

TỦ SÁCH LUYỆN THI

55 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 7 CẤP HUYỆN

(CÓ ĐÁP ÁN)



TỦ SÁCH LUYỆN THI

**55 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
TOÁN 7 CẤP HUYỆN**

(CÓ ĐÁP ÁN)

55 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN: TOÁN LỚP 7

ĐỀ SỐ 1: ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI HUYỆN

MÔN TOÁN LỚP 7

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1. Tìm giá trị n nguyên dương:

a) $\frac{1}{8} \cdot 16^n = 2^n$; b) $27 < 3^n < 243$

Bài 2. Thực hiện phép tính:

$$\left(\frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49}\right) \frac{1-3-5-7-\dots-49}{89}$$

Bài 3. a) Tìm x biết: $|2x + 3| = x + 2$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = |x - 2006| + |2007 - x|$ Khi x thay đổi

Bài 4. Hiện nay hai kim đồng hồ chỉ 10 giờ. Sau ít nhất bao lâu thì 2 kim đồng hồ nằm đối diện nhau trên một đường thẳng.

Bài 5. Cho tam giác vuông ABC ($\angle A = 90^\circ$), đường cao AH , trung tuyến AM . Trên tia đối tia MA lấy điểm D sao cho $DM = MA$. Trên tia đối tia CD lấy điểm I sao cho $CI = CA$, qua I vẽ đường thẳng song song với AC cắt đường thẳng AH tại E . Chứng minh: $AE = BC$

ĐỀ SỐ 2:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI HUYỆN

MÔN TOÁN LỚP 7

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1:(4 điểm)

a) Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

b) Chứng minh rằng : Với mọi số nguyên dương n thì :
 $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10

Bài 2:(4 điểm)

Tìm x biết:

$$\text{a. } \left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$$

$$\text{b. } (x - 7)^{x+1} - (x - 7)^{x+11} = 0$$

Bài 3: (4 điểm)

a) Số A được chia thành 3 số tỉ lệ theo $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của ba số đó bằng 24309. Tìm số A.

b) Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$

Bài 4: (4 điểm)

Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của của tia MA lấy điểm E sao cho ME = MA. Chứng minh rằng:

a) AC = EB và AC // BE

b) Gọi I là một điểm trên AC ; K là một điểm trên EB sao cho AI = EK . Chứng minh ba điểm I , M , K thẳng hàng

c) Từ E kẻ $EH \perp BC$ ($H \in BC$). Biết $HBE = 50^\circ$; $MEB = 25^\circ$.

Tính HEM và BME

Bài 5: (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A có $A = 20^\circ$, vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M. Chứng minh:

a) Tia AD là phân giác của góc BAC

b) AM = BC

..... Hết

ĐỀ SỐ 2:**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI HUYỆN**

MÔN TOÁN LỚP 7

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1:(4 điểm)

a) Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

b) Chứng minh rằng : Với mọi số nguyên dương n thì :

$$3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n \text{ chia hết cho } 10$$

Bài 2:(4 điểm)

Tìm x biết:

$$\text{a. } \left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$$

$$\text{b. } (x-7)^{x+1} - (x-7)^{x+11} = 0$$

Bài 3: (4 điểm)

c) Số A được chia thành 3 số tỉ lệ theo $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của ba số đó bằng 24309. Tìm số A.

d) Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$

Bài 4: (4 điểm)

Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của của tia MA lấy điểm E sao cho ME = MA. Chứng minh rằng:

a) AC = EB và AC // BE

b) Gọi I là một điểm trên AC ; K là một điểm trên EB sao cho AI = EK . Chứng minh ba điểm I , M , K thẳng hàng

c) Từ E kẻ $EH \perp BC$ ($H \in BC$). Biết $HBE = 50^\circ$; $MEB = 25^\circ$.

Tính HEM và BME

Bài 5: (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A có $A = 20^\circ$, vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M. Chứng minh:

c) Tia AD là phân giác của góc BAC

d) AM = BC

..... Hết

ĐỀ SỐ 3:**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI****MÔN TOÁN LỚP 7**

(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: Tìm tất cả các số nguyên a biết $|a| \leq 4$

Câu 2: Tìm phân số có tử là 7 biết nó lớn hơn $-\frac{9}{10}$ và nhỏ hơn $-\frac{9}{11}$

Câu 3. Cho 2 đa thức

$$P(x) = x^2 + 2mx + m^2 \text{ và}$$

$$Q(x) = x^2 + (2m+1)x + m^2$$

Tìm m biết $P(1) = Q(-1)$

Câu 4: Tìm các cặp số $(x; y)$ biết:

a/ $\frac{x}{3} = \frac{y}{7}$; $xy=84$

b/ $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất hoặc lớn nhất của các biểu thức sau :

$A = |x+1| + 5$

$B = \frac{x^2 + 15}{x^2 + 3}$

Câu 6: Cho tam giác ABC có $\hat{A} < 90^\circ$. Vẽ ra phía ngoài tam giác đó hai đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AB; AE vuông góc và bằng AC.

a. Chứng minh: $DC = BE$ và $DC \perp BE$

b. Gọi N là trung điểm của DE. Trên tia đối của tia NA lấy M sao cho $NA = NM$. Chứng minh: $AB = ME$ và $\angle ABC = \angle EMN$

c. Chứng minh: $MA \perp BC$

ĐỀ SỐ 4:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1 (2 điểm)

Thực hiện phép tính :

a- $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1 \right)$

b- $\frac{\left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4} \right)^2 \cdot (-1)^{2003}}{\left(\frac{2}{5} \right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12} \right)^3}$

Câu 2 (2 điểm)

a- Tìm số nguyên a để $\frac{a^2 + a + 3}{a + 1}$ là số nguyên

b- Tìm số nguyên x,y sao cho $x - 2xy + y = 0$

Câu 3 (2 điểm)

a- Chứng minh rằng nếu $a + c = 2b$ và $2bd = c(b+d)$ thì $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với b,d khác 0

b- Cần bao nhiêu số hạng của tổng $S = 1+2+3+\dots$ để được một số có ba chữ số giống nhau .

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC có góc B bằng 45^0 , góc C bằng 120^0 . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 2CB$. Tính góc ADE

Câu 5 (1điểm)

Tìm mọi số nguyên tố thỏa mãn : $x^2 - 2y^2 = 1$

ĐÁP ÁN ĐỀ 1 TOÁN 7

Bài 1. Tìm giá trị n nguyên dương: (4 điểm mỗi câu 2 điểm)

a) $\frac{1}{8} \cdot 16^n = 2^n$; $\Rightarrow 2^{4n-3} = 2^n \Rightarrow 4n - 3 = n \Rightarrow n = 1$

b) $27 < 3^n < 243 \Rightarrow 3^3 < 3^n < 3^5 \Rightarrow n = 4$

Bài 2. Thực hiện phép tính: (4 điểm)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{4 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 14} + \frac{1}{14 \cdot 19} + \dots + \frac{1}{44 \cdot 49} \right) \frac{1-3-5-7-\dots-49}{89} \\ &= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{44} - \frac{1}{49} \right) \cdot \frac{2-(1+3+5+7+\dots+49)}{12} \\ &= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right) \cdot \frac{2-(12 \cdot 50 + 25)}{89} = -\frac{5 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 89}{5 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 89} = -\frac{9}{28} \end{aligned}$$

Bài 3. (4 điểm mỗi câu 2 điểm)

a) Tìm x biết: $|2x+3| = x+2$

Ta có: $x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$.

+ Nếu $x \geq -\frac{3}{2}$ thì $|2x+3|=x+2 \Rightarrow 2x+3=x+2 \Rightarrow x=-1$ (Thoả mãn)

+ Nếu $-2 \leq x < -\frac{3}{2}$ Thì $|2x+3|=x+2 \Rightarrow -2x-3=x+2 \Rightarrow x=-\frac{5}{3}$ (Thoả mãn)

+ Nếu $-2 > x$ Không có giá trị của x thoả mãn

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $A=|x-2006|+|2007-x|$ Khi x thay đổi

+ Nếu $x < 2006$ thì: $A = -x + 2006 + 2007 - x = -2x + 4013$

Khi đó: $-x > -2006 \Rightarrow -2x + 4013 > -4012 + 4013 = 1 \Rightarrow A > 1$

+ Nếu $2006 \leq x \leq 2007$ thì: $A = x - 2006 + 2007 - x = 1$

+ Nếu $x > 2007$ thì $A = x - 2006 - 2007 + x = 2x - 4013$

Do $x > 2007 \Rightarrow 2x - 4013 > 4014 - 4013 = 1 \Rightarrow A > 1$.

Vậy A đạt giá trị nhỏ nhất là 1 khi $2006 \leq x \leq 2007$

Bài 4. Hiện nay hai kim đồng hồ chỉ 10 giờ. Sau ít nhất bao lâu thì 2 kim đồng hồ nằm đối diện nhau trên một đường thẳng. (4 điểm mỗi)

Gọi x, y là số vòng quay của kim phút và kim giờ khi 10 giờ đến lúc 2 kim đối nhau trên một đường thẳng, ta có:

$$x - y = \frac{1}{3} \text{ (ứng với từ số 12 đến số 4 trên đồng hồ)}$$

và $x : y = 12$ (Do kim phút quay nhanh gấp 12 lần kim giờ)

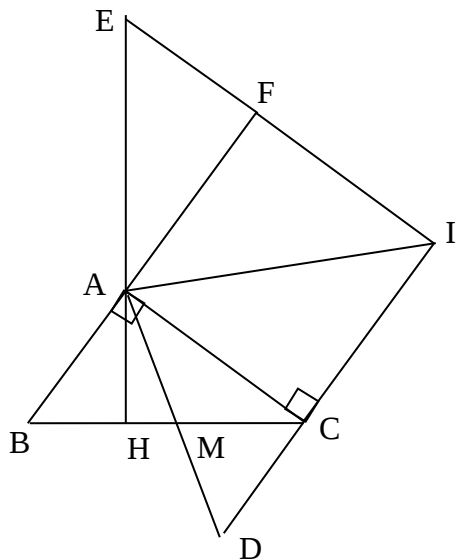
$$\text{Do đó: } \frac{x}{y} = \frac{12}{1} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{1} = \frac{x-y}{11} = \frac{1}{3} : 11 = \frac{1}{33}$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{33} \text{ (vòng)} \Rightarrow x = \frac{4}{11} \text{ (giờ)}$$

Vậy thời gian ít nhất để 2 kim đồng hồ từ khi 10 giờ đến lúc nằm đối diện nhau trên một đường thẳng là $\frac{4}{11}$ giờ

Bài 5. Cho tam giác vuông ABC ($A = 1v$), đường cao AH , trung tuyến AM . Trên tia đối tia MA lấy điểm D sao cho $DM = MA$. Trên tia đối tia CD lấy điểm I sao cho $CI = CA$,

qua I vẽ đường thẳng song song với AC cắt đường thẳng AH tại E. Chứng minh: $AE = BC$ (4 điểm mỗi)



Đường thẳng AB cắt EI tại F

$\triangle ABM = \triangle DCM$ vì:

$AM = DM$ (gt), $MB = MC$ (gt),

$\angle AMB = \angle DMC$ (đđ) $\Rightarrow \angle BAM = \angle CDM$

$\Rightarrow FB \parallel ID \Rightarrow ID \perp AC$

Và $\angle FAI = \angle CIA$ (so le trong) (1)

$IE \parallel AC$ (gt) $\Rightarrow \angle FIA = \angle CAI$ (so le trong) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \triangle CAI = \triangle FIA$ (AI chung)

$\Rightarrow IC = AC = AF$ (3)

và $\angle EFA = 1v$ (4)

Mặt khác $\angle EAF = \angle BAH$ (đđ),

$\angle BAH = \angle ACB$ (cùng phụ $\angle ABC$)

$\Rightarrow \angle EAF = \angle ACB$ (5)

Từ (3), (4) và (5) $\Rightarrow \triangle AFE = \triangle CAB$

$\Rightarrow AE = BC$

ĐÁP ÁN ĐỀ 2 TOÁN 7

Bài 1:(4 điểm):

a) (2 điểm)

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} \\
 &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)} \\
 &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} \\
 &= \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}
 \end{aligned}$$

b) (2 điểm)

$$\begin{aligned}
 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n &= 3^{n+2} + 3^n - 2^{n+2} - 2^n \\
 &= 3^n(3^2 + 1) - 2^n(2^2 + 1) \\
 &= 3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 = 3^n \cdot 10 - 2^{n-1} \cdot 10 \\
 &= 10(3^n - 2^{n-1})
 \end{aligned}$$

Vậy $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n \vdots 10$ với mọi n là số nguyên dương.

Bài 2: (4 điểm)

a) (2 điểm)

$$\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right| \Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| \frac{-16}{5} + \frac{2}{5} \right|$$

$$\Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$$

$$\Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{3} = 2 \\ x - \frac{1}{3} = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3} \\ x = -2 + \frac{1}{3} = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

b) (2 điểm)

$$(x-7)^{x+1} - (x-7)^{x+11} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-7)^{x+1} [1 - (x-7)^{10}] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-7)^{(x+1)} \left[1 - (x-7)^{10} \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-7)^{x+1} = 0 \\ 1 - (x-7)^{10} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-7=0 \Rightarrow x=7 \\ (x-7)^{10}=1 \Rightarrow x=8 \end{cases}$$

Bài 3: (4 điểm)

a) (2,5 điểm)

Gọi a, b, c là ba số được chia ra từ số A.

$$\text{Theo đề bài ta có: } a : b : c = \frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6} \quad (1)$$

$$\text{và } a^2 + b^2 + c^2 = 24309 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow \frac{a}{\frac{2}{5}} = \frac{b}{\frac{3}{4}} = \frac{c}{\frac{1}{6}} = k \Rightarrow a = \frac{2}{5}k; b = \frac{3}{4}k; c = \frac{k}{6}$$

$$\text{Do đó (2)} \Leftrightarrow k^2 \left(\frac{4}{25} + \frac{9}{16} + \frac{1}{36} \right) = 24309$$

$$\Rightarrow k = 180 \text{ và } k = -180$$

+ Với $k=180$, ta được: $a = 72$; $b = 135$; $c = 30$.

Khi đó ta có số $A = a + b + c = 237$.

+ Với $k=-180$, ta được: $a = -72$; $b = -135$; $c = -30$

Khi đó ta có số $A = -72 + (-135) + (-30) = -237$.

b) (1,5 điểm)

$$\text{Từ } \frac{a}{c} = \frac{c}{b} \text{ suy ra } c^2 = a.b$$

$$\begin{aligned} \text{khi đó } \frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} &= \frac{a^2 + a.b}{b^2 + a.b} \\ &= \frac{a(a+b)}{b(a+b)} = \frac{a}{b} \end{aligned}$$

Bài 4: (4 điểm)

a/ (1 điểm) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có :

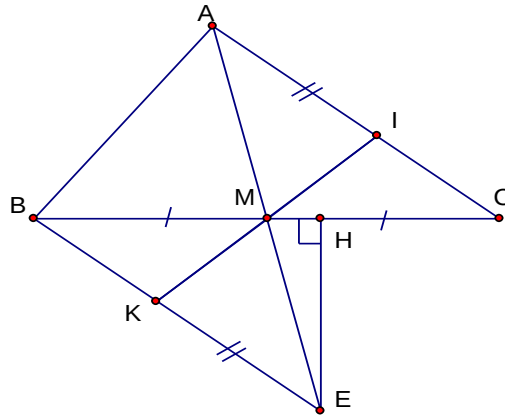
$$AM = EM \quad (\text{gt})$$

$$\angle AMC = \angle EMB \quad (\text{đối đỉnh})$$

$$BM = MC \quad (\text{gt})$$

Nên : $\triangle AMC = \triangle EMB$ (c.g.c
điểm

$$\Rightarrow AC =$$



)

) 0,5

EB

$$\text{Vì } \triangle AMC = \triangle EMB \Rightarrow \angle MAC = \angle MEB$$

(2 góc có vị trí so le trong được tạo bởi đường thẳng AC và EB cắt đường thẳng AE)

Suy ra $AC \parallel BE$.

0,5 điểm

b/ (1 điểm)

Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có :

$$AM = EM \quad (\text{gt})$$

$$\angle MAI = \angle MEK \quad (\text{vì } \triangle AMC = \triangle EMB)$$

$$AI = EK \quad (\text{gt})$$

Nên $\triangle AMI = \triangle EMK$ (c.g.c)

Suy ra $\angle AMI = \angle EMK$

Mà $\angle AMI + \angle IME = 180^\circ$ (tính chất hai góc kề bù)

$$\Rightarrow \angle EMK + \angle IME = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Ba điểm I; M; K thẳng hàng

c/ (1,5 điểm)

Trong tam giác vuông BHE ($\angle H = 90^\circ$) có $\angle HBE = 50^\circ$

$$\Rightarrow \angle HBE = 90^\circ - \angle HBE = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\Rightarrow HEM = HEB - MEB = 40^\circ - 25^\circ = 15^\circ$$

BME là góc ngoài tại đỉnh M của $\triangle HEM$

Nên $BME = HEM + MHE = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$
(định lý góc ngoài của tam giác)

Bài 5: (4 điểm)

a) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c.c.c)

suy ra $DAB = DAC$

Do đó $DAB = 20^\circ : 2 = 10^\circ$

b) $\triangle ABC$ cân tại A , mà $A = 20^\circ$ (gt) nên

$$ABC = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$$

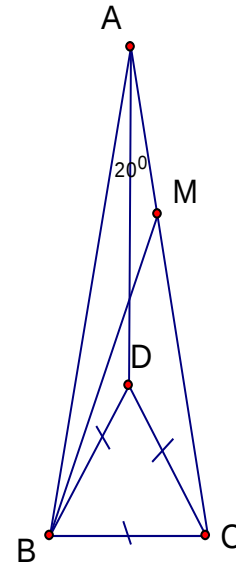
$\triangle ABC$ đều nên $DBC = 60^\circ$

Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC suy ra

$$ABD = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ.$$

Tia BM là phân giác của góc ABD

nên $ABM = 10^\circ$



Xét tam giác ABM và BAD có:

AB cạnh chung ; $BAM = ABD = 20^\circ$; $ABM = DAB = 10^\circ$

Vậy: $\triangle ABM = \triangle BAD$ (g.c.g)

suy ra $AM = BD$, mà $BD = BC$ (gt) nên $AM = BC$

ĐÁP ÁN ĐỀ 3 TOÁN 7

Câu 1: Tìm tất cả các số nguyên a biết $|a| \leq 4$

$$0 \leq |a| \leq 4$$

$$\Rightarrow |a| = 0; 1; 2; 3; 4$$

$$* |a| = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$* |a| = 1 \Rightarrow a = 1 \text{ hoặc } a = -1$$

$$* |a| = 2 \Rightarrow a = 2 \text{ hoặc } a = -2$$

$$* |a| = 3 \Rightarrow a = 3 \text{ hoặc } a = -3$$

$$* |a| = 4 \Rightarrow a = 4 \text{ hoặc } a = -4$$

Câu 2: Tìm phân số có tử là 7 biết nó lớn hơn

$$-\frac{9}{10} \text{ và nhỏ hơn } -\frac{9}{11}$$

Gọi mẫu phân số cần tìm là x

Ta có:

$$\frac{-9}{10} < \frac{7}{x} < \frac{-9}{11} \Rightarrow \frac{63}{-70} < \frac{63}{9x} < \frac{63}{-77} \Rightarrow -77 < 9x < -70. \text{ Vì } 9x : 9 \Rightarrow 9x = -72 \\ \Rightarrow x = 8$$

Vậy phân số cần tìm là $-\frac{7}{8}$

Câu 3. Cho 2 đa thức

$$P(x) = x^2 + 2mx + m^2 \text{ và}$$

$$Q(x) = x^2 + (2m+1)x + m^2$$

Tìm m biết $P(1) = Q(-1)$

$$P(1) = 1^2 + 2m \cdot 1 + m^2$$

$$= m^2 + 2m + 1$$

$$Q(-1) = 1 - 2m - 1 + m^2$$

$$= m^2 - 2m$$

$$\text{Để } P(1) = Q(-1) \text{ thì } m^2 + 2m + 1 = m^2 - 2m \Leftrightarrow 4m = -1 \Leftrightarrow m = -1/4$$

Câu 4: Tìm các cặp số (x; y) biết:

$$a/ \quad \frac{x}{3} = \frac{y}{7}; \quad xy=84 \Rightarrow \frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{49} = \frac{xy}{3 \cdot 7} = \frac{84}{21} = 4$$

$$\Rightarrow x^2 = 4 \cdot 9 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$$

$$\Rightarrow y^2 = 4 \cdot 7 = 28 \Rightarrow y = \pm 2\sqrt{7}$$

Do x,y cùng dấu nên:

- $x = 6; y = 14$
- $x = -6; y = -14$

$$b/ \quad \frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$$

áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x} = \frac{1+7y-1-5y}{4x-5x} = \frac{2y}{-x} = \frac{1+5y-1-3y}{5x-12} = \frac{2y}{5x-12}$$

$$\Rightarrow \frac{2y}{-x} = \frac{2y}{5x-12}$$

$$\Rightarrow -x = 5x - 12$$

$\Rightarrow x = 2$. Thay $x = 2$ vào trên ta được:

$$\frac{1+3y}{12} = \frac{2y}{-2} = -y$$

$$\Rightarrow 1 + 3y = -12y$$

$$\Rightarrow 1 = -15y$$

$$\Rightarrow y = \frac{-1}{15}$$

Vậy $x = 2, y = \frac{-1}{15}$ thỏa mãn đề bài

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất hoặc lớn nhất của các biểu thức sau :

- $A = |x+1| + 5$

Ta có : $|x+1| \geq 0$. Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow x = -1$.

$$\Rightarrow A \geq 5.$$

Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow x = -1$.

Vậy: $\text{Min } A = 5 \Leftrightarrow x = -1$.

- $B = \frac{x^2+15}{x^2+3} = \frac{(x^2+3)+12}{x^2+3} = 1 + \frac{12}{x^2+3}$

Ta có: $x^2 \geq 0$. Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow x = 0$

$$\Rightarrow x^2 + 3 \geq 3 \quad (2 \text{ vế dương})$$

$$\Rightarrow \frac{12}{x^2+3} \leq \frac{12}{3} \Rightarrow \frac{12}{x^2+3} \leq 4 \Rightarrow 1 + \frac{12}{x^2+3} \leq 1 + 4$$

$$\Rightarrow B \leq 5$$

Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow x = 0$

Vậy : $\text{Max } B = 5 \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 6:

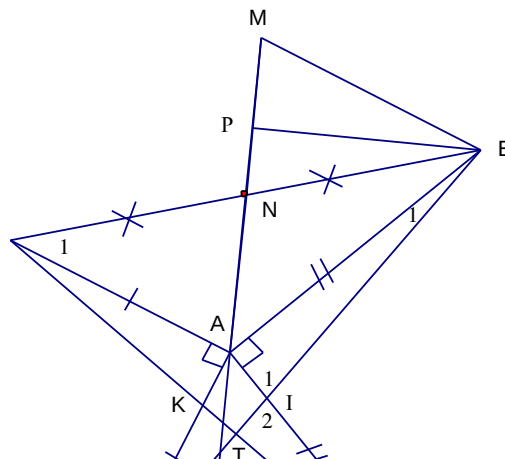
a/

Xét $\triangle ADC$ và $\triangle BAF$ ta có:

$$DA = BA \text{ (gt)}$$

$$AE = AC \text{ (gt)}$$

$$\widehat{DAC} = \widehat{BAE} \text{ (cùng bằng } 90^\circ + \widehat{BAC} \text{)}$$



$$\Rightarrow \triangle DAC = \triangle BAE (\text{c.g.c})$$

$$\Rightarrow DC = BE$$

Xét $\triangle AIE$ và $\triangle TIC$

$$\widehat{I_1} = \widehat{I_2} \text{ (đđ)}$$

$$\widehat{E_1} = \widehat{C_1} \text{ (do } \triangle DAC = \triangle BAE)$$

$$\Rightarrow \widehat{EAI} = \widehat{CTI}$$

$$\Rightarrow \widehat{CTI} = 90^\circ \Rightarrow DC \perp BE$$

b/ Ta có: $\triangle MNE = \triangle AND$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{MEN}, AD = ME$$

mà $AD = AB$ (gt)

$$\Rightarrow AB = ME \text{ (đpcm) (1)}$$

$$\text{Vì } \widehat{D_1} = \widehat{MEN} \Rightarrow DA // ME \Rightarrow \widehat{DAE} + \widehat{AEM} = 180^\circ \text{ (trong cùng phía)}$$

$$\text{mà } \widehat{BAC} + \widehat{DAE} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{AEM} \text{ (2)}$$

Ta lại có: $AC = AE$ (gt) (3). Từ (1),(2) và (3) $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle EMA$ (đpcm)

c/ Kéo dài MA cắt BC tại H. Từ E hạ $EP \perp MH$

Xét $\triangle AHC$ và $\triangle EPA$ có:

$$\widehat{CAH} = \widehat{AEP} \text{ (do cùng phụ với } \widehat{PAE})$$

$$AE = CA \text{ (gt)}$$

$$\widehat{PAE} = \widehat{HCA} \text{ (do } \triangle ABC = \triangle EMA \text{ câu b)}$$

$$\Rightarrow \triangle AHC = \triangle EPA$$

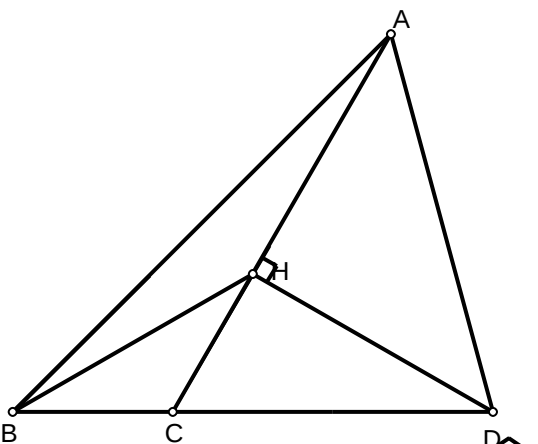
$$\Rightarrow \widehat{EPA} = \widehat{AHC}$$

$$\Rightarrow \widehat{AHC} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow MA \perp BC \text{ (đpcm)}$$

ĐÁP ÁN ĐỀ 4

CÂU	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM										
1.a	Thực hiện theo từng bước đúng kết quả -2 cho điểm tối đa	1Điểm										
1.b	Thực hiện theo từng bước đúng kết quả 14,4 cho điểm tối đa	1Điểm										
2.a	Ta có : $\frac{a^2 + a + 3}{a + 1} = \frac{a(a + 1) + 3}{a + 1} = a + \frac{3}{a + 1}$ vì a là số nguyên nên $\frac{a^2 + a + 3}{a + 1}$ là số nguyên khi $\frac{3}{a + 1}$ là số nguyên hay a+1 là ước của 3 do đó ta có bảng sau : <table><tr><td>a+1</td><td>-3</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>a</td><td>-4</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td></tr></table> Vậy với $a \in \{-4, -2, 0, 2\}$ thì $\frac{a^2 + a + 3}{a + 1}$ là số nguyên	a+1	-3	1	1	3	a	-4	-2	0	2	0,25 0,25 0,25 0,25
a+1	-3	1	1	3								
a	-4	-2	0	2								
2.b	Từ : $x - 2xy + y = 0$ Hay $(1 - 2y)(2x - 1) = -1$ Vì x,y là các số nguyên nên $(1 - 2y)$ và $(2x - 1)$ là các số nguyên do đó ta có các trường hợp sau : $\begin{cases} 1 - 2y = 1 \\ 2x - 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ Hoặc $\begin{cases} 1 - 2y = -1 \\ 2x - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ Vậy có 2 cặp số x, y như trên thỏa mãn điều kiện đầu bài	0,25 0,25 0,25 0,25										
3.a	Vì $a + c = 2b$ nên từ $2bd = c(b + d)$ Ta có: $(a + c)d = c(b + d)$ Hay $ad = bc$ Suy ra $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (ĐPCM)	0,5 0,5										
3.b	Giả sử số có 3 chữ số là $\overline{aaa} = 111.a$ (a là chữ số khác 0) Gọi số số hạng của tổng là n , ta có : $\frac{n(n + 1)}{2} = 111a = 3.37.a$ Hay $n(n + 1) = 2.3.37.a$ Vậy $n(n + 1)$ chia hết cho 37 , mà 37 là số nguyên tố và $n + 1 < 74$ (Nếu n = 74 không thỏa mãn) Do đó $n = 37$ hoặc $n + 1 = 37$ Nếu $n = 37$ thì $n + 1 = 38$ lúc đó $\frac{n(n + 1)}{2} = 703$ không thỏa mãn Nếu $n + 1 = 37$ thì $n = 36$ lúc đó $\frac{n(n + 1)}{2} = 666$ thỏa mãn Vậy số số hạng của tổng là 36	0,25 0,25 0,5										

4	 Kẻ DH Vuông góc với AC vì $\widehat{ACD} = 60^\circ$ do đó $\widehat{CDH} = 30^\circ$ Nên $CH = \frac{CD}{2} \Rightarrow CH = BC$ Tam giác BCH cân tại C $\Rightarrow \widehat{CBH} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ABH} = 15^\circ$ Mà $\widehat{BAH} = 15^\circ$ nên tam giác AHB cân tại H Do đó tam giác AHD vuông cân tại H Vậy $\widehat{ADB} = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$	0,5 0,5 1,0 1,0
5	Từ : $x^2 - 2y^2 = 1$ suy ra $x^2 - 1 = 2y^2$ Nếu x chia hết cho 3 vì x nguyên tố nên $x=3$ lúc đó $y=2$ nguyên tố thỏa mãn Nếu x không chia hết cho 3 thì $x^2 - 1$ chia hết cho 3 do đó $2y^2$ chia hết cho 3 Mà $(2;3)=1$ nên y chia hết cho 3 khi đó $x^2=19$ không thỏa mãn Vậy cặp số (x,y) duy nhất tìm được thỏa mãn điều kiện đầu bài là (2;3)	0,25 0,25 0,25 0,25

ĐỀ SỐ 5:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1 (3đ):

1, Tính:
$$P = \frac{\frac{1}{2003} + \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005}}{\frac{1}{2003} + \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005}} - \frac{\frac{2}{2002} + \frac{2}{2003} - \frac{2}{2004}}{\frac{2}{2002} + \frac{2}{2003} - \frac{2}{2004}}$$

2, Biết: $13 + 23 + \dots + 103 = 3025$.

Tính: $S = 23 + 43 + 63 + \dots + 203$

3, Cho: $A = \frac{x^3 - 3x^2 + 0,25xy^2 - 4}{x^2 + y}$

Tính giá trị của A biết $x = \frac{1}{2}$; y là số nguyên âm lớn nhất.

Bài 2 (1đ):

Tìm x biết:

$$3x + 3x + 1 + 3x + 2 = 117$$

Bài 3 (1đ):

Một con thỏ chạy trên một con đường mà hai phần ba con đường bằng qua đồng cỏ và đoạn đường còn lại đi qua đầm lầy. Thời gian con thỏ chạy trên đồng cỏ bằng nửa thời gian chạy qua đầm lầy.

Hỏi vận tốc của con thỏ trên đoạn đường nào lớn hơn? Tính tỉ số vận tốc của con thỏ trên hai đoạn đường?

Bài 4 (2đ):

Cho ΔABC nhọn. Vẽ về phía ngoài ΔABC các Δ đều ABD và ACE. Gọi M là giao điểm của BE và CD. Chứng minh rằng:

1, $\Delta ABE = \Delta ADC$

2, $\angle BMC = 120^\circ$

Bài 5 (3đ):

Cho ba điểm B, H, C thẳng hàng, $BC = 13$ cm, $BH = 4$ cm, $HC = 9$ cm. Từ H vẽ tia Hx vuông góc với đường thẳng BC. Lấy A thuộc tia Hx sao cho $HA = 6$ cm.

1, ΔABC là Δ gì? Chứng minh điều đó.

2, Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Từ D vẽ đường thẳng song song với AH cắt AC tại E.

Chứng minh: $AE = AB$

ĐỀ SỐ 6:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1 (4đ):

Cho các đa thức:

$$A(x) = 2x^5 - 4x^3 + x^2 - 2x + 2$$

$$B(x) = x^5 - 2x^4 + x^2 - 5x + 3$$

$$C(x) = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 8x + 4\frac{3}{16}$$

1, Tính $M(x) = A(x) - 2B(x) + C(x)$

2, Tính giá trị của $M(x)$ khi $x = -\sqrt{0,25}$

3, Có giá trị nào của x để $M(x) = 0$ không ?

Bài 2 (4đ):

1, Tìm ba số a, b, c biết:

$$3a = 2b; 5b = 7c \text{ và } 3a + 5b - 7c = 60$$

2, Tìm x biết:

$$|2x-3|-x = |2-x|$$

Bài 3 (4đ):

Tìm giá trị nguyên của m và n để biểu thức

1, $P = \frac{2}{6-m}$ có giá trị lớn nhất

2, $Q = \frac{8-n}{n-3}$ có giá trị nguyên nhỏ nhất

Bài 4 (5đ):

Cho tam giác ABC có $AB < AC$; $AB = c$, $AC = b$. Qua M là trung điểm của BC kẻ đường vuông góc với đường phân giác trong của góc A , cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại D, E .

1, Chứng minh $BD = CE$.

2, Tính AD và BD theo b, c

Bài 5 (3đ):

Cho ΔABC cân tại A , $\angle BAC = 100^\circ$. D là điểm thuộc miền trong của ΔABC sao cho $\angle DBC = 10^\circ$, $\angle DCB = 20^\circ$.

Tính góc ADB ?

ĐỀ SỐ 7:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1 (3đ): Tính:

$$1, \left[6 \cdot \left(\frac{-1}{3} \right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{-1}{3} \right) + 1 \right] - \left(\frac{-1}{3} - 1 \right)$$

$$2, (6^3 + 3 \cdot 6^2 + 3^3) : 13$$

$$3, \frac{9}{10} - \frac{1}{90} - \frac{1}{72} - \frac{1}{56} - \frac{1}{42} - \frac{1}{30} - \frac{1}{20} - \frac{1}{12} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}$$

Bài 2 (3đ):

1, Cho $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$ và $a + b + c \neq 0$; $a = 2005$.

Tính b, c .

2, Chứng minh rằng từ hệ thức $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ ta có hệ thức:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Bài 3 (4đ):

Độ dài ba cạnh của tam giác tỉ lệ với 2; 3; 4. Ba chiều cao tương ứng với ba cạnh đó tỉ lệ với ba số nào ?

Bài 4 (3đ):

Vẽ đồ thị hàm số:

$$y = \begin{cases} 2x & ; \quad x \geq 0 \\ x & ; \quad x < 0 \end{cases}$$

Bài 5 (3đ):

Chứng tỏ rằng:

$A = 75 \cdot (4^{2004} + 4^{2003} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25$ là số chia hết cho 100

Bài 6 (4đ):

Cho tam giác ABC có góc $A = 60^\circ$. Tia phân giác của góc B cắt AC tại D, tia phân giác của góc C cắt AB tại E. Các tia phân giác đó cắt nhau tại I.

Chứng minh: $ID = IE$

ĐỀ SỐ 8:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1 (5đ):

1, Tìm $n \in \mathbb{N}$ biết $(3^3 : 9)3^n = 729$

2, Tính :

$$A = \left| 4 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \right| + \left| 0, (4) + \frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{5} - \frac{3}{7}}{\frac{2}{3} - \frac{4}{5} - \frac{6}{7}} \right|$$

Bài 2 (3đ):

Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a, b, c \neq 0$ thỏa mãn $b^2 = ac$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{c} = \frac{(a + 2007b)^2}{(b + 2007c)^2}$$

Bài 3 (4đ):

Ba đội công nhân làm 3 công việc có khối lượng như nhau. Thời gian hoàn thành công việc của đội I, II, III lần lượt là 3, 5, 6 ngày. Biết đội II nhiều hơn đội III là 2 người và năng suất của mỗi công nhân là bằng nhau. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu công nhân ?

Câu 4 (6đ):

Cho ΔABC nhọn. Vẽ về phía ngoài ΔABC các Δ đều ABD và ACE .

1, Chứng minh: $BE = DC$.

2, Gọi H là giao điểm của BE và CD . Tính số đo góc BHC .

Bài 5 (2đ):

Cho $m, n \in \mathbb{N}$ và p là số nguyên tố thỏa mãn: $\frac{p}{m-1} = \frac{m+n}{p}$.

Chứng minh rằng : $p^2 = n + 2$.

ĐỀ SỐ 9:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

a, Cho $A = (0,8.7 + 0,8^2).(1,25.7 - \frac{4}{5}.1,25) + 31,64$

$$B = \frac{(11,81 + 8,19).0,02}{9 : 11,25}$$

Trong hai số A và B số nào lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu lần ?

b) Số $A = 10^{1998} - 4$ có chia hết cho 3 không ? Có chia hết cho 9 không ?

Câu 2: (2 điểm)

Trên quãng đường AB dài 31,5 km. An đi từ A đến B , Bình đi từ B đến A . Vận tốc An so với Bình là 2: 3. Đến lúc gặp nhau, thời gian An đi so với Bình đi là 3: 4.

Tính quãng đường mỗi người đi tới lúc gặp nhau ?

Câu 3:

a) Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ.

Chứng tỏ rằng: $f(-2).f(3) \leq 0$. Biết rằng $13a + b + 2c = 0$

b) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $A = \frac{2}{6-x}$ có giá trị lớn nhất.

Câu 4: (3 điểm)

Cho ΔABC dựng tam giác vuông cân $\widehat{BAE}$; $BAE = 90^\circ$, B và E nằm ở hai nửa mặt phẳng khác nhau bờ AC . Dựng tam giác vuông cân $\widehat{FAC}$, $FAC = 90^\circ$. F và C nằm ở hai nửa mặt phẳng khác nhau bờ AB .

a) Chứng minh rằng: $\Delta ABF = \Delta ACE$

b) $FB \perp EC$.

Câu 5: (1 điểm)

Tìm chữ số tận cùng của

$$A = 19^{5^{1890}} + 2^{9^{1969}}$$

ĐỀ SỐ 10:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm)

a) Tính $A = \left(\frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25} + \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} \right) : \frac{1890}{2005} + 115$

b) Cho $B = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{3^{2004}} + \frac{1}{3^{2005}}$

Chứng minh rằng $B < \frac{1}{2}$.

Câu 2: (2 điểm)

a) Chứng minh rằng nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $\frac{5a + 3b}{5a - 3b} = \frac{5c + 3d}{5c - 3d}$

(giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

b) Tìm x biết: $\frac{x-1}{2004} + \frac{x-2}{2003} - \frac{x-3}{2002} = \frac{x-4}{2001}$

Câu 3: (2 điểm)

a) Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết rằng f(0); f(1); f(2) có giá trị nguyên.

Chứng minh rằng 2a, 2b có giá trị nguyên.

b) Độ dài 3 cạnh của tam giác tỉ lệ với 2; 3; 4. Ba đường cao tương ứng với ba cạnh đó tỉ lệ với ba số nào ?

Câu 4: (3 điểm)

Cho tam giác cân ABC (AB = AC). Trên cạnh BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho BD = CE. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB, AC lần lượt ở M, N. Chứng minh rằng:

a) DM = EN

b) Đường thẳng BC cắt MN tại trung điểm I của MN.

c) Đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC.

Câu 5: (1 điểm)

Tìm số tự nhiên n để phân số $\frac{7n-8}{2n-3}$ có giá trị lớn nhất.

ĐỀ SỐ 11:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm)

a) Tính:

$$A = \left(0,75 - 0,6 + \frac{3}{7} + \frac{3}{13} \right) : \left(\frac{11}{7} + \frac{11}{13} + 2,75 - 2,2 \right)$$

$$B = \left(\frac{10\sqrt{1,21}}{7} + \frac{22\sqrt{0,25}}{3} \right) : \left(\frac{5}{\sqrt{49}} + \frac{\sqrt{225}}{9} \right)$$

b) Tìm các giá trị của x để: $|x+3| + |x+1| = 3x$

Câu 2: (2 điểm)

a) Cho a, b, c > 0. Chứng tỏ rằng: $M = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$ không là số nguyên.

b) Cho a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 0$. Chứng minh rằng: $ab + bc + ca \leq 0$.

Câu 3: (2 điểm)

a) Tìm hai số dương khác nhau x, y biết rằng tổng, hiệu và tích của chúng lần lượt tỉ lệ nghịch với 35; 210 và 12.

b) Vận tốc của máy bay, ô tô và tàu hoả tỉ lệ với các số 10; 2 và 1. Thời gian máy bay bay từ A đến B ít hơn thời gian ô tô chạy từ A đến B là 16 giờ.

Hỏi tàu hoả chạy từ A đến B mất bao lâu ?

Câu 4: (3 điểm)

Cho cạnh hình vuông ABCD có độ dài là 1. Trên các cạnh AB, AD lấy các điểm P, Q sao cho chu vi ΔAPQ bằng 2.

Chứng minh rằng góc PCQ bằng 45° .

Câu 5: (1 điểm)

Chứng minh rằng: $\frac{1}{5} + \frac{1}{15} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{1985} < \frac{9}{20}$

ĐỀ SỐ 12:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

a) Chứng minh rằng với mọi số n nguyên dương đều có:

$$A = 5^n(5^n + 1) - 6^n(3^n + 2) \quad \vdots \quad 91$$

b) Tìm tất cả các số nguyên tố P sao cho $P^2 + 14$ là số nguyên tố.

Bài 2: (2 điểm)

a) Tìm số nguyên n sao cho $n^2 + 3 \vdots n - 1$

b) Biết $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$

Chứng minh rằng: $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$

Bài 3: (2 điểm)

An và Bách có một số bưu ảnh, số bưu ảnh của mỗi người chưa đến 100. Số bưu ảnh hoa của An bằng số bưu ảnh thú rừng của Bách.

+ Bách nói với An. Nếu tôi cho bạn các bưu ảnh thú rừng của tôi thì số bưu ảnh của bạn gấp 7 lần số bưu ảnh của tôi.

+ An trả lời: còn nếu tôi cho bạn các bưu ảnh hoa của tôi thì số bưu ảnh của tôi gấp bốn lần số bưu ảnh của bạn.

Tính số bưu ảnh của mỗi người.

Bài 4: (3 điểm)

Cho ΔABC có góc A bằng 120° . Các đường phân giác AD, BE, CF.

a) Chứng minh rằng DE là phân giác ngoài của ΔADB .

b) Tính số đo góc EDF và góc BED.

Bài 5: (1 điểm)

Tìm các cặp số nguyên tố p, q thỏa mãn:

$$5^{2p} + 1997 = 5^{2p^2} + q^2$$

ĐỀ SỐ 13:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

Tính:
$$\frac{\left(13\frac{1}{4} - 2\frac{5}{27} - 10\frac{5}{6}\right) \cdot 230\frac{1}{25} + 46\frac{3}{4}}{\left(1\frac{3}{10} + \frac{10}{3}\right) : \left(12\frac{1}{3} - 14\frac{2}{7}\right)}$$

Bài 2: (3 điểm)

a) Chứng minh rằng: $A = 36^{38} + 41^{33}$ chia hết cho 77.

b) Tìm các số nguyên x để $B = |x-1| + |x-2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

c) Chứng minh rằng: $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có giá trị nguyên với mọi x nguyên khi và chỉ khi 6a, 2b, a + b + c và d là số nguyên.

Bài 3: (2 điểm)

a) Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng:

$$\frac{ab}{cd} = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2} \quad \text{và} \quad \left(\frac{a+b}{c+d}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2}$$

b) Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho: $2^n - 1$ chia hết cho 7.

Bài 4: (2 điểm)

Cho cạnh hình vuông ABCD có độ dài là 1. Trên các cạnh AB, AD lấy các điểm P, Q sao cho chu vi ΔAPQ bằng 2. Chứng minh rằng góc PCQ bằng 45° .

Bài 5: (1 điểm)

Chứng minh rằng: $3a + 2b : 17 \Leftrightarrow 10a + b : 17 \quad (a, b \in \mathbb{Z})$

ĐỀ SỐ 14:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

a) Tìm số nguyên dương a lớn nhất sao cho $2004!$ chia hết cho $7a$.

b) Tính
$$P = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2005}}{\frac{2004}{1} + \frac{2003}{2} + \frac{2002}{3} + \dots + \frac{1}{2004}}$$

Bài 2: (2 điểm)

Cho
$$\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$$

chứng minh rằng biểu thức sau có giá trị nguyên.

$$P = \frac{x+y}{z+t} + \frac{y+z}{t+x} + \frac{z+t}{x+y} + \frac{t+x}{y+z}$$

Bài 3: (2 điểm)

Hai xe máy khởi hành cùng một lúc từ A và B, cách nhau 11 km để đi đến C. Vận tốc của người đi từ A là 20 km/h. Vận tốc của người đi từ B là 24 km/h.

Tính quãng đường mỗi người đã đi. Biết họ đến C cùng một lúc và A, B, C thẳng hàng.

Bài 4: (3 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC. Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Vẽ $AE \perp AB$ và $AE = AB$ (E và C khác phía đối với AC). Kẻ EM và FN cùng vuông góc với đường thẳng AH ($M, N \in AH$). EF cắt AH ở O.

Chứng minh rằng O là trung điểm của EF.

Bài 5: (1 điểm)

So sánh: 5^{255} và 2^{579}

ĐỀ SỐ 15:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
 (Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm)

Tính : $A = \frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{39} + \frac{1}{51}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{52} + \frac{1}{68}} ; \quad B = 512 - \frac{512}{2} - \frac{512}{2^2} - \frac{512}{2^3} - \dots - \frac{512}{2^{10}}$

Câu 2: (2 điểm)

a) Tìm x, y nguyên biết: $xy + 3x - y = 6$

b) Tìm x, y, z biết: $\frac{x}{z+y+1} = \frac{y}{x+z+1} = \frac{z}{x+y-2} = x+y+z \quad (x, y, z \neq 0)$

Câu 3: (2 điểm)

a) Chứng minh rằng: Với n nguyên dương ta có:

$$S = 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n \text{ chia hết cho } 10.$$

b) Tìm số tự nhiên x, y biết: $7(x-2004)^2 = 23 - y^2$

Câu 4: (3 điểm)

Cho tam giác ABC, AK là trung tuyến. Trên nửa mặt phẳng không chứa B, bờ là AC, kẻ tia Ax vuông góc với AC; trên tia Ax lấy điểm M sao cho AM = AC. Trên nửa mặt phẳng không chứa C, bờ là AB, kẻ tia Ay vuông góc với AB và lấy điểm N thuộc Ay sao cho AN = AB. Lấy điểm P trên tia AK sao cho AK = KP. Chứng minh:

a) AC // BP.

b) AK ⊥ MN.

Câu 5: (1 điểm)

Cho a, b, c là số đo 3 cạnh của một tam giác vuông với c là số đo cạnh huyền. Chứng minh rằng:

$$a^{2n} + b^{2n} \leq c^{2n} ; n \text{ là số tự nhiên lớn hơn } 0.$$

ĐỀ SỐ 16:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
 (Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm)

Tính:

$$A = \frac{8\frac{3}{9} \cdot 5\frac{1}{4} + 3\frac{16}{19} \cdot 5\frac{1}{4}}{\left(2\frac{14}{17} - 2\frac{1}{34}\right) \cdot 34} : \frac{7}{24}$$

$$B = \frac{1}{3} - \frac{1}{8} - \frac{1}{54} - \frac{1}{108} - \frac{1}{180} - \frac{1}{270} - \frac{1}{378}$$

Câu 2: (2, 5 điểm)

1) Tìm số nguyên m để:

a) Giá trị của biểu thức $m - 1$ chia hết cho giá trị của biểu thức $2m + 1$.

b) $|3m - 1| < 3$

2) Chứng minh rằng: $3^{n+2} - 2^{n+4} + 3^n + 2^n$ chia hết cho 30 với mọi n nguyên dương.

Câu 3: (2 điểm)

a) Tìm x, y, z biết:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \quad \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \quad \text{và} \quad x^2 - y^2 = -16$$

b) Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ đều là các số nguyên.

Chứng minh $f(x)$ luôn nhận giá trị nguyên với mọi x nguyên.

Câu 4: (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, đường cao AH. Ở miền ngoài của tam giác ABC ta vẽ các tam giác vuông cân ABE và ACF đều nhận A làm đỉnh góc vuông. Kẻ EM, FN cùng vuông góc với AH (M, N thuộc AH).

a) Chứng minh: $EM + HC = NH$.

b) Chứng minh: $EN \parallel FM$.

Câu 5: (1 điểm)

Cho $2^n + 1$ là số nguyên tố ($n > 2$). Chứng minh $2^n - 1$ là hợp số.

ĐỀ SỐ 17:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm) Tính nhanh:

$$A = \frac{(1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) (63.1,2 - 21.3,6)}{1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100}$$

$$B = \frac{\left(\frac{1}{14} - \frac{\sqrt{2}}{7} + \frac{3\sqrt{2}}{35} \right) \cdot \left(-\frac{4}{15} \right)}{\left(\frac{1}{10} + \frac{3\sqrt{2}}{25} - \frac{\sqrt{2}}{5} \right) \cdot \frac{5}{7}}$$

Câu 2: (2 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = 3x^2 - 2x + 1$ với $|x| = \frac{1}{2}$

b) Tìm x nguyên để $\sqrt{x} + 1$ chia hết cho $\sqrt{x} - 3$

Câu 3: (2 điểm)

a) Tìm x, y, z biết $\frac{3x}{8} = \frac{3y}{64} = \frac{3z}{216}$ và $2x^2 + 2y^2 - z^2 = 1$

b) Một ô tô phải đi từ A đến B trong thời gian dự định. Sau khi đi được nửa quãng đường ô tô tăng vận tốc lên 20 % do đó đến B sớm hơn dự định 15 phút.

Tính thời gian ô tô đi từ A đến B.

Câu 4: (3 điểm)

Cho tam giác ABC, trung tuyến AM. Trên nửa mặt phẳng chứa đỉnh C bờ là đường thẳng AB dựng đoạn AE vuông góc với AB và $AE = AB$. Trên nửa mặt phẳng chứa đỉnh B bờ là đường thẳng AC dựng đoạn AF vuông góc với AC và $AF = AC$. Chứng minh rằng:

a) $FB = EC$

b) $EF = 2 AM$

c) $AM \perp EF$.

Câu 5: (1 điểm)

Chứng tỏ rằng: $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{200} = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200}$

ĐỀ SỐ 18:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm)

a) Thực hiện phép tính: $M = \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7}$

b) Tính tổng: $P = 1 - \frac{1}{10} - \frac{1}{15} - \frac{1}{3} - \frac{1}{28} - \frac{1}{6} - \frac{1}{21}$

Câu 2: (2 điểm)

1) Tìm x biết: $|2x + 3| - 2|4 - x| = 5$

2) Trên quãng đường Kép - Bắc giang dài 16,9 km, người thứ nhất đi từ Kép đến Bắc Giang, người thứ hai đi từ Bắc Giang đến Kép. Vận tốc người thứ nhất so với người thứ hai bằng 3: 4. Đến lúc gặp nhau vận tốc người thứ nhất đi so với người thứ hai đi là 2: 5.

Hỏi khi gặp nhau thì họ cách Bắc Giang bao nhiêu km ?

Câu 3: (2 điểm)

a) Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ (a, b, c nguyên).

CMR nếu f(x) chia hết cho 3 với mọi giá trị của x thì a, b, c đều chia hết cho 3.

b) CMR: nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $\frac{7a^2 + 5ac}{7a^2 - 5ac} = \frac{7b^2 + 5bd}{7b^2 - 5bd}$ (Giả sử các tỉ số đều có nghĩa).

Câu 4: (3 điểm)

Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC, từ M kẻ đường thẳng vuông góc với tia phân giác của góc A, cắt tia này tại N, cắt tia AB tại E và cắt tia AC tại F. Chứng minh rằng:

- a) $AE = AF$
 b) $BE = CF$
 c) $AE = \frac{AB + AC}{2}$

Câu 5: (1 điểm)

Đội văn nghệ khối 7 gồm 10 bạn trong đó có 4 bạn nam, 6 bạn nữ. Để chào mừng ngày 30/4 cần 1 tiết mục văn nghệ có 2 bạn nam, 2 bạn nữ tham gia.

Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu cách lựa chọn để có 4 bạn như trên tham gia.

ĐỀ SỐ 19:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
 (Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left[\frac{1\frac{11}{31} \cdot 4\frac{3}{7} - \left(15 - 6\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{19}\right)}{4\frac{5}{6} + \frac{1}{6}\left(12 - 5\frac{1}{3}\right)} \cdot \left(-1\frac{14}{93}\right) \right] \cdot \frac{31}{50}$$

b) Chứng tỏ rằng: $B = 1 - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^2} - \dots - \frac{1}{2004^2} > \frac{1}{2004}$

Câu 2: (2 điểm)

Cho phân số: $C = \frac{3|x| + 2}{4|x| - 5} \quad (x \in \mathbb{Z})$

a) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để C đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất đó.

b) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để C là số tự nhiên.

Câu 3: (2 điểm)

Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng: $\frac{ab}{cd} = \frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$

Câu 4: (3 điểm)

Cho tam giác vuông cân ABC ($AB = AC$), tia phân giác của các góc B và C cắt AC và AB lần lượt tại E và D.

a) Chứng minh rằng: $BE = CD$; $AD = AE$.

b) Gọi I là giao điểm của BE và CD. AI cắt BC ở M, chứng minh rằng các $\triangle MAB$; $\triangle MAC$ là tam giác vuông cân.

c) Từ A và D vẽ các đường thẳng vuông góc với BE, các đường thẳng này cắt BC lần lượt ở K và H. Chứng minh rằng $KH = KC$.

Câu 5: (1 điểm)

Tìm số nguyên tố p sao cho:

$3p^2 + 1$; $24p^2 + 1$ là các số nguyên tố.

ĐỀ SỐ 20:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm)

a) Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{0,75 - 0,6 + \frac{3}{7} + \frac{3}{13}}{2,75 - 2,2 + \frac{11}{7} + \frac{11}{3}};$$

$$B = (-251.3 + 281) + 3.251 - (1 - 281)$$

b) Tìm các số nguyên tố x, y sao cho: $51x + 26y = 2000$.

Câu 2: (2 điểm)

a) Chứng minh rằng: $2a - 5b + 6c \vdots 17$ nếu $a - 11b + 3c \vdots 17$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$).

b) Biết $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$

Chứng minh rằng: $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$

Câu 3: (2 điểm)

Bây giờ là 4 giờ 10 phút. Hỏi sau ít nhất bao lâu thì hai kim đồng hồ nằm đối diện nhau trên một đường thẳng.

Câu 4: (2 điểm)

Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A . Gọi D là điểm trên cạnh AC , BI là phân giác của $\triangle ABD$, đường cao IM của $\triangle BID$ cắt đường vuông góc với AC kẻ từ C tại N .

Tính góc IBN ?

Câu 5: (2 điểm)

Số 2^{100} viết trong hệ thập phân tạo thành một số. Hỏi số đó có bao nhiêu chữ số?

ĐỀ SỐ 21:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức

$$P = 2005 : \left(\frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} \cdot \frac{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}{1,5 + 1 - 0,75} \right)$$

b) Chứng minh rằng:

$$\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \dots + \frac{19}{9^2 \cdot 10^2} < 1$$

Câu 2: (2 điểm)

a) Chứng minh rằng với mỗi số nguyên dương n thì:

$$3^{n+3} + 3^{n+1} + 2^{n+3} + 2^{n+2} \text{ chia hết cho } 6.$$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$D = |2004 - x| + |2003 - x|$$

Câu 3: (2 điểm)

Một ô tô phải đi từ A đến B trong thời gian dự định. Sau khi đi được nửa quãng đường ô tô tăng vận tốc lên 20 % do đó đến B sớm hơn dự định 10 phút.

Tính thời gian ô tô đi từ A đến B.

Câu 4: (3 điểm)

Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên nửa mặt phẳng không chứa C có bờ AB, vẽ tia Ax vuông góc với AB, trên tia đó lấy điểm D sao cho AD = AB. Trên nửa mặt phẳng không chứa B có bờ AC vẽ tia Ay vuông góc với AC. Trên tia đó lấy điểm E sao cho AE = AC. Chứng minh rằng:

a) DE = 2 AM

b) AM $\perp$ DE.

Câu 5: (1 điểm)

Cho n số $x_1, x_2, \dots, x_n$ mỗi số nhận giá trị 1 hoặc -1. Chứng minh rằng nếu $x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3 + \dots + x_n \cdot x_1 = 0$ thì n chia hết cho 4.

ĐỀ SỐ 22:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{\left(81,624 : 4\frac{4}{3} - 4,505\right)^2 + 125\frac{3}{4}}{\left\{\left[\left(\frac{11}{25}\right)^2 : 0,88 + 3,53\right]^2 - (2,75)^2\right\} : \frac{13}{25}}$$

b) Chứng minh rằng tổng:

$$S = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} - \dots + \frac{1}{2^{4n-2}} - \frac{1}{2^{4n}} + \dots + \frac{1}{2^{2002}} - \frac{1}{2^{2004}} < 0,2$$

Bài 2: (2 điểm)

a) Tìm các số nguyên x thỏa mãn.

$$2005 = |x-4| + |x-10| + |x+10| + |x+990| + |x+1000|$$

b) Cho $p > 3$. Chứng minh rằng nếu các số $p, p + d, p + 2d$ là các số nguyên tố thì d chia hết cho 6.

Bài 3: (2 điểm)

a) Để làm xong một công việc, một số công nhân cần làm trong một số ngày. Một bạn học sinh lập luận rằng nếu số công nhân tăng thêm $\frac{1}{3}$ thì thời gian sẽ giảm đi $\frac{1}{3}$. Điều đó đúng hay sai ? vì sao ?

b) Cho dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

$$\text{Tính } M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$$

Bài 4: (3 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC, $AB > AC$ phân giác BD và CE cắt nhau tại I.

a) Tính các góc của $\triangle DIE$ nếu góc A = 60° .

b) Gọi giao điểm của BD và CE với đường cao AH của $\triangle ABC$ lần lượt là M và N.

Chứng minh $BM > MN + NC$.

Bài 5: (1 điểm)

Cho x, y, z là các số dương.

$$\text{Chứng minh rằng: } \frac{x}{2x+y+z} + \frac{y}{2y+z+x} + \frac{z}{2z+x+y} \leq \frac{3}{4}$$

ĐỀ SỐ 23:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

a) Tìm x biết: $|x^2 + 6x - 2| = x^2 + 4$

b) Tìm tổng các hệ số của đa thức nhận được sau khi bỏ dấu ngoặc trong biểu thức:

$$A(x) = (3 - 4x + x^2)^{2004} \cdot (3 + 4x + x^2)^{2005}$$

Bài 2: (2 điểm)

— Ba đường cao của tam giác ABC có độ dài bằng 4; 12; x biết rằng x là một số tự nhiên. Tìm x ?

Bài 3: (2 điểm)

Cho $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$.

CMR biểu thức sau có giá trị nguyên:

$$P = \frac{x+y}{z+t} + \frac{y+z}{t+x} + \frac{z+t}{x+y} + \frac{t+x}{y+z}$$

Bài 4: (3 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ở A có góc $B = \alpha$. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho góc $EBA = \frac{1}{3}\alpha$. Trên tia đối của tia EB lấy điểm D sao cho $ED = BC$.

Chứng minh tam giác CED là tam giác cân.

Bài 5: (1 điểm)

Tìm các số a, b, c nguyên dương thoả mãn :

$$a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b \text{ và } a + 3 = 5^c$$

ĐỀ SỐ 24:**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI**

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

a) Tính $A = 3 - 3^2 + 3^3 - 3^4 + \dots + 3^{2003} - 3^{2004}$

b) Tìm x biết $|x-1| + |x+3| = 4$

Bài 2: (2 điểm)

Chứng minh rằng:

Nếu $\frac{x}{a+2b+c} = \frac{y}{2a+b-c} = \frac{z}{4a-4b+c}$

Thì $\frac{a}{x+2y+z} = \frac{b}{2x+y-z} = \frac{c}{4x-4y+z}$

Bài 3: (2 điểm)

Hai xe máy khởi hành cùng một lúc từ A và B, cách nhau 11km để đi đến C (ba địa điểm A, B, C ở cùng trên một đường thẳng). Vận tốc của người đi từ A là 20 km/h. Vận tốc của người đi từ B là 24 km/h.

Tính quãng đường mỗi người đã đi. Biết họ đến C cùng một lúc.

Bài 4: (3 điểm)

Cho tam giác ABC có góc A khác 90° , góc B và C nhọn, đường cao AH. Vẽ các điểm D, E sao cho AB là trung trực của HD, AC là trung trực của HE. Gọi I, K lần lượt là giao điểm của DE với AB và AC.

Tính số đo các góc AIC và AKB ?

Bài 5: (1 điểm)

Cho $x = 2005$. Tính giá trị của biểu thức:

$$x^{2005} - 2006x^{2004} + 2006x^{2003} - 2006x^{2002} + \dots - 2006x^2 + 2006x - 1$$

ĐỀ SỐ 25:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1 . (2đ) Cho: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$.

Chứng minh: $\left(\frac{a+b+c}{b+c+d} \right)^3 = \frac{a}{d}$.

Câu 2. (1đ). Tìm A biết rằng:

$$A = \frac{a}{b+c} = \frac{c}{a+b} = \frac{b}{c+a} .$$

Câu 3. (2đ). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A \in \mathbb{Z}$ và tìm giá trị đó.

a). $A = \frac{x+3}{x-2}$. b). $A = \frac{1-2x}{x+3}$.

Câu 4. (2đ). Tìm x:

a) $|x-3| = 5$. b). $(x+2)^2 = 81$. c). $5^x + 5^{x+2} = 650$

Câu 5. (3đ). Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A, trung tuyến AM . $E \in BC$, $BH, CK \perp AE$, ($H, K \in AE$). Chứng minh $\triangle MHK$ vuông cân.

ĐỀ SỐ 26:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2đ)

Rút gọn $A = \frac{x|x-2|}{x^2+8x-20}$

Câu 2 (2đ)

Ba lớp 7A, 7B, 7C có 94 học sinh tham gia trồng cây. Mỗi học sinh lớp 7A trồng được 3 cây, Mỗi học sinh lớp 7B trồng được 4 cây, Mỗi học sinh lớp 7C trồng được 5 cây,. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh. Biết rằng số cây mỗi lớp trồng được đều như nhau.

Câu 3: (1,5đ)

Chứng minh rằng $\frac{10^{2006}+53}{9}$ là một số tự nhiên.

Câu 4 : (3đ)

Cho góc $\angle xAy = 60^\circ$ vẽ tia phân giác Az của góc đó . Từ một điểm B trên Ax vẽ đường thẳng song song với Ay cắt Az tại C . vẽ $Bh \perp Ay, CM \perp Ay, BK \perp AC$. Chứng minh rằng .

a, K là trung điểm của AC .

b, $BH = \frac{AC}{2}$

c, $\triangle KMC$ đều

Câu 5 (1,5 đ)

Trong một kỳ thi học sinh giỏi cấp Huyện, bốn bạn Nam, Bắc, Tây, Đông đoạt 4 giải 1, 2, 3, 4 . Biết rằng mỗi câu trong 3 câu dưới đây đúng một nửa và sai 1 nửa:

a, tây đạt giải 1, Bắc đạt giải 2.

b, Tây đạt giải 2, Đông đạt giải 3.

c, Nam đạt giải 2, Đông đạt giải 4.

Em hãy xác định thứ tự đúng của giải cho các bạn.

ĐỀ SỐ 27:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (3 điểm): Tính

$$\left[18\frac{1}{6} - (0,06 : 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5} \cdot 0,38) \right] : \left(19 - 2\frac{2}{3} \cdot 4\frac{3}{4} \right)$$

Bài 2: (4 điểm): Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ chứng minh rằng:

a) $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$ b) $\frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$

Bài 3: (4 điểm) Tìm x biết:

a) $\left|x + \frac{1}{5}\right| - 4 = -2$ b) $-\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$

Bài 4: (3 điểm) Một vật chuyển động trên các cạnh hình vuông. Trên hai cạnh đầu vật chuyển động với vận tốc 5m/s, trên cạnh thứ ba với vận tốc 4m/s, trên cạnh thứ tư với vận tốc 3m/s. Hỏi độ dài cạnh hình vuông biết rằng tổng thời gian vật chuyển động trên bốn cạnh là 59 giây

Bài 5: (4 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A có $A = 20^\circ$, vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M. Chứng minh:

- e) Tia AD là phân giác của góc BAC
- f) $AM = BC$

Bài 6: (2 điểm): Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ biết: $25 - y^2 = 8(x - 2009)^2$

ĐỀ SỐ 28:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1. Tính $\frac{1}{1.6} + \frac{1}{6.11} + \frac{1}{11.16} + \dots + \frac{1}{96.101}$

Bài 2. Tìm giá trị nguyên dương của x và y , sao cho: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$

Bài 3. Tìm hai số dương biết: tổng, hiệu và tích của chúng tỷ lệ nghịch với các số 20, 140 và 7

Bài 4. Tìm x, y thỏa mãn: $|x - 1| + |x - 2| + |y - 3| + |x - 4| = 3$

Bài 5. Cho tam giác ABC có góc $ABC = 50^\circ$; góc $BAC = 70^\circ$. Phân giác trong góc ACB cắt AB tại M. Trên MC lấy điểm N sao cho góc $MBN = 40^\circ$. Chứng minh: $BN = MC$.

ĐỀ SỐ 29:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: Tìm tất cả các số nguyên a biết $|a| \leq 4$

Câu 2: Tìm phân số có tử là 7 biết nó lớn hơn $-\frac{9}{10}$ và nhỏ hơn $-\frac{9}{11}$

Câu 3: Trong 3 số x, y, z có 1 số dương, một số âm và một số 0. Hỏi mỗi số đó thuộc loại nào biết:

$$|x| = y^3 - y^2z$$

Câu 4: Tìm các cặp số (x; y) biết:

a, $\frac{x}{3} = \frac{y}{7}$; $xy=84$

b, $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$

Câu 5: Tính tổng:

$$S = 1 + 2 + 5 + 14 + \dots + \frac{3^{n-1} + 1}{2} \quad (n \in \mathbb{Z}_*)$$

Câu 6: Cho tam giác ABC có $\hat{A} < 90^\circ$. Vẽ ra phía ngoài tam giác đó hai đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AB; AE vuông góc và bằng AC.

d. Chứng minh: DC = BE và DC $\perp$ BE

e. Gọi N là trung điểm của DE. Trên tia đối của tia NA lấy M sao cho NA = NM. Chứng minh: AB = ME và $\triangle ABC = \triangle EMA$

f. Chứng minh: MA $\perp$ BC

ĐỀ SỐ 30:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: So sánh các số:

a. $A = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{50}$
 $B = 2^{51}$

b. 2^{300} và 3^{200}

Câu 2: Tìm ba số a, b, c biết a tỉ lệ thuận với 7 và 11; b và c tỉ lệ nghịch với 3 và 8 và $5a - 3b + 2c = 164$

Câu 3: Tính nhanh:

$$3\frac{1}{417} \cdot \frac{1}{762} - \frac{1}{139} \cdot 4\frac{761}{762} - \frac{4}{417 \cdot 762} + \frac{5}{139}$$

Câu 4. Cho tam giác ACE đều sao cho B và E ở hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ AC.

a. Chứng minh tam giác AED cân.

b. Tính số đo góc ACD?

TUYỂN TẬP CÁC ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 7

Một số kinh nghiệm nhỏ về tìm chữ số tận cùng và ứng dụng vào các bài toán chứng minh chia hết của các lớp 6,7

I. phần mở đầu : Tìm chữ số tận cùng của một lũy thừa

đây là những bài toán tương đối phức tạp của học sinh các lớp 6,7 nhưng lại là những bài toán hết sức lí thú , nó tạo cho học sinh lòng say mê khám phá từ đó các em ngày càng yêu môn toán hơn . có những bài có số mũ rất lớn tưởng như là mình không thể giải được . Nhưng nhờ phát hiện và nắm bắt được qui luật , vận dụng qui luật đó các em tự giải được và tự nhiên thấy mình làm được một việc vô cùng lớn lao . từ đó gieo vào trí tuệ các em khả năng khám phá , khả năng tự nghiên cứu

Tuy là khó nhưng chúng ta hướng dẫn các em một cách từ từ có hệ thống ,lô rích và chặt chẽ thì các em vẫn tiếp thu tốt . đây là một kinh nghiệm nhỏ mà tôi muốn trình bày và trao đổi cùng các bạn

II. Nội dung cụ thể :

1. Lí thuyết về tìm chữ số tận cùng : phần này rất quan trọng , cần lí giải cho học sinh một cách kĩ lưỡng ,đầy đủ

$(\overline{X0})^n = \overline{A0}$ một số có tận cùng là 0 khi lũy thừa bậc n có tận cùng vẫn là 0

$(\overline{X1})^n = \overline{B1}$ một số có tận cùng là 1 khi lũy thừa bậc n có tận cùng vẫn là 1

$(\overline{X5})^n = \overline{C5}$ một số có tận cùng là 5 khi lũy thừa bậc n có tận cùng vẫn là 5

$(\overline{X6})^n = \overline{D6}$ một số có tận cùng là 6 khi lũy thừa bậc n có tận cùng vẫn là 6

$\overline{X5} * a = \overline{F0}$ với a chẵn : một số có tận cùng là 5 khi nhân với một số chẵn sẽ có chữ số tận cùng là 0

$\overline{x5} * a = \overline{N5}$ với a lẻ : một số có tận cùng là 5 khi nhân với một số lẻ sẽ có tận cùng là 5

Qua các công thức trên ta có quy tắc sau : Một số tự nhiên có chữ số tận cùng là : (0,1,5,6) khi nâng lên lũy thừa với số mũ tự nhiên thì có chữ số tự nhiên không thay đổi

Kết luận trên là chìa khoá để giải các bài toán về tìm chữ số tận cùng của một lũy thừa

2. Các bài toán cơ bản .

Bài toán 1 : Tìm chữ số tận cùng của các lũy thừa sau

a) 2^{100} ; b) 3^{100} ; c) 4^{100} d) 5^{100} ; e) 6^{100} ; f) 7^{100} g) 8^{100} ; 9^{100}

Ta nhận thấy các lũy thừa 5^{100} , 6^{100} thuộc về dạng cơ bản đã trình bày ở trên nay còn lại các lũy thừa mà cơ số là 2, 3, 4, 7, 8, 9

Muốn giải các bài toán này thì ta phải đưa chúng về một trong 4 dạng cơ bản trên . thực chất chỉ có đưa về hai dạng cơ bản đó là : $(\overline{X1})^n = \overline{M1}$, $(\overline{X6})^n = \overline{N6}$

giải bài toán 1

$$\text{a) } 2^{100} = 2^{4 \cdot 25} = ((2)^4)^{25} = (16)^{25} = \overline{A6}$$

$$\text{b) } 3^{100} = 3^{4 \cdot 25} = ((3)^4)^{25} = (81)^{25} = \overline{B1}$$

$$\text{c) } 4^{100} = 4^{4 \cdot 25} = ((4)^2)^{50} = (16)^{50} = \overline{C6}$$

$$\text{d) } 7^{100} = 7^{4 \cdot 25} = ((7)^4)^{25} = 2401^{25} = \overline{D1}$$

$$\text{e) } 8^{100} = 8^{4 \cdot 25} = ((8)^4)^{25} = 4096^{25} = \overline{E6}$$

$$\text{f) } 9^{100} = 9^{2 \cdot 50} = ((9)^2)^{50} = 81^{50} = \overline{F1}$$

Bài toán 2 : tìm chữ số tận cùng của các số sau :

a) 2^{101} ; b) 3^{101} ; c) 4^{101} , d) 7^{101} ; e) 8^{101} ; f) 9^{101}

Giải bài toán 2

_ nhận xét đầu tiên .

số mũ (101 không chia hết cho 2 và 4)

_ Ta viết $101 = 4 \cdot 25 + 1$

$$101 = 2 \cdot 50 + 1$$

_ áp dụng công thức $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$

$$\text{ta có : a) } 2^{101} = 2^{4 \cdot 25 + 1} = 2^{100} \cdot 2 = \overline{Y6} \cdot 2 = \overline{M2}$$

$$\text{b) } 3^{101} = 3^{100+1} = 3^{100} \cdot 3 = \overline{B1} \cdot 3 = \overline{Y3}$$

$$\text{c) } 4^{101} = 4^{100+1} = 4^{100} \cdot 4 = \overline{C6} \cdot 4 = \overline{k4}$$

$$\text{d) } 7^{101} = 7^{100+1} = 7^{100} \cdot 7 = \overline{D1} \cdot 7 = \overline{F7}$$

$$\text{e) } 8^{101} = 8^{100+1} = 8^{100} \cdot 8 = \overline{E6} \cdot 8 = \overline{N8}$$

$$\text{f) } 9^{101} = 9^{100+1} = 9^{100} \cdot 9 = \overline{F1} \cdot 9 = \overline{M9}$$

3. Một số bài toán phức tạp hơn

Bài toán 3: Tìm chữ số tận cùng của các lũy thừa sau :

a) 1292^{1997} ; b) 3333^{1997} ; c) 1234^{1997} ; d) 1237^{1997} ; e) 1238^{1997} ;
f) 2569^{1997}

Bài giải

Nhận xét quan trọng : Thực chất chữ số tận cùng của lũy thừa bậc n của một số tự nhiên chỉ phụ thuộc vào chữ số tận cùng của số tự nhiên đó mà thôi (cơ số) . Như vậy bài toán 3 thực chất là bài toán 2

$$\text{a) } 1292^{1997} = 1292^{4 \cdot 499 + 1} = (1292^4)^{499} \cdot 1292 = \overline{A6} \cdot 1292 = \overline{M2}$$

$$\text{b) } 3333^{1997} = 3333^{4 \cdot 499 + 1} = (3333^4)^{499} \cdot 3333 = (\overline{B1})^{499} \cdot 3333 = \overline{D3}$$

$$\text{c) } 1234^{1997} = 1234^{4 \cdot 499 + 1} = (1234^4)^{499} \cdot 1234 = (\overline{C6})^{499} \cdot 1234 = \overline{G4}$$

$$\text{d) } 1237^{1997} = 1237^{4 \cdot 499 + 1} = (1237^4)^{499} \cdot 1237 = (\overline{D1})^{499} \cdot 1237 = \overline{X7}$$

4. vận dụng vào các bài toán chứng minh chia hết áp dụng dấu hiệu chia hết

Ta dễ dàng nhận thấy : Nếu hai số có chữ số tận cùng giống nhau thì khi thực hiện phép trừ sẽ có chữ số tận cùng là 0 ta sẽ có các bài toán chứng minh chia hết cho $\{ 2, 5, 10 \}$.
Nếu một số có tận cùng là 1 và một số có tận cùng là 3 chẳng hạn ta sẽ có bài toán chứng minh tổng hai số đó chia hết cho 2 (vì chữ số tận cùng của tổng là 4)

Các bài toán cụ thể : Hãy chứng minh

a) $1292^{1997} + 3333^{1997} : 5$

Theo bài toán trên ta có

$$1292^{1997} = \overline{M2}$$

$$3333^{1997} = \overline{D3}$$

như vậy tổng của hai số này sẽ có tận cùng là 5 $\Rightarrow 1292^{1997} + 3333^{1997} : 5$

b) Chứng minh $1628^{1997} + 1292^{1997} : 10$

Áp dụng qui tắc tìm chữ số tận cùng ta có

$$1628^{1997} \text{ sẽ có tận cùng là } \overline{M8}$$

$$1292^{1997} \text{ Sẽ Có tận cùng là } \overline{N2}$$

Như vậy $1628^{1997} + 1292^{1997} : 10$ (vì chữ số tận cùng của tổng này sẽ là 0)

Ta cũng có thể vận dụng hiệu của hai số hoặc tích của hai số để ra các bài toán chứng minh tương tự

III. Kết luận : Trên đây tôi đã trình bày phần cơ bản của vấn đề tìm chữ số tận cùng của một lũy thừa và những ứng dụng của nó trong bài toán chứng minh chia hết trong tập hợp số tự nhiên

Trong những năm học qua tôi đã trực tiếp hướng dẫn cho một số học sinh các em tỏ ra rất thích thú và xem đó như là những khám phá mới của chính các em với cách đặt vấn đề như trên các em đã tự ra đề được và có nhiều bài rất hay ...

Cách đặt vấn đề cũng như trình bày nội chấc sẽ không tránh khỏi phần sai sót mong các đồng nghiệp góp ý chân thành

PHÒNG GD-ĐT
HÀM THUAN BẮC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LÊ QUÝ ĐÔN
Lần thứ 19- năm học: 2007-2008

Môn: Toán – Lớp 7
Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Đề:

Câu 1 : (1,5 điểm)

Cho 1989 số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 1989. Đặt trước mỗi số dấu “ + ” hoặc “ – ” rồi cộng lại thì được tổng A. Tính giá trị không âm nhỏ nhất mà A có thể nhận được ?

Câu 2 : (1,5 điểm)

Gọi O là điểm nằm trong tam giác đều ABC, các điểm H, I, K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ O đến BC, AC, AB. Chứng minh rằng tổng $AK + BH + CI$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm O trong tam giác ?

Câu 3 : (02 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Chứng minh rằng :

$$BC + AH > AB + AC$$

Câu 4 : (02 điểm)

Cho 3 chữ số khác nhau. Với 3 chữ số khác nhau đó ta có thể thành lập 6 số khác nhau mỗi số có ba chữ số. Chứng minh rằng nếu trong 6 số đó mà có một số chia hết cho 37 thì nhất định sẽ còn có 2 số nữa cũng chia hết cho 37.

Câu 5 : (03 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, có $\widehat{C} = 30^\circ$, trung tuyến AM, trên tia đối tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$.

a) Chứng minh rằng : $CD \parallel AB$. Suy ra $\widehat{ACD} = 90^\circ$

b) Gọi K là trung điểm của AC, BK cắt AM tại G, DK cắt CM tại N. Chứng minh $\triangle ABK = \triangle CDK$

c) Chứng minh tam giác KGN cân.

ĐỀ THI Ô-LIM -PIC HUYỆN

MÔN TOÁN LỚP 7

NĂM HỌC 2006-2007

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1. Tìm giá trị n nguyên dương:

a) $\frac{1}{8} \cdot 16^n = 2^n$; b) $27 < 3^n < 243$

Bài 2. Thực hiện phép tính:

$$\left(\frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49}\right) \frac{1-3-5-7-\dots-49}{89}$$

Bài 3. a) Tìm x biết: $|2x+3|=x+2$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $A=|x-2006|+|2007-x|$ Khi x thay đổi

Bài 4. Hiện nay hai kim đồng hồ chỉ 10 giờ. Sau ít nhất bao lâu thì 2 kim đồng hồ nằm đối diện nhau trên một đường thẳng.

Bài 5. Cho tam giác vuông ABC ($\angle A = 90^\circ$), đường cao AH, trung tuyến AM. Trên tia đối tia MA lấy điểm D sao cho DM = MA. Trên tia đối tia CD lấy điểm I sao cho CI = CA, qua I vẽ đường thẳng song song với AC cắt đường thẳng AH tại E. Chứng minh: AE = BC

ĐÁP ÁN TOÁN 7

Bài 1. Tìm giá trị n nguyên dương: (4 điểm mỗi câu 2 điểm)

a) $\frac{1}{8} \cdot 16^n = 2^n; \Rightarrow 2^{4n-3} = 2^n \Rightarrow 4n-3 = n \Rightarrow n = 1$

b) $27 < 3^n < 243 \Rightarrow 3^3 < 3^n < 3^5 \Rightarrow n = 4$

Bài 2. Thực hiện phép tính: (4 điểm)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49}\right) \frac{1-3-5-7-\dots-49}{89} \\ &= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{44} - \frac{1}{49}\right) \cdot \frac{2-(1+3+5+7+\dots+49)}{12} \\ &= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49}\right) \cdot \frac{2-(12.50+25)}{89} = -\frac{5.9.7.89}{5.4.7.7.89} = -\frac{9}{28} \end{aligned}$$

Bài 3. (4 điểm mỗi câu 2 điểm)

a) Tìm x biết: $|2x+3|=x+2$

Ta có: $x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$.

+ Nếu $x \geq -\frac{3}{2}$ thì $|2x+3| = x+2 \Rightarrow 2x+3 = x+2 \Rightarrow x = -1$ (Thoả mãn)

+ Nếu $-2 \leq x < -\frac{3}{2}$ Thì $|2x+3| = x+2 \Rightarrow -2x-3 = x+2 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$ (Thoả mãn)

+ Nếu $-2 > x$ Không có giá trị của x thoả mãn

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = |x-2006| + |2007-x|$ Khi x thay đổi

+ Nếu $x < 2006$ thì: $A = -x + 2006 + 2007 - x = -2x + 4013$

Khi đó: $-x > -2006 \Rightarrow -2x + 4013 > -4012 + 4013 = 1 \Rightarrow A > 1$

+ Nếu $2006 \leq x \leq 2007$ thì: $A = x - 2006 + 2007 - x = 1$

+ Nếu $x > 2007$ thì $A = x - 2006 - 2007 + x = 2x - 4013$

Do $x > 2007 \Rightarrow 2x - 4013 > 4014 - 4013 = 1 \Rightarrow A > 1$.

Vậy A đạt giá trị nhỏ nhất là 1 khi $2006 \leq x \leq 2007$

Bài 4. Hiện nay hai kim đồng hồ chỉ 10 giờ. Sau ít nhất bao lâu thì 2 kim đồng hồ nằm đối diện nhau trên một đường thẳng. (4 điểm mỗi)

Gọi x, y là số vòng quay của kim phút và kim giờ khi 10 giờ đến lúc 2 kim đối nhau trên một đường thẳng, ta có:

$$x - y = \frac{1}{3} \text{ (ứng với từ số 12 đến số 4 trên đồng hồ)}$$

và $x : y = 12$ (Do kim phút quay nhanh gấp 12 lần kim giờ)

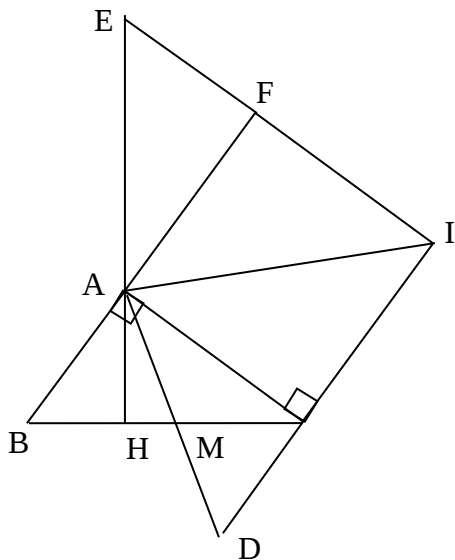
$$\text{Do đó: } \frac{x}{y} = \frac{12}{1} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{1} = \frac{x-y}{11} = \frac{1}{3} : 11 = \frac{1}{33}$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{33} \text{ (vòng)} \Rightarrow x = \frac{4}{11} \text{ (giờ)}$$

Vậy thời gian ít nhất để 2 kim đồng hồ từ khi 10 giờ đến lúc nằm đối diện nhau trên một đường thẳng là $\frac{4}{11}$ giờ

Bài 5. Cho tam giác vuông ABC ($A = 1v$), đường cao AH , trung tuyến AM . Trên tia đối tia MA lấy điểm D sao cho $DM = MA$. Trên tia đối tia CD lấy điểm I sao cho $CI = CA$,

qua I vẽ đường thẳng song song với AC cắt đường thẳng AH tại E. Chứng minh: $AE = BC$ (4 điểm mỗi)



Đường thẳng AB cắt EI tại F

$\triangle ABM = \triangle DCM$ vì:

$AM = DM$ (gt), $MB = MC$ (gt),

$\widehat{AMB} = \widehat{DMC}$ (đđ) $\Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{CDM}$

$\Rightarrow FB \parallel ID \Rightarrow ID \perp AC$

Và $\widehat{FAI} = \widehat{CIA}$ (so le trong) (1)

$IE \parallel AC$ (gt) $\Rightarrow \widehat{FIA} = \widehat{CAI}$ (so le trong) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \triangle CAI = \triangle FIA$ (AI chung)

$\Rightarrow IC = AC = AF$ (3)

và $\widehat{EFA} = 1v$ (4)

Mặt khác $\widehat{EAF} = \widehat{BAH}$ (đđ),

$\widehat{BAH} = \widehat{ACB}$ (cùng phụ $\widehat{ABC}$)

$\Rightarrow \widehat{EAF} = \widehat{ACB}$ (5)

Từ (3), (4) và (5) $\Rightarrow \triangle AFE = \triangle CAB$

$\Rightarrow AE = BC$

BÀI TẬP VỀ CÁC ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ

- Ba đơn vị kinh doanh góp vốn theo tỉ lệ 2 : 3 : 5. Hỏi mỗi đơn vị được chia bao nhiêu tiền nếu tổng số tiền lãi là 350 000 000 đ và tiền lãi được chia theo tỉ lệ thuận với số vốn đúng góp.
- Hai nền nhà hõnh chữ nhật cú chiều dài bằng nhau. Nền nhà thứ nhất cú chiều rộng là 4 mét, nền nhà thứ hai cú chiều rộng là 3,5 mét. Để lót hết nền nhà thứ nhất người ta dựng 600 vờn gạch hoa hõnh vuợng. Hỏi phải dựng bao nhiêu vờn gạch cụng loại để lót hết nền nhà thứ hai?
- Khi tổng kết cuối năm học người ta thấy số học sinh giỏi của trường phõn bố ở cõc khối 6,7,8,9 theo tỉ lệ 1,5 : 1,1 : 1,3 : 1,2. Hỏi số học sinh giỏi của mỗi khối lớp, biết rằng khối 8 nhiều hơn khối 9 là 3 học sinh giỏi.
- Ba đội mỏy san đất làm 3 khối lượng cụng việc như nhau. Đội thứ nhất, thứ hai, thứ ba hoàn thành cụng việc lần lượt trong 4 ngày, 6 ngày, 8 ngày. Hỏi mỗi đội cú mỏy mỏy, biết rằng đội thứ nhất cú nhiều hơn đội thứ hai là 2 mỏy và năng suất cõc mỏy như nhau.

5. Với thời gian để một người thợ lành nghề làm được 11 sản phẩm thì người thợ học nghề chỉ làm được 7 sản phẩm. Hỏi người thợ học việc phải dụng bao nhiêu thời gian để hoàn thành một khối lượng cùng việc mà người thợ lành nghề làm trong 56 giờ?
6. Một vật chuyển động tròn đều cạnh của một hình vuông. Trên hai cạnh đầu vật chuyển động với vận tốc 5m/s, trên cạnh thứ ba với vận tốc 4m/s, trên cạnh thứ tư với vận tốc 3m/s. Hỏi độ dài của cạnh hình vuông biết rằng tổng số thời gian vật chuyển động trên 4 cạnh là 59s.

BÀI TẬP HÌNH HỌC

1. Cho 2 góc xOz và yOz kề bù. Ot và Ot' lần lượt là phân giác của hai góc xOy và yOz từ điểm M bất kỳ trên Ot hạ $MH \perp Ox$ ($H \in Ox$). Trên tia Oz lấy điểm N sao cho $ON = MH$. Đường vuông góc kẻ từ N cắt tia Ot' tại K . Tính số đo góc $KM^{\wedge}O$?
2. Cho tam giác ABC có $B^{\wedge} = 30^{\circ}$, $C^{\wedge} = 20^{\circ}$. Đường trung trực của AC cắt BC tại E cắt BA tại F . Chứng minh rằng : $FA = FE$.
3. Cho tam giác ABC tia phân giác của góc B và góc C cắt nhau tại O . Qua O kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB ở D và AC ở E . Chứng minh rằng : $DE = BD + EC$.
4. Cho tam giác ABD có $B = 2D$. Kẻ AH vuông góc với BD ($H \in BD$) trên tia đối của tia BA lấy $BE = BH$, đường thẳng EH cắt AD tại F . Chứng minh rằng : $FH = FA = FD$.
5. Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$) trên tia đối của tia CA lấy điểm D bất kỳ .
 a) Chứng minh rằng : $\angle ABD = 2\angle CBD + \angle CDB$.
 b) Giả sử $A = 30^{\circ}$, $\angle ABD = 90^{\circ}$, hãy tính góc CBD .

MỘT SỐ BÀI TOÁN KHÓ

1. Tìm x, y , biết :
 a) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 0$
 b) $|x + 2005| + |y + 1| = 0$
2. Trong một cuộc chạy đua tiếp sức $4 \times 100m$ (Mỗi đội tham gia gồm 4 vận động viên, mỗi VĐV chạy xong 100m sẽ truyền gậy tiếp sức cho VĐV tiếp theo. Tổng số thời gian chạy của 4 VĐV là thành tích của cả đội, thời gian chạy của đội nào càng ít thì thành tích càng cao). Giả sử đội tuyển gồm : chú, mèo, gà, vịt có vận tốc tỉ lệ với 10, 8, 4, 1. Hỏi thời gian chạy của đội tuyển là ? giây. Biết rằng vịt chạy hết 80 giây?
3. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn : $\frac{x}{8} - \frac{1}{y} = \frac{3}{8}$

ĐỀ SỐ 31:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1 (3đ):

1, Tính:
$$P = \frac{\frac{1}{2003} + \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005}}{\frac{1}{2003} + \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005}} - \frac{\frac{2}{2002} + \frac{2}{2003} - \frac{2}{2004}}{\frac{2}{2002} + \frac{2}{2003} - \frac{2}{2004}}$$

2, Biết: $13 + 23 + \dots + 103 = 3025$.

Tính: $S = 23 + 43 + 63 + \dots + 203$

3, Cho: $A = \frac{x^3 - 3x^2 + 0,25xy^2 - 4}{x^2 + y}$

Tính giá trị của A biết $x = \frac{1}{2}$; y là số nguyên âm lớn nhất.

Bài 2 (1đ):

Tìm x biết:

$$3x + 3x + 1 + 3x + 2 = 117$$

Bài 3 (1đ):

Một con thỏ chạy tròn một con đường mà hai phần ba con đường bằng qua đồng cỏ và đoạn đường cùn lại đi qua đầm lầy. Thời gian con thỏ chạy tròn đồng cỏ bằng nửa thời gian chạy qua đầm lầy.

Hỏi vận tốc của con thỏ tròn đoạn đường nào lớn hơn ? Tính tỉ số vận tốc của con thỏ tròn hai đoạn đường ?

Bài 4 (2đ):

Cho ΔABC nhọn. Vẽ về phía ngoài ΔABC các Δ đều ABD và ACE. Gọi M là giao điểm của BE và CD. Chứng minh rằng:

1, $\Delta ABE = \Delta ADC$

2, $\angle BMC = 120^\circ$

Bài 5 (3đ):

Cho ba điểm B, H, C thẳng hàng, $BC = 13$ cm, $BH = 4$ cm, $HC = 9$ cm. Từ H vẽ tia Hx vuông góc với đường thẳng BC. Lấy A thuộc tia Hx sao cho $HA = 6$ cm.

1, ΔABC là Δ gì ? Chứng minh điều đó.

2, Tròn tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Từ D vẽ đường thẳng song song với AH cắt AC tại E.

Chứng minh: $AE = AB$

ĐỀ SỐ 32

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1 (4đ):

Cho các đa thức:

$$A(x) = 2x^5 - 4x^3 + x^2 - 2x + 2$$

$$B(x) = x^5 - 2x^4 + x^2 - 5x + 3$$

$$C(x) = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 8x + 4\frac{3}{16}$$

- 1, Tính $M(x) = A(x) - 2B(x) + C(x)$
- 2, Tính giá trị của $M(x)$ khi $x = -\sqrt{0,25}$
- 3, Có giá trị nào của x để $M(x) = 0$ không ?

Bài 2 (4đ):

- 1, Tìm ba số a, b, c biết:

$$3a = 2b; 5b = 7c \text{ và } 3a + 5b - 7c = 60$$

- 2, Tìm x biết:

$$|2x - 3| - x = |2 - x|$$

Bài 3 (4đ):

Tìm giá trị nguyên của m và n để biểu thức

$$1, P = \frac{2}{6-m} \text{ có giá trị lớn nhất}$$

$$2, Q = \frac{8-n}{n-3} \text{ có giá trị nguyên nhỏ nhất}$$

Bài 4 (5đ):

Cho tam giác ABC có $AB < AC$; $AB = c$, $AC = b$. Qua M là trung điểm của BC kẻ đường vuông góc với đường phân giác trong của góc A , cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại D, E .

- 1, Chứng minh $BD = CE$.
- 2, Tính AD và BD theo b, c

Bài 5 (3đ):

Cho ΔABC cân tại A , $BAC = 100^\circ$. D là điểm thuộc miền trong của ΔABC sao cho $DBC = 10^\circ$, $DCB = 20^\circ$.

Tính góc ADB ?

ĐỀ SỐ 33:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1 (3đ): Tính:

- 1, $\left[6 \cdot \left(\frac{-1}{3} \right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{-1}{3} \right) + 1 \right] - \left(\frac{-1}{3} - 1 \right)$
- 2, $(6^3 + 3 \cdot 6^2 + 3^3) : 13$
- 3, $\frac{9}{10} - \frac{1}{90} - \frac{1}{72} - \frac{1}{56} - \frac{1}{42} - \frac{1}{30} - \frac{1}{20} - \frac{1}{12} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}$

Bài 2 (3đ):

- 1, Cho $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$ và $a + b + c \neq 0$; $a = 2005$.

Tính b, c.

- 2, Chứng minh rằng từ hệ thức $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ ta có hệ thức:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Bài 3 (4đ):

Độ dài ba cạnh của tam giác tỉ lệ với 2; 3; 4. Ba chiều cao tương ứng với ba cạnh đó tỉ lệ với ba số nào ?

Bài 4 (3đ):

Vẽ đồ thị hàm số:

$$y = \begin{cases} 2x & ; \quad x \geq 0 \\ x & ; \quad x < 0 \end{cases}$$

Bài 5 (3đ):

Chứng tỏ rằng:

$A = 75 \cdot (4^{2004} + 4^{2003} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25$ là số chia hết cho 100

Bài 6 (4đ):

Cho tam giác ABC có góc $A = 60^\circ$. Tia phân giác của góc B cắt AC tại D, tia phân giác của góc C cắt AB tại E. Các tia phân giác đó cắt nhau tại I.

Chứng minh: $ID = IE$

ĐỀ SỐ 34:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1 (5đ):

1, Tìm $n \in \mathbb{N}$ biết $(3^3 : 9)3^n = 729$

2, Tính :

$$A = \left| \frac{4}{9} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \right| + \left| 0, (4) + \frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{5} - \frac{3}{7}}{\frac{2}{3} - \frac{4}{5} - \frac{6}{7}} \right|$$

Bài 2 (3đ):

Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a, b, c \neq 0$ thỏa mãn $b^2 = ac$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{c} = \frac{(a + 2007b)^2}{(b + 2007c)^2}$$

Bài 3 (4đ):

Ba đội công nhân làm 3 công việc có khối lượng như nhau. Thời gian hoàn thành công việc của đội I, II, III lần lượt là 3, 5, 6 ngày. Biết đội II nhiều hơn đội III là 2 người và năng suất của mỗi công nhân là bằng nhau. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu công nhân ?

Câu 4 (6đ):

Cho ΔABC nhọn. Vẽ về phía ngoài ΔABC các Δ đều ABD và ACE .

1, Chứng minh: $BE = DC$.

2, Gọi H là giao điểm của BE và CD . Tính số đo góc BHC .

Bài 5 (2đ):

Cho $m, n \in \mathbb{N}$ và p là số nguyên tố thỏa mãn: $\frac{p}{m-1} = \frac{m+n}{p}$.

Chứng minh rằng : $p^2 = n + 2$.

ĐỀ SỐ 35:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

a, Cho $A = (0,8.7 + 0,8^2).(1,25.7 - \frac{4}{5}.1,25) + 31,64$

$$B = \frac{(11,81 + 8,19).0,02}{9 : 11,25}$$

Trong hai số A và B số nào lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu lần ?

b) Số $A = 10^{1998} - 4$ có chia hết cho 3 không ? Có chia hết cho 9 không ?

Câu 2: (2 điểm)

Trên quãng đường AB dài 31,5 km. An đi từ A đến B, Bình đi từ B đến A. Vận tốc An so với Bình là 2: 3. Đến lúc gặp nhau, thời gian An đi so với Bình đi là 3: 4.

Tính quãng đường mỗi người đi tới lúc gặp nhau ?

Câu 3:

a) Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ.

Chúng tỏ rằng: $f(-2).f(3) \leq 0$. Biết rằng $13a + b + 2c = 0$

b) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $A = \frac{2}{6-x}$ có giá trị lớn nhất.

Câu 4: (3 điểm)

Cho $\triangle ABC$ dựng tam giác vuông cân $\widehat{BAE}$; $\angle BAE = 90^\circ$, B và E nằm ở hai nửa mặt phẳng khác nhau bờ AC. Dựng tam giác vuông cân $\widehat{FAC}$, $\angle FAC = 90^\circ$. F và C nằm ở hai nửa mặt phẳng khác nhau bờ AB.

a) Chứng minh rằng: $\triangle ABF = \triangle ACE$

b) $FB \perp EC$.

Câu 5: (1 điểm)

Tìm chữ số tận cùng của

$$A = 19^{5^{1890}} + 2^{9^{1969}}$$

ĐỀ SỐ 36:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm)

a) Tính $A = \left(\frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25} + \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} \right) : \frac{1890}{2005} + 115$

b) Cho $B = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{3^{2004}} + \frac{1}{3^{2005}}$

Chứng minh rằng $B < \frac{1}{2}$.

Câu 2: (2 điểm)

a) Chứng minh rằng nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $\frac{5a+3b}{5a-3b} = \frac{5c+3d}{5c-3d}$

(giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

b) Tìm x biết: $\frac{x-1}{2004} + \frac{x-2}{2003} - \frac{x-3}{2002} = \frac{x-4}{2001}$

Câu 3: (2 điểm)

a) Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết rằng $f(0)$; $f(1)$; $f(2)$ có giá trị nguyên.

Chứng minh rằng $2a$, $2b$ có giá trị nguyên.

b) Độ dài 3 cạnh của tam giác tỉ lệ với 2; 3; 4. Ba đường cao tương ứng với ba cạnh đó tỉ lệ với ba số nào ?

Câu 4: (3 điểm)

Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$). Trên cạnh BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB, AC lần lượt ở M, N. Chứng minh rằng:

a) $DM = EN$

b) Đường thẳng BC cắt MN tại trung điểm I của MN.

c) Đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC.

Câu 5: (1 điểm)

Tìm số tự nhiên n để phân số $\frac{7n-8}{2n-3}$ có giá trị lớn nhất.

ĐỀ SỐ 37:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm)

a) Tính:

$$A = \left(0,75 - 0,6 + \frac{3}{7} + \frac{3}{13} \right) : \left(\frac{11}{7} + \frac{11}{13} + 2,75 - 2,2 \right)$$

$$B = \left(\frac{10\sqrt{1,21}}{7} + \frac{22\sqrt{0,25}}{3} \right) : \left(\frac{5}{\sqrt{49}} + \frac{\sqrt{225}}{9} \right)$$

b) Tìm các giá trị của x để: $|x+3| + |x+1| = 3x$

Câu 2: (2 điểm)

a) Cho $a, b, c > 0$. Chứng tỏ rằng: $M = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$ không là số nguyên.

b) Cho a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 0$. Chứng minh rằng: $ab + bc + ca \leq 0$.

Câu 3: (2 điểm)

a) Tìm hai số dương khác nhau x, y biết rằng tổng, hiệu và tích của chúng lần lượt tỉ lệ nghịch với 35; 210 và 12.

b) Vận tốc của máy bay, ô tô và tàu hỏa tỉ lệ với các số 10; 2 và 1. Thời gian máy bay bay từ A đến B ít hơn thời gian ô tô chạy từ A đến B là 16 giờ.

Hỏi tàu hỏa chạy từ A đến B mất bao lâu ?

Câu 4: (3 điểm)

Cho cạnh hình vuông ABCD có độ dài là 1. Trên các cạnh AB, AD lấy các điểm P, Q sao cho chu vi $\triangle APQ$ bằng 2.

Chứng minh rằng góc PCQ bằng 45° .

Câu 5: (1 điểm)

Chứng minh rằng: $\frac{1}{5} + \frac{1}{15} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{1985} < \frac{9}{20}$

ĐỀ SỐ 38:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

a) Chứng minh rằng với mọi số n nguyên dương đều có:

$$A = 5^n(5^n + 1) - 6^n(3^n + 2) \quad \vdots \quad 91$$

b) Tìm tất cả các số nguyên tố P sao cho $P^2 + 14$ là số nguyên tố.

Bài 2: (2 điểm)

a) Tìm số nguyên n sao cho $n^2 + 3 \vdots n - 1$

b) Biết $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$

Chứng minh rằng: $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$

Bài 3: (2 điểm)

An và Bách có một số bưu ảnh, số bưu ảnh của mỗi người chưa đến 100. Số bưu ảnh hoa của An bằng số bưu ảnh thú rừng của Bách.

+ Bách nói với An. Nếu tôi cho bạn các bưu ảnh thú rừng của tôi thì số bưu ảnh của bạn gấp 7 lần số bưu ảnh của tôi.

+ An trả lời: còn nếu tôi cho bạn các bưu ảnh hoa của tôi thì số bưu ảnh của tôi gấp bốn lần số bưu ảnh của bạn.

Tính số bưu ảnh của mỗi người.

Bài 4: (3 điểm)

Cho $\triangle ABC$ có góc A bằng 120° . Các đường phân giác AD , BE , CF .

a) Chứng minh rằng DE là phân giác ngoài của $\triangle ADB$.

b) Tính số đo góc EDF và góc BED .

Bài 5: (1 điểm)

Tìm các cặp số nguyên tố p, q thỏa mãn:

$$5^{2p} + 1997 = 5^{2p^2} + q^2$$

ĐỀ SỐ 39:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

Tính:
$$\frac{\left(13\frac{1}{4} - 2\frac{5}{27} - 10\frac{5}{6}\right) \cdot 230\frac{1}{25} + 46\frac{3}{4}}{\left(1\frac{3}{10} + \frac{10}{3}\right) : \left(12\frac{1}{3} - 14\frac{2}{7}\right)}$$

Bài 2: (3 điểm)

- a) Chứng minh rằng: $A = 36^{38} + 41^{33}$ chia hết cho 77.
b) Tìm các số nguyên x để $B = |x-1| + |x-2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
c) Chứng minh rằng: $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có giá trị nguyên với mọi x nguyên khi và chỉ khi 6a, 2b, a + b + c và d là số nguyên.

Bài 3: (2 điểm)

- a) Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng:

$$\frac{ab}{cd} = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - d^2} \quad \text{và} \quad \left(\frac{a+b}{c+d}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2}$$

- b) Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho: $2^n - 1$ chia hết cho 7.

Bài 4: (2 điểm)

Cho cạnh hình vuông ABCD có độ dài là 1. Trên các cạnh AB, AD lấy các điểm P, Q sao cho chu vi $\triangle APQ$ bằng 2. Chứng minh rằng góc PCQ bằng 45° .

Bài 5: (1 điểm)

Chứng minh rằng: $3a + 2b : 17 \Leftrightarrow 10a + b : 17 \quad (a, b \in \mathbb{Z})$

ĐỀ SỐ 40:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

a) Tìm số nguyên dương a lớn nhất sao cho $2004!$ chia hết cho $7a$.

b) Tính
$$P = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2005}}{\frac{2004}{1} + \frac{2003}{2} + \frac{2002}{3} + \dots + \frac{1}{2004}}$$

Bài 2: (2 điểm)

Cho
$$\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$$

chứng minh rằng biểu thức sau có giá trị nguyên.

$$P = \frac{x+y}{z+t} + \frac{y+z}{t+x} + \frac{z+t}{x+y} + \frac{t+x}{y+z}$$

Bài 3: (2 điểm)

Hai xe máy khởi hành cùng một lúc từ A và B, cách nhau 11 km để đi đến C. Vận tốc của người đi từ A là 20 km/h. Vận tốc của người đi từ B là 24 km/h.

Tính quãng đường mỗi người đã đi. Biết họ đến C cùng một lúc và A, B, C thẳng hàng.

Bài 4: (3 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC. Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Vẽ $AE \perp AB$ và $AE = AB$ (E và C khác phía đối với AC). Kẻ EM và FN cùng vuông góc với đường thẳng AH ($M, N \in AH$). EF cắt AH ở O.

Chứng minh rằng O là trung điểm của EF.

Bài 5: (1 điểm)

So sánh: 5^{255} và 2^{579}

ĐỀ SỐ 41:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm)

Tính : $A = \frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{39} + \frac{1}{51}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{52} + \frac{1}{68}} ; \quad B = 512 - \frac{512}{2} - \frac{512}{2^2} - \frac{512}{2^3} - \dots - \frac{512}{2^{10}}$

Câu 2: (2 điểm)

a) Tìm x, y nguyên biết: $xy + 3x - y = 6$

b) Tìm x, y, z biết: $\frac{x}{z+y+1} = \frac{y}{x+z+1} = \frac{z}{x+y-2} = x+y+z \quad (x, y, z \neq 0)$

Câu 3: (2 điểm)

a) Chứng minh rằng: Với n nguyên dương ta có:

$$S = 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n \text{ chia hết cho } 10.$$

b) Tìm số tự nhiên x, y biết: $7(x - 2004)^2 = 23 - y^2$

Câu 4: (3 điểm)

Cho tam giác ABC, AK là trung tuyến. Trên nửa mặt phẳng không chứa B, bờ là AC, kẻ tia Ax vuông góc với AC; trên tia Ax lấy điểm M sao cho AM = AC. Trên nửa mặt phẳng không chứa C, bờ là AB, kẻ tia Ay vuông góc với AB và lấy điểm N thuộc Ay sao cho AN = AB. Lấy điểm P trên tia AK sao cho AK = KP. Chứng minh:

a) AC // BP.

b) AK $\perp$ MN.

Câu 5: (1 điểm)

Cho a, b, c là số đo 3 cạnh của một tam giác vuông với c là số đo cạnh huyền. Chứng minh rằng:

$$a^{2n} + b^{2n} \leq c^{2n} ; n \text{ là số tự nhiên lớn hơn } 0.$$

ĐỀ SỐ 42:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm)

Tính:

$$A = \frac{8\frac{3}{9} \cdot 5\frac{1}{4} + 3\frac{16}{19} \cdot 5\frac{1}{4}}{\left(2\frac{14}{17} - 2\frac{1}{34}\right) \cdot 34} : \frac{7}{24}$$

$$B = \frac{1}{3} - \frac{1}{8} - \frac{1}{54} - \frac{1}{108} - \frac{1}{180} - \frac{1}{270} - \frac{1}{378}$$

Câu 2: (2, 5 điểm)

1) Tìm số nguyên m để:

a) Giá trị của biểu thức $m - 1$ chia hết cho giá trị của biểu thức $2m + 1$.

b) $|3m - 1| < 3$

2) Chứng minh rằng: $3^{n+2} - 2^{n+4} + 3^n + 2^n$ chia hết cho 30 với mọi n nguyên dương.

Câu 3: (2 điểm)

a) Tìm x, y, z biết:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \quad \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \quad \text{và} \quad x^2 - y^2 = -16$$

b) Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ đều là các số nguyên.

Chứng minh $f(x)$ luôn nhận giá trị nguyên với mọi x nguyên.

Câu 4: (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, đường cao AH. Ở miền ngoài của tam giác ABC ta vẽ các tam giác vuông cân ABE và ACF đều nhận A làm đỉnh góc vuông. Kẻ EM, FN cùng vuông góc với AH (M, N thuộc AH).

a) Chứng minh: $EM + HC = NH$.

b) Chứng minh: $EN \parallel FM$.

Câu 5: (1 điểm)

Cho $2^n + 1$ là số nguyên tố ($n > 2$). Chứng minh $2^n - 1$ là hợp số.

ĐỀ SỐ 43:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm) Tính nhanh:

$$A = \frac{(1+2+3+\dots+99+100)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}\right)(63.1,2-21.3,6)}{1-2+3-4+\dots+99-100}$$
$$B = \frac{\left(\frac{1}{14}-\frac{\sqrt{2}}{7}+\frac{3\sqrt{2}}{35}\right)\cdot\left(-\frac{4}{15}\right)}{\left(\frac{1}{10}+\frac{3\sqrt{2}}{25}-\frac{\sqrt{2}}{5}\right)\cdot\frac{5}{7}}$$

Câu 2: (2 điểm)

- a) Tính giá trị của biểu thức $A = 3x^2 - 2x + 1$ với $|x| = \frac{1}{2}$
- b) Tìm x nguyên để $\sqrt{x} + 1$ chia hết cho $\sqrt{x} - 3$

Câu 3: (2 điểm)

- a) Tìm x, y, z biết $\frac{3x}{8} = \frac{3y}{64} = \frac{3z}{216}$ và $2x^2 + 2y^2 - z^2 = 1$
- b) Một ô tô phải đi từ A đến B trong thời gian dự định. Sau khi đi được nửa quãng đường ô tô tăng vận tốc lên 20 % do đó đến B sớm hơn dự định 15 phút.
Tính thời gian ô tô đi từ A đến B.

Câu 4: (3 điểm)

Cho tam giác ABC, trung tuyến AM. Trên nửa mặt phẳng chứa đỉnh C bờ là đường thẳng AB dựng đoạn AE vuông góc với AB và $AE = AB$. Trên nửa mặt phẳng chứa đỉnh B bờ là đường thẳng AC dựng đoạn AF vuông góc với AC và $AF = AC$. Chứng minh rằng:

- a) $FB = EC$
b) $EF = 2 AM$
c) $AM \perp EF$.

Câu 5: (1 điểm)

Chúng tỏ rằng: $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{200} = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200}$

ĐỀ SỐ 44:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm)

a) Thực hiện phép tính: $M = \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7}$

b) Tính tổng: $P = 1 - \frac{1}{10} - \frac{1}{15} - \frac{1}{3} - \frac{1}{28} - \frac{1}{6} - \frac{1}{21}$

Câu 2: (2 điểm)

1) Tìm x biết: $|2x + 3| - 2|4 - x| = 5$

2) Trên quãng đường Kép - Bắc giang dài 16,9 km, người thứ nhất đi từ Kép đến Bắc Giang, người thứ hai đi từ Bắc Giang đến Kép. Vận tốc người thứ nhất so với người thứ hai bằng 3: 4. Đến lúc gặp nhau vận tốc người thứ nhất đi so với người thứ hai đi là 2: 5. Hỏi khi gặp nhau thì họ cách Bắc Giang bao nhiêu km ?

Câu 3: (2 điểm)

a) Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ (a, b, c nguyên).

CMR nếu $f(x)$ chia hết cho 3 với mọi giá trị của x thì a, b, c đều chia hết cho 3.

b) CMR: nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $\frac{7a^2 + 5ac}{7a^2 - 5ac} = \frac{7b^2 + 5bd}{7b^2 - 5bd}$ (Giả sử các tỉ số đều có nghĩa).

Câu 4: (3 điểm)

Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC, từ M kẻ đường thẳng vuông góc với tia phân giác của góc A, cắt tia này tại N, cắt tia AB tại E và cắt tia AC tại F. Chứng minh rằng:

a) $AE = AF$

b) $BE = CF$

c) $AE = \frac{AB + AC}{2}$

Câu 5: (1 điểm)

Đội văn nghệ khối 7 gồm 10 bạn trong đó có 4 bạn nam, 6 bạn nữ. Để chào mừng ngày 30/4 cần 1 tiết mục văn nghệ có 2 bạn nam, 2 bạn nữ tham gia.

Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu cách lựa chọn để có 4 bạn như trên tham gia.

ĐỀ SỐ 45:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left[\frac{1\frac{11}{31} \cdot 4\frac{3}{7} - \left(15 - 6\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{19}\right)}{4\frac{5}{6} + \frac{1}{6}\left(12 - 5\frac{1}{3}\right)} \cdot \left(-1\frac{14}{93}\right) \right] \cdot \frac{31}{50}$$

b) Chứng tỏ rằng: $B = 1 - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^2} - \dots - \frac{1}{2004^2} > \frac{1}{2004}$

Câu 2: (2 điểm)

Cho phân số: $C = \frac{3|x| + 2}{4|x| - 5} \quad (x \in \mathbb{Z})$

a) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để C đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất đó.

b) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để C là số tự nhiên.

Câu 3: (2 điểm)

Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng: $\frac{ab}{cd} = \frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$

Câu 4: (3 điểm)

Cho tam giác vuông cân ABC ($AB = AC$), tia phân giác của các góc B và C cắt AC và AB lần lượt tại E và D.

a) Chứng minh rằng: $BE = CD$; $AD = AE$.

b) Gọi I là giao điểm của BE và CD. AI cắt BC ở M, chứng minh rằng các $\triangle MAB$; $\triangle MAC$ là tam giác vuông cân.

c) Từ A và D vẽ các đường thẳng vuông góc với BE, các đường thẳng này cắt BC lần lượt ở K và H. Chứng minh rằng $KH = KC$.

Câu 5: (1 điểm)

Tìm số nguyên tố p sao cho:

$3p^2 + 1$; $24p^2 + 1$ là các số nguyên tố.

ĐỀ SỐ 46:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: (2 điểm)

a) Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{0,75 - 0,6 + \frac{3}{7} + \frac{3}{13}}{2,75 - 2,2 + \frac{11}{7} + \frac{11}{3}};$$

$$B = (-251.3 + 281) + 3.251 - (1 - 281)$$

b) Tìm các số nguyên tố x, y sao cho: $51x + 26y = 2000$.

Câu 2: (2 điểm)

a) Chứng minh rằng: $2a - 5b + 6c : 17$ nếu $a - 11b + 3c : 17$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$).

b) Biết $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$

Chứng minh rằng: $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$

Câu 3: (2 điểm)

Bây giờ là 4 giờ 10 phút. Hỏi sau ít nhất bao lâu thì hai kim đồng hồ nằm đối diện nhau trên một đường thẳng.

Câu 4: (2 điểm)

Cho ΔABC vuông cân tại A. Gọi D là điểm trên cạnh AC, BI là phân giác của ΔABD , đường cao IM của ΔBID cắt đường vuông góc với AC kẻ từ C tại N.

Tính góc IBN ?

Câu 5: (2 điểm)

Số 2^{100} viết trong hệ thập phân tạo thành một số. Hỏi số đó có bao nhiêu chữ số ?

ĐỀ SỐ 47:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức

$$P = 2005 : \left(\frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} \cdot \frac{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}{1,5 + 1 - 0,75} \right)$$

b) Chứng minh rằng:

$$\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \dots + \frac{19}{9^2 \cdot 10^2} < 1$$

Câu 2: (2 điểm)

a) Chứng minh rằng với mỗi số nguyên dương n thì:

$$3^{n+3} + 3^{n+1} + 2^{n+3} + 2^{n+2} \text{ chia hết cho } 6.$$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$D = |2004 - x| + |2003 - x|$$

Câu 3: (2 điểm)

Một ô tô phải đi từ A đến B trong thời gian dự định. Sau khi đi được nửa quãng đường ô tô tăng vận tốc lên 20 % do đó đến B sớm hơn dự định 10 phút.

Tính thời gian ô tô đi từ A đến B.

Câu 4: (3 điểm)

Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên nửa mặt phẳng không chứa C có bờ AB, vẽ tia Ax vuông góc với AB, trên tia đó lấy điểm D sao cho AD = AB. Trên nửa mặt phẳng không chứa B có bờ AC vẽ tia Ay vuông góc với AC. Trên tia đó lấy điểm E sao cho AE = AC. Chứng minh rằng:

a) DE = 2 AM

b) AM $\perp$ DE.

Câu 5: (1 điểm)

Cho n số $x_1, x_2, \dots, x_n$ mỗi số nhận giá trị 1 hoặc -1. Chứng minh rằng nếu $x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3 + \dots + x_n \cdot x_1 = 0$ thì n chia hết cho 4.

ĐỀ SỐ 48:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{\left(81,624 : 4\frac{4}{3} - 4,505\right)^2 + 125\frac{3}{4}}{\left\{\left[\left(\frac{11}{25}\right)^2 : 0,88 + 3,53\right]^2 - (2,75)^2\right\} : \frac{13}{25}}$$

b) Chứng minh rằng tổng:

$$S = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} - \dots + \frac{1}{2^{4n-2}} - \frac{1}{2^{4n}} + \dots + \frac{1}{2^{2002}} - \frac{1}{2^{2004}} < 0,2$$

Bài 2: (2 điểm)

a) Tìm các số nguyên x thỏa mãn.

$$2005 = |x - 4| + |x - 10| + |x + 101| + |x + 990| + |x + 1000|$$

b) Cho $p > 3$. Chứng minh rằng nếu các số $p, p + d, p + 2d$ là các số nguyên tố thì d chia hết cho 6.

Bài 3: (2 điểm)

a) Để làm xong một công việc, một số công nhân cần làm trong một số ngày. Một bạn học sinh lập luận rằng nếu số công nhân tăng thêm $\frac{1}{3}$ thì thời gian sẽ giảm đi $\frac{1}{3}$. Điều đó đúng hay sai? vì sao?

b) Cho dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

$$\text{Tính } M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$$

Bài 4: (3 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC, $AB > AC$ phân giác BD và CE cắt nhau tại I.

a) Tính các góc của $\triangle DIE$ nếu góc $A = 60^\circ$.

b) Gọi giao điểm của BD và CE với đường cao AH của $\triangle ABC$ lần lượt là M và N. Chứng minh $BM > MN + NC$.

Bài 5: (1 điểm)

Cho x, y, z là các số dương.

$$\text{Chứng minh rằng: } \frac{x}{2x+y+z} + \frac{y}{2y+z+x} + \frac{z}{2z+x+y} \leq \frac{3}{4}$$

ĐỀ SỐ 49:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

a) Tìm x biết: $|x^2 + 6x - 2| = x^2 + 4$

b) Tìm tổng các hệ số của đa thức nhận được sau khi bỏ dấu ngoặc trong biểu thức:

$$A(x) = (3 - 4x + x^2)^{2004} \cdot (3 + 4x + x^2)^{2005}$$

Bài 2: (2 điểm)

Ba đường cao của tam giác ABC có độ dài bằng 4; 12; x biết rằng x là một số tự nhiên. Tìm x ?

Bài 3: (2 điểm)

Cho $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$.

CMR biểu thức sau có giá trị nguyên:

$$P = \frac{x+y}{z+t} + \frac{y+z}{t+x} + \frac{z+t}{x+y} + \frac{t+x}{y+z}$$

Bài 4: (3 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ở A có góc $B = \alpha$. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho góc $EBA = \frac{1}{3}\alpha$. Trên tia đối của tia EB lấy điểm D sao cho $ED = BC$.

Chứng minh tam giác CED là tam giác cân.

Bài 5: (1 điểm)

Tìm các số a, b, c nguyên dương thoả mãn :

$$a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b \text{ và } a + 3 = 5^c$$

ĐỀ SỐ 40:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm)

a) Tính $A = 3 - 3^2 + 3^3 - 3^4 + \dots + 3^{2003} - 3^{2004}$

b) Tìm x biết $|x - 1| + |x + 3| = 4$

Bài 2: (2 điểm)

Chứng minh rằng:

$$\text{Nếu } \frac{x}{a+2b+c} = \frac{y}{2a+b-c} = \frac{z}{4a-4b+c}$$

$$\text{Thì } \frac{a}{x+2y+z} = \frac{b}{2x+y-z} = \frac{c}{4x-4y+z}$$

Bài 3: (2 điểm)

Hai xe máy khởi hành cùng một lúc từ A và B, cách nhau 11km để đi đến C (ba địa điểm A, B, C ở cùng trên một đường thẳng). Vận tốc của người đi từ A là 20 km/h. Vận tốc của người đi từ B là 24 km/h.

Tính quãng đường mỗi người đã đi. Biết họ đến C cùng một lúc.

Bài 4: (3 điểm)

Cho tam giác ABC có góc A khác 90° , góc B và C nhọn, đường cao AH. Vẽ các điểm D, E sao cho AB là trung trực của HD, AC là trung trực của HE. Gọi I, K lần lượt là giao điểm của DE với AB và AC.

Tính số đo các góc AIC và AKB ?

Bài 5: (1 điểm)

Cho $x = 2005$. Tính giá trị của biểu thức:

$$x^{2005} - 2006x^{2004} + 2006x^{2003} - 2006x^{2002} + \dots - 2006x^2 + 2006x - 1$$

ĐỀ SỐ 50:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1 . (2đ) Cho: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$.

Chứng minh: $\left(\frac{a+b+c}{b+c+d} \right)^3 = \frac{a}{d}$.

Câu 2. (1đ). Tìm A biết rằng:

$$A = \frac{a}{b+c} = \frac{c}{a+b} = \frac{b}{c+a} .$$

Câu 3. (2đ). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A \in \mathbb{Z}$ và tìm giá trị đó.

a). $A = \frac{x+3}{x-2}$. b). $A = \frac{1-2x}{x+3}$.

Câu 4. (2đ). Tìm x:

a) $|x-3| = 5$. b). $(x+2)^2 = 81$. c). $5^x + 5^{x+2} = 650$

Câu 5. (3đ). Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A, trung tuyến AM . $E \in BC$, $BH, CK \perp AE$, ($H, K \in AE$). Chứng minh $\triangle MHK$ vuông cân.

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN LỚP 7

Câu 1: (2đ)

Rút gọn $A = \frac{x|x-2|}{x^2+8x-20}$

Câu 2 (2đ)

Ba lớp 7A, 7B, 7C có 94 học sinh tham gia trồng cây. Mỗi học sinh lớp 7A trồng được 3 cây, Mỗi học sinh lớp 7B trồng được 4 cây, Mỗi học sinh lớp 7C trồng được 5 cây,. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh. Biết rằng số cây mỗi lớp trồng được đều như nhau.

Câu 3: (1,5đ)

Chứng minh rằng $\frac{10^{2006}+53}{9}$ là một số tự nhiên.

Câu 4 : (3đ)

Cho góc $\angle xAy = 60^\circ$ vẽ tia phân giác Az của góc đó . Từ một điểm B trên Ax vẽ đường thẳng song song với Ay cắt Az tại C. vẽ $Bh \perp Ay$, $CM \perp Ay$, $BK \perp AC$. Chứng minh rằng .

a, K là trung điểm của AC.

b, $BH = \frac{AC}{2}$

c, $\triangle KMC$ đều

Câu 5 (1,5 đ)

Trong một kỳ thi học sinh giỏi cấp Huyện, bốn bạn Nam, Bắc, Tây, Đông đoạt 4 giải 1,2,3,4 . Biết rằng mỗi câu trong 3 câu dưới đây đúng một nửa và sai 1 nửa:

a, tây đạt giải 1, Bắc đạt giải 2.

b, Tây đạt giải 2, Đông đạt giải 3.

c, Nam đạt giải 2, Đông đạt giải 4.

Em hãy xác định thứ tự đúng của giải cho các bạn.

ĐỀ SỐ 51:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (3 điểm): Tính

$$\left[18\frac{1}{6} - (0,06 : 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5} \cdot 0,38) \right] : \left(19 - 2\frac{2}{3} \cdot 4\frac{3}{4} \right)$$

Bài 2: (4 điểm): Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ chứng minh rằng:

a) $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$

b) $\frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$

Bài 3: (4 điểm) Tìm x biết:

a) $\left| x + \frac{1}{5} \right| - 4 = -2$

b) $-\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$

Bài 4: (3 điểm) Một vật chuyển động trên các cạnh hình vuông. Trên hai cạnh đầu vật chuyển động với vận tốc 5m/s, trên cạnh thứ ba với vận tốc 4m/s, trên cạnh thứ tư với vận tốc 3m/s. Hỏi độ dài cạnh hình vuông biết rằng tổng thời gian vật chuyển động trên bốn cạnh là 59 giây

Bài 5: (4 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A có $A = 20^\circ$, vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M. Chứng minh:

g) Tia AD là phân giác của góc BAC

h) $AM = BC$

Bài 6: (2 điểm): Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ biết: $25 - y^2 = 8(x - 2009)^2$

ĐÁP ÁN ĐỀ THI

Bài 1: 3 điểm

$$\begin{aligned}
 & \left[18\frac{1}{6} - (0,06 : 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5} \cdot 0,38) \right] : \left(19 - 2\frac{2}{3} \cdot 4\frac{3}{4} \right) = \\
 & = \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{6}{100} : \frac{15}{2} + \frac{17}{5} \cdot \frac{38}{100} \right) \right] : \left(19 - \frac{8}{3} \cdot \frac{19}{4} \right) \quad 0.5đ \\
 & = \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{3}{50} \cdot \frac{2}{15} + \frac{17}{5} \cdot \frac{19}{50} \right) \right] : \left(19 - \frac{38}{3} \right) \quad 1đ \\
 & = \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{2}{250} + \frac{323}{250} \right) \right] : \frac{19}{3} \quad 0.5 \\
 & = \left(\frac{109}{6} - \frac{13}{10} \right) \cdot \frac{3}{19} = \quad 0.5đ \\
 & = \frac{506}{30} \cdot \frac{3}{19} = \frac{253}{95} \quad 0.5đ
 \end{aligned}$$

Bài 2:

a) Từ $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ suy ra $c^2 = a.b$ 0.5đ

khi đó $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + a.b}{b^2 + a.b}$ 0.5đ

$= \frac{a(a+b)}{b(a+b)} = \frac{a}{b}$ 0.5đ

b) Theo câu a) ta có: $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b}{a}$ 0.5đ

từ $\frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} - 1 = \frac{b}{a} - 1$ 1đ

hay $\frac{b^2 + c^2 - a^2 - c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$ 0.5đ

vậy $\frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$ 0.5đ

Bài 3:

a) $\left| x + \frac{1}{5} \right| - 4 = -2$

$\left| x + \frac{1}{5} \right| = -2 + 4 \quad 0.5đ$

$$\left| x + \frac{1}{5} \right| = 2 \Rightarrow x + \frac{1}{5} = 2 \text{ hoặc } x + \frac{1}{5} = -2 \quad 1đ$$

$$\text{Với } x + \frac{1}{5} = 2 \Rightarrow x = 2 - \frac{1}{5} \text{ hay } x = \frac{9}{5} \quad 0.25đ$$

$$\text{Với } x + \frac{1}{5} = -2 \Rightarrow x = -2 - \frac{1}{5} \text{ hay } x = -\frac{11}{5} \quad 0.25đ$$

b)

$$-\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$$

$$\frac{6}{5}x + \frac{5}{4}x = \frac{3}{7} + \frac{1}{2} \quad 0.5đ$$

$$\left(\frac{6}{5} + \frac{5}{4}\right)x = \frac{13}{14} \quad 0.5đ$$

$$\frac{49}{20}x = \frac{13}{14} \quad 0.5đ$$

$$x = \frac{130}{343} \quad 0.5đ$$

Bài 4:

Cùng một đoạn đường, cận tốc và thời gian là hai đại lượng tỉ lệ nghịch 0.5đ

Gọi x, y, z là thời gian chuyển động lần lượt với các vận tốc 5m/s ; 4m/s ; 3m/s

Ta có: $5.x = 4.y = 3.z$ và $x + x + y + z = 59$ 1đ

$$\text{hay: } \frac{x}{\frac{1}{5}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{1}{3}} = \frac{x + x + y + z}{\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{59}{\frac{59}{60}} = 60 \quad 0.5đ$$

Do đó:

$$x = 60 \cdot \frac{1}{5} = 12; \quad x = 60 \cdot \frac{1}{4} = 15; \quad x = 60 \cdot \frac{1}{3} = 20 \quad 0.5đ$$

$$\text{Vậy cạnh hình vuông là: } 5.12 = 60 \text{ (m)} \quad 0.5đ$$

Bài 5:

-Vẽ hình, ghi GT, KL đúng 0.5đ

a) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c.c.c) 1đ

suy ra $\angle DAB = \angle DAC$

Do đó $\angle DAB = 20^\circ : 2 = 10^\circ$

b) $\triangle ABC$ cân tại A, mà $\angle A = 20^\circ$ (gt) nên

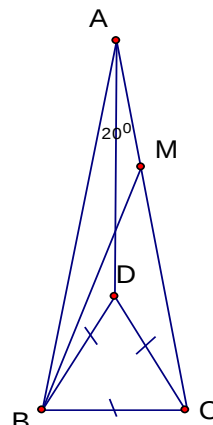
$$\angle ABC = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$$

$\triangle ABC$ đều nên $\angle DBC = 60^\circ$

Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC suy ra

$$\angle ABD = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ. \text{ Tia BM là phân giác của góc ABD}$$

nên $\angle ABM = 10^\circ$



Xét tam giác ABM và BAD có:

AB cạnh chung ; $\angle BAM = \angle ABD = 20^\circ$; $\angle ABM = \angle DAB = 10^\circ$

Vậy: $\triangle ABM = \triangle BAD$ (g.c.g) suy ra $AM = BD$, mà $BD = BC$ (gt) nên $AM = BC$

Bài 6:

$$25 - y^2 = 8(x - 2009)^2$$

Ta có $8(x-2009)^2 = 25 - y^2$

$$8(x-2009)^2 + y^2 = 25 \quad (*) \quad 0.5đ$$

Vì $y^2 \geq 0$ nên $(x-2009)^2 \leq \frac{25}{8}$, suy ra $(x-2009)^2 = 0$ hoặc $(x-2009)^2 = 1$ 0.5đ

Với $(x-2009)^2 = 1$ thay vào (*) ta có $y^2 = 17$ (loại)

Với $(x-2009)^2 = 0$ thay vào (*) ta có $y^2 = 25$ suy ra $y = 5$ (do $y \in \mathbb{N}$) 0.5đ

Từ đó tìm được $(x=2009; y=5)$ 0.5đ

ĐỀ SỐ 52:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1. Tính $\frac{1}{1.6} + \frac{1}{6.11} + \frac{1}{11.16} + \dots + \frac{1}{96.101}$

Bài 2. Tìm giá trị nguyên dương của x và y, sao cho: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$

Bài 3. Tìm hai số dương biết: tổng, hiệu và tích của chúng tỷ lệ nghịch với các số 20, 140 và 7

Bài 4. Tìm x, y thỏa mãn: $|x - 1| + |x - 2| + |y - 3| + |x - 4| = 3$

Bài 5. Cho tam giác ABC có góc $ABC = 50^\circ$; góc $BAC = 70^\circ$. Phân giác trong góc ACB cắt AB tại M. Trên MC lấy điểm N sao cho góc $MBN = 40^\circ$. Chứng minh: $BN = MC$.

ĐỀ SỐ 52:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1:(4 điểm)

a) Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

b) Chứng minh rằng : Với mọi số nguyên dương n thì :
 $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10

Bài 2:(4 điểm)

Tìm x biết:

a. $\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$

b. $(x - 7)^{x+1} - (x - 7)^{x+11} = 0$

Bài 3: (4 điểm)

e) Số A được chia thành 3 số tỉ lệ theo $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của ba số đó bằng 24309. Tìm số A.

f) Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$

Bài 4: (4 điểm)

Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của của tia MA lấy điểm E sao cho $ME = MA$. Chứng minh rằng:

a) $AC = EB$ và $AC \parallel BE$

b) Gọi I là một điểm trên AC ; K là một điểm trên EB sao cho $AI = EK$. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng

c) Từ E kẻ $EH \perp BC$ ($H \in BC$). Biết $HBE = 50^\circ$; $MEB = 25^\circ$.

Tính HEM và BME

Bài 5: (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A có $A = 20^\circ$, vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M. Chứng minh:

i) Tia AD là phân giác của góc BAC

j) $AM = BC$

..... Hết

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 7

Bài 1:(4 điểm):

Đáp án	Thang điểm
a) (2 điểm)	
$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$	0,5 điểm
$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)}$	0,5 điểm
$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9}$	0,5 điểm
$= \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}$	0,5 điểm
b) (2 điểm)	
$3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ - Với mọi số nguyên dương n ta có:	
$\begin{aligned} 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n &= 3^{n+2} + 3^n - 2^{n+2} - 2^n \\ &= 3^n(3^2 + 1) - 2^n(2^2 + 1) \\ &= 3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 = 3^n \cdot 10 - 2^{n-1} \cdot 10 \\ &= 10(3^n - 2^n) \end{aligned}$	0,5 điểm 1 điểm
Vậy $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n \vdots 10$ với mọi n là số nguyên dương.	0,5 điểm

Bài 2:(4 điểm)

Đáp án	Thang điểm
a) (2 điểm)	
	0,5 điểm
	0,5 điểm
	0,5 điểm
	0,5 điểm

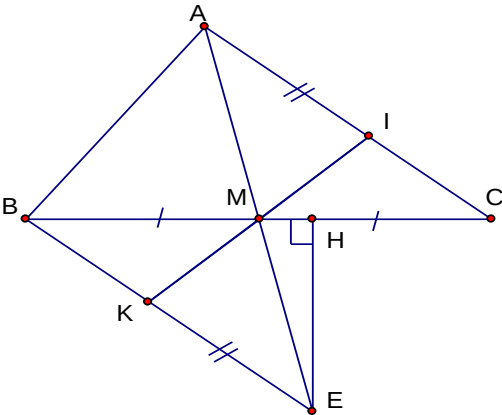
$\left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left (-3, 2) + \frac{2}{5} \right \Leftrightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left \frac{-16}{5} + \frac{2}{5} \right $	
$\Leftrightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$	0,5 điểm
$\Leftrightarrow \left x - \frac{1}{3} \right = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{3} = 2 \\ x - \frac{1}{3} = -2 \end{cases}$	0,5 điểm
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3} \\ x = -2 + \frac{1}{3} = \frac{-5}{3} \end{cases}$	0,5 điểm
b) (2 điểm) $(x-7)^{x+1} - (x-7)^{x+11} = 0$ $\Leftrightarrow (x-7)^{x+1} [1 - (x-7)^{10}] = 0$ $\Leftrightarrow (x-7)^{(x+1)} [1 - (x-7)^{10}] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} (x-7)^{x+1} = 0 \\ 1 - (x-7)^{10} = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-7=0 \Rightarrow x=7 \\ (x-7)^{10}=1 \Rightarrow x=8 \end{cases}$	0,5 điểm

Bài 3: (4 điểm)

Đáp án	Thang điểm
a) (2,5 điểm) Gọi a, b, c là ba số được chia ra từ số A. Theo đề bài ta có: $a : b : c = \frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$ (1) và $a^2 + b^2 + c^2 = 24309$ (2) Từ (1) $\Rightarrow \frac{a}{\frac{2}{5}} = \frac{b}{\frac{3}{4}} = \frac{c}{\frac{1}{6}} = k \Rightarrow a = \frac{2}{5}k; b = \frac{3}{4}k; c = \frac{k}{6}$	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm

Do đó (2) $\Leftrightarrow k^2(\frac{4}{25} + \frac{9}{16} + \frac{1}{36}) = 24309$	
$\Rightarrow k = 180$ và $k = -180$	0,5 điểm
+ Với $k = 180$, ta được: $a = 72$; $b = 135$; $c = 30$.	
Khi đó ta có số $A = a + b + c = 237$.	0,5 điểm
+ Với $k = -180$, ta được: $a = -72$; $b = -135$; $c = -30$	
Khi đó ta có số $A = -72 + (-135) + (-30) = -237$.	
b) (1,5 điểm)	0,5 điểm
Từ $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ suy ra $c^2 = a.b$	0,5 điểm
khi đó $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + a.b}{b^2 + a.b}$	0,5 điểm
$= \frac{a(a+b)}{b(a+b)} = \frac{a}{b}$	

Bài 4: (4 điểm)

Đáp án	Thang điểm
Vẽ hình	0,5 điểm
	

a/ (1điểm) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có :

$$AM = EM \quad (\text{gt})$$

$$\angle AMC = \angle EMB \quad (\text{đối đỉnh})$$

$$BM = MC \quad (\text{gt})$$

$$\text{Nên : } \triangle AMC = \triangle EMB \quad (\text{c.g.c})$$

$$\Rightarrow AC = EB$$

$$\text{Vì } \triangle AMC = \triangle EMB \Rightarrow \angle MAC = \angle MEB$$

0,5 điểm

(2 góc có vị trí so le trong được tạo bởi đường thẳng AC và EB cắt đường thẳng AE)
Suy ra $AC \parallel BE$.

0,5 điểm

b/ (1 điểm)

Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có :

$AM = EM$ (gt)

$\angle MAI = \angle MEK$ (vì $\triangle AMC = \triangle EMB$)

$AI = EK$ (gt)

Nên $\triangle AMI = \triangle EMK$ (c.g.c)

0,5 điểm Suy ra

$\angle AMI = \angle EMK$

Mà $\angle AMI + \angle IME = 180^\circ$ (tính chất hai góc kề bù)

$\Rightarrow \angle EMK + \angle IME = 180^\circ$

$\Rightarrow$ Ba điểm I;M;K thẳng hàng

0,5 điểm

c/ (1,5 điểm)

Trong tam giác vuông BHE ($\angle H = 90^\circ$) có $\angle HBE = 50^\circ$

$\Rightarrow \angle HEB = 90^\circ - \angle HBE = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

0,5 điểm

$\Rightarrow \angle HEM = \angle HEB - \angle MEB = 40^\circ - 25^\circ = 15^\circ$

0,5 điểm

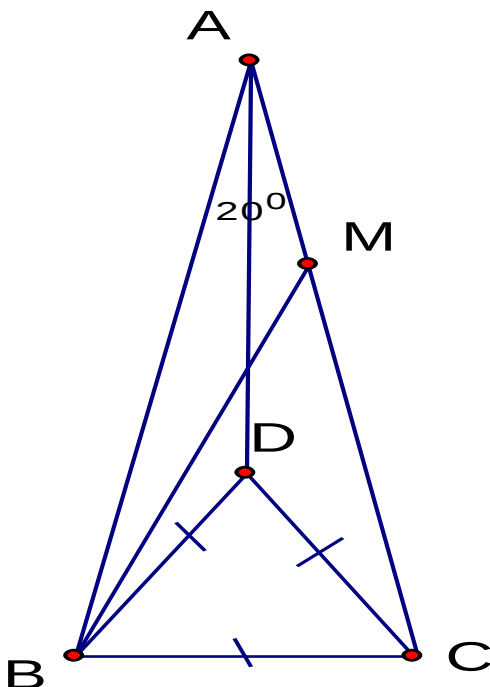
$\angle BME$ là góc ngoài tại đỉnh M của $\triangle HEM$

Nên $\angle BME = \angle HEM + \angle MHE = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$

(định lý góc ngoài của tam giác)

0,5 điểm

Bài 5: (4 điểm)



-Vẽ hình

a) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c.c.c)

1 điểm

suy ra $\angle DAB = \angle DAC$

0,5 điểm

Do đó $\angle DAB = 20^\circ : 2 = 10^\circ$

0,5 điểm

b) $\triangle ABC$ cân tại A, mà $\angle A = 20^\circ$ (gt) nên $\angle ABC = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$

$\triangle ABC$ đều nên $\angle DBC = 60^\circ$

0,5 điểm

Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC suy ra $\angle ABD = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$.

Tia BM là phân giác của góc ABD

nên $\angle ABM = 10^\circ$

0,5 điểm

Xét tam giác ABM và BAD có:

AB cạnh chung ; $\angle BAM = \angle ABD = 20^\circ$; $\angle ABM = \angle DAB = 10^\circ$

Vậy: $\triangle ABM = \triangle BAD$ (g.c.g)

suy ra $AM = BD$, mà $BD = BC$ (gt) nên $AM = BC$

0,5 điểm

Lưu ý: Nếu học sinh làm theo cách khác đúng vẫn đạt điểm tối đa.

ĐỀ SỐ 53:

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1 (2 điểm)

Thực hiện phép tính :

a. $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1 \right)$

b. $\frac{\left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4} \right)^2 \cdot (-1)^{2003}}{\left(\frac{2}{5} \right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12} \right)^3}$

Câu 2 (2 điểm)

a. Tìm số nguyên a để $\frac{a^2 + a + 3}{a + 1}$ là số nguyên

b. Tìm số nguyên x, y sao cho $x - 2xy + y = 0$

Câu 3 (2 điểm)

a. Chứng minh rằng nếu $a + c = 2b$ và $2bd = c(b + d)$ thì $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với b, d khác 0

b. Cần bao nhiêu số hạng của tổng $S = 1 + 2 + 3 + \dots$ để được một số có ba chữ số giống nhau .

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC có góc B bằng 45^0 , góc C bằng 120^0 . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 2CB$. Tính góc ADE

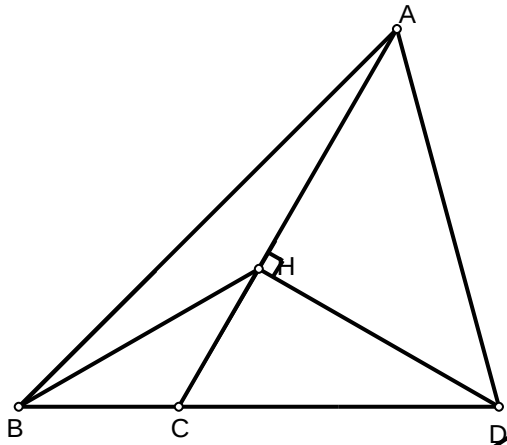
Câu 5 (1điểm)

Tìm mọi số nguyên tố thỏa mãn : $x^2 - 2y^2 = 1$

ĐÁP ÁN CHẤM TOÁN 7

HƯỚNG DẪN CHẤM

CÂU U	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM										
1.a	Thực hiện theo từng bước đúng kết quả -2 cho điểm tối đa	1Điểm										
1.b	Thực hiện theo từng bước đúng kết quả 14,4 cho điểm tối đa	1Điểm										
2.a	Ta có : $\frac{a^2 + a + 3}{a + 1} = \frac{a(a + 1) + 3}{a + 1} = a + \frac{3}{a + 1}$ vì a là số nguyên nên $\frac{a^2 + a + 3}{a + 1}$ là số nguyên khi $\frac{3}{a + 1}$ là số nguyên hay a+1 là ước của 3 do đó ta có bảng sau : <table><tr><td>a+1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>a</td><td>-4</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td></tr></table> Vậy với $a \in \{-4, -2, 0, 2\}$ thì $\frac{a^2 + a + 3}{a + 1}$ là số nguyên	a+1	-3	-1	1	3	a	-4	-2	0	2	0,25 0,25 0,25 0,25
a+1	-3	-1	1	3								
a	-4	-2	0	2								
2.b	Từ : $x - 2xy + y = 0$ Hay $(1 - 2y)(2x - 1) = -1$ Vì x,y là các số nguyên nên $(1 - 2y)$và $(2x - 1)$ là các số nguyên do đó ta có các trường hợp sau : $\begin{cases} 1 - 2y = 1 \\ 2x - 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$	0,25 0,25										

	Hoặc $\begin{cases} 1-2y=-1 \\ 2x-1=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$	0,25
	Vậy có 2 cặp số x, y như trên thoả mãn điều kiện đầu bài	0,25
3.a	Vì $a + c = 2b$ nên từ $2bd = c(b + d)$ Ta có: $(a + c)d = c(b + d)$ Hay $ad = bc$ Suy ra $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (ĐPCM)	0,5 0,5
3.b	Giả sử số có 3 chữ số là $\overline{aaa}=111.a$ (a là chữ số khác 0) Gọi số số hạng của tổng là n , ta có : $\frac{n(n+1)}{2} = 111a = 3.37.a$ Hay $n(n + 1) = 2.3.37.a$ Vậy $n(n+1)$ chia hết cho 37 , mà 37 là số nguyên tố và $n + 1 < 74$ (Nếu $n = 74$ không thoả mãn) Do đó $n=37$ hoặc $n + 1 = 37$ Nếu $n = 37$ thì $n + 1 = 38$ lúc đó $\frac{n(n+1)}{2} = 703$ không thoả mãn Nếu $n + 1 = 37$ thì $n = 36$ lúc đó $\frac{n(n+1)}{2} = 666$ thoả mãn Vậy số số hạng của tổng là 36	0,25 0,25 0,5
4	 Kẻ DH Vuông góc với AC vì $\widehat{ACD} = 60^0$ do đó $\widehat{CDH} = 30^0$ Nên $CH = \frac{CD}{2} \Rightarrow CH = BC$ Tam giác BCH cân tại C $\Rightarrow \widehat{CBH} = 30^0 \Rightarrow \widehat{ABH} = 15^0$ Mà $\widehat{BAH} = 15^0$ nên tam giác AHB cân tại H Do đó tam giác AHD vuông cân tại H Vậy $\widehat{ADB} = 45^0 + 30^0 = 75^0$	0,5 0,5 1,0 1,0
5	Từ : $x^2 - 2y^2 = 1$ suy ra $x^2 - 1 = 2y^2$	0,25 0,25

	Nếu x chia hết cho 3 vì x nguyên tố nên $x = 3$ lúc đó $y = 2$ nguyên tố thoả mãn Nếu x không chia hết cho 3 thì $x^2 - 1$ chia hết cho 3 do đó $2y^2$ chia hết cho 3 Mà $(2;3) = 1$ nên y chia hết cho 3 khi đó $x^2 = 19$ không thoả mãn Vậy cặp số (x,y) duy nhất tìm được thoả mãn điều kiện đầu bài là (2;3)	0,25 0,25
--	--	-------------------------

ĐỀ SỐ 54:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1 (4đ) -

Rút gọn biểu thức

a- $A = a - 2 + 3 - 2a - 5 + a$

b- $\sqrt{1+2+3+\dots+(n-1)+n+(n-1)+\dots+3+2+1}$ với $n \in \mathbb{N}$

Bài 2 (4 đ) .

Chứng minh rằng : nếu a,b,c là các số không âm thoả mãn các điều kiện sau : $a + 3c = 8$ và $a + 2b = 9$ thì $N = a + b - c - \frac{17}{2}$ là số không dương . Tìm a,b,c để $N = 0$

Bài 3 (4 đ) .

Cho biểu thức $A = \frac{x^2 - 3}{2 + x}$

Biểu thức A có giá trị lớn nhất hay nhỏ nhất ? Tìm giá trị đó

Câu 4 (4 đ)

Cho tam giác cân ABC có $\angle ACB = 100^\circ$. Phân giác trong của $\angle CAB$ cắt CB tại D . Chứng minh rằng $AD + DC = AB$

Bài 5 (4 đ)

Cho tam giác ABC có $AB = AC$. Trên đường thẳng vuông góc với AC tại C lấy điểm D sao cho hai điểm B , D nằm khác phía đối với đường thẳng AC . Gọi K là giao điểm của đường thẳng qua B vuông góc với AB và đường thẳng qua trung điểm M của CD và vuông góc với AD .

Chứng minh $KB = KD$

-----*****-----

ĐỀ SỐ 55:
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: Thực hiện phép tính (2 điểm)

$$a/ \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22} \right) + \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3} \right)$$

$$b/ \left(\frac{69}{167} - \left(2 + \left(3 + \left(4 + 5^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1}$$

Bài 2: So sánh (2 điểm)

$$a/ 7 + \sqrt{5} \text{ với } \sqrt{48} + 2$$

$$b/ \sqrt{(1 - \sqrt{50})^2} \text{ với } 6$$

Bài 3: Tìm x, y, z biết (4,5 điểm)

$$a/ 3(x-2) - 4(2x+1) - 5(2x+3) = 50$$

$$b/ 3\frac{1}{2} : \left(4 - \frac{1}{3} |2x+1| \right) = \frac{21}{22}$$

$$c/ \frac{3x-2y}{37} = \frac{5y-3z}{15} = \frac{2z-5x}{2} \quad \text{và} \quad 10x - 3y - 2z = -4$$

Bài 4: (6 điểm)

Cho hàm số $y = (m + 2009)x + 2|x|$. Biết đồ thị hàm số đi qua điểm A(-1; -1)

a/ Tìm m

b/ Vẽ đồ thị hàm số với m tìm được

c/ Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị hàm số trên.

B(-2; -2) C(5; 1) D(2; 10)

d/ Tính diện tích tam giác OBC

Bài 5: (5,5 điểm)

Cho ΔABC , góc $B = 60^\circ$, $AB = 7\text{cm}$, $BC = 14\text{cm}$. Trên BC lấy điểm D sao cho góc $BAD = 60^\circ$. Gọi H là trung điểm của BD

a/ Tính độ dài HD

b/ Chứng minh rằng ΔDAC cân

c/ ΔABC là tam giác gì?

d/ Chứng minh rằng $AB^2 + CH^2 = AC^2 + BH^2$

=====✱📖✱=====

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)