó.

2. Phân tích dữ liệu hỗ trợ cách giải quyết vấn đề

Phân tích dữ liệu của biểu đồ thống kê giúp nắm bắt các thông tin, hỗ trợ đề xuất các quyết định hợp lý, hiệu quả và thuyết phục.

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Số sản phẩm bán được của một công ty trong sáu tháng đầu năm được biểu diễn trong biểu đồ sau:



a) Chuyển dữ liệu trong biểu đồ trên sang dạng bảng thống kê theo mẫu sau:

Tháng	1	2	3	4	5	6
Số sản phẩm (nghìn sản phẩm)	?	?	?	?	?	?

b) Phân tích biểu đồ thống kê trên để tìm tháng bán được nhiều hàng nhất và tháng bán được ít hàng nhất.

Giải

a) Bảng thống kê tương ứng là:

Tháng	1	2	3	4	5	6
Số sản phẩm (nghìn sản phẩm)	2	4	6	3	2	7

b) Tháng bán được nhiều hàng nhất là tháng 6.

Tháng bán được ít hàng nhất là tháng 1 và tháng 5.

Bài 2. Phân tích biểu đồ thống kê sau để tìm các quốc gia có tuổi thọ trung bình cao hơn và thấp hơn tuổi thọ trung bình của Việt Nam.



(Nguồn: <https://toquoc.vn/tuoi-tho-trung-binh-cua-nguoi-viet>)

Giải

Các quốc gia có tuổi thọ trung bình cao hơn tuổi thọ trung bình của Việt Nam: Singapore, Brunei, Thái Lan.

Các quốc gia có tuổi thọ trung bình thấp hơn tuổi thọ trung bình của Việt Nam: Indonesia, Philippines, Campuchia, Đông Timor, Lào.

Bài 3. Quan sát biểu đồ thống kê lượng khách du lịch đến Việt Nam của một số quốc gia trong 6 tháng đầu năm 2022 sau đây.



(Nguồn: inforgraphics.vn)

Trong các quốc gia trên, quốc gia nào có lượng khách du lịch đến Việt Nam trong 6 tháng đầu năm 2022 trên 70 000 người?

Giải

Các quốc gia có lượng khách du lịch đến Việt Nam trong 6 tháng đầu năm 2022 trên 70 000 người là: Hàn Quốc, Mỹ, Campuchia, Nhật Bản.

C. BÀI TẬP

1. Biểu đồ thống kê sau cho biết tỉ lệ phần trăm đóng góp của Việt Nam vào tổng thu nhập của thế giới qua các năm.



(Nguồn: *worldbank.org*)

- a) Chuyển đổi dữ liệu từ biểu đồ trên thành bảng thống kê.
b) Chuyển đổi dữ liệu từ biểu đồ trên thành biểu đồ đoạn thẳng.
c) Cho biết xu thế về tỉ lệ đóng góp của Việt Nam vào tổng thu nhập của thế giới.
2. Tỉ lệ diện tích đất rừng trên tổng diện tích đất của Việt Nam từ 2013 đến 2016 được biểu diễn trong biểu đồ sau:



(Nguồn: *Tổng cục thống kê*)

a) Lập bảng thống kê tương ứng với biểu đồ trên theo mẫu sau.

Năm	Việt Nam
2013	?
2014	?
2015	?
2016	?

b) Cho biết diện tích của Việt Nam là 33 134,4 nghìn ha. Tính diện tích đất rừng của Việt Nam năm 2015.

3. Tỷ lệ phần trăm kết quả phỏng vấn 1 000 khách hàng về sự lựa chọn món ăn của một cửa hàng được thể hiện trong biểu đồ sau:



Nếu một người muốn kinh doanh ẩm thực thì người đó nên ưu tiên chọn món ăn nào?

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 4

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

- Dữ liệu nào sau đây là dữ liệu liên tục?
 - Dữ liệu về danh sách các bạn học sinh tham dự hội khỏe Phù Đổng của thành phố.
 - Dữ liệu về đánh giá hiệu quả của chuyến đi dã ngoại cho học sinh khối 8.
 - Dữ liệu về chiều cao của học sinh lớp 8A.
 - Dữ liệu về danh sách học sinh đến trường bằng xe buýt.

2. Phương án nào là phù hợp để thống kê dữ liệu về số học sinh biết bơi của lớp 8?
- A. Quan sát.
 - B. Phỏng vấn, lập phiếu thăm dò.
 - C. Tìm kiếm trên Internet.
 - D. Làm thực nghiệm tại hồ bơi.
3. Loại biểu đồ nào biểu diễn tỉ lệ phần trăm của từng loại số liệu so với toàn thể?
- A. Biểu đồ cột.
 - B. Biểu đồ cột kép.
 - C. Biểu đồ hình quạt tròn.
 - D. Biểu đồ đoạn thẳng.
4. Loại biểu đồ nào biểu diễn sự thay đổi số liệu của một đối tượng theo thời gian?
- A. Biểu đồ cột.
 - B. Biểu đồ cột kép.
 - C. Biểu đồ hình quạt tròn.
 - D. Biểu đồ đoạn thẳng.
5. Loại biểu đồ nào so sánh từng thành phần của hai bộ dữ liệu cùng loại?
- A. Biểu đồ cột.
 - B. Biểu đồ cột kép.
 - C. Biểu đồ hình quạt tròn.
 - D. Biểu đồ đoạn thẳng.
6. Số học sinh của ba trường trung học cơ sở trên địa bàn đăng kí tham dự giải chạy việt dã do quận tổ chức được cho trong bảng sau:

Trường	Sao Mai	Kim Đồng	Kết Đoàn	Đức Trí
Số lượng học sinh đăng kí	24	41	15	33

Biểu đồ nào là thích hợp để biểu diễn số liệu của bảng thống kê trên:

- A. Biểu đồ tranh.
- B. Biểu đồ hình quạt.
- C. Biểu đồ cột.
- D. Biểu đồ đoạn thẳng.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

7. Bảng thống kê sau cho biết tỉ số phần trăm sự lựa chọn của học sinh đối với bốn nhãn hiệu bút bi trong số 100 học sinh được phỏng vấn.

Nhãn hiệu bút bi	Tỉ số phần trăm
E	39%
F	41%
G	12%
H	8%

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu bút bi E.

- a) E là nhãn hiệu được đa số học sinh lựa chọn.
 - b) E là nhãn hiệu được lựa chọn cao nhất.
 - c) E là một trong các nhãn hiệu có tỉ lệ được chọn cao nhất.
8. Cho bảng thống kê sản lượng lúa (triệu tấn) của cả nước và Đồng bằng sông Cửu Long qua các năm.

Năm	2000	2005	2010	2015	2020
Cả nước (triệu tấn)	32,5	35,8	40	45,1	42,8
Đồng bằng sông Cửu Long (triệu tấn)	16,7	19,3	21,6	25,6	23,8

(Nguồn: Tổng cục thống kê)

Hãy vẽ biểu đồ thích hợp để biểu diễn bảng thống kê trên.

9. Cơ cấu doanh thu du lịch lữ hành phân theo thành phần kinh tế của nước ta (tỉ lệ %) trong năm 2010 và 2016 được cho trong bảng thống kê sau:

Thành phần kinh tế	2010	2016
Kinh tế nhà nước	32%	15%
Kinh tế ngoài nhà nước	60%	74%
Khu vực có vốn đầu tư nước ngoài	8%	11%

(Nguồn: Tổng cục thống kê)

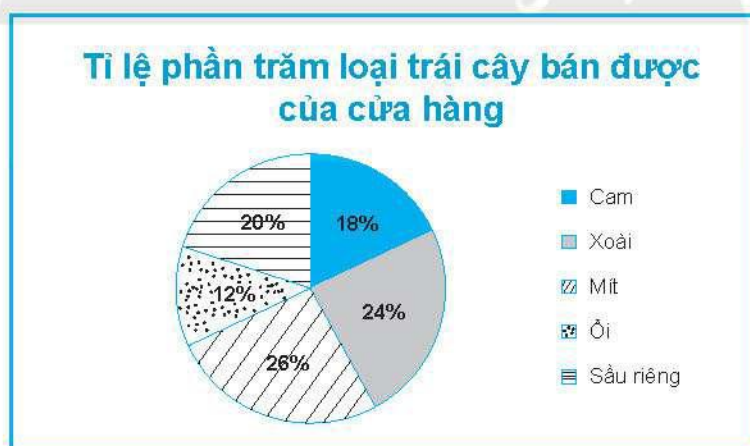
- a) Biểu diễn dữ liệu thống kê trên dưới dạng biểu đồ cột kép.
 b) Chuyển đổi dữ liệu từ bảng thống kê trên vào hai biểu đồ hình quạt tròn.
 Năm 2010:



Năm 2016:



10. Biểu đồ dưới đây cho biết tỉ lệ mỗi loại trái cây bán được của một cửa hàng.



a) Hãy chuyển đổi dữ liệu từ biểu đồ trên sang dạng bảng thống kê theo mẫu sau:

Loại trái cây	Tỉ lệ phần trăm
Cam	?
Xoài	?
Mít	?
Ổi	?
Sầu riêng	?

b) Cho biết cửa hàng bán được tổng cộng 400 kg trái cây. Hãy tính số kilôgam sầu riêng cửa hàng đã bán được.

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài 1. THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

1.

Dữ liệu về	Phương pháp có thể sử dụng
Số lần gieo được hai mặt có tổng số chấm bằng 12 khi gieo hai con xúc xắc 20 lần.	Quan sát trực tiếp, làm thí nghiệm.
So sánh số lần ghi bàn của Lionel Messi và Kylian Mbappé Lottin trong World Cup 2022.	Thu thập từ các nguồn có sẵn như sách, báo, Internet.
Ý kiến của cha mẹ học sinh trường Trung học cơ sở Thống Nhất về hoạt động trải nghiệm của nhà trường.	Phỏng vấn, lập phiếu thăm dò.
Diện tích các tỉnh khu vực miền Tây Nam Bộ của Việt Nam.	Thu thập từ các nguồn có sẵn như sách, báo, Internet.

2. a) Dữ liệu định tính: Họ và tên, kỹ năng giao tiếp.
Dữ liệu định lượng: Tuổi, khối, điểm trung bình môn tiếng Anh.
- b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, họ và tên là dữ liệu định danh, kỹ năng giao tiếp là dữ liệu biểu thị thứ bậc.
- c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, điểm trung bình môn tiếng Anh là dữ liệu liên tục, tuổi, khối là dữ liệu rời rạc.
3. Dữ liệu Cả lớp không hợp lý vì không đúng định dạng (dữ liệu phải là số).
Số liệu 80 không hợp lý vì vượt quá phạm vi số của một lớp trong trường trung học cơ sở.

4. a) Quảng cáo không hợp lí vì số liệu thống kê vì còn 65 khách hàng không chọn nhãn hiệu A.
 b) Quảng cáo không hợp lí vì số liệu thống kê vì nhãn hiệu B được lựa chọn nhiều hơn nhãn hiệu A.
 c) Quảng cáo hợp lí vì phản ánh đúng dữ liệu của bảng thống kê.
5. a) Quảng cáo không hợp lí vì số liệu thống kê vì còn 49% khách hàng không chọn nhãn hiệu Q.
 b) Quảng cáo hợp lí vì phản ánh đúng dữ liệu của bảng thống kê.

Bài 2. LỰA CHỌN DẠNG BIỂU ĐỒ ĐỂ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

1. a) Bảng thống kê tương ứng biểu diễn biểu đồ:

Quốc gia	Philippines	Trung Quốc	Malaysia	Ghana	Bờ Biển Ngà
Lượng gạo nhập khẩu từ Việt Nam (nghìn tấn)	944,008	482,848	136,56	270,068	199,376

b) Tổng lượng gạo nhập khẩu từ Việt Nam của năm quốc gia trong năm tháng đầu năm 2021 là:

$$944,008 + 482,848 + 136,56 + 270,068 + 199,376 = 2\,032,86 \text{ (nghìn tấn)}.$$

Tỉ số phần trăm lượng gạo nhập khẩu từ Việt Nam của Philippines là:

$$\frac{944,008}{2\,032,86} \cdot 100\% \approx 46,44\%.$$

Tỉ số phần trăm lượng gạo nhập khẩu từ Việt Nam của Trung Quốc là:

$$\frac{482,848}{2\,032,86} \cdot 100\% \approx 23,75\%.$$

Tỉ số phần trăm lượng gạo nhập khẩu từ Việt Nam của Malaysia là:

$$\frac{136,56}{2\,032,86} \cdot 100\% \approx 6,72\%.$$

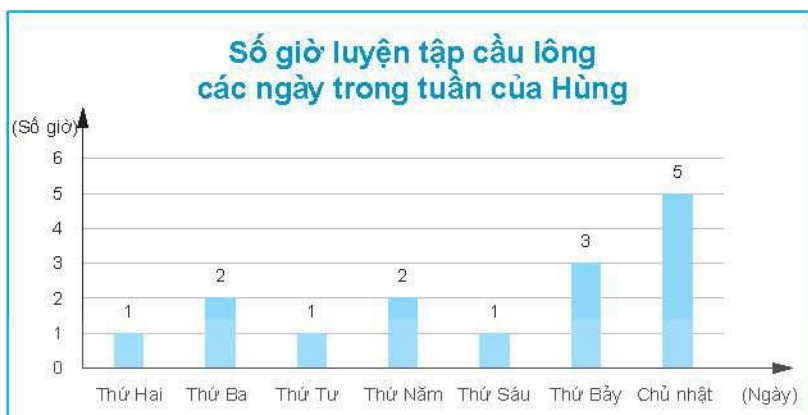
Tỉ số phần trăm lượng gạo nhập khẩu từ Việt Nam của Ghana là:

$$\frac{270,068}{2\,032,86} \cdot 100\% \approx 13,28\%.$$

Tỉ số phần trăm lượng gạo nhập khẩu từ Việt Nam của Bờ Biển Ngà là:

$$\frac{199,376}{2\,032,86} \cdot 100\% \approx 9,81\%.$$

2. a) Biểu đồ cột:



b) Biểu đồ đoạn thẳng:



3. Hai dạng biểu đồ thích hợp biểu diễn dữ liệu trong bảng thống kê là biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng.

a) Biểu đồ cột:



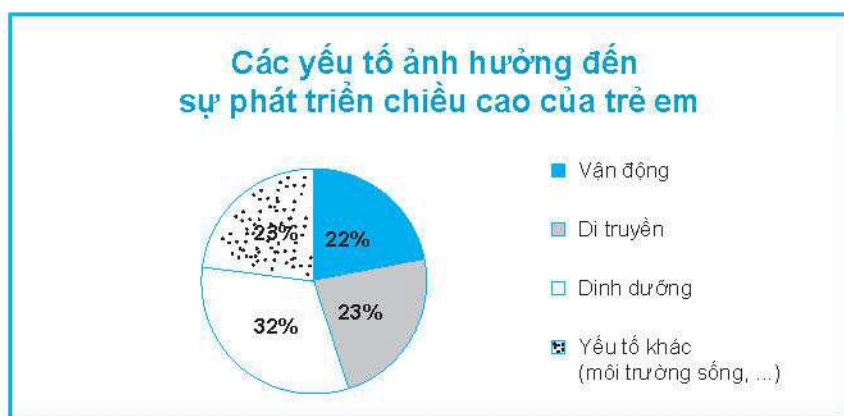
b) Biểu đồ đoạn thẳng:



4. a) Biểu đồ cột:



b) Biểu đồ hình quạt tròn:



5. a) Bảng thống kê:

Nhiệt độ trung bình các tháng trong năm 2021 của thành phố Đà Lạt	
Tháng	Nhiệt độ trung bình (°C)
1	15,8
2	16,6
3	18,3
4	19
5	20
6	19,6
7	19
8	19,5
9	18,8
10	18,5
11	18,2
12	16,1

b) Biểu đồ đoạn thẳng:



Bài 3. PHÂN TÍCH DỮ LIỆU

1. a) Chuyển đổi dữ liệu từ biểu đồ thành bảng thống kê:

Năm	Tỉ lệ phần trăm
2012	0,26
2013	0,28
2014	0,3
2015	0,32
2016	0,34
2017	0,35
2018	0,36

b) Chuyển đổi dữ liệu từ biểu đồ cột thành biểu đồ đoạn thẳng:



c) Xu thế về tỉ lệ đóng góp của Việt Nam vào tổng thu nhập của thế giới là tăng dần theo từng năm.

2. a) Bảng thống kê tương ứng với biểu đồ:

Năm	Việt Nam
2013	42,13%
2014	41,65%
2015	42,45%
2016	43,41%

b) Diện tích đất rừng của Việt Nam năm 2015 là:

42,45% . 33 134,4 $\approx$ 14 065,6 nghìn ha.

3. Người đó nên ưu tiên chọn món phở.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 4

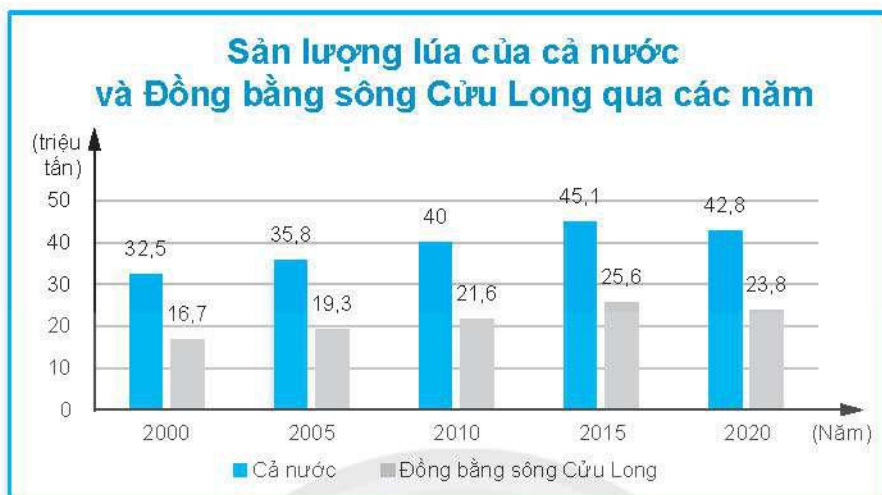
CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. C 2. B 3. C 4. D 5. B 6. C

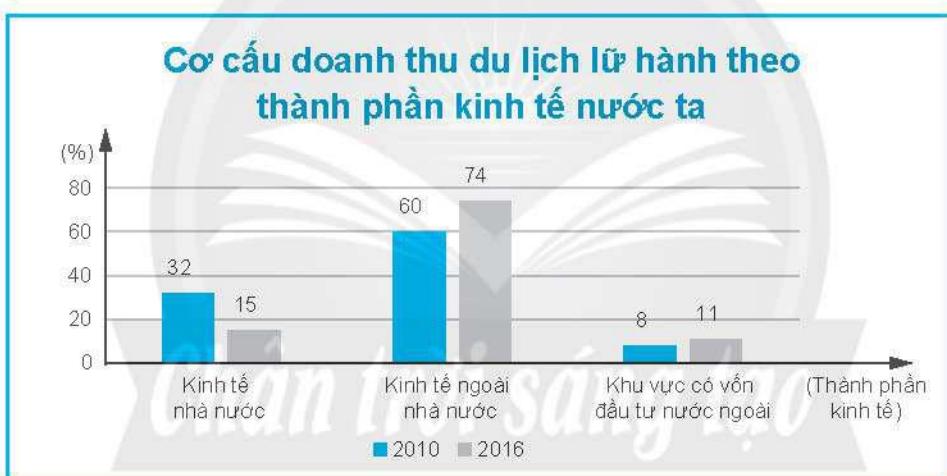
BÀI TẬP TỰ LUẬN

7. a) Quảng cáo không hợp lí so với số liệu thống kê vì số học sinh lựa chọn nhãn hiệu bút bi E ít hơn 50%.
- b) Quảng cáo không hợp lí so với số liệu thống kê vì số học sinh lựa chọn nhãn hiệu bút bi F nhiều hơn E.
- c) Quảng cáo hợp lí vì phản ánh đúng dữ liệu trong bảng thống kê.

8. Biểu đồ cột kép là thích hợp để biểu diễn dữ liệu từ bảng thống kê.



9. a) Biểu đồ cột kép:



b) Năm 2010:



Năm 2016:



10. a) Bảng thống kê biểu diễn dữ liệu thống kê từ biểu đồ:

Loại trái cây	Tỉ lệ phần trăm
Cam	18%
Xoài	24%
Mít	26%
Ổi	12%
Sầu riêng	20%

b) Số kilôgam sầu riêng cửa hàng đã bán được là $20\% \cdot 400 = 80$ (kg).

Chân trời sáng tạo

*Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn
các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn
trong cuốn sách này.*

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:

Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung: NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ – ĐẶNG THỊ THUỶ –
NGUYỄN THỊ THANH DUYÊN

Thiết kế sách: HOÀNG CAO HIỂN

Trình bày bìa: ĐẶNG NGỌC HÀ

Sửa bản in: NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ – ĐẶNG THỊ THUỶ –
NGUYỄN THỊ THANH DUYÊN – HOÀNG THỊ THU DUNG

Chế bản: CÔNG TY CỔ PHẦN DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC GIA ĐỊNH

Bản quyền thuộc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

Tất cả các phần của nội dung cuốn sách này đều không được sao chép, lưu trữ, chuyển thể dưới bất kì hình thức nào khi chưa có sự cho phép bằng văn bản của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

BÀI TẬP TOÁN 8 – TẬP MỘT (CHÂN TRỜI SÁNG TẠO)

Mã số: G2BH8T001M23

In bản, (QĐ in số) khổ 17 x 24 cm

Đơn vị in:

Địa chỉ:

Số ĐKXB: 10-2023/CXBIPH/22-2157/GD

Số QĐXB:, ngày tháng năm 20...

In xong và nộp lưu chiểu tháng năm 20...

Mã số ISBN: Tập một: 978-604-0-35224-8

Tập hai: 978-604-0-35225-5



HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH



BỘ BÀI TẬP LỚP 8 – CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

- | | |
|--|---|
| 1. Bài tập
NGŨ VĂN 8, TẬP MỘT | 9. Bài tập
TIN HỌC 8 |
| 2. Bài tập
NGŨ VĂN 8, TẬP HAI | 10. Bài tập
CÔNG NGHỆ 8 |
| 3. Bài tập
TOÁN 8, TẬP MỘT | 11. Bài tập
ÂM NHẠC 8 |
| 4. Bài tập
TOÁN 8, TẬP HAI | 12. Bài tập
MĨ THUẬT 8 (1) |
| 5. TIẾNG ANH 8
Friends Plus - Workbook | 13. Bài tập
MĨ THUẬT 8 (2) |
| 6. Bài tập
GIÁO DỤC CÔNG DÂN 8 | 14. Bài tập
HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM,
HƯỚNG NGHIỆP 8 (1) |
| 7. Bài tập
LỊCH SỬ VÀ ĐỊA LÍ 8 (PHẦN LỊCH SỬ) | 15. Bài tập
HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM,
HƯỚNG NGHIỆP 8 (2) |
| 8. Bài tập
LỊCH SỬ VÀ ĐỊA LÍ 8 (PHẦN ĐỊA LÍ) | |

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: <http://hanhtrangso.nxbgd.vn>

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Gào lớp nhủ trên tem để nhận mã số. Truy cập <http://hanhtrangso.nxbgd.vn> và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.



ISBN 978-604-0-35224-8



Giá: đ