



THPT LƯƠNG THẾ VINH
TỔ TOÁN



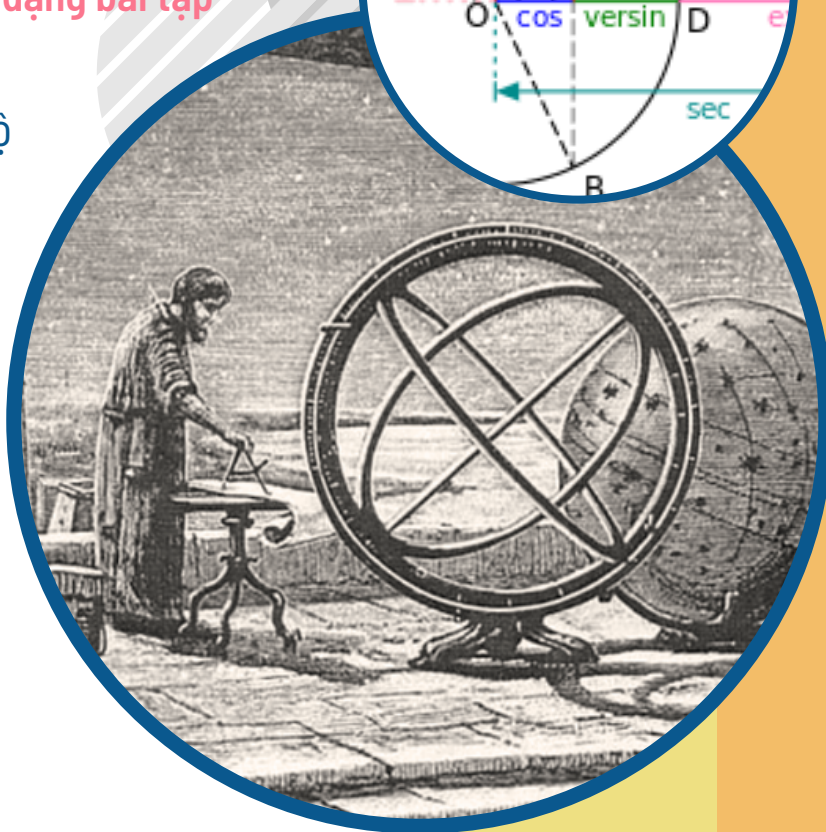
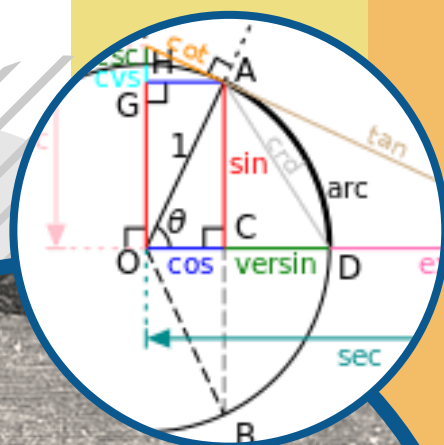
TOÁN 11

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Tóm tắt lí thuyết và phân dạng bài tập

lưu hành nội bộ



Sách tham khảo

MỤC LỤC

A.TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- 1.Tập xác định, Tập giá trị,Tính chẵn -lẻ của hàm số, tính tuần hoàn,sự biến thiên và đồ thị của các hàm số lượng giác .
2. Một số công thức đặc biệt



B.PHÂN DẠNG BÀI TẬP

- 1.Tập xác định,
- 2.Tập giá trị- giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số lượng giác
- 3.Tính chẵn -lẻ của hàm số lượng giác
- 4.Tính tuần hoàn của hàm số lượng giác
5. Sự biến thiên và đồ thị của các hàm số lượng giác .



C.BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Hướng dẫn bài tập sách giáo khoa dưới dạng tự luận.

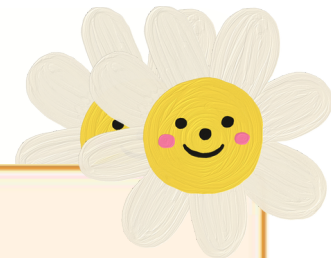


D.BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Các câu hỏi có hướng dẫn chi tiết cụ thể từng câu

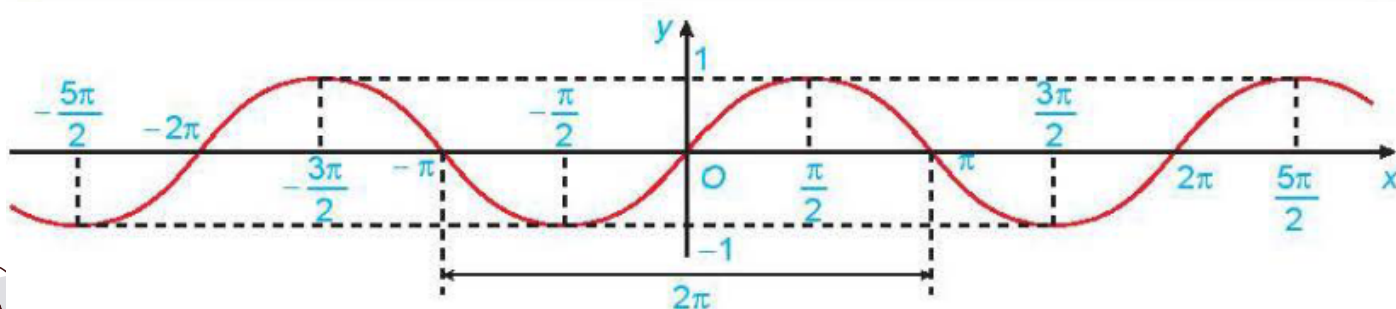


A. LÝ THUYẾT



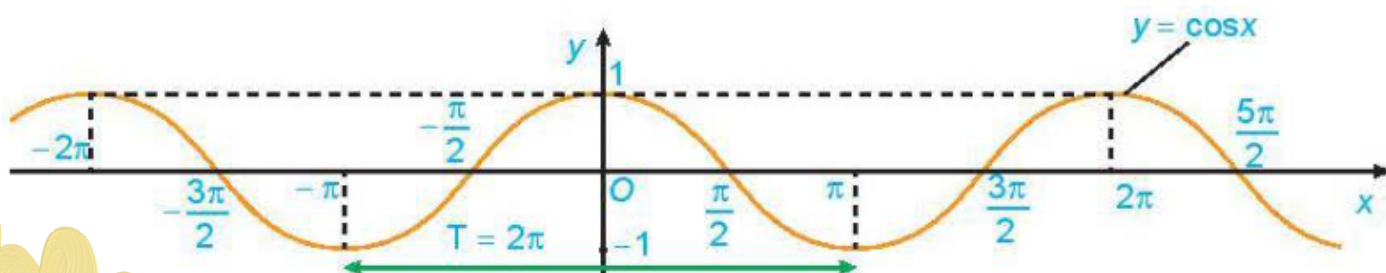
Hàm số $y = \sin x$:

- Có tập xác định là $\mathbb{R}$ và tập giá trị là $[-1; 1]$;
- Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kì 2π ;
- Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$;
- Có đồ thị đối xứng qua gốc toạ độ và gọi là một **đường hình sin**.

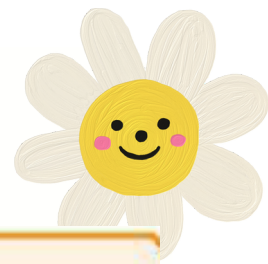


Hàm số $y = \cos x$:

- Có tập xác định là $\mathbb{R}$ và tập giá trị là $[-1; 1]$;
- Là hàm số chẵn và tuần hoàn với chu kì 2π ;
- Đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}$;
- Có đồ thị là một đường hình sin đối xứng qua trục tung.

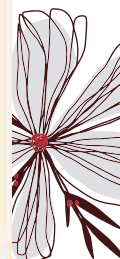
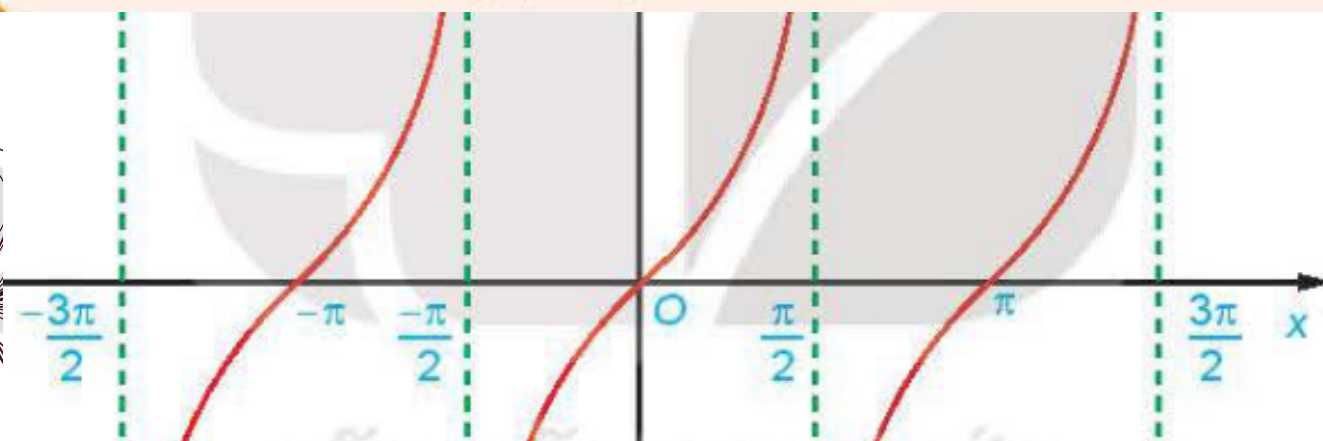


A. LÝ THUYẾT



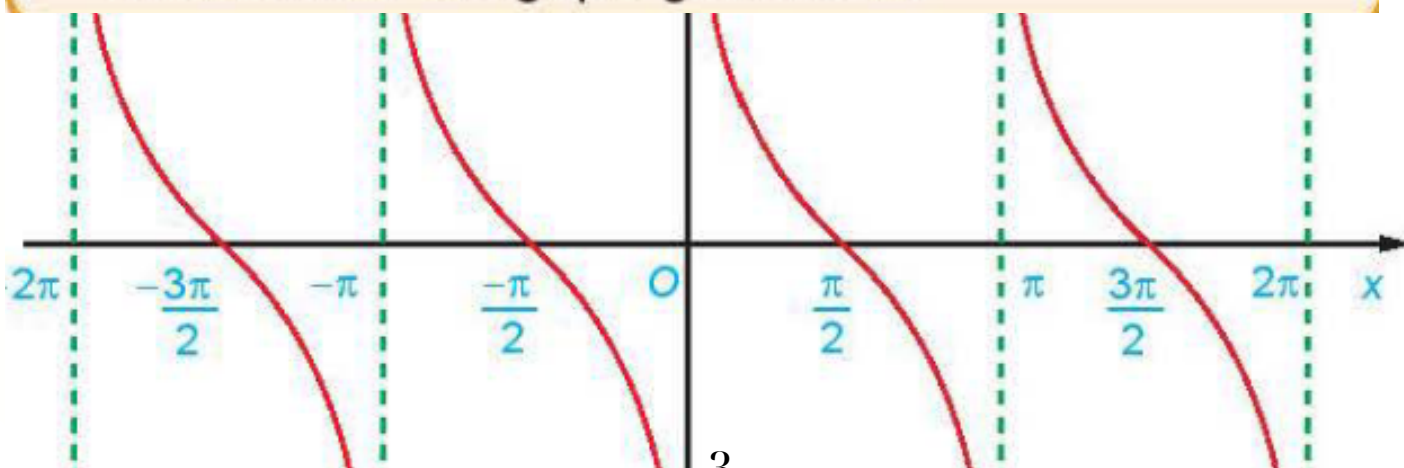
Hàm số $y = \tan x$:

- Có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ và tập giá trị là $\mathbb{R}$;
- Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kì π ;
- Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right), k \in \mathbb{Z}$;
- Có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.



Hàm số $y = \cot x$:

- Có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ và tập giá trị là $\mathbb{R}$;
- Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kì π ;
- Nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi; \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}$;
- Có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.



LIKE

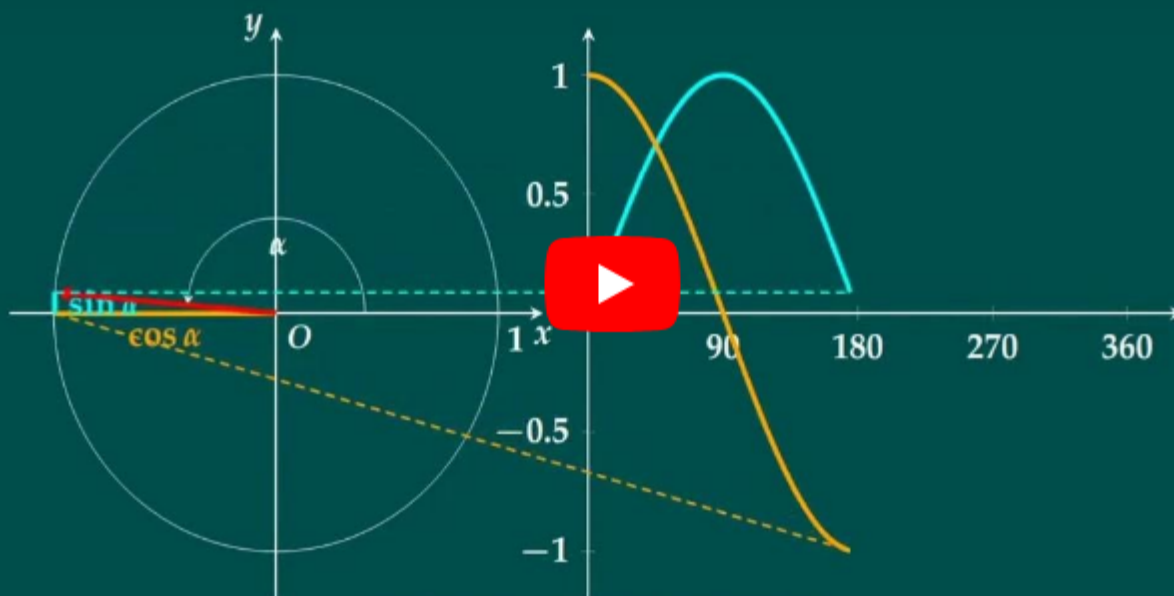


☐ SVG ☒ PNG



Đồ thị $y = \sin x$, $y = \cos x$ từ đường tròn lượng giác
Xét $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$

 Copy link



Watch on  YouTube

B. PHÂN DẠNG BÀI TẬP



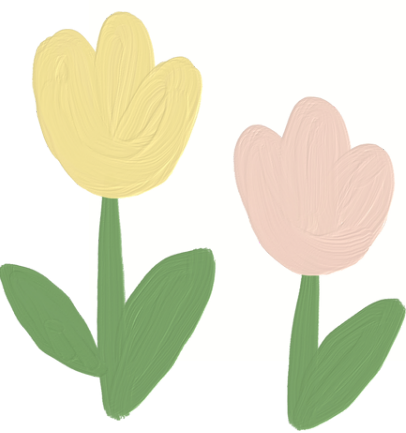
Dạng 1: Tập xác định của hàm số lượng giác

I. MỘT SỐ KẾT QUẢ

- 
- 1) Hàm số $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$ xác định khi chỉ khi $\begin{cases} P(x) \text{ có nghĩa} \\ Q(x) \text{ có nghĩa.} \\ Q(x) \neq 0 \end{cases}$
 - 2) Hàm số $y = \sqrt{P(x)}$ xác định khi chỉ khi $\begin{cases} P(x) \text{ có nghĩa} \\ P(x) \geq 0 \end{cases}$.
 - 3) Hàm số $y = \tan u(x)$ xác định khi chỉ khi $\begin{cases} u(x) \text{ có nghĩa} \\ u(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$.
 - 4) Hàm số $y = \cot u(x)$ xác định khi chỉ khi $\begin{cases} u(x) \text{ có nghĩa} \\ u(x) \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$.

Giá trị đặc biệt

- | | | |
|---|---|---|
| 1. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ | 2. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ | 3. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ |
| 4. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ | 5. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$ | 6. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$ |
| 7. $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ | 8. $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ | 9. $\tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ |
| 10. $\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ | 11. $\cot x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ | 12. $\cot x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ |



Ví dụ minh họa

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$?

Lời giải

Hàm số $y = \tan 2x$ xác định khi $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\tan x}$?

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \tan x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 3: Tìm điều kiện xác định của hàm số $y = \tan x + \cot x$.

Lời giải

Điều kiện: $\sin x \cdot \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{5 - m \sin x - (m+1) \cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$?

Lời giải

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 5 - m \sin x - (m+1) \cos x \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \sin x + (m+1) \cos x \leq 5 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \max_{x \in \mathbb{R}} (m \sin x + (m+1) \cos x) \leq 5.$$

$$\Leftrightarrow m^2 + (m+1)^2 \leq 25 \Leftrightarrow m^2 + m - 12 \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-4; 3].$$

Vậy có 8 giá trị nguyên của m thỏa mãn.



Dạng 2: Tập giá trị- Giá trị lớn nhất ,giá trị nhỏ nhất của hàm số lượng giác.

I. MỘT SỐ KẾT QUẢ

$$1) \forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin x \leq 1, -1 \leq \sin^{2n+1} x \leq 1, n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \cos x \leq 1, -1 \leq \cos^{2n+1} x \leq 1, n \in \mathbb{N}^*.$$

$$2) \forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq |\sin x| \leq 1, 0 \leq \sin^{2n} x \leq 1, n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq |\cos x| \leq 1, 0 \leq \cos^{2n} x \leq 1, n \in \mathbb{N}^*.$$

II.VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1: Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x$?

Lời giải

Ta có $-1 \leq \sin 2x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập giá trị của hàm số đã cho là $[-1;1]$.

Câu 2: Tìm tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \sin 2x + 2 \cos^2 x$?

Lời giải

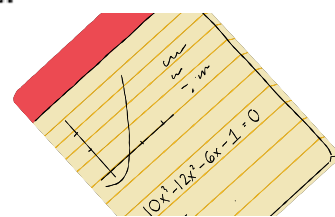
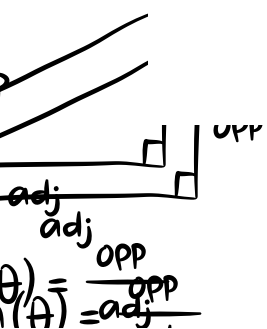
Ta có hàm số $y = \sin 2x + 2 \cos^2 x = \sin 2x + \cos 2x + 1 = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 1$.

$$\text{Có } -1 \leq \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{2} + 1 \leq \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 \leq \sqrt{2} + 1.$$

Giá trị lớn nhất của hàm số là $\sqrt{2} + 1$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\sqrt{2} + 1$

Vậy tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số bằng :2.



Câu 3: Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sin x + \cos x$.

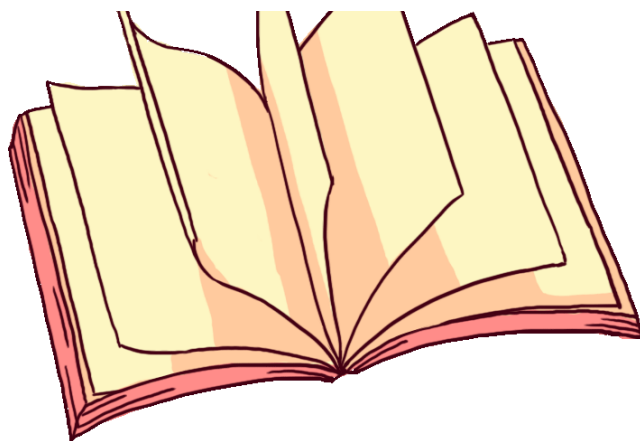
Lời giải

$$\text{vì } \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin x + \cos x)$$

$$\Rightarrow y = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$$

$$\text{có } -1 \leq \sin(x + \frac{\pi}{4}) \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) \leq \sqrt{2}$$

Vậy tập giá trị của hàm số là đoạn $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.



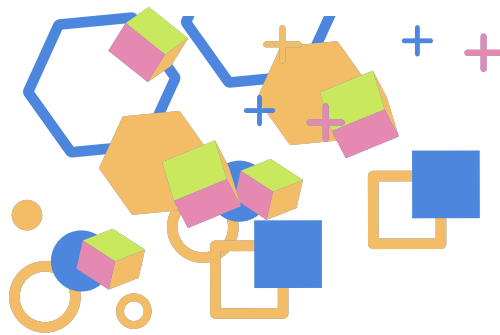
Câu 4: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 \sin x + 1$?

Lời giải

Vì $\sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $y = 2 \sin x + 1 \leq 3, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$y = 3 \text{ khi } \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 \sin x + 1$ là 3.



DẠNG 3: TÍNH CHẴN - LẺ CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

I. MỘT SỐ KẾT QUẢ

Bước 1: Tìm tập xác định D của hàm số, khi đó:

Nếu D là tập đối xứng (tức là $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$), ta thực hiện tiếp bước 2

Nếu D không là tập đối xứng (tức là $\exists x \in D$ mà $-x \notin D$), ta kết luận hàm số không chẵn cũng không lẻ.

Bước 2: Xác định $f(-x)$, khi đó:

Nếu $f(-x) = f(x)$ kết luận hàm số là hàm chẵn

Nếu $f(-x) = -f(x)$ kết luận hàm số là hàm lẻ

Ngoài ra kết luận hàm số không chẵn cũng không lẻ

II. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1: Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = \frac{\sin 2x}{2 \cos x - 3}$?

Lời giải

Cách 1: Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$$f(-x) = \frac{\sin(-2x)}{2 \cos(-x) - 3} = \frac{-\sin 2x}{2 \cos x - 3} = -f(x). \text{ Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.}$$

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay.

Ta có thể thử từng phương án bằng máy tính cầm tay, sử dụng CALC để thử trường hợp x và $-x$.

Với **A:** Nhập biểu thức của hàm số vào màn hình sử dụng CALC với trường hợp $x=1$ và trường hợp $x=-1$, ta thấy $f(1) = -f(-1) \Rightarrow$ hàm số đã cho là hàm số lẻ

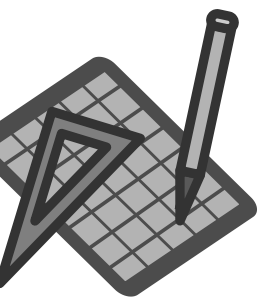
$\frac{\sin(2X)}{2\cos(X)-3}$ -0.473741592	$\frac{\sin(2X)}{2\cos(X)-3}$ 0.473741592
---	--

Câu 2: Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

Lời giải

Ta có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Hàm số không thỏa mãn tính chất của hàm số chẵn, và cũng không thỏa mãn tính chất của hàm số lẻ, nên đây là **hàm số không chẵn không lẻ**.



Câu 3: Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1}{x-3} + 3\sin^2 x$ và $g(x) = \sin\sqrt{1-x}$. Xét tính chẵn lẻ của hai hàm số này?

Lời giải

a, Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{x-3} + 3\sin^2 x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ta có $x = -3 \in D$ nhưng $-x = 3 \notin D$ nên D không có tính đối xứng. Do đó ta có kết luận hàm số $f(x)$ không chẵn không lẻ.

b, Xét hàm số $g(x) = \sin\sqrt{1-x}$ có tập xác định là $D_2 = [1; +\infty)$. **Để thấy** D_2 **không phải là tập đối xứng** nên ta kết luận hàm số $g(x)$ không chẵn không lẻ.



Câu 4: Xác định tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = 3m\sin 4x + \cos 2x$ là hàm chẵn.

Lời giải

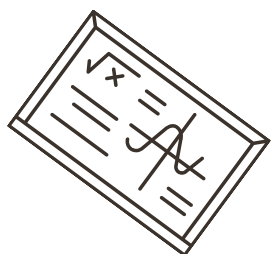
TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Suy ra $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = 3m\sin 4(-x) + \cos 2(-x) = -3m\sin 4x + \cos 2x$.

Để hàm số đã cho là hàm chẵn thì

$$f(-x) = f(x), \forall x \in D \Leftrightarrow -3m\sin 4x + \cos 2x = 3m\sin 4x + \cos 2x, \forall x \in D$$

$$\Leftrightarrow 4m\sin 4x = 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m = 0.$$





DẠNG 4: TÍNH TUẦN HOÀN CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

I. MỘT SỐ KẾT QUẢ

1. Chứng minh hàm số $y = f(x)$ tuần hoàn

Xét hàm số $y = f(x)$, tập xác định D , ta dự đoán có số thực dương T_0 sao cho:

$$\begin{cases} \forall x \in D: x - T_0 \in D \text{ và } x + T_0 \in D & (1) \\ f(x + T_0) = f(x) & (2) \end{cases}$$

2. Chứng minh T_0 là chu kỳ của hàm số (nghĩa là T_0 dương nhỏ nhất thỏa mãn hệ (1) và (2)). Thực hiện bằng phản chứng.

Bước 1: Giả sử có số T sao cho $0 < T < T_0$ thỏa mãn các tính chất (1) và (2):

$$\forall x \in D: f(x + T) = f(x) \Leftrightarrow \dots \Rightarrow \text{Mâu thuẫn với giả thiết } 0 < T < T_0.$$

Bước 2: Mâu thuẫn này chứng tỏ T_0 là số dương nhỏ nhất thỏa mãn (2).

Kết luận: Vậy T_0 là chu kỳ của hàm số $y = f(x)$.

3. Xét tính tuần hoàn các hàm số lượng giác, ta sử dụng một số kết quả:

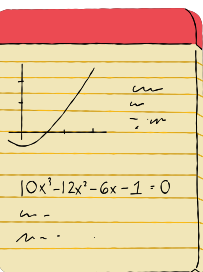
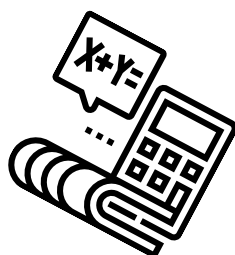
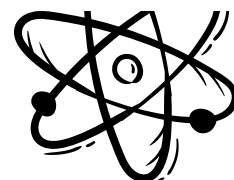
a) Hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

b) Hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

Mở rộng:

c) Hàm số $y = \sin(ax + b)$, $y = \cos(ax + b)$ ($a \neq 0$) tuần hoàn với chu kỳ $\frac{2\pi}{|a|}$.

d) Hàm số $y = \tan(ax + b)$, $y = \cot(ax + b)$ ($a \neq 0$) tuần hoàn với chu kỳ $\frac{\pi}{|a|}$.



DẠNG 4: TÍNH TUẦN HOÀN CỦA HSLG

Câu 1: Cho các hàm số: $y = \sin 2x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$. Có bao nhiêu hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Lời giải

Hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.

Vậy có 2 hàm số có chu kỳ $T = \pi$.

Câu 3: Tìm chu kỳ T của hàm số $y = -\frac{1}{2} \sin(100\pi x + 50\pi)$.

Lời giải

Hàm số $y = -\frac{1}{2} \sin(100\pi x + 50\pi)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{1}{50}$.

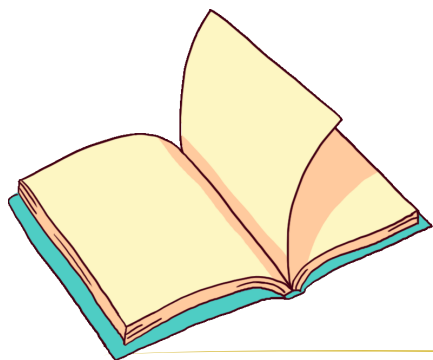
Câu 4: Tìm chu kỳ T của hàm số $y = \cos 3x + \cos 5x$.

Lời giải

Hàm số $y = \cos 3x$ tuần hoàn với chu kỳ $T_1 = \frac{2\pi}{3}$.

Hàm số $y = \cos 5x$ tuần hoàn với chu kỳ $T_2 = \frac{2\pi}{5}$.

Suy ra hàm số $y = \cos 3x + \cos 5x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.



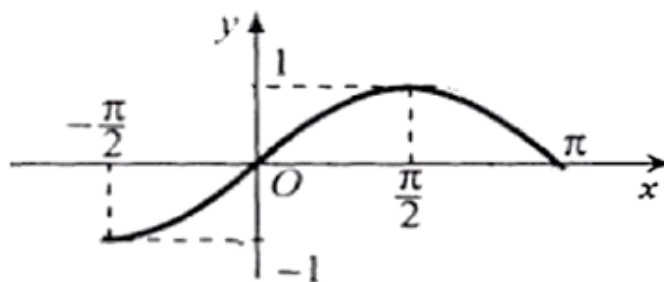
DẠNG 5: SỰ BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 1: Cho hàm số $y = \cos x$ với $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

- a) Vẽ đồ thị hàm số đã cho
- b) Tại các điểm nào thì giá trị hàm số lớn nhất?
- c) Tìm các giá trị của x thuộc $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right]$ sao cho $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) < 0$

Lời giải

a)



b) Tại điểm $x = \frac{\pi}{2}$ giá trị hàm số là lớn nhất

c) Do $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right]$

Nên $\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

Để $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) < 0$ thì $\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$

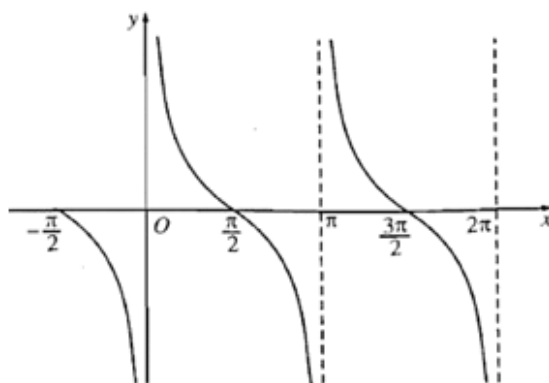
Suy ra $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$

DẠNG 5: SỰ BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

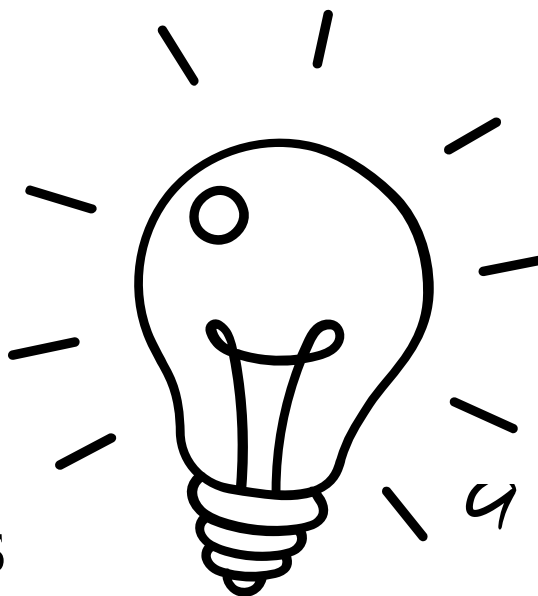
Câu 2: Cho hàm số $y = \cot x$ với $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$ và $x \in \mathbb{Z}$

- Vẽ đồ thị hàm số đã cho
- Có bao nhiêu giá trị x mà tại đó giá trị hàm số đã cho bằng 2?

Lời giải



- Từ đồ thị, ta thấy có 2 giá trị x mà tại đó $y = 2$



C.BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Câu 1: Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$

b) $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2 - \cos x}}$

Lời giải

a) Biểu thức $\frac{1 - \cos x}{\sin x}$ có nghĩa khi $\sin x \neq 0$, tức là $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

b) Biểu thức $\sqrt{\frac{1 + \cos x}{2 - \cos x}}$ có nghĩa khi $\frac{1 + \cos x}{2 - \cos x} \geq 0$

Vì $-1 \leq \cos x \leq 1$ nên $1 + \cos x \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $2 - \cos x \geq 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

đó, $2 - \cos x \neq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $\sqrt{\frac{1 + \cos x}{2 - \cos x}} \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2 - \cos x}}$ là $D = \mathbb{R}$.

C.BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Câu 2: Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau:

a) $y = \sin 2x + \tan 2x$

b) $y = \cos x + \sin^2 x$

c) $y = \sin x \cos 2x$

d) $y = \sin x + \cos x$

Lời giải

a) Biểu thức $\sin 2x + \tan 2x$ có nghĩa khi $\cos 2x \neq 0$ (do $\tan 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x}$), tức là

$$2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Suy ra tập xác định của hàm số $y = f(x) = \sin 2x + \tan 2x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Do đó, nếu x thuộc tập xác định D thì $-x$ cũng thuộc tập xác định D .

Ta có: $f(-x) = \sin(-2x) + \tan(-2x) = -\sin 2x - \tan 2x = -(\sin 2x + \tan 2x) = -f(x), \forall x \in D$

Vậy $y = \sin 2x + \tan 2x$ là hàm số lẻ.

b) Tập xác định của hàm số $y = f(x) = \cos x + \sin^2 x$ là $D = \mathbb{R}$.

Do đó, nếu x thuộc tập xác định D thì $-x$ cũng thuộc tập xác định D .

Ta có:

$$f(-x) = \cos(-x) + \sin^2(-x) = \cos x + (-\sin x)^2 = \cos x + \sin^2 x = f(x), \forall x \in D$$

Vậy $y = \cos x + \sin^2 x$ là hàm số chẵn.

c) Tập xác định của hàm số $y = f(x) = \sin x \cos 2x$ là $D = \mathbb{R}$.

Do đó, nếu x thuộc tập xác định D thì $-x$ cũng thuộc tập xác định D .

Ta có: $f(-x) = \sin(-x) \cos(-2x) = -\sin x \cos 2x = -f(x), \forall x \in D$.

Vậy $y = \sin x \cos 2x$ là hàm số lẻ.

d) Tập xác định của hàm số $y = f(x) = \sin x + \cos x$ là $D = \mathbb{R}$.

Do đó, nếu x thuộc tập xác định D thì $-x$ cũng thuộc tập xác định D .

Ta có: $f(-x) = \sin(-x) + \cos(-x) = -\sin x + \cos x \neq -f(x)$.

Vậy $y = \sin x + \cos x$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

C.BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Câu 3: Tìm tập giá trị của các hàm số sau:

a) $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$

b) $y = \sqrt{1 + \cos x} - 2$

Lời giải

a) Ta có: $-1 \leq \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 2 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -2 - 1 \leq 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 \leq 2 - 1 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 \leq 1 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq y \leq 1 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

Vậy tập giá trị của hàm số $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$ là $[-3; 1]$.

b) Vì $-1 \leq \cos x \leq 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên $0 \leq 1 + \cos x \leq 2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Do đó, $0 \leq \sqrt{1 + \cos x} \leq \sqrt{2}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $-2 \leq \sqrt{1 + \cos x} - 2 \leq \sqrt{2} - 2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Hay $-2 \leq y \leq \sqrt{2} - 2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

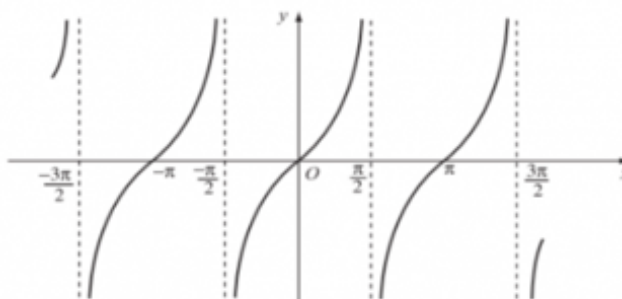
Vậy tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{1 + \cos x} - 2$ là $[-2; \sqrt{2} - 2]$

C.BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Câu 4: Từ đồ thị của hàm số $y = \tan x$, hãy tìm các giá trị x sao cho $\tan x = 0$.

Lời giải

Ta có đồ thị của hàm số $y = \tan x$ như hình vẽ dưới đây.



Ta có $\tan x = 0$ khi hàm số $y = \tan x$ nhận giá trị bằng 0 ứng với các điểm x mà đồ thị giao với trục hoành. Từ đồ thị ở hình trên ta suy ra $y = 0$ hay $\tan x = 0$ khi $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

- Câu 5:** Giả sử khi một cơn sóng biển đi qua một cái cọc ở ngoài khơi, chiều cao của nước được mô hình hóa bởi hàm số $h(t) = 90\cos\left(\frac{\pi}{10}t\right)$, trong đó $h(t)$ là độ cao tính bằng centimet trên mực nước biển trung bình tại thời điểm t giây.
- Tìm chu kì của sóng.
 - Tìm chiều cao của sóng, tức là khoảng cách theo phương thẳng đứng giữa đáy và đỉnh của sóng.

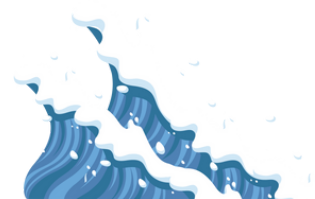
Lời giải

a) Chu kì của sóng là $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{10}} = 20$ (giây).

b) Chiều cao của sóng tức là chiều cao của nước đạt được trong một chu kì dao động

Ta có: $h(20) = 90\cos\left(\frac{\pi}{10} \times 20\right) = 90$ (cm)

Vậy chiều cao của sóng là 90 cm.



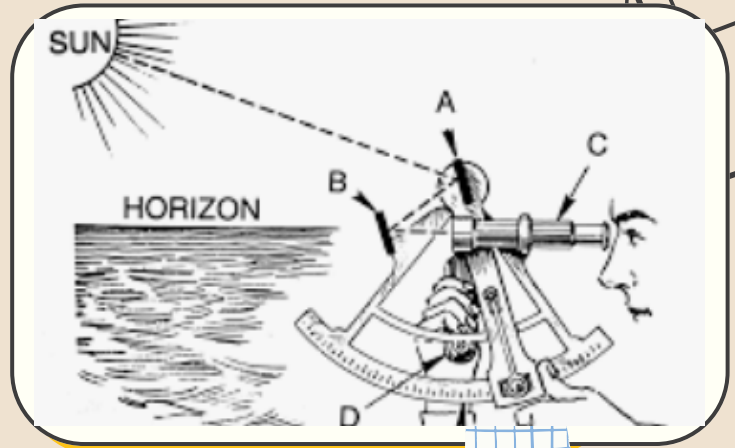
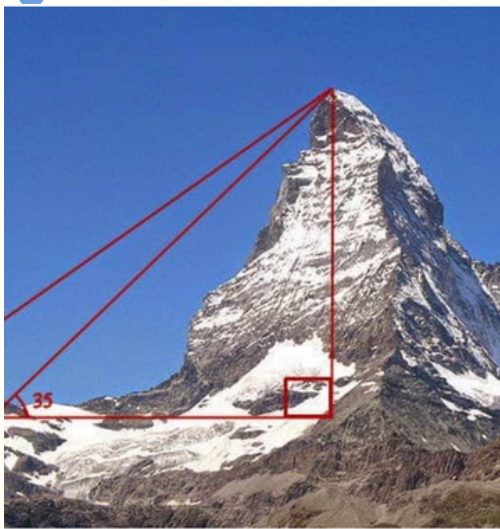
D.BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Các bạn vào link theo mã sau để làm bài

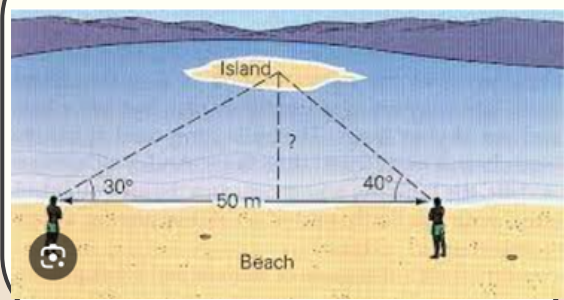


E. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ CUỘC SỐNG

ĐO CHIỀU CAO KHOẢNG CÁCH

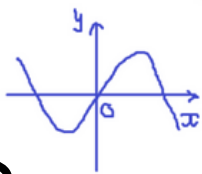


Nhờ tỷ số lượng giác của góc nhọn, ta có thể tính được những khoảng cách không thể tới được như độ dài một khúc sông có hai bờ song song với nhau, chiều cao toà nhà...

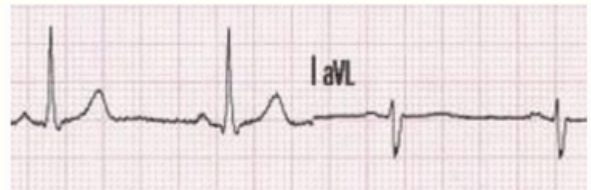


E. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ CUỘC SỐNG

$$y = 2\sin x$$

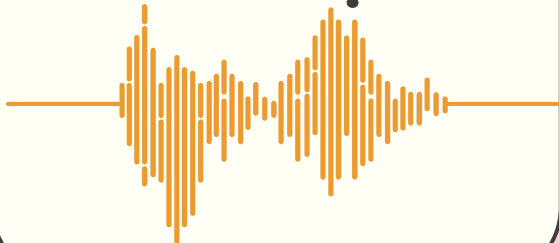


ĐIỆN TÂM ĐỒ



ECG của một bệnh nhân 26 tuổi.

ÂM NHẠC



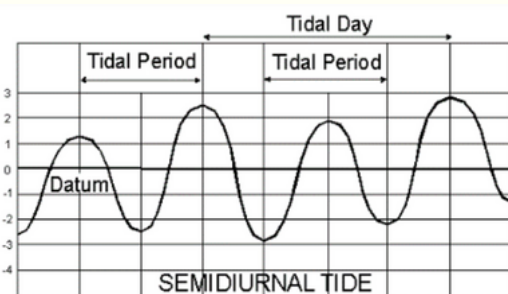
Lượng giác đóng một vai trò rất quan trọng trong lý thuyết và sản xuất âm nhạc. Sóng âm truyền trong một mẫu sóng lặp đi lặp lại, có thể được biểu thị bằng đồ họa bởi các hàm sin và cos. Bạn có thể mô hình một nốt nhạc trong một đường cong hình sin và bạn có thể mô hình một hợp âm với nhiều đường cong hình sin được sử dụng cùng nhau. Biểu diễn đồ họa của âm nhạc cho phép máy tính tạo và hiểu âm thanh. Nó cũng cho phép các kỹ sư âm thanh trực quan hóa các sóng âm thanh để họ có thể điều chỉnh âm lượng, âm sắc và các yếu tố khác để tạo ra các hiệu ứng âm thanh mong muốn. Lượng giác cũng đóng một vai trò quan trọng trong vị trí của loa, vì các góc của sóng âm đập vào tai có thể ảnh hưởng đến chất lượng âm thanh.

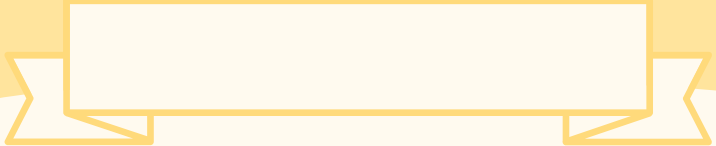
E. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ CUỘC SỐNG

GPS sử dụng các dữ liệu từ nhiều vệ tinh và các kiến thức về hình học trái đất, sau đó sử dụng lượng giác để xác định vĩ độ và kinh độ của bạn.



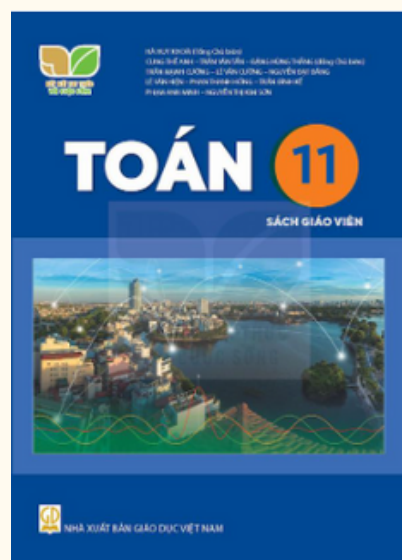
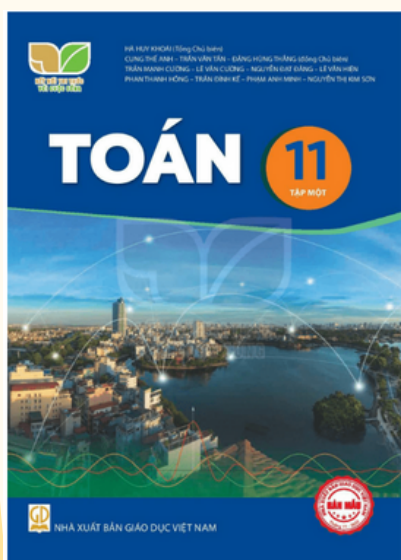
Máy trắc địa





TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Sách Toán 11 tập 1(bộ KNTTVCS)
2. Sách giáo viên Toán 11(bộ KNTTVCS)
3. Chuyên đề hàm số lượng giác – tác giả : Lê Bá Bảo
4. Chuyên đề học tập toán 11(KNTTVCS)- tác giả : Dương Hùng.



Thank You

