

LỜI CAM ĐOAN

Tác giả xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tác giả. Các số liệu, kết quả được trình bày trong luận văn là trung thực. Những kết quả khoa học trong luận văn chưa từng được tác giả dùng để công nhận học vị lần nào.

Hải Phòng, ngày 5 tháng 11 năm 2019

Tác giả luận văn

Hồ Thị Dinh

LỜI CẢM ƠN

Tôi xin chân thành bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc của mình đến Cô giáo Tiến sĩ Nguyễn Thị Thanh Vân, người đã tận tình giúp đỡ, hướng dẫn tôi trong quá trình nghiên cứu, hoàn thiện luận văn.

Tôi xin chân thành cảm ơn tới tập thể các thầy cô giáo trong khoa Sư phạm, các thầy cô giáo phòng Sau đại học - Trường Đại học Hải Phòng đã tạo điều kiện giúp đỡ tôi trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu.

Tôi xin chân thành cảm ơn sự quan tâm của Ban giám hiệu, sự giúp đỡ của các thầy cô giáo trong nhóm Toán, sự cộng tác của học sinh lớp 10A7, 10A8, 11B3, 11B6 Trường THPT Lương Thế Vinh đã tạo điều kiện thuận lợi để tôi tiến hành thực nghiệm đề tài.

Cuối cùng, tôi xin bày tỏ lòng biết ơn đối với gia đình, bạn bè đã luôn động viên, giúp đỡ tôi trong suốt thời gian học tập và hoàn thành luận văn.

Hải Phòng, ngày 5 tháng 11 năm 2019

Tác giả luận văn

Hồ Thị Dinh

MỤC LỤC

LỜI CAM ĐOAN	i
LỜI CẢM ƠN	ii
MỤC LỤC.....	iii
DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT.....	vi
DANH MỤC CÁC BẢNG.....	vii
DANH MỤC CÁC HÌNH.....	ix
MỞ ĐẦU	1
CHƯƠNG 1. CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN	6
1.1. Năng lực	6
1.1.1. Một số quan điểm về năng lực.....	6
1.1.2. Các năng lực cần phát triển cho học sinh.....	7
1.2. Năng lực toán học	7
1.2.1. Một số quan điểm về năng lực toán học	7
1.2.2 Các thành tố của năng lực toán học.....	8
1.3. Năng lực giải toán.....	10
1.4. Vai trò của bài tập trong quá trình dạy học.....	12
1.5. Lịch sử về vector và tầm quan trọng của vector trong chương trình toán THPT.....	13
1.5.1. Lịch sử về vector	13
1.5.2. Vai trò của vector trong dạy học môn Toán.....	14
1.5.3. Ứng dụng của vector trong thực tiễn và trong các môn học khác	15
1.5.4. Khả năng dạy học chủ đề vector theo hướng phát triển năng lực giải toán cho học sinh.....	16
1.6. Thực trạng dạy học chủ đề vector trường trung học phổ thông theo hướng phát triển năng lực giải toán cho học sinh	25
1.6.1. Mục đích – nội dung điều tra.....	25
1.6.2. Kết quả điều tra	26
1.6.3. Phân tích kết quả điều tra	33

1.7. Tiểu kết chương 1.....	34
CHƯƠNG 2. MỘT SỐ BIỆN PHÁP PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIẢI TOÁN CHO HS LỚP 10 THÔNG QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ VECTOR.....	35
2.1. Định hướng xây dựng biện pháp.....	35
2.2. Các biện pháp	35
2.2.1. Biện pháp 1: Trong quá trình dạy học, giáo viên tạo cơ hội giúp học sinh nắm vững kiến thức cơ bản về chủ đề vector.....	35
2.2.2. Biện pháp 2: Trong quá trình dạy học, GV cần tạo tình huống nhằm rèn luyện cho HS khả năng huy động kiến thức để giải toán	39
2.2.3. Biện pháp 3: Xây dựng hệ thống bài tập phong phú đa dạng phù hợp với đối tượng học sinh.....	43
2.2.4. Biện pháp 4: Rèn luyện cho học sinh quy trình giải toán theo 4 bước của G.Polya	44
2.2.5. Biện pháp 5: Rèn luyện khả năng phát hiện và sửa chữa sai lầm cho học s trong giải toán	50
2.2.6. Biện pháp 6: Kiểm tra, đánh giá theo hướng phát triển năng lực giải toán cho học sinh	57
2.3. Tiểu kết Chương 2.....	63
CHƯƠNG 3. THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM	64
3.1. Mục đích, yêu cầu, đối tượng thực nghiệm sư phạm.....	64
3.1.1. Mục đích.....	64
3.1.2. Yêu cầu.....	64
3.1.3. Đối tượng thực nghiệm sư phạm.....	64
3.2. Nội dung thực nghiệm sư phạm	64
3.2.1. Thời gian tổ chức thực nghiệm sư phạm	64
3.2.2. Nội dung thực nghiệm.....	64
3.3. Tiến hành thực nghiệm sư phạm.....	65
3.3.1. Phân tích chất lượng học sinh trước khi tiến hành thực nghiệm sư phạm	66

3.3.2. Đánh giá kết quả thực nghiệm	67
3.3.3. Phân tích định lượng	68
3.4. Tiểu kết Chương 3.....	70
KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ.....	71
DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	73
PHỤ LỤC.....	75

DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT

Chữ viết tắt	Giải thích
DH	Dạy học
HS	Học sinh
GV	Giáo viên
NL	Năng lực
NXB	Nhà xuất bản
THPT	Trung học phổ thông
SGK	Sách giáo khoa

DANH MỤC CÁC BẢNG

Số hiệu bảng	Tên bảng	Trang
1.1	Chuyển đổi ngôn ngữ hình học sang ngôn ngữ vector	19
1.2	Kết quả điều tra việc rèn luyện kỹ năng sử dụng kí hiệu cho HS.	26
1.3	Kết quả điều tra việc rèn luyện phép lập luận cơ bản cho HS.	26
1.4	Kết quả điều tra việc rèn luyện các thao tác tư duy cho HS.	27
1.5	Kết quả điều tra việc sử dụng các biện pháp giúp HS phát hiện cách giải quyết vấn đề.	27
1.6	Kết quả điều tra việc sử dụng các biện pháp phát triển NL giải toán cho học sinh.	28
1.7	Kết quả điều tra các biểu hiện của NL giải toán	29
1.8	Kết quả điều tra những khó khăn của GV khi dạy chủ đề vector.	30
1.9	Kết quả điều tra những khó khăn sai lầm mà HS hay gặp khi học chủ đề vector.	30
1.10	Kết quả điều tra việc sử dụng sơ đồ tư duy để hệ thống và ghi nhớ kiến thức về vector.	31
1.11	Kết quả điều tra về sự cần thiết phải rèn luyện NL giải toán cho HS.	31
1.12	Kết quả điều tra việc thích học chủ đề vector của HS.	32
1.13	Điều tra ý kiến của HS về việc học và nhớ các kiến thức về vector.	32
1.14	Kết quả điều tra tầm quan trọng của việc học chủ đề vector của HS.	32

1.15	Kết quả kiểm tra trình độ giải toán về chủ đề vector của HS.	33
3.1	Điểm đầu vào môn Toán của 2 lớp 10A7(ĐC) và 10A8(TN)	66
3.2	Phân loại điểm của lớp đối chứng và lớp thực nghiệm	67
3.3	Bảng phân phối thực nghiệm tần số, tần suất.	68
3.4	Phân loại điểm của lớp đối chứng và lớp thực nghiệm.	69

DANH MỤC CÁC HÌNH

Số hiệu hình	Tên hình	Trang
Hình 3.1	Đa giác tần suất	69

MỞ ĐẦU

1. Lý do lựa chọn đề tài nghiên cứu

Hiện nay, giáo dục luôn được coi là quốc sách hàng đầu của Việt Nam cũng như hầu hết các quốc gia trên thế giới. Với mục tiêu giáo dục: “Lấy việc hình thành năng lực người học làm trung tâm, làm mục tiêu đào tạo thay cho truyền thụ kiến thức” ngày 04/11/2013 Tổng bí thư Nguyễn Phú Trọng đã ký ban hành Nghị quyết Hội nghị lần thứ 8 Ban chấp hành Trung Ương khóa XI-Nghị quyết số 29-NQ/TW “*về đổi mới căn bản toàn diện giáo dục và đào tạo đáp ứng yêu cầu Công nghiệp hóa – Hiện đại hóa trong điều kiện kinh tế thị trường theo định hướng Xã hội chủ nghĩa và hội nhập quốc tế*” đã nêu rõ: “*Tiếp tục đổi mới mạnh mẽ phương pháp dạy và học theo hướng hiện đại, phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo và vận dụng kiến thức, kỹ năng của người học, khắc phục lối truyền thụ áp đặt một chiều, ghi nhớ máy móc. Tập trung dạy cách học, cách nghĩ, khuyến khích tự học, tạo cơ sở để người học tự cập nhật và đổi mới tri thức, kỹ năng, phát triển năng lực. Chuyển từ học chủ yếu trên lớp sang tổ chức hình thức học tập đa dạng, chú ý các hoạt động xã hội, ngoại khóa, nghiên cứu khoa học. Đẩy mạnh ứng dụng công nghệ thông tin và truyền thông trong dạy và học*”.

Đại hội đại biểu toàn quốc lần thứ XII của Đảng cộng sản Việt Nam năm 2016 đã đề ra phương hướng: “*Giáo dục là quốc sách hàng đầu. Phát triển giáo dục và đào tạo nhằm nâng cao dân trí, đào tạo nhân lực, bồi dưỡng nhân tài. Chuyển mạnh giáo dục từ chủ yếu trang bị kiến thức sang phát triển toàn diện năng lực và phẩm chất người học; phát triển giáo dục và đào tạo phải gắn với nhu cầu phát triển kinh tế xã hội, xây dựng và bảo vệ Tổ quốc, với tiến bộ khoa học công nghệ; phấn đấu trong những năm tới, tạo chuyển biến căn bản, mạnh mẽ về chất lượng, hiệu quả giáo dục và đào tạo; phấn đấu đến năm 2030 nền giáo dục Việt Nam đạt trình độ tiên tiến trong khu vực*”.

Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể (năm 2018) [2] chỉ ra mục tiêu: *“giúp học sinh tiếp tục phát triển những phẩm chất, năng lực cần thiết đối với người lao động, ý thức và nhân cách công dân, khả năng tự học và ý thức học tập suốt đời, khả năng lựa chọn nghề nghiệp phù hợp với năng lực, sở thích, điều kiện và hoàn cảnh của bản thân để tiếp tục học lên, học nghề hoặc tham gia vào cuộc sống lao động, khả năng thích ứng với những thay đổi trong bối cảnh toàn cầu hóa và cách mạng công nghiệp 4.0”*.

Đổi mới giáo dục phổ thông chuyển từ giáo dục theo hướng tiếp cận về nội dung sang tiếp cận NL đòi hỏi người GV phải đổi mới phương pháp, tăng cường các phương pháp DH nhằm hình thành, phát triển NL cho HS. NL giải toán là một thành phần của NL toán học được hình thành, rèn luyện và phát triển chủ yếu thông qua hành động giải toán. NL giải toán là yếu tố then chốt trong quá trình DH toán ở trường THPT . Chỉ có giải toán tốt mới giúp HS phát triển tư duy và các NL trí tuệ cần thiết khác . Do đó trong quá trình DH toán, GV cần có biện pháp để hình thành và phát triển NL giải toán cho HS.

Vectơ là một khái niệm mới đối với HS lớp 10 nên các em gặp khó khăn khi tiếp cận kiến thức. Hệ thống bài tập trong SGK đa dạng nhưng sắp xếp còn chưa phù hợp với các đối tượng HS, khiến HS cảm thấy lúng túng, mất phương hướng khi tìm lời giải. Điều này dẫn đến tâm lý chán nản, ngại tư duy, mất hứng thú học tập. Ở lớp 10, HS được tiếp cận với những kiến thức về vectơ trong mặt phẳng, các phép toán và ứng dụng của nó trong giải toán cũng như trong thực tiễn. Đây là một trường hợp cụ thể của không gian vectơ tổng quát với các tính chất là các tính chất tương ứng thể hiện trên mặt phẳng. Chính vì vậy, phần kiến thức ngàm ẩn khá nhiều, đòi hỏi GV phải có hiểu biết một cách hệ thống, sâu sắc, từ đó có thể giúp HS định hướng cách giải, khắc sâu kiến thức bằng một hệ thống ví dụ cụ thể. GV phải dày công sưu tầm hoặc tạo ra các bài tập theo các chủ đề với mức độ từ dễ đến khó, từ đơn giản đến phức tạp. Qua đó, HS làm quen, tự tin khi đứng trước các bài tập toán về chủ đề vectơ, dần phát triển NL giải toán của bản thân.

Vì các lí do trên, chúng tôi chọn đề tài nghiên cứu là: “Phát triển NL giải toán cho học sinh lớp 10 thông qua dạy học chủ đề vectơ”

2. Tổng quan vấn đề nghiên cứu

2.1. Một số đề tài nghiên cứu về dạy học phát triển một số thành tố của năng lực giải toán

Nhiều nhà nghiên cứu như A.E.Cameron, L.V.Commerel, H.Thomas, E.L.Thorndike, Krutetxki đã nêu ra các thành phần của NL toán học.

Tác giả Đinh Văn Từ [19] đã nghiên cứu các biện pháp nâng cao NL giải toán cho HS. Tác giả Lê Quang Chung [2] đã xây dựng hệ thống bài tập về chủ đề phương trình lượng giác và phương pháp giải đồng thời nêu ra một số vai trò của thầy và trò trong việc phát triển NL giải toán cho HS. Tác giả Phạm Viết Sơn [16] đã nghiên cứu hệ thống cơ sở lí luận về NL, NL giải toán, kĩ năng, kĩ năng giải toán và các phương pháp DH toán trong trường THPT.

2.2. Một số đề tài nghiên cứu về chủ đề vectơ

Tác giả Hoàng Thị Diệu Linh [7] đã đưa ra một số phương án giải quyết vấn đề trong các tình huống DH điển hình và thiết kế kế hoạch bài học theo hướng giải quyết vấn đề để nâng cao hiệu quả DH. Tác giả Nguyễn Thị Minh Toại [18] đã nêu ra các biện pháp DH chủ đề vectơ trong các tình huống điển hình: DH khái niệm, DH định lí, DH giải bài tập theo hướng liên môn nhằm phát triển NL giải quyết vấn đề cho HS lớp 10. Tác giả Đào Thị Thanh Loan [8] đã nêu ra các biện pháp phát triển NL giải quyết vấn đề cho HS trong DH chủ đề vectơ là : giúp HS nắm vững kiến thức cơ bản làm cơ sở phát triển NL giải quyết vấn đề, giúp HS hiểu rõ vectơ được bắt nguồn từ thực tiễn và quay lại phục vụ đời sống thực tiễn tạo động cơ hứng thú cho HS khi học nội dung này, đưa ra biện pháp hướng dẫn HS phát hiện và sửa chữa sai lầm trong giải toán. Tác giả Nguyễn Thị Nga [9] đã trình bày sơ lược về cơ sở lí luận về DH liên môn, nêu ra một số kiến thức liên môn giữa môn toán và môn vật lý trong DH chủ đề vectơ và một số biện pháp phát triển DH liên môn trong bối cảnh hiện nay. Tuy nhiên chưa có đề tài nào nghiên cứu đầy

đủ và hệ thống về vấn đề phát triển NL giải toán cho HS lớp 10 thông qua DH chủ đề vector.

Với lí do đó, chúng tôi lựa chọn đề tài nghiên cứu là: **“Phát triển năng lực giải toán cho học sinh khối 10 thông qua DH chủ đề vector”**

2.3. Nội dung đề tài

Trong đề tài nghiên cứu của mình, chúng tôi sẽ kế thừa các kết quả đã công bố liên quan, đồng thời vận dụng lý luận để đề xuất thêm một số biện pháp phát triển NL giải toán cho HS THPT thông qua DH chủ đề vector trong hình học 10.

3. Mục tiêu nghiên cứu

Xây dựng phương án DH chủ đề vector theo hướng phát triển NL giải toán cho HS lớp 10.

4. Đối tượng nghiên cứu :

Các biện pháp DH chủ đề vector theo hướng phát triển NL giải toán cho HS lớp 10.

5. Phạm vi nghiên cứu

Phát triển NL giải toán cho HS THPT thông qua DH chủ đề vector trong hình học lớp 10.

6. Phương pháp nghiên cứu

Trong quá trình nghiên cứu đề tài, chúng tôi sử dụng những phương pháp nghiên cứu chủ yếu sau:

6.1. Phương pháp nghiên cứu lý luận: Nghiên cứu các giáo trình, tài liệu, tạp chí; các đề tài nghiên cứu khoa học đã được công bố, SGK, sách bài tập hình học 10 cơ bản và nâng cao ; sách tham khảo có liên quan đến đề tài nghiên cứu và một số trang web để sưu tầm các bài tập về chủ đề vector.

6.2. Phương pháp điều tra, quan sát:

Quan sát, điều tra thực tiễn DH chủ đề vector ở trường THPT, dự giờ, phỏng vấn, thu thập ý kiến của một số GV Toán ở một số trường THPT về thực trạng dạy và học chủ đề vector.

6.3. Phương pháp tổng kết kinh nghiệm: Tham khảo ý kiến các chuyên gia và đồng nghiệp về một số biện pháp phát triển NL giải toán cho HS lớp 10 thông qua DH chủ đề vector.

6.4. Phương pháp thực nghiệm sư phạm: Tổ chức thực nghiệm nhằm đánh giá bước đầu tính khả thi và hiệu quả của đề tài.

7. Giả thuyết khoa học

Trong quá trình DH, nếu GV hiểu NL giải toán và sử dụng các biện pháp hình thành và phát triển NL giải toán cho HS thì sẽ tạo ra sự hứng thú, phát huy được tính tích cực chủ động của HS trong học tập, góp phần phát triển NL cần thiết cho HS, nâng cao chất lượng dạy và học môn Toán ở trường THPT, đáp ứng yêu cầu đổi mới giáo dục hiện nay.

8. Kết cấu của luận văn

Ngoài phần mở đầu, Kết luận và kiến nghị, tài liệu tham khảo, luận văn gồm 3 chương:

Chương 1: Cơ sở lý luận và thực tiễn.

Chương 2: Một số biện pháp phát triển năng lực giải toán cho học sinh lớp 10 thông qua dạy học chủ đề vector.

Chương 3: Thực nghiệm sư phạm.

CHƯƠNG 1. CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1. Năng lực

1.1.1. Một số quan điểm về năng lực

- Theo Từ điển Bách khoa Việt Nam [5]: “Năng lực là đặc điểm của cá nhân thể hiện mức độ thông thạo - tức là có thể thực hiện một cách thành thực và chắc chắn – một hay một số dạng hoạt động nào đó”.

- Theo Từ điển Tiếng Việt [13]: “Năng lực là phẩm chất tâm lí và sinh lí tạo cho con người khả năng hoàn thành một loại hoạt động nào đó với chất lượng cao”.

- Theo Từ điển tâm lí học [4]: “Năng lực là tập hợp các tính chất hay phẩm chất của tâm lí cá nhân, đóng vai trò là điều kiện bên trong, tạo thuận lợi cho việc thực hiện tốt một dạng hành động nhất định”.

- Theo tổ chức hợp tác và phát triển kinh tế thế giới OECD[10] thì “Năng lực là khả năng đáp ứng các yêu cầu phức hợp và thực hiện thành công nhiệm vụ trong một bối cảnh cụ thể.

-Theo V.A. Krutetxki [3] thì: “Năng lực được hiểu như là : một phức hợp đặc điểm tâm lý cá nhân của con người đáp ứng những yêu cầu của một hoạt động nào đó và là điều kiện để thực hiện thành công hoạt động đó ”.

Như vậy có nhiều cách định nghĩa về NL, tuy nhiên, chúng tôi đồng tình với cách hiểu về khái niệm NL được trình bày trong Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể [1] ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26 tháng 12 năm 2018: “*Năng lực là thuộc tính cá nhân được hình thành, phát triển nhờ tố chất sẵn có và quá trình học tập, rèn luyện, cho phép con người huy động tổng hợp các kiến thức, kĩ năng và các thuộc tính cá nhân khác như hứng thú, niềm tin, ý chí,... thực hiện thành công một loại hoạt động nhất định, đạt kết quả mong muốn trong những điều kiện cụ thể*”.

1.1.2. Các năng lực cần phát triển cho học sinh

Trong chương trình giáo dục phổ thông tổng thể đã nêu ra những NL cốt lõi cần hình thành và phát triển cho HS là:

a) Những NL chung được hình thành, phát triển thông qua tất cả các môn học và hoạt động giáo dục: NL tự chủ và tự học, NL giao tiếp và tập hợp tác, NL giải quyết vấn đề và sáng tạo.

b) Những NL đặc thù được hình thành, phát triển chủ yếu thông qua một số môn học và hoạt động giáo dục nhất định: NL ngôn ngữ, NL tính toán, NL khoa học, NL công nghệ, NL tin học, NL thẩm mỹ, NL thể chất.

Bên cạnh việc hình thành, phát triển các NL cốt lõi, chương trình giáo dục phổ thông còn góp phần phát hiện, bồi dưỡng năng khiếu của HS.

1.2. Năng lực toán học

1.2.1. Một số quan điểm về năng lực toán học

Theo V.A.Krutetski [3], NL toán học được hiểu theo 2 nghĩa, 2 mức độ: “Một là, theo ý nghĩa năng lực học tập (tái tạo) tức là năng lực đối với việc học Toán, đối với việc nắm giáo trình Toán học ở trường phổ thông, nắm một cách nhanh và tốt các kỹ thuật, kỹ năng, kỹ xảo tương ứng.

Hai là, theo ý nghĩa năng lực sáng tạo (khoa học), tức là năng lực hoạt động sáng tạo Toán học, tạo ra những kết quả mới, khách quan có giá trị lớn đối với xã hội loài người”.

Giữa hai mức độ hoạt động toán học đó không có một sự ngăn cách tuyệt đối. Nói đến NL học tập Toán không phải là không đề cập tới NL sáng tạo. Có nhiều em HS có NL, đã nắm giáo trình Toán học một cách độc lập và sáng tạo, đã tự đặt và giải các bài toán không phức tạp lắm, đã tự tìm ra các con đường, các phương pháp sáng tạo để chứng minh cách định lý, độc lập suy ra các công thức, tự tìm ra các phương pháp giải độc đáo những bài toán mẫu mực. Theo Blomhoj và Jensen (2007): “Năng lực toán học là khả năng sẵn sàng hành động để đáp ứng với thách thức toán học của các tình huống nhất định”, theo Niss (1999): “Năng lực toán học như khả năng của cá nhân

để sử dụng các khái niệm toán học trong một loạt các tình huống có liên quan đến toán học, kể cả những lĩnh vực bên trong hay bên ngoài của toán học (để hiểu, quyết định và giải thích)” [17]. Theo tác giả Phạm Việt Sơn [7] “ Năng lực toán học là các đặc điểm tâm lý cá nhân (trước hết là các đặc điểm của hoạt động trí tuệ) đáp ứng yêu cầu hành động toán học và giúp cho việc hiểu, vận dụng tri thức, kỹ năng, kỹ xảo toán học một cách nhanh chóng, dễ dàng, chính xác, sáng tạo. Năng lực toán học của một cá nhân thường được nhận biết và đánh giá dựa trên các khả năng của cá nhân về: khái quát hóa, trừu tượng hóa, tưởng tượng không gian, tư duy logic và mềm dẻo, trí nhớ, khả năng tập trung chú ý khi tiếp thu các vấn đề mới, khả năng rút gọn quá trình suy luận,” . Khi giải toán, các NL toán học bộc lộ rõ nhất và cũng chính hành động này đòi hỏi nhiều nhất các phẩm chất toán học của cá nhân.

1.2.2. Các thành tố của năng lực toán học

Theo Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể [1] thì các thành tố của NL toán học là:

a. Năng lực tư duy và lập luận toán học

Thể hiện qua việc thực hiện được các hành động:

- So sánh; phân tích; tổng hợp; đặc biệt hóa, khái quát hóa; tương tự; quy nạp; diễn dịch.
- Chỉ ra được chứng cứ, lí lẽ và biết lập luận hợp lí trước khi kết luận.
- Giải thích hoặc điều chỉnh cách thức giải quyết vấn đề về phương diện toán học.

b. Năng lực mô hình hóa toán học

Thể hiện qua việc thực hiện được các hành động:

- Sử dụng các mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả các tình huống đặt ra trong các bài toán thực tế.
- Giải quyết các vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập.
- Thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tế và cải tiến mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp.

c. Năng lực giải quyết vấn đề toán học

Thể hiện qua việc thực hiện được các hành động:

- Nhận biết, phát hiện được vấn đề cần giải quyết bằng toán học.
- Đề xuất, lựa chọn được cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề.
- Sử dụng được các kiến thức, kỹ năng toán học tương thích (bao gồm các công cụ và thuật toán) để giải quyết vấn đề đặt ra.
- Đánh giá giải pháp đề ra và khái quát hóa cho vấn đề tương tự.

d. Năng lực giao tiếp toán học

Thể hiện qua việc thực hiện được các hành động:

- Nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép được các thông tin toán học cần thiết được trình bày dưới dạng văn bản toán học hay do người khác nói hoặc viết ra.
- Trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) được các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học trong sự tương tác với người khác (với yêu cầu thích hợp về sự đầy đủ, chính xác)
- Sử dụng hiệu quả ngôn ngữ toán học (chữ số, chữ cái, kí hiệu, biểu đồ, đồ thị, các liên kết logic,...) kết hợp với ngôn ngữ thông thường hoặc động tác hình thể khi trình bày, giải thích và đánh giá các ý tưởng toán học trong sự tương tác (thảo luận, tranh luận) với người khác.

e. Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán

Thể hiện qua việc thực hiện được các hành động:

- Biết tên gọi, tác dụng, quy cách sử dụng, cách thức bảo quản các đồ dùng, phương tiện trực quan thông thường, phương tiện khoa học công nghệ (đặc biệt là phương tiện sử dụng công nghệ thông tin) phục vụ cho việc học toán.
- Sử dụng thành thạo và linh hoạt các công cụ và phương tiện học toán, đặc biệt là phương tiện khoa học công nghệ để tìm tòi, khám phá và giải quyết vấn đề toán học (phù hợp với đặc điểm nhận thức lứa tuổi).
- Chỉ ra được các ưu điểm, hạn chế của những công cụ, phương tiện hỗ trợ để có cách sử dụng hợp lí.

1.3. Năng lực giải toán

Theo Đinh Văn Từ [19], NL giải toán là một phần của NL toán học, là khả năng áp dụng tiến trình thực hiện việc giải quyết một vấn đề có tính hướng đích cao, đòi hỏi huy động khả năng tư duy tích cực và sáng tạo, nhằm đạt kết quả cao sau một số bước thực hiện. Một người được coi là có NL giải toán nếu người đó nắm vững tri thức, kỹ năng, kỹ xảo của hoạt động giải toán và đạt được kết quả cao so với trình độ trung bình của những người khác cùng tiến hành hoạt động đó trong các điều kiện tương đương.

Trong cuốn “Sáng tạo toán học” của G. Polya [12] đã viết: “Quá trình giải toán là tìm kiếm một lối thoát ra khỏi khó khăn hoặc một con đường vượt qua trở ngại, đó chính là quá trình đạt tới một mục đích mà thoát nhìn dường như không thể đạt được ngay. Giải toán là khả năng riêng biệt của trí tuệ, còn trí tuệ chỉ có ở con người. Vì vậy giải toán có thể xem như một trong những biểu hiện đặc trưng nhất trong hoạt động của con người”.

Cũng theo Đinh Văn Từ [19], NL giải toán bao gồm 8 thành tố là: NL dự đoán vấn đề, NL chuyển đổi ngôn ngữ, NL quy lạ về quen nhờ biến đổi về dạng tương tự, NL nhìn nhận bài toán dưới nhiều góc độ khác nhau, NL phân chia trường hợp, NL suy luận logic, NL khái quát hóa, NL diễn đạt bài toán theo những cách khác nhau.

Từ những thành tố của NL toán học đã được nêu ra trong Chương trình phổ thông tổng thể ban hành ngày 26/12/2018, trong phạm vi nghiên cứu của luận văn, chúng tôi đưa ra quan điểm về khái niệm NL giải toán và một số thành tố của NL giải toán có thể hình thành và phát triển thông qua DH chủ đề vectơ (Hình học 10) như sau :

+ NL giải toán là một phần của NL toán học được hình thành, rèn luyện và phát triển chủ yếu thông qua hoạt động giải toán.

+ Một số thành tố của NL giải toán có thể hình thành và phát triển cho HS là:

Thành tố thứ nhất: Hiểu và có kỹ năng diễn đạt được thông tin toán học.

Thành tố này biểu hiện qua việc người học có khả năng tiếp thu nội dung toán học, chế biến thông tin toán học, thực hiện được các thao tác tư duy, các phép lập luận cơ bản để diễn đạt được thông tin toán học.

Thành tố thứ hai: Kỹ năng phát hiện vấn đề toán học cần giải quyết.

Để giải quyết các vấn đề đặt ra nói chung, giải toán nói riêng, việc phát hiện vấn đề toán học cần giải quyết vô cùng quan trọng. Vấn đề phải giải quyết cần được nhìn nhận một cách rõ ràng, cụ thể, theo nhiều phương diện khác nhau và trong mối quan hệ ràng buộc với các vấn đề khác trong quá trình giải toán. Kỹ năng phát hiện vấn đề toán học thể hiện qua việc người học từ các dữ liệu, tình huống có vấn đề đặt ra trong bài toán, có thể xác định vấn đề, làm rõ giả thiết, kết luận, phân tích các mặt của vấn đề, nhìn nhận vấn đề theo nhiều lăng kính khác nhau và định hướng được cách giải quyết vấn đề dựa trên phân tích đó.

Thành tố thứ ba: Kỹ năng lựa chọn phương pháp giải quyết vấn đề.

Sau khi phát hiện vấn đề toán học và định hướng cách giải quyết, người học cần có kỹ năng tìm kiếm cách giải quyết vấn đề. Kỹ năng này thể hiện ở việc người học tìm được mối liên hệ từ giả thiết đến kết luận, từ kết luận đến giả thiết hay mối liên hệ của giả thiết, kết luận với một yếu tố chung. Từ đó sử dụng được các phương pháp lập luận để tìm ra những cách thức khác nhau để giải quyết vấn đề. Sau khi tìm được cách giải, người học còn phải biết đánh giá ưu, nhược điểm để kịp thời điều chỉnh giải pháp, tìm ra phương án tối ưu nhất cho bài toán.

Thành tố thứ tư: Kỹ năng sử dụng ngôn ngữ toán học.

Ngôn ngữ toán học bao gồm các ký hiệu và các suy luận toán học. Kỹ năng sử dụng ngôn ngữ toán học là một thành tố của NL giao tiếp toán học, biểu hiện ở việc biết thể hiện, lý giải các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học thông qua ký hiệu, các phép suy luận chặt chẽ và logic. Kỹ năng này còn thể hiện ở việc người học biết chuyển đổi ngôn ngữ toán học, chẳng hạn có thể chuyển đổi qua lại giữa ngôn ngữ hình học thông thường sang ngôn ngữ vectơ, tọa độ và ngược lại... Thông qua việc sử dụng ngôn ngữ toán học kết

hợp với ngôn ngữ thông thường, người học thể hiện được sự tự tin khi trình bày, diễn đạt các nội dung toán học.

Thành tố thứ năm: NL mô hình hóa toán học.

NL này thể hiện ở việc thiết lập được mô hình toán học (công thức, sơ đồ, hình vẽ...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn; Giải quyết được bài toán trong mô hình được thiết lập; Lí giải được tính đúng đắn của lời giải, tìm cách đơn giản hóa, điều chỉnh yêu cầu thực tiễn để đưa đến những bài toán giải được.

Các thành tố của NL giải toán không tồn tại biệt lập, tách rời mà có mối quan hệ hữu cơ với nhau.

1.4. Vai trò của bài tập trong quá trình dạy học

Thứ nhất, trên bình diện mục tiêu DH, bài tập toán học ở trường phổ thông là giá mang những hoạt động mà việc thực hiện các hoạt động đó thể hiện mức độ đạt mục tiêu. Mặt khác, những bài tập cũng thể hiện những chức năng khác nhau hướng đến việc thực hiện các mục tiêu DH môn Toán, cụ thể là:

- + Hình thành, củng cố tri thức, kĩ năng, kĩ xảo ở những khâu khác nhau của quá trình DH, kể cả kĩ năng ứng dụng toán học vào thực tiễn.
- + Phát triển NL trí tuệ: rèn luyện những hoạt động tư duy, hình thành những phẩm chất trí tuệ.
- + Bồi dưỡng thế giới quan duy vật biện chứng, hình thành những phẩm chất đạo đức của người lao động mới.

Thứ hai, trên bình diện nội dung DH, những bài tập toán học là giá mang hoạt động liên hệ với những nội dung nhất định, một phương tiện cài đặt nội dung để hoàn chỉnh hay bổ sung cho những tri thức nào đó đã được trình bày trong phần lí thuyết.

Thứ ba, trên bình diện phương pháp DH, bài tập toán học là giá mang hoạt động để người học kiến tạo những tri thức nhất định và trên cơ sở đó thực hiện các mục tiêu DH khác. Khai thác tốt những bài tập như vậy sẽ góp phần tổ chức cho HS học tập trung hoạt động và bằng hoạt động tự giác, tích

cực, chủ động và sáng tạo được thực hiện độc lập hoặc trong giao lưu. Trong thực tiễn DH, bài tập được sử dụng với những dụng ý khác nhau về phương pháp DH: đảm bảo điều kiện xuất phát, gợi động cơ, làm việc với nội dung mới, củng cố hoặc kiểm tra,... Đặc biệt là về mặt kiểm tra, bài tập là phương tiện để đánh giá mức độ, kết quả dạy và học, khả năng làm việc độc lập và trình độ phát triển của HS. Một bài tập cụ thể có thể nhằm vào một hay nhiều dụng ý trên.

Việc phát triển NL giải toán phải dựa trên hoạt động của HS, trong đó hoạt động giải bài tập toán là chủ yếu. Vì vậy, một hệ thống bài tập phong phú sẽ giúp người GV có nhiều tư liệu để thực hiện các biện pháp phát triển NL giải toán cho HS trong quá trình DH.

1.5. Lịch sử về vector và tầm quan trọng của vector trong chương trình toán THPT

1.5.1. *Lịch sử về vector*

Chương trình hình học lớp 10 THPT chủ yếu xoay quanh các vector và phương pháp tọa độ. Trong SGK Hình học 10 hiện tại đã có đề cập sơ lược đến lịch sử của khái niệm vector.

Cụ thể là: Việc nghiên cứu vector và các phép toán trên các vector bắt nguồn từ nhu cầu của cơ học và vật lý. Trước thế kỷ XIX người ta dùng tọa độ để xác định vector và quy các phép toán trên các vector về các phép toán trên tọa độ của chúng. Chỉ vào giữa thế kỷ XIX, người ta mới xây dựng được các phép toán trực tiếp trên các vector như chúng ta đã nghiên cứu. Các nhà toán học Ha-min-tơn (W. Hamilton), Grat-sman (H. Grassmann) và Gíp (J. Gibbs) là những người đầu tiên nghiên cứu một cách có hệ thống về vector. Thuật ngữ “vector” cũng được đưa ra từ các công trình ấy.

Nói đến vector, không thể không nói đến đại số tuyến tính, tức là bộ môn toán học về các phép biến đổi tuyến tính và giải các hệ phương trình bậc nhất (gọi là phương trình tuyến tính). Nghiệm của hệ phương trình tất nhiên là một bộ các giá trị của ẩn số, và đó chính là vector. Việc giải quyết các hệ phương

trình tuyến tính đã được con người biết đến từ thời trước công nguyên. Ngay từ thời đó người ta dù chưa biết đến từ vector, nhưng đã biết tính toán với các vector. Vào những năm giữa thế kỷ XX, trong xu hướng hiện đại hóa chương trình phổ thông, nhiều nhà toán học trên thế giới đã vận động đưa việc giảng dạy vector vào trường phổ thông. Ở nước ta, vector và tọa độ cũng được đưa vào giảng dạy chính thức trong môn toán ở trường phổ thông từ năm 1997, cùng với một chương trình toán hiện đại nhằm đổi mới để nâng cao chất lượng giáo dục cho phù hợp với xu thế chung của thế giới.

1.5.2. Vai trò của vector trong dạy học môn Toán

Trong chương trình SGK hiện hành, nội dung vector được đưa vào giảng dạy ở phân môn hình học ngay từ đầu cấp THPT, sau đó nó còn xuất hiện với các mức độ khác nhau ở lớp 11 và lớp 12.

Phương pháp vector đóng vai trò rất quan trọng trong việc giải quyết các bài toán hình học chương trình phổ thông. Vector được sử dụng như một công cụ hữu hiệu để đại số hóa hình học, xây dựng phương pháp tọa độ để giải bài toán hình học bằng phương pháp đại số. Thông qua vector các hệ thức lượng cũng được xây dựng và được sử dụng hiệu quả để, giải các bài toán thực tế, các bài toán quỹ tích và dựng hình.

Ở lớp 11, công cụ vector được sử dụng để nghiên cứu khái niệm và tính chất của các phép biến hình trong mặt phẳng.

Trong chương trình lớp 12, vector và các bài toán liên quan trong mặt phẳng được mở rộng vào không gian nhằm cung cấp thêm công cụ để nghiên cứu quan hệ hình học trong không gian, vector tiếp tục được sử dụng trong chương trình lớp 12 để đưa vào phương pháp tọa độ trong không gian.

Như vậy, có thể nhận thấy, vector là một khái niệm có tính cơ sở trong DH hình học phổ thông hiện nay nên việc hiểu sâu khái niệm và ứng dụng của vector trong giải quyết các vấn đề toán học là rất cần thiết đối với HS THPT.

1.5.3. Ứng dụng của vector trong thực tiễn và trong các môn học khác

Vector là một công cụ toán học, giúp đơn giản hóa cách giải các bài toán hình học. Ngoài ra, nó còn có nhiều ứng dụng trong thực tiễn và trong các môn học khác.

Trước hết, ta xét một số ứng dụng của vector trong chương trình môn vật lý. Trong vật lý 8, vector xuất hiện trong bài “Biểu diễn lực” với vai trò là công cụ biểu diễn lực. Vector ở đây gồm có các đặc trưng sau: gốc (điểm đặt), phương, chiều và độ dài. Các vector này mang ý nghĩa vector buộc. Phương và chiều của vector được hiểu thông qua phương chiều của lực. Ví dụ: Lực ma sát có phương nằm ngang, và hướng ngược với hướng chuyển động, lực acsimet có phương thẳng đứng. Trong vật lý 9: Vector dùng để biểu diễn cho lực điện từ. Lực điện từ được dạy trong bài “Lực điện từ ” ở Chương II “Điện từ học”. Trọng tâm của bài là xác định chiều của lực điện từ bằng quy tắc bàn tay trái. Ở đây điểm đặt và phương của lực điện từ không được nêu lên tường minh mà ngầm ẩn thể hiện trên hình vẽ. Vector đóng vai trò minh họa trực quan cho các đặc trưng của lực điện từ. Trong vật lý 10: Công cụ vector được dùng trong việc nghiên cứu các đại lượng vector là: vận tốc, gia tốc, lực và động lượng.

Ngoài các ứng dụng trong vật lý, vector là cơ sở của lượng giác học. Lượng giác giúp con người đo đạc các yếu tố: khoảng cách, diện tích, độ dài đường cong, quỹ đạo của các chuyển động... trong thực tế. Lượng giác được sử dụng trong các lĩnh vực thiết kế, âm nhạc, điều hướng, bản đồ học, sản xuất, vật lý, quang học, chuyển động của vật thể và bất kỳ lĩnh vực nào khác liên quan đến góc, từ trường, sóng.

Trong đồ họa, vector giúp mô tả các chuyển động một cách chính xác, sinh động hơn. Nó giúp định dạng ảnh chính xác, rõ nét thông qua “Ảnh vector”. Ảnh vector với các ưu điểm của mình, được ứng dụng rộng rãi trong thiết kế icon, logo...

1.5.4. Khả năng dạy học chủ đề vector theo hướng phát triển năng lực giải toán cho học sinh

1.5.4.1. Nội dung chủ đề vector ở lớp 10 hiện hành

Trong chương trình toán lớp 10 hiện nay, chủ đề vector được trình bày trong 2 chương, 25 tiết, phân phối cụ thể như sau:

Chương I. Vector (13 tiết)

Nội dung	Tiết, thứ
§1. Các định nghĩa	1, 2
Bài tập	3
§2. Tổng và hiệu của 2 vector	4,5
Bài tập	6
§3. Tích của 1 số với vector	7
Bài tập	8
Kiểm tra	9
Hệ trục tọa độ	10,11
Bài tập	12
Bài tập cuối chương	13

Chương II. Tích vô hướng của 2 vector và ứng dụng (12 tiết)

Nội dung	Tiết thứ
§1. Giá trị lượng giác của 1 góc bất kỳ từ 0° đến 180°	14
Câu hỏi và bài tập	15
§2. Tích vô hướng của 2 vector	16 – 18
Bài tập	19
§3. Các Hệ thức lượng trong tam giác và giải tam giác	20 -22
Bài tập	23
Ôn tập chương II	24,25

1.5.4.2. Khả năng dạy học chủ đề vector theo hướng phát triển năng lực giải toán cho học sinh

Như phân tích ở trên, một số thành tố của NL giải toán của HS chúng tôi quan tâm phát triển ở đây là: hiểu và có kỹ năng diễn đạt được thông tin toán học, kỹ năng phát hiện vấn đề toán học cần giải quyết, kỹ năng lựa chọn phương pháp giải quyết vấn đề kỹ năng sử dụng ngôn ngữ toán học, NL mô hình hóa toán học. Qua nghiên cứu lý luận và thực tiễn DH của bản thân, chúng tôi nhận thấy có thể phát triển các thành tố này trong DH chủ đề vector ở một số nội dung cụ thể như sau:

- DH về vector và các phép toán

Để HS có cơ hội phát triển được thành tố thứ nhất của NL giải toán nêu ở trên thì trong quá trình DH GV tổ chức cho HS tổng hợp kiến thức cần nhớ và diễn đạt theo ngôn ngữ của bản thân đồng thời chỉ ra dấu hiệu nhận biết để huy động kiến thức đó khi giải toán. Chẳng hạn, để HS tiếp thu tốt các quy tắc cộng, trừ các vector. GV cần tổng hợp lại cách nhận biết và dấu hiệu đặc trưng của các quy tắc này.

Các quy tắc	Dấu hiệu nhận biết
Quy tắc 3 điểm: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ hay $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{KI} = \overrightarrow{KM}$	Cộng 2 vector có điểm cuối vector thứ nhất trùng với điểm đầu của vector thứ hai và ngược lại
Quy tắc hình bình hành: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ hay $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DA}$ Với D là đỉnh thứ 4 của hình bình hành $ABDC$	Cộng 2 vector có chung điểm đầu hoặc có chung điểm cuối
Tính chất trung điểm: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$ hay $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{MA}$ hoặc	Cộng 2 vector có chung điểm đầu hoặc chung điểm cuối, áp dụng với giả thiết M là trung điểm BC ;

$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ với M là trung điểm của BC)	A bất kì
Quy tắc trừ 2 vector : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ hay $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{KA} = \overrightarrow{MK}$	Trừ 2 vector có chung điểm đầu Trừ 2 vector có chung điểm cuối

Khi dạy bài tích một số với một vector GV cần giúp các em HS nhận dạng và thể hiện tốt định nghĩa bằng các ví dụ củng cố khả năng tiếp thu nội dung toán học và thực hiện các thao tác tư duy cùng các phép lập luận cơ bản để diễn đạt các thông tin toán học. Chẳng hạn sau khi dạy định nghĩa tích của số thực k với vector $\vec{a}$. GV cho ví dụ sau :

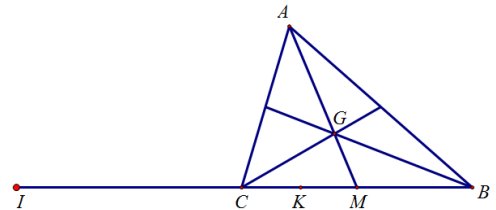
Ví dụ 1.1: Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G ; đường trung tuyến AM , các điểm I, K thỏa mãn $\overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IC}$; $\overrightarrow{KB} = -3\overrightarrow{KC}$.

a) Hãy xác định vị trí của 2 điểm I và K

b) Điền số thích hợp vào ô trống

$$\overrightarrow{AM} = \square \overrightarrow{GA} \quad \overrightarrow{IM} = \square \overrightarrow{CM}$$

$$\overrightarrow{AG} = \square \overrightarrow{MG} \quad \overrightarrow{MI} = \square \overrightarrow{BC} \quad \overrightarrow{IB} = \square \overrightarrow{BM} \quad \overrightarrow{MC} = \square \overrightarrow{BI}$$



Khi xác định vị trí điểm I : $\overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IC}$ GV cần hướng dẫn HS bám vào định nghĩa tích một số với một vector để phân tích: $\begin{cases} \overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IC} \text{ cùng hướng.} \\ IB = 2IC. \end{cases}$

Từ đó suy ra $\begin{cases} I \text{ nằm ngoài đoạn } BC. \\ IC = BC. \end{cases}$ hay I đối xứng B qua C .

Tương tự HS sẽ xác định được vị trí K là: $\begin{cases} K \text{ nằm trong đoạn } BC. \\ KB = \frac{3}{4}BC. \end{cases}$

b) Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AM}, \overrightarrow{GA} \text{ ngược hướng.} \\ \frac{AM}{GA} = \frac{3}{2}. \end{cases}$ nên $\overrightarrow{AM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{GA}$

Tương tự, HS lần lượt điền được vào các ô trống còn lại.

$$\overrightarrow{AG} = -2\overrightarrow{MG}; \overrightarrow{MI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{IB} = -4\overrightarrow{BM}; \overrightarrow{MC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BI}; \overrightarrow{IM} = -3\overrightarrow{CM}$$

Để HS phát triển được thành tố thứ 4 của NL giải toán nêu ở trên thì sau khi dạy xong 3 bài đầu của chương 1, GV đưa ra bảng tổng kết một số phương pháp chứng minh hình học bằng phương pháp vector. Ta có bảng chuyển đổi từ ngôn ngữ hình học sang ngôn ngữ vector như sau:

Bảng 1.1: Chuyển đổi ngôn ngữ hình học sang ngôn ngữ vector.

3 điểm phân biệt thẳng hàng	Hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương hay $\exists k \in \mathbb{R}^* \text{ để } \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$
I là trung điểm của AB	$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ hay $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$ hay $\overrightarrow{MI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MB}$ (M bất kỳ)
G là trọng tâm $\triangle ABC$	$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ hay $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$ (M bất kỳ)
Hai điểm A và B trùng nhau	$\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ hay $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$ (O tùy ý)
$ABCD$ là hình bình hành	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ hay $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ hay $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$ (M tùy ý)
$AB \parallel CD$ hay $ABCD$ là hình thang 2 đáy là AB và CD	$\begin{cases} \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD} \text{ cùng phương} \\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ không cùng phương} \end{cases}$
M thuộc đường trung trực của đoạn thẳng BC	$ \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} $
M thuộc đường tròn tâm B bán kính R	$ \overrightarrow{MB} = R$ (R là số thực dương)
M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $MACB$	$\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}$

Khi dạy phân biểu thị một vector theo 2 vector không cùng phương GV giúp HS có cơ hội phát triển được thành tố thứ 2, thứ 3 của NL giải toán đó

là : Kỹ năng phát hiện vấn đề toán học cần giải quyết và kỹ năng lựa chọn phương pháp giải quyết vấn đề.

Ví dụ 1.2: Cho $\triangle ABC$ với trọng tâm G . Gọi I là trung điểm của AG , K là điểm trên cạnh AB sao cho $AK = \frac{1}{5}AB$

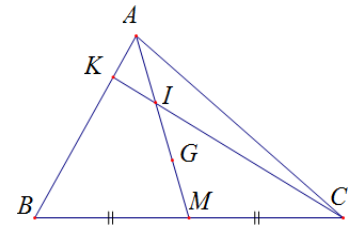
a) Hãy phân tích $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{CI}, \overrightarrow{CK}$ theo 2 vector $\vec{a} = \overrightarrow{CA}, \vec{b} = \overrightarrow{CB}$

b) Chứng minh 3 điểm C, I, K thẳng hàng.

Hướng dẫn giải

a) GV cần xác định rõ mục tiêu để giải quyết

vấn đề là cần tìm m, n : $\overrightarrow{AI} = m\overrightarrow{CA} + n\overrightarrow{CB}$



GV cần có những câu hỏi gợi mở dẫn dắt HS nhìn vấn đề cần giải quyết theo nhiều phương diện khác nhau và trong mối quan hệ với giả thiết. Nếu phân tích $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI}$ thì việc phân tích $\overrightarrow{CI}$ theo $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$ gặp khó khăn. Nếu phân tích $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KI}$ thì việc phân tích $\overrightarrow{KI}$ theo $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$ gặp khó khăn. Nếu phân tích $\overrightarrow{CI} = k\overrightarrow{CK}$ thì việc phân tích $\overrightarrow{BI}$ theo $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$ gặp khó khăn. Nếu biểu diễn $\overrightarrow{AI}$ theo $\overrightarrow{AG}$ rồi phân tích $\overrightarrow{AG}$ theo $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{CB}$ cũng gặp khó khăn. Còn nếu biểu diễn $\overrightarrow{AI}$ theo $\overrightarrow{AM}$ rồi phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$ thì thuận lợi nên ta chọn hướng đi này:

$$\text{Cụ thể } \overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{1}{6}(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) - \frac{1}{6}\overrightarrow{CA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{CB} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{6}\vec{b}$$

$$\text{Tương tự } \overrightarrow{AK} = -\frac{1}{5}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b}; \overrightarrow{CK} = \frac{4}{5}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b}; \overrightarrow{CI} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{6}\vec{b}$$

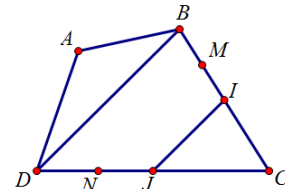
b) Để chứng minh 3 điểm C, I, K thẳng hàng, ta cần xác định $k \in \mathbb{R}^*$ sao cho :

$$\overrightarrow{CI} = k\overrightarrow{CK} \Leftrightarrow \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{6}\vec{b} = k\left(\frac{4}{5}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3} = \frac{4}{5}k \\ \frac{1}{6} = \frac{1}{5}k \end{cases} \Leftrightarrow k = \frac{5}{6}$$

Do $\exists k = \frac{5}{6}$ để $\overrightarrow{CI} = k\overrightarrow{CK}$ nên 3 điểm C, I, K thẳng hàng.

Khi dạy dạng toán chứng minh đẳng thức vector GV đưa ra ví dụ:

Ví dụ 1.3: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC và CD . Chứng minh:



$$2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{DA}) = 3\overrightarrow{DB} \quad (1)$$

GV hướng dẫn HS phát hiện vấn đề cần giải quyết là chứng minh đẳng thức vector. Dựa trên những dấu hiệu đặc trưng đã nêu ở trên về quy tắc cộng các vector ta có thể biến đổi vế trái theo 2 hướng như sau:

Hướng thứ nhất :

$$\text{Vế trái (1)} = 2[(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AI}) + (\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{DA})] = 2(2\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{NA}) = 4\overrightarrow{NM} \quad (\text{với}$$

M là trung điểm của BI , N là trung điểm của JD) mà $\overrightarrow{NM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{DB}$ suy ra vế

$$\text{trái (1)} = 4 \cdot \frac{3}{4}\overrightarrow{DB} = 3\overrightarrow{DB} = \text{vế phải (1)}$$

Hướng thứ hai :

$$\text{Vế trái (1)} = [2(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{JA}) + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA})]$$

$$= 2(\overrightarrow{JI} + \overrightarrow{DB}) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DB}\right) = 3\overrightarrow{DB} \text{ bằng vế phải (1)}$$

- DH phần hệ trục tọa độ và tích vô hướng của hai vector

DH phần này GV có cơ hội phát triển ở HS khả năng chuyển đổi ngôn ngữ toán học và khả năng suy luận cũng như khả năng sử dụng các kí hiệu toán học, tức là GV đã giúp HS phát triển được thành tố thứ tư của NL giải toán đó là kỹ năng sử dụng ngôn ngữ toán học. Chẳng hạn như:

Để chứng minh 3 điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng ta cần chứng minh $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương hay tọa độ của hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ tỉ lệ.

Để chứng minh: $AB \perp CD$ ta cần chứng minh $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$

Để tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC khi biết tọa độ 3 đỉnh $A, B,$

C ta cần giải hệ điều kiện
$$\begin{cases} \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$$

Để tìm tọa độ hình chiếu H của A trên BC khi biết tọa độ A, B, C ta cần giải

hệ điều kiện
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH}, \overrightarrow{BC} \text{ cùng phương} \end{cases}.$$

Để tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ (hoặc đường tròn qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng) khi biết tọa độ ba điểm A, B, C ta cần

giải hệ điều kiện
$$\begin{cases} IA = IB \\ IB = IC \end{cases}.$$

Để tìm tọa độ điểm D là chân đường phân giác trong của góc A của tam giác ABC khi biết tọa độ 3 điểm A, B, C ta dựa vào hệ thức vector

$$\overrightarrow{DB} = k \overrightarrow{DC} \text{ với } k = \frac{AB}{AC}.$$

Để tìm tọa độ điểm D chân đường phân giác ngoài của góc A của $\triangle ABC$ khi biết tọa độ 3 điểm A, B, C ta dựa vào hệ thức vector: $\overrightarrow{DB} = k \overrightarrow{DC}$

với $k = \frac{AB}{AC}.$

Để tìm tọa độ J là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ khi biết tọa độ 3

đỉnh A, B, C ta dựa vào hệ điều kiện
$$\begin{cases} \overrightarrow{DB} = k \overrightarrow{DC} \text{ với } k = -\frac{AB}{AC} \\ \overrightarrow{JA} = l \overrightarrow{JD} \text{ với } l = -\frac{AB}{BD} \end{cases}.$$

Để tìm tọa độ I là giao điểm của AB và CD khi biết tọa độ A, B, C, D ta

$$\text{dựa vào hệ điều kiện } \begin{cases} I, A, B \text{ thẳng hàng.} \\ I, C, D \text{ thẳng hàng.} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IA}, \overrightarrow{AB} \text{ cùng phương.} \\ \overrightarrow{IC}, \overrightarrow{CD} \text{ cùng phương.} \end{cases}$$

Để tìm tọa độ I là giao điểm của AB và Ox khi biết tọa độ A, B ta dựa

$$\text{vào hệ điều kiện } \begin{cases} I \in Ox. \\ I, A, B \text{ thẳng hàng.} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I(a; 0). \\ \overrightarrow{IA}, \overrightarrow{AB} \text{ cùng phương.} \end{cases}$$

Để tìm tọa độ I là giao điểm của AB với Oy khi biết tọa độ A và B ta

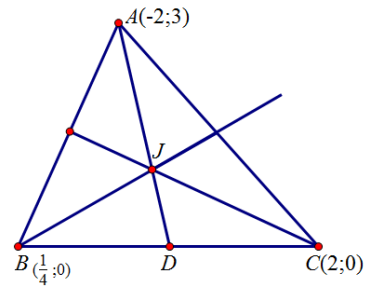
$$\text{dựa vào hệ điều kiện } \begin{cases} I \in Oy. \\ I, A, B \text{ thẳng hàng.} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I(0; b). \\ \overrightarrow{IA}, \overrightarrow{AB} \text{ cùng phương.} \end{cases}$$

Dựa vào sự chuyển đổi từ ngôn ngữ hình học sang ngôn ngữ vector rồi sang ngôn ngữ tọa độ ta sẽ hình thành và phát triển tư duy thuật toán cho HS trong quá trình giải toán từ đó góp phần phát triển NL giải toán.

Ví dụ 1.4: Tìm tọa độ tâm J đường tròn

nội tiếp $\triangle ABC$. Biết $A(-2; 3), B(\frac{1}{4}; 0), C(2; 0)$

Hướng dẫn giải: Gọi $D(x_D; y_D)$ là chân đường phân giác trong của góc A , $J(x_J, y_J)$ là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$. Ta có



$$\left. \begin{aligned} AB &= \sqrt{\left(\frac{1}{4} + 2\right)^2 + (0 - 3)^2} = \frac{15}{4} \\ AC &= \sqrt{(2 + 2)^2 + (0 - 3)^2} = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$$

$$\overrightarrow{DB} = -\frac{3}{4} \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} - x_D = -\frac{3}{4}(2 - x_D) \\ 0 - y_D = -\frac{3}{4}(0 - y_D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 0 \end{cases}$$

suy ra $D(1; 0)$

$$BD = \sqrt{\left(\frac{1}{4} - 1\right)^2 + (0 - 0)^2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{AB}{BD} = 5 \Rightarrow \overrightarrow{JA} = -5\overrightarrow{JD} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 - x_J = -5(1 - x_J) \\ 3 - y_J = -5(0 - y_J) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_J = \frac{1}{2} \\ y_J = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ suy ra } J\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

•DH phần “Các hệ thức lượng trong tam giác và giải tam giác”

Khi DH phần này để phát triển NL giải toán cho HS thì GV cần chỉ ra những dấu hiệu cơ bản để phát hiện nhanh công thức cần sử dụng để giải quyết vấn đề, chẳng hạn như:

Giải tam giác mà biết 2 cạnh và 1 góc xen giữa ta sử dụng định lí côsin, biết 2 góc và 1 cạnh bất kì ta sử dụng định lí sin, biết 3 cạnh thì sử dụng công thức tính góc.

GV cần định hướng cho HS biết dựa vào giả thiết đã cho mà sử dụng các công thức cho phù hợp và tối ưu nhất. Việc rèn cho HS khả năng lựa chọn công thức thích hợp là đã giúp các em phát triển được thành tố thứ ba của NL giải toán là: “kỹ năng lựa chọn phương pháp giải quyết vấn đề”.

Khi dạy các bài toán về ứng dụng hệ thức lượng trong tam giác để giải các bài toán thực tế thì GV có cơ hội giúp HS phát triển thành tố thứ 5 và thành tố thứ 2, thứ 3 của NL giải toán đó là NL mô hình hóa toán học và kỹ năng phát hiện vấn đề toán học cần giải quyết, kỹ năng lựa chọn phương pháp giải quyết vấn đề. Ta xét ví dụ sau:

Ví dụ 1.5: Một người quan sát đỉnh của một ngọn núi nhân tạo từ hai vị trí khác nhau của tòa nhà. Lần đầu tiên người đó quan sát vị trí khác nhau. Lần đầu tiên người đó quan sát đỉnh núi từ tầng trệt với phương nhìn tạo với phương nằm ngang 15° . Tính chiều cao ngọn núi biết tòa nhà cao 60m.

GV hướng dẫn giải bài toán thực tiễn theo quy trình

Bước 1: Toán học hóa tình huống thực tiễn

Tòa nhà: AB

Chiều cao ngọn núi nhân tạo là ND

Góc ngắm từ tầng trệt là $NAD = 35^\circ$.

Góc ngắm từ tầng thượng của tòa nhà đó là

$$NBC = 15^\circ.$$

Bước 2: Xác định vấn đề toán học cần giải quyết là tính ND .

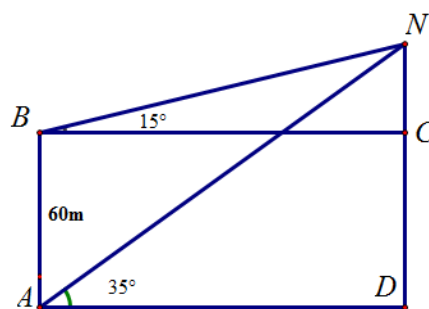
Trước tiên tính NA từ việc áp dụng định lí sin trong $\triangle NAB$; biết

$$AB = 60, NBA = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ, BNA = 180^\circ - NBA - BAN = 20^\circ.$$

$$Có NA = \frac{AB \cdot \sin ABN}{\sin BNA} = \frac{60 \sin 105^\circ}{\sin 20^\circ}.$$

Tính ND dựa vào tam giác vuông AND :

$$ND = NA \cdot \sin NAD = \frac{60 \sin 105^\circ}{\sin 20^\circ} \cdot \sin 35^\circ \approx 97,193(m)$$



1.6. Thực trạng dạy học chủ đề vector trường THPT theo hướng phát triển năng lực giải toán cho học sinh

1.6.1 Mục đích – nội dung điều tra

Chúng tôi tổ chức điều tra thực trạng DH chủ đề vector theo hướng phát triển NL giải toán cho HS đối với 24 GV dạy toán các trường THPT Lê Hồng Phong, THPT Hồng Bàng, THPT Lương Khánh Thiện, THPT Lý Thái Tổ và 80 HS lớp 11B3, 11B6 Trường THPT Lương Thế Vinh. Thông qua phiếu điều tra, chúng tôi cũng mong muốn tìm hiểu khó khăn của GV khi DH chủ đề này cũng như khả năng sử dụng các biện pháp DH mà chúng tôi dự kiến.

Đối với HS, chúng tôi phát một số phiếu điều tra cho HS và yêu cầu HS giải một hệ thống bài tập. Thông qua đó, đánh giá một phần NL giải toán của HS.

1.6.2. Kết quả điều tra

1.6.2.1. Kết quả điều tra đối với phiếu hỏi GV như sau:

Câu hỏi 1: Khi dạy học chủ đề vectơ, các thầy (cô) có thường xuyên quan tâm rèn luyện cho HS kỹ năng sử dụng các kí hiệu không?

☐ Có ☐ Không

Bảng 1.2: Kết quả điều tra việc rèn luyện kỹ năng sử dụng kí hiệu cho HS.

Trả lời	GV	
	Số lượng	Phần trăm
Có	24	100%
Không	0	0 %
Tổng	24	100%

Câu hỏi 2: Khi dạy học chủ đề vectơ, các thầy (cô) thấy có cần thiết phải rèn luyện cho học sinh các phép lập luận cơ bản không?

☐ Rất cần thiết ☐ cần thiết ☐ Không cần thiết

Bảng 1.3: Kết quả điều tra việc rèn luyện phép lập luận cơ bản cho HS.

Trả lời	GV	
	Số lượng	Phần trăm
Rất cần thiết	9	37.5%
Cần thiết	9	37.5%
Không cần thiết	6	25%
Tổng	24	100%

Câu hỏi 3: Trong quá trình dạy học chủ đề vectơ, các thầy (cô) thường xuyên rèn luyện cho HS các thao tác tư duy nào sau đây?

☐ Phân tích ☐ Tổng hợp ☐ So sánh
☐ Tương tự hóa ☐ Khái quát hóa ☐ Đặc biệt hóa

Bảng 1.4: Kết quả điều tra việc rèn luyện các thao tác tư duy cho HS.

Trả lời	GV	
	Số lượng	Phần trăm
Phân tích	24	100%
Tổng hợp	10	41,7%
So sánh	12	50%
Tương tự hóa	24	100%
Khát quát hóa	16	66,7%
Đặc biệt hóa	8	33,3%

Câu hỏi 4: Các thầy (cô) sử dụng biện pháp nào sau đây để giúp học sinh phát hiện cách giải quyết vấn đề?

☐ Câu hỏi gợi mở ☐ Bài toán tương tự ☐ Tình huống gợi vấn đề

Bảng 1.5: Kết quả điều tra việc sử dụng các biện pháp giúp HS phát hiện cách giải quyết vấn đề.

Trả lời	GV	
	Số lượng	Phần trăm
A	12	50%
B	10	41,7%
C	2	8,3%
Tổng	24	100%

A: Sử dụng câu hỏi gợi mở

B: Sử dụng câu hỏi gợi mở và bài toán tương tự

C: Sử dụng câu hỏi gợi mở, bài toán tương tự và tình huống gợi vấn đề,

Ý kiến bổ sung: GV cần hướng dẫn HS thực hiện các thao tác tư duy cơ bản như phân tích, tổng hợp, so sánh, tương tự hóa, khái quát hóa, đặc biệt hóa, quy lạ về quen...

Câu hỏi 5: Theo các thầy (cô) để phát triển năng lực giải toán cho học sinh khi dạy chủ đề vectơ, giáo viên có thể sử dụng những biện pháp nào sau đây? (đánh dấu vào những ô mà thầy (cô) đồng ý)

- ☐ A. Cung cấp cho học sinh toàn bộ các tri thức toán học về vectơ bao gồm các định nghĩa, kí hiệu, định lí, tính chất.
- ☐ B. Phân dạng các bài tập trong chủ đề vectơ và tổng kết kinh nghiệm giải từng dạng đó.
- ☐ C. Xây dựng hệ thống bài tập có phân chia mức độ từ dễ đến khó để giao bài tập cho học sinh sao cho phù hợp đối tượng và tạo được hứng thú cho các em khi giải toán.
- ☐ D. Rèn luyện cho học sinh kỹ năng thực hiện lược đồ G. Polya trong giải toán.
- ☐ E. Rèn luyện cho học sinh kỹ năng diễn đạt bài toán dưới các ngôn ngữ khác.
- ☐ F. Rèn luyện cho học sinh khả năng kiểm tra đánh giá lời giải, phát hiện, phòng tránh và sửa chữa sai lầm.

Bảng 1.6: Kết quả điều tra việc sử dụng các biện pháp phát triển NL giải toán cho học sinh.

Đáp án	Kết quả	Phần trăm
A	24/24	100%
B	20/24	91,7%
C	16/24	66,7%
D	6/24	25%
E	10/24	41,7%
F	24/24	100%

Câu hỏi 6: Các thầy (cô) các biểu hiện của năng lực giải toán của học sinh là gì?

- ☐ A. Vận dụng thành thục những kiến thức, kỹ năng đã biết vào giải quyết vấn đề.
- ☐ B. Phát hiện nhanh và đúng vấn đề toán học cần giải quyết.
- ☐ C. Nhìn bài toán dưới nhiều góc độ và lựa chọn phương án tối ưu để giải quyết vấn đề.
- ☐ D. Trình bày lời giải một cách chính xác, khoa học.
- ☐ E. Nhận xét, đánh giá lời giải của bản thân và của bạn.

Bảng 1.7. Kết quả điều tra các biểu hiện của NL giải toán

Đáp án	Kết quả	Phần trăm
A	24/24	100%
B	22/24	91.7%
C	16/24	66.7%
D	24/24	100%
E	20/24	83.3%

Câu hỏi 7: Trong khi dạy học chủ đề vectơ, các thầy (cô) thường gặp khó khăn gì?

- ☐ A. Vectơ là phần kiến thức hoàn toàn mới và trừu tượng so với kiến thức hình học đã học ở lớp dưới nên học sinh khó tiếp cận.
- ☐ B. Khối lượng kiến thức nhiều nhưng phân phối thời gian ít, số tiết luyện tập không nhiều.
- ☐ C. Bài tập trong sách giáo khoa chưa được sắp xếp và phân chia theo dạng để phù hợp với từng đối tượng học sinh.
- ☐ D. Phần chìm của kiến thức về vectơ được trình bày trong sách giáo khoa khá nhiều đòi hỏi giáo viên đào sâu nghiên cứu để nắm chắc bản chất vấn đề.

Bảng 1.8: Kết quả điều tra những khó khăn của GV khi dạy chủ đề vector.

Đáp án	Kết quả	Phần trăm
A	24/24	100%
B	24/24	100%
C	24/24	100%
D	22/24	91,7%

Câu hỏi 8: Theo những khó khăn sai lầm mà học sinh hay gặp phải trong khi dạy học chủ đề vector là gì?

- ☐ A. Hiểu sai khái niệm 2 vector bằng nhau (chỉ quan tâm đến độ dài không quan tâm đến hướng của 2 vector).
- ☐ B. Nhận dạng và thể hiện sai khái niệm tích một vector với một số dẫn tới vẽ hình sai
- ☐ C. Sai lầm trong tính toán, sử dụng các công thức và các quy tắc biến đổi vector (Quy tắc 3 điểm, quy tắc trừ 2 vector, quy tắc hình bình hành)
- ☐ D. Nhầm lẫn các phép toán về vector giống với các phép toán đối với các đại lượng vô hướng.
- ☐ E. Sử dụng sai kí hiệu về vector.
- ☐ F. Gặp khó khăn khi giải các bài toán có nội dung liên môn và bài toán ứng dụng thực tiễn về vector.

Bảng 1.9: Kết quả điều tra những khó khăn sai lầm mà HS hay gặp khi học chủ đề vector.

Đáp án	Kết quả	Phần trăm
A	24/24	100%
B	24/24	100%
C	24/24	100%
D	10/24	41.7%

Câu hỏi 9: Thầy (Cô) có thường xuyên cho học sinh sử dụng sơ đồ tư duy để hệ thống và ghi nhớ kiến thức về vector không?

☐

Có.

☐

Không

Bảng 1.10: Kết quả điều tra việc sử dụng sơ đồ tư duy để hệ thống và ghi nhớ kiến thức về vector.

Trả lời	GV	
	Số lượng	Phần trăm
Có	9	37,5%
Không	15	62,5%
Tổng	24	100%

Câu hỏi 10: Theo Thầy (Cô) việc rèn luyện năng lực giải toán cho học sinh trong dạy học chủ đề vector có cần thiết không?

☐

Rất cần thiết .

☐

Cần thiết.

☐

Không cần thiết.

☐

Có cũng được, không có cũng được.

Bảng 1.11: Kết quả điều tra về sự cần thiết phải rèn luyện NL giải toán cho HS

Trả lời	GV	
	Số lượng	Phần trăm
Rất cần thiết	18	75%
Cần thiết	6	25%
Không cần thiết	0	0%
Có cũng được, không có cũng được	0	0%
Tổng	42	100%

1.6.2.2. Kết quả điều tra đối với học sinh

a. Kết quả điều tra bằng phiếu hỏi

Câu hỏi 1: Em có thích học toán về chủ đề vector không?

☐

Thích

☐

Bình thường

☐

Không thích

Bảng 1.12: Kết quả điều tra việc thích học chủ đề vectơ của HS

Trả lời	HS	
	Số lượng	Phần trăm
Thích	20	25%
Bình thường	20	25%
Không thích	40	50%
Tổng	80	100%

Câu hỏi 2: Các kiến thức về vectơ rất khó học và khó nhớ?

☐ Đồng ý ☐ Không đồng ý

Bảng 1.13: Điều tra ý kiến của HS về việc học và nhớ các kiến thức về vectơ.

Trả lời	HS	
	Số lượng	Phần trăm
Đồng ý	44	55%
Không đồng ý	36	45%
Tổng	80	100%

Câu hỏi 3: Em thấy việc học toán vectơ có quan trọng không?

☐ Rất quan trọng ☐ Quan trọng ☐ Không quan trọng

Bảng 1.14: Kết quả điều tra tầm quan trọng của việc học chủ đề vectơ của HS.

Trả lời	HS	
	Số lượng	Phần trăm
Rất quan trọng	24	30%
Quan trọng	32	40%
Không quan trọng	24	30 %
Tổng	80	100%

b. Kết quả điều tra bài kiểm tra khảo sát năng lực giải toán của học sinh về chủ đề vectơ:

Đề kiểm tra khảo sát và bài làm của HS được trình bày ở phụ lục số 1.

Bảng 1.15 Kết quả kiểm tra trình độ giải toán về chủ đề vector của HS.

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tổng
Tần số	0	2	4	14	18	10	8	14	8	2	0	80
Tần suất	0%	2,5 %	5 %	17,5 %	22,5 %	12,5 %	10 %	17,5 %	10 %	2,5 %	0 %	100%

1.6.3. Phân tích kết quả điều tra

Đối với GV:

Tất cả các GV tham gia trả lời phiếu hỏi đều ý thức được việc rèn luyện cho HS hiểu bản chất và sử dụng đúng các kí hiệu về vector là vô cùng quan trọng trong DH chủ đề vector.

Qua điều tra ta thấy rằng vẫn còn có một số GV chưa quan tâm nhiều đến việc rèn luyện cho HS các phép lập luận cơ bản khi DH chủ đề vector. Nguyên nhân là các GV đó cho rằng bây giờ thi toán dưới hình thức trắc nghiệm nên việc trình bày lời giải không thực sự cần thiết. Nhưng trong thực tế các câu hỏi về chủ đề vector dưới dạng lý thuyết lại dựa và 1/10 việc hiểu chưa thấu đáo về các phép lập luận và xây dựng các đáp án nhiều dẫn đến sai lầm của HS khi giải toán.

Ví dụ: Để xét tính đúng sai của các khẳng định sau HS phải hiểu rõ về các phép lập luận cơ bản thì mới trả lời chính xác được.

1) 4 điểm A, B, C, D là đỉnh của hình bình hành $ABCD \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ sai vì điều kiện đủ " $\Rightarrow$ " thì đúng nhưng điều kiện cần " $\Leftarrow$ " sai vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ suy ra $ABCD$ là hình bình hành hoặc A, B, C, D thẳng hàng và $AB=DC$.

2) $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ sai vì $\vec{a} = \vec{0}$ hoặc $\vec{b} = \vec{0}$ thì điều kiện cần sai

GV còn ít quan tâm đến việc rèn cho HS kỹ năng hệ thống và ghi nhớ kiến thức bằng sơ đồ tư duy cũng như việc rèn luyện cho HS giải toán theo quy trình 4 bước của G.Polya.

Hầu hết các GV đều cho rằng việc rèn luyện NL giải toán cho HS trong DH chủ đề vectơ là rất cần thiết.

* Đối với HS:

Có tới 50% HS được hỏi không thích học chủ đề vectơ vì kiến thức về phần vectơ đòi hỏi khả năng tư duy cao. Nên nếu GV không tìm ra biện pháp giúp các em hứng thú, say mê khi học chủ đề này thì các em sẽ có tư tưởng ngại học và mất tự tin khi học toán.

Còn khá nhiều HS chưa thấy hết được các tầm quan trọng của chủ đề vectơ trong chương trình toán phổ thông nên khi học chủ đề này HS chưa chuẩn bị tâm thế tốt.

Kết quả bài kiểm tra khảo sát thực trạng học chủ đề vectơ của HS có 47,5% HS được kiểm tra bị điểm dưới trung bình, không có HS được điểm 10 chứng tỏ NL giải toán của các em về chủ đề vectơ còn hạn chế.

1.7. Tiểu kết chương I

Trong chương 1, luận văn đã trình bày về khái niệm NL, NL toán học và một số thành tố của NL toán học, NL giải toán và một số thành tố của NL giải toán, vị trí và chức năng của bài tập toán, lịch sử và tầm quan trọng của vectơ.

Cũng trong chương I luận văn đã điều tra thực trạng về việc dạy và học về chủ đề vectơ đối với HS lớp 10 trong các trường THPT hiện nay để thấy được sự cần thiết phải phát triển NL giải toán cho HS khi DH chủ đề này. Đồng thời, chúng tôi cũng nghiên cứu khả năng DH chủ đề vectơ theo hướng hình thành và phát triển NL giải toán cho HS lớp 10.

Những tìm hiểu về lí luận và thực tiễn của các vấn đề nêu trên sẽ là cơ sở để xây dựng các biện pháp ở chương 2.

CHƯƠNG 2. MỘT SỐ BIỆN PHÁP PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIẢI TOÁN CHO HỌC SINH LỚP 10 THÔNG QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ VECTOR

2.1. Định hướng xây dựng biện pháp

- Các biện pháp được xây dựng trên cơ sở chương trình SGK toán hình học 10 và theo phân phối chương trình của Bộ Giáo dục và Đào tạo.
- Các biện pháp phải phù hợp với mục tiêu DH và phải xây dựng dựa trên cơ sở lý luận, thực tiễn DH theo định hướng đổi mới giáo dục hiện nay.
- Các biện pháp đề ra phải mang tính khả thi, phù hợp với thực tế DH ở trường THPT hiện nay.
- Các biện pháp phải tác động đến GV và HS, từng bước hình thành và phát triển NL giải toán của HS.

2.2. Các biện pháp

2.2.1. Biện pháp 1: Trong quá trình dạy học, giáo viên tạo cơ hội giúp học sinh nắm vững kiến thức cơ bản về chủ đề vector

2.2.1.1. Mục tiêu của biện pháp

Như đã phân tích ở chương 1, kiến thức có vai trò vô cùng quan trọng trong việc hình thành phát triển các thành tố của NL giải toán. Vì thế nên muốn phát triển NL giải toán cho HS DH toán nói chung và DH chủ đề vector nói riêng thì GV cần tạo cơ hội để HS có nền tảng kiến thức, kỹ năng vững chắc thể hiện ở việc HS hiểu các khái niệm, định lý, tính chất, quy tắc, phương pháp đồng thời có kỹ năng vận dụng được chúng vào giải toán và giải quyết vấn đề thực tiễn, liên môn. Từ việc có kiến thức nền vững chắc, HS sẽ có cơ hội tìm hiểu, phát hiện, giải quyết vấn đề toán học. Từ đó phát triển NL giải toán của bản thân.

2.2.1.2. Nội dung của biện pháp

Như chúng ta đã biết, Chủ đề vector trong hình học 10 được chia thành 4 nội dung chính là: Vector và các phép toán (3 bài đầu chương 1), hệ trục tọa

độ, tích vô hướng của 2 vector và ứng dụng, hệ thức lượng trong tam giác và giải tam giác.

Sau khi dạy xong từng nội dung trên GV cần hệ thống và chốt lại những kiến thức cần nhớ và yêu cầu HS về nhà ghi nhớ bằng sơ đồ tư duy (phụ lục số 2). Việc làm này sẽ giúp HS có cơ hội phát triển thành tố thứ nhất và thành tố thứ tư của NL giải toán đã nêu ở trên.

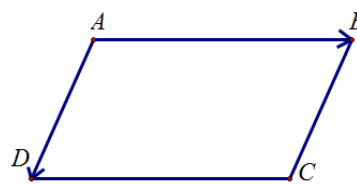
Để giúp HS nắm vững kiến thức cơ bản trong quá trình DH chủ đề vector người GV cần chú ý thực hiện một số hoạt động sau:

Hoạt động 1: Gợi động cơ cho các nội dung DH để tăng tính hấp dẫn lôi cuốn của giờ dạy, kích thích sự tò mò, khám phá tri thức mới của học trò bằng một vài thủ thuật nhỏ như: “gãi đúng chỗ ngứa” và “tạo ngứa”.

Ví dụ 2.1: Sau khi dạy xong quy tắc 3 điểm GV tổng kết dấu hiệu để cộng được 2 vector theo quy tắc 3 điểm trong trường hợp điểm cuối vector thứ nhất trùng với điểm đầu của vector thứ hai: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ hay phân tích 1 vector thành tổng của 2 vector có điểm cuối của vector thứ nhất trùng với điểm đầu của vector thứ hai: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$ (M tùy ý).

Câu hỏi đặt ra là liệu ta có thể cộng được 2 vector có chung điểm đầu? Câu trả lời sẽ được giải quyết sau khi GV cho một ví dụ nhỏ để gợi động cơ trung gian cho HS trước khi đưa ra quy tắc hình bình hành như sau:

“Cho hình bình hành $ABCD$. Hãy tính $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ”.



Khi đó HS chỉ có trong tay quy tắc 3 điểm để cộng 2 vector nên HS sẽ suy nghĩ theo hai hướng:

Hướng thứ nhất là thay thế $\overrightarrow{AB}$ với một vector bằng nó có điểm đầu là D chính là $\overrightarrow{DB}$ rồi thực hiện phép cộng: $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB}$. Thứ hai, thay thế $\overrightarrow{AD}$ bởi 1 vector bằng nó có điểm đầu là B chính là $\overrightarrow{BC}$ rồi thực hiện phép cộng: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Như vậy ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ (Quy tắc hình bình hành).

Qua đây ta rút ra quy tắc hình bình hành sử dụng để cộng 2 vector có chung điểm đầu hoặc phân tích 1 vector thành tổng của 2 vector có chung điểm đầu.

Sau đó GV nhấn mạnh rằng quy tắc hình bình hành có ứng dụng trong việc phân tích và tổng hợp lực trong môn Vật lý.

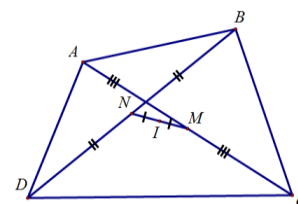
Như vậy, thông qua việc gợi động cơ hợp lý, HS có cơ hội phát triển thành tố thứ hai và thứ ba của NL giải toán, đó là kỹ năng phát hiện vấn đề toán học cần giải quyết và kỹ năng lựa chọn phương pháp giải quyết vấn đề.

Hoạt động 2: Tạo tình huống cho HS luyện tập, củng cố các kiến thức, kỹ năng mới.

Sau khi dạy xong tính chất trung điểm của đoạn thẳng, GV đưa ví dụ để vận dụng và củng cố kiến thức kỹ năng mới.

Ví dụ 2.2: Có tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của AC, BD và MN . Tính:

$$|\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}|$$



Giải :

GV gợi ý HS chú ý giả thiết cho trung điểm nên ta sử dụng tính chất trung điểm. Lưu ý M là trung điểm của AC nên ta thực hiện: $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IM}$.

Tương tự N là trung điểm của BD nên: $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} = 2\overrightarrow{IN}$.

Như vậy tính được:

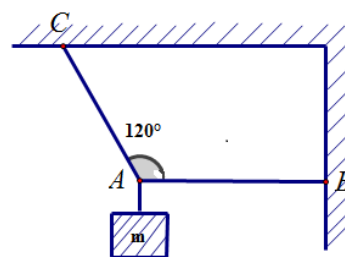
$$|\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}| = |2\overrightarrow{IM} + 2\overrightarrow{IN}| = |2(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN})| = 2|\overrightarrow{0}| = 0$$

Hoạt động 3: Tạo tình huống cho HS có cơ hội vận dụng kiến thức đã học vào thực tiễn. Việc làm này giúp HS thấy được rằng vector không những có vai trò quan trọng trong môn Toán mà còn trong các môn học khác và trong thực tiễn. Từ đó HS có thêm hứng thú học tập và tích cực tìm hiểu kiến thức về chủ đề này.

Ví dụ 2.3: Cho vật rắn khối lượng $m = 5kg$ nằm cân bằng như hình bên

Tính lực căng của các dây AB và AC . Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$

GV hướng dẫn HS đưa bài toán vật lí về mô hình toán học như sau:



Lực căng dây $\vec{T}_1 = \vec{AB}$, lực căng dây $\vec{T}_2 = \vec{AC}$

Trọng lực $\vec{P} = \vec{AC}$

Theo quy tắc hình bình hành lực tổng hợp của 2 lực căng dây là:

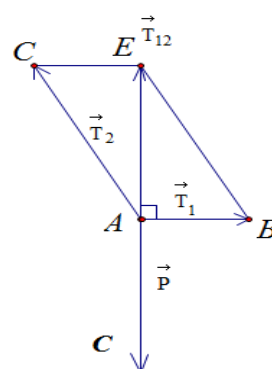
$$\vec{T}_{12} = \vec{AE}$$

Vật nằm cân bằng nên tổng các lực tác dụng bằng $\vec{O}$ nên

$$\vec{P} = -\vec{T}_{12} \text{ hay } T_{12} = P = mg = 50(N)$$

$$T_1 = T_{12} \cdot \tan 30^\circ = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{50\sqrt{3}}{3}(N)$$

$$T_2 = \frac{T_{12}}{\cos 30^\circ} = \frac{50}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{100\sqrt{3}}{3}(N)$$



Ví dụ 2.4: Một ô tô muốn đi từ A đến C nhưng giữa A và C là một ngọn núi cao nên ô tô phải đi thành hai đoạn từ A đến B rồi từ B đến C, các đoạn đường tạo thành $\triangle ABC$ có $AB = 15 \text{ km}$; $BC = 10 \text{ km}$; $\angle ABC = 105^\circ$. Giả sử cứ chạy 1 km ô tô tốn 0,1 lít dầu.

a) Tính số lít dầu ô tô phải tiêu thụ khi chạy từ A đến C phải qua B.

b) Giả sử người ta làm một đường hầm xuyên núi chạy thẳng từ A đến C thì khi đó ô tô chạy trên con đường mới này sẽ tiết kiệm được bao nhiêu chi phí đi lại so với đường cũ biết rằng giá của 1 lít dầu là 16.000 đồng.

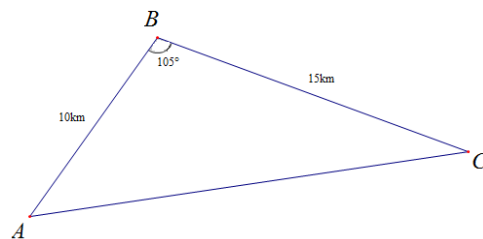
Hướng dẫn giải:

a) Tổng quãng đường ô tô đi từ A đến C phải qua B là:

$$S = AB + BC = 25(\text{km})$$

Số lít dầu tiêu thụ khi đi trên quãng đường là: $25 \times 0,1 = 2,5$ (lít)

b) Quãng đường ô tô chạy trên con đường mới là AC .



Áp dụng định lí cosin cho $\triangle ABC$ ta có:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B} = \sqrt{10^2 + 15^2 - 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot \cos 105^\circ} \approx 20,066$$

Số lít dầu tiêu thụ khi đi trên đường mới là: $20,066 \times 0,1 = 2,0066$ (l)

Số tiền tiết kiệm được khi đi đường mới so với đường cũ là:

$$(2,5 - 2,0066) \times 16.000 = 7.894 \text{ (đồng)}$$

Thông qua các hoạt động trên, có thể nhận thấy, các thành tố 2,3,5 của HS sẽ được hình thành phát triển.

2.2.2. Biện pháp 2: Trong quá trình dạy học, giáo viên cần tạo tình huống nhằm rèn luyện cho học sinh khả năng huy động kiến thức để giải toán

2.2.2.1. Mục tiêu của biện pháp

Khả năng huy động kiến thức là một thể hiện rõ nét NL giải toán của HS. Khả năng này được hình thành và phát triển trong cả quá trình học tập của HS. Huy động kiến thức là tách ra từ trí nhớ các yếu tố có liên quan đến bài toán còn tổ chức kiến thức là kết nối các yếu tố có liên quan đến bài toán lại với nhau. Rèn luyện cho HS khả năng huy động kiến thức khi giải toán là giúp HS phát triển được thành tố thứ 2: “Kỹ năng phát hiện vấn đề toán học cần giải quyết” và thành tố thứ 3: “Kỹ năng lựa chọn phương pháp giải quyết vấn đề” của NL giải toán.

2.2.2.2. Nội dung của biện pháp

Để giúp HS huy động kiến thức tốt trong giải toán thì GV ngoài việc giúp HS ghi nhớ kiến thức còn cần phải làm rõ dạy cho HS những dấu hiệu của bài toán xác định các “từ khóa” để huy động kiến thức phù hợp đồng thời giúp HS nắm được phương pháp giải những dạng toán cơ bản. GV cần trang

bị cho HS một số kinh nghiệm hoặc phương pháp giải các dạng toán thông qua một số ví dụ điển hình cho từng dạng và tạo cơ hội cho HS rèn kỹ năng nhận dạng, giải toán. Cụ thể trong DH chủ đề vector, GV có thể phân chia các dạng toán theo các nội dung như sau:

Nội dung thứ nhất: Vector và các phép toán.

- + Dạng 1: Chứng minh đẳng thức vector
- + Dạng 2: Các bài toán liên quan đến phương, hướng độ dài của vector.
- + Dạng 3: Xác định một điểm hoặc tìm tập hợp điểm thỏa mãn một đẳng thức vector cho trước.
- + Dạng 4: Biểu thị một vector theo 2 vector không cùng phương. Chứng minh 2 điểm trùng nhau và 3 điểm thẳng hàng và một đường thẳng đi qua một điểm cố định.
- + Dạng 5: Các bài toán có nội dung thực tiễn, liên môn.

Nội dung thứ hai: Hệ trục tọa độ.

- + Dạng 1: Xác định tọa độ 1 điểm và 1 vector trong mặt phẳng tọa độ Oxy.
- + Dạng 2: Các bài toán liên quan đến tìm tọa độ các vector $\vec{u} + \vec{v}$; $\vec{u} - \vec{v}$; $k\vec{u} (k \in \mathbb{R})$.
- + Dạng 3: Các bài toán liên quan đến công thức tính tọa độ trung điểm của đoạn thẳng và tọa độ trọng tâm của tam giác.
- + Dạng 4: Chứng minh 3 điểm thẳng hàng, 2 đường thẳng song song bằng tọa độ vector.
- + Dạng 5: Các bài toán về cực trị hình học.

Nội dung thứ ba: Tích vô hướng của 2 vector và ứng dụng.

- + Dạng 1: Bài tập tích góc giữa 2 vector bằng định nghĩa và sử dụng định nghĩa tích vô hướng để tính tích vô hướng của 2 vector, tính độ dài đoạn thẳng và chứng minh 2 đường thẳng vuông góc.

+ Dạng 2: Ứng dụng biểu thức tọa độ của tích vô hướng để tính tích vô hướng của 2 vector, tính góc giữa 2 vector, tính độ dài vector, khoảng cách giữa 2 điểm và các bài toán liên quan.

+ Dạng 3: Các bài toán về cực trị hình học.

Nội dung thứ 4: Các hệ thức lượng trong tam giác và giải tam giác.

+ Dạng 1: Bài tập sử dụng định lý cosin.

+ Dạng 2: Bài tập sử dụng công thức tính góc.

+ Dạng 3: Bài tập sử dụng công thức đường trung tuyến.

+ Dạng 4: Bài tập sử dụng định lý sin.

+ Dạng 5: Bài tập sử dụng công thức tính diện tích tam giác.

+ Dạng 6: Bài toán tổng hợp và bài toán có nội dung thực tiễn.

Việc phân dạng bài toán giúp HS có phương pháp chung để giải một lớp bài toán, từ đó HS dễ dàng nhận biết và áp dụng cách giải phù hợp.

Ngoài ra, việc huy động kiến thức còn dựa trên một số kỹ thuật như: Quy lạ về quen, xét bài toán tương tự, bài toán đặc biệt hay dạng tổng quát...

Ví dụ 2.5: Trong mặt phẳng Oxy cho $A(2;3)$, B đối xứng A qua $I\left(\frac{11}{2}; \frac{7}{2}\right)$. Tìm tọa

độ C nằm trên đường thẳng $x=5$ sao cho $\triangle ABC$ vuông tại C .

GV có thể hướng dẫn HS huy động kiến thức như sau:

Phương pháp chung để xác định tọa độ một điểm là: tìm một hệ thức vector chứa điểm cần xác định hoặc lập được 2 phương trình liên hệ giữa các tọa độ của nó. Sau khi phát hiện vấn đề cần giải quyết là tìm tọa độ điểm C , GV hướng dẫn HS phân tích đề bài để định hướng lời giải.

Từ dữ liệu C nằm trên đường thẳng $x=5$ suy ra được $C(5;y)$; từ dữ liệu $\triangle ABC$ vuông tại C chuyển sang ngôn ngữ vector ta được $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$ trong đó tọa độ B được tính thông qua dữ liệu B đối xứng A qua I . Từ đó, HS hoàn thành lời giải bài toán như sau:

$$B \text{ đối xứng } A(2;3) \text{ qua } I\left(\frac{11}{2}; \frac{7}{2}\right) \text{ nên: } \begin{cases} x_B = 2x_I - x_A = 9 \\ y_B = 2y_I - y_A = 4 \end{cases} \text{ suy ra } B(9;4)$$

C nằm trên đường thẳng $x = 5$ nên $C(5; y)$.

$$\overrightarrow{CA} = (-3; 3 - y); \overrightarrow{CB} = (4; 4 - y).$$

$$\triangle ABC \text{ vuông tại } C \Rightarrow \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow -3 \cdot 4 + (3 - y)(4 - y) = 0$$

$$\Leftrightarrow y^2 + 7y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = -7 \end{cases}$$

Vậy tìm được 2 điểm C thỏa mãn đề bài là $C(5; 0)$ hoặc $C(5; -7)$.

Ví dụ 2.6: Trong mặt phẳng Oxy cho 3 điểm $A(1; -1)$, $B(2; 3)$, $C(6; -5)$

Tìm tọa độ điểm $M \in Ox$ sao cho $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

GV xác định vấn đề cần giải quyết là tìm cực trị của biểu thức độ dài vector có thể hướng dẫn HS suy động kiến thức như sau:

Hướng 1: Dùng phương pháp tọa độ, đưa ra bài toán về tìm cực trị của biểu thức đại số chứa tham số, với tham số ở đây là hoành độ của điểm M

$$M \in Ox \Rightarrow M(a; 0). \text{ Từ đó tính được } \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = (15 - 2a; -22).$$

$$|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = \sqrt{(15 - 2a)^2 + (-22)^2}.$$

$$\text{Có } (15 - 2a)^2 + (-22)^2 \geq 22^2 = 484. \text{ Dấu “=” xảy ra } 15 - 2a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{15}{2}.$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| \text{ đạt giá trị nhỏ nhất khi } M\left(\frac{15}{2}; 0\right).$$

Hướng 2: Sử dụng tâm tỉ cự của hệ điểm.

$$\text{Tìm điểm } I \text{ thỏa mãn: } \overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$$

$$I\left(\frac{15}{2}; -11\right)$$

$$\text{Khi đó } |\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MI}| = 2MI \text{ suy ra } |\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| \text{ đạt giá trị}$$

$$\text{nhỏ nhất} \Leftrightarrow M \text{ là hình chiếu vuông góc của } I \text{ trên } Ox \Rightarrow M\left(\frac{15}{2}; 0\right)$$

Nếu HS đã học tích vô hướng của 2 vector và ứng dụng thì có thể lựa chọn 1 trong 2 hướng giải trên.

Nếu HS mới học bài hệ trục tọa độ thì ta chọn hướng 2.

2.2.3. Biện pháp 3: Xây dựng hệ thống bài tập phong phú đa dạng phù hợp với đối tượng học sinh

2.2.3.1. Mục tiêu của biện pháp

Trong SGK, sách bài tập và các sách tham khảo hiện nay cùng với các trang web thì số lượng bài tập về chủ đề vector là rất nhiều và đa dạng. Tuy nhiên việc lựa chọn, sắp xếp hệ thống bài tập đó sao cho có hiệu quả nhất, phù hợp với từng đối tượng sẽ kích thích sự say mê giải toán của HS từ đó NL giải toán của HS được hình thành và phát triển.

2.2.3.2. Nội dung biện pháp

Trong quá trình DH chủ đề vector, GV cần biên soạn hệ thống các bài tập theo một số hướng sau:

- GV sưu tầm, biên soạn bài tập gồm 2 loại bài tập tự luận và bài tập trắc nghiệm để cho HS rèn luyện kỹ năng giải toán và giải toán nhanh.

- Hệ thống bài tập tự luận được phân chia theo các dạng và sắp xếp theo cấp độ từ dễ đến khó, từ đơn giản đến phức tạp, từ cụ thể đến trừu tượng, phù hợp với từng đối tượng HS.

- Hệ thống bài tập trắc nghiệm đa dạng giúp HS rèn luyện kỹ năng đáp ứng yêu cầu đổi mới trong kiểm tra đánh giá trong giai đoạn hiện nay.

- +Hệ thống bài tập tự luận về vector và các phép toán trong hình học 10, chúng tôi trình bày ở Phụ lục số 3.

- +Hệ thống bài tập trắc nghiệm về vector và các phép toán trong hình học 10, chúng tôi trình bày ở phụ lục số 4.

- +Hệ thống bài tập tự luận về hệ trục tọa độ trong hình học 10, chúng tôi trình bày ở phụ lục số 5.

- +Hệ thống bài tập trắc nghiệm về hệ trục tọa độ trong hình học 10, chúng tôi trình bày ở phụ lục số 6.

- +Hệ thống bài tập tự luận về tích vô hướng của 2 vector và ứng dụng trong hình học 10, chúng tôi trình bày ở phụ lục số 7.

+Hệ thống bài tập trắc nghiệm về tích vô hướng của 2 vector và ứng dụng trong hình học 10, chúng tôi trình bày ở phụ lục số 8.

+Hệ thống bài tập tự luận phân dạng bài tập về hệ thức lượng trong tam giác, chúng tôi trình bày ở phụ lục số 9.

+Hệ thống bài tập trắc nghiệm phân dạng bài tập về hệ thức lượng trong tam giác, chúng tôi trình bày ở phụ lục số 10.

2.2.4. Biện pháp 4: Rèn luyện cho học sinh quy trình giải toán theo 4 bước của G.Polya

2.2.4.1. Mục tiêu của biện pháp

Khi giải các bài tập toán HS thường gặp 2 loại sau:

+ Loại có sẵn thuật toán:

HS cần phải đáp ứng các yêu cầu: nắm vững quy tắc, phương pháp giải đã học, nhận dạng đúng dạng toán, giải theo quy tắc (phương pháp) đã học một cách thành thạo.

+ Loại chưa có sẵn thuật toán:

Loại này nếu các em không có ý chí, niềm đam mê giải toán sẽ có tâm lí lo sợ thiếu tự tin, ngại suy nghĩ lúng túng và mất phương hướng. Để khắc phục tâm lí trên thì đòi hỏi GV phải rèn luyện cho HS các thao tư duy để tìm kiếm và thực hiện quy trình giải toán theo 4 bước của G. Polya.

Theo G. Polya, 4 bước để giải một bài toán như sau:

Bước 1: Tìm hiểu nội dung đề bài

Phát biểu đề bài dưới những dạng thức khác nhau để hiểu rõ nội dung bài toán. Phân biệt cái đã cho và cái phải tìm, phải chứng minh. Có thể dùng công thức, kí hiệu, hình vẽ để hỗ trợ cho việc diễn tả đề bài.

Bước 2: Tìm cách giải

Tìm tòi, phát hiện cách giải nhờ những suy nghĩ có tính chất tìm đoán: biến đổi cái đã cho, biến đổi cái phải tìm hay phải chứng minh, liên hệ cái đã cho hoặc cái phải tìm với những tri thức đã biết, liên hệ bài toán tổng quát hơn hay một bài toán nào đó có liên quan, sử dụng những phương pháp đặc

thù với từng dạng toán như chứng minh phản chứng, quy nạp toán học, toán dựng hình, toán quỹ tích...

- Kiểm tra lời giải bằng cách xem lại kĩ từng bước thực hiện hoặc đặc biệt hóa kết quả tìm được hoặc đối chiếu kết quả với một số tri thức có liên quan...

- Tìm tòi những cách giải khác, so sánh chúng để chọn được cách giải hợp lí nhất.

Bước 3: Trình bày lời giải

Từ cách giải đã được phát hiện, sắp xếp các việc phải làm thành một chương trình gồm các bước theo một trình tự thích hợp và thực hiện các bước đó.

Bước 4: Nghiên cứu sâu lời giải

- Nghiên cứu khả năng ứng dụng kết quả của lời giải.

- Nghiên cứu giải những bài toán tương tự, mở rộng hay lật ngược vấn đề.

Quy trình giải toán theo 4 bước của G. Polya cho đến nay vẫn là một quy trình tối ưu trong giải toán. Việc thực hiện quy trình này giúp HS phát triển tư duy logic, định hướng cách giải, suy nghĩ tìm ra cách giải và đào sâu mở rộng lời giải một bài toán. Qua đó, HS hình thành và phát triển NL giải toán cho bản thân.

2.2.4.2. Nội dung biện pháp

Hoạt động 1: Trong quá trình DH, GV cần giới thiệu quy trình cho HS, nêu rõ các việc cần phải làm ở từng bước và các lưu ý khi thực hiện.

Hoạt động 2: Cho HS tập luyện trong một thời gian đủ để HS có thể nắm vững và thực hiện chính xác quy trình đó.

Ví dụ 2.7: Cho $\triangle ABC$. Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn :

a) $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

b) $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = 9$.

Hướng dẫn giải:

a) Bước 1 : Tìm hiểu nội dung đề bài:

Đây là dạng toán tìm tập hợp điểm thỏa mãn đẳng thức vectơ.

Bước 2 : Tìm cách giải:

Nếu ta tách $3\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB}$ rồi nhóm về trái thành 2 nhóm $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ và $2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ thì ta có thể sử dụng được tính chất trung điểm của đoạn thẳng và quy tắc trừ 2 vector vào để giải quyết vấn đề.

Bước 3 : Trình bày lời giải:

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2(\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{CB} = \vec{0} \text{ (Với } I \text{ là trung điểm của } AB)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MI} = -\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MI} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow M \text{ là đỉnh thứ tư của hình bình hành } BCIM.$$

Bước 4: Kiểm tra, nghiên cứu sâu lời giải

Chú ý phòng tránh sai lầm về áp dụng quy tắc trừ 2 vector và kết luận.

b) Bước 1: Tìm hiểu nội dung đề bài:

Cần tìm cách chuyển độ dài của $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}$ thành độ dài của một vector.

Bước 2: Tìm cách giải :

$$\text{Bằng cách chèn điểm } I \text{ thỏa mãn: } \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$$

$$\text{Ta được } \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = 6\overrightarrow{MI}$$

Bước 3: Trình bày lời giải:

Trước hết ta tìm điểm I thỏa mãn :

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} + 2(\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{IM} + 4\overrightarrow{IN} = \vec{0} \text{ (với } M \text{ là trung điểm } AC, N \text{ là trung điểm } BC)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{IM} = -2\overrightarrow{IN}$$

Suy ra I là điểm thuộc đoạn thẳng MN sao cho $IM = 2IN$

$$\text{Khi đó: } |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = 9 \Leftrightarrow |6\overrightarrow{MI}| = 9 \Leftrightarrow MI = \frac{3}{2} \Leftrightarrow M \in (I; \frac{3}{2})$$

Bước 4: Nghiên cứu lời giải.

Hình thành phương pháp giải cho lớp bài toán dạng này.

Ví dụ: Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn: $|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$

Ta cần tìm 2 điểm I, K thỏa mãn: $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \vec{0}$

Khi đó: $|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$

$\Leftrightarrow |3\overrightarrow{MI}| = |3\overrightarrow{MK}| \Leftrightarrow MI = MK \Leftrightarrow M$ thuộc đường trung trực của IK

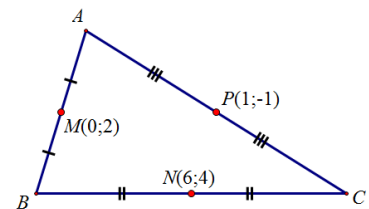
Ví dụ 2.8. Trong mặt phẳng Oxy cho $M(0;2)$, $N(6;4)$, $P(1;-1)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh AB , BC và CA . Tìm tọa độ A, B, C

Bước 1: Tìm hiểu rõ bài toán:

Vẽ hình

Dễ dàng chứng minh được các tứ giác $AMNP$, $BMPN$, $PMNC$ là hình bình hành.

Quy về bài toán quen thuộc tìm đỉnh thứ 4 của hình bình hành.



Bước 2: Tìm cách giải

Huy động kiến thức: $AMNP$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PN}$

$$\text{Có } \overrightarrow{AM}(x_1; y_1) = \overrightarrow{PN}(x_2; y_2) \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases} \text{ suy ra tọa độ } A$$

Tương tự tìm được tọa độ B, C

Bước 3: Trình bày lời giải:

Tứ giác $AMNP$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PN} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 - x_A = 6 - 1 \\ 2 - y_A = 4 - (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -5 \\ y_A = -3 \end{cases}$$

Tương tự $BMPN$ và $PMNC$ là hình bình hành tìm được $B(5;7)$ và $C(7;1)$

Bước 4 : Kiểm tra, nghiên cứu lời giải, mở rộng

GV : sau khi tìm A chúng ta có thể tìm B, C theo cách khác không ?

$$\text{HS : } B \text{ đối xứng } A \text{ qua } M \text{ suy ra } \begin{cases} x_B = 2x_M - x_A = 5 \\ y_B = 2y_M - y_A = 7 \end{cases} \text{ suy ra } B(5;7)$$

C đối xứng A qua P suy ra $C(7;1)$. Ngoài ra HS có thể giải bài toán trên bằng cách sử dụng công thức tính tọa độ trung điểm lập ra một hệ hoán vị vòng quanh với các ẩn x_A, x_B, x_C như sau :

$$\begin{cases} x_A + x_B = 0 & (1) \\ x_B + x_C = 0 & (2) \\ x_C + x_A = 0 & (3) \end{cases}$$

Cộng từng vế của (1), (2), (3) ta được $x_A + x_B + x_C = 7$ (4) lần lượt trừ từng vế của (4) cho (1), (2), (3) tìm được : $x_C = 7; x_A = -5; x_B = 5$

Tương tự lập được một hệ hoán vị vòng quanh với các ẩn y_A, y_B, y_C như sau :

$$\begin{cases} y_A + y_B = 4 \\ y_B + y_C = 8 \\ y_C + y_A = -2 \end{cases} \quad \text{Giải hệ này tìm được } y_C = -3; y_B = 7; y_A = 1;$$

Vậy $A(-5;-3), B(5;7), C(7;1)$

GV cần tạo cho HS cơ hội giải 1 bài toán theo nhiều cách để rèn luyện và phát triển thành tố 2, thành tố 3.

Ví dụ 2.9. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(1;-3), B(2;5)$

- Tìm tọa độ M trên Oy sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất.
- Tìm tọa độ điểm K trên Ox sao cho tổng khoảng cách từ A đến B là ngắn nhất.

Hướng dẫn giải:

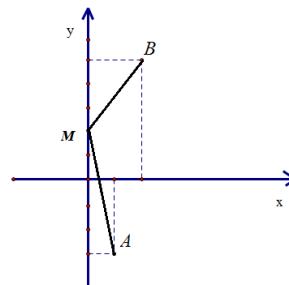
- Tìm tọa độ M trên Oy sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất.

Bước 1: Tìm hiểu bài toán

Cần tìm $M \in Oy : |MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất

Bước 2: Tìm lời giải

GV đưa ra câu hỏi gợi mở:



H1: Với điểm M bất kì thuộc Oy sao cho M, A, B không thẳng hàng, hãy so sánh $|MA - MB|$ với AB .

Trả lời: $|MA - MB| < AB$.

H2: Khi M, A, B thẳng hàng hãy so sánh $|MA - MB|$ với AB .

Từ 2 gợi ý trên HS trả lời được $|MA - MB|$ lớn nhất khi M, A, B thẳng hàng.

Từ điều kiện đề 3 điểm thẳng hàng bằng vectơ sẽ tìm được M .

Bước 3: Trình bày lời giải:

Ta có: $|MA - MB| \leq AB \quad \forall M \in Oy$

Suy ra $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất bằng AB khi M, A, B thẳng hàng.

Giả sử $M(0, m)$. Có: $\overrightarrow{MA} = (-1; m + 3)$ $\overrightarrow{AB} = (1; 8)$

M, A, B thẳng hàng khi $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{-1}{1} = \frac{m+3}{8} \Leftrightarrow m = 11$

Vậy $M(0; 11)$

Bước 4: Nghiên cứu sâu lời giải:

Tìm cách giải tương tự cho bài toán tìm $M \in Oy$ sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất với A, B khác phía Oy .

b) Tìm tọa độ điểm $K \in Ox$ sao cho tổng khoảng cách từ A đến B là ngắn nhất

Bước 1: Cần tìm $K \in Ox$: $KA + KB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bước 2: Tìm cách giải

GV đưa ra các câu hỏi gợi mở

H1: Với điểm K bất kì thuộc Ox sao cho K, A, B không thẳng hàng hãy so sánh $KA + KB$ với AB .

Trả lời: $KA + KB > AB$

H2: Khi M, A, B thẳng hàng hãy so sánh $KA + KB$ và AB .

Trả lời: $KA + KB = AB$

Từ 2 gợi ý trên suy ra được: $KA+KB$ ngắn nhất bằng AB khi K, A, B thẳng hàng. Từ đó đưa về bài toán quen thuộc tìm $\{K\} = AB \cap Ox$

Bước 3: Thực hiện chương trình giải.

Ta có: $KA + KB \geq AB \quad \forall K$

Nên $KA + KB$ ngắn nhất $\Leftrightarrow K, A, B$ thẳng hàng

Giả sử $K(x;0)$

Ta có: $\overrightarrow{KA} = (1-x; -3), \overrightarrow{AB} = (1; 8)$

K, A, B thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{KA}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{1-x}{1} = \frac{-3}{8} \Leftrightarrow x = \frac{11}{8}$

Vậy $K(\frac{11}{8}; 0)$

Bước 4: Mở rộng bài toán

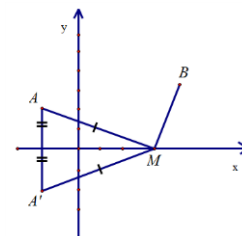
- Nếu A, B cùng phía Ox , lấy A' đối xứng với A qua Ox rồi chuyển yêu cầu bài toán thành tìm K để $KA' + KB$ ngắn nhất.

- Bài toán tìm K thuộc Oy sao cho $KA+KB$ ngắn nhất cũng được xét tương tự.

- Chuyển hình thức bài toán:

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 10} + \sqrt{x^2 - 4x + 9}$$



2.2.5. Biện pháp 5: Rèn luyện khả năng phát hiện và sửa chữa sai lầm cho học sinh trong giải toán

2.2.5.1. Mục tiêu của biện pháp

G. Polya cho rằng: “Con người phải biết học ở những sai lầm và thiếu sót của mình”. A.A Stoliar phát biểu: “Không được tiếc thời gian để phân tích trên giờ học các sai lầm của HS”. J.A. Komenxkee thì cho rằng: “Bất kì một sai lầm nào cũng có thể làm cho HS kém đi nếu như GV không chú ý ngay đến sai lầm đó và hướng dẫn HS nhận ra, sửa chữa, khắc phục sai lầm” [10].

Việc rèn luyện cho HS thói quen kiểm tra đánh giá lời giải và khả năng phát hiện, sửa chữa sai lầm trong quá trình giải toán là vô cùng quan trọng đối với mỗi GV để nâng cao hiệu quả giảng dạy. Bên cạnh đó còn giúp HS nắm vững kiến thức, hình thành phát triển ngôn ngữ toán học và tư duy phê phán.

Trong quá trình HS kiểm tra đánh giá lời giải của bản thân và của người khác thì HS sẽ phát triển được NL giải toán của mình.

2.2.5.2. Một số sai lầm thường gặp của học sinh khi học chủ đề vector nguyên nhân và cách khắc phục

Một số sai lầm thường gặp trong giải toán nói chung và giải toán về vector nói riêng là : Sai về kiến thức toán học, phương pháp suy luận, tính toán, vẽ hình, sử dụng ký hiệu, ngôn ngữ diễn đạt, thiếu giả thiết hoặc hiểu sai giả thiết.

Một số ví dụ về sai lầm của HS khi học chủ đề vector, nguyên nhân và cách khắc phục.

Ví dụ 2.10: Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a ;

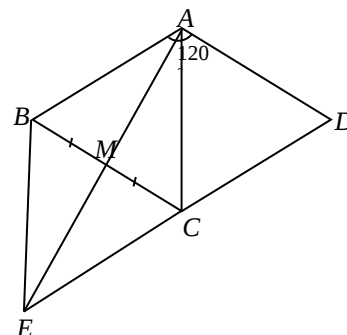
$\angle BAD = 120^\circ$. Tính $|\vec{AB} + \vec{AC}|$

A. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2a$.

B. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = a\sqrt{3}$.

C. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = a$.

D. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



HS có thể chọn đáp án vì cho rằng: $|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AB}| + |\vec{AC}| = AB + AC = 2a$

Sai lầm ở chỗ: HS áp dụng công thức $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ mà không chú ý đến điều kiện $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

HS có thể chọn đáp án C vì cho rằng $|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AM}| = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ hoặc

nhớ đúng công thức nhưng sai sót do tính toán được AM quên nhân với 2

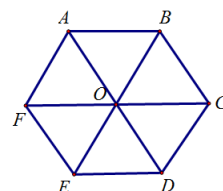
Cách khắc phục: GV cần khắc sâu kiến thức: $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ chỉ được áp dụng trong trường hợp $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng. Khi cộng 2 vector có chung điểm đầu ta phải sử dụng quy tắc hình bình hành hoặc tính chất trung điểm. Cụ thể:

$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AE}$ với E là đỉnh thứ 4 của hình bình hành $ABEC$ hay $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AM}$ với M là trung điểm BC .

Ví dụ 2.11: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Hãy tính số vector khác $\vec{O}$ cùng phương với $\vec{AB}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình lục giác.

A: 4 B: 2 C: 5 D: 9

HS có thể chọn A vì cho rằng các vector cùng phương với $\vec{AB}$ là: $\vec{FO}, \vec{OC}, \vec{FC}$ và $\vec{ED}$. Sai lầm ở chỗ HS nhầm với



khái niệm 2 vector cùng hướng và không chú ý đến yêu cầu của bài toán là các vector phải có điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của lục giác. HS có thể chọn B vì chỉ kể 2 vector $\vec{FC}, \vec{ED}$ thỏa mãn yêu cầu có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình lục giác. Sai lầm ở chỗ HS hiểu nhầm khái niệm 2 vector cùng phương với 2 vector cùng hướng.

HS có thể chọn D vì kể ra các vector cùng phương với $\vec{AB}$ là: $\vec{BA}, \vec{HO}, \vec{OF}, \vec{OC}, \vec{CO}, \vec{FC}, \vec{CF}, \vec{ED}, \vec{DE}$ sai lầm ở chỗ HS hiểu đúng khái niệm 2 vector cùng phương nhưng lại không chú ý giả thiết điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của lục giác. Như vậy đáp án đúng là đáp án C: Có 5 vector thỏa mãn là: $\vec{FC}, \vec{CF}, \vec{ED}, \vec{DE}$ và $\vec{BA}$.

Cách khắc phục: GV rèn cho HS thói quen đọc kỹ đề bài và hiểu đúng định nghĩa của khái niệm 2 vector cùng phương là 2 vector có giá song song hoặc trùng nhau.

Ví dụ 2.12: Trong mặt phẳng Oxy cho 3 điểm $A(1;3)$, $B(-1;1)$, $C(4;6)$. Xác định tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A: $D(6;8)$ B: Không tồn tại D C: $D(-6;-8)$ D: $D(2;4)$

HS có thể chọn đáp án A vì giải như sau:

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = 4 - x_D \\ -2 = 6 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 8 \end{cases} \Rightarrow D(6;8)$$

Sai lầm ở chỗ HS vận dụng định lí: Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ thiếu điều kiện A, B, C, D là 4 đỉnh của 1 tứ giác.

Ở đây có $\overrightarrow{AC} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ suy ra A, B, C thẳng hàng.

Nên không tồn tại D để $ABCD$ là hình bình hành. Như vậy đáp án đúng là B.

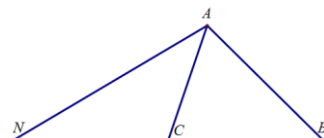
HS có thể chọn đáp án D vì cho rằng $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và không xét sự tồn tại tứ giác $ABCD$.

Cách khắc phục: Khi DH định lí GV nên đưa ra ví dụ về lời giải có chứa sai lầm để phân tích sửa chữa sai lầm từ đó khắc sâu việc chú ý vận dụng định lí phải xét đầy đủ giả thiết.

Ví dụ 2.13: Cho $\triangle ABC$ có điểm N thuộc cạnh BC sao cho $BN=2NC$. Hãy phân tích $\overrightarrow{AN}$ theo 2 vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.



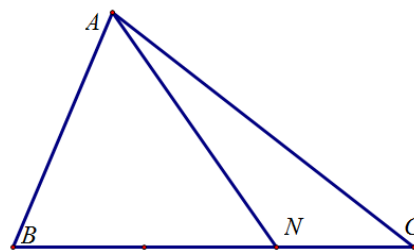
HS có thể chọn đáp án C vì vẽ hình sai như hình bên

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + 2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$$

GV sửa chữa sai lầm: N thuộc cạnh BC nghĩa là N nằm giữa 2 điểm B và C và vẽ hình đúng như hình bên.

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$= \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}. \text{Đáp án đúng là D}$$



Ví dụ 2.14: Cho $\triangle ABC$

a) Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn: $3|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = 2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ (1)

b) Tìm tập hợp điểm N thỏa mãn: $|\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB}| = 2|\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB}|$ (2)

a) Lời giải chứa sai lầm:

Dựa vào các dấu hiệu nhận biết sử dụng quy tắc cộng các vector biến đổi (1) thành: $3.|\overrightarrow{2MI}| = 2|\overrightarrow{3MG}|$ (với I là trung điểm của AB , G là trọng tâm $\triangle ABC$).

$\Leftrightarrow 6MI = 6MG \Leftrightarrow MI = MG \Leftrightarrow M$ là trung điểm của IG .

GV phân tích và sửa chữa sai lầm : HS hiểu chưa đúng về định nghĩa trung điểm của đoạn thẳng .

Kết luận đúng: tập hợp điểm M cần tìm là đường trung trực của đoạn thẳng IK với I là trung điểm AB , G là trọng tâm $\triangle ABC$.

b) Lời giải chứa sai lầm:

Dựa vào dấu hiệu nhận biết sử dụng quy tắc cộng các vector cụ thể ở đây là tính chất trung điểm HS biến đổi (2) thành :

$|\overrightarrow{2NK}| = 2|\overrightarrow{BA}|$ suy ra N là đỉnh thứ tư của hình bình hành $NKAB$.

GV phân tích và sửa chữa sai lầm.

HS áp dụng sai định lí : Tứ giác $NKAB$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{NK} = \overrightarrow{BA}$ thành tứ giác $NKAB$ là hình bình hành $\Leftrightarrow NK = AB$.

Qua sai lầm mắc phải của HS ở ví dụ 2.14. GV cần khắc sâu kiến thức khi dạy dạng bài tập về "Xác định điểm, tập hợp điểm thỏa mãn đẳng thức vector cho trước". Ta dùng các quy tắc cộng trừ vector để biến đổi về đến những dấu hiệu sau rồi kết luận.

Dấu hiệu	Kết luận
$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ với A, B cho trước	M là trung điểm AB
$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ với $\triangle ABC$ cho trước	M là trọng tâm $\triangle ABC$

$\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BC}$ với 3 điểm A, B, C không thẳng hàng cho trước	M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $MACB$
$\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$ với k là số thực dương; A, B cho trước.	M nằm ngoài đoạn AB sao cho $\frac{MA}{MB} = k$
$\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$ với k là số thực âm, A, B cho trước	M nằm trong đoạn AB sao cho $\frac{MA}{MB} = k $
$\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{BC}$ với $k \in \mathbb{R}$; A, B, C không thẳng hàng cho trước	M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $MADB$ với $\overrightarrow{BD} = k\overrightarrow{BC}$
$ \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} $ với A, B cố định	Tập hợp M là đường trung trực của AB
$ \overrightarrow{MI} = kAB (k > 0)$	Tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $R = kAB$

b. Một số nguyên nhân dẫn tới sai lầm của học sinh trong quá trình học toán nói chung và học chủ đề vector nói riêng

Về phía HS: HS không có ý chí học tập thì các tín hiệu thông tin truyền đạt đến từ GV sẽ bị nhiễu hoặc bị xóa dẫn tới HS tiếp nhận thông tin không đầy đủ, bị bóp méo hay thậm chí bị mất.

+HS lười học lười suy nghĩ, ngại khó, không thường xuyên ôn tập kiến thức cũ và rèn luyện kỹ năng nên sẽ có nhiều “lỗ hổng kiến thức dẫn đến sai lầm trong giải toán”.

+ Nhiều HS khá giỏi nhưng có tính chủ quan, thiếu cẩn thận trong tính toán, xem nhẹ bước 4 trong quy trình giải toán theo 4 bước của G.Polya.

+ Những HS ở trường chuyên, lớp chọn thường bỏ qua hoặc xem nhẹ những bài toán cơ bản, mẫu mực mà chỉ thích giải những bài toán khó, không mẫu mực nên khi gặp phải những bài toán dễ lại mắc sai lầm.

+ Nhiều HS sĩ diện với bạn bè chưa thực sự hiểu đã vội tỏ ra hiểu, không khiêm tốn học hỏi nên dẫn tới sai lầm. Bên cạnh đó cũng có khá nhiều HS yếu

kém thường tự ti, thiếu quyết tâm vươn lên, ngại hỏi bạn bè, thầy cô dẫn đến liên tiếp mắc sai lầm, lúng túng trong giải toán và ngày càng sợ học Toán.

Như vậy để khắc phục sai lầm trong giải toán HS cần rèn luyện được ý thức: ý chí học tập, phải chú ý nghe giảng để hiểu rõ, hiểu đúng bản chất vấn đề đồng thời chăm chỉ giải toán để rèn kỹ năng giải toán nhanh và chính xác.

Về phía GV: Nếu GV không tự rèn luyện NL chuyên môn của mình thường xuyên liên tục thì sẽ dẫn đến tình trạng dạy HS khó hiểu do không hiểu rõ bản chất vấn đề.

GV khi chuẩn bị bài không kỹ có thể giải sai các bài toán hoặc không kịp thời phát hiện và sửa chữa sai lầm cho HS.

Nếu NL chuyên môn của GV còn hạn chế dẫn đến việc GV không đánh giá được sự sáng tạo trong cách giải của HS nên đánh giá sai kết quả của HS.

c. Một số cách khắc phục sai lầm của học sinh trong giải toán.

Để phòng tránh và sửa chữa sai lầm cho HS thì GV cần chú ý một số điểm sau:

GV thường xuyên dành thời gian sửa chữa sai lầm cho HS và chính xác hóa lời giải của HS.

GV phải rèn luyện phẩm chất nghề nghiệp. Cụ thể là không nên cáu gắt, chế giễu HS hay xúc phạm nhân cách của HS khi các em phạm sai lầm làm các em nhụt chí, nản lòng, tự ti và sợ học Toán.

GV phải rèn luyện tác phong sư phạm chuẩn mực: cẩn thận, chính xác, khoa học.

Tránh tình trạng chỉ quan tâm dạy dỗ đối tượng HS khá giỏi và bỏ qua đối tượng HS yếu kém vì điều này sẽ dẫn tới hiệu quả giáo dục thấp.

Sự quan tâm tận tình, động viên kịp thời của GV tới từng đối tượng HS sẽ mang lại ý nghĩa vô cùng to lớn đối với các em HS các em có động lực vượt khó yêu thích môn học và học tốt hơn.

Một sai lầm của học cần được GV theo dõi để sửa chữa dứt điểm tránh tái lại. Việc làm này không hề dễ dàng vì nó đòi hỏi sự kiên trì và tinh tế của GV trong việc phát hiện và sửa chữa sai lầm cho HS.

2.2.6. Biện pháp 6: Kiểm tra, đánh giá theo hướng phát triển năng lực giải toán cho học sinh

2.2.6.1 Những vấn đề chung về kiểm tra, đánh giá trong dạy học môn Toán theo tiếp cận phát triển năng lực

a. Một số quan niệm cơ bản

Nghị quyết số 29-NQ/TW về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục – đào tạo đã nêu rõ: *“Tiếp tục đổi mới mạnh mẽ và đồng bộ các yếu tố cơ bản của giáo dục – đào tạo theo hướng coi trọng phát triển phẩm chất, NL của người học”, cụ thể: “Tiếp tục đổi mới mạnh mẽ phương pháp dạy và học theo hướng hiện đại; phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo và vận dụng kiến thức, kỹ năng của người học; đổi mới căn bản hình thức và phương pháp thi, kiểm tra, đánh giá kết quả giáo dục – đào tạo; phối hợp sử dụng kết quả đánh giá trong quá trình học với đánh giá cuối kì, cuối năm học; đánh giá của người dạy với tự đánh giá của người học; đánh giá của nhà trường với đánh giá của gia đình và xã hội”*

Nghị quyết số 88/2014/QH13 ngày 28/11/2014 về đổi mới chương trình, SGK giáo dục phổ thông nêu rõ: *“Đổi mới căn bản phương pháp đánh giá chất lượng giáo dục theo hướng hỗ trợ phát triển phẩm chất và năng lực học sinh; phản ánh mức độ đạt chuẩn quy định trong chương trình; cung cấp thông tin chính xác, khách quan, kịp thời cho việc điều chỉnh hoạt động dạy, hướng dẫn hoạt động học nhằm nâng cao dần năng lực”*

Những định hướng nói trên đặt ra yêu cầu phải đổi mới công tác kiểm tra đánh giá kết quả học tập của HS, trong đó cần:

Tập trung vào đánh giá sự phát triển NL của người học.

Tích hợp giữa quá trình DH và quá trình đánh giá. Không coi đánh giá như một thành tố tương đối độc lập mà cần thông qua đánh giá tác động tới việc hướng dẫn hoạt động học tập, điều chỉnh quá trình DH.

Tăng cường sử dụng công nghệ thông tin trong kiểm tra, đánh giá và sử dụng các mô hình thống kê trong phân tích, xử lý kết quả đánh giá.

Theo [17] mục tiêu đánh giá quá trình học tập môn Toán theo định hướng phát triển NL là cung cấp thông tin chính xác, kịp thời, có giá trị về mức độ đáp ứng yêu cầu cần đạt của chương trình môn Toán và sự tiến bộ của HS để hướng dẫn hoạt động học tập, điều chỉnh các hoạt động DH, đảm bảo sự tiến bộ của từng HS và nâng cao chất lượng DH môn Toán nói riêng và chất lượng giáo dục nói chung. Từ đó lập kế hoạch thúc đẩy quá trình học tập tiếp theo.

Căn cứ đánh giá là các yêu cầu cần đạt về phẩm chất và NL được quy định trong Chương trình tổng thể và Chương trình môn Toán. Đối tượng đánh giá là sản phẩm và quá trình học tập, rèn luyện của HS qua học tập môn toán ở trường THPT .

- Đánh giá quá trình học tập môn Toán theo định hướng phát triển NL cần đảm bảo các yêu cầu:

+ Đánh giá vì sự tiến bộ của HS; coi trọng việc động viên, khuyến khích sự cố gắng trong học tập, rèn luyện của HS, giúp HS phát huy nhiều nhất khả năng, đảm bảo kịp thời, công bằng, khách quan.

+ Đánh giá toàn diện HS thông qua đối chiếu với yêu cầu cần đạt về NL, phẩm chất, về kiến thức, kỹ năng của HS theo mục tiêu môn Toán ở cấp THPT.

+ Chú trọng đánh giá khả năng vận dụng các kiến thức, kỹ năng đã học vào giải quyết vấn đề thực tiễn của HS.

+ Kết hợp đánh giá thường xuyên và đánh giá định kì ; kết hợp đánh giá của GV, HS, cha mẹ HS, trong đó đánh giá của GV là quan trọng nhất .

+ Vận dụng kết hợp một cách đa dạng nhiều hình thức đánh giá (đánh giá quá trình, đánh giá định kì), nhiều phương pháp đánh giá (quan sát, ghi lại quá trình thực hiện, vấn đáp, trắc nghiệm khách quan, tự luận, kiểm tra viết,

bài tập thực hành, các dự án/ sản phẩm học tập, thực hiện nhiệm vụ thực tiễn ...) và vào những thời điểm thích hợp.

Việc đánh giá quá trình (hay đánh giá thường xuyên) do GV phụ trách môn học tổ chức, kết hợp với đánh giá của GV các môn học khác, của bản thân HS được đánh giá và của các HS khác trong tổ, trong lớp hoặc đánh giá của cha mẹ HS. Việc đánh giá định kì (hay đánh giá tổng kết) có mục đích chính là để đánh giá các mục tiêu học tập đã đạt được hay không. Việc đánh giá định kì còn được sử dụng để phục vụ quản lí các hoạt động DH, bảo đảm chất lượng ở cơ sở giáo dục và phục vụ công tác phát triển chương trình môn Toán trung học phổ thông.

- Trong nội dung, hình thức và phương pháp kiểm tra, đánh giá cần chú trọng tập trung đánh giá các thành tố của NL toán học. Việc đánh giá NL người học thông qua các bằng chứng biểu hiện kết quả đạt được trong quá trình thực hiện các hành động của người học. Vì vậy, cần thực hiện một tiến trình gồm các bước cơ bản như: Xác định rõ mục đích đánh giá; Xác định bằng chứng cần thiết; Lựa chọn các phương pháp, công cụ đánh giá thích hợp; thu thập bằng chứng; Giải thích bằng chứng và đưa ra nhận xét.

Điều quan trọng là GV cần thiết kế, tổ chức các tình huống có vấn đề để thông qua việc xử lí, giải quyết các tình huống có vấn đề đó mà người học bộc lộ, thể hiện NL của mình. Ngoài ra, cần lưu ý lựa chọn các phương pháp, công cụ đánh giá phù hợp. Chẳng hạn:

+ Để đánh giá NL tư duy và lập luận toán học, có thể sử dụng một số phương pháp, công cụ đánh giá như các câu hỏi (nói, viết), bài tập,... mà đòi hỏi người học phải trình bày, so sánh, phân tích, tổng hợp, hệ thống hóa kiến thức; phải vận dụng kiến thức toán học để giải thích, lập luận.

+ Để đánh giá NL giải quyết vấn đề toán học, có thể sử dụng các phương pháp như: Yêu cầu người học nhận dạng tình huống, phát hiện và trình bày vấn đề cần giải quyết; Mô tả, giải thích các thông tin ban đầu, mục tiêu thông tin và kết nối với kiến thức đã có: Sử dụng các câu hỏi (có thể yêu

câu trả lời nói hoặc viết) đòi hỏi người học vận dụng kiến thức vào giải quyết vấn đề, đặc biệt các vấn đề thực tiễn; Sử dụng phương pháp quan sát (như bảng kiểm tra theo tiêu chí đã xác định), quan sát người học trong quá trình giải quyết vấn đề; Đánh giá qua các sản phẩm thực hành của người học (chẳng hạn sản phẩm của các dự án học tập); Quan tâm hợp lý đến các nhiệm vụ đánh giá mang tính tích hợp.

Khi GV lên kế hoạch bài học cần phải lập các tiêu chí đánh giá. GV phải đảm bảo ở cuối mỗi bài học HS đã đạt được các yêu cầu cơ bản dựa trên các tiêu chí đã nêu, trước khi thực hiện các hoạt động học tập tiếp theo.

Đánh giá thường xuyên và đánh giá định kì trong DH môn Toán theo tiếp cận phát triển NL.

Đánh giá trong quá trình học không chỉ một công cụ đánh giá hiệu quả mà còn là công cụ DH hiệu quả vì nó cho phép người học nhận biết, kiểm tra được mức độ tiến bộ của chính bản thân mình, từng bước theo các mục tiêu học tập cụ thể trong suốt một đơn vị bài học. Việc đánh giá sự tiến bộ của người học không chỉ được thực hiện khi kết thúc một đơn vị bài học mà cần được thực hiện trong suốt quá trình thực hiện đơn vị bài học đó. Điều đó đòi hỏi người GV cần phải thực hiện đánh giá trong suốt quá trình học Toán của HS như quan sát, theo dõi, trao đổi, kiểm tra, nhận xét quá trình học tập, rèn luyện của HS; tư vấn, hướng dẫn, động viên HS; nhận xét định tính hoặc định lượng về kết quả học tập rèn luyện, sự hình thành và phát triển NL toán học của HS; hướng dẫn HS tự nhận xét, tham gia nhận xét bạn, nhóm bạn; điều chỉnh hoạt động dạy, hướng dẫn hoạt động học...

Như vậy hoạt động đánh giá được thực hiện trong quá trình tổ chức cho HS học Toán và việc đánh giá được thực hiện trong từng giờ học Toán.

Nâng cao NL tổ chức, thiết kế hoạt động học Toán và đánh giá trong giờ học Toán, giúp HS phát huy tính chủ động, linh hoạt, sáng tạo, góp phần tạo nên sự tiến bộ tự tin và hứng thú ở HS.

b. Một số kĩ thuật đánh giá theo tiếp cận phát triển năng lực trong dạy học môn Toán ở trung học phổ thông

- Kĩ thuật đánh giá thường xuyên

Để thực hiện đánh giá thường xuyên trong quá trình DH môn Toán, GV căn cứ vào mục tiêu và nội dung của mỗi bài học, có thể linh hoạt vận dụng các kĩ thuật dưới đây trong đánh giá:

- Quan sát, phân tích và phản hồi.
- Tư vấn hướng dẫn động viên.
- Phỏng vấn nhanh, kiểm tra nhanh.
- Đánh giá, nhận xét sản phẩm của HS.
- Tham khảo kết quả tự nhận xét và nhận xét của nhóm HS.
- Tham khảo ý kiến đánh giá, nhận xét của cha mẹ HS.

- Xây dựng đề kiểm tra định kì môn Toán

Căn cứ thực tế yêu cầu giáo dục của địa phương, nhà trường ra đề kiểm tra định kì và tổ chức kiểm tra định kì (tránh gây áp lực cho HS và cha mẹ HS).

Nội dung kiểm tra cần được xác định rõ ràng theo chuẩn kiến thức, kĩ năng môn Toán.

+ Các câu hỏi, bài tập trong đề kiểm tra có thể câu hỏi trắc nghiệm khách quan (nhiều lựa chọn, trả lời ngắn, đúng – sai, nối) hoặc tự luận. Cần tăng cường loại câu hỏi mở, bài tập phát huy NL của HS.

+ Tỉ lệ số câu, số điểm theo các mức và hình thức câu hỏi trong đề kiểm tra (trắc nghiệm khách quan, tự luận, hình thức khác) do hiệu trưởng quyết định, đảm bảo chuẩn kiến thức, kĩ năng, phù hợp với đối tượng HS.

+ Tùy theo từng trường có thể đưa ra tỉ lệ ở các mức khác nhau phù hợp với yêu cầu đánh giá của từng địa phương.

Thời lượng làm bài kiểm tra theo thời gian của 1 tiết học theo từng lớp.

Ma trận đề kiểm tra.:

+ Ma trận nội dung : Mỗi ô nêu nội dung kiến thức, kĩ năng và cần đánh giá ; Hình thức các câu hỏi ; Số lượng câu hỏi ; Số điểm dành cho các câu hỏi.

+ Ma trận câu hỏi : Mỗi ô nêu hình thức các câu hỏi ; Số thứ tự của câu hỏi trong đề ; Số điểm dành cho các câu hỏi.

GV căn cứ vào ma trận để kiểm tra, từ “nguồn” câu hỏi, bài tập Toán đã xây dựng trong quá trình DH hàng ngày, xây dựng để kiểm tra phù hợp với HS lớp mình.

2.2.6.2 Kiểm tra, đánh giá trong dạy học chủ đề vector theo hướng tiếp cận phát triển năng lực.

- Đánh giá thường xuyên:

Sau khi học xong bài 2 tổng hiệu của 2 vector GV có một bài kiểm tra 15’ để củng cố các khái niệm đã học ở 2 bài đầu .

Nội dung đề và đáp án được trình bày ở phụ lục số 11

Đề kiểm tra này chúng tôi muốn kiểm tra mức độ đạt được các thành tố NL giải toán của HS sau khi học 2 bài đầu:

Câu 1, câu 2, câu 3, câu 5, câu 10 phát triển thành tố 1.

Câu 3, câu 6, câu 9, câu 10 phát triển thành tố 2.

Câu 4, câu 7, câu 8 phát triển thành tố 3.

Câu 5 phát triển thành tố 4.

- Ngoài kiểm tra miệng đầu giờ hoặc kiểm tra xen lẫn trong quá trình DH trong mỗi tiết học, GV nên giao nhiệm vụ cho HS về nhà làm việc theo nhóm để chấm lấy điểm 15 phút.

- Đánh giá định kì

Chúng tôi thiết kế ma trận để kiểm tra 45 phút (Phụ lục số 12) cuối chương I hình học 10 nhằm kiểm tra mức độ đạt được mục tiêu của HS sau khi học chương 1. Bài kiểm tra 45 phút được trình bày ở phụ lục số 13.

Đề kiểm tra này chúng tôi muốn kiểm tra mức độ đạt được các thành tố NL giải toán của HS sau khi học chương I:

A. Trắc nghiệm:

Câu 1, câu 2, câu 8 phát triển thành tố 1.

Câu 5, câu 6, câu 7, câu 10, câu 11, câu 12 phát triển thành tố 2.

Câu 3, câu 9 phát triển thành tố 3.

Câu 4 phát triển thành tố 4.

B. Tự luận:

Câu 2 ý a, b phát triển thành tố 2.

Câu 1 ý a, b, câu 2 ý b phát triển thành tố 3.

Câu 1 ý c phát triển thành tố 4.

2.3. Tiểu kết chương 2

Trong chương II luận văn đã đưa ra các biện pháp để phát triển NL giải toán cho HS theo trình tự:

- GV tạo cơ hội giúp HS nắm vững kiến thức cơ bản về chủ đề vector.
- GV tạo tình huống nhằm rèn luyện cho HS khả năng huy động kiến thức để giải toán
- Xây dựng hệ thống bài tập phong phú đa dạng phù hợp với đối tượng HS
- Rèn luyện cho HS quy trình giải toán theo 4 bước của G.Polya
- Rèn luyện khả năng phát hiện và sửa chữa sai lầm cho HS trong giải toán
- Kiểm tra, đánh giá theo hướng phát triển NL giải toán cho HS

Mặc dù luận văn có thể chưa đưa ra đầy đủ được các dạng toán về chủ đề vector những hệ thống bài tập đưa ra cũng khá đa dạng và điển hình cho chủ đề vector.

CHƯƠNG 3: THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

3.1. Mục đích, yêu cầu, đối tượng thực nghiệm sư phạm

3.1.1. Mục đích

Thực nghiệm sư phạm được tiến hành nhằm mục đích:

Bước đầu kiểm nghiệm tính khả thi của việc sử dụng các biện pháp mà đề tài đã nêu ra trong quá trình DH chủ đề vectơ – Hình học 10.

Bước đầu kiểm tra hiệu quả tác động của các biện pháp trong việc hình thành và phát triển NL giải toán của HS.

3.1.2. Yêu cầu

Thực nghiệm sư phạm phải đảm bảo tính khách quan, phù hợp với đối tượng HS, sát với tình hình thực tế DH ở trường THPT.

3.1.3. Đối tượng thực nghiệm sư phạm

Luận văn được tiến hành thực nghiệm sư phạm tại Trường THPT Lương Thế Vinh, Thành phố Hải Phòng. Chúng tôi tiến hành thực nghiệm ở 2 lớp:

Lớp thực nghiệm: 10A8.

Lớp đối chứng: 10A7.

GV dạy lớp thực nghiệm: Cô Hồ Thị Dinh.

GV dạy lớp đối chứng: Thầy Nguyễn Ngọc Huy.

3.2. Nội dung thực nghiệm sư phạm

3.2.1. Thời gian tổ chức thực nghiệm sư phạm

Thời gian tiến hành từ ngày 5/8/2019 đến ngày 5/11/2019. Lớp 10A7 DH theo phương pháp thông thường, lớp 10A8 sử dụng 6 biện pháp DH theo hướng phát triển NL giải toán cho HS đã nêu ở Chương 2.

3.2.2. Nội dung thực nghiệm sư phạm

Tiến hành dạy Chương I: Vectơ và chương II: Tích vô hướng của 2 vectơ và ứng dụng. Một số giáo án thực dạy phụ lục số 14

Sau khi dạy xong 2 chương nói trên chúng tôi thực hiện một bài toán kiểm tra trên lớp thực nghiệm và lớp đối chứng. Ma trận đề kiểm tra thực

nghiệm được trình bày ở phụ lục số 15, đề kiểm tra thực nghiệm được trình bày ở phụ lục số 16.

3.3. Tiến hành thực nghiệm sư phạm

Tại lớp thực nghiệm, GV tác động các biện pháp sư phạm trên các bài giảng chủ đề vector và các phép toán (8 tiết) từ tiết 1 đến tiết 8 (Giáo án thực nghiệm - Phụ lục số 14).

Chẳng hạn khi dạy chủ đề vector và các phép toán ở tiết 2 chúng tôi thực hiện như sau:

A. Phần khởi động:

Sử dụng biện pháp 1 – hoạt động 1: Gợi động cơ cho các nội dung DH để tăng tính hấp dẫn, lôi cuốn của giờ dạy, kích thích sự tò mò, khám phá tri thức mới.

B. Hoạt động hình thành kiến thức:

- Hoạt động 1: Tìm hiểu về tổng 2 vector: Sử dụng biện pháp 1 – hành động 2: Tạo tình huống cho HS luyện tập củng cố kiến thức và kỹ năng mới.

- Hoạt động 2: Tìm hiểu tính chất của tổng 2 vector

Sử dụng biện pháp 1 – hành động 2.

- Hoạt động 3: Tìm hiểu về quy tắc hình bình hành.

Sử dụng biện pháp 1 – hành động 1.

C. Hoạt động luyện tập:

Sử dụng biện pháp 4: Rèn luyện cho HS quy trình giải toán theo 4 bước của G.Polya.

D. Hoạt động vận dụng:

Sử dụng biện pháp 3: Lựa chọn hệ thống bài tập phù hợp với đối tượng HS.

Sử dụng biện pháp 2: Tạo tình huống nhằm rèn luyện cho HS huy động kiến thức khi giải bài toán.

E. Hoạt động tìm tòi, mở rộng:

Sử dụng biện pháp 1 – hành động 3: Tạo tình huống cho HS có cơ hội vận dụng kiến thức đã học vào thực tiễn.

3.3.1. Phân tích chất lượng học sinh trước khi tiến hành thực nghiệm sư phạm

Để tiến hành chọn mẫu thực nghiệm, chúng tôi căn cứ vào kết quả thi tuyển sinh đầu vào của thực nghiệm là 10A8 và lớp đối chứng là 10A7 trường THPT Lương Thế Vinh .

Bảng 3.1: Điểm đầu vào môn Toán của 2 lớp 10A7(ĐC) và 10A8(TN)

Lớp Điểm	Lớp TN (10A8)		Lớp ĐC (10A7)	
	Tần số	Tần suất(%)	Tần số	Tần suất(%)
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	3	6,98	4	9,52
4	11	25,58	5	11,90
5	10	23,25	11	26,19
6	9	20,93	9	21,43
7	5	11,63	8	19,05
8	4	9,30	4	9,52
9	1	2,32	1	2,38
10	0	0	0	0
Cộng	43	100	42	100

Bảng 3.2: Phân loại điểm của lớp đối chứng và lớp thực nghiệm

Lớp Phân loại theo điểm	TN	ĐC
Điểm trung bình	5,41 điểm	5,67 điểm
Tỷ lệ bài làm đạt điểm 5 trở lên	86,04%	78,58%
Tỷ lệ cao nhất là số bài đạt điểm	5 (25,58%)	5 (26,19%)
Tỷ lệ điểm trung bình (5; 6 điểm)	46,51%	47,61%
Tỷ lệ điểm khá (7; 8 điểm)	20,93%	28,57%
Tỷ lệ điểm giỏi (9;10 điểm)	2,33%	2,38%

Như vậy lớp 10A7 (lớp đối chứng) và lớp 10A8 (lớp thực nghiệm) được chọn đảm bảo mặt bằng kiến thức là tương đối đồng đều, kết quả học tập toán khi bắt đầu thực nghiệm là tương đương nhau.

3.3.2. Đánh giá kết quả thực nghiệm

3.3.2.1 Đánh giá định tính

Sau quá trình thực nghiệm giảng dạy, chúng tôi quan sát tiến trình học tập của HS lớp thực nghiệm và nhận thấy:

HS ở lớp thực nghiệm học tập hứng thú và tích cực hơn hẳn so với HS lớp đối chứng. Các em chủ động chiếm lĩnh tri thức, tập trung suy nghĩ, không uể oải và ít làm việc riêng, thậm chí có nhiều em say mê tìm thêm nhiều cách giải sáng tạo. Sau các buổi học HS có tinh thần phấn chấn, vui vẻ vì hiểu bài, có kỹ năng giải quyết được các bài toán và các tình huống mà GV đưa ra.

Các em hiểu bài ngay trên lớp, làm được phần lớn các bài tập về nhà được GV giao.

3.3.2. Đánh giá định lượng

Chúng tôi yêu cầu HS nhóm lớp thực nghiệm và nhóm lớp đối chứng làm bài kiểm tra thực nghiệm được triển khai sau khi dạy thực nghiệm xong. Đồng thời tiến hành đánh giá, phân tích kết quả kiểm tra.

Về kết quả sơ bộ: Qua quan sát thái độ của học sinh trong khi làm bài và sau khi kết thúc giờ kiểm tra. Đồng thời xem qua một số bài của các em, tôi

có nhận xét rằng: với lớp thực nghiệm, nói chung các em nắm vững kiến thức cơ bản của bài học và chất lượng bài làm của học sinh là khá tốt. Còn với lớp đối chứng thì có phần kém hơn.

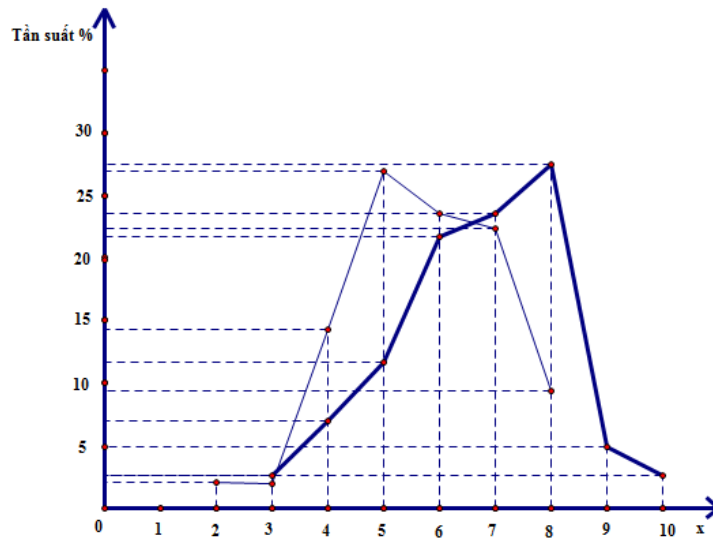
3.3.3. Phân tích định lượng

Việc phân tích định lượng dựa vào kết quả bài kiểm tra tại lớp thực nghiệm (TN) và lớp đối chứng (ĐC) nhằm bước đầu kiểm nghiệm tính khả thi, hiệu quả của đề tài nghiên cứu.

Kết quả làm bài kiểm tra của học sinh lớp TN (10A8) và học sinh lớp ĐC (10A7) được phân tích theo điểm số như sau:

Bảng 3.3: Bảng phân phối thực nghiệm tần số, tần suất

Lớp Điểm	Lớp TN (10A8)		Lớp ĐC (10A7)	
	Tần số	Tần suất(%)	Tần số	Tần suất(%)
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
2	0	0	1	2,38
3	1	2,33	1	2,38
4	3	6,98	6	14,29
5	5	11,63	11	26,19
6	9	20,93	10	23,81
7	10	23,26	9	21,43
8	12	27,91	4	9,52
9	2	4,65	0	0
10	1	2,33	0	0
Cộng	43	100	42	100



Hình 3.1: Đa giác tần suất

Chú ý: - Đường liền, nét đậm là đa giác tần suất của lớp TN (10A8).
 - Đường liền, nét mảnh là đa giác tần suất của lớp ĐC(10A7).

Bảng 3.4: Phân loại điểm của lớp đối chứng và lớp thực nghiệm.

Lớp	TN	ĐC
Phân loại theo điểm		
Điểm trung bình	6,70 điểm	5,69 điểm
Tỷ lệ bài làm đạt điểm 5 trở lên	90,69%	80,95%
Tỷ lệ cao nhất là số bài đạt điểm	8 (27,91%)	5 (26,19%)
Tỷ lệ điểm trung bình (5; 6 điểm)	32,56%	45,24%
Tỷ lệ điểm khá (7; 8 điểm)	51,17%	30,95%
Tỷ lệ điểm giỏi (9;10 điểm)	6,98%	0%

Như vậy, căn cứ vào kết quả kiểm tra (đã được xử lý thông qua các bảng và hình vẽ trên), có thể bước đầu nhận thấy được rằng học lực môn Toán của lớp thực nghiệm (10A8) là khá, cao hơn và đều hơn so với lớp đối chứng (10A7). Điều này đã phản ánh một phần nào hiệu quả của phương án tổ chức DH chủ đề vectơ theo hướng phát triển NL giải toán mà chúng tôi đã đề xuất.

3.4. Tiểu kết chương 3

Qua quá trình thực nghiệm cùng những kết quả rút ra sau thực nghiệm cho thấy mục đích thực nghiệm đã hoàn thành, tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp đã được khẳng định. Như vậy thực hiện các biện pháp mà luận văn đã nêu ra sẽ góp phần phát triển NL giải toán cho HS, đồng thời góp phần quan trọng vào việc nâng cao hiệu quả DH chủ đề vectơ trong hình học 10 nói riêng và DH môn Toán ở trường THPT nói chung.

KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

1. Kết luận

Đối chiếu với mục tiêu, nhiệm vụ và kết quả nghiên cứu trong quá trình thực hiện đề tài: “Phát triển NL giải toán cho học sinh lớp 10 thông qua DH theo chủ đề vector” chúng tôi thu được những kết quả sau:

- Trên cơ sở phân tích các công trình của nhiều nhà khoa học trong và ngoài nước và nghiên cứu một số luận văn đã được công bố chúng tôi đã đưa ra các quan điểm về NL, NL toán học và các thành tố của NL toán học, khái niệm về NL giải toán và các thành tố của NL giải toán.
- Luận văn đã làm rõ được vai trò và chức năng của bài tập toán trong việc bồi dưỡng NL giải toán cho HS.
- Luận văn đã đưa ra 4 định hướng xây dựng các biện pháp, trên cơ sở đó đã xây dựng được 6 biện pháp bồi dưỡng NL giải toán cho HS khi DH chủ đề vector trong hình học 10 ở trường THPT.
- Đã tiến hành thực nghiệm sư phạm để kiểm tra tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp mà luận văn đã xây dựng

Từ những kết quả trên bước đầu chúng tôi có thể khẳng định giả thuyết khoa học nêu ra là chấp nhận được, nhiệm vụ nghiên cứu của luận văn đã hoàn thành. Luận văn có thể sử dụng là tài liệu tham khảo giúp cho GV toán ở các trường THPT sử dụng trong DH chủ đề vector ở chương trình hình học 10.

2. Kiến nghị

Với lượng thời gian phân phối theo chương trình của bộ thì sẽ không đủ để GV có thể dạy chuyên sâu về chủ đề vector cho tất cả HS vì vậy chúng tôi xin đưa ra kiến nghị như sau:

- GV cần dạy cho HS cách học đặc biệt là khả năng tự học và ý thức chăm chỉ làm bài tập để rèn kỹ năng giải toán.
- GV chú ý giao bài tập theo từng đối tượng HS để đảm bảo tính vừa sức và tạo hứng thú cho HS khi làm bài tập.

- Hiện nay bộ cho các trường tự chủ trong chương trình nhà trường nên chương trình nhà trường cần tăng thời lượng dạy chủ đề vector để HS có đủ thời gian để luyện tập về chủ đề này, khi đã học tốt chủ đề vector thì HS có tâm thế tốt để học môn Toán.

DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Bộ Giáo dục và đào tạo (2018), Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể ban hành kèm theo thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26 tháng 12 năm 2018.
- [2] Lê Quang Chung (2013), *Phát triển năng lực giải toán cho học sinh THPT thông qua dạy học chủ đề giải phương trình lượng giác lớp 11*. Luận văn Thạc sĩ.
- [3] V.A. Cruchetxki (1981). *Những cơ sở tâm lý học sư phạm* Tập 2, NXB Giáo dục Hà Nội.
- [4] Vũ Dũng (2000), *Từ điển tâm lý học*, NXB Khoa học xã hội Hà Nội.
- [5] Hội đồng Quốc gia chỉ đạo biên soạn Từ điển Bách Khoa Việt Nam (2002), *Từ điển Bách khoa Việt Nam Tập 2*, NXB Từ điển Bách khoa Hà Nội.
- [6] Nguyễn Bá Kim (2004), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học sư phạm Hà Nội.
- [7] Hoàng Thị Diệu Linh (2011), *Sử dụng các phương án giải quyết vấn đề trong dạy học chủ đề: “Tích vô hướng của hai vector và ứng dụng ở lớp 10”*, Luận văn Thạc sĩ.
- [8] Đào Thị Thanh Loan (2016), *Phát triển năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề cho học sinh trong dạy học nội dung vector ở lớp 10 THPT*, Luận văn Thạc sĩ.
- [9] Nguyễn Thị Nga (2018), *Sự liên môn Toán – Vật lý trong dạy học chủ đề vector ở trường phổ thông – nghiên cứu quan hệ cá nhân của giáo viên toán và vật lý*. Tạp chí khoa học, Trường Đại học Sư Phạm TP. Hồ Chí Minh, tập 15 số 1 (2018), trang 40-47.
- [10] OECD (2002), Definition and selection of competencies: Theoretical and Conceptual Foundation.
- [11] ÔKôn V.(1982), *Tâm lý học lứa tuổi và tâm lý học sư phạm*, NXB Giáo dục Hà Nội.

- [12] G.Polya (2010), *Sáng tạo toán học* , NXB Giáo dục.
- [13] Hoàng Phê chủ biên (2005) *Từ điển Tiếng Việt*, Trung tâm từ điển học, NXB Đà Nẵng.
- [14] Sách giáo khoa, sách bài tập hình học 10 cơ bản, NXB Giáo dục.
- [15] Sách giáo khoa, sách bài tập hình học 10 nâng cao, NXB Giáo dục.
- [16] Phạm Viết Sơn (2013), *Phát triển năng lực giải toán hình học không gian lớp 11 THPT*. Luận văn Thạc sĩ.
- [17] Đỗ Đức Thái (chủ biên) (2018), *Dạy học phát triển năng lực môn Toán Trung học phổ thông* , NXB Đại học sư phạm Hà Nội.
- [18] Nguyễn Thị Minh Toại (2017), *Dạy học chủ đề vector theo hướng liên môn nhằm phát triển năng lực giải quyết vấn đề cho học sinh lớp 10 THPT*. Luận văn Thạc sĩ.
- [19] Đinh Văn Từ (2012), *Các biện pháp bồi dưỡng năng lực giải toán cho học sinh thông qua dạy học hình học 10*, Luận văn Thạc sĩ.

B/ Tài liệu Website

- [20] Trang Web: <https://luanvan.net.vn/>
- [21] Trang Web: <https://toanhocbactrungnam.vn/>